

Э. Л. Мальц, Ю. Н. Мустафаев

для студентов высших учебных заведений

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ



WWW.ULIT.RU

Э. Л. Мальц, Ю. Н. Мустафаев

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

Для студентов неэлектрических специальностей

Рекомендовано учебно-методическим объединением вузов РФ по образованию
в области приборостроения и оптотехники
для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по направлениям подготовки Приборостроение и Оптотехника,
приборостроительным и оптическим специальностям

Санкт-Петербург
«Издательство «Корона.Век»
2013

УДК 621.3
ББК 32
Э45

Рецензент — доктор технических наук, профессор кафедры электротехники и прецизионных электромеханических систем Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики
Овчинников Игорь Евгеньевич

Э45 **Электротехника и электрические машины:** Для студентов неэлектрических специальностей / Э. Л. Мальц, Ю. Н. Мустафаев. — СПб., 2013. — 304 с: ил.

Учебное пособие состоит из двух разделов. Первый раздел содержит сведения, относящиеся к фундаментальным основам электротехники, теории электрических цепей постоянного и переменного тока, а также магнитным цепям. Во втором разделе излагается принцип действия, вопросы теории, примеры расчета характеристик основных типов электрических машин: постоянного тока, асинхронных и синхронных машин.

Предназначено для студентов приборостроительных, машиностроительных специальностей, а также инженерно-техническим работникам, сталкивающимся с электрооборудованием и электрическими машинами.

ISBN 978-5-7931-0927-7

© «Издательство «Корона.Век», 2013

Учебное издание

Эдуард Лазаревич Мальц
Юсуф Ниязович Мустафаев

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

Для студентов неэлектрических специальностей

Ответственный за выпуск *С. Б. Катенин*
Корректор *Г. С. Якушева*, Верстка *О. Е. Кислина*, Обложка *А. А. Чикулаев*

Формат 70 x 100/16. Печать офсетная
Объем 19 печ. л. Тираж 500 экз. Заказ 809

Вместо введения

«Зачем мальчику знать географию? — примерно так выразилась госпожа Простакова при обсуждении вопроса об образовании Митрофанушки и пояснила: наймет извозчика, скажет куда — и тот довезет».

Здравый смысл в постановке этого вопроса есть: если не объяснить, зачем нужно обучение, то сам процесс обучения бессмысленен. Ну а действительно: зачем будущему специалисту неэлектрической специальности знать электротехнику?

В настоящее время электрические цепи и устройства имеются в большинстве неэлектрических систем; это обусловлено, в первую очередь, тем, что применение электричества дает возможность наиболее просто передавать энергию на большое расстояние и преобразовывать сигналы (или энергию) из одной формы в другую. Однако при проектировании неэлектрической системы просто поручить проектирование электрической части системы специалисту-электротехнику — это не решение проблемы, ибо для грамотного выполнения такого поручения специалист-электротехник должен неплохо разбираться в специфике устройства и работы проектируемой неэлектрической системы. А поскольку таких неэлектрических областей техники много, такой электротехник должен быть специалистом весьма широкого профиля. Более реальным выходом является обеспечение определенной образованности неэлектрика в вопросах электротехники: тогда он сможет грамотно сформулировать электрическую часть задачи, грамотно выбрать из возможных путей ее решения наиболее оптимальный и четко представить себе возможности, предоставляемые тем или иным решением. А специалист-электротехник ему понадобится для консультаций, для совершенствования принятых решений и для уже детальной их проработки. Кроме того, определенные познания в электротехнике потребуются будущему инженеру-неэлектрику и для грамотной эксплуатации оборудования.

Данное учебное пособие составлено на основе лекций, читанных на протяжении многих лет студентам одной из неэлектрических специальностей в Военмехе. Материал лекций компоновался в противоречивых условиях. Ведь учебников по электротехнике для студентов-неэлектриков существует весьма много, но те из учебников, которые охватывают достаточное количество материала, рассчитаны на курс значительно большего объема, чем те лекционные 66—70 часов (двухсеместровый курс по одной лекции в неделю), которые предоставляются учебным планом. Такая ситуация ставит лектора перед необходимостью «втиснуть» нужный материал в предложенный объем, причем сделано это должно быть без ущерба для качества изложения: материал должен быть дан «готовым к употреблению», чтобы прослушавший его студент оказался в состоянии

решать стандартные практические инженерные задачи. Кроме того, существенно выбрать уровень сложности изложения так, чтобы материал оказался доступным для студента, знающего раздел «электричество» лишь в объеме школьного курса физики и уже успевшего многое подзабыть за прошедшие пару семестров обучения в вузе. Представляется, что достичь поставленной цели можно за счет поиска более общих подходов, за счет манеры изложения и т. д.

Объем материала, предлагаемого в данном учебном пособии, ненамного (примерно на десять процентов) превышает объем вышеупомянутого лекционного курса. Это сделано намеренно, чтобы предоставить пользователю свободу варьирования степенью подробности освещения отдельных вопросов.

Справедливости ради заметим, что подобную задачу доступного и в то же время компактного изложения большого объема материала ставят перед собой почти все авторы выпускаемой учебной литературы. А в какой именно степени удалось справиться с этой задачей авторам предлагаемого пособия, предоставляем судить студентам — читателям.

Используемые условные обозначения:

q — заряд;

i, I, J — ток;

u, U — напряжение;

φ — угол сдвига по фазе, а также (в соответствии с контекстом) потенциал;

e, E — ЭДС (а также — в соответствии с контекстом — в § 7.1 E — напряженность электрического поля);

P, p — мощность; также (в соответствии с контекстом) число пар полюсов;

R — сопротивление, омическое сопротивление, а также (в соответствии с контекстом, в частности, § 8.2) — радиус ротора;

r — активное сопротивление, а также (в соответствии с контекстом, в частности, в § 5.3, § 5.4, § 6.1) — расстояние проводника;

C — емкость (а также — только в § 4.3 — теплоемкость);

L — индуктивность;

W — энергия;

t — время;

Φ — магнитный поток;

Ψ — потокоцепление;

w — количество витков;

Q — реактивная мощность; также (в соответствии с контекстом) добротность контура ;

Q_L, Q_C — мощность индуктивная, емкостная;

S — полная мощность, а также (в соответствии с контекстом) площадь;

x, x_L, x_C — реактивное, индуктивное, емкостное сопротивления (а также синхронное сопротивление);

z — полное сопротивление;

\underline{Z} — комплекс полного сопротивления;

g — активная проводимость;

b, b_L, b_C — реактивная, индуктивная, емкостная проводимость;

y — полная проводимость;

\underline{Y} — комплекс полной проводимости;

j — мнимая единица: $j = \sqrt{-1}$;

Im — символ, обозначающий мнимую часть комплексного числа;

Re — символ, обозначающий вещественную часть комплексного числа;

ρ — характеристическое (волновое) сопротивление;

ω — круговая (циклическая) частота;

f — частота электрического тока;

τ — постоянная времени;

H — напряженность магнитного поля (а также — в § 4.3 — коэффициент теплоотдачи);

B — магнитная индукция;

μ_0 — магнитная постоянная;

μ_a — абсолютная магнитная проницаемость;

μ_r — относительная магнитная проницаемость;

B_r — остаточная индукция;

H_c — коэрцитивная сила;

B_s — магнитная индукция, соответствующая насыщению;

l — длина (провода или средней линии сердечника);

R_M — магнитное сопротивление участка магнитопровода;

F — магнитное напряжение (а также — в соответствии с контекстом — в § 7.1 обозначено F — сила);

δ — величина воздушного зазора в магнитной цепи;

R_δ — магнитное сопротивление воздушного зазора в магнитопроводе;

u_k % — напряжение короткого замыкания трансформатора;

η — КПД (коэффициент полезного действия);

v — скорость поступательного движения (использовано в § 7.1 и § 8.2);

Ω — угловая скорость (магнитного поля, ротора машины);

n — частота вращения (магнитного поля, ротора машины);

s — скольжение;

M — момент (электромагнитный и нагрузки);

θ — угол нагрузки (в синхронной машине);

ϑ — температура.

Раздел 1

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

ГЛАВА I

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

И КРАТКОЕ НАПОМИНАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ШКОЛЬНОГО КУРСА

§ 1.1. Общие сведения

Электрическим током называется направленное движение электрических зарядов.

Заряд обозначается q , измеряется в кулонах (сокращение — Кл).

(Здесь и далее в курсе используются единицы измерения в системе СИ.)

Количественная оценка электрического тока — сила тока, или ток — это количество заряда, прошедшего через рассматриваемое сечение проводника за одну секунду.

Единица измерения тока — ампер (сокращение — А); в системе СИ эта единица — основная; остальные единицы измерения электрических величин, в том числе, Кл — производные единицы.

Если рассматривается конечный промежуток времени, то отношение q/t оценивает среднее за это время значение тока. Переход к бесконечно малому промежутку времени позволяет определить *мгновенное* значение тока, обозначаемое строчной буквой i

$$i = \frac{dq}{dt}. \quad (1.1)$$

Если мгновенное значение изменяется во времени периодически, то при оценке тока могут применяться также *среднее* за период, *максимальное* (в случае гармонического сигнала — амплитудное) и *среднеквадратичное* значение (в электротехнике рассматриваются так называемые *действующие* значения — см. ниже; они фактически и являются средне-

квадратичными). Перечисленные величины обозначаются буквой I (с применением необходимых индексов). В случае постоянного тока ($i = \text{const}$) все эти значения совпадают, и ток обозначается только прописной буквой I .

Все сказанное о мгновенных, средних и прочих значениях относится и к другим рассматриваемым ниже величинам: напряжение, электродвижущая сила, мощность. Система обозначений та же: строчная буква — для мгновенных значений, прописная — для всех остальных и для постоянного сигнала.

Работа, совершенная при прохождении заряда от одной точки цепи до другой, оценивается *напряжением* между точками (синонимы: падение напряжения, разность потенциалов). Напряжение обозначается строчной или прописной буквой u , U и измеряется в вольтах (сокращение В). Физический смысл: количество вольт — это количество джоулей, измеряющее работу, приходящуюся на каждый кулон заряда, т. е.

$$u = \frac{A}{q}, \quad (1.2)$$

где A — работа.

Напряжение, замеренное между данной точкой цепи и некоторой точкой, принятой за базовую, называется *потенциалом* и обозначается φ .

Чтобы заряд мог произвести работу на том или ином участке цепи, он должен иметь определенный запас энергии, полученный им от источника (используется также термин: от сторонних сил). Этот запас энергии, приходящийся на каждый кулон, называется *электродвижущей силой* (сокращенно — ЭДС). ЭДС обозначается строчной или прописной (см. выше) буквой e , E и измеряется также в *вольтах*.

Мощность в электротехнике обозначается строчной или прописной (см. выше) буквой p , P , измеряется в ваттах (сокращение Вт). Формула для мгновенной мощности вытекает из приведенных выше определений: эта работа, производимая каждым зарядом, умноженная на количество заряда, проходящего за 1 сек., т. е.

$$p = ui. \quad (1.3)$$

§ 1.2. Основные элементы потребителей электроэнергии; напряжение, мощность, и энергия в них

Резистор (сопротивление). Обозначение в схеме см. рис.1.1, а.

Мгновенное значение падения напряжения на нем пропорционально току через него. Это соотношение — закон Ома:

$$u = Ri. \quad (1.4)$$

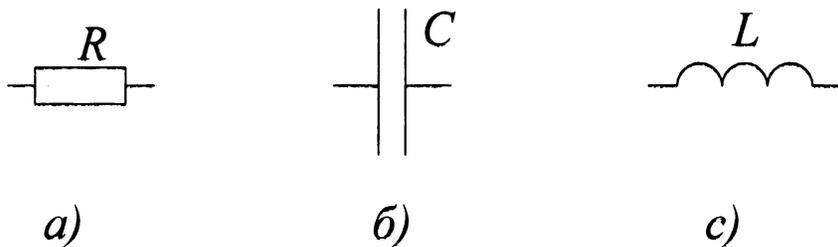


Рис. 1.1. Схемные обозначения основных элементов электрической цепи.

Коэффициент пропорциональности R — называется сопротивлением, единица измерения — Ом. Обратное соотношение: $i=gu$, где $g = \frac{1}{R}$ называется *проводимостью*. Единица ее измерения — сименс (сокращенно — См).

Подстановка закона Ома в (1.3) дает:

$$p = i^2 R = \frac{u^2}{R}. \quad (1.5)$$

Работа тока при прохождении через резистор определяется интегрированием по времени

$$A = \int p dt = \int i^2 R dt = \int \frac{u^2}{R} dt. \quad (1.6)$$

Емкость (конденсатор). Обозначение в схеме — рис. 1.1, б.

Накопленный на конденсаторе заряд пропорционален напряжению на конденсаторе:

$$q = C u. \quad (1.7)$$

Коэффициент пропорциональности C называется *электроемкостью* (емкостью). Единица измерения — фарада (сокращенно — Ф).

С учетом (1.1) из (1.7) получаем, принимая при дифференцировании, что C не зависит от u ,

$$i = C \frac{du}{dt} \quad (\text{или } u = \frac{1}{C} \int i dt). \quad (1.8)$$

Из (1.8) видно, что при $u=\text{const}$ ток через конденсатор равен нулю.

Подстановка (1.8) в (1.3) дает мгновенную мощность, создаваемую током через конденсатор:

$$p = C u \frac{du}{dt}. \quad (1.9)$$

Интегрируя (1.9), получаем энергию, запасенную на конденсаторе:

$$W_C = \int_0^t p dt = \int_0^u C u du = \frac{C u^2}{2}. \quad (1.10)$$

Подстановка (1.7) в (1.10) дает еще два вида этой формулы, иногда удобные для работы:

$$W_C = \frac{C u^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q u}{2}. \quad (1.10, a)$$

Индуктивность (катушка). Обозначение в схеме рис. 1.1, в.

По закону электромагнитной индукции, в проводнике, находящемся в изменяющемся магнитном поле, индуцируется ЭДС:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (1.11)$$

где Φ — *магнитный поток* (единица измерения — вебер (сокращение — Вб). Знак «минус» в (1.11), в соответствии с правилом Ленца, показывает, что энергия, которую электромагнитная индукция сообщает зарядам, противодействует изменению магнитного поля, а следовательно, препятствует движению этих зарядов через проводник, если магнитное поле в результате этого движения изменяется. Поэтому на компенсацию этой энергии заряды расходуют энергию, имеющуюся у них, а потому на проводнике создается падение напряжения:

$$u = -e = \frac{d\Phi}{dt}. \quad (1.12)$$

В случае, если проводник многократно проходит через это магнитное поле, т. е. представляет собой катушку, состоящую из w витков, то эффект суммируется, т. е. правые части (1.11) и (1.12) умножаются на w . Произведение $w\Phi$ называется *потокосцеплением*, обозначается ψ , измеряется тоже в Вб. Формулы (1.11) и (1.12) тогда принимают вид:

$$e = -\frac{d\psi}{dt}; \quad u = \frac{d\psi}{dt}. \quad (1.12, a)$$

В частном случае, если магнитное поле наводится только текущим по проводнику током (и ничем иным), рассматриваемое явление называется *самоиндукцией*.

При этом потокосцепление зависит только от тока в проводнике и пропорционально ему:

$$\psi = Li. \quad (1.13)$$

Коэффициент пропорциональности L называется *индуктивностью* (старое название — коэффициент самоиндукции). Единица измерения —

генри (сокращенно — Гн). Если L не зависит от i , то (1.11) и (1.12) принимают вид:

$$e = -L \frac{di}{dt}, \quad u = L \frac{di}{dt} \quad (\text{или } i = \frac{1}{L} \int u dt). \quad (1.14)$$

Из (1.14) видно, что при $i = \text{const}$ падение напряжения на индуктивности равно нулю.

Подстановка (1.14) в (1.13) дает мощность, создаваемую током, текущим через катушку:

$$p = Li \frac{di}{dt}. \quad (1.15)$$

Интегрируя (1.15), получаем энергию, запасенную магнитным полем катушки:

$$W_L = \int_0^i p dt = \int_0^i Li di = \frac{Li^2}{2}. \quad (1.16)$$

Еще раз напоминаем, что рассмотрение проводилось для катушки, находящейся только в собственном магнитном поле.

Более общий вид формулы (1.16) может быть получен с учетом (1.13):

$$W_L = \frac{\psi i}{2}. \quad (1.16, a)$$

Заметим, что рассмотрение проводилось для идеализированных элементов: для идеального конденсатора (т. е. диэлектрик его идеален) и для идеальной катушки (т. е. сопротивление ее провода пренебрежимо мало).

При рассмотрении же реальных конденсатора и катушки можно рассматривать схемы их *замещения*: конденсатор заменяется схемой, в которой параллельно с конденсатором включен резистор, сопротивление которого равно сопротивлению диэлектрика в реальном конденсаторе; катушка заменяется схемой, в которой последовательно с катушкой включен резистор, сопротивление которого равно сопротивлению проводов реальной катушки. Заметим, что для удобства расчета параллельная схема может быть при необходимости пересчитана в эквивалентную ей последовательную, а последовательная — в эквивалентную ей параллельную (см. ниже — § 2.5, рис. 2.14).

Учет неидеальности конденсатора и катушки указанным способом производится не всегда, а лишь в случаях, когда погрешность, вносимая неидеальностью элементов, недопустимо велика.

Формулы (1.10) и (1.16) показывают, что на емкости и на индуктивности энергия может накапливаться, а следовательно, возможен возврат ее в сеть. В связи с этим емкость и индуктивность называют *реактивными*

потребителями. Формула же (1.6) определяет энергию, которая расходуется из цепи. Она не накапливается на элементе и непосредственно возвращена в цепь быть не может, поскольку переводится в другую форму (например в тепловую энергию). В связи с этим резистор называют *активным* потребителем. Из сказанного следует, что активным потребителем является не только резистор, но и другие элементы, переводящие энергию из электрической в иную форму, например, электрический источник света (переводит энергию в световую), аккумулятор (переводит энергию в химическую, запасая именно ее, а не электрическую энергию) и т. д.

Падение напряжения на активном элементе может быть обусловлено не только работой зарядов при прохождении через материал проводника, но и другими затратами энергии, например, затратами энергии на намагничивание ферромагнитного сердечника катушки (см. ниже), на излучение электромагнитной энергии в пространство и т. д. Поэтому в общем случае вместо (1.4) рассматривают:

$$u=ri \text{ (или } i = u \frac{1}{r} \text{)}, \quad (1.17)$$

где r называется *активным сопротивлением* и характеризует все затраты энергии. В случае же постоянного тока энергия затрачивается только на прохождение зарядов через материал проводника и тогда пользуются (1.4), сопротивление R называют *омическим*. Очевидно, что всегда $r \geq R$.

Заметим, что в общем случае, говоря о проводимости g как о величине,

обратной активному сопротивлению ($g = \frac{1}{r}$), эту проводимость называют *активной проводимостью*.

В заключение параграфа отметим, что при изложении материала подразумевалось, что в формулах (1.4), (1.7), (1.13) величины R , C , L постоянны, а следовательно, выражения (1.4), (1.7), (1.13) являются линейными зависимостями.

§ 1.3. Электрические схемы. Законы Кирхгофа

Совокупность электрических элементов, соединенных между собой, называется электрической цепью, а соответствующее ей графическое изображение этой цепи — электрической схемой.

Неразветвленный участок электрической цепи называется *ветвью* (в частном случае это может быть и один элемент, в общем случае — несколько).

Элементы, входящие в состав одной ветви, считаются соединенными *последовательно*. Через последовательно соединенные элементы течет один и тот же ток (частный случай ветви — один элемент).

Из сказанного следует, что прибор, измеряющий ток (амперметр), надо включать последовательно с интересующей нас цепью.

Точка цепи (а следовательно и схемы), в которую приходит более двух ветвей, называется *узел*. На схемах (во избежание неоднозначности чтения схем) узлы обязательно обозначаются жирными точками.

Ветви, подсоединенные к одной и той же паре узлов, считают соединенными *параллельно*. К параллельно соединенным ветвям приложено одно и то же напряжение (а именно разность потенциалов тех узлов, к которым подсоединена ветвь). Из сказанного следует, что прибор, измеряющий напряжение (вольтметр), надо включать параллельно с интересующей нас цепью.

На вопросе подключения амперметра и вольтметра остановимся чуть подробнее.

Пусть, например, необходимо определить сопротивление резистора R , посредством замера приложенного к нему напряжения и замера текущего через него тока для подстановки в формулу закона Ома. Возможные схемы подключения приборов показаны на рис. 1.2, где буквами «А» и «V» обозначены амперметр и вольтметр соответственно, а на входные зажимы подано напряжение от источника питания.

Выбор одной из этих двух схем безразличен лишь при условии, что приборы можно считать *идеальными* (сопротивление амперметра бесконечно мало, а вольтметра — бесконечно велико). В реальной ситуации (т. е., когда сопротивления приборов конечны) следует учесть, что в схеме «а») амперметр измеряет не только ток, идущий через резистор, а сумму токов, идущих через резистор и через вольтметр, а в схеме б) вольтметр измеряет падение напряжения не только на резисторе, а суммарное падение напряжения на амперметре и на резисторе. Таким образом, в каждой из этих схем уже изначально заложена ошибка в получении результатов. Для того, чтобы эта ошибка оказалась пренебрежимо малой, надо, чтобы в схеме а) ток через вольтметр был бы пренебрежимо мал по сравнению с током

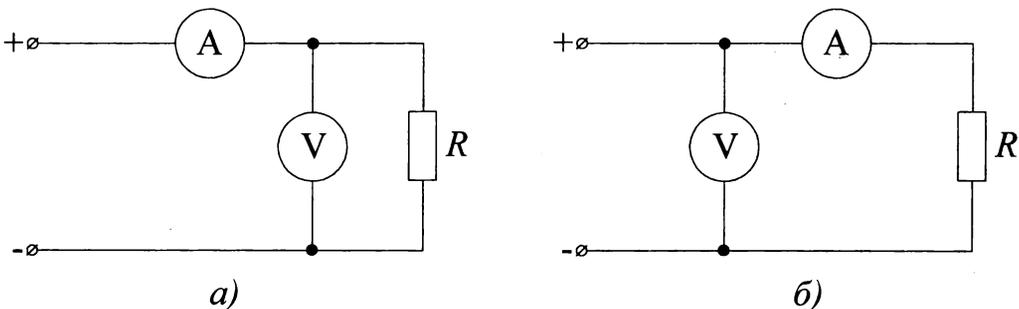


Рис. 1.2. Возможные схемы для измерения сопротивления резисторов по закону Ома:
а — измерение малых сопротивлений; б — измерение больших сопротивлений

через резистор (следовательно, эта схема пригодна для замера малых сопротивлений), а в схеме *б*) падение напряжения на амперметре было бы пренебрежимо малым по сравнению с падением напряжения на резисторе (следовательно, эта схема пригодна для замера больших сопротивлений).

Те же рассуждения остаются в силе при подключении амперметра и вольтметра к любой нагрузке: для выбора схемы следует предварительно оценить порядок тока, потребляемого нагрузкой, и падения напряжения на ней.

Продолжая обсуждать последовательное и параллельное соединения, рассмотрим пример: на рис. 1.3, *а*) резисторы R_1 и R_2 соединены последовательно и образуют ветвь, резисторы R_3 и R_4 — тоже соединены последовательно и тоже образуют ветвь. Обе упомянутые ветви соединены параллельно. Однако, если между точками α и β включить резистор R_5 (рис. 1.3, *б*), то в соответствии с данными выше определениями в схеме не окажется ни одного ни последовательного, ни параллельного соединения: действительно, никакие хотя бы два элемента не образуют неразветвленный участок, т. е. ветвь, и поэтому ветвями являются только сами элементы, взятые в отдельности; кроме того, в схеме нет ветвей, подсоединенных к одной и той же паре узлов.

Заметим, что схема рис. 1.3, *б*) является примером двух других видов соединений: «звезда» и «треугольник». Звезда — это совокупность элементов, имеющих один общий узел, а треугольник — это три элемента, соединенных так, что они образуют замкнутый контур. Звездой в данной схеме является либо совокупность R_1, R_2, R_5 , либо совокупность R_3, R_4, R_5 , а треугольником — либо совокупность R_1, R_5, R_3 , либо совокупность R_2, R_4, R_5 .

На примере схем рис. 1.3 сделаем замечание, полезное иногда при решении задач. Если между точками α и β в качестве R_5 включен элемент с бесконечно большим (по сравнению с остальными элементами) сопротивлением (например идеальный вольтметр), то током, текущим через R_5

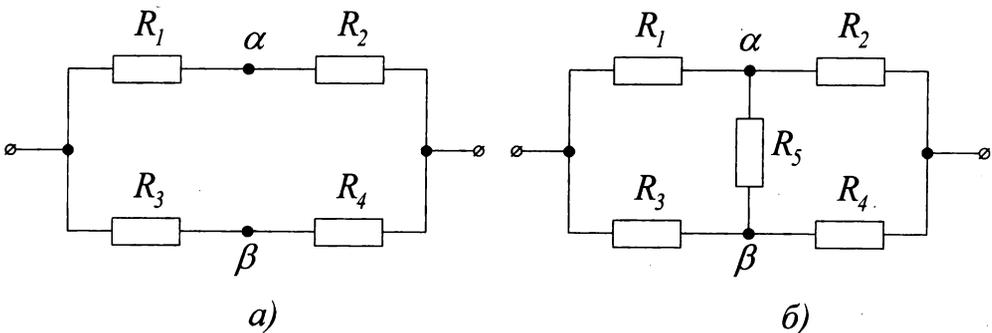


Рис. 1.3 Примеры соединения резисторов

(или элемент, играющий его роль) можно пренебречь и, следовательно, считать, что в точках α и β разветвления нет, и схема по-прежнему состоит из двух параллельных ветвей, как на рис. 1.3, *a*. Если же в качестве R_2 включен элемент с пренебрежимо малым сопротивлением (например идеальный амперметр), то разностью потенциалов между узлами α и β можно пренебречь и считать, что это один и тот же узел; тогда можно считать, что R_1 и R_3 соединены параллельно, R_2 и R_4 — тоже.

При рассмотрении схем принято называть *условно-положительным направлением* тока однократно выбранное для каждой ветви схемы произвольное направление тока; с ним совпадает условно-положительное направление падения напряжения на элементах ветви. Эти направления могут указываться на схемах стрелками. Знаки токов и напряжений, полученных в результате расчета, выполненного с учетом принятых направлений, означают совпадение (знак «плюс») или противоположность (знак «минус») истинного и условно-положительного направлений в каждой ветви.

Введенные понятия позволяют сформулировать два закона Кирхгофа. **Первый:** алгебраическая сумма мгновенных значений токов, выходящих из узла, равна нулю. **Второй:** при обходе замкнутого контура алгебраическая сумма мгновенных значений падений напряжений на элементах контура равна алгебраической сумме мгновенных значений ЭДС в этом контуре.

Знаки слагаемых при алгебраическом суммировании зависят от условно-положительных направлений токов и напряжений. Например, в первом законе со знаком «плюс» берутся выходящие из узла токи, а во втором — со знаком «плюс» — берутся слагаемые, условно-положительное направление которых совпадает с произвольно выбранным направлением обхода контура.

Уравнения, составленные для схемы по законам Кирхгофа, составят систему, решение которой позволит определить величины токов и напряжений и их знаки, показывающие совпадение или несовпадение истинных направлений величин с их произвольно выбранными условно-положительными направлениями.

Для того, чтобы составляемые уравнения были независимыми, предлагается следующий способ выбора узлов и контуров, для которых они записываются (назовем их *независимыми узлами и контурами*): независимым является каждый узел, отличающийся от узлов, рассмотренных до него, хотя бы одной новой ветвью; независимым является каждый контур, отличающийся от контуров, рассмотренных до него, хотя бы одной новой ветвью.

Ниже будут применяться и *следствия* из законов Кирхгофа. А именно: первый закон Кирхгофа справедлив не только для узла, но и для любой

части электрической цепи, охваченной произвольной замкнутой поверхностью; а также: мгновенное значение падения напряжения на ветви равно алгебраической сумме мгновенных значений падения напряжения на ее элементах.

§ 1.4. Эквивалентные преобразования

Эквивалентным преобразованием части схемы является такое, в результате которого напряжения и токи в непреобразованной части схемы не изменяются.

Эквивалентные преобразования используются для замены отдельных участков цепи эквивалентными участками, более удобными для рассмотрения цепи.

Рассматривая последовательную цепь (т. е. ветвь) из n однотипных элементов (например резисторов) — рис. 1.4, по которой течет ток i , создавая падение напряжения на ветви u , учитываем, что на основании

следствия из второго закона Кирхгофа, $u = \sum_{k=1}^n u_k$, где падение напряже-

ния на k -ом резисторе по закону Ома (1.4) $u_k = iR_k$. Тогда, если считать, что ветвь заменена эквивалентным сопротивлением $R_{\text{экв.посл}}$, то $u = iR_{\text{экв.посл}}$, откуда

$$R_{\text{экв.посл}} = \sum_{k=1}^n R_k. \quad (1.18)$$

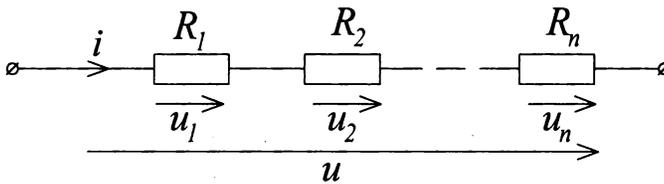


Рис. 1.4. Последовательное соединение элементов

При решении задач полезно иметь в виду, что при последовательном соединении резисторов падения напряжения на них распределяются между ними, согласно закону Ома, пропорционально их сопротивлениям.

Если ветвь состоит из n конденсаторов, то применяя, вместо закона Ома уравнение (1.8)

$$u_k = \frac{1}{C_k} \int i dt,$$

где C_k — емкость k -ого конденсатора, а u_k — падение напряжения на нем, можем заменить ветвь эквивалентной емкостью $C_{\text{экв.посл.}}$, определяемой аналогично рассмотренному выше:

$$\frac{1}{C_{\text{экв.посл.}}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k}. \quad (1.19)$$

Если ветвь состоит из n индуктивностей то, пользуясь вместо закона Ома выражением (1.14), запишем: $u_k = L_k \frac{di}{dt}$, и тогда индуктивность, эквивалентную данной ветви, определим аналогично предыдущему,

$$L_{\text{экв.посл.}} = \sum_{k=1}^n L_k. \quad (1.20)$$

Рассматривая параллельное соединение n однотипных элементов, например резисторов — рис. 1.5, к которой приложено напряжение u , создавая общий ток через схему i , учитываем, что по первому закону Кирхгофа

$$i = \sum_{k=1}^n i_k, \text{ где ток через } k\text{-тый резистор по закону Ома, } i_k = \frac{1}{R_k} u.$$

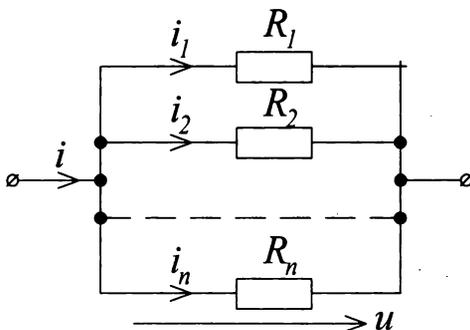


Рис. 1.5. Параллельное соединение элементов

Тогда, если схема рис. 1.5 заменена эквивалентным им сопротивлением

$R_{\text{экв.парал.}}$, то $i = \frac{1}{R_{\text{экв.парал.}}} u$, откуда

$$\frac{1}{R_{\text{экв.парал.}}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}, \text{ или } R_{\text{экв.парал.}} = \frac{\prod_{k=1}^n R_k}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} \prod_{m=1}^n R_m}. \quad (1.21)$$

Для случая $n = 2$ формула (1.21) принимает вид:

$$R_{\text{экв. парал.}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (1.21, a)$$

При решении задач полезно иметь в виду, что, согласно закону Ома, токи в параллельном соединении резисторов распределяются обратно пропорционально сопротивлениям резисторов. Если в параллель соединены

n конденсаторов, то по (1.8), $i_k = C_k \frac{du}{dt}$, откуда, аналогично предыдущему,

$$C_{\text{экв. парал.}} = \sum_{k=1}^n C_k. \quad (1.22)$$

Если в параллель соединены n индуктивностей, то по (1.14) $i_k = \frac{1}{L_k} \int u dt$, откуда аналогично предыдущему

$$\frac{1}{L_{\text{экв. парал.}}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_k}. \quad (1.23)$$

Заметим: формулы (1.20) и (1.23), так же как и формула (1.14), использованная для их вывода, справедливы только в том случае, когда каждая катушка находится лишь в собственном магнитном поле; в противном случае следовало бы учитывать явление взаимной индуктивной связи, которое будет рассмотрено ниже.

Взаимные эквивалентные преобразования для схем «звезда» и «треугольник» приведем на примере резистивных схем.

Пусть в некоторой цепи между точками 1, 2, 3 может быть подсоединена либо схема «звезда» (рис. 1.6, а) либо схема «треугольник» (рис. 1.6, б). Выведем условие взаимной эквивалентности обеих схем.

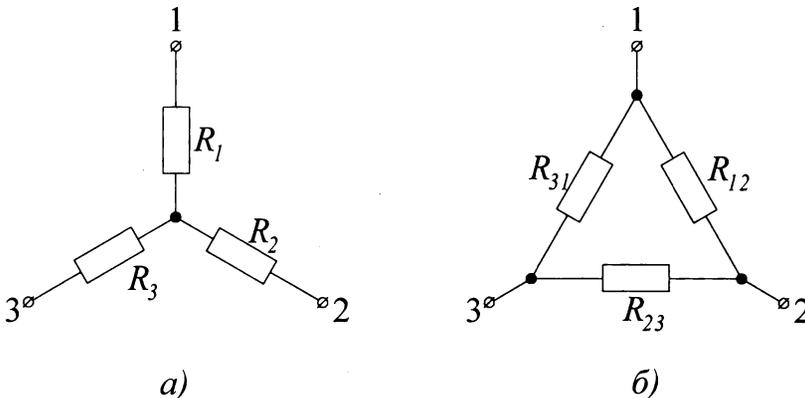


Рис. 1.6. Схема соединения элементов:

а — «звезда»; б — «треугольник»

Из определения эквивалентного преобразования (неизменность токов и напряжений в непреобразованной части схемы) следует, что для обеих схем должны быть равны сопротивления, замеренные между одними и теми же точками 1, 2, и 3. Например, сопротивление между точками 1 и 2 для схемы *a*): $R_1 + R_2$; для схемы *b*):

$$\frac{R_{12}(R_{23} + R_{31})}{R_{12} + (R_{23} + R_{31})},$$

должны быть равны, что и дает первое уравнение

$$R_1 + R_2 = \frac{R_{12}(R_{23} + R_{31})}{R_{12} + (R_{23} + R_{31})}.$$

Аналогичное рассмотрение сопротивления между точками 2 и 3 дает второе уравнение, а между точками 3 и 1 — третье уравнение.

Решение полученной системы позволяет либо вычислить параметры схемы *b*), если заданы параметры схемы *a*), либо вычислить параметры схемы *a*), если заданы параметры схемы *b*).

Описанная процедура дает формулы:

$$\begin{aligned} R_{12} &= R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}; & R_1 &= \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \\ R_{23} &= R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}; & R_2 &= \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \\ R_{31} &= R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2}; & R_3 &= \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}. \end{aligned} \quad (1.24)$$

Для дальнейшего материала является важным общее замечание к рассмотренным эквивалентным преобразованиям. Формулы (1.18), (1.21), (1.24) остаются справедливыми для общего случая линейных цепей синусоидального переменного тока, если в них сопротивления заменить комплексами (см. ниже) сопротивлений элементов или ветвей. С учетом этого формулы (1.24) могут быть применены и для преобразования схем соединений в трехфазных цепях переменного тока (см. ниже).

§ 1.5. Режимы работы источников в электрической цепи

В источнике электрической энергии каждый кулон электричества получает от сторонних сил энергию, а именно ЭДС. Однако, не вся эта энергия расходуется во внешней цепи (в потребителе, т. е. в нагрузке); часть ее расходуется зарядом при прохождении через элементы источника. Этот расход энергии, т. е. падение напряжения на элементах источни-

ка, можно учесть рассмотрением внутреннего сопротивления источника $R_{\text{вн}}$. Тогда на схеме источник электроэнергии заменяется совокупностью источника ЭДС и внутреннего сопротивления — рис. 1.7, где $R_{\text{н}}$ — сопротивление нагрузки (рассмотрение проводим на примере простейшей цепи постоянного тока).

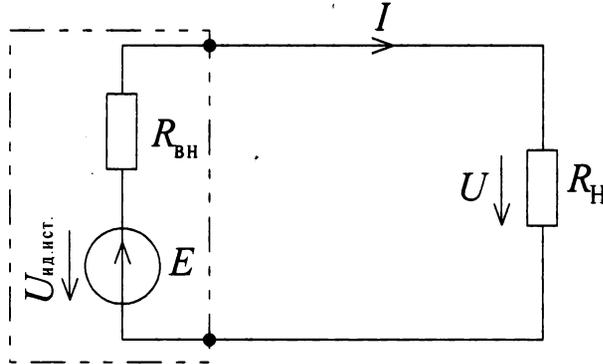


Рис. 1.7. Схема подключения источника ЭДС к нагрузке

Направление стрелки в кружочке, обозначающем идеальный источник ЭДС, показывает направление возрастания потенциала за счет действия сторонних сил. Следовательно, стрелка, показывающая направление разности потенциалов на идеальном источнике ЭДС, $U_{\text{ид.ист.}}$, идущая из точки с более высоким потенциалом в точку с более низким потенциалом, будет направлена встречно стрелке внутри кружочка.

Попутно заметим, что в нагрузке направление тока и направление стрелки, показывающей разность потенциалов, всегда совпадают, а в источнике — всегда противоположны.

Для схемы на рис. 1.7 очевидно:

$$I = \frac{E}{R_{\text{вн}} + R_{\text{н}}}, \quad (1.25)$$

откуда напряжение, приложенное к нагрузке,

$$U = IR_{\text{н}} = E - IR_{\text{вн}}, \quad (1.26)$$

где $IR_{\text{вн}}$ — падение напряжения на внутреннем сопротивлении источника. Тогда КПД схемы

$$\eta = \frac{P_{\text{н}}}{P_{\text{схемы}}} = \frac{I^2 R_{\text{н}}}{I^2 (R_{\text{н}} + R_{\text{вн}})}. \quad (1.27)$$

Соотношением $R_{\text{н}}$ и $R_{\text{вн}}$ определяется режим работы источника электроэнергии.

Рассмотрим возможные варианты:

а) $R_n \gg R_{вн}$. Тогда $\eta \rightarrow 1$. Режим называется *режимом холостого хода*. В соответствии с (1.25) увеличение R_n влечет за собой уменьшение тока. Ввиду малости $IR_{вн}$ по сравнению с IR_n падением напряжения на внутреннем сопротивлении источника можно пренебречь; тогда $U \approx E$, и источник можно рассматривать как *идеальный источник ЭДС*.

б) $R_n \ll R_{вн}$. Тогда $\eta \rightarrow 0$. Режим называется *режимом короткого замыкания*. Вся энергия расходуется на внутреннем сопротивлении источника, $U \rightarrow 0$ (в соответствии с (1.26)).

Из (1.25) следует, что ток стремится к значению тока короткого замыкания, определяется только величиной $R_{вн}$ и практически не зависит от R_n из-за его сравнительной малости, что позволяет рассматривать источник электроэнергии как *идеальный источник тока*. Одно из наиболее часто встречающихся обозначений источника тока на схеме видно из рис. 1.8, где представлена схема, эквивалентная изображенной на рис. 1.7.

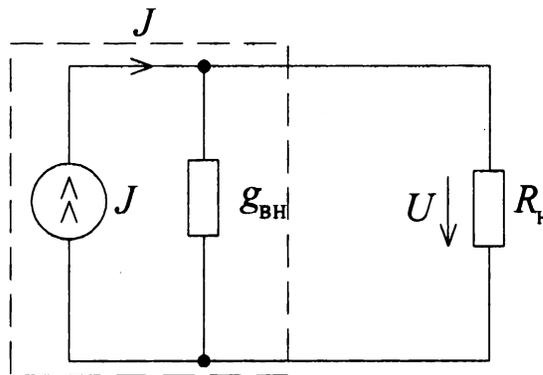


Рис. 1.8. Схема подключения источника тока к нагрузке

Здесь J — ток, создаваемый идеальным источником тока; этот ток не зависит от R_n . Идеальный источник ЭДС и идеальный источник тока — понятия теоретические. В них выходной сигнал (для источника тока — ток) не зависят от сопротивления нагрузки; это означает, что мощность их выходных сигналов может быть сколь угодно большой. В реальных источниках электроэнергии это не так, и потому, чтобы учесть это обстоятельство, заменяя реальный источник идеальным, источник ЭДС изображают вместе с последовательным внутренним сопротивлением $R_{вн}$ источника (рис. 1.7), а источник тока — вместе с параллельной внутренней проводимостью $g_{вн}$ источника (рис. 1.8). Для эквивалентного перехода от одного представления к другому очевидны формулы, связывающие их параметры:

$$J = \frac{e}{R_{\text{вн.}}}; \quad g_{\text{вн.}} = \frac{1}{R_{\text{вн.}}}; \quad e = \frac{J}{g_{\text{вн.}}}; \quad R_{\text{вн.}} = \frac{1}{g_{\text{вн.}}} \quad (1.28)$$

(для идеальных же источников внутреннее сопротивление источника ЭДС — ноль, а источника тока — бесконечность).

в) *Согласованный режим.* В режиме холостого хода $\eta \rightarrow 1$; это означает, что почти всю мощность, выделяемую в цепи, получает нагрузка. Однако эта мощность мала (при $R_{\text{н}} \rightarrow \infty$ ток $I \rightarrow 0$). В режиме короткого замыкания сопротивление нагрузки — величина малая (в идеале $R_{\text{н}} \rightarrow 0$), и в соответствии с (1.25) ток принимает максимальное значение, стремясь к значению тока короткого замыкания. Следовательно, максимальна и мощность, но $\eta \rightarrow 0$, потому что эта мощность выделяется не на нагрузке, а на внутреннем сопротивлении источника. Поскольку в обоих крайних случаях ($R_{\text{н}} \rightarrow \infty$ и $R_{\text{н}} \rightarrow 0$) полезная мощность (т. е. мощность на нагрузке) нулевая, а при промежуточных — конечных значениях — отлична от нуля, естественна постановка вопроса: а при каком значении полезная мощность будет максимальна?

Запишем выражение для полезной мощности, используя (1.25):

$$P_{\text{н}} = I^2 R_{\text{н}} = \left[\frac{E}{R_{\text{н}} + R_{\text{вн.}}} \right]^2 R_{\text{н}}. \quad (1.29)$$

Стандартная для поиска экстремума процедура, а именно взятие производной от (1.29) и приравнивание ее к нулю: $\frac{\partial P_{\text{н}}}{\partial R_{\text{н}}} = 0$, дает алгебраическое уравнение, решая которое получаем: $R_{\text{н}} = R_{\text{вн.}}$. (Заметим: производная берется частная, поскольку $R_{\text{н}}$ не является независимой переменной.) Такой режим называется согласованным. Он дает максимально возможное значение полезной мощности, получаемое, правда, дорогой ценой: нетрудно видеть, при этом $\eta = 0,5$. Согласованный режим экономически невыгоден (из-за больших потерь), и применять его целесообразно только в сигнальных цепях (радио, телевидение, измерения и т. п.).

г) *Номинальный режим.* Этот режим занимает промежуточное положение между режимами холостого хода и согласованным; он используется в силовых цепях, и номинальные данные промышленных установок, обеспечивающие этот режим, выбираются из условия получения приемлемой полезной мощности при возможно более высоких значениях η .

ГЛАВА II

ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ПЕРИОДИЧЕСКОГО ТОКА

§ 2.1. Средние и действующие значения величин

Если величины (ток или напряжение, или ЭДС, или мощность) изменяется периодически с частотой f (размерность частоты $1/c$, название единицы измерения — герц, сокращенно — Гц), то *среднее* значение за период T (период измеряется в секундах, $T = 1/f$) определяется:

$$U_{\text{cp}} = \frac{1}{T} \int_0^T u dt . \quad (2.1)$$

Формула (2.1) записана для напряжения. Для ЭДС, для тока, для мощности формулы аналогичны.

Для мощности наиболее часто употребляется именно понятие среднего значения, поэтому средняя мощность обозначается прописной буквой P , которая не снабжается дополнительным индексом:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt . \quad (2.1, a)$$

Для оценки периодически изменяющегося напряжения (также ЭДС и тока) используется и понятие «действующее значение» (в старой отечественной литературе, а также в иностранной используется термин «эффективное значение»).

Действующим значением переменного периодического сигнала называется значение такого постоянного сигнала, который за один период совершает ту же работу, что и рассматриваемый переменный. Обозначается прописной буквой без дополнительного индекса (U, I, E); ниже рассматривается на примере напряжения; для тока и ЭДС рассмотрение аналогично).

За время dt переменное напряжение u , приложенное, например, к резистору r , производит работу $\frac{u^2}{r} dt$, а действующее значение напряжения U — работу $\frac{U^2}{r} dt$. Интегрируя оба выражения по периоду и приравнявая результаты в соответствии с данным определением, получаем:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} . \quad (2.2)$$

Для напряжения, тока, ЭДС наиболее часто применяется понятие именно действующего значения, поэтому для этих величин его обозначение не снабжается дополнительным индексом.

Частным случаем периодического сигнала является *гармонический сигнал*, описываемый синусоидальной (или косинусоидальной) зависимостью (заметим, что выбор синусоидальной или косинусоидальной зависимости равноправен, т. к. эти зависимости отличаются друг от друга только сдвигом по фазе на 90° ; в данном пособии выбрана синусоидальная зависимость).

Рассмотрим значение действующего напряжения (или тока, или ЭДС) и средней мощности для гармонического сигнала.

Пусть $u = U_M \sin \omega t$ (индексом «М» принято обозначать амплитудное значение). Начальная фаза принята нулевой, и из дальнейшего вывода видно, что это, чуть сокращая запись, не нарушает общности изложения. Тогда из (2.2) имеем:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U_M^2 \sin^2 \omega t dt} = U_M \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt} = \frac{1}{\sqrt{2}} U_M \quad (2.3)$$

(при интегрировании учтено, что интеграл по периоду от гармонической функции равен нулю).

Зависимости для определения действующего значения тока (ЭДС) аналогичны формуле (2.3)

$$I = \frac{1}{\sqrt{2}} I_M, \quad E = \frac{1}{\sqrt{2}} E_M.$$

Для определения средней мощности гармонического сигнала подставим (1.3) в (2.1, а). Учитываем, что в общем случае начальные фазы синусоидальных напряжения и тока могут не совпадать, а потому без потери общности мы имеем право принять нулевое значение лишь для какой-либо одной из них.

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_M \sin \omega t \cdot I_M \sin(\omega t + \varphi) dt = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T U_M I_M (\sin^2 \omega t \cos \varphi + \sin \omega t \cos \omega t \sin \varphi) dt = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \left[\frac{U_M I_M}{2} (1 - \cos 2\omega t) \cos \varphi + \frac{U_M I_M}{2} \sin 2\omega t \sin \varphi \right] dt = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T [U I (1 - \cos 2\omega t) \cos \varphi + U I \sin 2\omega t \sin \varphi] dt. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Первое слагаемое подынтегрального выражения знакопостоянно, поэтому мощность, выражаемая им, только отбирается от сети; при интегрировании по периоду именно это слагаемое и дает формулу средней за период мощности, потребляемой от сети:

$$P = UI \cos \varphi. \quad (2.5)$$

В соответствии с введенным ранее термином она называется *активной*. Второе слагаемое при интегрировании по периоду даст ноль. Оно знакопеременно; это означает, что в течение периода мощность, выражаемая им, то потребляется от сети, то возвращается нагрузкой обратно в сеть. Амплитуда этой мощности обозначается Q и, в соответствии с введенным выше термином, эта величина называется *реактивной* мощностью:

$$Q = UI \sin \varphi. \quad (2.6)$$

Наибольшее значение активной мощности, возможное при данных значениях напряжения и тока, называется *полной* мощностью и обозначается S :

$$S = UI. \quad (2.7)$$

Из (2.5), (2.6), (2.7) очевидно, что

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (2.8)$$

Размерность всех трех рассмотренных мощностей формально одна и та же, однако единицы измерения принято называть по-разному: для активной мощности — *ватт* (Вт); для полной — *вольт-ампер* (ВА); для реактивной — *вольт-ампер реактивный* (ВАр).

§ 2.2. Соотношение действующих значений напряжения и тока и сдвиг по фазе в цепи синусоидального переменного тока

Пусть имеется последовательная цепь, изображенная на рис. 2.1. Цепь запитана током i и нас будут интересовать напряжения, показанные на схеме.

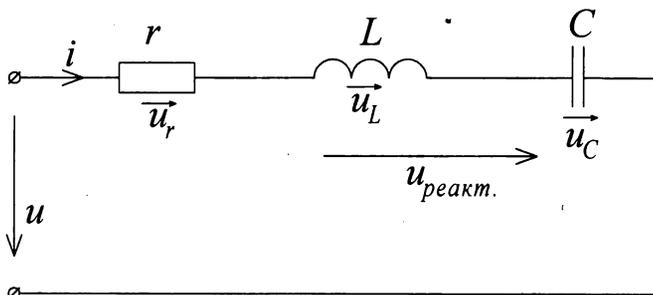


Рис. 2.1. Последовательное включение резистора, индуктивности и конденсатора

Без потери общности начальную фазу тока можно принять нулевой; выражая амплитуду через действующее значение аналогично (2.3) — это удобно, потому что измерительные приборы дают именно действующие значения, — имеем:

$$i = \sqrt{2}I \sin \omega t. \quad (2.9)$$

Подставляя (2.9) в формулы (1.17), (1.14), (1.8), будем получать мгновенные значения напряжения соответственно на резисторе, на индуктивности, на емкости. Сравнивая каждый из результатов с общим видом формулы для мгновенного значения напряжения:

$$u = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi) \quad (2.10)$$

будем делать вывод о величинах U и φ для каждого из напряжений, обозначенных на рис. 2.1.

Итак, для резистора подстановка (2.9) в (1.17) дает:

$$u_r = \sqrt{2}Ir \sin \omega t,$$

откуда (см. 2.10) имеем:

$$U_r = Ir, \quad (2.11)$$

а, $\varphi = 0$, что означает, что ток и напряжение на резисторе синфазны.

Для индуктивности из (2.9) и (1.14) имеем:

$$u_L = \sqrt{2}I\omega L \cos \omega t = \sqrt{2}Ix_L \cos \omega t, \quad (2.12),$$

где обозначено $x_L = \omega L$.

Для возможности оценки фазы следует (2.12) выразить через ту же тригонометрическую функцию, что и (2.9), т. е. через синус:

$$u_L = \sqrt{2}Ix_L \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}). \quad (2.12, a)$$

Сравнивая (2.12, a) с (2.10), получаем действующее значение напряжения

$$U_L = Ix_L, \quad (2.13)$$

а $\varphi_L = +\frac{\pi}{2}$, т. е. в индуктивности напряжение является опережающим на $\frac{\pi}{2}$ относительно тока.

Аналогичным образом подстановка (2.9) в (1.8) дает для конденсатора

$$u_C = -\sqrt{2}I \frac{1}{\omega C} \cos \omega t = -\sqrt{2}Ix_C \cos \omega t, \quad (2.14)$$

где обозначено: $x_C = \frac{1}{\omega C}$.

Заметим, что при рассмотрении установившихся процессов в цепи гармонического переменного тока постоянную интегрирования при взятии неопределенного интеграла здесь и далее опускаем, так как в гармоническом процессе она равна нулю.

Для оценки фазы выражаем (2.14) через функцию синуса:

$$u_C = \sqrt{2}I x_C \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}). \quad (2.14, a)$$

Сравнивая с (2.10), получаем:

$$U_C = I x_C, \quad (2.15)$$

а $\varphi_C = -\frac{\pi}{2}$, т. е. в емкости напряжение отстает по фазе от тока на $\frac{\pi}{2}$.

Тогда падение напряжения на реактивной части цепи (см. рис. 2.1) из (2.12) и (2.14) на основании второго закона Кирхгофа:

$$u_{\text{реак.}} = u_L + u_C = \sqrt{2}I x \cos \omega t, \quad (2.16)$$

где обозначено: $x = x_L - x_C$. И тогда также на основании второго закона Кирхгофа напряжение, приложенное ко всей схеме,

$$u = u_r + u_{\text{реак.}} = \sqrt{2}I(r \sin \omega t + x \cos \omega t). \quad (2.17)$$

Подчеркнем, что уравнения типа (2.16) и (2.17) записываются именно для мгновенных значений (но ни в коем случае не для действующих значений, что было бы грубой, но, к сожалению, часто встречающейся ошибкой).

Вводим величину

$$z = \sqrt{r^2 + x^2} \quad (2.18)$$

и на эту величину умножаем и делим выражение (2.17).

$$u = \sqrt{2}I z \left(\frac{r}{z} \sin \omega t + \frac{x}{z} \cos \omega t \right).$$

Нетрудно видеть, что коэффициенты при синусе и при косинусе в скобках этого выражения безразмерны и не превосходят единицы, что дает нам право принять, что

$$\frac{r}{z} = \cos \varphi, \quad \frac{x}{z} = \sin \varphi, \quad (2.19)$$

где φ — какой-то угол, равный, в соответствии с (2.19)

$$\varphi = \arctg \frac{x}{r}. \quad (2.20)$$

Тогда выражение для рассматриваемого напряжения приводится к виду:

$$u = \sqrt{2}Iz \sin(\omega t + \varphi). \quad (2.21)$$

Сравнение с (2.10) дает, что его действующее значение

$$U = Iz, \quad (2.22)$$

а напряжение отличается по фазе от тока на угол, определяемый (2.20).

Нетрудно видеть, что введенные выше величины: x_L , x_C , x , z — имеют размерность сопротивления (Ом). Поэтому в соответствии с их физическим смыслом — они называются:

x — реактивное сопротивление;

x_L — индуктивное сопротивление;

x_C — емкостное сопротивление;

z — полное сопротивление (в иностранной литературе — импеданс).

Формулы (2.11), (2.13), (2.15), (2.16, а), (2.22) аналогичны закону Ома (1.4) или (1.17), и поэтому их часто называют аналогами закона Ома для действующих значений.

Подстановка этих формул, а также формул (2.19) в полученные выше выражения для мощности (2.5), (2.6), (2.7) дает удобные для пользования выражения:

$$P = I^2 r; \quad Q = I^2 x; \quad S = I^2 z.$$

При этом реактивную мощность можно представить как сумму двух слагаемых:

$$Q = I^2(x_L - x_C) = I^2 x_L - I^2 x_C = Q_L - Q_C,$$

где обозначено: Q_L — индуктивная мощность, Q_C — емкостная мощность.

Выведенные соотношения получены в предположении, что через элементы цепи течет один и тот же ток, т. е., что элементы цепи или эквиваленты отдельных участков цепи (если эти участки цепи были подвергнуты каким-то эквивалентным преобразованиям) соединены последовательно.

Для выяснения соотношений, удобных при рассмотрении параллельно соединенных участков цепи (или их эквивалентов) следует рассмотреть схему, представленную на рис. 2.2.

Элементы схемы соединены параллельно, и напряжение, приложенное к ним, пусть

$$u = \sqrt{2}U \sin \omega t. \quad (2.23)$$

При рассмотрении параллельных соединений удобнее применять понятие проводимости, а потому уравнение (1.17) перепишем здесь в виде: $i = gu$. Подставляя в него, а также в (1.14) и (1.8) напряжение (2.23), будем сравнивать получаемый результат с общим видом формулы для мгновенного значения тока

$$i = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi) \quad (2.24)$$

и из сравнения будем делать вывод о величинах I и φ .

Производимые выкладки аналогичны рассмотренным только что и поэтому могут быть приложены студентам для самостоятельного выполнения. По ходу выкладок будет полезно ввести обозначения:

$$b_L = \frac{1}{\omega L}; \quad b_C = \omega C; \quad b = b_L - b_C; \quad \text{а также } y = \sqrt{g^2 + b^2}. \quad (2.25)$$

Введенные таким образом величины имеют размерность проводимости (См) и в соответствии с их физическим смыслом называются:

b — реактивная проводимость;

b_L — индуктивная проводимость;

b_C — емкостная проводимость;

y — полная проводимость (в иностранной литературе — адмитанс).

Получаемые действующие значения токов через резистор, индуктивность, емкость и суммарного тока через оба реактивных элемента — соответственно:

$$I_r = Ug; \quad I_L = Ub_L; \quad I_C = Ub_C; \quad I_{\text{реакт.}} = Ub, \quad (2.26)$$

а действующее значение тока через всю систему

$$I = Uy. \quad (2.27)$$

Получаем значение фазового сдвига между напряжением и током в каждом из элементов совпадает с результатом, полученным ранее: в резисторе ток и напряжение синфазны, в индуктивности ток отстает от

напряжения на $\frac{\pi}{2}$, а в емкости — на $\frac{\pi}{2}$ его опережает. Ток, потребляемый

всей схемой рис. 2.2, отличается по фазе от приложенного напряжения на угол

$$\varphi = \arctg \frac{b}{g}. \quad (2.28)$$

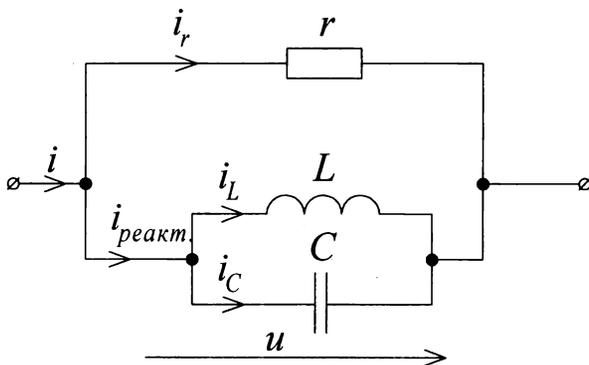


Рис. 2.2. Параллельное соединение элементов электрической цепи

Из полученных формул можно аналогично предыдущему получить выражения для мощности и в этом случае:

$$P = U^2 g; \quad Q = U^2 b = U^2 (b_L - b_C) = U^2 b_L - U^2 b_C = Q_L - Q_C; \quad S = U^2 y.$$

Эти формулы удобны при расчете параллельных цепей.

§ 2.3. Представление гармонической функции в виде проекции вращающегося вектора. Векторные диаграммы

Пусть в декартовых координатах задан вектор (рис. 2.3); его модуль (т. е. длина) U_M , его начальное положение в момент $t=0$ определено углом ψ между абсциссой и вектором. Вектор вращается в положительном направлении (т. е. против часовой стрелки) с угловой скоростью ω . Тогда в произвольный момент времени t угол между абсциссой и вектором будет $(\omega t + \psi)$, а проекция вектора на ординату будет равна $U_M \sin(\omega t + \psi)$.

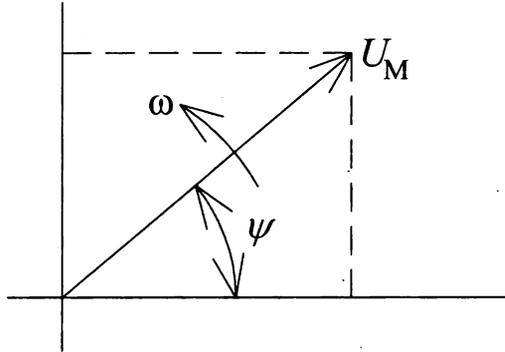


Рис. 2.3. Вращающийся вектор в декартовых координатах

Из этого следует, что, если, например, мгновенное значение напряжения задано синусоидальной функцией $u = U_M \sin(\omega t + \psi)$, то эта функция может быть представлена как проекция на ось ординат вектора с длиной U_M , вращающегося с угловой скоростью ω из начального положения, определенного начальной фазой ψ . Аналогично можно представить проекцией вращающегося вектора синусоидально изменяющийся ток и синусоидально изменяющуюся ЭДС.

В порядке примечания напомним, что выбор синусоидальной или косинусоидальной функции равноправен; разница между этими зависимостями, выражающаяся в фазовом сдвиге на $\pi/2$, означает просто смещение момента начала отсчета на четверть периода. Что касается рис. 2.3, то,

если бы мы захотели выбрать косинусоидальную функцию, то сейчас точно так же рассматривали бы проекцию вращающегося вектора не на ординату, а на абсциссу.

Вспомним, что один из способов суммирования векторов — суммирование по проекциям: вектора проецируются на координатные оси, и по каждой из осей проекция суммарного вектора равна сумме проекций векторов — слагаемых. Отсюда следует, что суммированию мгновенных значений, например напряжений (т. е. синусоидальных функций), однозначно соответствует суммирование векторов, проекциями которых эти синусоидальные функции являются. Аналогично утверждение справедливо и для суммирования мгновенных значений токов.

Высказанная мысль оказывается перспективной, если вспомнить, что законы Кирхгофа, которые нужны для расчета цепей, как раз и сводятся к суммированию мгновенных значений: первый закон — значений токов, второй закон — значений напряжений.

В результате этих рассуждений законы Кирхгофа, сформулированные первоначально для мгновенных значений, оказываются справедливыми для рассматриваемых векторов.

Обсуждаемые нами вектора — вращающиеся; однако в одной и той же цепи все векторы напряжений и все векторы токов вращаются с одной и той же угловой скоростью, а стало быть, углы между векторами сохраняются неизменными.

Значит, векторы надо рассматривать лишь в какой-то один, произвольно выбранный момент времени; в качестве этого момента удобнее всего выбрать $t = 0$, и тогда все векторы оказываются в положениях, определяемых их начальными фазами.

Длины векторов равны амплитудам соответствующих напряжений и токов. Это не очень удобно, потому что измерительные приборы (вольтметры, амперметры) дают нам, как правило, действующие, а не амплитудные значения. Поэтому целесообразно все векторы уменьшить в $\sqrt{2}$ раз; тогда, в соответствии с (2.3), их длина будет равна действующим значениям.

Из изложенного очевидна идея метода, к которому мы подходим: для расчета схемы необходимо применить законы Кирхгофа, но, вместо того чтобы, согласно этим законам, суммировать мгновенные значения, мы будем суммировать соответствующие им векторы; информацию же об этих векторах (длины, равные действующим значениям, и положения, определяемые фазовыми углами) мы имеем на основании материала предыдущего параграфа.

Графические построения, выполняемые для этой процедуры, называются *векторными диаграммами*. Рассмотрим несколько примеров построения векторных диаграмм.

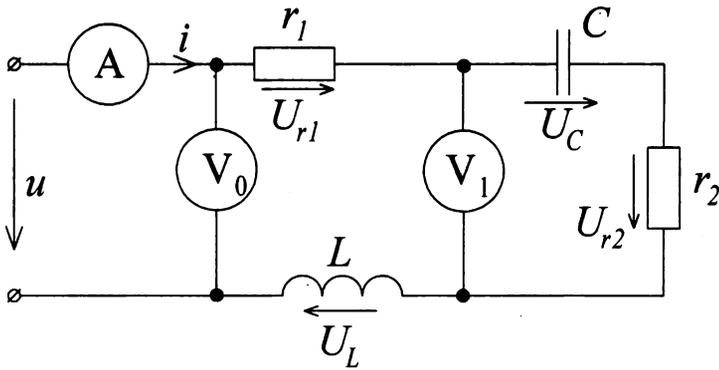


Рис. 2.4. Последовательное соединение элементов электрической цепи

Пусть имеется цепь, представленная на рис. 2.4. Если изображенные на рисунке приборы идеальны, элементы r_1, r_2, C, L составляют ветвь и соединены последовательно. Общим для них оказывается ток, и поэтому построение векторной диаграммы (рис. 2.5, а) начинаем именно с вектора тока \bar{I} . Без потери общности принимаем начальную фазу тока нулевой

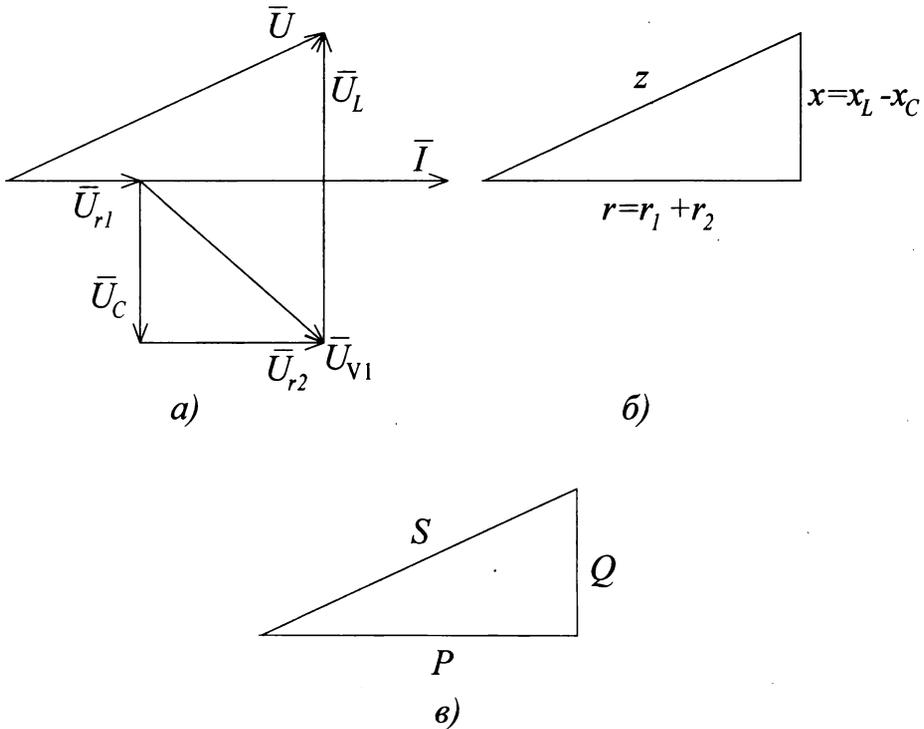


Рис. 2.5. Пример построения векторной диаграммы для последовательного соединения элементов электрической цепи

(т. е. вектор \bar{I} направлен горизонтально вправо). Если же на самом деле начальная фаза тока отличается от нуля на какой-то угол, то всю векторную диаграмму, построенную на рис. 2.5 следует развернуть на этот угол.

Далее следует построить векторы падений напряжения на элементах схемы. Поскольку эти элементы на рис. 2.4 соединены последовательно, мгновенное значение напряжения, приложенного ко всей схеме, будет равно сумме мгновенных значений падений напряжения на элементах схемы. Поэтому вектор напряжения \bar{U} будет равен векторной сумме векторов $\bar{U}_r, \bar{U}_C, \bar{U}_r, \bar{U}_L$; строим эти векторы, пристраивая их друг к другу в соответствии с правилом суммирования векторов методом многоугольника. При этом ориентируем эти вектора напряжений, поворачивая их относительно вектора тока в соответствии с материалом предыдущего параграфа.

Одновременно строим вектор напряжения \bar{U}_r , являющийся в соответствии со схемой, векторной суммой вектора напряжений \bar{U}_C и \bar{U}_r .

Если данное построение выполнить, соблюдая масштаб и определяя длины векторов $\bar{U}_r, \bar{U}_C, \bar{U}_r, \bar{U}_L$ в соответствии с формулами (2.11), (2.13), (2.15), то по векторной диаграмме можно определить действующие значения и фазы (относительно тока) напряжений, приложенных к вольтметрам V_0 и V_1 .

Если рассматривать не последовательную, а параллельную схему, например, представленную на рис. 2.6, то построение векторной диаграммы (рис. 2.7) следует начинать с вектора \bar{U} , поскольку напряжение является общим для всех параллельно соединенных элементов.

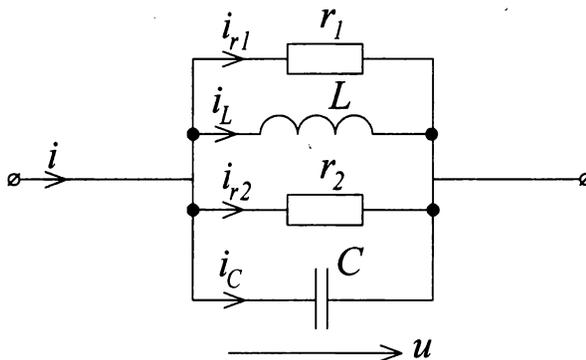


Рис. 2.6. Параллельное соединение элементов электрической цепи

После этого строим векторы токов, протекающих через элементы. Длины этих векторов (т. е. модули) равны действующим значениям соответствующих токов и определяются в соответствии с (2.25). Ориентируем эти вектора токов, поворачивая их относительно вектора напряжения в соответствии с материалом предыдущего параграфа. Суммировать векторы

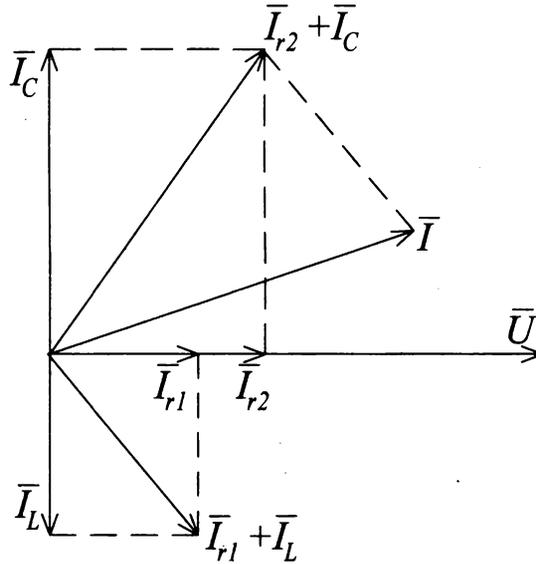


Рис. 2.7 Пример построения векторной диаграммы для параллельного соединения элементов электрической цепи

можно различными способами: например, для векторной диаграммы на рис. 2.5 мы применили метод многоугольника, а для векторной диаграммы на рис. 2.7 применен метод параллелограмма, а именно построены параллелограммы для двух произвольно взятых пар векторов и затем параллелограмм для двух получившихся суммарных векторов (можно было поступить и иначе: просуммировать два коллинеарных вектора \bar{I}_{r1} и \bar{I}_{r2} и два коллинеарных вектора \bar{I}_L и \bar{I}_C , а затем построить параллелограмм на двух получившихся промежуточных сумм). В результате суммирования получен вектор \bar{I} , соответствующий току через всю схему. Приемы, применяемые для построения векторных диаграмм для смешанных соединений, проиллюстрируем на примерах. Пусть дана схема, представлена на рис. 2.8.

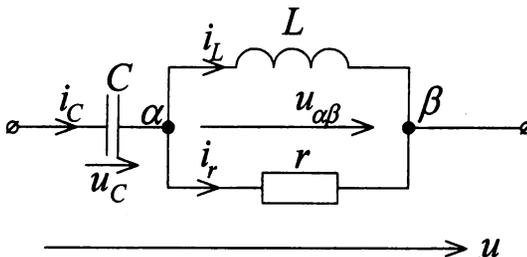


Рис. 2.8. Пример цепи со смешанным соединением (для построения векторной диаграммы)

Построение векторной диаграммы (рис. 2.9) удобно начать с вектора $\bar{U}_{\alpha\beta}$, соответствующего напряжению, приложенному к параллельному участку схемы. Построив, в соответствии с вышеизложенным, вектор \bar{I}_r , коллинеарный вектору $\bar{U}_{\alpha\beta}$, и вектор \bar{I}_L , отстающий от него на $\frac{\pi}{2}$, суммируем их. Полученный вектор \bar{I}_C соответствует току, потребляемому всей схемой. Этот ток, проходя через емкость C , создает на ней падение напряжения, отстающее от тока по фазе на $\frac{\pi}{2}$. Вектор этого напряжения \bar{U}_C пристраиваем к началу вектора $\bar{U}_{\alpha\beta}$, что дает возможность, в соответствии с методом параллелограмма для суммирования векторов, получить вектор \bar{U} .

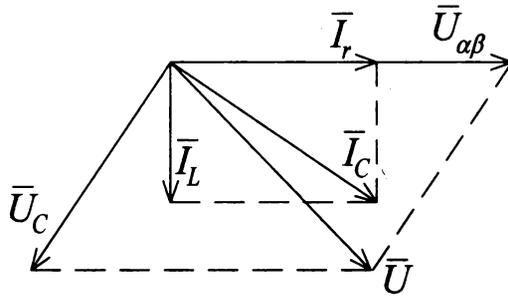


Рис. 2.9. Пример векторной диаграммы для цепи со смешанным соединением

В качестве следующего примера построим векторную диаграмму для схемы, представленной на рис. 2.10.

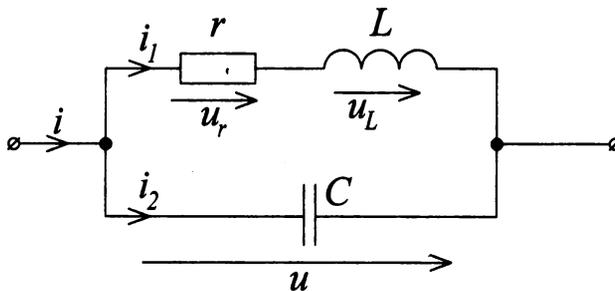


Рис. 2.10. Пример цепи со смешанным соединением (для построения векторной диаграммы)

Построение векторной диаграммы (рис. 2.11) удобно начать с вектора тока \bar{I}_1 .

Тогда вектор \bar{U}_r коллинеарен ему, а вектор \bar{U}_L опережает на $\frac{\pi}{2}$. Суммируя их (например методом параллелограмма), получаем вектор \bar{U} , соответствующий напряжению, приложенному ко всей схеме. Это же напряжение приложено и к конденсатору C , включенному параллельно рассмотренной ветви.

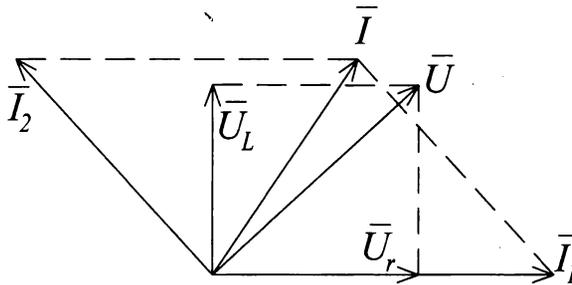


Рис. 2.11. Пример векторной диаграммы для цепи со смешанным соединением

Ток конденсатора I_2 является опережающим на 90° относительно напряжения. Сумма токов обеих ветвей является током, потребляемым всей схемой. Суммирование векторов \bar{I}_1 и \bar{I}_2 на данной векторной диаграмме было удобно выполнить методом многоугольника лишь по той причине, что это позволило упростить построение.

Вернемся к рассмотренным выше простейшим векторным диаграммам (рис. 2.5, 2.7).

Напомним, что сумма (в том числе векторная) обладает свойствами перестановочности и сочетательности. Поэтому сумму векторов на диаграмме рис. 2.5, а можно представить и так: $(\bar{U}_r + \bar{U}_c) + (\bar{U}_L + \bar{U}_C) = \bar{U}$. Диаграмма, построенная в соответствии с этой записью, будет эквивалентна диаграмме рис. 2.5, но графически примет более простой вид: получится прямоугольный треугольник, один катет которого $(\bar{U}_r + \bar{U}_c)$ будет активной составляющей напряжения, другой $(\bar{U}_L + \bar{U}_C)$ — реактивной составляющей, а гипотенуза \bar{U} — приложенным к схеме напряжением. Полученная фигура называется *треугольником напряжений*. При делении всех ее сторон на ток, общий для всей схемы, получится треугольник, подобный предыдущему, со сторонами: $(r_1 + r_2)$, x , z . Его называют *треугольником сопротивлений* (рис. 2.5, б). А умножение всех сторон треугольника напряжений на общий ток дает *треугольник мощностей* со сторонами: P , Q , S (рис. 2.5, в).

Аналогичные процедуры, проведенные для представленной на рис. 2.7 векторной диаграммы параллельной схемы, также даст *треугольники токов, проводимостей, мощностей*.

Треугольники сопротивлений, проводимостей и мощностей удобны как наглядная геометрическая интерпретация полученных выше выражений: (2.18), (2.25), (2.8), а потому необходимы для более глубокого понимания материала.

§ 2.4. Аналитические интерпретации расчета цепей по векторным диаграммам. Классический метод расчета

Как следует из предыдущего параграфа, построение точных (с соблюдением масштабов) векторных диаграмм соответствует уравнениям Кирхгофа, которые описывают схемы, запитанные гармоническим переменным током и работающие в установившемся режиме. Таким образом, построение векторных диаграмм является графическим способом расчета схем.

Но графический расчет трудоемок, и точность его ограничена точностью построения. Поэтому целесообразно заменить графические процедуры их аналитическим описанием. Для этого векторная диаграмма привязывается к системе координат с использованием соответствующего математического аппарата. Применяются либо декартовы координаты, либо вещественная и мнимая оси на комплексной плоскости.

В соответствии с выбранным математическим аппаратом различают методы расчета: классический и комплексный.

Оговорим: несмотря на переход к аналитическому рассмотрению, построение векторных диаграмм (хотя бы и не в масштабе) остается крайне желательным: во-первых, ради наглядности, а во-вторых, в отдельных частных случаях рассмотрение векторной диаграммы позволяет подменить решение электротехнической задачи решением геометрической задачи.

Рассмотрим пару примеров на применение классического метода.

В порядке примечания к этим (а также и ко всем последующим) примерам, напомним, что численные данные следует подставлять в формулы только в размерностях используемой системы единиц, в частности, например, не микрофарады, а фарады и т. п.). Это напоминание существенно, ибо, несмотря на уже пройденный в школе курс физики, студенты часто этим правилом пренебрегают, что и приводит к типичным ошибкам.

Пример 1

Необходимо, имея в своем распоряжении источник питания с напряжением $U=220\text{В}$ и частотой $f=50\text{Гц}$, запитать активную нагрузку, рассчитанную на номинальное напряжение $U_{\text{н}}=80\text{В}$ и номинальный ток $I_{\text{н}}=4\text{А}$.

Рассчитать, какой дополнительный элемент надо включить последовательно с этой нагрузкой, чтобы обеспечить ей номинальный режим.

Решение

Сопротивление рассматриваемой нагрузки $r_n = \frac{U_n}{I_n} = \frac{80}{4} = 20$ Ом. Для

того чтобы ток в цепи был номинальным, полное сопротивление в цепи,

в соответствии с (2.22) (§ 2.2) должно быть: $z = \frac{U}{I_n} = \frac{220}{4} = 55$ Ом. Если

в качестве дополнительного элемента выбрать активное сопротивление, то полное сопротивление цепи будет активным, а сопротивление дополнительного элемента $r_{\text{доп}} = 55 - 20 = 35$ Ом. Недостатком этого простого решения будут тепловые потери, то есть нагрев $r_{\text{доп}}$. Если же в качестве дополнительного элемента выбрать реактивный элемент, то его реактивное сопротивление,

в соответствии с (2.18), $x = \sqrt{z^2 - r_n^2} = \sqrt{55^2 - 20^2} = \pm 51,2$ Ом.

Если этим реактивным элементом будет конденсатор, то есть $|x| = x_C$, то для определения его емкости найдем круговую (циклическую) частоту: $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314 \frac{1}{c}$ и тогда

$$C = \frac{1}{\omega x_C} = \frac{1}{314 \cdot 51,2} = 62,2 \cdot 10^{-6} \Phi = 62,2 \text{ мк}\Phi.$$

Если же воспользоваться катушкой, то есть $|x| = x_L$, то ее индуктивность должна быть $L = \frac{x_L}{\omega} = \frac{51,2}{314} = 0,163 \text{ Гн} = 163 \text{ мГн}$. Заметим, что

индуктивный элемент, назначением которого является именно внесение в цепь индуктивного сопротивления, называется *дросселем*.

Рассмотренный способ ограничения тока часто используется, в частности, для включения люминесцентных ламп, для зарядки маломощных аккумуляторов (например, в бытовых карманных аккумуляторных фонариках).

При решении вопроса о том, что целесообразнее использовать: емкость или индуктивность, — исходят из того, что схемы с емкостью компактнее, а схемы с дросселем удобны тем, что индуктивность дросселя легко регулировать (см. ниже в конце параграфа 5.4).

Пример 2

В качестве второго примера рассчитаем схему, представленную на рис. 2.4 (§ 2.3).

Пусть для этой схемы задано:

$$u = 567,7 \sin 800t \text{ В};$$

$$L = 2,5 \text{ Гн};$$

$$C = 1,04 \text{ мкФ};$$

$$r_1 = 100 \text{ Ом};$$

$$r_2 = 500 \text{ Ом}.$$

Надо найти показания приборов, мгновенное значение тока, а также начальную фазу напряжения, приложенного к вольтметру V_1 , и начальную фазу тока.

Решение

Действующее значение приложенного к схеме напряжения

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} U_M = \frac{567,7}{\sqrt{2}} = 400 \text{ В (это покажет вольтметр } V_0);$$

активное сопротивление схемы $r = r_1 + r_2 = 100 + 500 = 600 \text{ Ом};$

индуктивное сопротивление $x_L = \omega L = 800 \cdot 2,5 = 2000 \text{ Ом};$

емкостное сопротивление $x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{800 \cdot 1,04 \cdot 10^{-6}} = 1200 \text{ Ом};$

реактивное сопротивление $x = x_L - x_C = 2000 - 1200 = 800 \text{ Ом};$

полное сопротивление $z = \sqrt{r^2 + x^2} = \sqrt{600^2 + 800^2} = 1000 \text{ Ом};$

действующее значение тока $I = \frac{U}{z} = \frac{400}{1000} = 0,4 \text{ А (это значение покажет амперметр А);}$

амплитуда тока $I_M = \sqrt{2} I = \sqrt{2} \cdot 0,4 = 0,568 \text{ А};$

сдвиг по фазе напряжения относительно тока

$$\varphi = \arctg \frac{x}{r} = \arctg \frac{800}{600} = \arctg \frac{4}{3} = 53^\circ.$$

Таким образом, напряжение является опережающим относительно тока на 53° .

Поскольку начальная фаза напряжения в условиях задачи задана нулевой, то, значит, начальная фаза тока $\psi_i = -53^\circ$.

Тогда мгновенное значение тока

$$i = I_M (\sin \omega t + \psi_i) = 0,567 \sin(800t - 53^\circ) \text{ А}.$$

Действующее значение падения напряжения на емкости

$$U_C = I x_C = 0,4 \cdot 500 = 200 \text{ В}.$$

Действующее значение напряжения на участке C, r_2 (а вольтметр V_1 покажет его)

$$U_{V_1} = \sqrt{U_C^2 + U_{r_2}^2} = \sqrt{480^2 + 200^2} = 520 \text{ В}.$$

Фазовый сдвиг этого напряжения относительно тока составит

$$\varphi_1 = \operatorname{arctg} \frac{-x_c}{r_2} = \operatorname{arctg} \frac{-1200}{500} = \operatorname{arctg}(-2,4) = -67^\circ.$$

Но поскольку мы уже выяснили выше, что начальная фаза тока $\psi_i = 53^\circ$, то значит, начальная фаза напряжения приложенного к вольтметру V_1 , составит $\psi_1 = \psi_i + \varphi_1 = -53^\circ - 67^\circ = -120^\circ$.

Полученное решение соответствует векторной диаграмме на рис. 2.5, если ее развернуть на угол ψ_i (т. е. повернуть по часовой стрелке на 53°). Декартовы координаты можно при этом сориентировать так, чтобы ось абсцисс была направлена коллинеарно вектору тока — в данной задаче это было бы наиболее удобно. В общем случае оси координат можно сориентировать и как-либо иначе (например, направить абсциссу коллинеарно вектору напряжения). В любом случае при расчете надо будет работать с проекциями векторов на оси координат, вычисляя эти проекции через тригонометрические функции углов между векторами и координатными осями.

§ 2.5. Применение комплексных чисел к расчету электрических цепей. Комплексный метод расчета

Для рассмотрения второго — комплексного — метода следует сперва остановиться на формах представления числа на комплексной плоскости.

Координатные оси комплексной плоскости: ось вещественных — Re (от слова regular) и ось мнимых — Im (от слова imaginary). Мнимая единица в электротехнике обозначается буквой $j = \sqrt{-1}$, поскольку применяемая в математике буква i в электротехнике уже использована для тока. Вектор на комплексной плоскости изображается комплексным числом, соответствующим точке в конце вектора, если вектор выходит из начала координат.

Сам вектор часто называют комплексом (например комплекс напряжения). Комплекс в электротехнике обозначают либо точкой над буквой, либо подчеркиванием буквы (поскольку, в зависимости от выбранного учебника, студент может столкнуться с любым из этих обозначений, мы будем далее пользоваться обоими обозначениями: первым — для напряжений и токов и вторым — для сопротивлений и проводимостей).

Пусть имеется вектор напряжения рис. 2.12:

$$\dot{U} = 40 + j30 \text{ В.} \quad (2.29)$$

Его вещественная и мнимая части:

$$\operatorname{Re}(\dot{U}) = 40 \text{ В, } \operatorname{Im}(\dot{U}) = 30 \text{ В.}$$

Форма записи (2.29) называется *алгебраической*. Операции сложения, вычитания, умножения при использовании этой формы производятся по

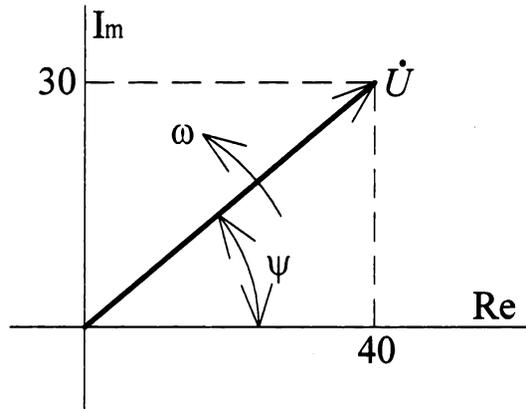


Рис. 2.12. Пример изображения вектора напряжения на комплексной плоскости

правилам операций над многочленами (с учетом того, что $j^2 = -1$). Для деления одного комплексного числа на другое следует и делимое, и делитель помножить на комплексное число, сопряженное делителю, в результате чего в знаменателе получится вещественное число, и операция деления комплексных чисел сведется к операции умножения комплексных чисел и последующему делению результата на вещественное число. (Напомним: взаимно *сопряженными* комплексными числами является пара чисел, отличающихся только знаком перед мнимой частью; при изображении чисел на комплексной плоскости взаимно сопряженные числа расположены симметрично относительно оси вещественных).

Модуль числа (2.29) равен $\sqrt{[\text{Re}(\dot{U})]^2 + [\text{Im}(\dot{U})]^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50$, и тогда (2.29) можно переписать в виде:

$$\dot{U} = 50 \cos \psi + j50 \sin \psi \text{ В}, \quad (2.30)$$

где $\psi = \arctg \frac{\text{Im}(\dot{U})}{\text{Re}(\dot{U})}$.

Такая форма записи называется *тригонометрической*. Если применить к ней *формулу Эйлера*:

$$\cos \psi + j \sin \psi = e^{j\psi},$$

где e — неперово число, то получим:

$$\dot{U} = 50e^{j\psi} \text{ В}. \quad (2.31)$$

Форма (2.31) называется *показательной формой записи*. В ней *модулем* является 50, — это длина вектора, равная действующему значению, — угол ψ является *аргументом*. В показательной форме удобно произво-

дить умножение и деление: при этом модули соответственно умножаются или делятся, а аргументы соответственно суммируются или вычитаются.

Заметим: при расчете целесообразно записывать результат и в алгебраической, и в показательной формах, чтобы в зависимости от последующих действий (сложение и вычитание или умножение и деление) иметь возможность выбрать более удобную форму.

Из изложенного следует, что, если известно мгновенное значение, например, напряжения: $u = U_M \sin(\omega t + \psi)$, то соответствующий ему комплекс \dot{U} имеет модуль, меньший, чем U_M , в $\sqrt{2}$ раз, и аргумент ψ , т. е.

$$\dot{U} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) U_M e^{j\psi}.$$

Для обратного перехода (т. е. для записи мгновенного значения по известному комплексу) следует вспомнить, что синусоидальная функция является проекцией на ось ординат вектора, модуль которого в $\sqrt{2}$ раз больше, чем действующее значение (т. е. равен амплитуде), начальная фаза ψ , а угловая скорость ω .

То есть для получения мгновенного значения необходимо взять проекцию на мнимую ось от комплекса, увеличенного в $\sqrt{2}$ раз и помноженного на единичный вращающийся с угловой скоростью ω вектор. Из формулы Эйлера, приведенной выше, следует, что запись единичного вращающегося вектора на комплексной плоскости имеет вид: $1e^{j\alpha}$.

Таким образом,

$$u = \text{Im} \sqrt{2} \dot{U} e^{j\alpha t}. \quad (2.32)$$

В случае рассмотрения тока все выкладки аналогичны. Определим комплекс напряжения в цепи, запитанной синусоидальным переменным током. Для этого произведем действия, аналогичные произведенным в § 2.2. Цепь (рис. 2.1) запитана синусоидальным переменным током, для которого, в свете изложенного, запишем:

$$i = \text{Im} \sqrt{2} \dot{I} e^{j\alpha t}. \quad (2.33)$$

Как и в § 2.2, будем подставлять (2.33) в (1.17), (1.14), (1.8). Полученные мгновенные значения напряжения будем сравнивать с общим видом (2.32) и делать выводы о значениях комплекса напряжения в каждом случае.

Учтем при этом, что символ операции Im (взятие мнимой части), а также сам комплекс тока или напряжения не зависят от времени, а потому при дифференцировании или при интегрировании могут быть вынесены за знак производной или интеграла.

Тогда для резистора:

$$u_r = \text{Im} \sqrt{2} \dot{I} r e^{j\alpha t},$$

откуда

$$\dot{U}_r = \dot{I} r. \quad (2.34)$$

Для индуктивности:

$$u_L = L \frac{d}{dt} (\text{Im} \sqrt{2} \dot{I} e^{j\omega t}) = \text{Im} \sqrt{2} \dot{I} j\omega L e^{j\omega t},$$

откуда $\dot{U}_L = \dot{I} j\omega L = \dot{I} jx_L$. (2.35)

Для емкости:

$$u_C = \frac{1}{C} \int (\text{Im} \sqrt{2} \dot{I} e^{j\omega t}) dt = \text{Im} \sqrt{2} \dot{I} \frac{1}{j\omega C} e^{j\omega t} = \text{Im} \sqrt{2} (-j \frac{1}{\omega C}) e^{j\omega t},$$

откуда $\dot{U} = \dot{I} (-j \frac{1}{\omega C}) = \dot{I} (-jx_C)$. (2.36)

Поскольку, как показано выше, законы Кирхгофа применимы к комплексам, имеем:

$$\dot{U}_{\text{реакт.}} = \dot{U}_L + \dot{U}_C = \dot{I} j(x_L - x_C) = \dot{I} jx, \text{ а также}$$

$$\dot{U} = \dot{U}_r + \dot{U}_{\text{реакт.}} = \dot{I}(r + jx) = \dot{I} \underline{Z}, \quad (2.37)$$

где $\underline{Z} = r + jx = \sqrt{(r^2 + x^2)} e^{j\varphi} = ze^{j\varphi}$. (2.38)

Здесь, как и раньше,

$$\varphi = \arctg \frac{x}{r} \text{ — см. (2.20).}$$

Появившиеся в рассмотрении величины: $jx_L, (-jx_C), jx, \underline{Z}$ являются комплексами сопротивлений (соответственно индуктивного, емкостного, реактивного, полного); комплексом активного сопротивления можно для общности назвать и вещественную величину r .

Рассмотрим схему, представленную на рис. 2.2. Если к ней приложено переменное синусоидальное напряжение (2.32), то при подстановке его в формулы (1.17), (1.14), (1.8) и при сравнении результатом с общим видом (2.33) получим, аналогично предыдущему:

$$\dot{I}_r = \dot{U}g, \quad \dot{I}_L = \dot{U}(-j \frac{1}{\omega L}) = \dot{U}(-jb_L); \quad \dot{I}_C = \dot{U} \cdot j\omega C = \dot{U} \cdot jb_C; \quad \dot{I}_{\text{реакт.}} = \dot{U} \cdot (-jb),$$

где, $b = b_L - b_C$;

где $\underline{Y} = g - jb = \sqrt{g^2 + b^2} e^{j\varphi}$ $\dot{I} = \dot{U} \underline{Y}$, (2.39)

(здесь, как и в § 2.2, φ определяется формулой (2.28)).

Появившиеся в рассмотрении величины: $-jb_L, jb_C, -jb, \underline{Y}$ — являются комплексами проводимостей (соответственно индуктивной, емкостной, реактивной, полной); комплексом активной проводимости можно для общности назвать и вещественно величину g .

Полученные в параграфе формулы, связывающие комплексы напряжений с комплексами токов, можно назвать аналогами закона Ома для комплексов, или *законами Ома в комплексной форме*.

В конце § 1.4 было указано, что формулы, полученные для эквивалентных преобразований резистивных схем, остаются справедливыми и для общего случая линейных цепей синусоидального переменного тока, если в них вместо сопротивлений подставлять комплексы сопротивлений элементов или участков схем.

Проиллюстрируем это примером, определив входное сопротивление схемы, представленной на рис. 2.13.

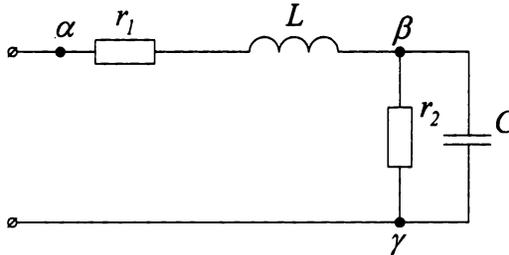


Рис. 2.13. Пример схемы к расчету комплексного сопротивления

Предложим, что предварительный расчет $x_L = \omega L$, $x_C = \frac{1}{\omega C}$ - уже выполнен.

Поскольку участок $\alpha - \beta$ соединен последовательно с участком $\beta - \gamma$, $\underline{Z} = \underline{Z}_{\alpha\beta} + \underline{Z}_{\beta\gamma}$. Применяя формулы, подобные (1.18) и (1.21, а), имеем:

$$\underline{Z}_{\alpha\beta} = r_1 + (jx_L); \quad \underline{Z}_{\beta\gamma} = \frac{r_2(-jx_C)}{r_2 + (-jx_C)}.$$

Избавляясь от мнимости в знаменателе

(посредством домножения числителя и знаменателя на число, сопряженное знаменателю), имеем:

$$\underline{Z}_{\beta\gamma} = \frac{-jr_2^2x_C + r_2x_C^2}{r_2^2 + x_C^2},$$

и тогда

$$\underline{Z} = r_1 + jx_L + \frac{r_2x_C^2 - jr_2^2x_C}{r_2^2 + x_C^2} = \frac{r_1r_2^2 + r_1x_C^2 + r_2x_C^2}{r_2^2 + x_C^2} + j \frac{x_Lr_2^2 + x_Lx_C^2 - r_2^2x_C}{r_2^2 + x_C^2}. \quad (2.40)$$

При рассмотрении параллельно-последовательных схем иногда бывает удобно заменить участок с параллельным соединением элементов эквивалентным ему участком с последовательным соединением элементов, или, наоборот, заменить участок с последовательным соединением эквивалентным ему участком с параллельным соединением. Рассмотренный материал позволяет легко получить формулы для таких эквивалентных преобразований.

Из определения эквивалентного преобразования (§ 1.4) вытекает, что схемы *a* и *б* (рис. 2.14) будут эквивалентны, если у обеих будут одинаковы комплексы полных сопротивлений между точками α и β , а следовательно, одинаковы и комплексы полных проводимостей.

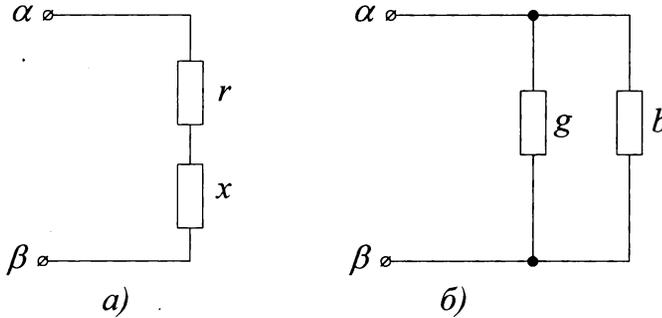


Рис. 2.14. Схемы к взаимным эквивалентным преобразованиям последовательного и параллельного соединения элементов

Для схемы *a*) имеем:

$$\underline{Z} = r + jx; \underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{r + jx} = \frac{r}{r^2 + x^2} - j \frac{x}{r^2 + x^2} = \frac{r}{z^2} - j \frac{x}{z^2}.$$

Для схемы *б*) имеем:

$$\underline{Y} = g - jb; \underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}} = \frac{1}{g - jb} = \frac{g}{g^2 + b^2} + j \frac{b}{g^2 + b^2} = \frac{g}{y^2} + j \frac{b}{y^2}.$$

Почленно приравнявая сопротивления обеих схем и их проводимости, получаем формулы эквивалентного преобразования, связывающие параметры обеих схем

$$r = \frac{g}{y^2}; \quad x = \frac{b}{y^2}; \quad g = \frac{r}{z^2}; \quad b = \frac{x}{z^2}. \quad (2.41)$$

Рассмотрев применение комплексных чисел для представления векторов напряжения и тока, а также для представления сопротивлений и проводимостей, связывающих эти векторы, а также учитывая (на основании § 2.3) вытекающую отсюда применимость законов Кирхгофа к комплексам напряжений и токов, можно процедуру расчета комплексным методом сформулировать нижеследующим образом.

От мгновенных значений переходим к изображающим их комплексам; рассчитываем схему, применяя законы Кирхгофа и Ома к этим комплексам; от полученных в комплексной форме результатов переходим к мгновенным значениям. Удобство метода в том, что, во-первых, он избавляет

нас от необходимости брать производные и интегралы (подобно (1.8) и (1.14)), во-вторых, модули комплексных напряжений и комплексных токов — это действующие значения (а измерительные приборы показывают именно их). В процедуре расчета действующие значения являются промежуточным этапом между мгновенными значениями и комплексными, поэтому обращение к мгновенным значениям, если оно не требуется — не является обязательным.

В качестве примера рассчитаем комплексным методом схему, представленную на рис. 2.4 (исходные данные и расчет ее классическим методом даны в § 2.4).

$$\dot{U} = Ue^{j0^\circ} = 400 \text{ В},$$

$$\underline{Z} = r_1 - jx_c + r_2 + jx_L = 600 + j800 = 1000e^{j53^\circ} \text{ Ом}.$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{400}{1000e^{j53^\circ}} = 0,4e^{-j53^\circ} \text{ А}.$$

Обозначим, \underline{Z}_1 — сопротивление участка, параллельно которому подключен вольтметр V_1 . Тогда

$$\underline{Z}_1 = r_2 - jx_c = 500 - j1200 = 1300e^{-j67^\circ} \text{ Ом};$$

$$\dot{U}_1 = \dot{I} \underline{Z}_1 = 0,4e^{-j53^\circ} \cdot 1300e^{-j67^\circ} = 520e^{-j120^\circ} \text{ В}.$$

Из полученного следует, что амперметр показывает 0,4 А, а вольтметр V_1 показывает 520 В. Если нас интересует мгновенное значение напряжения, приложенного к вольтметру V_1 , то получим

$$u_1 = U_1 \sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_1) = 735,4 \sin(800t - 120^\circ) \text{ В}.$$

Выбирая тот или иной метод расчета, студент исходит из того, что комплексный метод сложнее, но зато и мощнее. Поэтому выбор метода определяется сложностью и характером задачи.

Рассмотрим чуть более сложный пример. Дана схема (рис. 2.15), к которой приложено напряжение $u = 564 \sin(1000t - 30^\circ) \text{ В}$. Параметры схемы: $r_1 = r_2 = r = 200 \text{ Ом}$, $C_1 = C_2 = C = 5 \text{ мкФ}$. Приборы в схеме — идеальные (т. е. сопротивление амперметра принято нулевым, вольтметров — бесконечным). Требуется определить показания приборов, сдвиг по фазе напряжения на вольтметре V_0 относительно приложенного напряжения и потребляемую схемой активную мощность.

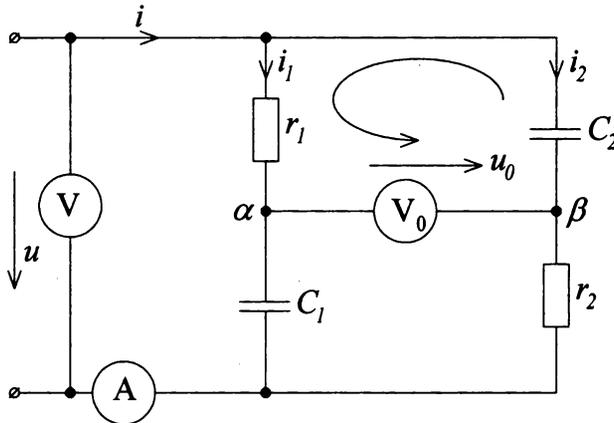


Рис. 2.15. Пример схемы для расчета

Решение

Обозначим на схеме токи и напряжения и зададимся (произвольно) их условно-положительными направлениями. При рассмотрении схемы вспомним о замечании, сделанном относительно схемы на рис. 1.2, б (§ 1.3).

Идеальность вольтметра и вытекающее из этого нулевое значение тока через него позволяет рассматривать схему как параллельное соединение двух последовательных r - C цепей. Приступим к расчету. Используем комплексный метод.

$$\dot{U} = \frac{U_M}{\sqrt{2}} e^{j\psi_u} = 400e^{-j30^\circ} \text{ В}$$

(значит, вольтметр V покажет 400 В).

Емкостное сопротивление каждой из ветвей

$$x_{c_1} = x_{c_2} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 200 \text{ Ом.}$$

Комплекс полного сопротивления каждой из ветвей

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z} = r - jx_c = 200 - j200 = 282e^{-j45^\circ} \text{ Ом.}$$

Определим токи в них:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{400e^{-j30^\circ}}{282e^{-j45^\circ}} = 1,41e^{j15^\circ} \text{ А.}$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 2,82e^{j15^\circ} \text{ А}$$

(значит, амперметр покажет 2,82А). Применим второй закон Кирхгофа к контуру $r_1 - V_1 - C_2$. Направление обхода контура выберем произвольно (например против часовой стрелки). Тогда:

$$\dot{I}_1 r_1 + \dot{U}_0 - \dot{I}_2 (-jx_{C_2}) = 0,$$

откуда

$$\begin{aligned} \dot{U}_0 &= -\dot{I}_1 r_1 + \dot{I}_2 (-jx_{C_2}) = -2,82e^{j15^\circ} \cdot 200 + 2,82e^{j15^\circ} (-j200) = \\ &= -2,82e^{j15^\circ} \cdot 200 + 2,82e^{j15^\circ} \cdot 200e^{-j90^\circ} = -(564e^{j15^\circ} + 564e^{-j75^\circ} = \\ &= -(564 \cdot \cos 15^\circ + j564 \sin 15^\circ) + (564 \cos(-75^\circ) + j564 \sin(-75^\circ)) = \\ &= -(544,8 + j146) + (146 - j544,8) = -398,8 - j398,8 = 564e^{-j135^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

Значит, вольтметр V_0 покажет 564В, а сдвиг по фазе напряжения u_0 относительно приложенного напряжения u составит $-135^\circ - (-30^\circ) = -90^\circ$, т. е. оно будет отставать от приложенного напряжения на 90° . При решении задачи была умышленно допущена методологическая ошибка: не была сразу же построена векторная диаграмма как это рекомендовалось выше. Исправляем это упущение и строим ее (рис. 2.16).

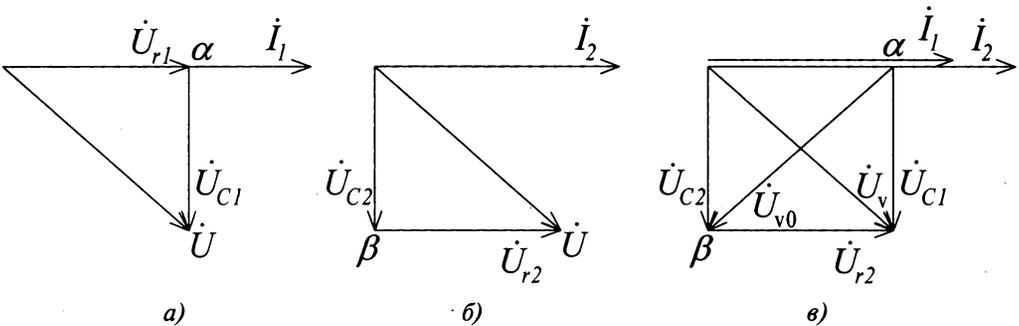


Рис. 2.16. Векторные диаграммы к схеме на рис. 2.15

На рис. 2.16, *а* построена векторная диаграмма для последовательной (см. выше) цепи r_1, C_1 .

На рис. 2.16, *б* построена векторная диаграмма для последовательной цепи r_2, C_2 . На обеих диаграммах вектор приложенного напряжения \dot{U} один и тот же. Совмещаем обе диаграммы по этому вектору и получаем векторную диаграмму всей схемы в целом (рис. 2.16, *в*). Заметим, что модули векторов $U_{r_1}, U_{C_1}, U_{C_2}, U_{r_2}$ равны, поскольку в этой задаче $r_1 = x_{C_1} = x_{C_2} = r_2$; поэтому фигура, образованная ими, — квадрат. Разметим на всех трех диаграммах точки, соответствующие точкам α и β на схеме (рис. 2.15). Вектор напряжения \dot{U}_{v_0} , в соответствии с принятым на схеме условно-положительным направлением, идет из точки α в

точку β , являясь таким образом второй диагональю квадрата (первой является вектор приложенного напряжения \vec{U}). Из геометрических построений очевидно, что модули векторов U и U_0 равны, причем \vec{U}_0 отстает на 90° (развернут на 90° по часовой стрелке). Таким образом, в данной частной задаче векторная диаграмма, если бы она была построена изначально, избавила бы нас от необходимости производить расчет для определения \vec{U}_0 . Заметим, что для полного соответствия между задачей и диаграммой следовало бы всю диаграмму развернуть на 15° в положительную сторону (против часовой стрелки).

Активную мощность, потребляемую схемой, можно определить несколькими способами:

- ❖ воспользоваться (2.5), подставляя в нее модули векторов напряжения и тока (т. е. действующие значения) и разность фаз заданного напряжения и подсчитанного нами тока;

- ❖ поскольку активная мощность потребляется только активными элементами, ее можно получить, суммируя $I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2$;

- ❖ ее можно получить, пользуясь комплексным методом (формула дается без вывода): $\tilde{S} = \vec{U} \vec{I}^*$. Здесь \vec{I}^* — комплексное число, сопряженное комплексу \vec{I} ; \tilde{S} — комплекс полной мощности (обозначение комплекса мощности здесь иное, нежели для остальных величин: этой разницей в обозначениях отражено то обстоятельство, что мощность — произведение двух синусоидальных величин, а именно напряжения и тока, — является синусоидальной величиной, изменяющейся с удвоенной, т. е. с иной, нежели остальные величины, частотой).

Из вышеизложенного легко видеть, что $\tilde{S} = P + jQ$; следовательно, $P = \operatorname{Re} \tilde{S}$; $Q = \operatorname{Im} \tilde{S}$.

В данной задаче

$$\begin{aligned} P &= \operatorname{Re}(\vec{U} \vec{I}^*) = \operatorname{Re}(400e^{-j30^\circ} \cdot 2,82e^{-j15^\circ}) = \\ &= \operatorname{Re}(1128e^{-j45^\circ}) = \operatorname{Re}(797,6 - j797,6) = 797,6 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

§ 2.6. Резонанс. Общее условие резонанса

В различных учебниках (не только по электротехнике) даются различные определения резонанса; из каждого из этих определений остальные могут быть получены как следствия.

Вариантом определения, наиболее глубоко отражающим сущность резонанса, является, по мнению авторов, нижеследующее.

Резонансом называется явление, при котором система, содержащая накопители энергии и находящаяся под внешним периодическим воздействием, потребляет только активную мощность.

Поясним смысл сказанного. Потребление только активной мощности означает (в соответствии с определениями активной и реактивной мощностей), что полученная энергия системой обратно не возвращается. Наличие накопителей энергии в системе означает, что энергия системой не тратится (то есть не переводится в иную форму и не выводится из системы). Следовательно, энергия в системе накапливается. Из сказанного становится понятен смысл стандартных популярных примеров резонанса (типа отряда, шагающего в ногу по мосту, который разрушается в результате возникающего резонанса: мост оказывается разрушенным этой накопленной энергией).

Предложенное определение справедливо для системы любой физической сущности (механической, электрической, акустической) и т. д.

Вернемся к электрическим системам, в них накопителями энергии являются реактивные элементы. Потребление системой только активной мощности означает равенство нулю мощности реактивной, т. е. $Q = UI \sin \varphi = 0$ (см. 2.6). Но для этого требуется, чтобы $\sin \varphi = 0$, а значит $\varphi = 0$, т. е. ток и напряжение при резонансе синфазны. Но поскольку $\dot{U} = \dot{I} \underline{Z}$ или $\dot{I} = \dot{U} \underline{Y}$, из сказанного следует, что аргумент входного сопротивления или аргумент входной проводимости должен быть нулевым, то

$$\text{есть } \varphi = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} \underline{Z}}{\operatorname{Re} \underline{Z}} = 0 \text{ или } \varphi = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} \underline{Y}}{\operatorname{Re} \underline{Y}} = 0.$$

Записанное означает, что условием резонанса является

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Im} \underline{Z} &= 0 \\ \operatorname{Im} \underline{Y} &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (2.42)$$

Запись (2.42) не означает, что должны выполняться два условия: легко показать, что выполнение любого одного из них влечет за собой обязательное выполнение второго, поэтому условием резонанса является любая одна из записей (2.42); пользоваться следует той, которая для конкретного рассматриваемого случая удобнее.

В качестве примера найдем условие резонанса для схемы, представленной на рис. 2.13 (§ 2.5). Применяя к (2.40) условие (2.42), получаем, что резонанс в этой схеме будет при выполнении

$$x_L r_2^2 + x_L x_C^2 - r_2^2 x_C = 0. \quad (2.43)$$

Кстати, отсюда $x_C = \frac{r_2}{2x_L} (r_2 \pm \sqrt{r_2^2 - 4x_L^2})$, откуда следует, что при

$r_2 = 2x_L$ резонанс возможен лишь при одном значении x_C ; при $r_2 > 2x_L$ — при двух значениях; при $r_2 < 2x_L$ невозможен вовсе. Резонансную частоту можно вычислить, выразив x_L и x_C через частоту и решив (2.43) относительно ω .

§ 2.7. Резонанс напряжений, резонанс токов (частные случаи)

Характерные особенности резонанса удобно рассмотреть на частных случаях. Пусть дана последовательная цепь (рис. 2.17). Ее входное сопротивление $\underline{Z} = r + j(x_L - x_C)$ и применение первой из записей (2.42) дает условие резонанса в цепи:

$$x_L - x_C = 0. \quad (2.44)$$

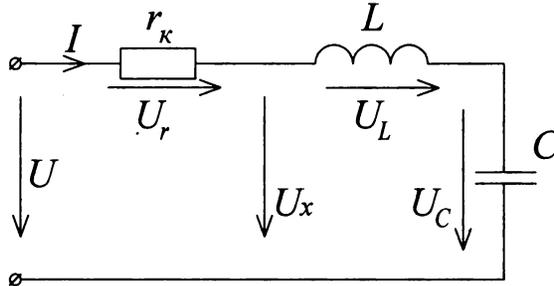


Рис. 2.17. Пример схемы для рассмотрения резонанса напряжений

Для связи с предыдущим материалом заметим, что схема рис. 2.17 может быть получена из схемы на рис. 2.13 при $r_2 \rightarrow \infty$. Нетрудно заметить, что и условие (2.44) может быть получено из условия (2.43) при $r_2 \rightarrow \infty$.

Выражая реактивные сопротивления x_L и x_C через частоту, получаем из (2.44) значение резонансной частоты:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (2.45)$$

(Заметим, что и (2.44), и (2.45), и формулы последующих выкладок этого параграфа справедливы для рассматриваемых частных случаев, но не для общего случая резонанса.)

Векторная диаграмма для резонанса в рассматриваемой схеме приведена на рис. 2.18.

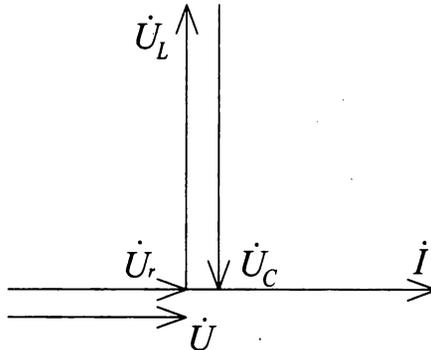


Рис. 2.18 Векторная диаграмма для схемы на рис. 2.17 (при резонансе напряжений)

Поскольку равны реактивные сопротивления (2.44), равны и пропорциональные им модули реактивных напряжений U_L, U_C . Реактивные напряжения, следовательно, взаимно компенсируются, поэтому резонанс в последовательной схеме называется *резонансом напряжений*. Падение напряжения на всей схеме равно — в результате этой компенсации — падению напряжения на активной части схемы. Величина, которой равны при резонансе индуктивное и емкостное сопротивления в (2.44) называется *характеристическим (или волновым) сопротивлением* и обозначается ρ :

$$\rho = x_L = x_C = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}, \quad (2.46)$$

что при подстановке (2.45) дает:

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (2.47)$$

Добротность — характеристика колебательной системы, определяющая остроту резонанса и показывающая, во сколько раз запасы энергии в реактивных элементах контура больше, чем потери энергии на активных.

Добротность Q рассчитывается формулой:

$$Q = \frac{\rho}{r}. \quad (2.48)$$

Той же величине равно, следовательно, и отношение любого из двух реактивных напряжений (емкости и индуктивности) к активному напряжению. Обратим внимание, что одинаковость принятых в электротехнике обозначений Q для добротности и для реактивной мощности не должна являться основанием к тому, чтобы путать эти понятия.

Рассмотрим зависимость действующего значения тока в схеме рис. 2.17 от частоты.

$$I = \frac{U}{z} = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}.$$

Помножим и поделим на резонансную частоту ω_0 выражение в скобке подставим (2.46) с учетом (2.47) вынесем из-под корня r :

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (\frac{\omega}{\omega_0} \rho - \frac{\omega_0}{\omega} \rho)^2}} = \frac{U}{r \sqrt{1 + Q^2 (\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})^2}}. \quad (2.49)$$

Полученная зависимость, именуемая частотной характеристикой, представлена на рис. 2.19. При резонансе ($\omega = \omega_0$) ток максимален и равен U/r (цепь ведет себя как чисто активная). При отклонении частоты от резонансной ток убывает, причем тем в большей степени, чем выше добротность (см. (2.49)).

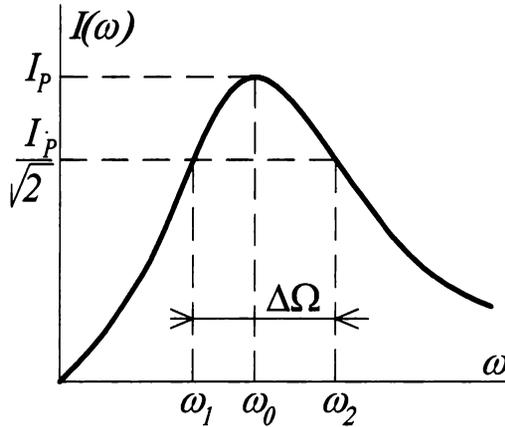


Рис. 2.19. Частотная характеристика для схемы рис. 2.17

Понятие добротность хорошо иллюстрируется следующим примером. Предположим, приемный контур радиоприемника настроен на частоту ω_0 . Тогда являющийся для данного случая помехой сигнал станции, работающей на другой, но близкой к ω_0 частоте, будет приниматься тем слабее, чем выше добротность приемного контура.

При оценке добротности принято рассматривать так называемую *полосу пропускания*, т. е. диапазон частот (на рис. 2.19 — от ω_1 до ω_2), в котором мощность проходящего сигнала не менее половины максимально возможной. Поскольку мощность пропорциональна квадрату тока, это означает, что в полосе пропускания ток меньше максимально возможного значения не более чем в $\sqrt{2}$ раз.

Область применения резонанса напряжений, в основном, радиотехнические устройства; в бытовой технике ярким примером является работающая от электросети зажигалка для газовых плит; в промышленных сетях резонанс напряжений нежелателен из-за опасности пробоя изоляции высоким напряжением.

Рассмотрим параллельную цепь (рис. 2.20).

Ее входная проводимость $\underline{Y} = g - j(b_L - b_C)$, и применение второй из записей (2.42) дает условие резонанса в цепи:

$$b_L - b_C = 0. \quad (2.50)$$

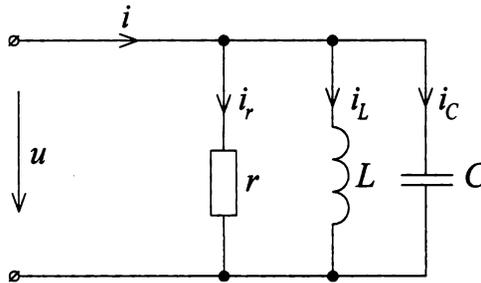


Рис. 2.20. Пример схемы для расчета резонанса токов

Выражая реактивные проводимости b_L и b_C через частоту, получаем выражение для резонансной частоты $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, совпадающее с (2.45).

Векторная диаграмма для резонанса в рассматриваемой схеме дана на рис. 2.21. Поскольку реактивные проводимости в (2.50) равны, равны и модули реактивных токов, взаимно компенсирующих, следовательно, друг друга, и поэтому резонанс в параллельной схеме называется *резонансом токов*. При резонансе токов ток, потребляемый всей схемой, минимален (в отличие от предыдущего случая); он равен току через активный элемент, а в частном случае, а именно при $g=0$, оказывается нулевым.

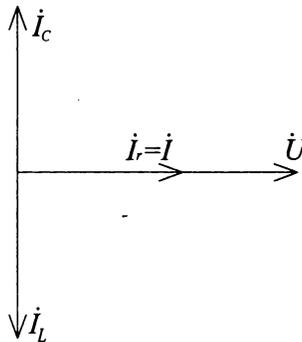


Рис. 2.21. Векторная диаграмма для схемы рис. 2.20 (при резонансе токов)

Заметим, что наличие резистора в последовательной схеме на рис. 2.17 и в параллельной схеме на рис. 2.20 вовсе не означает, что в резонансные схемы обязательно следует вводить резистор. Здесь просто отражено то, что реальные цепи практически всегда содержат элементы, потребляющие активную мощность. Более того, если цепь состоит только из катушек и конденсаторов, а резисторов не содержит, то, в соответствии с замечанием, высказанным в § 1.2, неидеальность конденсаторов и катушек все равно

вынужденно вносит в цепь потребители активной мощности (конечные сопротивления диэлектрика в конденсаторе и проводов в катушке).

С учетом неидеальности катушки и конденсатора схема их параллельного соединения может быть представлена в виде, данном не на рис. 2.20, а на рис. 2.20, а.

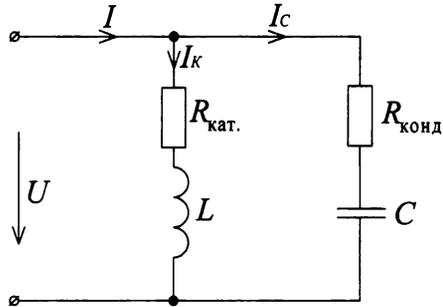


Рис. 2.20, а. Эквивалентная схема замещения параллельного резонансного контура

Полезно сообщить готовую формулу резонансной частоты для этой схемы:

$$\omega_{\text{рез.}} = \omega_0 \sqrt{\frac{\rho_0^2 - R_{\text{кат.}}^2}{\rho_0^2 - R_{\text{конд.}}^2}},$$

где

$$\left. \begin{aligned} \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ \rho_0 &= \sqrt{\frac{L}{C}} \end{aligned} \right\}$$

характеристики идеального LC — контура.

(Формула дана для сведения, а потому не приведен ее вывод, который — в случае необходимости — может быть выполнен самостоятельно студентом, ознакомленным с предыдущим материалом).

Для резонанса токов при необходимости может быть проведено рассмотрение, аналогичное проведенному для резонанса напряжений. Однако для специалистов неэлектрических специальностей наиболее важно остановиться на взаимосвязи резонанса токов с организацией потребления электрической энергии предприятиями.

В соответствии с (2.5) (§ 2.1), при одном и том же значении потребляемой мощности P и напряжения питания U ток будет зависеть от $\cos \varphi$:

$$I = \frac{P}{U \cos \varphi}.$$

Как правило, потребители электроэнергии на предприятии являются не чисто активной нагрузкой, а активно-индуктивной нагрузкой, из чего следует, что $\varphi > 0$. Но, чем меньше значение $\cos \varphi$, тем больше будет ток, а следовательно, будут больше потери активной мощности на подводя-

щих проводах, а также больше будут нагружены трансформаторы питающих подстанций. Эти отрицательные явления тем заметнее, чем больше потребляемые предприятием мощности.

Поэтому вводится понятие: *коэффициент мощности*, равный P/S , и перед предприятием ставится задача повышения коэффициента мощности, т. е. уменьшения φ . Для этой цели в параллель с потребителями включают дополнительные устройства, потребляющие емкостной ток (батареи конденсаторов или специальные машины — компенсаторы). Из рассмотренного выше следует, что создается режим, возможно более близкий к резонансу токов.

§ 2.8. Цепи с взаимной индуктивной связью

ЭДС электромагнитной индукции возникает при изменении потоко-сцепления — см. (1.12, а), § 1.2.

Если это изменение потокосцепления вызвано изменением тока той же катушки, то это ЭДС *самоиндукции*; если же оно вызвано изменением тока другой катушки, магнитное поле которой охватывает и данную катушку, то это — ЭДС *взаимной индукции*. Тогда про катушки говорят, что они индуктивно связаны, а само явление называют взаимной индуктивной связью.

Рассмотрим две индуктивно связанные катушки. Пусть ток первой катушки создает охватывающий ее магнитный поток Φ_{11} (используемые в этом параграфе двойные индексы следует понимать так: первая цифра обозначает номер катушки, создающей магнитный поток, а вторая — номер катушки, на которую влияние этого потока рассматривается). Часть этого магнитного потока охватывает и вторую катушку (Φ_{12}), остальную часть, не охватывающую вторую катушку, называют *потокосцеплением* (Φ_{1P}). Совершенно аналогично вводятся в рассмотрение магнитные потоки, созданные током второй катушки: Φ_{22} ; Φ_{21} ; Φ_{2P} . Очевидно, что

$$\begin{aligned}\Phi_{11} &> \Phi_{12}; & \Phi_{1P} &= \Phi_{11} - \Phi_{12} > 0 \\ \Phi_{22} &> \Phi_{21}; & \Phi_{2P} &= \Phi_{22} - \Phi_{21} > 0.\end{aligned}\tag{2.51}$$

Неравенства (2.51) превратились бы в равенства лишь в том случае, если бы обе катушки полностью совпали в пространстве, что нереально.

Рассматриваемыми магнитными потоками создаются потокосцепления:

$$\psi_{11} = w_1 \Phi_{11}; \quad \psi_{12} = w_2 \Phi_{12}; \quad \psi_{22} = w_2 \Phi_{22}; \quad \psi_{21} = w_1 \Phi_{21}.\tag{2.52}$$

где w — количество витков в катушке, номер которой указан индексом. Потокосцепления пропорциональны создающим их токам:

$$\psi_{11} = L_1 i_1; \quad \psi_{22} = L_2 i_2; \quad \psi_{12} = M_{12} i_1; \quad \psi_{21} = M_{21} i_2. \quad (2.53)$$

Коэффициенты пропорциональности L_1, L_2 , в соответствии с § 1.2, являются *индуктивностями* первой и второй катушек. По аналогии, а также в соответствии с физическим смыслом, коэффициенты пропорциональности M_{12} и M_{21} называются *взаимными индуктивностями*. Единица измерения — та же: *генри*. Заметим, что для индуктивности и взаимной индуктивности ранее в литературе применялись термины: «коэффициент самоиндукции» и «коэффициент взаимной индукции» соответственно.

В курсе физики доказывается, что взаимные индуктивности пары катушек равны между собой:

$$M_{12} = M_{21} = M, \quad (2.54)$$

что означает, что катушки равноправны, т. е. влияние первой катушки на вторую такое же, как второй — на первую.

Степень (глубину) индуктивной связи пары катушек оценивают *коэффициентом связи*, определяемым как среднее геометрическое отношений потоков взаимной индукции (т. е. $\Phi_{12}; \Phi_{21}$) к полным величинам создающих их потоков (т. е. Φ_{11}, Φ_{22}):

$$K_{cs} = \sqrt{\frac{\Phi_{12} \Phi_{21}}{\Phi_{11} \Phi_{22}}}. \quad (2.55)$$

Домножая подкоренное выражение (2.55) на $\frac{w_1 w_2}{w_1 w_2}$, воспользуемся (2.52) и выразим K_{cs} через потокосцепления, а затем, разделив на $\frac{i_1 i_2}{i_1 i_2}$,

произведем подстановку в соответствии с (2.53), учитывая (2.54):

$$K_{cs} = \sqrt{\frac{\Phi_{12} w_2 \Phi_{21} w_1}{\Phi_{11} w_1 \Phi_{22} w_2}} = \sqrt{\frac{\psi_{12} \psi_{21}}{\psi_{11} \psi_{22}}} = \sqrt{\frac{\psi_{12} i_1 \psi_{21} i_2}{i_1 \psi_{22} i_2 \psi_{22}}} = \sqrt{\frac{M_{12} M_{21}}{L_1 L_2}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}. \quad (2.56)$$

Из сопоставления (2.55) с (2.51) очевидно, что всегда $K_{cs} < 1$, а потому из (2.56) имеем:

$$M < \sqrt{L_1 L_2}. \quad (2.57)$$

При рассмотрении цепей с взаимной индуктивной связью существенен вопрос о направлении ЭДС взаимной индукции. Пусть, например, цепь r_1, L_1 подключена к источнику e_1 и по ней течет ток i_1 . Пусть также где-то есть цепь r_2, L_2 , по которой течет ток i_2 (рис. 2.22).

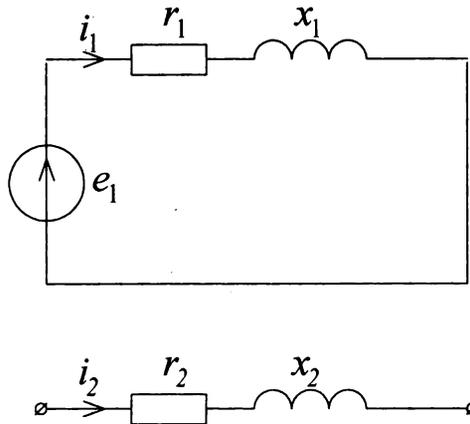


Рис. 2.22. Схема к рассмотрению взаимной индуктивной связи

Выбираем условно-положительные направления токов и записываем для первой цепи уравнение по второму закону Кирхгофа, пока предполагая, что взаимная индуктивная связь отсутствует:

$$i_1 r_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} = e_1. \quad (2.58)$$

Напомним (§ 1.2): второй член в (2.58) — это то падение напряжения, которое затрачивается на компенсацию ЭДС самоиндукции; в соответствии с правилом Ленца, ЭДС самоиндукции направлена так, что она препятствует изменению тока, вызвавшему ее.

Если же взаимная индуктивная связь между катушками (рис. 2.22) имеется, то падение напряжения на первой катушке должно будет компенсировать также и ЭДС взаимной индукции, вызванную изменением тока. При выбранных для схемы условно-положительных направлениях токов знак этой ЭДС может либо совпасть со знаком ЭДС самоиндукции первой катушки, либо быть противоположным. В случае совпадения этих знаков катушки считаются *согласно включенными*, при несовпадении — *встречно включенными*. Тогда (2.58) при наличии индуктивной связи примет вид:

$$i_1 r_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt} = e_1, \quad (2.58, a)$$

где знак перед M зависит от вида включения, а именно: знаки при членах, учитывающих самоиндукцию и взаимную индукцию, одинаковы при согласном включении и противоположны — при встречном. Важно отметить, что ввиду равноправия обеих катушек, для второй катушки справедлива выкладки, аналогичные приведенным для первой.

Напомним из школьного курса физики, что направление тока в катушке и направление магнитных силовых линий связаны правилом правогохого винта (в просторечии — правилом «буравчика»). Следовательно, направление индуцированной ЭДС, связанное с направлением изменения магнитного потока и определяющее согласность или встречность включения катушек, будет зависеть от взаимного расположения катушек в пространстве, от направления намотки катушки и от направления тока в ней.

Для обозначения взаимной индуктивной связи, которая получится в результате, и для сообщения о согласном или встречном включении на принципиальных схемах делают следующее: задаются условно-положительными направлениями тока; размечают жирными точками или «звездочками» зажимы катушки, условно именуемые началом обмотки. Эта разметка производится из тех соображений, чтобы токи, текущие в условно-положительных направлениях, проходили через согласно включенные катушки с одинаковой полярностью (например, от начала к концу), а через встречно включенные — с противоположной. После описанной процедуры индуктивно связанные катушки (или точки, обозначающие начала их обмоток) связывают двухсторонней стрелкой с буквой M , обозначающей взаимную индуктивность.

Рассмотрим пример. Пусть имеется какая-то электрическая схема, и небольшой ее участок, заключенный между узлами α , β , γ , изображен на рис. 2.23.

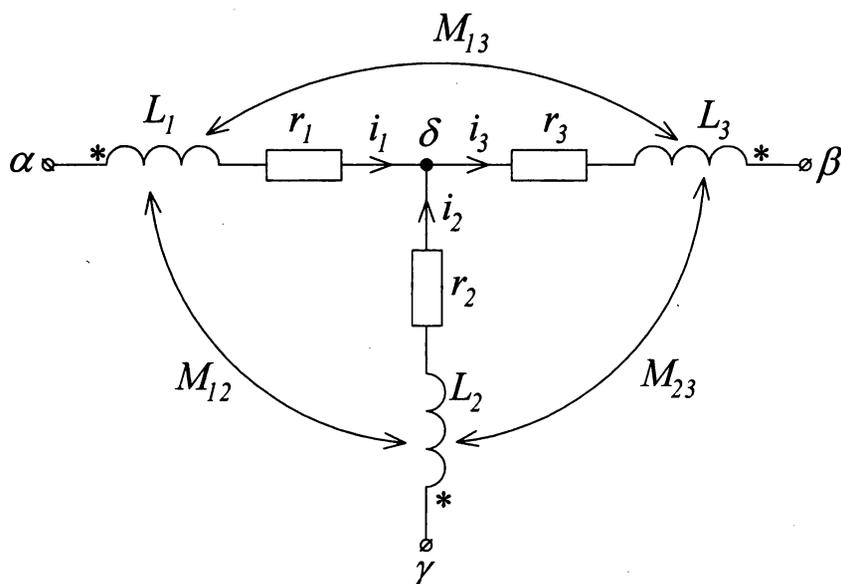


Рис. 2.23. Участок схемы с взаимной индуктивной связью

На рис. 2.23 обозначены условно-положительные направления токов, начала обмоток катушек и взаимные индуктивные связи между ними (напомним: в соответствии с (2.54), $M_{12} = M_{21}$; $M_{13} = M_{31}$; $M_{23} = M_{32}$). Из схемы видно, что первая и вторая катушки включены согласно, а третья — встречно с первой и второй. Пусть, например, записывается уравнение по второму закону Кирхгофа для контура, включающего ветви $\alpha - \delta$ и $\delta - \gamma$; пусть направление обхода контура при этом выбрано, например, по часовой стрелке, т. е. $\alpha - \delta - \gamma$. Тогда та часть этого уравнения, которая описывает участок схемы, изображенный на рис. 2.23, будет иметь вид (записываем в комплексной форме):

$$\dots + \dot{I}_1 r_1 + j\dot{I}_1 \omega L_1 + j\dot{I}_2 \omega M_{12} - j\dot{I}_3 \omega M_{13} - \dot{I}_2 r_2 - j\dot{I}_2 \omega L_2 - j\dot{I}_1 \omega M_{12} + j\dot{I}_3 \omega M_{23} + \dots$$

В качестве второго примера рассмотрим схему из двух идеальных (т. е. не имеющих активного сопротивления) индуктивно связанных катушек, включенных согласно и соединенных параллельно (рис. 2.24, а) и определим индуктивность катушки, эквивалентной этой схеме (рис. 2.24, б).

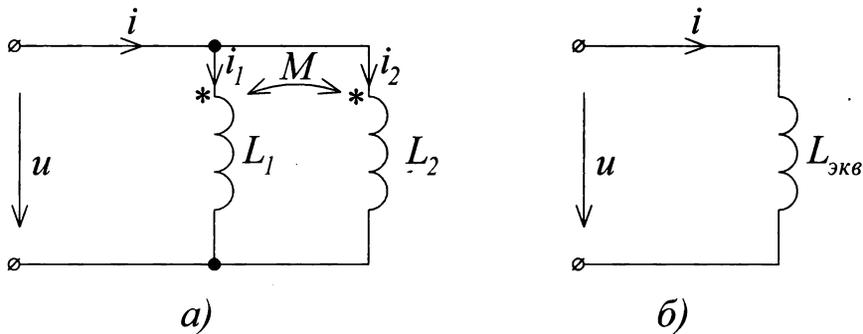


Рис. 2.24. Пример схемы с параллельно включенными индуктивно связанными катушками

Запишем в комплексной форме уравнения по законам Кирхгофа для обеих схем (направление обхода контуров по второму закону Кирхгофа выберем, например, по часовой стрелке).

$$\begin{cases} j\dot{I}_1 \omega L_1 + j\dot{I}_2 \omega M = \dot{U} \\ j\dot{I}_2 \omega L_2 + j\dot{I}_1 \omega M = \dot{U} \\ \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \\ j\dot{I} \omega L_{\text{экв.}} = \dot{U}. \end{cases}$$

Если известны \dot{U} , L_1 , L_2 , M , ω , то эта система четырех уравнений имеет четыре неизвестных: \dot{I}_1 , \dot{I}_2 , \dot{I} , $L_{\text{экв.}}$. Решая систему, находим их и, в частности,

$$L_{\text{экв.}} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}. \quad (2.59)$$

Если же катушки включены встречно, то в (2.59) следует изменить знак перед M ; а если индуктивная связь отсутствует (т. е. $M=0$), то (2.59) принимает вид, описанный в параграфе 1.4 (см. формулу (1.23)).

Интересно также рассмотреть пример встречного включения двух индуктивно связанных катушек, соединенных последовательно (рис. 2.25, а). На схеме пунктиром охвачены элементы, относящиеся к одной и той же катушке (индуктивность катушки L и сопротивление ее проводов r).

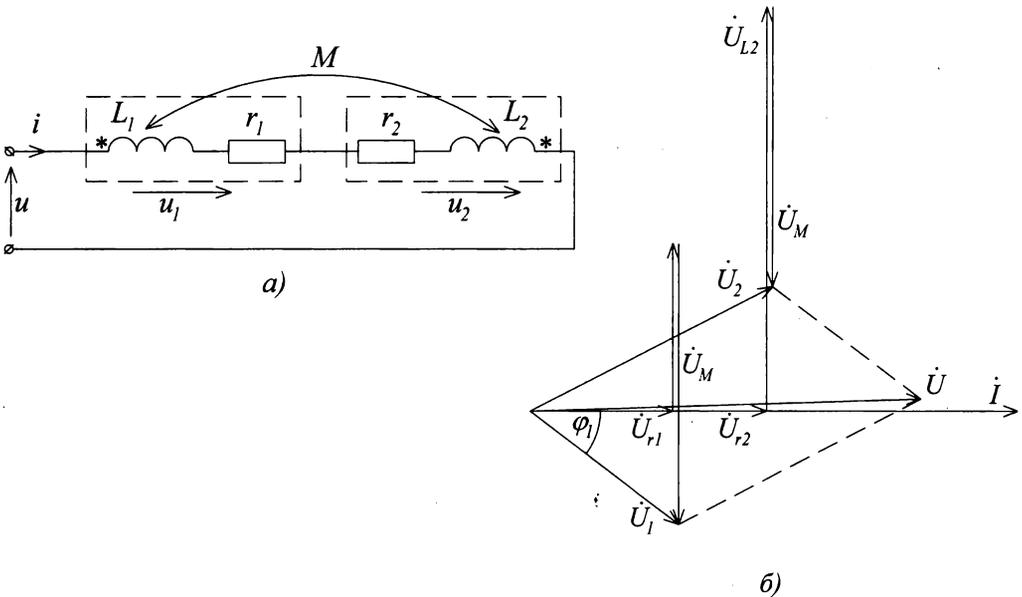


Рис. 2.25. а) пример схемы для рассмотрения понятия «ложная емкость»; б) пример построения векторной диаграммы

По второму закону Кирхгофа имеем:

$$\dot{U} = \dot{I}r_1 + j\omega L_1 \dot{I} - j\omega M \dot{I} + \dot{I}r_2 + j\omega L_2 \dot{I} - j\omega M \dot{I} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2,$$

где \dot{U}_1, \dot{U}_2 — комплексы падения напряжения на первой и второй катушках, равные

$$\dot{U}_1 = \dot{I}(r_1 + j\omega L_1 - j\omega M); \quad \dot{U}_2 = \dot{I}(r_2 + j\omega L_2 - j\omega M).$$

В частном случае — при $L_1 < M$ — падение напряжения на первой катушке будет не опережать, а отставать по фазе от тока, имея относительно него фазовый сдвиг $\varphi_1 = \arctg \frac{\omega(L_1 - M)}{r_1}$, т. е. первая катушка будет вести

себя в цепи, как емкость. Это явление называется *ложной емкостью*. Построение векторной диаграммы приведено на рис. 2.25, б.

Заметим: из (2.57) легко доказывается, что ложная емкость не может быть одновременно на обеих катушках, а также то, что при любом соотношении параметров вся схема на рис. 2.25 будет иметь индуктивный характер, т. е. резонанс только за счет ложной емкости (без введения конденсатора) в принципе невозможен.

§ 2.9. Некоторые дополнительные вопросы расчета электрических цепей

В заключение главы остановимся на нескольких вопросах, рассмотрение которых, хотя и необязательно для студента неэлектрической специальности, однако может оказаться полезным.

Часто, когда в электрической цепи имеется несколько источников электрической энергии, оказывается результативным применение *принципа наложения*, известного из математики и сводящегося — применительно к электротехнике — к тому, что, если линейная электрическая цепь находится под воздействием нескольких источников питания, то результат этого воздействия (т. е. токи в ее ветвях) является суммой тех результатов, которые были бы получены при воздействии каждого из источников в отдельности. (Заметим, что при расчете токов, обусловленных работой одного из источников, остальные источники следует не просто исключить из схемы, а заменить каждый исключаемый источник его внутренним сопротивлением.)

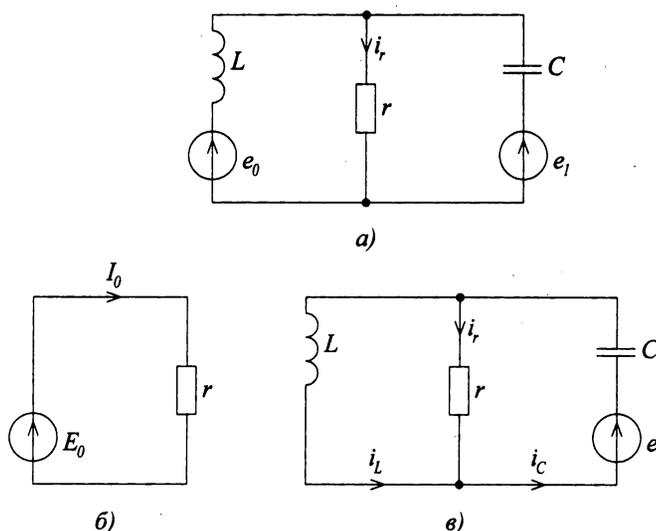


Рис. 2.26. Схемы, иллюстрирующие применение метода наложения

Принцип наложения иногда позволяет упростить процедуру расчета, однако от его применения следует воздержаться в том частном случае, когда в каких-либо ветвях токи, обусловленные действием различных источников, оказываются близкими по величине и противоположными по направлению: расчет в этом случае может привести к большим погрешностям. Кроме того, следует иметь в виду, что принцип наложения может быть применен только для подсчета линейных функций, а потому к расчету мощностей он неприменим (ибо мощность пропорциональна квадрату тока).

Принцип наложения особенно удобно применять тогда, когда имеется несколько источников питания различной частоты: непосредственное применение, например, комплексного метода в этом случае было бы невозможно, так как комплексный метод справедлив лишь при одной и той же частоте во всей цепи.

Рассмотрим, например, схему, представленную на рис. 2.26, а.

Пусть задано:

$$\begin{aligned} e_0 &= \text{const} = E_0 = 10 \text{ В}; \\ e_1 &= 14,1 \sin 1000t \text{ В}; \\ L &= 0,1 \text{ Гн}; \quad C = 10 \text{ мкФ}; \\ r &= 100 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Требуется определить ток i_r .

В соответствии с принципом наложения, заменяем источник e_1 его внутренним сопротивлением (напомним, внутреннее сопротивление идеального источника ЭДС равно нулю) и оценим действие только источника e_0 . Постоянный ток через конденсатор не идет, и потому схема

примет вид рис. 2.26, б. Для нее $I_0 = \frac{E_0}{r} = \frac{10}{100} = 0,1 \text{ А}$.

Далее заменив источник e_0 его внутренним сопротивлением, оценим действие только источника e_1 в соответствии с рис. 2.26, в. Для расчета этой схемы можно применить, например, комплексный метод (потому что в схеме на рис. 2.26 работает только источник с одной частотой

$$\omega = 1000 \frac{1}{\text{с}}).$$

Здесь:

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} E_{1M} = 10 \text{ В}; \\ x_C &= \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = 100 \text{ Ом}; \\ x_L &= \omega L = 1000 \cdot 0,1 = 100 \text{ Ом}; \end{aligned}$$

$$\underline{Z} = -jx_C + \frac{x_L^2 r}{r^2 + x_L^2} + j \frac{x_L r^2}{r^2 + x_L^2} = -j100 + 50 + j50 = 50 - j50 = 50\sqrt{2}e^{-j45^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}} = \frac{10}{50\sqrt{2}} e^{j45^\circ} = 0,1\sqrt{2} e^{j45^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{U}_C = \underline{I}_C(-jx_C) = 0,1\sqrt{2} e^{j45^\circ} \cdot 100e^{-j90^\circ} = 10\sqrt{2} e^{-j45^\circ} = 10 - j10 \text{ В};$$

$$\underline{U}_r = E_1 - \underline{U}_C = 10 - (10 - j10) = j10 \text{ В};$$

$$I_{r1} = \frac{\underline{U}_r}{r} = \frac{j10}{100} = j0,1 \text{ А};$$

$$i_{r1} = \sqrt{2} 0,1 \sin(1000t + 90^\circ) \text{ А} = 0,141 \sin(1000t + 90^\circ) \text{ А}.$$

Суммировать действующие значения токов для обеих схем мы не имеем права (поскольку различны частоты). Суммируем мгновенные значения (учитывая, что для постоянного тока мгновенное значение равно действующему). В результате ток через резистор

$$i_r = I_0 + i_{r1} = 0,1 + 0,141 \sin(1000t + 90^\circ) \text{ А} \quad (2.60)$$

(действующее значение этого тока будет обсуждено ниже — в конце данного параграфа).

Принцип наложения может быть применен для обоснования еще одного метода расчета — *метода эквивалентного генератора*.

Пусть имеется некоторая электрическая цепь, в составе которой есть один или несколько источников электроэнергии; нам необходимо определить ток в ветви $\alpha - \beta$. На рис. 2.27, а интересующая нас ветвь представлена некоторой нагрузкой z_H , а остальная часть цепи — двухполюсником А, который называют активным, поскольку в его составе есть источники энергии. Предположим, что мы, отсоединив z_H , замерим напряжение между точками α и β ; результат замера обозначим $u_{\alpha\beta}$.

Если между точкой α и z_H мы введем два встречно направленных одинаковых источника ЭДС $-u_{\alpha\beta}$, $+u_{\alpha\beta}$ (рис. 2.27, б), ток в ветви, содержащей z_H , не изменится. Но этот ток, в соответствии с принципом наложения, равен сумме токов, создаваемых в схеме на рис. 2.27, в и в схеме на рис. 2.27, г, где двухполюсник П — пассивный двухполюсник — отличается от двухполюсника А тем, что в нем все источники энергии заменены их внутренним сопротивлениями. Но так как в схеме на рис. 2.27, в ток, созданный двумя встречными ЭДС, равен нулю, то ток в схеме на рис. 2.27, а будет равен току в схеме на рис. 2.27, г.

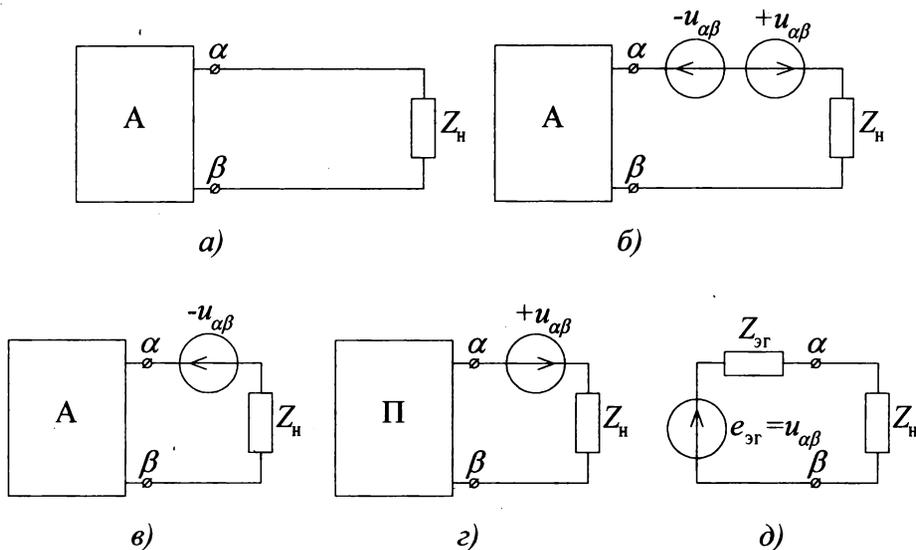


Рис. 2.27. Схемы, поясняющие метод эквивалентного генератора

Из изложенного и вытекает сущность метода. Вся цепь, кроме ветви, заменяется гипотетическим генератором, эквивалентным ей: ЭДС этого генератора, равна напряжению, получаемому между зажимами α и β при отключенной ветви z_n , а внутреннее сопротивление равно сопротивлению между этими зажимами α и β , замеренному (или рассчитанному) также при отключении ветви и при замене всех источников электроэнергии их внутренними сопротивлениями. И тогда расчет проводится для схемы, представленной на рис. 2.27, д (задача, аналогичная той, которая рассматривается в школьном курсе физики в параграфе «закон Ома для полной цепи»).

Заметим, что величины $e_{\text{эг}}$ и $z_{\text{эг}}$ могут быть рассчитаны теоретически по схеме, а могут быть и замерены непосредственно для какой — то реальной схемы; поэтому метод полезен и для теории, и для практической работы.

В качестве примера рассмотрим схему на рис. 2.28, а.

Пусть в ней дано:

$$e = 150\sqrt{2} \sin 2000t \text{ В}; L_1 = 0,03 \text{ Гн}; L_2 = 0,02 \text{ Гн}; r = 18 \text{ Ом}.$$

Требуется определить U_r .

Примем за эквивалентный генератор часть схемы, обведенную на рисунке пунктиром; для удобства сопоставления с предыдущим материалом обозначим, как и раньше, выходные зажимы эквивалентного генератора α и β .

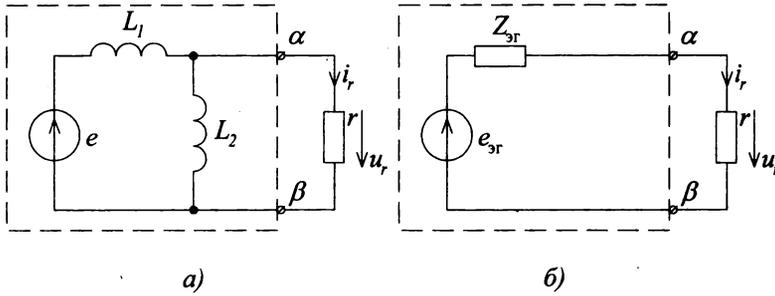


Рис. 2.28. Пример схемы к расчету методом эквивалентного генератора

Для этой схемы

$$x_{L_1} = \omega L_1 = 2000 \cdot 0,03 = 60 \text{ Ом}; \quad x_{L_2} = \omega L_2 = 2000 \cdot 0,02 = 40 \text{ Ом};$$

$$E = \frac{E_M}{\sqrt{2}} = 150 \text{ В}.$$

При отключении ветви r напряжение между зажимами α и β , т. е. ЭДС эквивалентного генератора

$$E_{\text{эг}} = \frac{E}{jx_{L_1} + jx_{L_2}} jx_{L_2} = \frac{150}{j60 + j40} j40 = 60e^{j0^\circ} \text{ В}.$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора, т. е. сопротивление между зажимами α и β при отсоединенной ветви r и при замене источника e его внутренним сопротивлением

$$Z_{\text{эг}} = \frac{jx_{L_1} \cdot jx_{L_2}}{jx_{L_1} + jx_{L_2}} = j24 \text{ Ом}.$$

И тогда, переходя к схеме на рис. 2.28, б, имеем

$$I_r = \frac{E_{\text{эг}}}{Z_{\text{эг}} + r} = \frac{60}{j24 + 18} = \frac{60}{30e^{j53^\circ}} = 2e^{-j53^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{U}_r = r I_r = 18 \cdot 2e^{-j53^\circ} \text{ В}; \quad u_r = 36\sqrt{2} \sin(2000t - 53^\circ) \text{ В}.$$

(При желании можно рассчитать ту же схему комплексным методом непосредственно и, получив тот же результат, убедится в том, что метод эквивалентного генератора иногда сокращает объем работ.)

Остановимся еще на одном дополнительном вопросе. Выше, рассматривая принцип наложения, мы получим результат (2.60), являющийся, хотя и периодическим, но не синусоидальным. Нам и в дальнейшем придется упоминать о периодических несинусоидальных процессах, а потому представляет интерес определение действующего значения тока или напряжения в таком процессе.

В общем случае, как известно из математики, периодический несинусоидальный сигнал может быть разложен на сумму постоянной составляющей и ряда гармоник, т. е. (рассматриваем на примере тока)

$$i = I_0 + \sum_{k=1}^n I_{k_{\max}} \sin(k\omega t + \varphi_k), \quad (2.61)$$

где κ — номер гармоники. По аналогии с (2.2) (см. § 2.1), например, для тока имеем:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}. \quad (2.62)$$

При подстановке (2.61) в (2.62) подынтегральное выражение будет представлять собой сумму ряда слагаемых, что позволит нам заменить интеграл в (2.62) суммой ряда интегралов, подынтегральные выражения каждого из которого следует рассмотреть.

При возведении в квадрат суммы (2.61) получится сумма слагаемых двух типов: квадраты каждого из слагаемых (2.61) и удвоенные произведения попарно взятых слагаемых (2.61) во все сочетаниях. Слагаемые первого типа после интегрирования дадут квадраты действующих значений: действующего значения постоянной составляющей и действующих значений каждой из гармоник (в соответствии с определением действующего значения). Слагаемые второго типа дадут периодические функции (напомним, что произведение синусов дает разность косинусов); а интегрирование периодических функций по периоду дает ноль. Учитывая сказанное, (2.62) примет вид:

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_n^2}. \quad (2.63)$$

Действующее значение напряжения несинусоидального периодического сигнала получается совершенно аналогично.

Средняя мощность несинусоидального периодического сигнала равна сумме мощностей каждой из гармоник. Однако часто при исследовании цепей с несинусоидальным периодическим током заменяют несинусоидальный сигнал эквивалентным ему синусоидальным, имеющим то же действующее значение.

Для иллюстрации изложенного определим действующее значение тока (2.60) и мощность, рассеиваемую этим током на резисторе r (см. рис. 2.26):

$$I_r = \sqrt{I_0^2 + I_n^2} = \sqrt{0,1^2 + \left(\frac{0,141}{\sqrt{2}}\right)^2} = 0,141 \text{ А} ; P = I_r^2 r = 0,141^2 \cdot 100 = 2 \text{ Вт}.$$

ГЛАВА III. ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ

§ 3.1. Основные понятия и определения

Совокупность n электрических цепей, в которых действуют синусоидальные ЭДС одинаковой частоты, но сдвинутые по фазе одна относительно другой, называют n -фазной цепью. Каждую из этих n цепей, входящих в n -фазную цепь, принято называть *фазой*. Соответственно, в цепи можно рассматривать фазы генератора и фазы нагрузки (потребителя). (Заметим, что не следует путать два различных понятия, именуемые в электротехнике одним и тем же термином «фаза», — угол и участок цепи.)

Генерирование n -фазного напряжения производится обычно не совокупностью n генераторов, а одним n -фазным генератором. А n -фазная нагрузка может быть и совокупностью n нагрузок (однофазных нагрузок), и единым n -фазным потребителем.

Если отдельные фазы n -фазной цепи не имеют общих проводов, то цепь называется *несвязанной*; если имеют, — то *связанной*. В основном, применяются связанные цепи; ниже рассматриваются именно они.

Питание n -фазной цепи называют *симметричным*, если напряжения во всех фазах имеют одинаковые действующие значения и сдвинуты по фазе друг относительно друга на угол $2\pi/n$.

В промышленности применяются, в основном, цепи трехфазные (в энергетических системах) и двухфазные (в системах управления).

Для студентов неэлектрических специальностей представляет интерес рассмотрение, в первую очередь, цепей с трехфазным симметричным питанием, поскольку будущие специальности студентов предполагают использование уже имеющегося силового питания.

В дальнейшем изложении применяются индексы A, B, C — для выходных зажимов генератора, a, b, c — для начала каждой из фаз нагрузки.

Как для фаз генератора, так и для фаз нагрузки существуют различные способы соединения их между собой. Наиболее часто применяются схемы, именуемые *звездой* и *треугольником*.

Для удобства объяснения примем, что в каждой фазе (генератора или нагрузки) один из концов является началом, а другой — концом фазы. Тогда для получения схемы «треугольник» начало каждой фазы соединяется с концом предыдущей фазы; к точкам соединения (их три, поскольку речь идет о трехфазной системе) подключаются провода, соединяющие эту схему с остальной цепью. Обозначение данного типа соединения — Δ .

Для получения схемы «звезда» концы трех фаз (генератора или нагрузки) соединяются между собой; точка их соединения называется *нейтральной точкой*. Провода, соединяющие начало фаз этой схемы с остальной цепью (этих проводов также три), подключаются к началу каждой фазы. Обозначение данного типа соединения — \star .

Обе описанные схемы являются *трехпроводными*; три провода, соединяющие эту схему с остальной цепью, называются *линейными проводами*.

В случае, если и генератор, и нагрузка соединены по схеме «звезда», возможна не только трехпроводная, но и *четырёхпроводная* схема соединения. Этот четвертый провод соединяет между собой нейтральные точки генератора и нагрузки. Этот провод называется *нейтральным проводом* (часто применяемые, но менее корректные термины: *нулевая точка*, *нулевой провод*). Обозначение соединения — звездой с нейтральным проводом — \star .

Для нагрузки применяются все три перечисленных типа соединения. Для генератора соединение треугольником является нежелательным, так как в случае искажения синусоидальной формы кривой напряжения в цепи появляются составляющие высших гармоник, и можно показать, что в генераторе, соединенном треугольником, все гармоники, с номерами, кратными трем, замыкаются накоротко. Обсуждаемые схемы соединения представлены на рис. 3.1, где нагрузка подсоединена: а) \star ; б) \star ; в) Δ .

На рисунке обозначено: O — нейтральная точка генератора, N — нейтральная точка нагрузки, u_A, u_B, u_C — напряжения, создаваемые фазами генератора. (На практике часто пренебрегают малым внутренним сопротивлением источника, т. е. генератора, а потому напряжения, создаваемые фазами генератора, отождествляют с создаваемыми генератором ЭДС.)

Систему питания, в которой u_B отстает по фазе от u_A , а u_C отстает от u_B , называют системой прямой последовательности (при ином порядке чередования фаз — системой обратной последовательности). Мы далее рассматриваем систему прямой последовательности и, так как система питания принята симметричной, то

$$\dot{U}_B = \dot{U}_A e^{-j120^\circ}; \quad \dot{U}_C = \dot{U}_B e^{-120^\circ}. \quad (3.1)$$

Заметим, что на схеме изображать фазы (генератора или нагрузки) под углом 120° отнюдь не обязательно, они могут быть на схеме изображены любым образом, например по параллельным линиям.

Напомним, что все провода, кроме нейтрального (O, N), соединяющие генератор и нагрузку, называются *линейными*. В соответствии с этим напряжения, замеренные между линейными проводами, называются линейными напряжениями; токи в линейных проводах называются линейными токами. Напряжения между началом и концом фазы (генератора или нагрузки) называются фазными напряжениями (соответственно: генератора или нагрузки). Токи, текущие в фазах (генератора или нагрузки), называются фазными токами (соответственно: генератора или нагрузки). Из рис. 3.1 видно, что для схемы «звезда» совпадают понятия фазных и линейных токов, а для схемы «треугольник» совпадают понятия фазных и линейных напряжений.

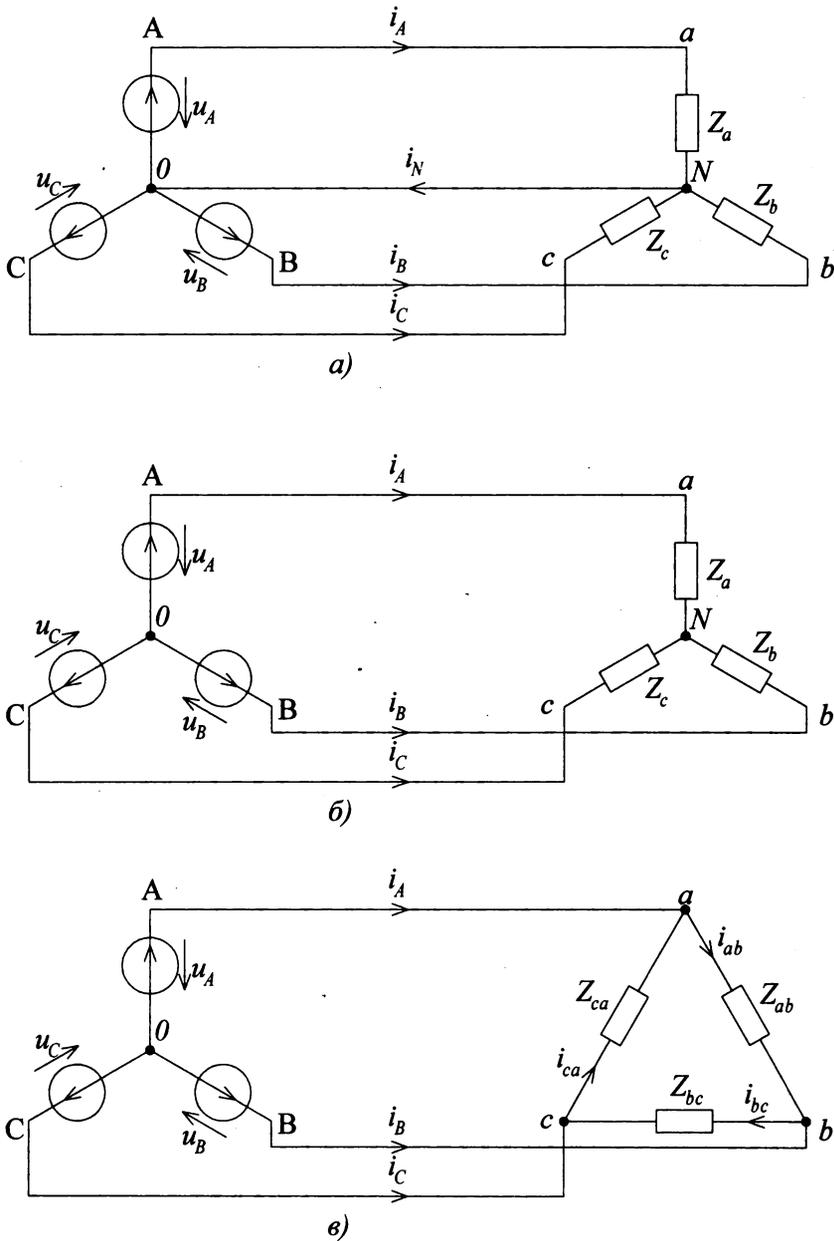


Рис. 3.1. Схемы соединения трехфазной цепи

Изображенные на рис. 3.1 фазы нагрузки могут быть реализованы в виде любых схем; в общем случае сопротивления фазы нагрузки запишем: $Z_\varphi = z_\varphi e^{j\varphi_\varphi}$, где (напомним) z_φ — модуль, φ_φ — аргумент. Нагрузка называется *равномерной*, если во всех фазах модули комплекса сопротивления одинаковы. Нагрузка называется *однородной*, если во всех фазах нагрузки

аргументы комплекса сопротивления одинаковы (а следовательно, одинаков характер нагрузки во всех фазах). Нагрузка называется *симметричной*, если она и равномерна, и однородна (то есть комплексы сопротивления фаз нагрузки равны между собой). Легко показать, что если любое из этих трех условий будет выполняться для сопротивлений фаз нагрузки, то оно же будет выполняться и для проводимостей фаз нагрузки.

В заключение параграфа перечислим основные преимущества многофазных систем перед однофазными:

- ❖ экономичность передачи энергии (например, для трехфазной системы требуется три или четыре провода вместо шести, необходимых для трех однофазных цепей);
- ❖ возможность получения вращающегося магнитного поля, необходимого для наиболее распространенных типов машин переменного тока (см. § 7.2);
- ❖ возможность получения двух эксплуатационных напряжений (фазного и линейного) в одной цепи.

§ 3.2. Векторные диаграммы генератора и нагрузки в трехфазных цепях

Наиболее удобным средством при рассмотрении трехфазных цепей синусоидального переменного тока является комплексный метод. Поэтому целесообразно рассмотреть векторные диаграммы для трехфазных цепей.

Векторная диаграмма симметричного трехфазного генератора должна, в соответствии с (3.1) представлять собой совокупность трех равных по модулю векторов фазных напряжений: \dot{U}_A , \dot{U}_B , \dot{U}_C , причем эти векторы выходят из одной и той же точки (нейтральная точка 0) и развернуты друг относительно друга на 120° (рис. 3.2).

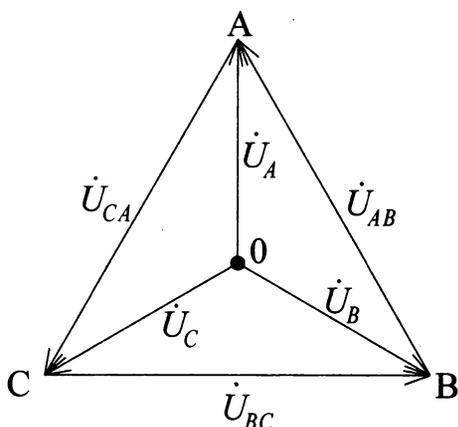


Рис. 3.2. Векторная диаграмма трехфазного генератора

Нейтральная точка генератора, как правило, по требованиям техники безопасности заземляется и, следовательно, точка 0 на векторной диаграмме соответствует нулевому потенциалу.

Линейные напряжения должны быть представлены на векторной диаграмме векторами, проведенными между точками: А, В, С. Однако направление этих векторов следует обсудить.

Возможны два равноправных, но взаимоисключающих определения линейного напряжения. Либо:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B ; \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C ; \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A \quad (3.2)$$

(и тогда, следовательно,

$$\dot{U}_A = \dot{U}_B + \dot{U}_{AB} ; \dot{U}_B = \dot{U}_C + \dot{U}_{BC} ; \dot{U}_C = \dot{U}_A + \dot{U}_{CA}), \text{ либо}$$

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_B - \dot{U}_A ; \dot{U}_{BC} = \dot{U}_C - \dot{U}_B ; \dot{U}_{CA} = \dot{U}_A - \dot{U}_C \quad (3.2, a)$$

(и тогда, следовательно,

$$\dot{U}_B = \dot{U}_A + \dot{U}_{AB} ; \dot{U}_C = \dot{U}_B + \dot{U}_{BC} ; \dot{U}_A = \dot{U}_C + \dot{U}_{CA}).$$

Здесь и далее принято первое определение, и тогда, в соответствии с правилом сложения векторов методом многоугольника, получаем направления векторов линейных напряжений, показанные на рис. 3.2.

Если считать линейные провода идеальными, т. е. имеющими пренебрежимо малое сопротивление, то линейные напряжения, подведенные к нагрузке, равны линейным напряжениям генератора, и, следовательно, построение векторной диаграммы нагрузки начинается с построения равностороннего треугольника линейных напряжений, идентичного треугольнику ABC на рис. 3.2 (случай неидеальных линейных проводов будет рассмотрен ниже — в конце § 3.4).

Начнем (рис. 3.3) с векторной диаграммы нагрузки, соединенной звездой. В случае наличия идеального нейтрального провода потенциал нейтральной точки *N* нагрузки будет, как и у нейтральной точки 0 генератора, нулевым. Тогда точка *N* будет находиться в центре треугольника ABC линейных напряжений, совпадая с точкой 0.

При неидеальном нейтральном проводе или в случае его отсутствия потенциал точки *N*, а следовательно, и местонахождение ее на векторной диаграмме, очевидным не является и подлежит выяснению. В общем случае точка *N* может оказаться в любом месте векторной диаграммы; тогда ее потенциал U_N будет определяться вектором из точки 0 в точку *N*. Векторы фазных напряжений нагрузки следует тогда провести из точки *N* в вершины треугольника линейных напряжений (в соответствии с § 3.1). На рис.

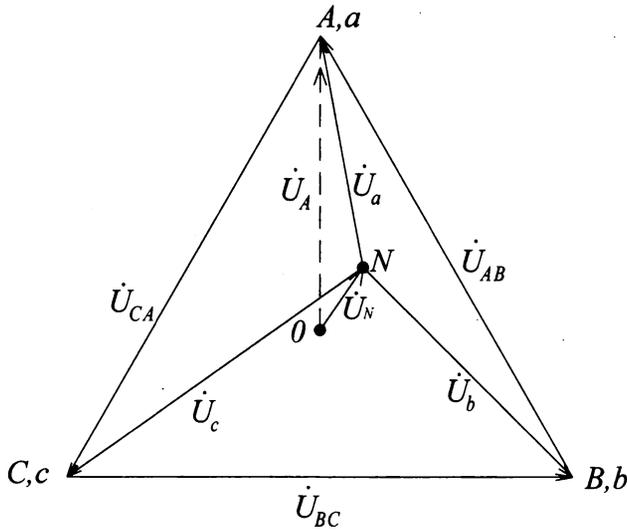


Рис. 3.3. Пример векторной дитаграммы нагрузки, соединенной по схеме «звезда»

3.3 положение точки N выбрано — для рассмотрения — произвольно. Кроме того, для удобства последующего изложения на рис. 3.3 перенесен с рис. 3.2 вектор U_A (показан пунктиром) фазного напряжения генератора.

Комплексы фазных токов вычисляются в соответствии с § 2.5 посредством деления комплексов фазных напряжений на комплексы соответствующих фазных сопротивлений нагрузки; таким образом, векторы токов могут быть на рис. 3.3 начерчены выходящими из нейтральной точки N , и угол между ними и векторами фазных напряжений определяется характером сопротивлений фаз нагрузки.

Для нагрузки, соединенной треугольником, построение векторной дитаграммы также начинается с построения треугольника приложенных к нагрузке линейных напряжений. Они же — эти напряжения — являются для треугольника и фазными. Поэтому, в соответствии со сказанным выше, определяются фазные токи и строятся их вектора. На рис. 3.4 в качестве примера принято, что нагрузка всех фаз, например, активно-индуктивная (и следовательно, токи от напряжений отстают, но на угол, меньший, чем на 90°).

По фазным токам могут быть определены линейные токи; покажем это на примере линейного тока I_A , для которого, в соответствии с рис. 3.1, v , можно записать:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = \dot{I}_{ab} + (-\dot{I}_{ca}). \quad (3.3)$$

Соответствующее построение выполнено на рис. 3.4. Построение для двух других линейных токов может быть выполнено аналогично.

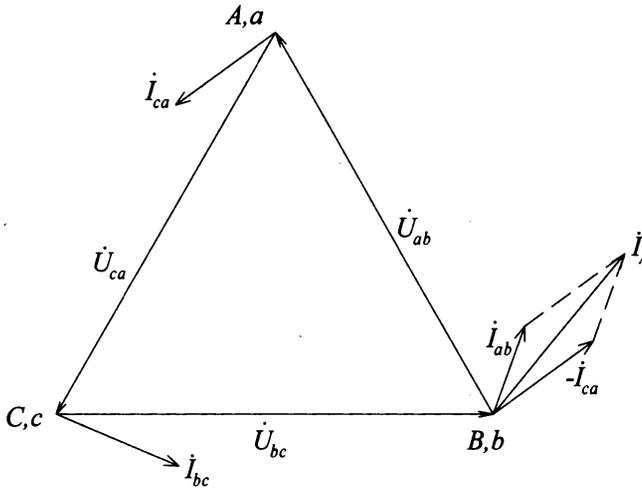


Рис. 3.4. Пример векторной диаграммы нагрузки, соединенной по схеме «треугольник»

Заметим, что рис. 3.4 не следует отождествлять с рис. 3.1, *в* и искать противоречие в неодинаковости направлений стрелок, соответствующих одним и тем же токам. Эти стрелки обозначают разные понятия: на рис. 3.1, *в* они показывают условно-положительные направления токов, а на рис. 3.4 они показывают фазовые углы, соответствующие этим токам.

§ 3.3. Трехфазная нагрузка, соединенная звездой

Первым этапом решения задачи по трехфазным цепям обычно является сведение этой задачи к трем задачам по однофазным цепям, для чего, в первую очередь, необходимо определить фазные напряжения нагрузки. Из рис. 3.3 видно, что комплекс фазного напряжения нагрузки равен разности комплекса соответствующего фазного напряжения генератора и комплекса потенциала нейтральной точки нагрузки; например, для фазы «а»:

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= \dot{U}_A - \dot{U}_N, \\ \text{и аналогично:} \quad \dot{U}_b &= \dot{U}_B - \dot{U}_N, \\ \dot{U}_c &= \dot{U}_C - \dot{U}_N. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Отсюда следует необходимость определения потенциала \dot{U}_N нейтральной точки нагрузки.

Для этого, на основании следствия из первого закона Кирхгофа (§ 1.3), запишем в комплексной форме для схемы, представленной на рис. 3.1, *а*:

$$I_A + I_B + I_C - I_N = 0. \quad (3.5)$$

Пользуясь законом Ома в комплексной форме, (3.5) перепишем:

$$(\dot{U}_A - \dot{U}_N)\underline{Y}_A + (\dot{U}_B - \dot{U}_N)\underline{Y}_B + (\dot{U}_C - \dot{U}_N)\underline{Y}_C + (\dot{U}_0 - \dot{U}_N)\underline{Y}_N = 0, \quad (3.6)$$

где $\underline{Y}_A, \underline{Y}_B, \underline{Y}_C, \underline{Y}_N$ — комплексы проводимостей участков схемы от точек $A, B, C, 0$ — соответственно — до точки N (использование в записи (3.6) проводимостей, а не сопротивлений позволило запись сделать чуть менее громоздкой). Учитывая, что $U_0 = 0$ (нейтральная точка генератора заземлена — см. выше), получаем:

$$\dot{U}_N = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N}. \quad (3.7)$$

Из полученного следует, что потенциал нейтральной точки равен нулю (т. е. точка N на рис. 3.3 совпадает с точкой 0) при выполнении любого из двух условий: либо схема имеет идеальный нейтральный провод, либо нагрузка является симметричной. Покажем это.

Первое условие очевидно: наличие идеального нейтрального провода означает, что $\underline{Y}_N = \infty$, что и следует подставить в (3.7). Второе условие — поясним. Симметричность нагрузки означает: $\underline{Y}_A = \underline{Y}_B = \underline{Y}_C = \underline{Y}$, и числитель (3.7) с учетом (3.1) (поскольку источник питания — генератор — здесь принят симметричным) перепишется:

$$\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C = \underline{Y}(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C) = \underline{Y} \dot{U}_A (1 + e^{-j120^\circ} + e^{-j240^\circ}).$$

Подставляя в выражение в скобках формулу Эйлера:

$$e^{j\psi} = \cos \psi + j \sin \psi$$

(о ней мы уже упоминали § 2.5), получим ноль, из чего следует, что и в этом случае $\dot{U}_N = 0$.

В случае отсутствия нейтрального провода (рис. 3.1, б) непосредственный замер фазных напряжений U_A, U_B, U_C генератора неудобен, поэтому вывод формулы для этой ситуации произведем чуть иначе.

При отсутствии нейтрального провода последний член в (3.6) равен нулю, ибо $\underline{Y}_N = 0$; тогда с подстановкой (3.4) перепишем (3.6)

$$U_a \underline{Y}_A + U_b \underline{Y}_B + U_c \underline{Y}_C = 0. \quad (3.6, a)$$

Из векторной диаграммы (рис. 3.3) видно, что аналогично (3.2) можно записать:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_b + \dot{U}_{AB}; \quad \dot{U}_b = \dot{U}_c + \dot{U}_{BC}; \quad \dot{U}_c = \dot{U}_a + \dot{U}_{CA}. \quad (3.8)$$

Подставляя из (3.8) в (3.6, a) выражения для двух фазных напряжений через интересующее нас третье, получим:

$$U_a \underline{Y}_A + (U_a - U_{AB}) \underline{Y}_B + (U_a + U_{CA}) \underline{Y}_C = 0,$$

откуда:

$$\left. \begin{aligned} U_a &= \frac{U_{AB} \underline{Y}_B - U_{CA} \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} \\ \text{и аналогичным образом:} \\ U_b &= \frac{U_{BC} \underline{Y}_C - U_{AB} \underline{Y}_A}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}; \\ U_c &= \frac{U_{CA} \underline{Y}_A - U_{BC} \underline{Y}_B}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}. \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

Формулы (3.9) дают значения фазных напряжений нагрузки непосредственно и требуют замера линейных напряжений, что выполнимо всегда.

(Заметим, что если бы первоначально было принято определение не (3.2), а (3.2, а), то знаки в формулах (3.9) получились бы иными).

Предостерегая от распространенной студенческой ошибки, напомним, что в формулы (3.7) и (3.9) следует подставлять не действующие значения напряжений, а их комплексы.

Рассмотрим несколько типичных частных случаев, когда вычисления по (3.7) или (3.9) не требуется, поскольку результат очевиден из схемы и векторной диаграммы.

При наличии идеального нейтрального провода $U_N = 0$, и следовательно, нейтральная точка нагрузки оказывается в центре треугольника линейных напряжений. В результате векторная диаграмма для напряжений нагрузки совпадает с векторной диаграммой для напряжений генератора (рис. 3.2): фазные напряжения равны между собой и меньше линейных в $\sqrt{3}$ раз:

$$U_\phi = \frac{1}{\sqrt{3}} U_{л}. \quad (3.10)$$

(Это соотношение легко показать геометрически из рис. 3.2 или аналитически, применив (3.2) и сравнив модули векторов.)

В соответствии с первым законом Кирхгофа применительно к точке N , в нейтральном проводе будет течь ток, дополняющий до нуля сумму фазных токов (здесь и далее речь идет либо о мгновенных значениях токов, либо о соответствующих им комплексах). Если нагрузка симметрична, то сумма фазных токов равна нулю и, следовательно, ток в нейтральном проводе тоже равен нулю.

Напомним, что для симметричной нагрузки, соединенной по схеме «звезда», $U_N = 0$ также и при отсутствии нейтрального провода (что было показано выше), а потому (3.10) справедлива и для этого случая.

Одинаковость фазных напряжений и независимость каждого из них от нагрузки в двух других фазах является причиной того, что схема «звезда с нейтральным проводом» применяется для питания однофазных несимметричных нагрузок, например, для сети электропитания жилых домов. Из сказанного вытекают некоторые соображения, связанные с техникой безопасности, а потому полезные для студента.

При подведении трехфазного питания предохранители ставятся в линейные провода, но не в нейтральный провод: перегорание предохранителя в нейтральном проводе привело бы к нарушению симметричности фазных напряжений и в результате этого могли бы возникнуть перенапряжения в каких-либо фазах.

Каждому однофазному потребителю (например, квартире) подается два провода: провод, идущий от линейного провода, и провод от нейтральной точки. Предохранители в каждом однофазном потребителе ставятся на обоих проводах: срабатывание любого из них обесточит данного потребителя (например, квартиру); при этом существенно заметить, что срабатывание предохранителя на проводе, идущем к потребителю от нейтральной точки, никак не повлияет на другие фазы нагрузки, поскольку нейтральная точка, общая для всех фаз, по-прежнему остается связанной с нейтральной точкой источника посредством нейтрального провода.

Заметим также, что предохранители на идущих к потребителю проводах рассчитываются на значения токов, опасных из-за перегрузки источника или из-за нарушения пожаробезопасности проводки; функцию же защиты электрооборудования потребителя эти предохранители не выполняют, так как токи, выводящие из строя электрооборудование потребителя, имеют меньшие значения. Предохранители же для защиты тех или иных элементов электрооборудования могут быть предусмотрены непосредственно в схеме этого оборудования.

Выключатели ставят на проводе, идущем от линейного провода. Изоляция в оборудовании не всегда идеальна, и для того, чтобы корпус прибора, оказавшийся под напряжением, не стал причиной травмы, корпуса приборов заземляют (используются специальные трехконтактные штепсельные разъемы). При отсутствии такого заземления, например, в квартире можно в качестве кустарной меры поменять полярность включения штепсельной вилки таким образом, чтобы проводом, под потенциалом которого оказался корпус прибора, стал бы провод, соединенный с нейтральной точкой питания.

Следующим примером является короткое замыкание одной из фаз (например, фазы b : провод пренебрежимо малого сопротивления соединяет точки b и N нагрузки).

При наличии нейтрального провода это означает закорачивание фиксированного фазного напряжения, следовательно, чрезмерно воз-

растает ток, и ситуация оказывается аварийной. При отсутствии нейтрального провода (рис. 3.1, б) разность потенциалов между точками b и N при коротком замыкании определялась бы падением напряжения на короткозамыкающем проводе, соединяющем эти точки; ввиду малости сопротивления этого провода потенциал точки N окажется равным потенциалу точки b ; векторы фазных напряжений — это векторы из точки N в вершины треугольника линейных напряжений (рис. 3.5): U_b оказывается нулевым, а два других фазных напряжения совпадают с линейными.

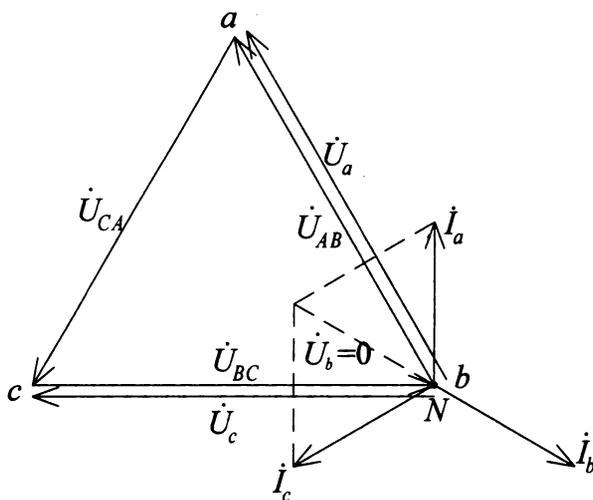


Рис. 3.5. Векторная диаграмма нагрузки, соединенной звездой без нейтрального провода, при коротком замыкании фазы b

Комплексы токов изображены на рис. 3.5, например, для активно-индуктивной нагрузки в фазе a и активно-емкостной — в фазе c . Ток короткого замыкания в фазе b определяется по первому закону Кирхгофа. На рис. 3.5 видно, что возможна и ситуация, когда ток короткого замыкания равен нулю. Для этого нагрузка в фазах a и c должна быть такой, чтобы $I_a + I_c = 0$.

В качестве последнего примера рассмотрим обрыв одной фазы (например, фазы a) при отсутствии нейтрального провода.

Из схемы (рис. 3.1, б) видно, что в этом случае фазы « b » и « c » нагрузки оказались бы соединенными последовательно и были бы запитаны линейным напряжением U_{BC} .

Из закона Ома следует, что в последовательной цепи падение напряжения распределяются пропорционально сопротивлениям. Приняв — для упрощения примера — что нагрузка в фазах a и c равномерна (т. е.

$z_b = z_c$), делаем вывод, что на векторной диаграмме (рис. 3.6, а) геометрическим местом точек возможного местонахождения нейтральной точки является линия АК, равноудаленная от точек В и С.

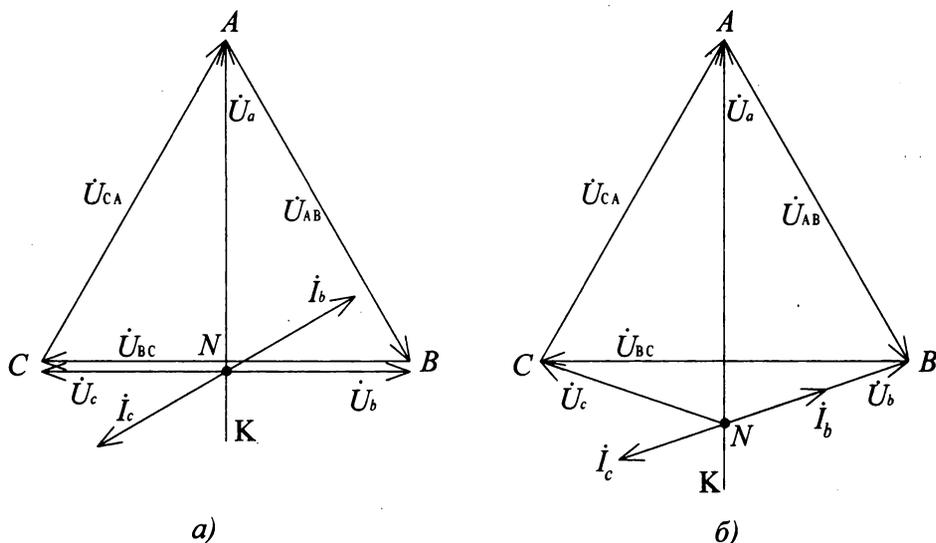


Рис. 3.6. Векторная диаграмма нагрузки, соединенной звездой без нейтрального провода, при обрыве фазы а:

а) нагрузка фаз *b* и *c* симметрична; б) нагрузка фаз *b* и *c* несимметрична

Предположим, что точка *N* находится на стороне *BC* треугольника линейных напряжений, как показано на рис. 3.6, а. Тогда фазные напряжения — векторы из точки *N* в вершины треугольника (в точки *B*, *C*, *A*). Ток в фазе *a* отсутствует, а токи в фазах *b* и *c* определяются нагрузкой этих фаз. Если нагрузка фаз *b* и *c* симметрична (т. е. не только равномерна, но и однородна), то векторы токов на диаграмме равны и направлены встречно, а следовательно, в сумме дают ноль, и первый закон Кирхгофа выполняется. Таким образом, предположение о местонахождении точки *N* оказалось верным (в данном примере для определенности принято, что нагрузка в фазах *b* и *c* имеет, например, активно-емкостной характер).

Однако, если нагрузка фаз не однородна, то первый закон Кирхгофа при данном положении точки *N*, как видно из рис. 3.6, а, не был бы выполнен: действительно, пусть, например, нагрузка в фазе *c*, как и раньше, активно-емкостная, а нагрузка фазы *b* чисто активная (т. е. резистивная); тогда вектор I_b будет коллинеарен вектору U_b , и сумма $I_c + I_b \neq 0$.

Однако, нетрудно видеть, что, смещение точки N вниз по линии АК позволяет вновь добиться выполнения первого закона Кирхгофа (рис. 3.6, б). И тогда определение положения точки N на векторной диаграмме (рис. 3.6, б) сводится к геометрической задаче.

В качестве численного примера расчета трехфазной цепи, соединённой по схеме «звезда», рассмотрим схему, которую можно использовать как определитель последовательности фаз (рис. 3.7, а).

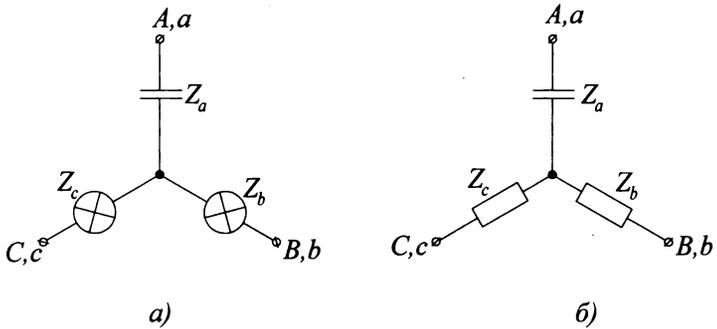


Рис. 3.7. Пример схемы — определителя последовательности фаз

Схема состоит из одного реактивного элемента (например, емкости) и двух ламп накаливания. Параметры элементов выбраны так, что схема является равномерной нагрузкой, т. е. модуль проводимости всех трех фаз нагрузки одинаков и равен одной и той же величине, которую обозначим, например, k .

Схема запитана от симметричного трехфазного источника с линейным напряжением $U_{\text{л}}$. Назначение схемы: по накалу ламп определить порядок следования фаз (т. е. определить, какая из ламп подключена к опережающей фазе).

Представим обсуждаемую схему эквивалентной ей схемой, показанной на рис. 3.7, б и сравним действующие значения напряжений, приложенных к резисторам (т. е. к лампам) при подключении схемы к симметричному трехфазному источнику.

Воспользуемся формулами (3.9). В них для данной схемы

$\underline{Y}_a = jk = ke^{j\frac{\pi}{2}}$; $\underline{Y}_b = \underline{Y}_c = k$. Для записи комплексов напряжений зададимся направлением вещественной оси комплексной плоскости, например, по вектору фазного напряжения \dot{U}_A генератора. Тогда (см. рис. 3.2 в §3.2)

$$\dot{U}_{AB} = U_{\text{л}} e^{j30^\circ}; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_{AB} e^{-j120^\circ} = U_{\text{л}} e^{-j90^\circ};$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{BC} e^{-j120^\circ} = \dot{U}_{AB} e^{-j240^\circ} = U_{\text{л}} e^{-j210^\circ}.$$

Подстановка этих значений в формулы (3.9) (§3.3) дает:

$$\dot{U}_b = \frac{\dot{U}_{BC} \underline{Y}_C - \dot{U}_{AB} \underline{Y}_A}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \frac{U_n e^{-j90^\circ} k - U_n e^{j30^\circ} k e^{j90^\circ}}{jk + k + k};$$

$$\dot{U}_c = \frac{\dot{U}_{CA} \underline{Y}_A - \dot{U}_{BC} \underline{Y}_B}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \frac{U_n e^{-j210^\circ} k e^{j90^\circ} - U_n e^{-j90^\circ}}{jk + k + k}.$$

Представляя в полученных выражениях комплексные величины в тригонометрической форме (через формулы Эйлера — см. §2.5) и подставляя численные значения тригонометрических функций, после вычислений получаем:

$$\dot{U}_b = \frac{U_n}{k(2+j)} k(0,5 - j1,87) = U_n 0,866 e^{-j108,4^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_c = \frac{U_n}{k(2+j)} k(-0,5 + j0,13) = U_n 0,233 e^{j138,4^\circ} \text{ В}.$$

Отсюда действующие значения интересующих нас напряжений:

$$U_b = 0,866 U_n; \quad U_c = 0,233 U_n.$$

Полученный результат позволяет сделать вывод о последовательности фаз: если фазу, от которой запитан конденсатор, считать первой, то следующей, т. е. второй, фазой, отстающей от нее на 120° , является та, лампа в которой горит более ярко, а следующей за ней, т. е. третьей фазой, отстающей еще на 120° , является та, лампа в которой горит более тускло.

Студентам можно предложить самостоятельно сделать аналогичный расчет для схемы, в которой в качестве реактивного элемента использована не емкость, а индуктивность.

§ 3.4. Трехфазная нагрузка, соединенная треугольником

Из рис. 3.1, *в* очевидно, что фазное напряжение в этом случае равно линейному, а потому при идеальных подводящих (линейных) проводах задача его определения не возникает. При этом фазное напряжение каждой из трех фаз не зависит от нагрузки в двух других фазах, поэтому схема треугольника может быть применена не только для питания трехфазной нагрузки, но и для питания трех независимых однофазных нагрузок (как и схема звезды с нейтральным проводом).

При использовании схемы треугольника представляет интерес определение линейных токов, потребляемых от генератора. Это делается в соответствии с рис. 3.1, *в* по формуле (3.3) для тока I_A и по аналогичным фор-

мулам для двух других линейных токов. В случае симметричной нагрузки легко получить соотношение между фазными и линейными токами:

$$I_{\phi} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_L. \quad (3.11)$$

Это легко показать геометрически из рис. 3.4 или аналитически, применив (3.3) и сравнив модули векторов.

При неидеальных подводющих линейных проводах (т. е. при наличии их сопротивления) задача усложняется. Действительно, для определения напряжений, подведенных к нагрузке, нужно знать не только напряжения генератора, но и падения напряжения на подводных проводах; однако для определения этих падений напряжения необходимо знать токи, потребляемые нагрузкой, а для их подсчета надо, в свою очередь, знать подведенные к нагрузке напряжения. Ситуация отражена схемой на рис. 3.8 (сопротивления проводов $Z_{\text{пр}}$ условно показаны сосредоточенными, что не нарушает общности рассмотрения).

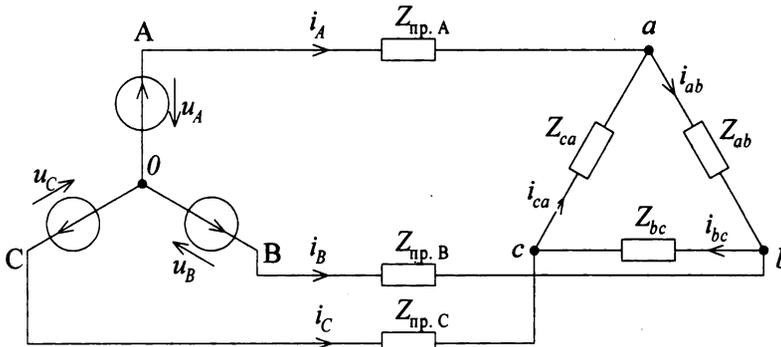


Рис. 3.8. Нагрузка, соединенная треугольником, при неидеальных линейных проводах

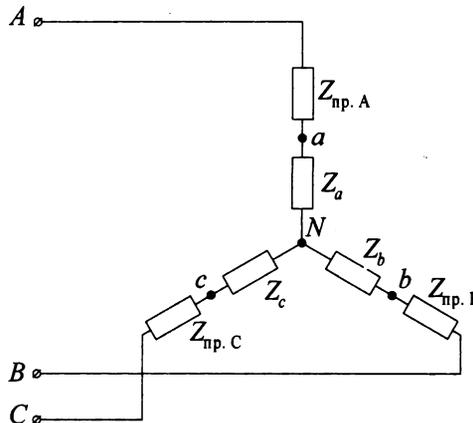


Рис. 3.9. Схема, эквивалентная схеме, изображенной на рис. 3.8

Возможным выходом из положения является следующее:

а) произвести эквивалентное преобразование нагрузки, соединенной треугольником z_{ab}, z_{bc}, z_{ca} , в схему звезды (z_a, z_b, z_c).

б) рассмотреть получившуюся схему совместно с сопротивлениями проводов (рис. 3.9) (линейными напряжениями для этой схемы являются линейные напряжения генератора);

в) определить фазные напряжения и фазные токи схемы на рис. 3.9 и на основании этого определить напряжения $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$ (т. е. напряжения между точками «а», «b», «с», и точкой «N»), являющиеся фазными напряжениями звезды, эквивалентной рассматриваемой нагрузке соединенной треугольником;

г) определить искомые линейные напряжения нагрузки в соответствии с (3.8) по формулам:

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_a - \dot{U}_b; \dot{U}_{bc} = \dot{U}_b - \dot{U}_c; \dot{U}_{ca} = \dot{U}_c - \dot{U}_a.$$

§ 3.5. Мощность трехфазной цепи

Мощность, потребляемая трехфазной нагрузкой, является алгебраической суммой мощностей, потребляемых каждой из трех фаз. Мощность, потребляемая каждой фазой, определяется, в соответствии с (2.5) (§ 2.1):

$$P_\phi = U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi.$$

Если нагрузка симметрична, то потребляемая ею мощность равна утроенной фазной мощности:

$$P = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi. \quad (3.12)$$

Чтобы сделать (3.12) удобной для использования, следует выразить ее через линейные напряжения и токи, поскольку доступ к их замеру имеется всегда.

Для схемы «звезда» учитываем, что фазные токи равны линейным, а напряжения связаны зависимостью (3.10). Для схемы «треугольник» фазные напряжения равны линейным, а токи связаны зависимостью (3.11). В обоих случаях подстановка в (3.12) дает одну и ту же формулу:

$$P = \sqrt{3}U_L I_L \cos \varphi_\phi, \quad (3.13)$$

которая справедлива — оговариваем еще раз — только для симметричной нагрузки.

Заметим, что совершенно аналогичным образом могут быть рассмотрены реактивная и полная мощности трехфазной цепи. В частности, для симметричной нагрузки могут быть получены формулы:

$$\left. \begin{aligned} Q &= \sqrt{3} U_{\Delta} I_{\Delta} \sin \varphi_{\phi} \\ S &= \sqrt{3} U_{\Delta} I_{\Delta} \end{aligned} \right\} \quad (3.13, a)$$

Полученные формулы могут быть использованы для подсчета коэффициента мощности (см. § 2.7) для трехфазной нагрузки.

Иногда одну и ту же симметричную нагрузку подключают к одной и той же трехфазной цепи в двух вариантах схемы: либо звезда, либо треугольник. Сравним мощности, потребляемые одной и той же нагрузкой

в каждой из этих схем. Подставляя в (3.12) по закону Ома $I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{z_{\phi}}$, получаем: $P = 3 \frac{U_{\phi}^2}{z_{\phi}} \cos \varphi_{\phi}$. Подставляя в эту формулу $U_{\phi} = U_{\Delta}$ — для треугольника и $U_{\phi} = \frac{1}{\sqrt{3}} U_{\Delta}$ — для звезды, получаем:

$$\left. \begin{aligned} P_{\Delta} &= 3 \frac{U_{\Delta}^2}{z_{\phi}} \cos \varphi_{\phi} \\ P_{\lambda} &= \frac{U_{\Delta}^2}{z_{\phi}} \cos \varphi_{\phi} \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

То, что результаты (3.14) отличаются втрое друг от друга, отнюдь не противоречит утверждению, что для обеих схем справедлива одна и та же формула (3.13); различие в (3.14) обусловлено тем, что одна и та же нагрузка в различных схемах включения потребляет разные токи.

Рассмотрим схему измерения активной мощности в трехфазной цепи. Поскольку устройство измерительных приборов здесь не рассматривается, поясним предварительно, что прибор для измерений мощности — ваттметр — имеет две обмотки: одна — токовая — подключается последовательно с нагрузкой, вторая — обмотка напряжения — параллельно нагрузке. Изменение полярности подключения любой из обмоток повлечет за собой изменение направления отклонения стрелки (т. е. прибор будет измерять не потребляемую, а отдаваемую мощность). Поэтому обычно начала двух обмоток ваттметра обозначают «*» (звездочкой) и соединяют между собой. Поскольку устройство ваттметра сходно с устройством фазометра, на схеме ваттметр дополнительно снабжают буквенным обозначением W.

Для нагрузки, соединенной по схеме Δ , проще всего применить схему, представленную на рис. 3.10 (схема нагрузки для упрощения не изображена).

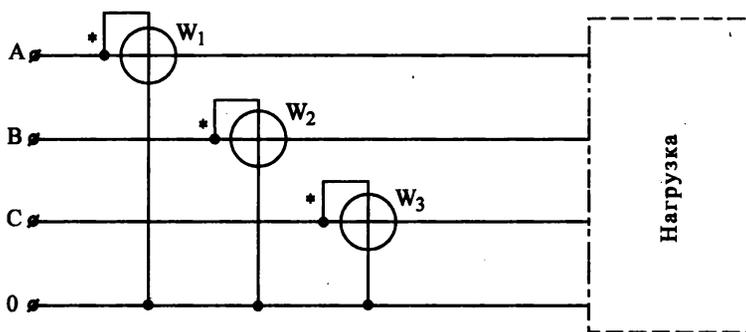


Рис. 3.10. Измерение мощности с помощью трех ваттметров при соединении нагрузки звездой с нейтральным проводом

Каждый из трех ваттметров измеряет мощность в одной фазе, так как подключен к фазному току и напряжению. Алгебраическая сумма их показаний равна мощности, потребляемой нагрузкой. Метод замера часто называют схемой трех ваттметров с нейтральной точкой.

Если нагрузка симметрична, то для замера достаточно использовать один из ваттметров и его показания утроить. Метод называют схемой одного ваттметра с нейтральной точкой.

Если нагрузка запитана по трехпроводной схеме (т. е. без нейтрального провода), то замер трех фазных мощностей и суммирование их также возможны. На схеме (рис. 3.11) обмотки напряжения трех одинаковых ваттметров, нетрудно видеть, создают дополнительную нагрузку, подключенную к сети по схеме «звезда». Эта нагрузка симметрична (ведь обмотки напряжения этих ваттметров одинаковы), а потому нейтральная точка этой нагрузки — точка N_1 — имеет (см. § 3.3) нулевой потенциал. Следовательно, подключение ваттметров к ней заменяет собой подключение к нейтральному проводу. Мощность, потребляемая нагрузкой, равна сумме показаний трех ваттметров.

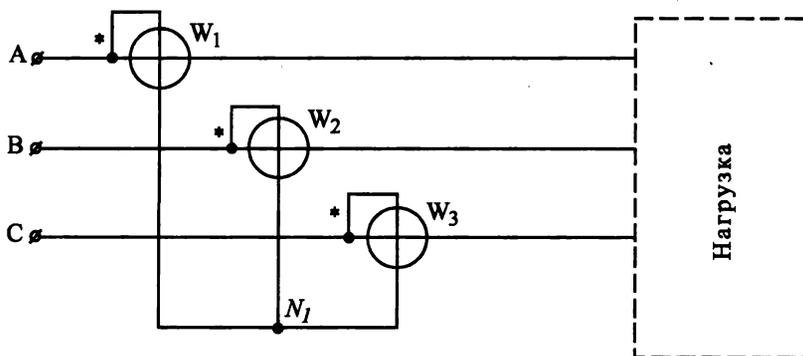


Рис. 3.11. Измерение мощности с помощью трех ваттметров при соединении нагрузки звездой с искусственной нейтральной точкой

Рассмотренный метод замера называют схемой трех ваттметров с искусственной нейтральной точкой.

Если нагрузка симметрична, то было бы достаточно взять показания одного ваттметра и утроить их. Однако нельзя два других ваттметра из схемы просто убрать: ведь измерительная схема должна оставаться симметричной, чтобы сохранить нулевой потенциал искусственной нейтральной точки N_1 . Поэтому два ваттметра (например, W_2 и W_3 показанные на рис. 3.11, заменяют сопротивлениями z_2 и z_3 , такими, чтобы вместе с сопротивлением обмотки напряжения ваттметра W_1 они образовали бы симметричную дополнительную нагрузку, чем и обеспечили бы нулевой потенциал искусственной нейтральной точки. В получившейся схеме (рис. 3.12) измеряемая мощность равна утроенным показаниям ваттметра. Метод называют схемой одного ваттметра с искусственной нейтральной точкой.

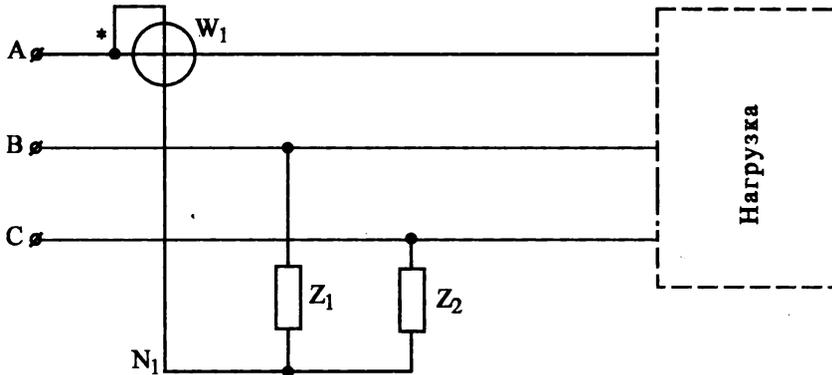


Рис. 3.12. Измерение мощности с помощью одного ваттметра при соединении нагрузки звездой с искусственной нейтральной точкой

Рассмотрим еще один метод, часто применяемый для трехпроводных (т. е. без нейтрального провода) схем.

Мгновенная мощность трехфазной нагрузки равна сумме мгновенных фазных мощностей.

$$p = p_a + p_b + p_c = u_a i_A + u_b i_B + u_c i_C. \quad (3.15)$$

В (3.15) учтено, что в звезде фазный ток равен линейному. Пользуясь первым законом Кирхгофа, исключим один из токов (например, i_B), а разности фазных напряжений выразим через линейные напряжения:

$$p = u_a i_A + u_b (-i_A - i_C) + u_c i_C = (u_a - u_b) i_A + (u_c - u_b) i_C = u_{AB} i_A + u_{CB} i_C. \quad (3.15, a)$$

Переходя от мгновенных мощностей к средним, вспомним, что для выражений, типа получившихся в правой части (3.15 *a*), значение средней мощности уже было получено ранее (см. § 2.1). На основании этого и (3.15, *a*) получим:

$$P = U_{AB} I_A \cos(\angle \dot{U}_{AB}, \dot{I}_A) + U_{CB} I_C \cos(\angle \dot{U}_{CB}, \dot{I}_C). \quad (3.16)$$

Слагаемые, получившиеся в правой части (3.16), могут быть измерены ваттметрами, обмотки напряжения которых подключены к соответствующим линейным напряжениям, а через токовые обмотки пропущены соответствующие линейные токи. Схема, соответствующая записи (3.16), представлена на рис. 3.13.

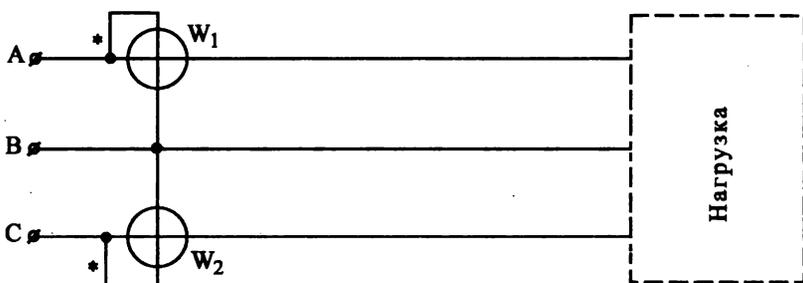


Рис. 3.13. Измерение мощности с помощью двух ваттметров

Потребляемая нагрузкой мощность, как следует из (3.16), равна алгебраической сумме показаний обоих ваттметров (хотя показания каждого из них в отдельности никакого физического смысла не имеют и в частном случае одно из них даже может оказаться отрицательным).

В качестве примечания к рассмотренным методам заметим, что для замера мощности трехфазной цепи могут применяться и специальные ваттметры, в которых на одну и ту же ось стрелки прибора могут действовать несколько измерительных устройств (следовательно, суммирование показаний производится конструкцией прибора). Градуировка шкалы может быть выполнена в утроенном масштабе (ваттметры для симметричных нагрузок) и, наконец, дополнительные элементы, необходимые для создания искусственной нейтральной точки, могут быть встроены в прибор.

Схемы измерения мощности были рассмотрены в данном параграфе применительно к нагрузке, соединенной звездой. В случае четырехпроводной схемы (с нейтральным проводом) подключение нагрузки иначе, чем звездой, и невозможно. Однако для трехпроводной схемы возможно подключение нагрузки и треугольником. Поэтому все методы замера мощности, рассмотренные для трехпроводных схем, оказываются при-

менимыми и для нагрузки, соединенной треугольником; в этом случае правомерность всех приведенных в параграфе рассуждений остается очевидной, если учесть, что даже обсуждая мощность схемы, соединенной треугольником, мы имели право рассматривать мощность схемы «звезда», эквивалентной данному треугольнику, поскольку эквивалентное преобразование этого типа было выше рассмотрено.

ГЛАВА IV

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССАХ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

§ 4.1. Постановка задачи и подход к ее решению

Процессы, рассматривавшиеся выше — в главах 2 и 3, — относятся к категории установившихся процессов. Уточним определение.

В соответствии с ГОСТ 19880-74 установившимся называется процесс, при котором координаты, характеризующие состояние системы, изменяются периодически или (частный случай) постоянны.

(Заметим, что в некоторых учебниках предлагается чуть другое определение: установившимся процессом является такой, в котором координаты, характеризующие состояние системы, изменяются по одному и тому же закону в течение сколь угодно длительного времени.)

Отметим: проводимые здесь рассуждения справедливы для систем различной физической сущности. Однако в этом и следующем параграфах мы конкретизируем рассуждения, подразумевая под рассматриваемой системой электрическую цепь. Тогда координатами такой системы являются токи и напряжения.

Каждому варианту распределения энергии между элементами электрической цепи соответствует свой установившийся процесс. При изменении распределения энергии электрическая цепь переходит к новому установившемуся процессу.

Это изменение распределения энергии происходит в результате какого-либо переключения; такое переключение в электротехнике называется *коммутацией*.

Переход системы (в данном случае — электрической цепи) от одного установившегося процесса к другому называется переходным процессом. При наличии в системе каких-либо накопителей энергии переходный процесс не является мгновенным, т. е. протекает во времени. Напомним (§ 1.2), в электрической цепи накопителями энергии являются реактивные элементы (емкости и индуктивности).

Целью расчета переходного процесса является выяснение того, как в этом процессе изменяются во времени координаты системы (в электрической цепи — напряжения и токи).

Из данных определений следует важный вывод: так как в переходном процессе напряжения и токи не являются периодическими функциями, то понятия, введенные в главе II для установившихся процессов, теряют для переходных процессов физический смысл. Эти понятия: амплитудные, действующие, средние значения, векторные диаграммы, комплексы, частота, период, фаза, индуктивное, емкостное, полное сопротивление

ние. Таким образом, для обсуждения переходных процессов в нашем распоряжении остаются только мгновенные значения токов, напряжений и мощностей и параметры цепи: сопротивления, индуктивности, емкости

Для расчета напряжений и токов в цепи пользуются законами Кирхгофа, так как в них используются мгновенные значения напряжения и тока, и эти законы справедливы при любых состояний электрической цепи. Уравнения Кирхгофа дополняются зависимостями, связывающими напряжение и ток на каждом элементе цепи. Эти зависимости (см. § 1.2): для резисторов $u_R = i_R \cdot R$ (закон Ома), для индуктивностей $u_L = L(di_L/dt)$, для емкости $i_C = C(du_C/dt)$; далее эти уравнения будем называть уравнениями связи. Из сказанного вытекает, что получится система дифференциальных уравнений n -го порядка, где порядок n — равен числу независимых накопителей энергии в цепи. (Под независимыми накопителями будем понимать такие, для которых накопленные на них значения энергии не связаны друг с другом однозначной зависимостью. Например, несколько емкостей, схема соединения которых между собой не изменяется при коммутации, независимыми накопителями энергии не являются; они могут быть заменены одной эквивалентной емкостью, которая окажется независимым накопителем. Аналогичное утверждение может быть высказано для индуктивностей).

Полученная система n уравнений (или преобразованное из нее одно уравнение n -го порядка) подлежит решению. Решение этого дифференциального уравнения — функции времени, описывающие характер изменения токов и напряжений в переходном процессе.

Существенно, что в общем случае дифференциальные уравнения оказываются неоднородными, т. е. они могут иметь ненулевую правую часть, описывающую внешнее воздействие (например, воздействие источника электропитания).

Существуют различные математические методы решения дифференциальных уравнений и, соответственно, различные методы исследования переходных процессов. Здесь рассматривается лишь один из них — так называемый классический метод. При этом, поскольку мы рассматриваем линейные цепи (см. § 1.2), дифференциальные уравнения, следовательно, тоже линейные.

Как известно, общее решение линейного неоднородного уравнения (или системы уравнений) получается как сумма двух слагаемых: общего решения однородного (т. е. с нулевой правой частью) уравнения и частного решения неоднородного уравнения, причем это частное решение ищется в форме правой части. Эти два слагаемых принято называть соответственно свободной составляющей и принужденной (реже — вынужденной) составляющими. Эти названия отражают их физический смысл, что ниже и поясним.

При определении свободной составляющей внешние воздействия не участвуют (правая часть принимается нулевой); следовательно, однород-

ное уравнение описывает электрическую цепь при отсутствии внешних воздействий, а потому свободная составляющая описывает свободные колебания электрической цепи при каких-то заданных начальных условиях. Эти начальные условия зависят от состояния системы в момент коммутации; при расчете мы должны будем их определить.

Принужденная составляющая описывает поведение электрической цепи под влиянием внешнего воздействия на нее, описываемого правой частью уравнения.

Поскольку воздействие источников энергии учтено правой частью уравнения, а сама электрическая цепь, описываемая левой частью уравнения, источников энергии не содержит, свободная составляющая, следовательно, должна иметь затухающий характер. Отсюда вытекает, что с момента, когда значение свободной составляющей станет пренебрежимо малым, решение дифференциального уравнения будет равно принужденной составляющей и, следовательно, будет описывать только поведение системы под действием внешнего воздействия. И если это внешнее воздействие постоянно или является периодической функцией (или см. замечание в начале параграфа — изменяется по одному и тому же закону), то в электрической цепи наступит новый установившийся процесс.

§ 4.2. Начальные условия и законы коммутации. Рассмотрение примеров. Постоянная времени

Для лучшего понимания материала проиллюстрируем вышеизложенное простым примером, после чего продолжим рассмотрение вопроса.

Пусть дана электрическая цепь (рис. 4.1).

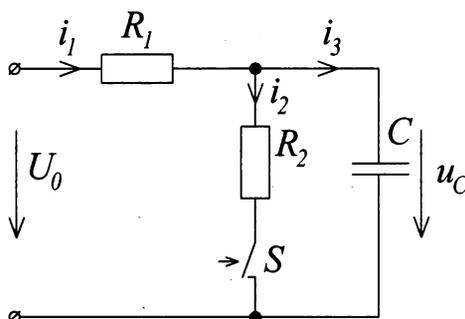


Рис. 4.1. Пример электрической цепи (для расчета переходного процесса)

К двум левым зажимам цепи приложено постоянное напряжение U_0 (приложенное к цепи напряжение зависит от источника, а от переходного процесса в системе не зависит; это дает нам право воспользоваться для него в данном случае понятием «действующее значение»).

Пусть параметры цепи: R_1, R_2, C — заданы, и в некоторый момент времени, принимаемый нами за начало отсчета ($t = 0$), производится коммутация ключом S (стрелкой на ключе показано, что ключ замыкают).

Записываем уравнения, причем, поскольку нас интересует переходный процесс, т. е. поведение схемы после коммутации, мы и уравнениями описываем ту схему, которая получится после коммутации. Обозначаем токи, выбираем условно-положительные их направления (показаны на рисунке) и записываем уравнения по второму закону Кирхгофа (для наружного и правого внутреннего контуров направление обхода выбрано по часовой стрелке) и по первому закону Кирхгофа (для верхнего узла). Кроме того, записываем уравнения связи для элементов схемы:

$$/ \begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ i_1 R_1 + i_2 R_2 = U_0 \\ u_C - i_2 R_2 = 0 \\ i_3 = C \frac{du_C}{dt} \end{cases} \quad (4.1)$$

Произведя подстановки, получаем уравнение, эквивалентное системе (4.1):

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C \frac{du_C}{dt} + u_C = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_0. \quad (4.2)$$

Решение однородного уравнения (т. е. уравнения (4.2) без правой части) дает свободную составляющую:

$$u_{C_{\text{своб.}}} = D e^{-t/\tau}, \quad (4.3)$$

где D — произвольная постоянная, получающаяся при интегрировании,

а величина $\tau = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C$ является для данной схемы постоянной и имеет

размерность, нетрудно видеть, времени, а потому и называется постоянной времени.

Правая часть (4.2) в данной задаче является постоянной величиной, а потому принужденную составляющую (частное решение в форме правой части) ищем как постоянную величину и получаем:

$$u_{C_{\text{прин.}}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_0. \quad (4.4)$$

В итоге решение (4.2) имеет вид:

$$u_C = u_{C_{\text{своб.}}} + u_{C_{\text{прин.}}} = D e^{-t/\tau} + \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_0. \quad (4.5)$$

Однако решение не завершено, поскольку в (4.5) неизвестно значение D — произвольной постоянной интегрирования, и это значение необходимо определить. Для этого следует знать значение u_C для какого-то конкретного момента времени и, подставляя это время в (4.5), приравнять u_C к вышеупомянутому заранее известному значению напряжения u_C . Из полученного алгебраического уравнения можно найти D и подставить в (4.5).

В качестве заранее известного значения искомой величины удобно взять так называемые *начальные условия*, то есть ее значение при $t = 0$.

Определение начальных условий производится на основании рассматриваемых ниже законов коммутации.

Из (1.16) и (1.10) (см. § 1.2) следует, что энергия магнитного поля катушки индуктивности пропорциональна квадрату тока через катушку, а энергия электростатического поля конденсатора пропорциональна квадрату напряжения на конденсаторе. Но энергия может изменяться только непрерывно (т. е. без скачков); скачкообразное изменение энергии соответствовало бы бесконечной мощности источника, что не имеет реального физического смысла. Отсюда вытекает первый закон коммутации, допускающий только непрерывное (без скачков) изменение тока в индуктивности, и второй закон, допускающий непрерывное (без скачков) изменение напряжения на емкости. (Заметим, что для напряжения на индуктивности и для тока через емкость указанные ограничения не возникают, эти величины могут изменяться и скачкообразно).

Из сказанного следует: для определения начальных условий надо рассмотреть процесс, имевший место в схеме до коммутации, и определить токи в индуктивностях и напряжения на емкостях в момент времени, непосредственно предшествовавший коммутации. Найденные значения и будут являться начальными условиями.

Напомним: при решении дифференциального уравнения количество произвольных постоянных интегрирования равно порядку уравнения, который, в свою очередь, равен числу независимых накопителей энергии: а так как для каждого накопителя энергии можно определить начальные условия, то получившееся число алгебраических уравнений будет достаточно для определения всех постоянных интегрирования.

В схеме на рис. 4.1 до коммутации (до замыкания ключа S) ток i_1 был нулевым, следовательно, начальные условия $u_C|_{t=0} = U_0$, что мы и приравниваем к (4.5), подставляя в (4.5) $t=0$:

$$De^{\frac{\rho}{t}} + \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_0 = U_0,$$

откуда $D = U_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ и, подставляя это в (4.5), получаем окончательное решение процесса:

$$u_c = U_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} e^{-t/\tau} + U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2}. \quad (4.5, a)$$

Значения остальных неизвестных можно получить, подставляя (4.5, a)

в уравнения(4.1), например, $i_c = i_3 = C \frac{du_c}{dt} = -\frac{U_0}{R_2} e^{-t/\tau}$ и т. д.

На рис. 4.2 представлены кривые $u_c(t), i_c(t)$. При $t = \infty$ цепь переходит в новый установившийся процесс, в котором $u_c = U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2}$; $i_c = 0$.

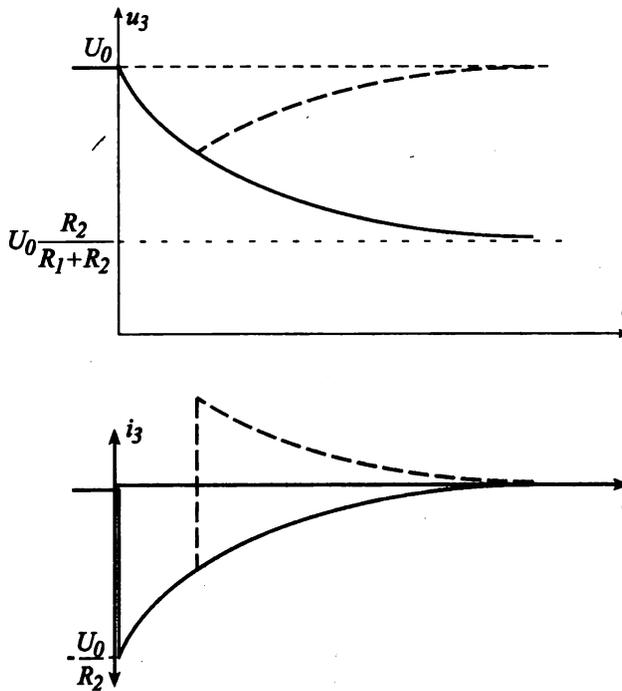


Рис. 4.2. Ток и напряжение на емкости в схеме рис. 4.1

Однако предположим, что мы, не дожидаясь этого, в момент $t = 0,693\tau$ вновь разомкнули ключ S .

Тогда происходящий и рассмотренный выше переходной процесс будет прерван, и в цепи начнется новый переходной процесс. Для его расчета потребуется записать уравнения для схемы, получившейся после вышеуказанной новой коммутации (т. е. при разомкнутом S). Определим новые начальные условия, а именно: напряжение на емкости в момент размыкания ключа; оно получится из (4.5, a) при подстановке $t = 0,693\tau$ и равно

$$U_0 \frac{R_1}{2(R_1 + R_2)} + U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} = U_0 \frac{R_1 + 2R_2}{2(R_1 + R_2)}.$$

(Поясняем: в этой записи использовано, что $e^{-0,693} = \frac{1}{2}$).

Необходимые выкладки, подобные предыдущим, студент может произвести самостоятельно, а на рис. 4.2 показан пунктиром вид соответствующих кривых.

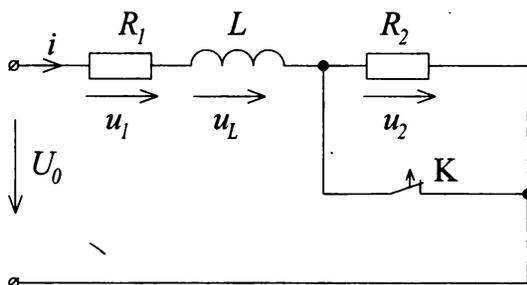


Рис. 4.3. Пример электрической цепи (для расчета переходного процесса)

В качестве следующего примера рассмотрим цепь, представленную на рис. 4.3, к которой тоже приложено постоянное напряжение U_0 . Выбрав условно-положительные направления токов и напряжений, записываем уравнения для схемы, получившейся после коммутации:

$$\begin{cases} u_L + u_1 + u_2 = U_0 \\ u_1 = iR_1 \\ u_2 = iR_2 \end{cases} \quad (4.6)$$

и уравнение связи для индуктивности

$$u_L = L \frac{di}{dt}.$$

Преобразуя систему уравнений (4.6), получим дифференциальное уравнение

$$\frac{L}{R_1 + R_2} \frac{di}{dt} + i = \frac{U_0}{R_1 + R_2}, \quad (4.7)$$

решение которого: $i = i_{св} + i_{пр} = De^{-t/\tau} + \frac{U_0}{R_1 + R_2}$, где τ — постоянная времени и определяется $\tau = \frac{L}{R_1 + R_2}$. Для определения постоянной интегри-

рования D находим начальные условия $i|_{t=0} = \frac{U_0}{R_1}$, и тогда окончательно (4.7) примет вид:

$$i = \frac{U}{R_1 + R_2} \left(\frac{R_2}{R_1} e^{-t/\tau} + 1 \right). \quad (4.7, a)$$

Наметим пути решения для общего случая, например, когда коммутация производится в цепи, содержащей реактивные элементы обоих типов (и индуктивности, и емкости) и цепь запитана переменным синусоидальным током.

В этом случае следует классическим или комплексным методом (см. § 2.4, § 2.5) рассмотреть установившийся процесс, протекавший в цепи до коммутации; в получившиеся мгновенные значения токов в индуктивностях и напряжений на емкостях подставить значение времени, соответствующего моменту коммутации, и в результате будут получены начальные условия. Результат рассмотрения установившегося процесса, который будет иметь место в цепи, получившейся после коммутации, даст принужденную составляющую решения. Найденные таким образом начальные условия и принужденную составляющую следует использовать в описанной выше процедуре расчета переходного процесса.

Представляет интерес определение начальных условий для случая, когда в результате коммутации увеличивается либо индуктивность, либо емкость. Примеры подобной ситуации представлены на рис. 4.4. (для упрощения рассмотрения обе схемы запитаны от источника постоянного напряжения U_0).

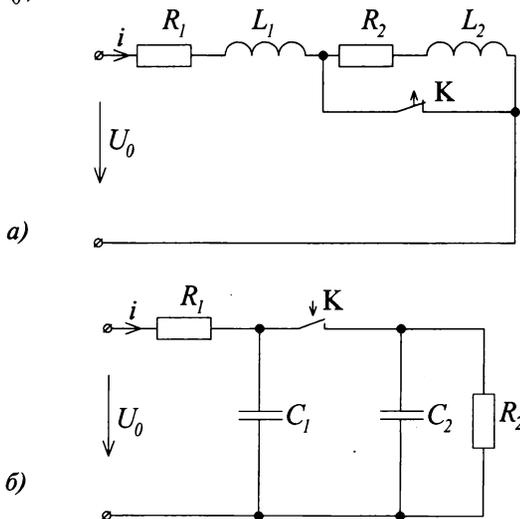


Рис. 4.4. Примеры схем с изменяющимися при коммутации величинами индуктивности и емкости

Применение здесь законов коммутации в формулировке, предложенной выше, может завести в тупик. Действительно, через катушку L_1 до коммутации протекал ток $\frac{U_0}{R_1}$, а через катушку L_2 — ток был нулевым

(см. рис. 4.4, *a*). Если предположить, что в первый момент после коммутации токи в катушках сохраняет свои прежние значения, то этому противоречит то обстоятельство, что после коммутации катушки окажутся соединенными последовательно, а потому ток в них должен оказаться одинаковым. Для снятия противоречия принцип непрерывности тока в катушке заменяется в подобной ситуации принципом непрерывности суммарного потокосцепления катушек.

В схеме на рис. 4.4, *b*) напряжение на первом конденсаторе до коммутации равно U_0 , а на втором — нулевое. В первый момент после коммутации эти напряжения сохранить прежние значения не могут, поскольку конденсаторы будут соединены параллельно, а потому напряжения на них должны оказаться одинаковыми. Для снятия противоречия в подобных ситуациях принцип непрерывности напряжения на конденсаторе заменяется принципом непрерывности суммарного заряда конденсаторов.

В заключении параграфа отметим, что рассмотренные соотношения могут быть использованы для эмпирического определения постоянной времени в процессах первого порядка (например, тепловой постоянной времени нагрева какого-либо элемента).

Вспомним, что свободная составляющая переходного процесса является экспоненциальной функцией (4.3). Подставляя в нее $t = \tau$, получим $De^{-1} \approx 0,63D$.

Следовательно, построив по результатам эксперимента график переходного процесса, сможем определить искомую постоянную как время, за которое будет отработано 0,63 от разности между первоначальным значением переменной и ее новым установившимся значением.

Возможен и другой способ эмпирического определения постоянной времени. Для реализации этого способа продифференцируем (4.3) и подставим $t = 0$ (что означает, что за начало отсчета принят момент времени, для которого была взята производная).

Так как геометрическим смыслом производной является тангенс угла наклона касательной, то получившаяся в результате величина $\frac{D}{\tau}$ означа-

ет, что на графике переходного процесса искомая постоянная времени равна (с учетом масштаба графика) длине подкасательной, замеренной по асимптоте графика переходного процесса, т. е. линии, соответствующей новому установившемуся процессу.

Изложенное иллюстрируется на рис. 4.5, где представлен (в качестве примера) график изменения температуры какого-то изделия, имевшего первоначальную температуру ϑ_1 и помещенного в термостат, имевший температуру ϑ_2 .

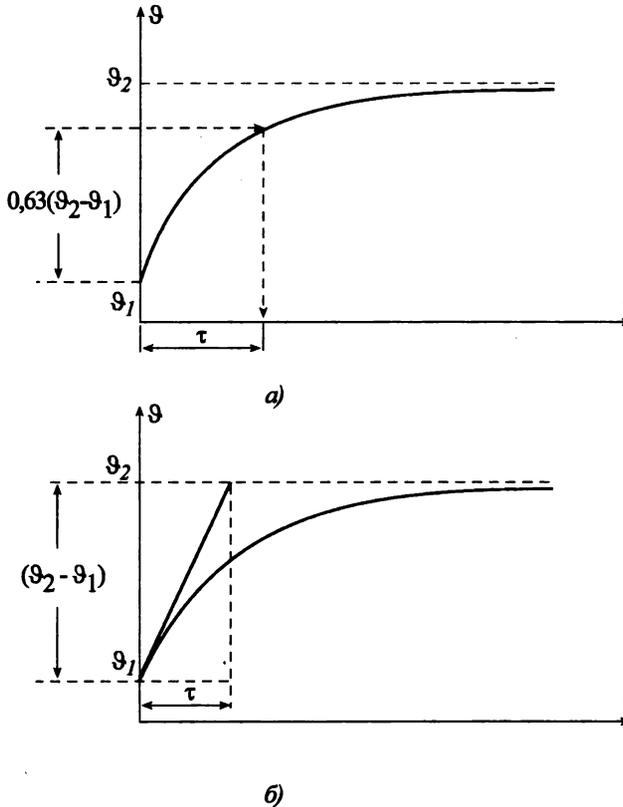


Рис. 4.5. Иллюстрация способов определения постоянного времени по графику переходного процесса первого порядка

§ 4.3. Понятие о режимах работы электрооборудования

Настоящий параграф имеет двойную цель, а именно, проиллюстрировать материал, изложенный выше, на неэлектрическом примере (что позволит студенту глубже понять тему «переходные процессы»), а также, пользуясь обсужденными понятиями, подвести студента к пониманию выбора режимов работы электрооборудования.

В процессе работы электрооборудования часть энергии идет на нагрев обмоток, и при превышении некоторой критической температуры $\vartheta_{кр}$ качество межвитковой изоляции становится неудовлетворительным; это приводит к межвитковым замыканиям и, как следствие, к перегоранию обмотки и выходу оборудования из строя.

Отметим, что включение (или выключение) оборудования означает изменение распределения энергии (в данном случае — тепловой), а следовательно, должно вызвать переходный процесс, который мы ниже рассмотрим.

Пусть в момент времени, $t = 0$ был включен некоторый потребитель. Мощность, идущая на его нагрев, равна $I^2 r$ (где r — активное сопротивление его обмоток), и тогда за бесконечно малое время dt он получает $I^2 r dt$ тепловой энергии. Эта энергия затрачивается, во-первых, на его нагрев (т. е. на повышение температуры ϑ), и эти затраты равны $C d\vartheta$ (где C — теплоемкость всего элемента в целом); во-вторых, она затрачивается на теплоотдачу в окружающую среду; эти затраты определяются коэффициентом теплоотдачи H и они пропорциональны разности температур потребителя ϑ и окружающей среды ϑ_0 ; за бесконечно малое время окружающая среда получает $H(\vartheta - \vartheta_0) dt$. Таким образом, уравнение теплового баланса имеет вид:

$$Cd\vartheta + H(\vartheta - \vartheta_0)dt = I^2 r dt. \quad (4.8)$$

Отметим, что (4.8) не может быть предложено в качестве описания процесса в каком-либо конкретном устройстве, а может рассматриваться лишь как модель, демонстрирующая качественную сторону процесса; это очевидно хотя бы потому, что, как условия нагрева, так и условия теплоотдачи существенно различаются в различных участках обмотки (внутренних и наружных).

Приняв температуру окружающей среды постоянной, запишем: $d(\vartheta - \vartheta_0) = d\vartheta$, и тогда (4.8) можно записать:

$$\frac{C}{H} \frac{d(\vartheta - \vartheta_0)}{dt} + (\vartheta - \vartheta_0) = \frac{I^2 r}{H}. \quad (4.9)$$

Свободная составляющая решения дифференциального уравнения (4.9):

$$(\vartheta - \vartheta_0)_{cs} = De^{-t/\tau}. \quad (4.10)$$

где $\tau = \frac{C}{H}$ — постоянная времени процесса, а принужденная составляющая:

$$(\vartheta - \vartheta_0)_{np} = \frac{I^2 r}{H}. \quad (4.11)$$

Приравняв сумму (4.10) и (4.11) при $t = 0$ к очевидным нулевым начальным условиям, определяем постоянную интегрирования D и окончательно получаем:

$$\vartheta = \vartheta_0 + \frac{I^2 r}{H} (1 - e^{-t/\tau}). \quad (4.12)$$

Из (4.12) видно, от чего и как зависит температура, которая установится при $t = \infty$. В частности, видно, почему является существенной температура окружающей среды, ϑ_0 , при которой эксплуатируется оборудование, почему заботятся об охлаждении оборудования (т. е. повышают H) и т. д.

Если установившаяся температура не превышает критическую $\vartheta_{кр}$, то оборудование может работать длительно; если превышает, то до достижения $\vartheta_{кр}$, оборудование должно быть либо переведено на другой, более легкий режим, либо быть выключено.

В результате переключения начнется новый тепловой переходный процесс; его описывает уравнение, подобное (4.9), но либо с меньшей (в случае переключения на более легкий режим), либо с нулевой (в случае выключения) правой частью, а начальные условия для него определяются по температуре, при которой произошло переключение. В этом новом переходном процессе оборудование будет остывать, и при достижении температурой какого-то рассчитанного заранее значения, оборудование вновь может быть на некоторое время включено в тяжелый режим.

Вышеизложенное объясняет наличие нескольких стандартных режимов работы, на которые проектируется оборудование (в частности электродвигатели).

Для сведения назовем основные из них:

- ❖ продолжительный режим (условное обозначение режима S1) — время работы не ограничено;
- ❖ кратковременный режим (S2) — указывается допустимое время работы под нагрузкой, а по истечении этого времени оборудование должно быть выключено, чтобы остыть до температуры окружающей среды;
- ❖ повторно-кратковременный режим (S3) — указывается в процентах продолжительность включения (ПВ) оборудования в течение одного цикла, длительность которого (если нет специальных указаний) принимается равным 10 мин;
- ❖ перемежающийся режим (S6) — указывается в процентах, продолжительность нагрузки (ПН) — в течение одного цикла, длительностью 10 мин. (если нет специальных указаний).

Отличие режима S6 от режима S2 в том, что в нем оборудование не выключается и включается для остывания, а лишь работает в облегченном режиме (холостой ход).

Более подробные сведения об этих и об остальных (не перечисленных здесь) режимах студент при необходимости может найти в справочниках; здесь же этот вопрос обсуждался как иллюстрация к материалу о переходных процессах.

ГЛАВА V НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА И МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ

§ 5.1. Нелинейные элементы. Расчет нелинейных цепей

Материал, рассматривавшийся выше, относится, в основном к линейным электрическим цепям, т. е. к цепям, в которых омическое сопротивление, индуктивность и емкость — величины постоянные, а поэтому уравнения $u = Ri$, $\psi = Li$, $q = Cu$ (см. § 1.2) — линейны, и соответствующие им графики — прямые линии. Сами элементы в этом случае называются *линейными*; в противном случае — *нелинейными*.

Вышеупомянутым графикам даны названия, образованные по размерностям входящих в них величин, а именно: $u = f(i)$ — *вольт-амперная характеристика* (общепринятое сокращение — ВАХ), $\psi = f(i)$ — *вебер-амперная характеристика*, $q = f(u)$ — *вольт-кулонная характеристика*.

Цепь, содержащая хотя бы один нелинейный элемент, является *нелинейной цепью*. Линейные элементы этой цепи задаются соответствующими параметрами, а нелинейные — вышеупомянутыми характеристиками, представляемыми либо графиками, либо таблицами, либо аналитическими зависимостями.

Приведем несколько примеров нелинейных элементов.

В формулу емкости конденсатора (см. школьный курс физики) входит относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика. Но существуют диэлектрики, у которых эта величина не постоянна, а зависит от напряженности электрического поля (например сегнетоэлектрики). Значит, конденсатор с таким диэлектриком будет нелинейным.

Катушка индуктивности окажется нелинейной, если она будет иметь ферромагнитный сердечник. Действительно, магнитная индукция ферромагнетика не является линейной зависимостью от напряженности магнитного поля (а значит, и от тока), а магнитной индукции пропорционально потокосцепление.

Нелинейными резисторами являются те, материал которых изменяет свое сопротивление в зависимости от проходящего тока. Например, если материал резистора имеет значительный температурный коэффициент сопротивления, то при прохождении тока по резистору будет в процессе его разогрева меняться и его сопротивление. Нелинейными являются элементы, электропроводность которых зависит от полярности приложенного напряжения (в частности, это диоды).

Расчет нелинейных цепей постоянного тока, рассматриваемый в данном параграфе, представляет двоякий интерес: во-первых, он дает будущему инженеру какие-то общие представления о расчете нелинейных

схем, во-вторых, он является удобной моделью для изучаемого далее материала, связанного с магнитными цепями.

При обсуждении цепей постоянного тока речь, естественно, пойдет о резистивных цепях, поскольку параметры индуктивностей и емкостей в установившихся процессах в цепях постоянного тока роли играть не будут.

На рис. 5.1 показано условное изображение нелинейного резистора в схемах и приведен произвольный пример нелинейной ВАХ.

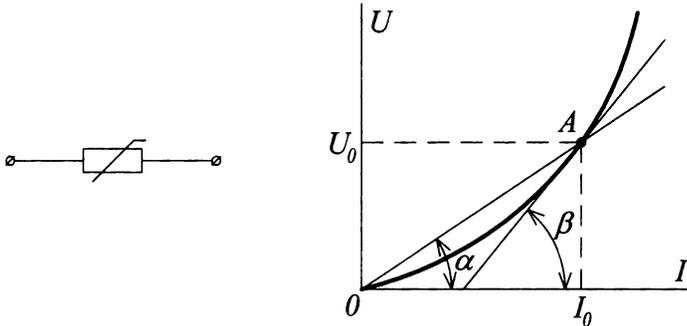


Рис. 5.1. Нелинейный резистор (условное обозначение) и пример его ВАХ

Оговорим отдельные понятия.

Выбор того, какую из величин (напряжение или ток) откладывать по абсциссе, а какую — по ординате, — равноправен.

ВАХ может быть в общем случае обращена выпуклостью кверху или книзу, иметь точки перегиба. ВАХ является *симметричной*, если ее кривая симметрична относительно начала координат, т. е. подчиняется условию: $U(I) = -U(-I)$. Примером *несимметричной* ВАХ является ВАХ полупроводникового диода (см. ниже). Нелинейные элементы, вводимые в цепь в качестве нелинейного резистора, могут быть *управляемыми* или *неуправляемыми*. Управляемые нелинейные элементы, в отличие от неуправляемых, имеют, помимо основной цепи, еще и вспомогательную, и подача управляющего сигнала на нее позволяет изменять форму ВАХ основной цепи.

При обсуждении сопротивления нелинейного резистора можно говорить о *статическом* и о *динамическом* (или *дифференциальном*) *сопротивлениях*. Статическое сопротивление $R_{ст}$ характеризует поведение элемента в режиме неизменного тока. Например, для точки А (см. рис. 5.1)

$R_{ст} = \frac{U_0}{I_0}$. Оно определяется (с учетом масштабов по осям) тангенсом

угла α , составленного осью тока и секущей, проведенной через начало координат и через точку А. Динамическое сопротивление R_0 характери-

зует поведение элемента в режиме малых (в пределе — бесконечно малых)

отклонений напряжения и тока, т. е. $R_o = \frac{\partial U}{\partial I}$. Оно определяется (с уче-

том масштабов по осям) тангенсом угла β , составленного осью тока и касательной к ВАХ в точке А.

Нетрудно сообразить, что для ВАХ линейного резистора характерно $R_o = \text{const} = R_{\text{ст}}$.

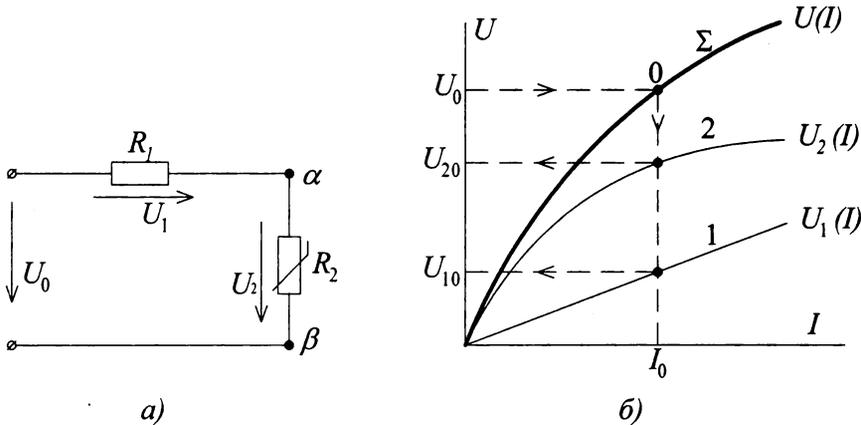


Рис. 5.2. Графический расчет простейшей последовательной нелинейной резистивной схемы

Наиболее простым подходом к расчету нелинейных цепей постоянного тока является применение графических приемов, являющихся графической интерпретацией законов Кирхгофа.

Рассмотрим простейшую последовательную цепь (рис. 5.2, а), составленную из двух резисторов: линейного R_1 и нелинейного R_2 , — ВАХ которых представлены на рис. 5.2, б. Суммируя ВАХ элементов, соединенных последовательно, по оси напряжений, мы получим ВАХ (на рис. 5.2, б обозначена индексом « Σ »), являющуюся, в соответствии со следствием из второго закона Кирхгофа (см. § 1.3), ВАХ всей цепи. Для определения параметров электрической цепи при заданном значении входного напряжения U_0 проводим линию, параллельную оси тока. Отметим точку пересечения (точка 0) с линией (линия Σ) суммарного ВАХ. Далее проводим линию, параллельную оси напряжения, и определяем значения входного тока I_0 . В точках 1 и 2 проводим линии, параллельные оси тока. На пересечении линий определяем падения напряжений U_{10} и U_{20} на (линейном R_1 и нелинейном R_2) элементах цепи.

Аналогичным образом рассмотрим простейшую цепь (рис. 5.3, а), состоящую из двух параллельно соединенных элементов: линейного R_1 и нелинейного R_2 , ВАХ которых представлены на рис. 5.3, б. Суммируя ВАХ элементов, соединенных параллельно, по оси токов, мы получим ВАХ (на

рис. 5.3, б обозначена индексом « Σ »), являющуюся, в соответствии с первым законом Кирхгофа, ВАХ всей цепи. Поэтому, если через всю цепь, например, идет ток I_0 , то из построения на рис. 5.3, б очевидно определение падения напряжения U_0 на всей цепи (а значит, и на каждом из элементов R_1, R_2) и токов I_1, I_2 через R_1 и через R_2 соответственно.

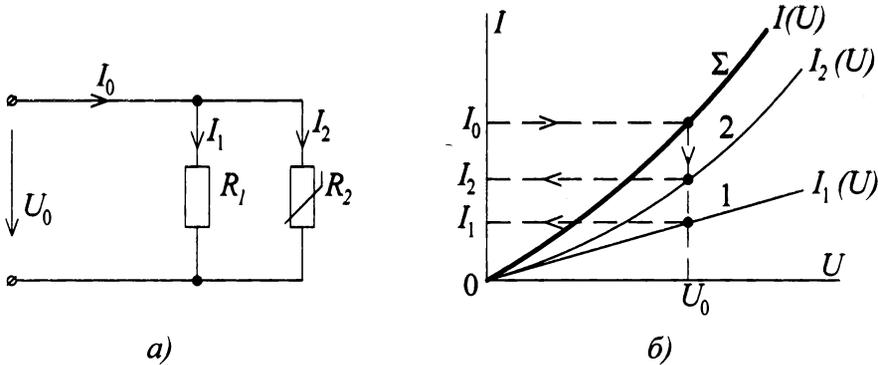


Рис. 5.3. Графический расчет простейшей параллельной нелинейной резистивной схемы

Из построения на рис. 5.3, б видно, что при задании любой из величин: U_0, I_1, I_2, I_0 — остальные величины могут быть определены однозначно.

На примере схемы, представленной на рис. 5.2, а, рассмотрим метод, несколько упрощающий графические построения.

На основании следствия из второго закона Кирхгофа можно записать:

$$U_{\alpha\beta} = U_0 - U_1, \quad (5.1)$$

где $U_{\alpha\beta}$ — разность потенциалов между точками α и β , к которым в данном частном случае подключен нелинейный резистор R_2 .

Пользуясь законом Ома, перепишем (5.1) в виде:

$$U_{\alpha\beta} = U_0 - IR_1, \quad (5.2)$$

где I — ток, текущий через R_1 .

На графике (рис. 5.4) линия, соответствующая (5.2), окажется прямой, потому что резистор R_1 линеен и, следовательно, $R_1 = \text{const}$.

В случае, если между точками α, β (рис. 5.2, а) разрыв, то ток в цепи равен нулю, и, следовательно, линия $U_{\alpha\beta}$ пересекает ось напряжений при значении U_0 . В случае, если точки α, β замкнуты между собой накоротко, то текущий в цепи ток — ток короткого замыкания — равен

$$I_{\text{кз}} = \frac{U_0}{R_1}, \quad (5.3)$$

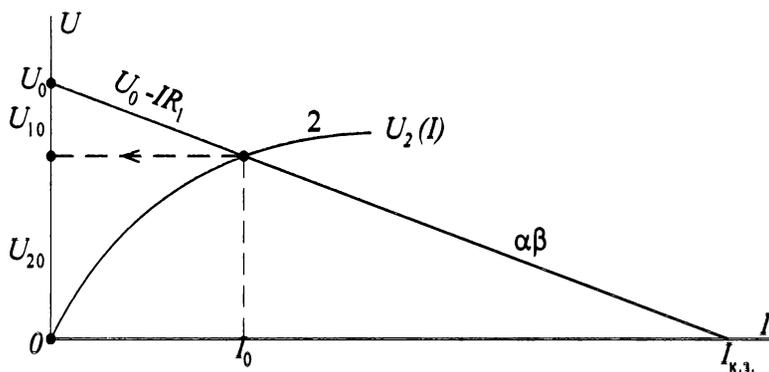


Рис. 5.4. Графический расчет методом нагрузочной прямой (методом «опрокинутых» характеристик)

и, следовательно, при значении $I = I_{кз}$ линия пересекает ось токов (ибо падение напряжения между точками α и β при коротком замыкании равно нулю). Таким образом, прямая (5.2) определяется на графике двумя точками: на оси напряжений и на оси токов.

Рассмотренная функция (5.2) дает зависимость, связывающую разность потенциалов между точками α и β , а также ток в цепи. Но в схеме между точками α и β включен резистор R_2 , следовательно, точка пересечения его ВАХ и линии (5.2) дает значение I_0 тока в цепи и падения напряжения U_2 на резисторе R_2 . А падение напряжения на резисторе R_1 соответствует разности между U_0 и U_{20} (см. рис. 5.4).

Часто используемое название рассмотренного метода — метод *построения нагрузочной прямой* — обусловлено его применением при расчете схем, в которых роль нелинейного элемента R_2 играет либо радиолампа, либо транзистор, а в роли резистора R_1 оказывается соответственно анодное или коллекторное сопротивление, являющееся линейным. Второе название метода — метод «*опрокинутых*» ВАХ: действительно, линия (5.2) на рис. 5.4 является «перевернутой» ВАХ, т. е. зеркальным отражением ВАХ резистора, построенной относительно оси $U_0 = const$. (В случае, если резистор тоже нелинеен, то вместо прямой (5.2) следует строить — в общем случае — кривую (5.1)).

Преимущества метода по сравнению с рассмотренным первоначально: а) не надо строить суммарную ВАХ; б) при изменении приложенного к цепи напряжения U_0 надо всего лишь сместить соответственно вверх или вниз, не изменяя наклона, кривую (5.1) или (5.2) (если R_1 — линеен); в) в случае, если резистор линеен, то изменение его сопротивления учитывается только изменением наклона линии (5.2), так как пересчитывается в соответствии с (5.3).

Пусть, например, дана схема (рис. 5.5, а), ВАХ нелинейных элементов которой представлены на рис. 5.5, б.

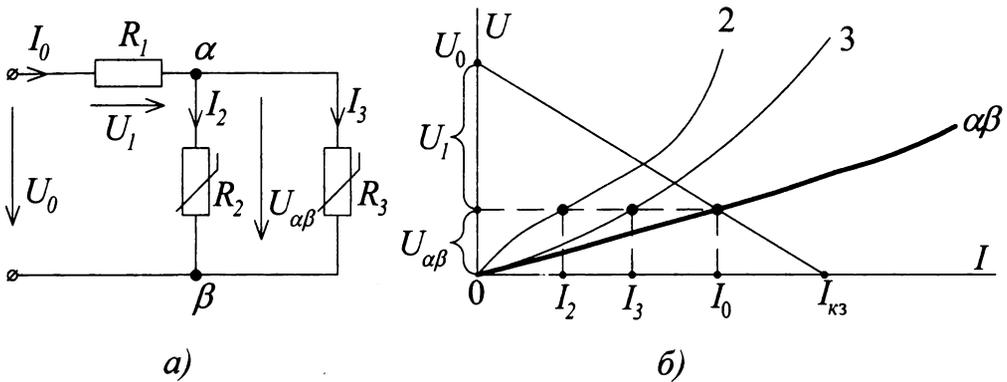


Рис. 5.5. Графический расчет простейшей последовательно-параллельной нелинейной резистивной схемы

Рассматривая часть схемы, подключенную к точкам α и β , строим для нее ВАХ, суммируя по оси токов ВАХ элементов R_2 (кривая 1) и R_3 (кривая 2), соединенных параллельно (на рис. 5.5, б обозначена $\alpha\beta$). Поскольку элемент R_1 включен последовательно с этим участком, строим «опрокинутую» ВАХ для элемента R_1 (т. е. нагрузочную прямую, определяемую двумя точками на

осях координат: U_0 и $I_{к.з.} = \frac{U_0}{R_1}$). Пересечение ее с ВАХ $\alpha\beta$ (см. рис. 5.5, б)

дает значение тока I_0 в цепи и напряжения $U_{\alpha\beta}$; из построения на рис. 5.5, б очевидно определение падения напряжения U_1 на элементе R_1 и токов I_2 и I_3 , текущих соответственно через элементы R_2 и R_3 . Из построения на рис. 5.5, б видно, что при задании любой одной из величин: U_0 , U_1 , $U_{\alpha\beta}$, I_0 , I_2 , I_3 — остальные величины могут быть определены однозначно.

Следует заметить, что, если схема содержит и линейные, и нелинейные элементы, то для линейной части схемы могут быть (с целью упрощения расчета) применены все методы преобразований, рассмотренные в предыдущих главах. Например, для сложной схемы, состоящей из ряда линейных элементов и одного нелинейного, результативным может оказаться применение метода эквивалентного генератора (см. § 2.9). В этом случае вся линейная часть схемы вместе с источником входного напряжения рассматривается как схема эквивалентного генератора, а нелинейный элемент тогда оказывается подключенным к входным зажимам этого эквивалентного генератора. В итоге расчет сводится к расчету рассмотренной выше схемы типа представленной на рис. 5.2, а; в ней напряжением U_0 является ЭДС эквивалентного генератора, а сопротивлением R_1 — внутреннее сопротивление этого эквивалентного генератора.

§ 5.2. Схемы выпрямления переменного тока. Схемы стабилизации значений напряжения и тока в цепях постоянного тока

В технике часто возникает необходимость выпрямления переменного тока, т. е. преобразования знакопеременного сигнала в знакопостоянный. Эта задача может быть решена при помощи полупроводниковых диодов — одного из типов нелинейных элементов, имеющих несимметричную ВАХ. Условное обозначение диода и вид ВАХ этого элемента представлены на рис. 5.6, а, б, в.

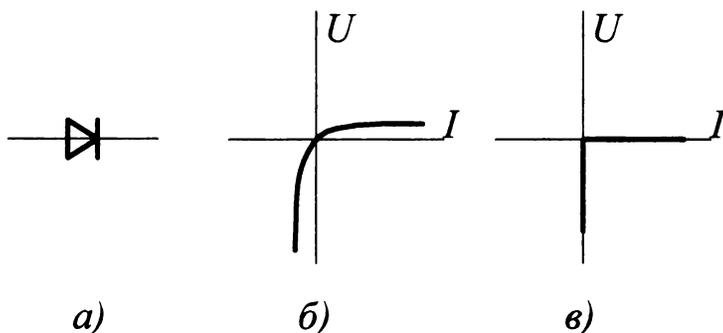


Рис. 5.6. Полупроводниковый диод:

а — условное обозначение; б — вольтамперная характеристика (ВАХ); в — аппроксимация ВАХ

Диод обладает односторонней проводимостью: он хорошо проводит ток (т. е. имеет малое сопротивление) в одном направлении и плохо проводит (т. е. имеет большое сопротивление) в обратном направлении. Для диода, изображенного на рис. 5.6, а, направлением проводимого тока является направление слева — направо, т. е. слева — «плюс», справа — «минус». Соответственно именуется зажимы диода: левый (на рис. 5.6, а) — *анод*, правый — *катод*. ВАХ для проводящего направления (именуемого также прямым) представлена на рис. 5.6, б в первом квадранте графика, а для обратного направления (именуемого также запирающим) — в третьем квадранте графика. При рассмотрении выпрямительных схем обычно пренебрегают малым значением падения напряжения на пропускающем ток диоде и малым значением тока при запертом диоде. В результате ВАХ диода аппроксимируется двумя отрезками прямых, совпадающих с координатными осями (жирные линии на рис. 5.6, в), что означает, что в одну сторону сигнал считают проходящим без искажения, а в обратную — не проходящим вообще. Максимальное значение тока, пропускаемого в прямом направлении, и максимальную амплитуду запирающего напряжения, которую выдерживает диод без пробоя, сообщают в паспортных данных диода.

Простейшая схема выпрямления на одном диоде представлена на рис. 5.7, а.

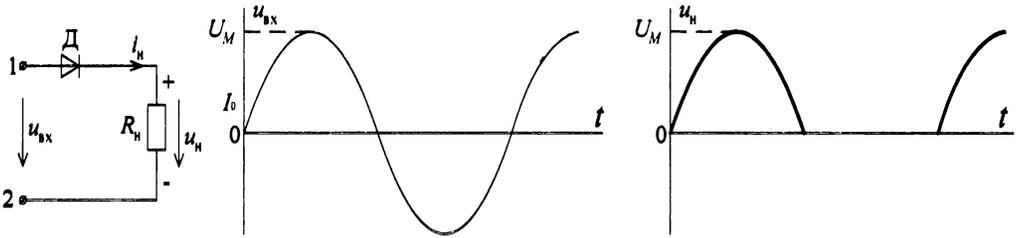


Рис. 5.7. Однополупериодный выпрямитель:

а — схема выпрямления на одном диоде; б — форма напряжения на входе; в — форма напряжения на выходе

При подаче на вход (точки 1 и 2) синусоидально изменяющегося напряжения (рис. 5.7, б) на нагрузку R_n будет поступать знакопостоянное напряжение (рис. 5.7, в), являющееся положительными полуволнами входного напряжения. Полярность получающегося выходного напряжения на нагрузке обозначена на схеме.

Обратим внимание на то, что выпрямленное напряжение не равно входному, а ниже него. Действительно, напряжение оценивается по его

действующему значению. Тогда (см. формулу (2.3) § 2.1) $U_{ax} = \frac{1}{\sqrt{2}} U_M$.

А напряжение на нагрузке (в соответствии с формулой (2.2) и графиком на рис. 5.7, в).

$$U_H = \sqrt{\frac{1}{T} \left(\int_0^{T/2} U_M^2 \sin^2 \omega t dt + \int_{T/2}^T 0 dt \right)} = \frac{1}{2} U_M, \tag{5.4}$$

т. е. в $\sqrt{2}$ меньше входного.

Развитием рассмотренной схемы является схема, представленная на рис. 5.8.

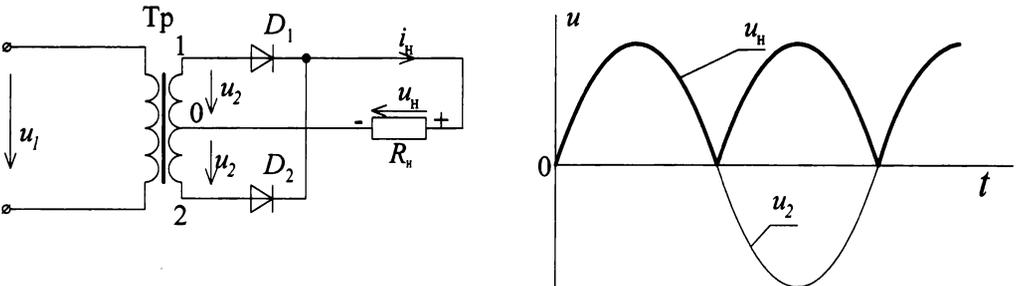


Рис. 5.8. Двухполупериодный выпрямитель:

а — электрическая схема; б — форма напряжения на входе и выходе

Предполагается, что выпрямитель запитан от выходной обмотки трансформатора, имеющей среднюю точку, обозначенную на схеме цифрой «0». (Заметим, что трансформаторы в данном пособии будут рассмотрены ниже, однако само понятие «трансформатор» должно быть известно студенту из школьного курса физики).

Схема состоит из двух диодов: D_1 и D_2 . Во время положительной полуволны входного напряжения (потенциал точки «1» выше, чем потенциал точки «0») диод D_1 пропускает ток на R_H . Потенциал точки «2» при этом ниже, чем потенциал точки «0», и поэтому диод D_2 заперт. Во время отрицательной полуволны (потенциал точки «2» выше, чем потенциал точки «0», а потенциал точки «1» — ниже) пропускает ток на диод D_2 , а диод D_1 — заперт. Таким образом, нагрузка получает питание во время обоих полупериодов, но напряжение снимается не со всей выходной обмотки трансформатора, а лишь с одной из ее половин.

Часто применяется более сложная (и более совершенная) схема выпрямления, именуемая *мостовой схемой*.

На рис. 5.9, а, б — для облегчения понимания — даны два варианта изображения одной и той же мостовой схемы.

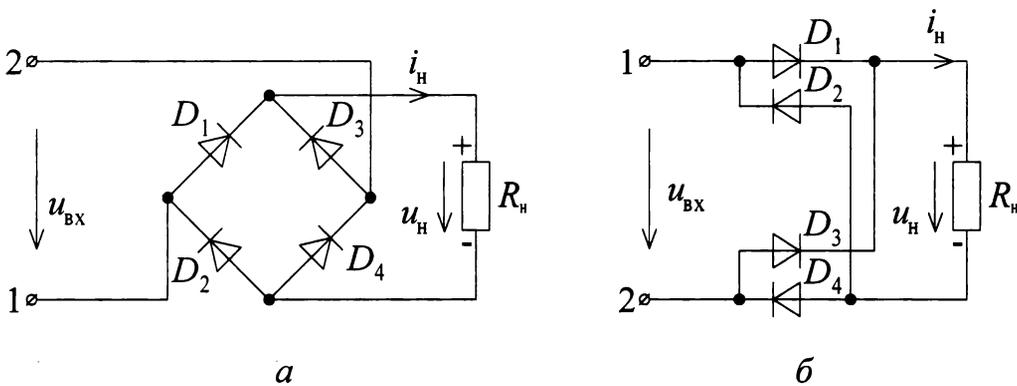


Рис. 5.9. Мостовая схема выпрямления

Поясним ее работу. Во время положительной полуволны входного сигнала (потенциал точки «1» выше потенциала точки «2») путь тока: точка «1» — D_1 — R_H — D_4 — «2» (диоды D_2 и D_3 — заперты). Во время отрицательной полуволны путь тока: точка «2» — D_3 — R_H — D_2 — точка «1» (диоды D_1 и D_4 — заперты).

Нетрудно видеть, нагрузка получает питание во время обоих полупериодов, и действующее значение напряжения U_H на нагрузке, следовательно, равно действующему значению $U_{вх}$ входного напряжения.

Иногда применяется так называемая схема «удвоения напряжения», представленная на рис. 5.10.

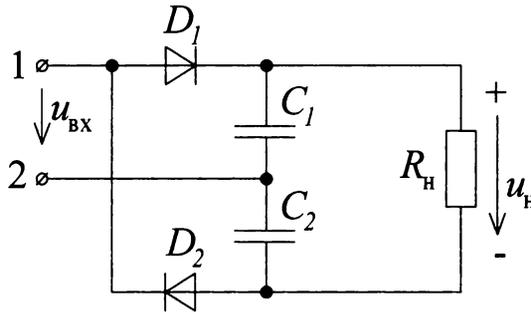


Рис. 5.10. Схема «удвоения напряжения»

Рассмотрим работу схемы в режиме холостого хода, т. е. при отсутствии R_H . В течение полупериода входного напряжения, когда потенциал точки «1» выше, чем потенциал точки «2», диод D_2 заперт, а через диод D_1 , как и в схеме на рис. 5.7, а, подается на конденсатор C_1 знакопостоянное напряжение, действующее значение которого — по аналогии с (5.4) — равно $U_M/2$. В течение второго полупериода аналогичным образом заперт диод D_1 , а напряжение с тем же действующим значением подается через диод D_2 на конденсатор C_2 . В результате оба конденсатора заряжаются с полярностью, соответствующей (на рисунке) плюсу сверху, а потому на выходные зажимы схемы подается с конденсаторов суммарное напряжение

$$\frac{1}{2}U_M + \frac{1}{2}U_M = U_M. \quad (5.5)$$

Схемы «удвоения напряжения» предназначена для работы на высокоомную нагрузку: если R_H велико, то уменьшением напряжения на каждом из конденсаторов C_1 , C_2 в результате разряда конденсатора через R_H можно пренебречь и считать, что нагрузка получает выпрямленное напряжение, действующее значение которого, хотя и не является «удвоенным» по сравнению с входным, но превышает его в $\sqrt{2}$ раз (удвоенным оно является по сравнению с выходным напряжением схемы, данной на рис. 5.7).

Схемы выпрямления применяются и при наличии трехфазного питания. На рис. 5.11, а представлена схема, являющаяся совокупностью трех схем, подобных представленной на рис. 5.7, а, подключенных между нейтрального проводом и каждым из линейных проводов. На рис. 5.11, б представлены формы входного трехфазного напряжения (U_A , U_B , U_C) и выходного (выпрямленного) напряжения ($U_{\text{вых}}$). На основании вышеизложенного нетрудно видеть, что действующее значение выходного напряжения схемы будет — см. (5.4) — вдвое меньше амплитуды фазного напряжения питающего симметричного трехфазного источника или в $\sqrt{2}$ меньше его действующего значения.

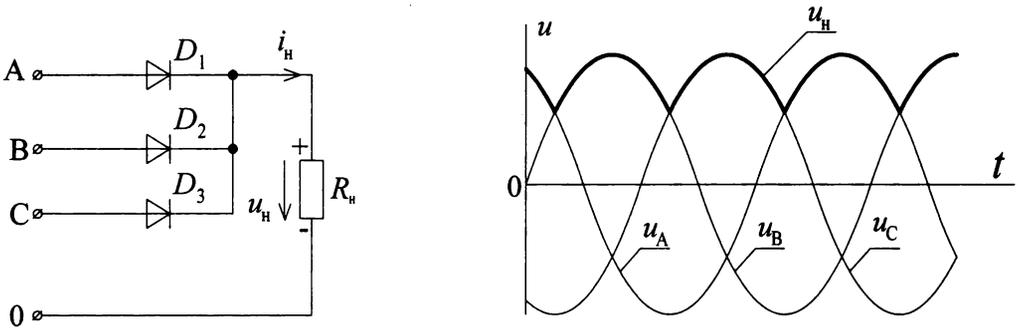


Рис. 5.11. Простейшая схема выпрямления трехфазного напряжения:

a — электрическая схема; *б* — формы напряжений на входе и выходе

На рис. 5.12, *a* представлена мостовая схема выпрямления трехфазного напряжения, являющаяся развитием схемы, представленной на рис. 5.9. Нетрудно видеть, что действующее значение выходного напряжения в ней будет равно действующему значению линейного напряжения симметричного трехфазного источника (рис. 5.12, *б*).

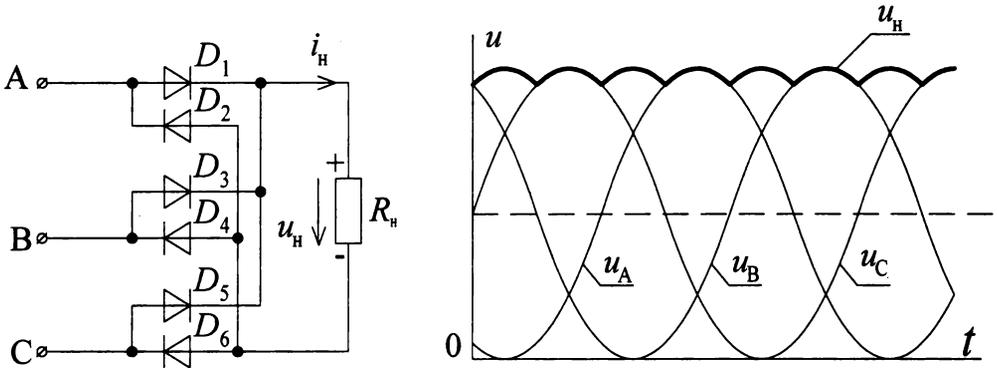


Рис. 5.12. Мостовая схема выпрямления трехфазного напряжения:

a — электрическая схема; *б* — формы напряжений на входе и выходе

Рассмотрим еще один элемент, имеющий несимметричную ВАХ, — *стабилитрон*.

Условное обозначение и ВАХ полупроводникового стабилитрона представлена на рис. 5.13 (ВАХ дана аппроксимированная, аналогично аппроксимации на рис. 5.6, *в*).

При сравнении ВАХ стабилитрона и ВАХ диода (рис. 5.6, *в*) видна разница между ними: при достижении запирающим напряжением некоторой величины $U_{ст}$ происходит пробой стабилитрона, и стабилитрон начинает пропускать ток; существенно, что этот пробой — обратимый, т. е.

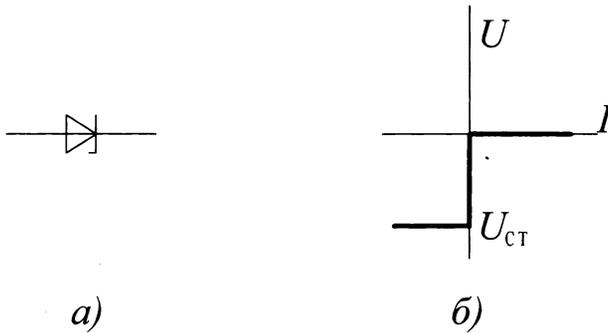


Рис. 5.13. Стабилитрон:

a — условное обозначение; *б* — аппроксимированная ВАХ

прибор в результате его не разрушается, и при меньших, чем U_{cm} , значениях запирающегося напряжения прибор вновь перестает пропускать ток. Значение для каждого стабилитрона является величиной постоянной, сообщаемой в паспортных данных, и называется напряжением стабилизации.

Для наглядного пояснения разницы между диодом и стабилитроном представляется удобной нижеследующая гидравлическая аналогия. Диод аналогичен клапану в трубе: в зависимости от того, с какой стороны напор больше, клапан либо открыт, либо закрыт, и труба либо пропускает жидкость, либо не пропускает. Стабилитрон же можно считать аналогичным клапану в плотине, перегораживающей открытый водосток: в зависимости от того, с какой стороны водостока напор больше, клапан либо открыт, либо закрыт, и плотина либо пропускает жидкость, либо нет. Однако, при закрытом клапане вода начинает свободно переливаться через плотину, как только уровень воды превысит высоту плотины.

ВАХ стабилитрона удобно использовать для *стабилизации напряжения* в цепи постоянного тока.

Рассмотрим схему на рис. 5.14, *a*; ВАХ резистора R_1 и стабилитрона D показаны с соответствующими обозначениями на рис. 5.14, *б*. (1 — ВАХ резистора R_1 , D — участок ВАХ стабилитрона D). Отметим, что при полярности входного напряжения, показанной на схеме, напряжение, приложенное к стабилитрону D , оказывается запирающим, т. е. стабилитрон пропускает ток при напряжении, превышающем $U_{ст}$, что и отражено представленным на рисунке участком ВАХ стабилитрона.

Сперва рассмотрим схему в режиме холостого хода (т. е. ключ «К» разомкнут). В этом случае R_1 и D соединены последовательно; на рис. 5.14, *б* индексом « Σ » обозначена ВАХ цепи, полученная суммированием по оси напряжений ВАХ «1» и ВАХ « D ».

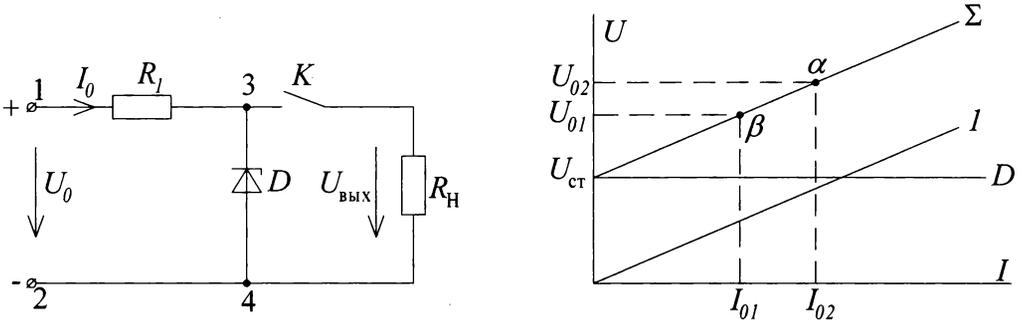


Рис. 5.14. Схема со стабилитроном для стабилизации напряжения на нагрузке и соответствующие ВАХ

Пусть напряжение, приложенное к схеме, изменилось от U_{01} до U_{02} . Тогда точки α и β на графике рис. 5.14, б дают значения токов I_{01} и I_{02} , и позволяют определить $U_{\text{вых}}$ для обоих случаев; оно равно напряжению на стабилитроне (т. е. между точками «3» и «4» схемы и остается неизменным (если считать ВАХ стабилитрона на данном участке идеально параллельной оси токов).

Заметим, тот же результат можно было получить и методом «опрокинутых» ВАХ; построение было бы проще, но иллюстрация была бы чуть менее наглядной.

Если ключ «К» замкнут, т. е. к схеме подключена нагрузка R_n , то на рис. 5.14, б следовало бы построить ВАХ_{R_n} , суммировать его по оси токов с ВАХ «D» и, получив таким образом ВАХ участка схемы 3–4; затем построить ВАХ всей схемы, суммируя по оси напряжений ВАХ «1» с полученной ВАХ 3–4.

В общем случае ВАХ R_n может иметь любую конфигурацию, а потому полученная ВАХ 3–4, уже не будет идеально параллельна оси токов; следовательно, проецируя точки α и β на ВАХ 3–4, мы получим два различных (а не одинаковых, как в предыдущем случае) значения $U_{\text{вых}}$. (Вышеописанное построение несложно, а потому здесь не проведено и может быть предоставлено студентам для самостоятельного выполнения.)

Из рассмотренного видно, что реальный стабилизатор напряжения, работающий на нагрузку R_n , в общем случае не обеспечивает идеальной стабилизации напряжения: при изменении входного напряжения изменится в какой-то степени и выходное напряжение. Для количественной оценки качества стабилизации используют коэффициент стабилизации, являющийся отношением относительного приращения входного сигнала

к получившемуся в результате этого относительному приращению выходного сигнала, т. е.:

$$k_{\text{ст}} = \frac{\Delta U_{\text{вх}}}{U_{\text{вх}}} : \frac{\Delta U_{\text{вых}}}{U_{\text{вых}}} = \frac{\Delta U_{\text{вх}}}{\Delta U_{\text{вых}}} \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}}. \quad (5.6)$$

Сопротивление R_1 в рассмотренной схеме стабилизатора называют *балластным*, поскольку на нем имеет место падение напряжения на величину, являющуюся разностью между входным и выходным (т. е. стабилизируемым) напряжением. При подключении нагрузки к стабилизатору это падение напряжения определяется не только током через нелинейный элемент (стабилитрон) но и током нагрузки, поскольку ток, текущий через балластное сопротивление, является суммарным (по первому закону Кирхгофа). Этим и объясняется ухудшение качества стабилизации при работе на нагрузку; это ухудшение тем более значительное, чем больший ток потребляет нагрузка.

В соответствии с вышерассмотренным, стабилизатор напряжения можно построить не обязательно на стабилитроне, а на любом ином нелинейном элементе, ВАХ которого имеет участок, хотя бы приблизительно параллельный оси токов. Для питания нагрузок, потребляющих значительные токи, делают стабилизаторы, в которых в качестве нелинейного элемента применяют управляемые электронные схемы; конфигурация их ВАХ зависит от сигнала управления, формируемого схемой автоматики в функции разности между требуемым стабилизированным напряжением и реальным выходным (или входным) напряжением стабилизатора.

Применение нелинейных элементов позволяет реализовывать не только стабилизацию напряжения, но и стабилизацию тока.

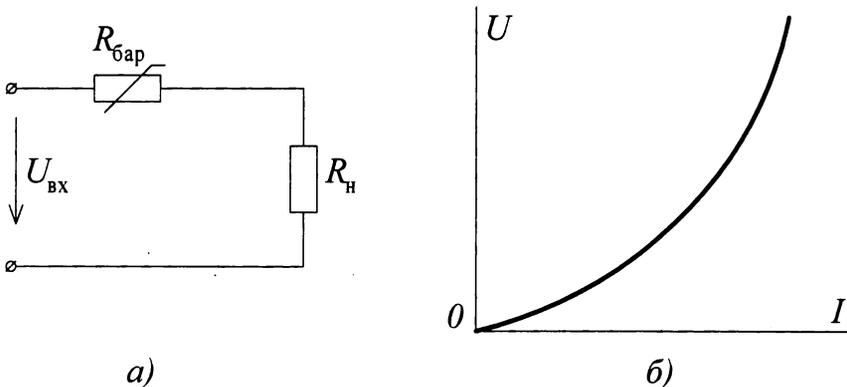


Рис. 5.15. Схема с бареттером для стабилизации тока

Простейшая схема *стабилизатора тока* представлена на рис. 5.15, а. В ней последовательно с нагрузкой R_H включен нелинейный элемент *бареттер* — $R_{бар}$. Простейший бареттер представляет собой заключенную в стеклянную колбу нить, выполненную из материала высокого сопротивления, имеющего к тому же высокий температурный коэффициент сопротивления (например, железо, вольфрам). При возрастании тока нить нагревается, и ее сопротивление повышается, вследствие чего ВАХ бареттера имеет характер, подобный представленному на рис. 5.15, б (ярковыраженная выпуклость, направленная книзу). Поэтому при увеличении тока в схеме существенно увеличивается падение напряжения $U_{бар}$ на бареттере и, следовательно, напряжение, приложенное к нагрузке, уменьшается, чем и обеспечивается понижение тока.

Для стабилизации тока, как и для стабилизации напряжения, возможно применение управляемой электронной схемы в качестве нелинейного элемента. Конфигурация ВАХ этой схемы определяется управляющим сигналом, формируемым схемой автоматики в зависимости от текущего через нагрузку тока.

§ 5.3. Магнитные цепи. Основные понятия и определения

Магнитной цепью принято называть совокупность устройства, создающего магнитное поле, и магнитопровода, состоящего из тел (или сред), через которые замыкается основная часть магнитных линий поля, созданного упомянутым устройством.

В предыдущем материале (в частности, § 1.2, § 2.8) мы уже пользовались понятиями магнитного потока и потокосцепления, предполагая, что у студента сохранились элементарные воспоминания о школьном курсе физики. Однако для дальнейшего изложения потребуется ряд понятий рассмотреть подробнее.

Из курса физики известно, что направленным движением электрических зарядов, т. е. электрическим током, создается магнитное поле.

Величина и направление магнитного поля в любой точке пространства характеризуется вектором *магнитной индукции* в этой точке. Обозначение магнитной индукции B , единица измерения в системе СИ — тесла (сокращение — Тл).

Магнитное поле проявляется в силовом воздействии на проводник с током (сила Ампера); в связи с этим уместно вспомнить из школьного курса физики две формулы, определяющие модуль *силы Ампера*.

При прохождении токов I и I_1 соответственно, по двум параллельным проводникам длиной l , удаленных на расстояние r друг от друга, сила взаимодействия, возникающая между ними,

$$F = k \frac{I I_1}{r} l, \quad (5.7)$$

где k — коэффициент пропорциональности.

С другой стороны, если по проводнику длиной l течет ток I , и провод находится в магнитном поле, индукция которого равна по модулю B и направлена перпендикулярно проводнику, то сила Ампера, действующая на проводник, равна

$$F = B I l. \quad (5.8)$$

Из сравнения (5.7) и (5.8) следует, что ток, текущий по проводнику, создает магнитное поле, модуль индукции которого на расстоянии r от проводника равен:

$$B = k \frac{I_1}{r}.$$

Переходя от расстояния r к длине окружности являющейся геометрическим местом точек, удаленных от точки на проводнике на расстояние r , запишем:

$$B = k \frac{I_1}{r} = k 2\pi \frac{I_1}{2\pi r} = \mu_a \frac{I_1}{2\pi r} = \mu_0 \mu_r \frac{I_1}{2\pi r}. \quad (5.9)$$

Величина μ_a , которой в (5.9) мы заменили $k 2\pi$, называется *абсолютной магнитной проницаемостью* и может быть представлена произведением двух величин: μ_0 — магнитной постоянной и μ_r — *относительной магнитной проницаемости* среды, в которой действует магнитное поле.

Магнитная постоянная в системе СИ определена как

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{А}^2}.$$

(Указанная размерность очевидна из формул (5.7) и (5.9); но чаще в литературе используется размерность Гн/м, что, как нетрудно показать, то же самое.)

Сомножитель $\frac{I_1}{2\pi r}$ в (5.9) характеризует способность тока создать

вокруг проводника магнитное поле и не зависит от магнитных свойств среды; эта величина называется *напряженностью магнитного поля*, обозначается H и имеет размерность А/м (что очевидно из формулы). Таким образом, (5.9) можно переписать в виде:

$$B = \mu_0 \mu_r H, \quad (5.10)$$

где

$$H = \frac{I_1}{2\pi r}.$$

Магнитная индукция и напряженность магнитного поля являются векторами, направление которых связано с направлением тока, создающего магнитное поле, правилом *правоходового винта* (в просторечии — *правило буравчика*). Формула (5.10) записана для модулей этих векторов.

Из (5.10) видно, что при одной и той же напряженности H магнитного поля могут быть получены различные — в зависимости от свойств среды, определяемых величиной μ_r , — значения магнитной индукции B . По значению относительной магнитной проницаемости μ_r все материалы делятся на три группы: *диамагнитные* — у них μ_r меньше единицы (как правило, незначительно); *парамагнитные* — у них μ_r больше единицы (как правило, тоже незначительно); и *ферромагнитные* — у них μ_r существенно больше единицы (от десятков и сотен до сотен тысяч).

Поскольку для вакуума принимают $\mu_r = 1$, можно считать, что, в соответствии с (5.10), относительная магнитная проницаемость среды показывает, во сколько раз значение магнитной индукции в данной среде отличается от того ее значения, которое было бы получено при той же напряженности магнитного поля в вакууме. Следовательно (и это важно для дальнейшего), применение ферромагнитных материалов (у них $\mu_r \gg 1$) позволяет во много раз усилить магнитное поле.

Напомним, что ферромагнитные материалы (например, железо, кобальт и др.) имеют доменную структуру. *Домены* — это малые области (линейные размеры — порядка сотых долей миллиметра), имеющие изначальную спонтанную (т. е. самопроизвольную) намагниченность. Направление магнитных полей отдельных доменов различно; поэтому получающаяся в результате намагниченность ферромагнитного тела при отсутствии внешних магнитных полей не проявляется.

При появлении внешнего магнитного поля намагниченность доменов переориентируется в направлении напряженности этого внешнего магнитного поля, и магнитное поле, создаваемое доменами, суммируется с магнитным полем внешнего источника, в результате чего магнитная индукция результирующего поля оказывается во много раз больше, чем магнитная индукция внешнего поля при отсутствии ферромагнитного тела. Это усиление магнитного поля и отражено коэффициентом μ_r в (5.10).

Если напряженность внешнего магнитного поля растет, то по мере ее увеличения вышеупомянутая переориентация охватывает все большее количество доменов. Однако процесс переориентации является энергозатратным, и поэтому рост магнитной индукции отстает от роста напряжен-

ности магнитного поля, что очевидно на восходящем участке кривой на рис. 5.16 от начала координат (точка 0) до точки a .

Если напряженность внешнего магнитного поля становится столь большой, что переориентированными в ее направлении оказываются все домены, то наступает явление *насыщения*. Оно состоит в том, что дальнейшее увеличение напряженности магнитного поля вызывает увеличение магнитной индукции только за счет внешнего магнитного поля, так как намагниченность самого ферромагнитного материала изменяться уже перестает. На рис. 5.16 это соответствует участку за точкой a . Рост магнитной индукции в зоне насыщения пренебрежимо мал по сравнению с ростом ее до насыщения, и поэтому магнитную индукцию в зоне насыщения считают практически постоянной величиной; для большинства ферромагнитных материалов ее значение чуть меньше $2Tл$.

Рассмотренная зависимость называется *начальной кривой намагничивания*; она симметрична относительно начала координат (относительно точки 0) и находится не только в первом квадранте графика (что показано на рис. 5.16), но и в третьем.

Зависимость B от H для ферромагнитных материалов не является однозначной: если из состояния, соответствующего, например, точке a на графике, напряженность магнитного поля будет уменьшаться, изменяясь далее по знакопеременному закону (например косинусоидально), то в силу вышеупомянутого отставания изменения B от изменения H траектория изображающей точки на графике будет иметь вид петли; направление движения изображающей точки по этой петле показано стрелочками на рис. 5.16. Эта петлевая зависимость называется *гистерезисом*.

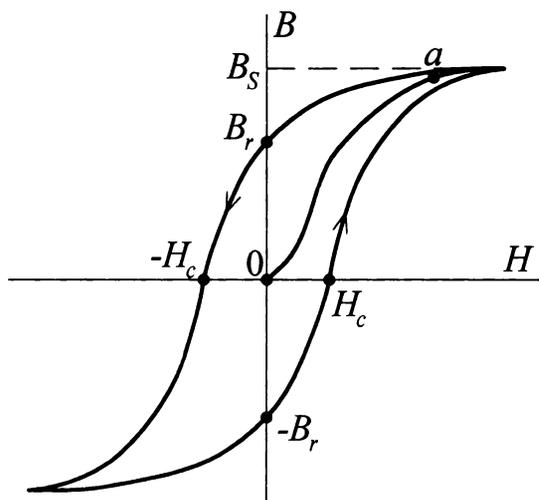


Рис. 5.16. Начальная кривая намагничивания и петля гистерезиса

Ширина петли гистерезиса зависит от затрат энергии на переориентацию магнитного поля доменов, а потому, как известно из курса физики, площадь петли гистерезиса пропорциональна энергии, которая затрачивается при перемагничивании единицы объема ферромагнитного материала.

При симметричном (относительно нуля) законе изменения напряженности H магнитного поля петля гистерезиса симметрична относительно начала координат (точка 0 на рис. 5.16).

В зависимости от амплитуды изменения H можно получить семейство петель гистерезиса. При этом геометрическое место точек, являющихся вершинами всех симметричных петель гистерезиса называют *основной кривой намагничивания*. Заметим, что эта кривая практически почти совпадает с начальной кривой намагничивания, которая может быть получена при первоначальном воздействии магнитного поля на еще не намагниченный ранее ферромагнитный материал.

Увеличение амплитуды изменения H влечет за собой увеличение размеров (а значит, и площади) петли гистерезиса; при достижении амплитудой H значения, при котором магнитная индукция B доходит до зоны насыщения, дальнейший рост размеров петли гистерезиса с ростом напряженности магнитного поля прекращается; полученная максимальная петля гистерезиса называется *предельной петлей гистерезиса*.

Семейство симметричных петель гистерезиса и основная кривая намагничивания показаны на рис. 5.17.

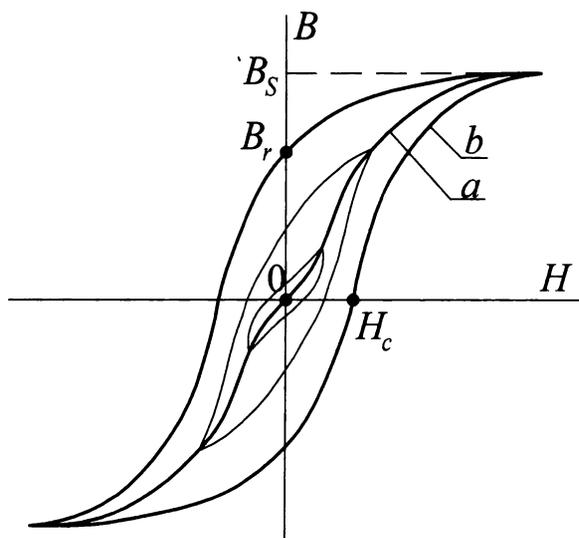


Рис. 5.17. Семейства петель гистерезиса и основная кривая намагничивания

а) основная кривая намагничивания; б) предельная петля гистерезиса

Основную кривую намагничивания часто используют как аппроксимацию петли гистерезиса. Чем уже петля гистерезиса рассматриваемого материала, тем более точной эта аппроксимация является.

Основная кривая намагничивания может быть сообщена (в виде графика или в виде таблицы) в справочных данных о материале в качестве однозначной зависимости между B и H . При этом ввиду центральной симметрии этого графика (см. рис. 5.17) — эту зависимость дают только для первого квадранта. Одновременно может быть дан и график относительной магнитной проницаемости μ_r , являющейся величиной не постоянной вследствие нелинейности зависимости $B(H)$. Величина μ_r может быть определена из формулы (5.10) двойко. Можно определить для каждого значения H ее статическую величину:

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H}.$$

Однако в случае малых колебаний H вблизи некоторого постоянного ее значения может представлять интерес динамическое, или дифференциальное ее значение:

$$\mu_r = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B}{\partial H}.$$

Графики этих обеих функций имеют сходный характер: максимум функции имеет место при значениях H , соответствующих точке перегиба основной кривой намагничивания (т. е. максимальному углу наклона кривой); при выходе же в зону насыщения дифференциальное значение μ_r стремится к нулю, а статическое — к единице, что по сравнению с максимальным значением μ_r (несколько сотен) является пренебрежительно малой величиной. Примерный вид обсуждаемого графика представлен совместно с основной кривой намагничивания на рис. 5.18.

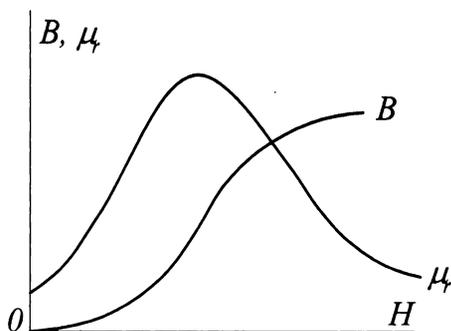


Рис. 5.18. Взаимосвязь графиков относительной магнитной проницаемости и основной кривой намагничивания

При обсуждении магнитных свойств материала важно знать, при каких значениях координаты графика пересекаются предельной петлей гистерезиса. Модуль значения магнитной индукции, которая остается у образца при нулевом значении напряженности H , называют *остаточной индукцией* и обозначают B_r . Модуль напряженности магнитного поля, необходимый для размагничивания образца, т. е. для достижения $B = 0$, называют *задерживающей*, или *коэрцитивной силой* и обозначают H_c . (Обсуждаемые величины показаны на рис. 5.16). Очевидно, величина H_c характеризует способность материала сохранить намагниченность при отсутствии внешнего магнитного поля, а величина B_r характеризует величину этой сохраненной намагниченности.

Из изложенного следует, что материалы с большими значениями H_c , а значит, и с большой площадью гистерезисной петли, следует использовать для изготовления постоянных магнитов. Эти материалы называют *магнитотвердыми*. Материалы с малыми значениями H_c и с малой площадью гистерезисной петли целесообразно применять в устройствах, работающих с периодически изменяющимися во времени магнитными полями. Эти материалы называются *магнитномягкими*.

Максимальное (что модулю) значение магнитной индукции, при котором наступает насыщение (на рис. 5.16 обозначено B_s), также является одной из характеристик ферромагнитного материала и обычно сообщается в справочных данных.

При классификации материалов по их магнитным свойствам среди ферромагнитных материалов выделяют также материалы со специальными магнитными свойствами, в числе которых рассматривают определенную (например, близкую к прямоугольной) форму петли гистерезиса, большое значение остаточной индукции, большое значение индукции насыщения, температурную зависимость (или, наоборот, стабильность) определенных параметров и т. п.

Выше рассматривались петли гистерезиса, симметричные относительно начала координат; они получились при симметричном (относительно нуля) законе изменения напряженности H магнитного поля. В случае, если закон изменения H несимметричен, то закон изменения магнитной индукции B также изображается графиком, имеющим петлевой характер, но центр симметрии этой петли с началом координат не совпадают. Такие гистерезисные петли называют *частными петлями гистерезиса*.

Существенно, что вид петель гистерезиса зависит не только от диапазона, но и от скорости изменения напряженности магнитного поля. Дело в том, что изменение магнитного поля индуцирует, в соответствии с законом электромагнитной индукции, ЭДС в любом контуре, находящемся в этом магнитном поле. Таковыми контурами, естественно,

являются любые произвольно выбранные контура в массе сердечника. Поскольку эти контура замкнутые, постольку возникающие ЭДС порождают токи, текущие в массе сердечника и нагревающие сердечник. Эти токи называют *вихревыми*, или *токами Фуко*. Чем выше частота изменения H (а следовательно, и скорость изменения H), тем сильнее выражено указанное явление.

Энергия, затрачиваемая токами Фуко, суммируется с энергией на перемагничивание, и в результате петля гистерезиса (площадь которой — см. выше — пропорциональна затратам энергии на перемагничивание) с повышением частоты становится шире.

Токи Фуко можно использовать для нагрева, например, в металлургическом производстве; в тех же устройствах, где затраты энергии на нагрев сердечника нежелательны, токи Фуко стараются уменьшить. Для этой цели повышают сопротивление тех контуров, где они могут возникнуть. Сопротивление можно повысить за счет состава сплава (например, добавками никеля, добавками незначительного количества кремния), за счет микроструктуры материала (например, зернистая структура магнетодиэлектрика, в которой отдельные зерна ферромагнетика разделены тонким слоем обволакивающего их диэлектрика). Для сердечников устройств, работающих на промышленных частотах, сопротивление повышают чисто механическим способом, а именно: изготавливают сердечник расслоенным, т. е. набранным из большого количества пластин, изолированных друг от друга тонким слоем окисла или лака. Такие сердечники называют *шихтованными* (в отличие от сердечников из сплошного материала; их называют *массивными*). Шихтованные сердечники применяются, например, в трансформаторах, в электрических машинах и т. д.

В заключении параграфа заметим, что магнитный поток Φ (это понятие использовалось в предыдущем материале, в частности, в § 1.2, § 2.8) является потоком вектора магнитной индукции и упрощенно может быть определен как произведение магнитной индукции на площадь поверхности S , нормальной к магнитным силовым линиям, пронизывающим ее. В общем случае, когда магнитный поток взаимодействует более, чем с одним витком, рассмотрению подлежит потокосцепление ψ , определяемое как произведение магнитного потока на число w взаимодействующих с ним витков.

Сказанное записывается формулами:

$$\Phi = BS ; \psi = \Phi w .$$

Напомним, что единица измерения и магнитного потока, и потокосцепления — вебер (Вб).

§ 5.4. Магнитные цепи постоянного тока и аналоговый метод их расчета

В данном параграфе речь будет идти, в основном, о магнитных цепях, в которых магнитное поле постоянно или изменяется медленно.

Ранее — см. (5.9) и (5.10) было выяснено, что ток I , протекая по проводнику, создает вокруг этого проводника магнитное поле, напряженность которого на расстоянии r от проводника определяется формулой:

$$H = \frac{I}{2\pi r}. \quad (5.11)$$

Заметим, что в знаменателе (5.11) записана длина магнитной линии, все точки которой лежат в плоскости, перпендикулярной проводнику и равноудалены от него на расстояние r . Формулу (5.11) можно переписать:

$$H \cdot 2\pi r = I. \quad (5.11, a)$$

Полученная запись является частным случаем закона, известного как *закон полного тока*.

Согласно этому закону, линейный интеграл от вектора напряженности магнитного поля \vec{H} вдоль любого произвольного контура равен алгебраической сумме всех токов, охватываемых этим контуром, т. е.:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum_{k=1}^m I_k, \quad (5.12)$$

(здесь обозначено: m — количество токов, охватываемых контуром).

Заметим, что предыдущая запись (5.11, a), в которой замкнутым контуром является окружность, охватывающая один проводник с током I , отнюдь не является попыткой заменить собой не предлагаемый здесь вывод закона полного тока; назначение записи (5.11, a) — лишь облегчить понимание материала.

В практических расчетах рассматривают в большинстве случаев замкнутый контур, совпадающий с замкнутой магнитной линией; если направление обхода совпадает с направлением этой магнитной линией, то угол между векторами \vec{H} и $d\vec{l}$ равен нулю, поэтому подынтегральное выражение в (5.12) принимает вид: Hdl .

Если же при этом рассматриваемый контур можно разбить на n отдельных участков длиной l_p , на каждом из которых напряженность H_p магнитного поля постоянна, то запись (5.12) принимает вид:

$$\sum_{p=1}^n H_p l_p = \sum_{k=1}^m I_k \quad (5.13)$$

(нетрудно видеть, (5.11, a) получается из (5.13) при $n = 1$, $m = 1$).

За положительное направление токов в (5.12) и (5.13) принимается то, которое соответствует упомянутому в § 5.3 правилу правоходового винта.

В качестве примера рассмотрим простейшую магнитную цепь: тороидальный сердечник с равномерно наложенной обмоткой из w витков, по которой пропущен ток I (рис. 5.19).

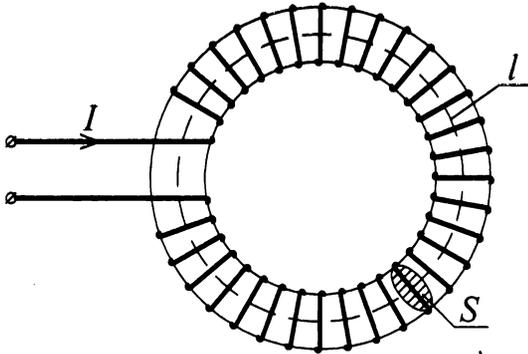


Рис. 5.19. Пример простой магнитной цепи — тороидальный сердечник с обмоткой

Пусть длина средней линии сердечника (на рис. 5.19 — пунктирная линия) l , площадь поперечного сечения тороидального сердечника S . Тогда при направлении обхода, например, против часовой стрелки, формула (5.13) принимает вид:

$$Hl = wI. \quad (5.14)$$

Запись правой части (5.14) поясняется тем, что рассматриваемый контур — пунктир на рис. 5.19 — охватывает w витков, по каждому из которых течет (один и тот же) ток I .

Запишем выражение для магнитного потока в сердечнике, подставляя в это выражение величину H из формулы (5.14):

$$\Phi = BS = \mu_0 \mu_r HS = \mu_0 \mu_r \frac{wI}{l} S = \frac{wI}{\frac{l}{\mu_0 \mu_r} S}. \quad (5.15)$$

Заметим, что (5.15) по структуре своей аналогична формуле закона

Ома: $i = \frac{u}{R}$. Эта формальная аналогия наводит на мысль о возможности

заменить расчет магнитной цепи расчетом электрической цепи, являющейся ее моделью и часто именуемой *аналоговой электрической схемой*. В этой модели ток будет аналогом магнитного потока, напряжение —

аналогом величины wI , сопротивление — аналогом величины $\frac{l}{\mu_0 \mu_r S}$.

В соответствии с этим в рассмотрение вводятся новые термины: *магнитное сопротивление*

$$R_M = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S} \quad (5.16)$$

и *магнитное напряжение*

$$F = wI. \quad (5.17)$$

По аналогии с терминологией, принятой для электрических цепей, магнитное напряжение, создаваемое каждым источником (т. е. обмоткой из w витков, запитанной током I), называют *магнитодвижущей силой* (или *намагничивающей силой*), а изменение магнитного напряжения при прохождении магнитного потока через участок магнитопровода с каким-то магнитным сопротивлением называют *падением магнитного напряжения*.

Следует иметь в виду, что размерности величин и их аналогов отнюдь

не одинаковы: в частности, $[R_M] = \frac{1}{\text{Гн}} = \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{с}}$; $[F] = \text{А}$.

При расчетах магнитных цепей при помощи аналоговых электрических схем используют также первый и второй законы Кирхгофа для магнитных цепей. Первый: *алгебраическая сумма магнитных потоков в любом узле магнитной цепи равна нулю*. Второй: *алгебраическая сумма падений магнитного напряжения вдоль любого замкнутого контура равна алгебраической сумме магнитодвижущих сил вдоль этого контура*.

Нетрудно видеть, первый закон отражает принцип непрерывности магнитного потока, а второй — является иной формой записи закона полного потока.

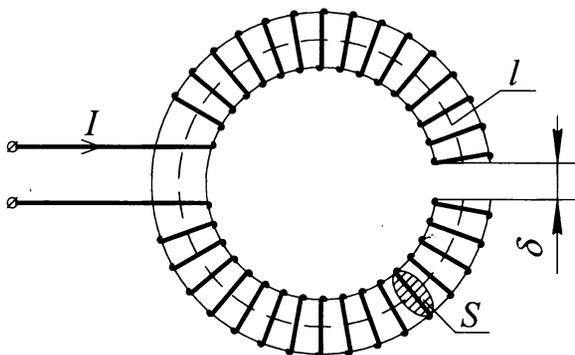


Рис. 5.20. Пример неоднородной магнитной цепи

Имея в виду отмеченные выше аналогии, рассмотрим неоднородную магнитную цепь, т. е. цепь, состоящую из участков, имеющих различные значения напряженности магнитного поля. В качестве примера возьмем магнитную цепь, которая получится, если в рассмотренном ранее магнитопроводе (рис. 5.19) будет иметься воздушный зазор величиной δ (см. рис. 5.20). Примем допущение, что зазор δ мал: это позволит считать, что площадь поперечного сечения магнитопровода в зазоре равна площади его поперечного сечения в сердечнике (на самом деле она больше: в зазоре имеет место «выпучивание» магнитных линий тем большее, чем больше зазор).

Тогда закон полного тока можно записать в соответствии с (5.13):

$$Hl + H_{\delta}\delta = Iw,$$

где H_{δ} — напряженность поля в зазоре.

Выражая напряженность поля через магнитный поток, получим:

$$\frac{\Phi}{\mu_0\mu_r S}l + \frac{\Phi}{\mu_0 S}\delta = Iw,$$

или

$$\Phi\left(\frac{l}{\mu_0\mu_r S} + \frac{\delta}{\mu_0 S}\right) = Iw,$$

или, пользуясь понятием магнитного сопротивления,

$$\Phi(R_M + R_{\delta}) = Iw, \quad (5.18)$$

где R_{δ} — магнитное сопротивление воздушного зазора, определяемое в соответствии с (5.16) с учетом того, длина пути, проходимого магнитными линиями по зазору, равна δ , а относительная магнитная проницаемость воздуха равна единице. То есть:

$$R_{\delta} = \frac{\delta}{\mu_0 S}. \quad (5.16, a)$$

Попутно заметим важный момент: из сравнения (5.16) и (5.16, a) очевидно, что даже при небольшом воздушном зазоре (т. е. при $\delta \ll l$) наличие этого воздушного зазора существенно влияет на магнитное сопротивление всей цепи (ибо $\mu_r \gg 1$), и по мере увеличения зазора наличие ферромагнитного сердечника будет играть все меньшую роль.

Полученная запись (5.18) позволяет построить аналоговую электрическую схему для данной магнитной цепи.

В этой схеме магнитное сопротивление воздушного зазора R_{δ} является линейным, а магнитное сопротивление ферромагнитного участка R_M

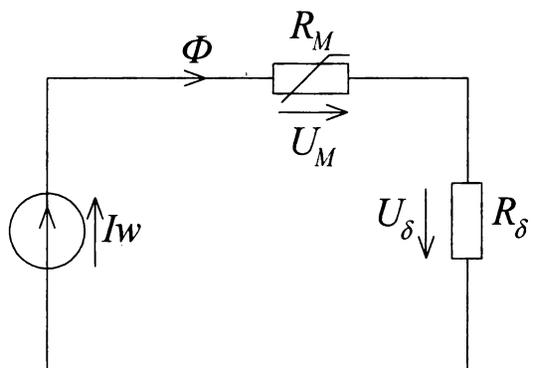


Рис. 5.21. Аналоговая электрическая схема для магнитной цепи, представленной на рис. 5.20

является нелинейным, поскольку в определяющую его формулу входит относительная магнитная проницаемость μ_r , зависящая от магнитного состояния среды (см. рис. 5.18).

Расчет электрических схем, подобных полученной, уже рассматривался в § 5.1. Для расчета необходимо было знать ВАХ для всех входящих в схему элементов, т. е. знать зависимости, связывающие падение напряжения на сопротивлениях и ток через сопротивления. В данном же случае необходимо иметь аналоговые ВАХ, т. е. зависимости, связывающие падение магнитного напряжения на магнитопроводе и магнитный поток через этот магнитопровод. Графики строятся в координатах F, Φ . Для построения графиков задаются произвольными значениями одной координаты и по формулам рассчитывают значение второй координаты.

Формула для построения вебер-амперной характеристики для магнитного сопротивления воздушного зазора, имеет вид:

$$F_\delta = H_\delta \delta = \frac{B}{\mu_0} \delta = \frac{\Phi}{\mu_0 S} \delta = \Phi \frac{\delta}{\mu_0 S}. \quad (5.19)$$

Для ферромагнитного участка:

$$F = Hl = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} l = \frac{\Phi}{\mu_0 \mu_r S} l = \Phi \frac{l}{\mu_0 \mu_r S}. \quad (5.20)$$

Заметим, что полученные зависимости (5.19) и (5.20) полностью соответствует принятой аналогии между магнитными и электрическими цепями: действительно, в левых частях обеих формул записаны падения магнитного напряжения, а в правых частях — произведения магнитного потока (т. е. аналога тока) на магнитное сопротивление.

Практически вычисления по (5.20) заменяют нижеследующей процедурой: задаются несколькими произвольными значениями Φ ; для каждого

значения определяют $B = \frac{\Phi}{S}$ (см. § 5.3), затем по каждому найденному

значению B определяют соответствующую напряженность H магнитного поля, пользуясь графиком основной кривой намагничивания для данного материала (эти кривые, имеющие вид, аналогичный представленному на рис. 5.18, сообщаются для каждого материала как справочные данные). Домножая полученные значения H на длину соответствующего участка магнитопровода, получают — в соответствии с (5.17) — значения соответствующей намагничивающей силы F . Аналогичные вычисления для воздушного зазора достаточно выполнить для любого одного значения Φ , так как формуле (5.19) соответствует прямая линия, выходящая из начала координат.

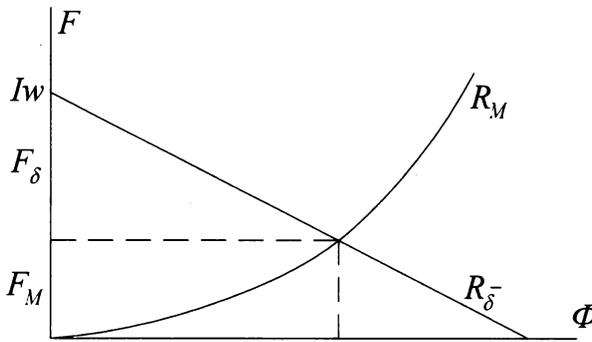


Рис. 5.22. Графическое решение задачи расчета магнитной цепи, представленной на рис. 5.20

Получаемое в результате графическое решение задачи по расчету магнитной цепи представлено на рис. 5.22; оно подобно решению аналогичной задачи для нелинейной электрической цепи с применением метода опрокинутых характеристик (см. рис. 5.4).

Обсудим подробнее понятие «воздушный зазор». Во-первых, оно не подразумевает буквальное наличие зазора: в случае сильных магнитных полей зазор в конструкции потребовал бы учета возникающих в этом зазоре сил магнитного взаимодействия, и поэтому зазор может быть реализован наличием в магнитопроводе вставки (прокладки) из немагнитного материала (например из гетинакса). Во-вторых, видно из (5.19), (5.20), магнитное сопротивление магнитного зазора весьма велико: в μ_r раз больше, чем у ферромагнитного участка той же длины. Поэтому наличие воздушного зазора определяет магнитные свойства магнитопровода, уменьшая влияние наличия ферромагнитного сердечника.

Говоря об аналоговом расчете магнитных цепей, укажем, что упомянутые выше законы Кирхгофа для магнитных цепей позволяют составлять

аналоговые электрические цепи и для разветвленных магнитных цепей. В качестве примера на рис. 5.23 изображена разветвленная магнитная цепь, а на рис. 5.24 аналоговая электрическая схема, соответствующая ей (индексы магнитных сопротивлений на рис. 5.24 соответствуют номерам участков магнитопровода на рис. 5.23).

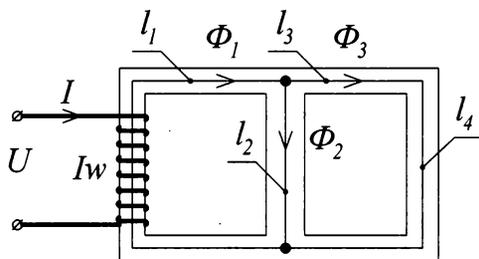


Рис. 5.23. Пример разветвленной магнитной цепи

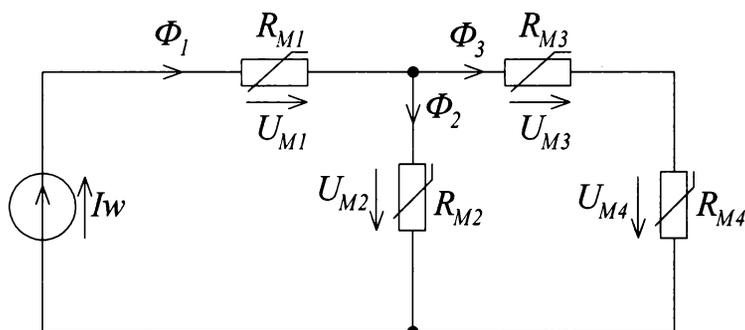


Рис. 5.24. Аналоговая электрическая схема для магнитной цепи, представленной на рис. 5.23

И теперь при необходимости рассчитать магнитную цепь, представленную на рис. 5.23, мы можем определить параметры соответствующей ей аналоговой нелинейной электрической схемы, рассчитать эту электрическую схему, используя методы, описанные в этой главе, и получить интересующую нас информацию об исходной магнитной цепи.

В заключение параграфа воспользуемся для иллюстрации его материала аналоговым методом для вывода формулы индуктивности для изображенной на рис. 5.20 катушки, имеющей w витков и намотанной на ферромагнитном сердечнике с воздушным зазором.

$$\Phi = \frac{Iw}{\frac{l}{S\mu_0\mu_r} + \frac{\delta}{S\mu_0}},$$

тогда

$$\psi = \Phi w = \frac{I w^2}{\frac{l}{S \mu_0 \mu_r} + \frac{\delta}{S \mu_0}}.$$

И на основании (1.13) (см. § 1.2), имеем

$$L = \frac{\psi}{I} = \frac{w^2}{\frac{l}{S \mu_0 \mu_r} + \frac{\delta}{S \mu_0}}. \quad (5.21)$$

Полученная формула (5.21) не только является иллюстрацией материала параграфа, но и позволяет сделать некоторые выводы.

Выше (см. численный пример в § 2.4) указывалось, что существуют элементы, предназначенные специально для введения в цепь индуктивного сопротивления, и эти элементы называются *дросселями*. Из (5.21) следует, что применение ферромагнитного сердечника позволяет существенно повысить индуктивность дросселя или, иначе говоря, получить требуемую индуктивность дросселя в меньших габаритах (напомним, что $\mu_r \gg 1$). Однако, при этом дроссель становится нелинейным элементом, поскольку μ_r не постоянна, а зависит от H (см. рис. 5.18).

Следовательно, ферромагнитный сердечник для дросселя выгодно применять в промышленных устройствах (где искажение формы сигнала малозначительно), но нельзя применять, например, в радиотехнических схемах (где искажение формы сигнала недопустимо). Кроме того, из (5.21) видно, что при использовании ферромагнитного сердечника можно изменять индуктивность дросселя в довольно широких пределах за счет подбора толщины немагнитной прокладки в магнитопроводе (см. пояснения к формулам (5.16) и (5.16, а)). Из сказанного следует также и то, что с увеличением воздушного зазора не только уменьшается индуктивность, но также существенно меньше проявляется и нелинейность дросселя, вносимая введением ферромагнитного сердечника.

Возможностью несложной регулировки индуктивности дросселя объясняется то, что именно дросселю (а не конденсатору) чаще отдается предпочтение при необходимости ограничить ток посредством введения реактивного сопротивления в цепь.

ГЛАВА VI МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА. ТРАНСФОРМАТОРЫ

§ 6.1. Катушка с ферромагнитным сердечником в цепи переменного тока

Цель параграфа рассмотреть, в первую очередь, качественную (а не количественную) сторону явлений, необходимую для понимания материала. Поэтому при изложении будут допускаться некоторые упрощения, которые будут оговорены.

Магнитный поток катушки замыкается, в первую очередь, по ферромагнитному сердечнику (т. е. по пути с наименьшим магнитным сопротивлением). Эту часть потока Φ_0 будем именовать *основным потоком*. Лишь небольшая часть магнитного потока, именуемая далее *потоком рассеяния* Φ_p , замыкается мимо сердечника — по воздуху (т. е. по пути с большим магнитным сопротивлением).

Каждая из упомянутых частей магнитного потока создает потокосцепление:

$$\psi_0 = w\Phi_0; \psi_p = w\Phi_p, \quad (6.1)$$

где w — число витков катушки.

Введем понятие *идеализированной* катушки, подразумевая под этим катушку, не имеющую потока рассеяния и имеющую обмотку из идеального (т. е. с нулевым сопротивлением) провода. Рассмотрим такую катушку, а потом учтем отдельно явления, которыми мы пренебрегли при идеализации катушки.

Падение напряжения на этой катушке определяется в соответствии

с (1.12, а) (см. § 1.2): $u = \frac{d\psi}{dt} = wS \frac{dB}{dt}$, откуда следует, что магнитная

индукция в ней при подаче на нее синусоидального напряжения $u = U_M \sin \omega t$ изменяется по закону:

$$B = \frac{1}{wS} \int U_M \sin \omega t dt. \quad (6.2)$$

В записи (6.2) принимаем приближение, в соответствии с которым магнитная индукция B не выходит за пределы линейного участка основной кривой намагничивания.

При взятии интеграла (6.2) учитываем, что постоянная интегрирования равна нулю (ибо рассматривается установившийся синусоидальный режим); амплитуду напряжения выражаем через действующее значение $U_M = \sqrt{2} U$, а круговую частоту — через частоту ($\omega = 2\pi f$) и получаем:

$$B = -\frac{\sqrt{2}}{2\pi fwS} U \cos \omega t = -\frac{1}{4,44 fwS} U \cos \omega t = \frac{1}{4,44 fwS} U \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right). \quad (6.2, a)$$

Отсюда следует, что индукция в сердечнике идеализированной катушки изменяется синусоидально, отставая по фазе от приложенного напряжения на $\pi/2$ и имея амплитуду, определяемую по действующему значению приложенного напряжения в соответствии с зависимостью:

$$B_M = \frac{1}{4,44 fwS} U,$$

где, как и раньше, f — частота, w — число витков, S — площадь поперечного сечения магнитопровода.

Для того чтобы оценить ток в катушке, вспомним, что напряженность магнитного поля пропорциональна току — см. (5.11) в § 5.4; сейчас, обсуждая процессы в цепи переменного (а не постоянного) тока, мы должны переписать эту зависимость для мгновенных значений, т. е.:

$$H = \frac{i}{2\pi r}, \text{ где } r \text{ — в этой формуле — расстояние до проводника. Из запи-}$$

санного следует, что *временные* зависимости: $i(t)$ и $H(t)$ — одинаковы и отличаются друг от друга только постоянным коэффициентом, зависящим от масштабов и от расстояния до проводника.

С другой стороны, обсуждая петлю гистерезиса как зависимость, связывающую напряженность магнитного поля и магнитную индукцию (см. рис. 5.16 и 5.17, § 5.3), мы выяснили, что при периодическом изменении напряженности поля будет изменяться периодически и магнитная индукция, но она будет отставать от напряженности поля по фазе (т. е. напряженность поля является опережающей). Это отставание будет тем *большим*, чем шире петля гистерезиса. Это видно из графиков петли гистерезиса, а объясняется тем, что процесс перемагничивания ферромагнетика является энергоемким, так как сопровождается потерями энергии на перемагничивания (см. § 5.3). По указанной причине угол упомянутого отставания по фазе называют *углом потерь* (обычно порядок его около десятка градусов).

Из вышеизложенного вытекает важный вывод: если напряженность поля (а значит и ток) опережает магнитную индукцию на угол потерь, а магнитная индукция отстает от напряжения на $\pi/2$, то ток отстает по фазе от напряжения не на $\pi/2$, а на угол, который меньше, чем $\pi/2$, на величину угла потерь.

Для того чтобы получить график изменения тока во времени $i(t)$, следует совместить график синусоидального — в соответствии с (6.2, а) — изменения $B(t)$ с графиком той из гистерезисных петель (рис. 5.17), у которой максимальное значение магнитной индукции равно амплитуде зависимости (6.2, а). Переносим значения индукции с синусоидального графика $B(t)$ на график зависимости $B(H)$ (т. е. на петлю гистерезиса), получаем по точкам зависимость $H(t)$, которая — с учетом масштабов — идентична интересующей нас зависимости $i(t)$. Вышеизложенное иллюстрируется рис. 6.1, на котором показано построение для нескольких последовательных точек, выбранных произвольно.

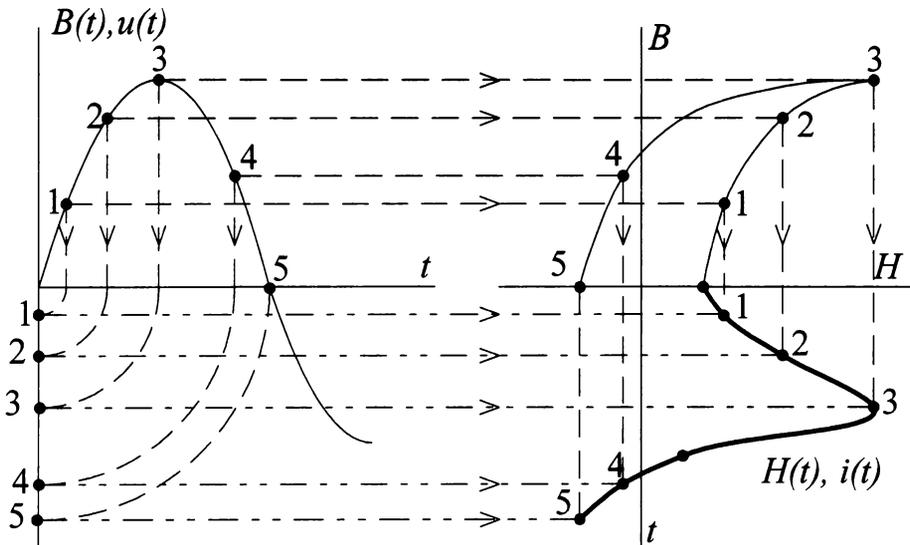


Рис. 6.1. Построение временной зависимости напряженности магнитного поля в идеализированной катушке с ферромагнитным сердечником

Построенный таким образом график не только покажет фазовый сдвиг на угол потерь, но и даст форму кривой $H(t)$, а следовательно, и кривой $i(t)$. В результате этого построения оказывается, что при синусоидальном изменении $B(t)$ кривая $i(t)$ отличается от синусоиды тем больше, чем больше амплитуда B_m магнитной индукции; искажения синусоидальной формы максимальны при приближении материала к насыщению. Это искажение синусоидальной формы сигнала означает для нас невозможность использовать рассмотренные в предыдущих главах методы анализа установившихся процессов, поскольку эти методы были выведены — напомним — для синусоидальных сигналов.

Возможным выходом из этого положения является приближенный анализ, для которого несинусоидальный периодический ток в катушке заменяется эквивалентным синусоидальным, имеющим тот же период и то же действующее значение. Теряя таким образом в точности, мы выигрываем в наглядности рассмотрения и получаем возможность рассмотреть качественную сторону явления. Приняв это допущение о синусоидальной форме кривой $i(t)$, мы имеем право предложить схему замещения идеализированной катушки с ферромагнитным сердечником. Заметим, что под схемой *замещения* понимают не только схемы, в которых искусственно введены элементы, наличие которых отражает какие-либо свойства реальных устройств (в этом смысле схемы замещения катушки и конденсатора упоминались в § 1.2). Чаще в качестве схемы замещения рассматривают схему, в которой все неэлектрические процессы заменены энергетически эквивалентными им электрическими процессами. Выше было показано, что ток в катушке отстает от приложенного к ней напряжения на угол, меньший, чем $\pi/2$. Это дает основание полагать, что идеализированная катушка может быть замещена активно-индуктивной нагрузкой (можно принять либо последовательную, либо параллельную схему, эквивалентные друг другу; мы далее принимаем последовательную). На рис. 6.2 участок $\alpha - \beta$ является схемой замещения рассматриваемой идеализированной катушки. Здесь x_0 индуктивное сопротивление, обусловленное основным магнитным потоком. Активный элемент r_0 появляется — см. выше — из-за наличия угла потерь, благодаря которому фазовый угол между напряжением и током меньше, чем $\pi/2$. Угол потерь, в свою очередь, тем больше, чем шире петля гистерезиса (это видно теперь из построения на рис. 6.1).

Вспомнив, что площадь петли гистерезиса пропорциональна потерям в сердечнике (см. § 5.3), делаем вывод: r_0 — это сопротивление в схеме замещения, на котором в этой схеме рассеивается та энергия, которая в реальной катушке затрачивается на перемагничивание сердечника и на токи Фуко в нем. (Кстати, высказанное положение иллюстрирует то, что цель составления схемы замещения — это представление всех неэлектрических процессов какими-либо эквивалентными им электрическими).

Получив схему замещения идеализированной катушки, вспомним, что при идеализации мы отказались от учета активного сопротивления проводов и от учета потока рассеяния. Поэтому для получения полной схемы замещения катушки с ферромагнитным сердечником мы к участку $\alpha - \beta$ (рис. 6.2) подсоединяем последовательно активное сопротивление r_1 (сопротивление проводов катушки) и реактивное сопротивление x_1 , являющееся — в реактивном сопротивлении

катушки — той частью, которая обусловлена только потоком рассеяния.

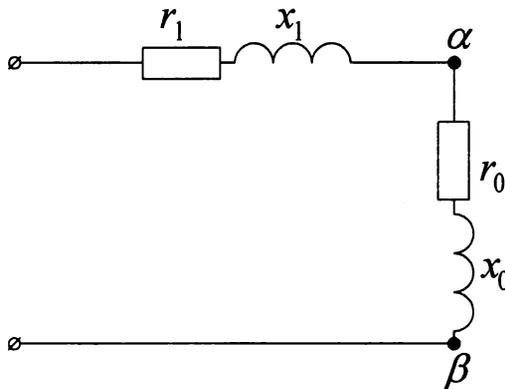


Рис. 6.2. Схема замещения катушки с ферромагнитным сердечником в цепи переменного синусоидального тока

При обсуждении рассмотренной схемы следует обратить внимание студентов на то, что сопротивления r_0 и x_0 не постоянны, а зависят от действующего значения и от частоты напряжения, приложенного к катушке, т. е. они являются нелинейными. Это объясняется нелинейностью зависимостей, на основании которых определялись эти величины.

Рассмотрим вид графика зависимости действующего значения падения напряжения на дросселе от действующего значения тока, проходящего через дроссель. Для линейного дросселя (т. е. без ферромагнитного сердечника) эта зависимость очевидна из формулы: $U = Ix_L = I\omega L$, — и является прямой линией. Однако при наличии ферромагнитного сердечника индуктивность дросселя L — величина не постоянная, ибо она, в соответствии с (5.21), (см. § 5.4) зависит от μ_r , которая, в свою очередь, является нелинейной функцией от H (см. рис. 5.18). С ростом H (а следовательно, и с ростом тока) μ_r уменьшается, и поэтому — в соответствии с (5.21) — уменьшается L ; следовательно, при больших значениях тока рост напряжения с ростом тока уменьшается, т. е. происходит насыщение по напряжению. Сказанное отражено сплошной линией на графике (рис. 6.3). Заметим, что к тому же виду графика можно прийти, если нарисовать кривую намагничивания $B(H)$, а потом вспомнить, что в соответствии с (6.2, а), амплитуда магнитной индукции пропорциональна

действующему значению напряжения ($B_M = \frac{1}{4,44 f \omega S} U$), а амплитуда

напряженности пропорциональна действующему значению тока, в соответствии с (5.14) (§ 5.4).

На рис. 6.3 дан только вид кривой, однако эта кривая может быть получена и количественно либо в результате расчета по точкам с использованием рассмотренных выше формул и численно заданной кривой намагничивания.

По аналогии с рассматривавшимися ранее вольт-амперными характеристиками (ВАХ), обсуждаемую кривую условно назовем *ВАХ дросселя в действующих значениях тока и напряжения*.

В случае, если дроссель имеет воздушный зазор δ , то с увеличением δ зависимость индуктивности L от первого члена знаменателя (5.21) ослабляется (так как $\mu_r \gg 1$), то есть индуктивность уменьшается, но ее значение становится все более стабильным, ибо изменяется она с ростом H все меньше и меньше, а следовательно, зависимость напряжения от тока: $U = I\omega L$ — приближается к линейной, но угловой коэффициент ее (ωL) уменьшается. Сказанное отражено пунктирной линией на графике рис. 6.3.

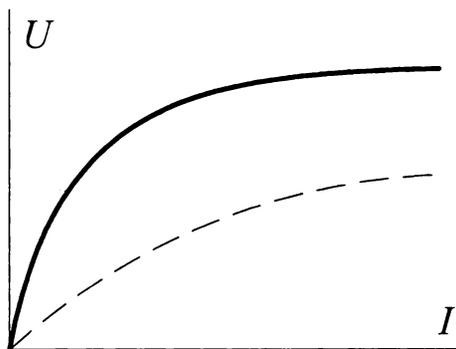


Рис. 6.3. ВАХ дросселя в действующих значениях тока и напряжения

§ 6.2. Стабилизация действующего значения напряжения в цепях переменного тока

Ряд устройств, работающих на переменном токе, требуют питания со стабильным действующим значением напряжения. Поскольку в промышленных сетях электропитания действующее значение напряжения, как показывает практика, колеблется в зависимости от нагрузки примерно на 10–15%, возникает задача построения схем, стабилизирующих дей-

ствующее значение напряжения для питания отдельных потребителей. Ниже обсуждается принцип действия простейших схем указанного назначения.

Рассмотрим схему из последовательно включенных конденсатора C и дросселя Dp с ферромагнитным сердечником (рис. 6.4). (В порядке примечания напомним смысл известного еще из школьного курса физики обозначения: черта около обмотки дросселя Dp означает наличие ферромагнитного сердечника).

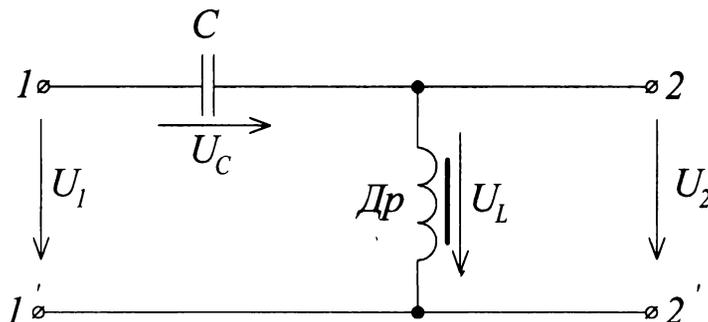


Рис. 6.4. Схема простейшего стабилизатора действующего значения напряжения переменного тока

Вольт-амперные характеристики в действующих значениях для входящих в схему элементов представлены на рис. 6.5. Характеристика $U_L(I)$ дана в соответствии с рис. 6.3. Характеристика $U_C(I)$ строится

в соответствии с формулой: $U_C = I \frac{1}{\omega C}$ (см. § 2.2); нетрудно сообразить,

это — прямая линия, причем напряжение на конденсаторе отстает от тока через конденсатор на угол $\pi/2$.

Оговоримся, что в этом параграфе с целью упрощения, а следовательно, увеличения наглядности, делаются следующие допущения: а) считаем угол потерь пренебрежимо малым; б) считаем пренебрежимо малым активное сопротивление проводов дросселя; рассматриваем только первые гармоники напряжения и тока (т. е. считаем значения высших гармоник, которые неизбежно должны появиться из-за нелинейности дросселя, тоже пренебрежимо малыми). Принятые допущения позволяют считать, что напряжение на дросселе опережает ток через дроссель на угол $\pi/2$. «Платой» за принятые допущения является то, что рассмотрение является приближительным, отражая лишь качественную (а не количественную) сторону явлений.

Принятые допущения дают нам право в данном частном случае применить второй закон Кирхгофа (точнее — его следствие, см. § 1.3) к действующим значениям напряжения, поскольку напряжения на конденсаторе и на дросселе оказываются в противофазе, а следовательно, суммирование их мгновенных значений соответствует получению напряжения, действующее значение которого равно модулю разности действующих значений напряжения на дросселе и на конденсаторе. (Модуль берется потому, что действующее значение, как следует из § 2.1 — величина неотрицательная по определению.)

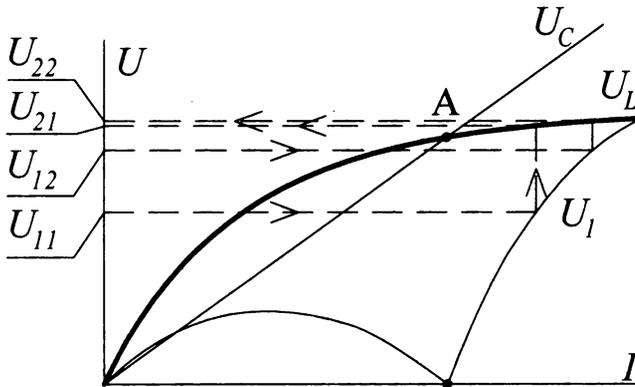


Рис. 6.5. ВАХ схемы на рис. 6.4

Таким образом, входному напряжению U представленной на рис. 6.4 схемы, соответствуют точки, принадлежащие вольт-амперной характеристике, построенной на рис. 6.5 согласно зависимости: $U_1 = |U_L - U_C|$.

Заметим, что в случае $U_L = U_C$ в схеме имеет место резонанс напряжений. Из-за наличия ферромагнитного сердечника в дросселе индуктивность последнего изменяется при изменении амплитуды входного напряжения, из чего следует возможность достижения резонансного режима обеспечением нужного значения индуктивности посредством изменения входного напряжения; в этом случае резонанс принято называть *феррорезонансом*.

На рис. 6.5 феррорезонансу соответствует точка A; левее этой точки схема имеет индуктивный характер, правее (т. е. при переходе через резонанс), — емкостной.

В последнем случае (в зарезонансном режиме) схема работает как стабилизатор действующего значения напряжения. Действительно, пусть

действующее значение входного напряжения изменяется в пределах от U_{11} до U_{12} . В результате построения, показанного на рис. 6.5, получаем, что это приведет к колебаниям выходного напряжения U_2 (снимаемого с дросселя и равного напряжению U_L) в пределах от U_{21} до U_{22} . Коэффициент стабилизации определяется по той же формуле (5.6), которая была обсуждена в параграфе 5.2 при рассмотрении стабилизации напряжения в цепях постоянного тока. Заметим, что, как и ранее, эффект стабилизации достигается за счет почти горизонтального участка ВАХ одного из элементов схемы (здесь — дросселя).

Вышеизложенный материал описывает работу стабилизатора в режиме холостого хода, т. е. при отсутствии нагрузки, подключенной к точкам 2-2' схемы стабилизатора на рис. 6.4.

Если же стабилизатор нагружен, и ток нагрузки не является пренебрежимо малым по сравнению с током через дроссель, то вместо вольт-амперной характеристики дросселя ($U_L(I)$ — рис. 6.5) следовало бы рассматривать ВАХ соединенных параллельно дросселя и нагрузки. Но, если нагрузка не является реактивным элементом (т. е. ток через нее не синфазен с током дросселя и не в противофазе с ним), то применение законов Кирхгофа к вольт-амперным характеристикам в действующих значениях окажется неправомерным, и рассмотрение принципа действия стабилизатора существенно усложнится. Поэтому, поскольку данное пособие предназначено для студентов неэлектрических специальностей, представляется целесообразным дать представление о принципе построения стабилизатора, ограничившись рассмотрением только режима холостого хода.

Для стабилизации действующего значения напряжения могут быть применены схемы не только с феррорезонансом напряжений, но и с феррорезонансом токов.

Сперва рассмотрим представленную на рис. 6.6 схему из двух последовательно соединенных дросселей, один из которых — $Dp1$ — имеет суще-

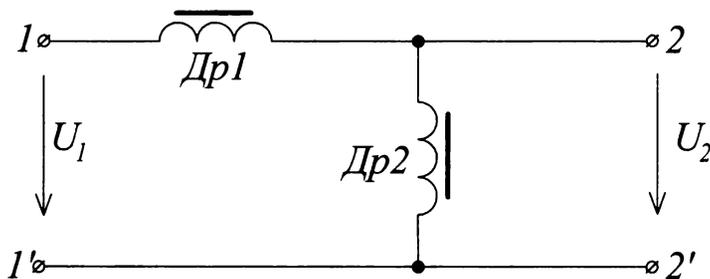


Рис. 6.6. Простейшая схема на двух дросселях для стабилизации действующего значения напряжения переменного тока

ственный воздушный зазор, а второй — $Dp2$ — воздушного зазора не имеет. ВАХ в действующих значениях представлены на рис. 6.7: U_{L1} и U_{L2} соответственно.

Вид характеристики $U_{L2}(I)$ дан в соответствии с рис. 6.3 (сплошная линия), а вид характеристики $U_{L1}(I)$ дан в соответствии с пунктирной линией графика на рис. 6.3 (см. § 6.1).

С учетом принятых в этом параграфе допущений (см. выше) напряжения на обоих дросселях можно считать синфазными и опережающими по фазе ток через дроссель на $\frac{\pi}{2}$. Это дает нам право (см. выше) суммировать

построенные в действующих значениях ВАХ дросселей и получить ВАХ всей цепи, т. е. $U_1(I)$.

Из построения на рис. 6.7 видно, что схема может работать как стабилизатор действующего значения напряжения. Действительно, при колебаниях входного напряжения U_1 в пределах U_{11} до U_{12} выходное напряжение U_2 , снимаемое с $Dp2$, будет колебаться в значительно меньших пределах: от U_{21} до U_{22} . Однако эта стабилизация будет хорошей только при значительных токах, которым соответствует выход на почти горизонтальный участок характеристики $U_{L2}(I)$.

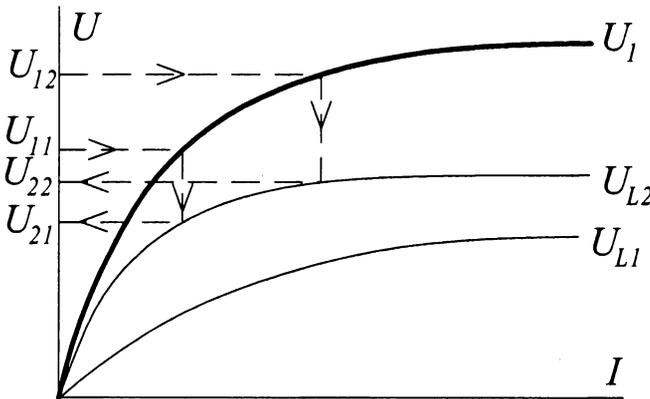


Рис. 6.7. ВАХ для рис. 6.6

Для достижения эффекта стабилизации не только при больших, но и при малых токах в схему параллельно дросселю $Dp2$ подключается конденсатор C (рис. 6.8).

ВАХ, соответствующие этой схеме, представлены на рис. 6.9. Характеристики $U_{L1}(I)$ и $U_{L2}(I)$ — те же, что на рис. 6.7.

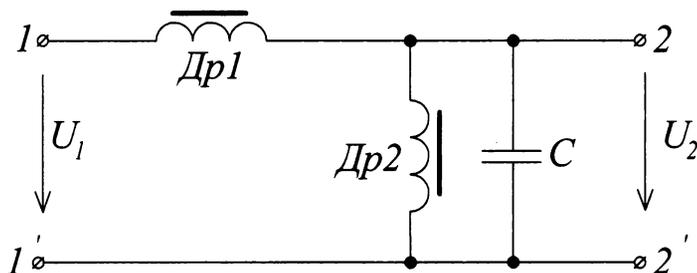


Рис. 6.8. Схема стабилизатора действующего значения напряжения переменного тока, улучшенная по сравнению со схемой на рис. 6.6

Характеристика $U_c(I)$ строится, как и раньше, в соответствии с формулой: $U_c = I \frac{1}{\omega C}$. Обратим внимание на то, что токи дросселя $Dp2$ и

конденсатора оказываются в противофазе; следовательно, суммирование мгновенных значений этих токов (по первому закону Кирхгофа) соответствует получению тока, действующее значение которого равно модулю разности действующих значений токов дросселя $Dp2$ и конденсатора. Полученная зависимость, связывающая действующее значение напряжения U_2 и действующее значение тока рассматриваемого участка $I_2 = |I_{Dp2} - I_C|$ и есть ВАХ участка 2-2'.

Указанное построение проведено на рис. 6.9. Точка А соответствует феррорезонансу токов, когда токи дросселя $Dp2$ и конденсатора равны. От начала координат до точки А ток конденсатора больше, и схема имеет емкостной характер, а за точкой А — после феррорезонанса схема имеет

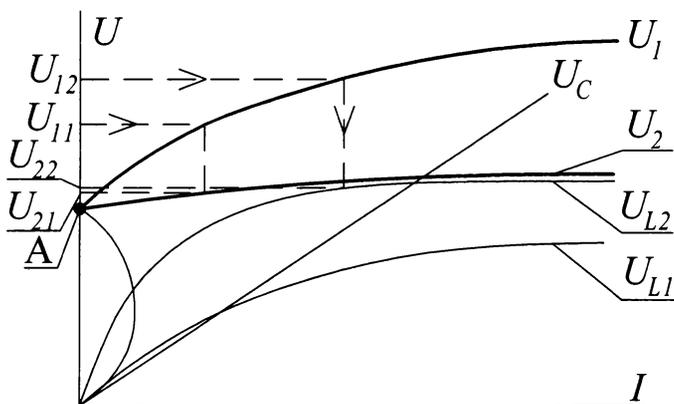


Рис. 6.9. ВАХ стабилизатора на рис. 6.8

индуктивный характер, причем — заметим — вольт-амперная характеристика оказывается близкой к горизонтали вправо от точки А, т. е. от нулевого тока.

Суммируя по оси напряжений полученную характеристику и характеристику дросселя $Dp1$ получаем ВАХ всей схемы, т. е. $U_1(I)$. Произведенное на графике построение для напряжений U_{11} и U_{12} иллюстрирует аналогично рассмотренному выше работу схемы в качестве стабилизатора действующего значения напряжения.

Напомним, что рассмотрение этого типа стабилизатора действующего значения напряжения проведено тоже только для режима холостого хода.

Схемы феррорезонансных стабилизаторов, подобных рассмотренным (или являющихся развитием рассмотренных) применяются достаточно широко.

§ 6.3. Трансформатор: устройство, принцип действия

Трансформатором называется система индуктивно связанных катушек, предназначенная для передачи электрической энергии из одной цепи в другую посредством электромагнитной индукции (из сказанного, кстати, следует, что трансформатор — это прибор переменного, а не постоянного тока). При этом в процессе передачи могут подвергаться преобразованию величины переменных напряжений и токов (что, кстати, является основным из применений трансформатора). Катушка, на которую подается входной сигнал, называется *первичной*. Остальные катушки (их может быть одна или несколько) называются *вторичными*.

Из принципа действия трансформатора (взаимная индуктивная связь, рассмотренная нами в § 2.8) вытекает обратимость трансформатора (т. е. первичную и вторичную катушки можно поменять ролями)

Индуктивно связанные катушки трансформатора могут иметь общий ферромагнитный сердечник или не иметь его. В первом случае трансформатор так и называется: *трансформатор с ферромагнитным сердечником*, — а во втором случае он называется *воздушным трансформатором*.

Магнитные характеристики ферромагнитного материала, как мы выяснили в § 5.3 и § 5.4, имеют нелинейный характер, из чего следует, что трансформатор с ферромагнитным сердечником может внести искажения в форму передаваемого сигнала. Поэтому, как правило, в слаботочных сигнальных цепях (например в радиотехнических схемах), где искажения формы сигнала неприемлемы, применяются воздушные трансформаторы.

С другой стороны, большое значение относительной магнитной проницаемости μ , позволяет, применив ферромагнитный сердечник, получить существенные магнитные поля при сравнительно малых габаритах. Поэтому в силовых электрических цепях (в частности при организации электропитания оборудования) применяют трансформаторы с ферромагнитным сердечником (тем более что небольшие искажения формы сигнала в электропитании существенного влияния на качество работы оборудования не оказывают).

Поскольку излагаемый здесь материал предназначен для студентов неэлектрических специальностей, а их трансформаторы интересуют, в первую очередь, как силовые элементы для электропитания оборудования, ниже мы будем рассматривать, в основном, трансформаторы с ферромагнитным сердечником.

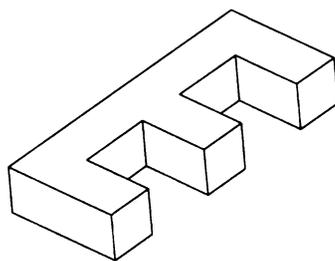
Однако оговоримся, что при анализе работы трансформатора мы будем пренебрегать его нелинейностью, а потому напряжения, токи и магнитные потоки будем рассматривать в виде эквивалентных синусоид. Это позволит существенно упростить рассуждения ценой не слишком больших потерь в точности.

Обсуждения устройства трансформатора начнем с сердечника. Как правило, он выполняется замкнутым, чтобы минимизировать магнитные потоки рассеяния, замыкающиеся по воздуху. На рис. 6.10 изображены три наиболее часто встречающихся типа сердечников: Ш-образный (*a*), П-образный (*b*), и тороидальный (*в*). Для уменьшения потерь из-за вихревых токов, неизбежных в приборах с переменным магнитным полем, сердечник делают шихтованным, т. е. набирают из пластин (а в высокочастотных цепях применяют сердечник из феррита).

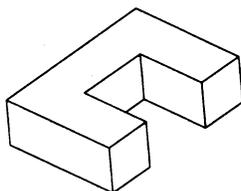
Первой на стержень сердечника наматывают обычно обмотку более низкого напряжения, затем поверх нее — более высокого. Такая последовательность обусловлена стремлением снизить опасность в случае некачественной изоляции между сердечником и обмоткой. Укладка обмоток одна поверх другой, а не рядом и не на разных стержнях обусловлена стремлением снизить потоки рассеяния, охватывающие не все обмотки.

Во время работы трансформатор нагревается из-за прохождения тока по его обмоткам и из-за потерь в сердечнике на перемагничивание и вихревые токи.

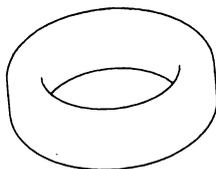
В трансформаторах большой мощности тепловые потери велики; контакта с окружающим воздухом для отвода тепла недостаточно, и трансформатор поэтому погружают в масляную ванну. Масло при этом играет двойную роль: оно не только является теплоносителем, но и улучшает изоляцию (изоляционные свойства у масла лучше, чем у воздуха). Поэтому для указанной цели выпускаются специальные типы масел (трансформаторное масло), отвечающие определенным требованиям. Попадание



а)



б)



в)

Рис. 6.10. Наиболее часто применяемые типы сердечников трансформаторов

влаги из воздуха в трансформаторное масло резко ухудшает изоляционные свойства последнего, поэтому масляная ванна делается закрытой, а в случае большого объема масла, нагрев которого может оказаться существенным в очень мощных трансформаторах, ванна снабжается специальным расширительным бачком с предохранительным выпускным клапаном. Кроме того, масляная система может быть снабжена наружным радиатором в виде вертикальных труб, соединяющих верхнюю и нижнюю части масляной емкости. Циркуляция масла в системе происходит естественно — за счет конвекции.

Наиболее часто используемые изображения трансформатора на схемах представлены на рис. 6.11 (а — на принципиальных схемах, б — на монтажных).

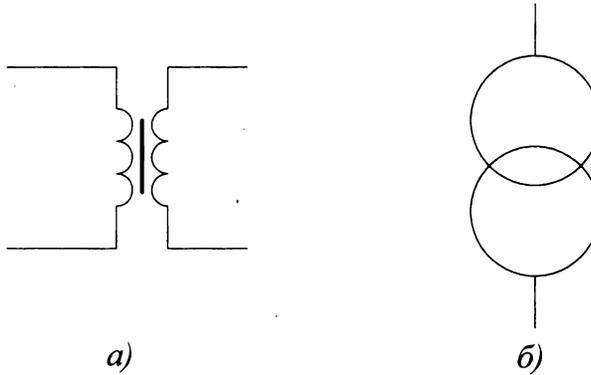


Рис. 6.11. Условные обозначения трансформаторов в схемах:
 а — на принципиальных; б — на монтажных

При обсуждении принципа действия трансформатора пользуются тем же приемом, что и при рассмотрении катушки с ферромагнитным сердечником: вводится в рассмотрение *идеализированный трансформатор*, т. е. трансформатор, снабженный обмотками из идеального (т. е. с нулевым сопротивлением) провода и не имеющий потоков рассеяния (т. е. весь магнитный поток идеализированного трансформатора полностью охватывает каждую из его обмоток).

Рассмотрим такой идеализированный трансформатор, а потом учтем отдельно те явления, которыми пренебрегли при идеализации трансформатора.

При изменении магнитного потока Φ , охватывающего и первичную, и вторичную обмотки, в обмотках индуцируются ЭДС:

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= -\frac{d\psi_1}{dt} = -w_1 \frac{d\Phi}{dt} \\ e_2 &= -\frac{d\psi_2}{dt} = -w_2 \frac{d\Phi}{dt} \end{aligned} \right\}, \quad (6.3)$$

где индексы «1» и «2» присвоены первичной и вторичной обмоткам — соответственно, а w — число витков в обмотке.

На первичную обмотку подается входное для идеализированного трансформатора напряжение u_1 и оно полностью уравнивается ЭДС e_1 (поскольку активное сопротивление проводов в идеализированном трансформаторе отсутствует), т. е. $u_1 = -e_1$.

А ЭДС, наводимая во вторичной обмотке, и является тем выходным напряжением, которое снимается с идеализированного трансформатора.

тора т. е. $u_2 = e_2$. С учетом этого и при условии синусоидальности во времени магнитного потока (см. допущение в начале параграфа), имеем:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= w_1 \frac{d}{dt} \Phi_M \sin \omega t = w_1 \omega \Phi_M \cos \omega t \\ u_2 &= -w_2 \frac{d}{dt} \Phi_M \sin \omega t = -w_2 \omega \Phi_M \cos \omega t \end{aligned} \right\}, \quad (6.3, a)$$

откуда очевидны амплитуды и действующие значения напряжений u_1 и u_2 :

$$\left. \begin{aligned} U_{1M} &= w_1 \omega \Phi_M; & U_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} w_1 \omega \Phi_M \\ U_{2M} &= w_2 \omega \Phi_M; & U_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} w_2 \omega \Phi_M \end{aligned} \right\}. \quad (6.4)$$

Из (6.4) видно, что отношение действующих значений этих напряжений равно отношению числа витков в обмотках:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{w_1}{w_2} = k_{\text{тр}}. \quad (6.5)$$

Это отношение $k_{\text{тр}}$ называют *коэффициентом трансформации*.

При рассмотрении токов в обмотках идеализированного трансформатора целесообразно сравнить два режима: режим холостого хода ($i_2 = 0$) и режим работы на нагрузку ($i_2 \neq 0$).

В обоих случаях в соответствии с законом полного тока (см. § 5.4), мгновенное значение суммарной намагничивающей силы, создаваемой токами в обмотках, однозначно определяется длиной участков магнитопровода (т. е. конструкцией сердечника) и мгновенными значениями напряженности магнитного поля в каждом из участков. Напряженность же магнитного поля определяется магнитным потоком, а последний, в свою очередь, однозначно определяется напряжением u_1 , приложенным к первичной обмотке трансформатора.

Из сказанного следует, что мгновенное значение суммарной намагничивающей силы в обоих режимах одинаково, т. е.

$$i_{10} w_1 = i_1 w_1 + i_2 w_2, \quad (6.6)$$

где i_{10} — ток в первичной обмотке в режиме холостого хода.

Отсюда ток в первичной обмотке нагруженного трансформатора

$$i_1 = i_{10} - i_2 \frac{w_2}{w_1}. \quad (6.7)$$

Из (6.3, а) видно, что напряжения u_1 и u_2 имеют противоположные знаки, т. е. отличаются друг от друга по фазе на 180° . Отсюда следует, что и токи i_1 и i_2 тоже находятся в противофазе. Рассматривая с учетом этого (6.7), видим, что изменение тока нагрузки i_2 влечет изменение и тока первичной обмотки i_1 . Таким образом, ток первичной обмотки i_1 можно рассматривать как сумму двух составляющих: первая составляющая i_{10} создает магнитный поток сердечника и называется намагничивающим током; а вторая — компенсирует размагничивающие действия тока i_2 , сохраняя таким образом прежнее значение магнитного потока в сердечнике.

Из (6.6) видно, что в случае пренебрежимо малого значения намагничивающего тока имеем: $i_1 w_1 = -i_2 w_2$. Поскольку частота обоих токов одна и та же, а токи находятся в противофазе, отсюда аналогично (6.5) можно получить соотношение:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{w_2}{w_1} = \frac{1}{k_{\text{тр}}}, \quad (6.8)$$

выполняющееся при малых намагничивающих токах.

Из изложенного следует, что в зависимости от соотношения числа витков в первичной и вторичной обмотках трансформатор будет повышать или понижать напряжение, изменяя при этом значения тока в обратном соотношении. Отсюда и вытекает рассматриваемое в школьном курсе физики одно из основных применений трансформатора: повышение напряжения для передачи электроэнергии на большие расстояния, поскольку при повышении напряжения уменьшается ток, а следовательно, уменьшаются и потери энергии при электропередаче.

§ 6.4. Схемы замещения трансформатора

При расчете устройств, включающих в себя трансформаторы, удобно пользоваться схемами *замещения*, в которых все неэлектрические процессы заменяются электрическими, эквивалентными им.

В трансформаторе электроэнергия передается от первичной обмотки к вторичной за счет магнитных процессов (за счет электромагнитной индукции). Но заменить этот процесс процессом электрической передачи энергии посредством простого соединения обмоток проводом нельзя: ведь напряжения в первичной и во вторичной обмотках различны, и, сле-

довательно, по такому соединяющему проводу потекли бы уравнивающие токи, и эквивалентными схемы бы не были. Чтобы уравнивающие токи не возникли, напряжения на первичной и вторичной обмотках должны быть одинаковыми. Это означает, что коэффициент трансформации в схеме замещения надо изменить в $k_{\text{тр}}$ раз, т. е. изменить так, чтобы он стал равным единице. Для этого надо было бы число витков w_2 вторичной обмотки сделать равным числу витков w_1 первичной обмотки, т. е. тоже изменить в $k_{\text{тр}}$ раз. Но создаваемая схема замещения должна быть эквивалентна исходному трансформатору, а потому в ней необходимо сохранить прежнее значение намагничивающей силы, которую мог бы создать во вторичной обмотке вторичный ток, для чего следует вторичный ток изменить в $\frac{1}{k_{\text{тр}}}$ раз.

Изложенное иллюстрируется рис. 6.12, где на схеме *а* изображен исходный идеализированный трансформатор, а на схеме *б* — первый вариант схемы замещения, в которой зажимы, ранее запитывавшиеся от вторичной обмотки, теперь получают энергию непосредственно от первичной чисто электрическим образом, т. е. по проводам. При этом обозначения тех величин, которые пришлось для этого изменить, даны со штрихом.

В режиме холостого хода ток i'_2 на рис. 6.12, *б* равен нулю, а ток i_1 явля-

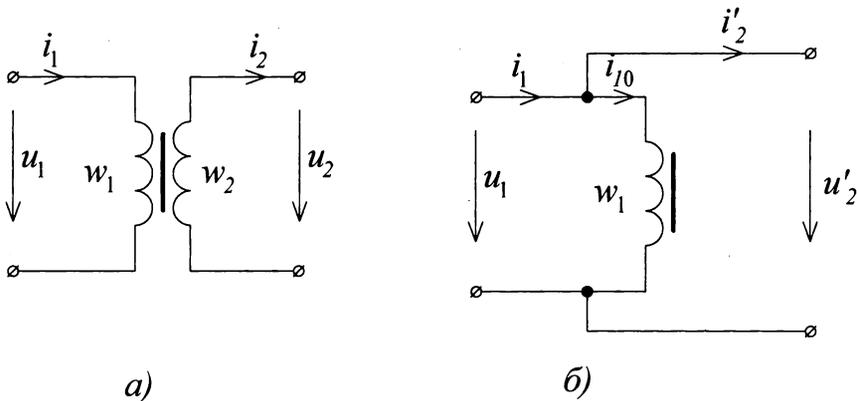


Рис. 6.12. Иллюстрация преобразований для построения схемы замещения идеализированного трансформатора

ется током холостого хода i_{10} и создает магнитный поток сердечника. Сопоставляя сказанное с материалом § 6.1, делаем вывод, что первичную обмотку трансформатора на рис. 6.12, *б*, запитанную переменным током i_{10} , можно рассматривать как идеализированную катушку с ферромагнитным сердечником, схема замещения которой уже обсуждена в § 6.1

(см. рис. 6.2). С учетом сказанного схему замещения идеализированного трансформатора, первый вариант который дан на рис. 6.12, б, можно окончательно представить в виде, предложенном на рис. 6.13, а.

Желая составить схему замещения реального трансформатора, мы

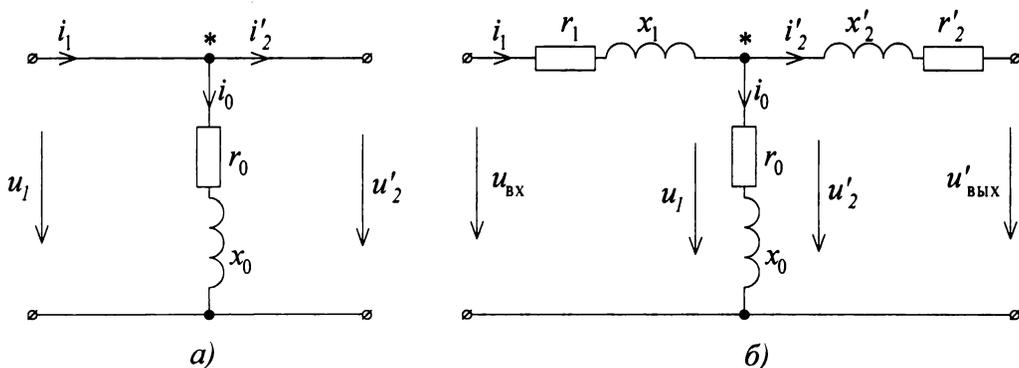


Рис. 6.13. Схемы замещения идеализированного и реального трансформаторов

должны вспомнить, что, рассматривая идеализированный трансформатор, мы приняли нулевыми активные сопротивления проводов его обмоток и потоки рассеяния. Следовательно, теперь мы должны ввести в цепи первичного и вторичного токов сопротивления проводов обмоток r_1 и r_2 и ввести индуктивные сопротивления x_1 и x_2 , которые в каждой из катушек обусловлены только магнитными потоками рассеяния (аналогично тому, как мы это делали для схемы замещения катушки с ферромагнитным сердечником).

Однако при обсуждении цепи, по которой течет вторичный ток, следует оговориться: выше — при переходе к схеме замещения — мы изменим

в схеме вторичный ток в $\frac{1}{k_{\text{тр}}}$ раз. Но для обеспечения эквивалентности

трансформатора и его схемы замещения надо сохранить неизменными значения мощностей во вторичной цепи, а следовательно (в соответствии с формулами, связывающими значения тока и мощностей), параметры всех элементов, через которые течет ток i'_2 , должны быть изменены в $k_{\text{тр}}^2$ раз.

Схемы замещения реального трансформатора, с учетом сказанного, представлены на рис. 6.13, б. Заметим, что изменение величин, отраженное штрихом на схеме замещения, принято называть *приведением* к первичной цепи, а сами величины — *приведенными*.

Еще раз перечислим элементы полученной схемы замещения:

r_1 — активное сопротивление проводов первичной обмотки;

x_1 — индуктивное сопротивление первичной обмотки, обусловленное только магнитным потоком рассеяния;

r'_2, x'_2 — аналогичные параметры вторичной обмотки, приведенные к первичной;

x_0 — индуктивное сопротивление любой из обмоток, обусловленное основным магнитным потоком, т. е. потоком, охватывающим обе обмотки;

r_0 — такое сопротивление в схеме замещения, на котором рассеивается та же энергия, какая в реальном трансформаторе затрачивается в сердечнике на его перемагничивание и на вихревые токи в нем.

Из изложенного следует, что все активное сопротивление, которое могло бы быть замерено между зажимами первичной обмотки, равно $r_1 + r_0$, а тот же параметр для вторичной обмотки, приведенный к первичной, равен $r'_2 + r_0$.

Аналогичным образом, все индуктивное сопротивление, замеренное между зажимами первичной обмотки, равно $x_1 + x_0$, а тот же параметр для вторичной обмотки, приведенный к первичной, равен $x'_2 + x_0$.

При этом в той ветви схемы замещения, которая соответствует первичной обмотке, течет ток i_1 , а в ветви, соответствующей вторичной обмотке — ток i'_2 , т. е. вторичный ток, приведенный к первичной обмотке; напряжение u'_2 во вторичной цепи схемы замещения — это напряжение во вторичной цепи идеализированного трансформатора, приведенное к первичной обмотке. В соответствии с обсужденным выше физическим смыслом, это то же самое, что приведенное значение вторичной ЭДС e'_2 .

Вертикальную — на рис. 6.13, б — ветвь, по которой течет ток, создающий магнитный поток, часто называют *намагничивающей ветвью* схемы.

Уравнение, записанное по первому закону Кирхгофа для узла, обозначенного на схемах замещения символом *, будем использовать ниже: $i_1 = i_{10} + i'_2$, или то же в комплексной форме:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{10} + \dot{I}'_2. \quad (6.9)$$

Полученная и обсужденная выше схема называется Т-образной. Она удобна для понимания процесса, но не всегда удобна для расчетов.

Для расчетов удобнее использовать Г-образную схему. Смысл преобразования Т-образной в Г-образную очевиден из рис. 6.14. Узел, в котором реализуется (6.9), обозначенный на схеме (рис. 6.13, б) символом *, переносится влево (на схеме) к входному зажиму; при этом ветвь: r_1, x_1 — дублируется для того, чтобы через элементы ветви r_0, x_0 (см. рис. 6.14, а) прошли бы оба слагаемых тока в (6.9). Аналитически эта операция может быть записана так:

$$\dot{I}_1 (r_1 + jx_1) = (\dot{I}_{10} + \dot{I}'_2) (r_1 + jx_1) = \dot{I}_{10} (r_1 + jx_1) + \dot{I}'_2 (r_1 + jx_1),$$

что справедливо при допущении о линейности трансформатора, приня-

том в § 6.3 при изложении данного материала.

Далее, поскольку в реальном трансформаторе практически всегда $r_1 \ll r_0$, $x_1 \ll x_0$, можно перейти к схеме рис. 6.14, б, пренебрегая малыми величинами r_1 , x_1 , при изображении намагничивающей ветви. (Заметим, что пренебречь параметрами r_1 и x_1 в горизонтальной — на рис. 6.14, б — ветви, нельзя, поскольку r_1 и r'_2 , а также x_1 и x'_2 — соответственно — величины практически одинакового порядка).

Параметры Г-образной и Т-образной схем замещения могут быть оп-

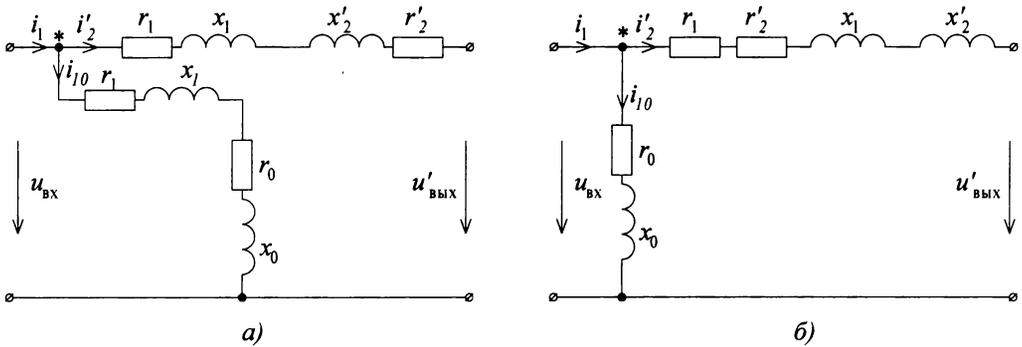


Рис. 6.14. Пояснение перехода от Т-образной схемы замещения к Г-образной

ределены из опытов холостого хода и короткого замыкания.

В обоих опытах трансформатор запитывается от источника регулируемого напряжения через комплект приборов: вольтметр, амперметр, ваттметр.

Выходные зажимы вторичной обмотки в опыте холостого хода (рис. 6.15, а) подключается к вольтметру (и вследствие высокого сопротивления вольтметра выходной ток можно считать нулевым). В опыте короткого замыкания (рис. 6.15, б) выходные зажимы подключаются к дополнительному амперметру (и вследствие низкого сопротивления амперметра выходные зажимы можно считать короткозамкнутыми).

Пользуясь схемой а), можно попутно снять и так называемую характе-

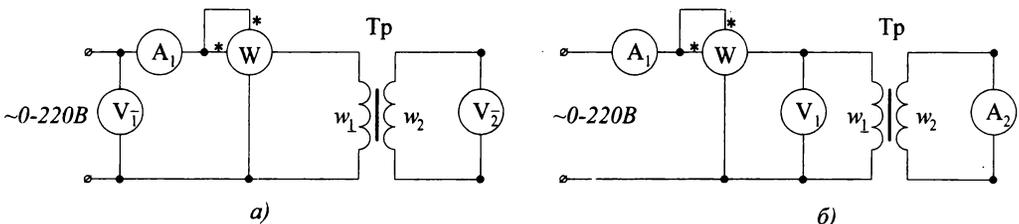


Рис. 6.15. Схемы опытов холостого хода и короткого замыкания

ристику холостого хода трансформатора, т. е. зависимость, связывающую $U_{\text{вх.}}$ и I_{10} ; в свете материала § 6.1 очевидно, что эта кривая соответствует кривой намагничивания сердечника трансформатора и подобна кривой, представленной на рис. 6.3. Заметим, что точка, соответствующая номинальному входному напряжению, выбирается при проектировании трансформатора, как правило, в начале нелинейного участка характеристики, из чего, кстати, следует, что допущение о линейности трансформатора, принятое для анализа процессов в нем, является не слишком грубым.

Этой же точке, т. е. номинальному входному напряжению, соответствует и собственно опыт холостого хода: при поданном на вход трансформатора номинальном напряжении снимаются показания приборов, включенных в соответствии со схемой рис. 6.15, а.

Опыт короткого замыкания проводится при таком входном напряжении U_K , при котором токи в обмотках принимают номинальное значение. Нетрудно сообразить: напряжение, которое для этого потребуется, окажется намного меньше номинального из-за нулевого сопротивления нагрузки во вторичной цепи.

При выборе варианта подключения амперметра и вольтметра на входах схем рис. 6.15 руководствуются соображениями, изложенными в § 1.3 (см. рис. 1.2), с учетом того, что в опыте холостого хода схема потребляет сравнительно малый ток, а в опытах короткого замыкания — большой.

Обсудим получаемые в результате этих двух опытов данные.

Опыт холостого хода позволяет определить $k_{\text{тр}}$ как отношение показаний вольтметров V_1 и V_2 . Ток в этом опыте течет только через (см. рис. 6.13, б) левое плечо Т-образной схемы и намагничивающую ветвь; создаваемое при этом падение напряжения и расходуемая при этом мощность могут быть отнесены на счет намагничивающей ветви (это вытекает из того реального соотношения параметров, на основании которого произведен переход от схемы рис. 6.14, а) к схеме рис. 6.14, б). Таким образом, мощность, замеренная в опыте холостого хода, — это мощность, рассеиваемая на резисторе r_0 схемы замещения, т. е. мощность потерь в сердечнике реального трансформатора.

В опыте короткого замыкания ток, замеряемый на входе амперметром A_1 (рис. 6.15, б), является суммой двух слагаемых (6.9). При этом — в силу реального соотношения параметров (см. выше) — сопротивление ветви намагничивания (рис. 6.13, 6.14) много больше сопротивления горизонтальной ветви схемы, а потому первое слагаемое (6.9) — ток холостого хода — пренебрежимо мал по сравнению со вторым слагаемым. Следовательно, мощность, замеряемая ваттметром в схеме на рис. 6.15, б и затрачиваемая входным током, практически вся расходуется на ветви: r_1, r_2', x_1, x_2' , т. е. на первичной и приведенной вторичной обмотках

трансформатора.

(То же можно объяснить и иначе: напряжение в опыте короткого замыкания мало, следовательно, амплитуда тока в намагничивающей ветви мала. Поэтому размеры петли гистерезиса, описывающей процесс перемагничивания, тоже малы. Значит, мала и мощность, затрачиваемая на этот процесс, ибо она пропорциональна площади петли гистерезиса.)

Поскольку опыт короткого замыкания производится при номинальном токе, мощность, замеряемая в этом опыте, — это мощность потерь в обмотках трансформатора при работе в номинальном режиме. По показаниям приборов A_1, V, W на схеме рис. 6.15, б (т. е. по $I_1, U_{\text{вх}}, P$) можно определить параметры цепи: $r_1 + r_2', x_1 + x_2'$. Заметим, что в соответствии со способом получения информации для определения этих параметров, вводятся термины: *активное сопротивление короткого замыкания* $r_K = r_1 + r_2'$, *реактивное сопротивление короткого замыкания* $x_K = x_1 + x_2'$,

полное сопротивление короткого замыкания $z_K = \sqrt{r_K^2 + x_K^2}$ (или то же в комплексной форме $\underline{Z}_K = r_K + jx_K$).

Указанными параметрами трансформатора определяется и косинус фазового сдвига между напряжением и током в режиме короткого замыкания: $\cos \varphi_K = r_K / z_K$; при работе же с нагрузкой угол фазового сдвига изменяется, ибо тогда он определяется не только параметрами трансформатора, но и параметрами нагрузки.

Обмотки приведенного трансформатора одинаковы (у них одинаково количество витков и по ним течет приблизительно одинаковый ток), а потому найденные значения активного и реактивного сопротивления r_K, x_K могут быть разделены между ними поровну, а для пересчета приведенных параметров вторичной обмотки к реальным следует их поделить (см. выше) на $k_{\text{тр}}^2$.

Кроме того, опыт короткого замыкания позволяет определить еще одну паспортную величину, используемую при расчете работы трансформатора, а именно, *напряжение короткого замыкания*, выражаемое в документации обычно в процентах от номинального напряжения и обозначаемое $u_K \%$:

$$u_K \% = \frac{U_K}{U_{\text{вх. ном.}}} 100\%, \quad (6.10)$$

где U_K — напряжение, при котором производится опыт (т. е. напряжение, обеспечивающее при коротком замыкании ток, равный номинальному), а $U_{\text{вх. ном.}}$ — номинальное значение входного напряжения.

Для реальных трансформаторов порядок величины $u_K \%$ — это пятьдесят процентов.

§ 6.5. Некоторые разновидности трансформаторов. Многообмоточные трансформаторы

Рассматривавшийся выше трансформатор, имеющий одну первичную и одну вторичную обмотки, называется *двухобмоточным*. Однако на практике широко применяются многообмоточные трансформаторы, т. е. трансформаторы, имеющие одну первичную и несколько различных вторичных обмоток.

Материал, рассмотренный выше, может быть распространен и на многообмоточные трансформаторы.

Для этого необходимы нижеследующие коррективы:

❖ вторые уравнения в системах (6.3), (6.3, а), (6.4) заменяются несколькими (по числу вторичных обмоток) уравнениями, каждое из которых соответствует своей вторичной обмотке.

❖ коэффициенты трансформации (6.5) вводятся для каждой из вторичных обмоток и для величин, характеризующих каждую из вторичных обмоток, производится (в соответствии с этими коэффициентами трансформации) приведение этих величин к первичной обмотке.

❖ вторые члены правых частей уравнений (6.6) и (6.7) заменяются суммой нескольких, каждый из которых записан для своей вторичной обмотки.

❖ эти изменения в уравнениях (6.6) и (6.7) приводят к изменениям в схемах замещения (рис. 6.13 и 6.14), производимым в соответствии с заменой выражения (6.9) выражением:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{10} + \sum_{k=1}^n \dot{I}'_k, \quad (6.9, a)$$

где n — количество вторичных обмоток трансформатора, и согласно этому, из узла, обозначенного на рис. 6.13 и 6.14 символом *, уходит вправо (на рисунке) не одна ветвь, а n ветвей, каждая из которых соответствует своей вторичной обмотке.

Применение многообмоточных трансформаторов позволяет достичь экономии материальных ресурсов за счет установки меньшего числа трансформаторов, т. е. за счет совмещения функций нескольких трансформаторов в одном.

Автотрансформаторы

Автотрансформаторами называют трансформаторы, у которых одна обмотка является частью другой (рис. 6.16), в результате чего цепи первичной и вторичной обмоток имеют между собой не только магнитную связь, но и связаны электрически.

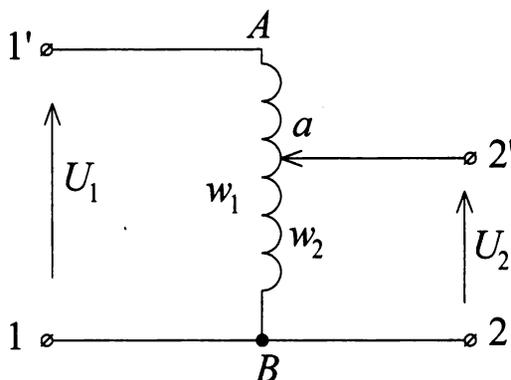


Рис. 6.16. Схема автотрансформатора

Следует предостеречь студента от довольно типичной ошибочной попытки рассматривать схему автотрансформатора как аналог схемы делителя напряжения. Неправильность этой аналогии становится очевидной при рассмотрении физических процессов в автотрансформаторе, особенно при рассмотрении направлений токов и при рассмотрении работы автотрансформатора в качестве прибора, повышающего напряжение.

Рассмотрим особенности автотрансформатора.

Как следует из выражения (6.3, а) и из рис. 6.12, а) (§ 6.3 и § 6.4), первичный и вторичный токи (т. е. ток на участке AB и ток на участке aB) находятся в противофазе, вследствие чего на участке aB течет ток, являющийся их разностью, т. е.

$$i_1 - i_2 \approx i_1 - i_1 k_{\text{тр}}. \quad (6.11)$$

Из (6.11) следует, что ток на участке aB тем меньше, чем ближе к единице значение коэффициента трансформации. Следовательно, этот участок обмотки можно выполнить проводом меньшего сечения (если положение точки «а» на схеме неизменно).

Как видно из схемы (рис. 6.16), ток нагрузки складывается из двух составляющих: тока, полученного от участка aB , общего для обеих обмоток (в соответствии с (6.11)), и тока, полученного непосредственно от первичной цепи за счет электрической связи между обмотками. Из изложенного очевидно, что, чем ближе к единице значение $k_{\text{тр}}$, тем более значительная часть тока (а следовательно, и более значительная часть мощности) передается нагрузке за счет именно электрической связи между обмотками. А уменьшение той части мощности, которая передается за счет магнитной связи, означает возможность уменьшения сечения (а значит и объема) сердечника, необходимого для передачи этой мощности.

Будучи обратимым (как и обычный трансформатор), автотрансформатор может быть использован и для повышения напряжения. Для этого входное напряжение подается на зажимы 2-2' (см. рис. 6.16), а выходное снимается с зажимов 1-1'.

В этом случае магнитным полем, созданным входным током, индуцируется ЭДС, в том числе и на участке aA , обмотки. Суммируясь с напряжением участка aB , она дает повышенное напряжение, снимаемое с выходных зажимов.

Сформулируем достоинства автотрансформатора по сравнению с обычным трансформатором:

1. экономия меди (не только нет необходимости делать вторую обмотку, но, более того, даже можно часть обмотки выполнить более тонким проводом);

2. экономия железа (не вся мощность передается через магнитное поле, а потому сечение магнитопровода можно уменьшить);

3. одна из обмоток совпадает в пространстве с частью другой, а потому меньше потоки рассеяния, следовательно, меньше потери и значит выше КПД.

4. если контакт провода 2 (см. рис. 6.16) сделать в точке «а» подвижным (в виде движка, перемещаемого по обмотке с частично оголенным проводом, или в виде переключателя с возможностью дискретно изменять место подключения (т. е. точку «а») к обмотке AB , то коэффициент трансформации оказывается регулируемым (в частности, именно так сделан *лабораторный автотрансформатор* — так называемый *ЛАТР*). Правда, в этом случае приходится отказываться от возможности выполнения части обмотки более тонким проводом.

Недостатком автотрансформаторов является их повышенная опасность, вытекающая из наличия электрической связи между обмотками: в частности, в цепи низкого напряжения может иметь место высокий потенциал относительно земли. Поэтому автотрансформаторы обычно не применяют в помещениях с повышенной влажностью, с металлическим полом и в детских учреждениях. Кроме того, следует иметь в виду, что при значительных коэффициентах трансформации выгода от применения автотрансформаторов оказывается, как следует из вышеизложенного, незначительной.

Измерительные трансформаторы

В школьном курсе физики рассматривался вопрос о расширении пределов измерения вольтметра и амперметра. В частности, если диапазон напряжения превышает предел измерения вольтметра в n раз, то последовательно с вольтметром предлагалось включить добавочное сопротивление $R_d = (n-1)R_v$, где R_v — сопротивление вольтметра. Если же требова-

лось измерять ток, диапазон изменения которого в n раз превышает предел измерения амперметра, то параллельно амперметру предлагалось

включить шунт, имеющий сопротивление $R_{\text{ш}} = \frac{R_A}{(n-1)}$, где R_A — сопротивление амперметра.

Таким образом, решение вопроса приводило к тому, что на прибор подавался сигнал, соответствующий пределу измерения прибора.

В цепях переменного тока та же задача может быть решена посредством применения специальных трансформаторов, именуемых измерительными. Кроме того, в сетях высокого напряжения применение измерительных трансформаторов одновременно позволяет и электрически изолировать измерительный прибор от цепи высокого напряжения. Различают измерительные трансформаторы: *трансформаторы напряжения* и *трансформаторы тока*.

При подключении трансформатора напряжения его первичная обмотка включается параллельно цепи, напряжение в которой требуется измерить. К вторичной обмотке подключают вольтметр. Трансформатор является понижающим и проектируется для выходного напряжения, стандартного для применяемого вольтметра, например, на 100 В. Сопротивление вольтметра велико, поэтому трансформатор напряжения работает практически в режиме холостого хода. Режим короткого замыкания для него недопустим и является аварийным. Показания прибора следует множить на коэффициент трансформации трансформатора напряжения.

При подключении трансформатора тока его первичная обмотка включается последовательно с потребителем энергии (т. е. с нагрузкой), поэтому током первичной обмотки трансформатора тока является ток, потребляемый рассматриваемой нагрузкой. К вторичной обмотке трансформатора тока подключают амперметр. Сопротивление амперметра мало, поэтому трансформатор тока работает практически в режиме короткого замыкания. Ток, подаваемый на амперметр, меньше измеряемого, из чего следует — см. (6.8), что трансформатор тока является повышающим: его входным напряжением является падение напряжения, создаваемое током потребителя (нагрузки) при прохождении через первичную обмотку трансформатора тока.

При считывании показаний прибора необходимо учитывать коэффициент трансформации трансформатора тока.

Режим холостого хода для трансформатора тока является аварийным и недопустим (режим холостого хода мог бы возникнуть при отключении амперметра, например с целью замены, от работающего трансформатора тока). Последствия такой ситуации очевидны из формулы (6.9). Действи-

тельно, ток I_1 в (6.9) определяется для трансформатора тока только потребителем энергии и ничем более, а потому при изменении режима работы трансформатора тока остается прежним. Отсюда следует, что в случае возникновения режима холостого хода трансформатора тока, т. е. при $I'_2 = 0$, возрастает значение его намагничивающего тока I_{10} , а от этой составляющей зависит магнитный поток в сердечнике трансформатора тока. При увеличении этого магнитного потока возрастает индуктивность первичной обмотки трансформатора тока и, следовательно, возрастает падение напряжения, приложенное к первичной обмотке трансформатора тока. Вследствие этого возрастет и подводимое к амперметру вторичное напряжение трансформатора тока. В результате возможны и травмы обслуживающего персонала, и пробой межвитковой изоляции.

Поскольку трансформатор тока является повышающим, его первичная обмотка может иметь малое количество витков, в частности — при больших измеряемых токах, а следовательно, при необходимости высокого коэффициента трансформации, первичная обмотка может быть одновитковой, и ее роль может играть сама токоведущая шина. Это позволяет сделать трансформатор тока в виде так называемых измерительных клещей. На измерительных клещах установлена вторичная обмотка трансформатора тока и подсоединенный к ней амперметр. Тело самих измерительных клещей, которыми можно охватить токоведущую шину, является сердечником трансформатора, а сама шина является его первичной обмоткой. Применение измерительных клещей позволяет измерять ток в шине без ее разрыва для подключения прибора.

Заметим, что измерительные трансформаторы могут быть использованы и для подключения ваттметра.

Трансформаторная схема для преобразования трехфазного питания в двухфазное

В некоторых промышленных агрегатах применяются двухфазные асинхронные двигатели, для питания которых необходима система двух напряжений, одинаковых по действующему значению и отличающихся

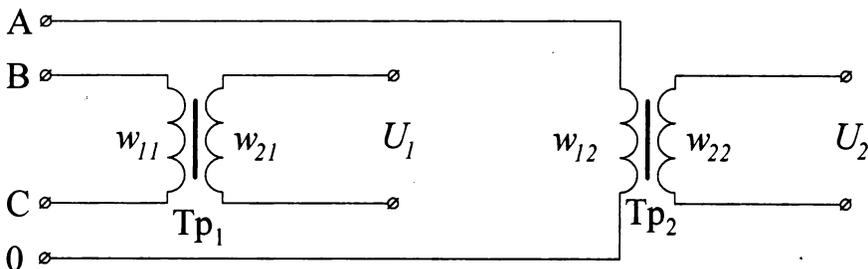


Рис. 6.17. Схема преобразования трехфазного питания в двухфазное

друг от друга по фазе на 90° . Получение такого питания из стандартного трехфазного питания может быть объяснено на базе векторной диаграммы, представленной на рис. 3.2 (§ 3.2). Из векторной диаграммы видно, что сдвиг по фазе на 90° имеет место, например, между линейным напряжением U_{BC} и фазным U_A . Отсюда очевидна схема (рис. 6.17), в которой трансформаторы нужны лишь для того, чтобы получить равные по действующему значению U_1 и U_2 при использовании не равных по действующему значению U_{BC} и U_A .

§ 6.6. Трехфазные трансформаторы

Использование трехфазных цепей в промышленности обуславливает необходимость применения трансформаторов и для трехфазных цепей. Решение проблемы может быть двояким: либо применение комплекта из трех трансформаторов (по одному трансформатору на каждое из фазных напряжений), либо замена такого комплекта одним трехфазным трансформатором. Выбор того или иного решения производится с учетом только экономических и технологических соображений. Эти соображения вытекают из того, что у трехфазного трансформатора габариты, вес и стоимость больше, чем у каждого из однофазных трансформаторов соответствующего комплекта, и это существенно при замене и при транспортировке, но зато один трехфазный трансформатор выигрывает по тем же показателям в сравнении с эквивалентным ему комплектом трех однофазных трансформаторов.

Магнитопровод трехфазного силового трансформатора имеет три стержня, на каждом из которых расположены обмотки высокого и низкого напряжения одной из фаз. Для уменьшения потоков рассеяния магнитопровод каждой из фаз должен быть замкнутым. Предположим, что для этой цели у сердечника трехфазного трансформатора существовал бы четвертый стержень, по которому замыкались бы магнитные потоки всех трех фаз. Тогда по этому стержню шел бы суммарный магнитный поток

$$\dot{\Phi}_A + \dot{\Phi}_B + \dot{\Phi}_C. \quad (6.12)$$

В (6.12) применены комплексы магнитных потоков, поскольку при их суммировании следует учитывать фазовые сдвиги между слагаемыми.

Поэтому, считая, что трансформатор запитан от симметричного источника, сумму (6.12) запишем в виде:

$$\dot{\Phi}_A + \dot{\Phi}_A e^{-j\frac{2\pi}{3}} + \dot{\Phi}_A e^{-j\frac{4\pi}{3}}. \quad (6.12, a)$$

Подстановка формулы Эйлера: $e^{j\psi} = \cos \psi + j \sin \psi$ — позволяет убедиться, что сумма (6.12, а) равна нулю; следовательно магнитный поток, который замкнулся бы по четвертому стержню, равен нулю, а потому в существовании этого четвертого стержня нет никакой необходимости.

Для дальнейшего заметим, что сумма (6.12) также останется нулевой при одновременной смене фаз всех трех слагаемых на противоположные (т. е. при сдвиге всех трех фаз на 180°), что соответствует одновременной смене начал и концов каждой из первичных обмоток. Если же такая смена имела бы место не для всех трех фаз, то сумма (6.12) не была бы равна нулю, и в результате из-за отсутствия четвертого стержня возникли бы большие потоки рассеяния, недопустимо ухудшающие работу трансформатора.

Теоретические рассуждения, проведенные выше для однофазного трансформатора, остаются справедливыми для каждой из фаз трехфазного трансформатора (в частности, и схемы замещения могут быть рассмотрены для каждой из фаз в отдельности).

Для оценки фазовых соотношений между входными и выходными напряжениями трансформатора вводится понятие *группа соединения*, отражающая угол фазового сдвига между одной из линейных ЭДС в цепи первичных обмоток трансформатора и соответствующей (одноименной) линейной ЭДС в цепи вторичных обмоток. Угол фазового сдвига между ЭДС равен углу между соответствующими векторами на векторной диаграмме. В качестве единиц измерения этого угла используют деления воображаемого часового циферблата. Поскольку речь идет о стандартном двенадцатичасовом циферблате, то одному часовому делению циферблата соответствует угол 30° . При оценке группы соединения считают, что вектор одной из линейных ЭДС первичной цепи направлен по минутной стрелке, указывающей на деление 12, а по вектору соответствующей (одноименной) линейной ЭДС вторичной цепи направлена часовая стрелка, которая и указывает на воображаемом часовом циферблате группу соединения данного трансформатора.

Рассмотрим возможные варианты.

Для соединения обмоток первичной и вторичной цепей трансформатора могут быть применены как схема «звезда», так и схема «треугольник», в соответствии с чем *схемы соединения* обмоток трансформатора можно представить одним из четырех символов:

$$\Upsilon/\Upsilon, \Delta/\Delta, \Upsilon/\Delta, \Delta/\Upsilon.$$

Первые два символа соответствуют одинаковым схемам соединения первичных и вторичных обмоток, вторые два символа — различным.

В первичной и вторичной обмотках, намотанных одинаковым образом на один и тот же стержень магнитопровода, возникают ЭДС, фазы кото-

рых одинаковы. Вследствие этого при одинаковых схемах соединения (первый и второй типы) могут быть получены синфазные линейные первичная и вторичная ЭДС (например, будут синфазны E_{AB} и E_{ab} , где прописными буквами обозначены индексы первичной цепи, а строчными буквами — вторичной). Это соответствует группе соединения 12 (или, то же самое, 0).

Если обмотки вторичной цепи переименовать (заменяя «а» на «b», «b» — на «с», «с» — на «а») то получится сдвиг на 120° , т. е. группа соединения станет 4. Повторение процедуры переиндексации даст группу 8. Если же у всех вторичных обмоток поменять местами начала и концы, то это даст изменение фаз ЭДС всех вторичных обмоток на 180° , и, соответственно, вместо групп 12, 4, 8 будут получены группы: 6, 10, 2. (Напомним: менять местами начала и концы обмоток допустимо только во всех трех фазах одновременно; это обсуждалось выше применительно к выражению (6.12).)

Если схемы соединения первичных и вторичных обмоток различны (третий и четвертый типы схем), то фазная ЭДС в одной цепи будет совпадать по фазе с линейной ЭДС другой, а потому между одноименными линейными ЭДС будет фазовый сдвиг на 30° , что соответствует группе соединения 11. Если производить обсужденные выше процедуры, то перемена индексов позволит получить сдвиги на 120° и на 240° (т. е. группы 3 и 7), а одновременная смена начала и концов в обмотках всех трех фаз даст сдвиг на 180° , и будут получены группы 5, 9, 1.

Таким образом, в схемах первого и второго типа может быть получена любая четная группа, а в схемах третьего и четвертого типа — любая нечетная группа. Во избежание неудобств, вызванных таким разнообразием, стандартизированы группы 12 (или, то же самое, 0) и 11.

Легко сообразить, что для однофазных трансформаторов возможными группами соединения являются только 6 и 12 (или 0); стандартизированной является вторая из них.

§ 6.7. Некоторые аспекты работы трансформаторов под нагрузкой

Из рассмотренных ранее схем замещения трансформатора, в частности, из Г-образной схемы, представленной на рис. 6.14, б, видно, что при работе под нагрузкой выходное напряжение отличается от выходного напряжения холостого хода на величину падения напряжения, создаваемого током нагрузки на сопротивлении короткого замыкания

$z_K = \sqrt{r_K^2 + x_K^2}$. Таким образом, зависимость выходного напряжения от тока нагрузки (такую зависимость называют *внешней характеристикой*)

зависит от параметров трансформатора r_K и x_K и от рода нагрузки (определяющего фазу тока нагрузки).

Рассмотрим, как зависит от нагрузки КПД η трансформатора. Обозначив $P_{\text{потр.}}$ и $P_{\text{пол.}}$ — потребляемую и полезную мощности соответственно — имеем:

$$\eta = \frac{P_{\text{пол.}}}{P_{\text{потр.}}}$$

Потребляемая мощность складывается из полезной мощности и из мощности потерь, которую, в свою очередь, можно разложить на две составляющих: P_0 (потери, мало зависящие от полезной мощности и поэтому называемые постоянными) и $P_{\text{пер.}}$ (потери, существенно зависящие от полезной мощности и поэтому называемые переменными). Тогда:

$$\eta = \frac{P_{\text{пол.}}}{P_{\text{пол.}} + P_0 + P_{\text{пер.}}}$$

К постоянным потерям можно отнести потери в сердечнике, к переменным — потери в обмотках, т. е. тепловую мощность, идущую на нагрев обмоток проходящим по ним током нагрузки и, следовательно, пропорциональную квадрату этого тока. С другой стороны, ток нагрузки пропорционален полезной мощности $P_{\text{пол.}}$, из чего следует, что $P_{\text{пер.}} = mP_{\text{пол.}}^2$, где m — коэффициент пропорциональности. В результате:

$$\eta = \frac{P_{\text{пол.}}}{P_{\text{пол.}} + P_0 + mP_{\text{пол.}}^2} \quad (6.13)$$

График зависимости КПД от полезной мощности, построенный в соответствии с (6.13) приведен на рис. 6.18.

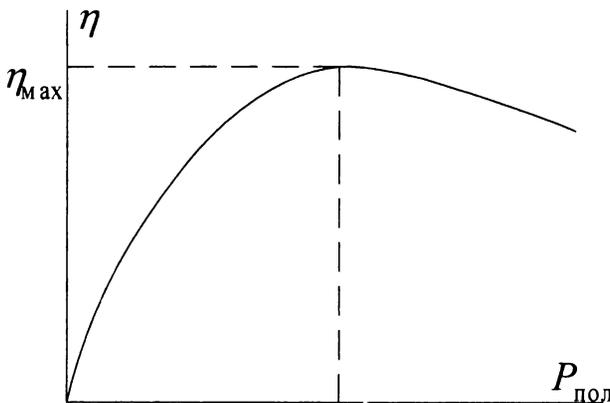


Рис. 6.18. График зависимости КПД от полезной мощности
 $\eta = f(P_{\text{пол.}})$.

При $P_{\text{пол.}} = 0$ имеем $\eta = 0$, ибо $P_0 \neq 0$. При росте $P_{\text{пол.}}$ будет расти и η , приближаясь к единице тем в большей степени, чем меньше потери по сравнению с $P_{\text{пол.}}$; однако единица достигнута не будет, поскольку знаменатель (6.13) всегда больше числителя.

При дальнейшем росте $P_{\text{пол.}}$ знаменатель (6.13) начинает расти быстрее, чем числитель (это выражено тем сильнее, чем больше коэффициент m), и КПД убывает. Из сказанного следует, что существует какое-то значение $P_{\text{пол.}}$, при котором КПД максимален. Для определения значения $P_{\text{пол.}}$, обеспечивающего этот максимум, выполняем обычную для поиска

экстремума процедуру: $\frac{\delta\eta}{\delta P_{\text{пол.}}} = 0$. В результате получаем, что КПД максимален при $P_0 - mP_{\text{пол.}}^2 = 0$, т. е. при равенстве переменных потерь постоянным.

Заметим, что трансформаторы обычно проектируются таким образом, чтобы мощность, при которой выполняется это условие, составляла бы примерно $3/4$ номинальной. Это обусловлено тем, что при выборе трансформатора требуемую номинальную мощность оценивают обычно по максимальной нагрузке, хотя на практике средняя во времени нагрузка оказывается меньше максимальной. Поэтому большую часть времени трансформатор работает как раз с той нагрузкой, при которой значение КПД близко максимальному.

Иногда мощность, потребляемая нагрузкой, существенно изменяется в различные периоды времени. В этих случаях оказывается выгодным в периоды повышения энергопотребления подключать дополнительные трансформаторы в параллель с уже работающими: такое решение вопроса позволит не только избежать перегрузки трансформатора, но и обеспечить оптимальность нагрузки трансформаторов для получения максимального КПД.

Нетрудно сообразить, что обязательным условием возможности параллельного включения вторичных обмоток трансформаторов является одинаковость мгновенных значений выходных напряжений этих обмоток. Если это условие не выполнено, то между обмотками возникают уравнительные токи, которые, замыкаясь только через эти параллельно включенные обмотки, вызывают нагрев этих обмоток (т. е. вызывают потери, а в частном случае и аварию). Для выполнения этого условия необходима одинаковость амплитуд этих напряжений (а значит одинаковость номинальных входных напряжений трансформаторов и одинаковость коэффициентов трансформации) и одинаковость фаз этих напряжений (а значит одинаковость групп соединения).

Помимо этого очевидного требования, является весьма желательным, чтобы общая нагрузка распределилась между параллельно работающими трансформаторами пропорционально их номинальным мощностям.

Чтобы увидеть, каким именно образом это может быть достигнуто, рассмотрим в качестве простейшего примера питание некоторой нагрузки $z_{\text{н}}$ от двух включенных в параллель однофазных трансформаторов α и β . Обсуждаемая электрическая схема изображена на рис. 6.19, где каждый из трансформаторов представлен своей Г-образной схемой замещения в соответствии с рис. 6.14, б (§ 6.4)

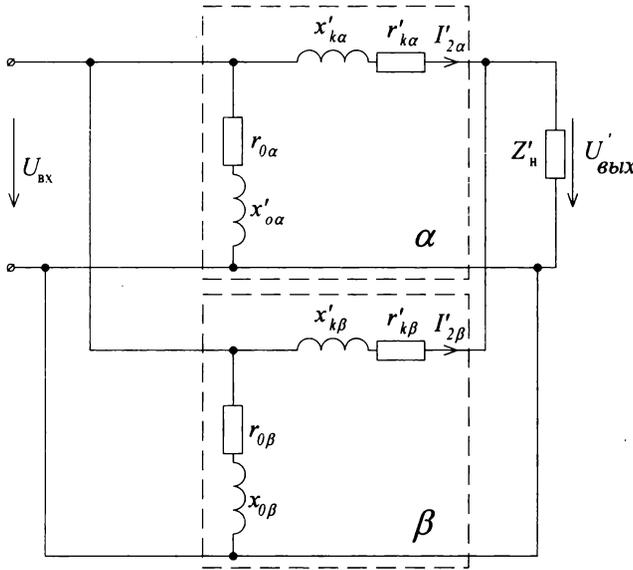


Рис. 6.19. Параллельное подключение двух трансформаторов при изображении их Г-образными схемами замещения

Ток, потребляемый нагрузкой, I'_2 , создается двумя составляющими:

$I'_{2\alpha}$ и $I'_{2\beta}$. На сопротивлениях короткого замыкания $z_{K\alpha} = \sqrt{r_{K\alpha}^2 + x_{K\alpha}^2}$ и $z_{K\beta} = \sqrt{r_{K\beta}^2 + x_{K\beta}^2}$ в каждом из трансформаторов имеет место падение напряжения на его обмотках; эти сопротивления, как видно из схемы, соединены параллельно, поэтому падения напряжения на них одинаковы: $I'_{2\alpha} z_{K\alpha} = I'_{2\beta} z_{K\beta}$. Отсюда, переходя от комплексов к их модулям (напомним, что модуль комплекса тока — это его действующее значение), имеем:

$$\frac{I'_{2\alpha}}{I'_{2\beta}} = \frac{z_{K\beta}}{z_{K\alpha}} \quad (6.14)$$

Домножая числитель и знаменатель (6.14) на $U'_{\text{вых}}$ и выражая числитель и знаменатель правой части (6.14) через параметры трансформаторов в соответствии с процедурой получения величины z_K в опыте короткого замыкания (см. § 6.4), получаем:

$$\frac{U'_{\text{вых.}} I'_{2\alpha}}{U'_{\text{вых.}} I'_{2\beta}} = \frac{U_{k\beta} / I_{1H\beta}}{U_{k\alpha} / I_{1H\alpha}} = \frac{u_{k\beta} \% U_{1H} \frac{1}{100\%} \frac{1}{I_{1H\beta}}}{u_{k\alpha} \% U_{1H} \frac{1}{100\%} \frac{1}{I_{1H\alpha}}} = \frac{u_{k\beta} \% U_{1H} I_{1H\alpha}}{u_{k\alpha} \% U_{1H} I_{1H\beta}}$$

или, с учетом формулы полной мощности, а также помня, что мощность в приведенной обмотке равна — в соответствии с процедурой приведения — мощности в реальной обмотке,

$$\frac{S_{2\alpha}}{S_{2\beta}} = \frac{u_{k\beta} \% S_{H\alpha}}{u_{k\alpha} \% S_{H\beta}} \quad (6.15)$$

(индекс «H» при величинах в этой и предыдущей записях, а также в конце параграфа означает номинальное значение соответствующей величины).

Из (6.15) видно, что отбор мощности, получаемой нагрузкой, распределяется между трансформаторами в желаемом соотношении $\frac{S_{H\alpha}}{S_{H\beta}}$, равном

соотношению номинальных мощностей трансформаторов при условии равенства величин $u_{k\%}$.

При рассмотрении трехфазных трансформаторов приведенные рассуждения остаются справедливыми для каждой из трех фаз. Из рассмотрения даже только этих нескольких аспектов работы трансформатора под нагрузкой становится ясным, какие именно параметры трансформатора должны быть, в первую очередь, указаны в его паспортных данных как необходимые для грамотной эксплуатации трансформатора.

Прежде всего, это мощность. Отметим: указывается не активная, а полная мощность S (измеряемая — напомним — ВА), ибо трансформатор рассчитывается на определенное напряжение и определенный ток, а только двумя этими величинами определяется именно полная мощность.

При этом мощность сообщается выходная. Далее указывается номинальное входное напряжение и выходное напряжение холостого хода (т. е. при отсутствии нагрузки), а также частота питающего напряжения. Указывается для расчета режимов работы трансформатора мощность (активная) потерь в сердечнике (при номинальном входном напряжении) и потерь в обмотках (при номинальных токах). Значения напряжения короткого замыкания и тока холостого хода указываются обычно в процентах от номинальных напряжения и тока соответственно: $u_k\%$ по формуле (6.10) и $i_{10}\%$ по аналогичной формуле для тока. Значение номинального тока обычно не сообщается, так как оно может быть легко определено по полной мощности и напряжению. Для возможности применения транс-

форматоров в параллельном включении обязательно сообщается схема и группа соединения.

КПД сообщается для номинального режима, а для ненормального должен быть подсчитан пользователем. Введем понятие: коэффициент

нагрузки $\beta = \frac{I_2}{I_{2H}}$ и учтем зависимость мощностей от тока. Тогда на основа-

нии (6.13), в которой мощность постоянных потерь — это потери в сердечнике $P_{\text{серд}}$, а мощность переменных потерь — потери в обмотках $P_{\text{обм.}}$, получаем:

$$\eta = \frac{P_{\text{пол}}}{P_{\text{пол}} + P_{\text{серд}} + P_{\text{обм}}} = \frac{\beta P_{\text{пол.н}}}{\beta P_{\text{пол.н}} + P_{\text{серд.}} + \beta^2 P_{\text{обм.н}}} = \frac{\beta S_n \cos \varphi}{\beta S_n \cos \varphi + P_{\text{серд}} + \beta^2 P_{\text{обм.н}}}, \quad (6.16)$$

где $\cos \varphi$ определяется как отношение активного сопротивления цепи, состоящей из z_k (см. Г-образную схему замещения) и нагрузки к полному сопротивлению этой цепи (разумеется, сопротивление нагрузки при этом тоже приводится к первичной обмотке).

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

ГЛАВА VII

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИНАХ

§ 7.1. Общие принципы действия электрических машин

Большинству студентов неэлектрических технических специальностей предстоит в будущей практической деятельности столкнуться с устройствами, в которых имеются электрические машины.

Для грамотной эксплуатации электрических машин необходимо знание ряда вопросов, обсуждаемых ниже. Базой для рассмотрения этих вопросов является материал предыдущих глав (раздел I).

Электрические машины — это устройства, преобразующие механическую энергию в электрическую (это генераторы), или преобразующие электрическую энергию в механическую (это двигатели).

Кроме того, к электрическим машинам относят электромеханические преобразователи сигналов (например, каких-либо механических величин — в электрические).

Поскольку данное учебное пособие предназначено для студентов неэлектрических специальностей, здесь рассмотрение сужается, в основном до двух видов машин: генераторы и двигатели. При этом необходимо указать, что двигатели по назначению можно подразделить на *приводные* и *исполнительные*. Назначение первых — приводить в движение те или иные устройства (с возможностью торможения, реверса и регулирования частоты вращения). Назначение вторых — поворачивать те или иные устройства с заданной скоростью на заданные углы, т. е. отрабатывать заданный сигнал. Внимание далее будет уделяться, в основном, приводным двигателям. Это обусловлено не только тем, что инженеру приходится столкнуться с эксплуатацией именно их в первую очередь, но и с тем, что рассмотрение исполнительных двигателей базируется

как правило, на рассмотрении приводных двигателей и является его дальнейшим развитием.

При объяснении принципа действия электрических машин удобно исходить из формулы Лоренца

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}], \quad (7.1)$$

определяющей значение силы \vec{F} , действующей на заряд q , перемещающийся со скоростью \vec{v} в электромагнитном поле с напряженностью электрического поля \vec{E} и магнитной индукцией \vec{B} . Напомним, что в курсе физики первое слагаемое (7.1) именовалось кулоновской силой, а силой Лоренца именовалось второе слагаемое, выраженное векторным произведением. Именно это слагаемое, которое здесь мы обозначим \vec{F}_1 ,

$$\vec{F}_1 = [\vec{v} \times \vec{B}] \quad (7.1, a)$$

и используется для преобразования энергии в современных машинах. (Заметим, что в принципе возможно создание электрических машин, работающих за счет первого слагаемого (7.1), но практического распространения эти машины не получили из-за отсутствия материалов с необходимыми электрическими свойствами.)

Далее при обсуждении движения заряда будем иметь в виду, что это движение можно разложить на две составляющих, одна из которых направлена вдоль проводника, а вторая — перпендикулярно ему. Но направленное перемещение заряда вдоль проводника — это электрический ток в проводнике, а поперечное перемещение будет просто означать перемещение самого проводника, поскольку заряд остается в проводнике, не покидая его.

Аналогично на такие же составляющие можно разложить и силу, действующую на заряд. Составляющая, действующая перпендикулярно проводнику, будучи помноженной на количество зарядов, создаст силу Ампера, действующую на проводник. Составляющая, действующая вдоль проводника, будет создавать ЭДС, а именно: сила, отнесенная к заряду, даст напряженность электрического поля, под действием которой заряд, перемещаясь вдоль проводника, получает энергию, определяющую значение ЭДС.

Обратимся к опыту, рассматриваемому в школьном курсе физики. Жесткий проводник ab , подвешенный на двух гибких проводниках с возможностью горизонтального перемещения (рис. 7.1), находится в магнитном поле с индукцией, вектор \vec{B} которой направлен по вертикали перпендикулярно проводнику ab (например сверху вниз на рисунке).

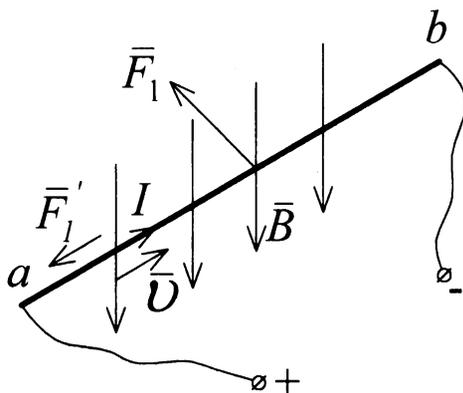


Рис. 7.1. Опыт, иллюстрирующий возникновение силы Ампера

Если по гибким проводникам подать электрическое питание (например, с полярностью, указанной на рис. 7.1), то на проводник ab будет действовать сила Ампера \vec{F}_1 . Ее направление (на рисунке — влево) легко определить по правилу векторного произведения (см. (7.1, а)) с учетом того, что вектор \vec{v} скорости перемещения зарядов в проводнике определяется направлением тока (от a к b) и направлен (на рисунке) от нас.

Теперь предположим, что в такой же макете, как изображенный на рис. 7.1, мы не подаем на провод ab электрическое питание, однако провод ab начнем принудительно перемещать (например — на рисунке — влево) — см. рис. 7.2. Заряды, находящиеся в проводнике ab , будут перемещаться вместе с проводником влево, и на них тогда будет действовать сила Лоренца \vec{F}_1 , направленная, в соответствии с правилом векторного произведения (7.1, а), к нам (на рис. 7.2). Если контур, включающий в себя проводник ab , замкнут, то заряды, перемещаясь под действием силы Лоренца, создадут в проводнике ток, текущий от b к a .

Нетрудно видеть, опыт на рис. 7.1 иллюстрирует принцип действия электрического двигателя, а опыт на рис. 7.2 — принцип действия электрического генератора.

Однако продолжим рассмотрение. Как только проводник на рис. 7.1 начнет под действием силы Ампера перемещаться, так сразу мы вновь должны будем вспомнить о силе Лоренца. Действительно, заряды находящиеся в проводнике ab , будут вместе с этим проводником перемещаться (на рисунке — влево) с некоторой скоростью \vec{v}' , а потому на них начнет (вне зависимости от причины их перемещения) действовать сила Лоренца \vec{F}_1 , направленная (на рисунке) к нам. Эта сила создаст ЭДС, направленную встречно току, пропускаемому нами по проводнику ab . (Направлением этой ЭДС обусловлено то, что при рассмотрении двигателя ее обычно называют против-ЭДС). Очевидно, что по мере увеличе-

ния скорости \vec{v} против-ЭДС будет уменьшать ток в проводнике ab , препятствуя этому току, и (при отсутствии механических потерь) установившейся скоростью движения проводника будет такая, при которой против-ЭДС полностью уравновесит приложенное к проводнику напряжение, сведя к нулю текущий по нему ток.

Возвращаясь к опыту на рис. 7.2, увидим, что при подключении потребителя к проводам контур окажется замкнутым, и по проводнику ab потечет ток. Это означает, что заряды в проводнике будут перемещаться с некоторой скоростью \vec{v} , а потому на них (вне зависимости от причины возникновения этой скорости) начнет действовать сила Лоренца \vec{F}_1' , направленная (на рисунке) вправо. Эта сила будет препятствовать предпринятому нами перемещению проводника и заставит нас затрачивать на это перемещение тем большую работу, чем больший ток течет в проводнике (т. е. чем больше электроэнергии получает подключенный к проводнику потребитель, что, кстати, иллюстрирует закон сохранения энергии).

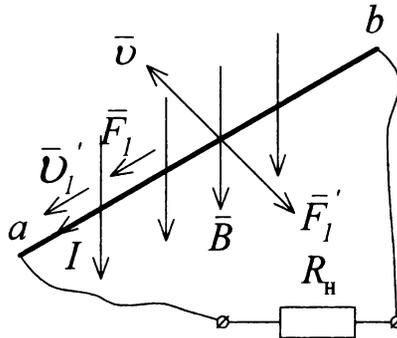


Рис. 7.2. Опыт, иллюстрирующий возникновение ЭДС электромагнитной индукции

Из проведенного рассмотрения следует, что в макете на рис. 7.1 одновременно с процессом, характерным для двигателя, имеет место и процесс, характерный для генератора (создание ЭДС), а в макете рис. 7.2 одновременно с процессом, характерным для генератора, имеет место процесс, характерный для двигателя (создание силы). В сочетании с одинаковостью устройства обоих макетов это приводит к выводу об обратимости электрических машин.

Из обратимости вытекает важное следствие для техники безопасности, а именно: электрооборудование, содержащее электродвигатель, является безопасным тогда, когда не только отключено питание, но и когда вращавшийся по инерции двигатель остановился (а следовательно, перестал генерировать электроэнергию).

Устройства, обсуждавшиеся по рис. 7.1 и 7.2, примитивны, однако из их рассмотрения очевидно, что электрическая машина должна иметь неподвижную и подвижную части. Неподвижная часть называется *статором*

ром. Подвижная часть в подавляющем большинстве электрических машин совершает вращательное движение и потому называется *ротором*.

Укажем, что чаще всего встречаются машины, у которых цилиндрический ротор расположен внутри статора, имеющего форму полого цилиндра. Возможен, однако, и обращенный вариант — машина с внешним ротором: цилиндрический статор находится внутри вращающегося ротора, имеющего форму полого цилиндра; такая конструкция применяется, когда необходимо увеличить момент инерции ротора.

В машинах, в которых цилиндрический ротор вращается относительно цилиндрического статора, вектор магнитной индукции в зазоре между статором и ротором направлен перпендикулярно продольной оси машины, т. е. по радиусам. Возможным также является исполнение вращающейся машины, в которой и ротор, и статор имеют форму дисков, обращенных друг к другу торцевыми поверхностями; вектор магнитной индукции в зазоре между статором и ротором направлен в этих машинах коллинеарно продольной оси машины. Такие машины называются *торцевыми*; их применение обусловлено специфическими требованиями к габаритам машины в некоторых агрегатах (о них см. также в § 8.10). Применяются (правда, значительно реже) и машины, у которых ротор совершает не вращательное, а поступательное движение относительно статора. Такие машины называются *линейными*.

Помимо разделения частей машины по конструктивным признакам (на статор и ротор), основные части, из которых состоит машина, можно разделить и по функциональным признакам. Действительно, в проводнике, движущемся в магнитном поле, индуцируется ЭДС (противо-ЭДС в двигателе на рис. 7.1 и выходная ЭДС на рис. 7.2). Поскольку в большинстве машин движение является вращательным, эту ЭДС часто называют ЭДС *вращения*. Ту часть машины, в проводниках которой наводится ЭДС вращения, называют *якорем*, а вторую часть, создающую магнитное поле, в котором находится якорь, называют *возбудителем* (термины, применяемые в иностранной литературе, — *armature* и *inductor* — соответственно). На рис. 7.1 и 7.2 роль якоря играет проводник *ab*.

Функция якоря и возбудителя распределяются между ротором и статором в различных типах машин по-разному (это будет рассмотрено ниже).

При обсуждении направления силы, действующей на заряды, было использовано определение векторного произведения в соответствии с (7.1, а). Для упрощения рассуждений обычно применяют мнемонический прием, который называют *правилом правой руки* (для генератора) и *правилом левой руки* (для двигателя). Применение этих правил описано в учебниках; в данном пособии предлагается вариант, с точки зрения авторов, чуть более удобный. Используются три пальца: большой, указательный, средний, — согнутые так, что они образуют друг с другом пря-

мые углы. А именно: указательный палец направлен вдоль руки; большой, оставаясь в плоскости ладони, развернут перпендикулярно указательному; а средний согнут перпендикулярно ладони (на рис. 7.3 это изображено для левой руки).

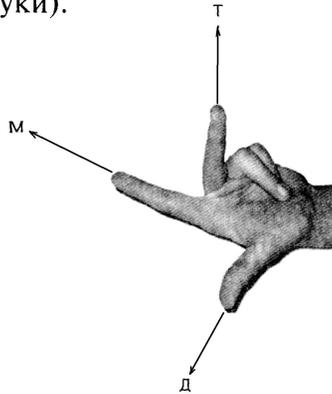


Рис. 7.3. Вариант применения «правила левой руки»

Большому, указательному и среднему пальцам мысленно присваиваются соответственно индексы: *Д* (движение), *М* (магнит), *Т* (ток). Порядок следования индексов легко запоминается, так как соответствует алфавитному. Зная любые два из трех направлений (движение проводника, вектор магнитной индукции и ток в проводнике), можно легко определить третье направление.

Для того, чтобы не показалось странным, что для одного и того же понятия (векторные произведения) применяют разные правила (правая рука — для генератора, левая — для двигателя) составим простенькую таблицу применительно к формуле (см. 7.1, а):

$$\overline{F'} \frac{1}{q} = [\overline{v} \times \overline{B}]$$

Из таблицы видно, что при переходе от одной машины к другой меняются ролями направление первого сомножителя и направление произведения, чем и объясняется переход к другой руке.

Члены формулы Машина	Направление первого сомножителя	Направление второго сомножителя	Направление произведения	Рука
Генератор	Направление движения	Направление вектора магнитной индукции	Направление тока	Правая
Двигатель	Направление тока	Направление вектора магнитной индукции	Направление движения	Левая

В заключение параграфа следует сделать два замечания:

❖ Во-первых, из формулы (7.1, *a*), на которой базировалось рассмотрение, вытекает важный вывод о конструкции машин: и ротор, и статор машины должны иметь ферромагнитный сердечник. Его наличие позволит увеличить магнитную индукцию в μ_r раз (см. (5.10), § 5.3), а следовательно увеличить и получаемый результат (ЭДС — для генератора, момент — для двигателя). Заметим, что существуют и конструкции машин, в которых с целью уменьшения инерционности ротора сам ротор не имеет собственного ферромагнитного сердечника, но зато его обмотки находятся в зазоре между элементами ферромагнитного сердечника статора.

❖ Во-вторых, из описанных выше принципов работы генератора и двигателя вытекает, что для однонаправленности результата (т. е. для неизменности условно-положительного направления ЭДС генератора и для знакопостоянства вращающего момента в двигателе) необходима неизменность взаимной ориентации тока якоря и магнитного поля возбуждателя. Отсюда следует, что в работающей машине угловые скорости вращения магнитных полей статора и ротора всегда одинаковы, т. е. либо оба поля неподвижны, либо, если они вращаются, то оба вращаются в одну и ту же сторону с одинаковой угловой скоростью.

§ 7.2. Создание магнитного поля возбуждателя

Магнитное поле машины может иметь одну или несколько пар полюсов. (Принятое обозначение *числа пар полюсов* — p). Если полюсов одна пара, то эти полюса (северный и южный) находятся в каждый момент времени друг напротив друга по диаметру машины. И если воображаемый наблюдатель будет перемещаться по окружности вокруг продольной оси машины, то наблюдаемая им магнитная индукция будет изменяться периодически, причем одному периоду будет соответствовать полный оборот наблюдателя вокруг машины.

Если же количество пар полюсов $p > 1$, то окажется, что окружность вокруг продольной оси машины будет поделена между полюсами на $2p$ равных частей. Дуга окружности, приходящаяся на один полюс, называется *полюсным делением*. Полюса (северный и южный) чередуются, и поэтому одному периоду изменения магнитной индукции для перемещающегося наблюдателя будет соответствовать перемещение на угол, равный двум полюсным делениям. Этот угол принимают за 360 *электрических градусов*. Заметим, из сказанного следует, что в полной окружности содержится $p \cdot 360$ электрических градусов, т. е. один геометрический градус равен p электрическим градусам.

Простейшим способом создания магнитного поля является применение постоянных магнитов в качестве возбуждателя (машины с таким возбуждателем часто называют *магнитоэлектрическими машинами*).

В зависимости от количества магнитов, от их формы и их расположения может быть получено поле с одной парой полюсов или с несколькими парами полюсов.

Вторым способом является создание магнитного поля при помощи обмоток, запитанных постоянным током; полученное число пар полюсов определяется количеством обмоток и их расположением.

В обоих случаях магнитное поле является неподвижным относительно возбuditеля и постоянным. Напомним, что машина состоит из двух частей, движущихся друг относительно друга (ротор и статор), следовательно якорь движется (вращается) относительно возбuditеля. Отсюда вытекает, что магнитное поле, неподвижное и постоянное относительно возбuditеля, окажется вращающимся и переменным относительно якоря.

Сравнивая два названных способа создания магнитного поля, заметим, что магнитоэлектрические машины выигрывают по весу и по надежности, так как в их возбuditеле отсутствует обмотка. С другой стороны, магнитное поле в них неизменно; регулировать его невозможно. Кроме того, напряженность магнитного поля, создаваемая магнитными материалами широкого применения, существенно уступает тому, что может дать запитанная током обмотка. Слабое магнитное поле не позволит получить большую мощность, и следовательно, удельная мощность (т. е. мощность, приходящаяся на единицу массы машины) у магнитоэлектрической машины окажется невысокой. Правда, можно получить большую мощность, применяя постоянные магниты из специальных дорогостоящих магнитных материалов, способных обеспечить весьма высокие значения напряженности магнитного поля.

Из сказанного вытекает, что при отсутствии необходимости в регулировании магнитного поля возбuditеля магнитоэлектрические машины применяют, в основном, в двух случаях: либо, когда важно снизить стоимость машины за счет простоты ее изготовления и невысокие требования к удельной мощности позволяют применить дешевые магнитные материалы (пример — электродвигатели детских игрушек); либо, когда предъявляются высокие требования к надежности и к уменьшению объема и габаритов, а объект является настолько ответственным, что ради высокой удельной мощности машины целесообразно пойти на применение дорогостоящих магнитных материалов (пример — электродвигатели специальных устройств).

Третьим способом создания магнитного поля возбuditеля является применение обмоток, запитанных переменным током. Рассмотрим случай, когда обмотки запитаны от симметричного трехфазного источника, причем обмотки различных фаз развернуты друг относительно друга на угол 120° (случай однофазного и двухфазного питания обмоток будут рассмотрены ниже — в § 9.8).

Для выяснения получаемого результата воспользуемся комплексным методом; будем считать, что воображаемая комплексная плоскость расположена перпендикулярно продольной оси машины. В этом случае при суммировании магнитных полей обмоток будем учитывать разворот обмотки на угол 120° домножением соответствующего слагаемого на e^{-j120° . При рассмотрении делаем упрощающее допущение: считаем магнитные поля обмоток чисто синусоидальными (т. е. учитываем только первые их гармоники). Магнитные поля, создаваемые каждой из трех пар обмоток, могут быть записаны соответственно:

$$B_A = B_M \sin \omega t; \quad B_B = B_M \sin(\omega t - 120^\circ); \quad B_C = B_M \sin(\omega t - 240^\circ).$$

Суммарное магнитное поле B_Σ равно:

$$\begin{aligned} B_\Sigma &= B_A + B_B e^{-j120^\circ} + B_C e^{-j240^\circ} = \\ &= B_M \sin \omega t + e^{-j120^\circ} B_M \sin(\omega t - 120^\circ) + e^{-j240^\circ} B_M \sin(\omega t - 240^\circ). \end{aligned} \quad (7.2)$$

В записи (7.2) аргументы синусоид учитывают сдвиг по фазе в питании обмоток, а множители при слагаемых учитывают разворот обмоток друг относительно друга. Далее надо применить к тригонометрическим функциям формулу синуса разности углов, а комплексные множители, записанные в показательной форме, перевести при помощи формулы Эйлера (формула 2.30 в § 2.5) в тригонометрическую форму. После подстановки численных значений тригонометрических функций и приведения подобных членов (7.2) дает:

$$\begin{aligned} B_\Sigma &= B_M \left(\frac{3}{2} \sin \omega t + j \frac{3}{2} \cos \omega t \right) = j \frac{3}{2} B_M (\cos \omega t - j \sin \omega t) = \\ &= j \frac{3}{2} B_M e^{-j\omega t} = e^{j90^\circ} \frac{3}{2} B_M e^{-j\omega t}. \end{aligned} \quad (7.2, a)$$

Из (7.2, a) видно, что суммарное магнитное поле с модулем $\frac{3}{2} B_M = 1,5 B_M$ вращается относительно возбuditеля с угловой скоростью ω в сторону отстающей фазы. При этом в начальный момент времени положение вектора магнитной индукции совпадает с направленным по мнимой оси. Однако последнее обстоятельство не имеет значения, поскольку это начальное направление обусловлено лишь нашим выбором именно синусоидальной функции (а не косинусоидальной).

Если катушки взаимно ориентировать в пространстве под углом не 120° , а вдвое меньшим (т. е. 60°), то можно аналогичным образом показать, что в результате получится поле с двумя парами полюсов, но угловая скорость его вращения будет вдвое меньшей, чем в предыдущем случае.

Обозначая число пар полюсов p , запишем общую формулу для угловой скорости вращения магнитного поля:

$$\Omega = \frac{\omega}{p}. \quad (7.3)$$

Поскольку в инженерной практике понятие «частота питания» (в герцах) применяется чаще, чем понятие «круговая частота» (в радианах в сек), а вместо угловой скорости оперируют несистемной величиной «частота вращения» (в об/мин), для частоты вращения поля можно (7.3) переписать в виде:

$$n_0 = \frac{60f}{p}, \quad (7.3, a)$$

где индексом «0» здесь и далее будем для рассматриваемых величин обозначать их принадлежность полю возбуждителя (напомним также, что

частота f связана с круговой частотой формулой $f = \frac{\omega}{2\pi}$).

Из высказанного в конце § 7.1 положения о том, что угловые скорости вращения магнитных полей статора и ротора должны быть одинаковы, — следует с учетом (7.3), — что число пар полюсов у статора и ротора тоже должны быть одинаковы.

Поскольку число пар полюсов p может быть только целым, полезно в порядке примечания заметить, что для принятой в России и в Европе промышленной частоты $f = 50$ Гц возможны значения частоты вращения поля n_0 3000, 1500, 1000, 750, 600 об/мин и т. д. Попутно сообщаем термин: угловая скорость Ω_0 вращения магнитного поля и соответствующая ей частота вращения n_0 называются *синхронными*.

Способом создания магнитного поля обуславливается и конструкция магнитопроводов ротора и статора машины. Действительно, ориентация поля относительно магнитопровода может быть либо неизменной (при неподвижном относительно магнитопровода поле), либо переменной. Заметим, что во втором случае в магнитопроводе будут возникать вихревые токи (токи Фуко). Вихревые токи будут возникать также и в том случае, когда является переменным модуль вектора магнитной индукции (что неизбежно при питании обмоток переменным током).

Во всех случаях, когда возникают вихревые токи, необходимо для уменьшения потерь, ими вызванных, выполнять магнитопровод шихтованным (о вихревых токах и о борьбе с вызываемыми ими потерями уже упоминалось в § 5.3). Массивным (т. е., не шихтованным) сердечник выгодно делать только при постоянном (относительно сердечника) магнитном поле.

Поскольку ферромагнитный сердечник ротора и статора применяется для усиления магнитного поля (см. § 7.1), постольку очевидно, что воз-

душный зазор между ротором и статором в месте прохождения магнитных силовых линий (т. е. в районе полюсов) должен быть минимальным. Для этого можно либо выполнить полюса явновыраженными, обеспечивая минимальность зазора только под ними, либо выполнить магнитопровод неявнополюсным (т. е. в виде тела с осевой симметрией), обеспечивая минимальность зазора по всей окружности. На рис. 7.4 схематически представлены *явнополюсный* и *неявнополюсный статоры* (см. рис. 7.4, а и 7.4, б соответственно), и *явнополюсный*, и *неявнополюсный роторы* (рис. 7.4, в и 7.2, г соответственно); в качестве примера изображены конструкции с двумя парами полюсов. (Рисунок изображает сечения статоров и роторов плоскостью, перпендикулярной продольной оси машины.)

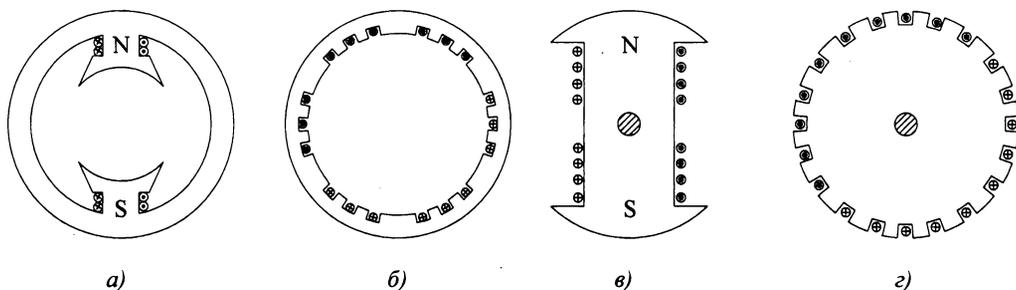


Рис. 7.4. Явнополюсные и неявнополюсные статоры и роторы:

а — явнополюсный статор; б — неявнополюсный статор;
в — явнополюсный ротор; г — неявнополюсный ротор

Явнополюсные конструкции значительно дешевле неявнополюсных, так как их изготовление требует меньших затрат и менее высокой квалификации при изготовлении. Действительно: обмотки изготавливаются отдельно в виде катушек, которые затем одеваются на полюса, после чего на торцах полюсов укрепляются полюсные наконечники, выполненные так, чтобы охватить большую часть полюсного деления. В случае же неявнополюсной машины, в сердечниках выполняются пазы (на внутренней поверхности у статора и на внешней — у ротора). В эти пазы в соответствии с монтажной схемой укладывается обмотка и специальным образом закрепляется в пазах.

В порядке примечания заметим: части сердечника между пазами называются *зубцами*. В процессе вращения ротора магнитные силовые линии проходят то через пазы, то через зубцы, поэтому магнитное сопротивление магнитопровода машины оказывается пульсирующим, вследствие чего и магнитная индукция в машине незначительно пульсирует; это явление называется *зубцовой пульсацией*. С целью уменьшения зубцовой пульсации пазы ротора иногда делают скошенными относительно обра-

зующих цилиндрической поверхности ротора. (Однако в некоторых специальных машинах, в которых преобразование энергии связано именно с периодическим изменением магнитного сопротивления зазора, зубцы умышленно делают существенно выступающими над пазами.)

Если ориентация магнитного поля относительно сердечника неизменна, то можно отдать предпочтение более простой и более дешевой явнополюсной конструкции. Если же ориентация не неизменна (поле вращается вокруг сердечника), то только неявнополюсная конструкция обеспечит сохранение малого зазора вне зависимости от угла поворота магнитного поля.

Таким образом, именно способом создания магнитного поля, в основном, определяется выбор явнополюсной или неявнополюсной конструкции сердечников ротора и статора и выбор сердечника шихтованного или массивного.

§ 7.3. О номинальных данных электрических машин

Выше (§ 6.7) при обсуждении КПД трансформатора уже указывалось, что мощность потерь является разностью между затраченной и полезной мощностями, причем потери можно подразделить на постоянные и переменные. Совершенно аналогичное рассмотрение может быть проведено для электрических машин. При этом постоянными потерями будут не только потери в сердечнике (на перемагничивание и на вихревые токи), но также и вентиляционные потери, потери на трение и электрические потери на нагрев обмотках возбуждателя (если таковые обмотки есть, т. е. если машина не является магнитоэлектрической). К числу переменных потерь относятся, в первую очередь, электрические потери на нагрев обмоток якоря. С учетом этого формула для КПД (6.13) и соответствующий ей график (рис. 6.18) будут справедливы и для электрических машин.

Из графика следует, что значением номинального КПД, сообщаемого в паспортных данных машины, можно пользоваться только применительно к номинальному же режиму работы (т. е. работы при номинальных параметрах питания и на номинальной нагрузке — иными словами, на номинальной мощности при номинальной частоте вращения).

Остановимся на понятии номинальная мощность. Прежде всего, в качестве этой величины всегда сообщается выходная, т. е. полезная мощность. Это электрическая мощность — для генератора и механическая — для двигателя. А мощность, которую машина потребляет в номинальном режиме (т. е. механическая мощность для генератора и электрическая — для двигателя), может быть легко определена посредством деления номинальной мощности на номинальный КПД.

Номинальная мощность определяется, как правило, как наибольшая полезная мощность, допускаемая механической прочностью отдельных

частей машины и условиями нагрева машины. Для увязки с предыдущим материалом заметим, что именно этой мощностью определяется правая часть уравнения (4.8) (см. § 4.3). Выбор номинальной мощности увязывают с выбором ряда конструктивных и электрических параметров машины. При этом стремятся обеспечить максимальный КПД. Говоря о максимальном КПД напомним, что именно полезной мощностью определяется последний член в знаменателе формулы (6.13) (см. § 6.7), т. е. переменные потери, от которых зависит КПД.

В качестве номинальных данных приводятся номинальный КПД, номинальная частота вращения и, разумеется, номинальные параметры питания. Могут быть сообщены дополнительные данные, например, $\cos\varphi$ (для машин переменного тока), сопротивление обмоток, *кратность* пускового момента, максимального момента (под кратностью величины подразумевается отношение этой величины к ее номинальному значению). Параметры, которые легко могут быть подсчитаны по номинальным данным (например, номинальный ток, номинальный момент), как правило, не сообщаются.

Номинальные данные обычно согласованы с существующими стандартами (например, номинальные параметры питания).

ГЛАВА VIII МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

§ 8.1. Устройство машин постоянного тока

Устройство машины постоянного тока иллюстрируется на рис. 8.1.

Возбудителем машины служит статор, якорем — ротор (целесообразность именно такого распределения функций между статором и ротором будет обоснована ниже).

Поле возбуждителя неподвижно, поскольку он запитан постоянным током. Следовательно, сердечник возбуждителя можно делать явнополюсным. Конфигурация сердечника при этом оказывается довольно сложной (см. рис. 7.4, а). Поэтому из технологических соображений его делают шихтованным: действительно, наштамповать несколько десятков листовых заготовок, собрать их в пакет и стянуть несколькими болтами, параллельными продольной оси машины, — значительно проще и дешевле, чем изготовить массивную деталь со сложной конфигурацией внутренней поверхности. К тому же, заметим, что, изготовив сердечник статора шихтованным, уменьшают потери от вихревых токов, которые могут возникнуть вследствие зубцовой пульсации магнитного поля (см. § 7.2). В больших машинах статор может быть сборным: к литой стали болтами прикрепляются шихтованные полюса.

Основные полюса со стороны, обращенной к якорю, имеют широкие полюсные наконечники, назначение которых — получить желаемое распределение магнитной индукции по поверхности якоря на протяжении всего полюсного деления (поясним, что, кроме основных полюсов, статор может иметь и дополнительные полюсы, сущность и назначение которых будет обсуждаться ниже — в § 8.9).

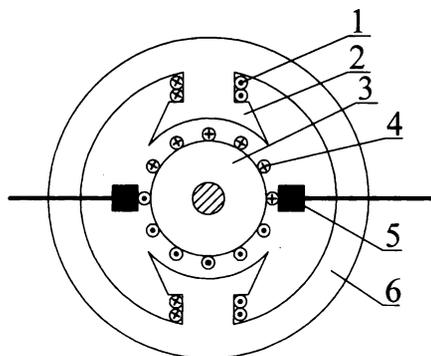


Рис. 8.1. Устройство машины постоянного тока:

1 — обмотка возбуждения; 2 — главные полюсы; 3 — якорь; 4 — обмотка якоря; 5 — щетки; 6 — корпус (станина)

Ротор машины в неподвижном поле статора вращается, поэтому его сердечник следует делать и неявнополюсным, и шихтованным. В листах сердечника якоря выштамповывается пазы для укладки обмоток, а также могут быть выштампованы вентиляционные отверстия, параллельные продольной оси машины. Пакет якорных пластин одевается на имеющий шпонку вал ротора и стягивается с торцов нажимными шайбами, закрепленными на валу.

Заметим: в малоответственных машинах постоянного тока (например, в электродвигателях детских игрушек) часто — с целью уменьшения стоимости машины — роторы делают явнополюсными. Разумеется, качество машины при этом ухудшается (в частности понижается мощность).

Подвод энергии к ротору у двигателя (или отвод энергии от ротора у генератора) осуществляется при помощи скользящих контактов: на статоре укреплены *щетki*, а на валу ротора находится *коллектор*, по ламелям которого скользят щетки. Таким образом, на валу закреплены два цилиндрических тела: неявнополюсной ротор и коллектор. *Ламели коллектора* — это пластины, сориентированные по образующим цилиндрической поверхности коллектора (т. е. ламели параллельны валу).

Ламели изолированы друг от друга, и каждая из них соединена с соответствующим элементом обмотки ротора. Поскольку роторная цепь соединена с остальной схемой машины через щетки, получается, что по мере поворота ротора ламели переходят от одной щетки к другой, и полярность подключения обмоток ротора к внешней цепи меняется. Необходимость смены полярности подключения элементов роторной обмотки можно пояснить нижеследующим образом.

Магнитное поле статора (возбудителя) неподвижно, а потому при вращении ротора элементы его обмоток пересекают магнитное поле возбудителя попеременно то в одну, то в другую сторону, в результате чего меняется и направление индуцированной в элементах обмотки ротора ЭДС. Поэтому переключение полярности, реализуемое щеточно-коллекторным устройством, выполняет функцию механического выпрямления знакопеременной ЭДС ротора для подключения ее к внешней цепи постоянного тока в случае работы машины в генераторном режиме.

Если же машина работает в режиме двигателя, то для обеспечения знакопостоянного вращающего момента необходимо изменять направление тока в элементах роторной обмотки, так как при повороте ротора изменяется направление, в котором элементы его обмоток должны пересекать магнитное поле. При этом щеточно-коллекторное устройство выполняет функцию механического преобразования постоянного тока во внешней цепи в знакопеременный ток в роторе.

Вышеизложенное можно сформулировать и иначе: благодаря щеточно-коллекторному устройству магнитное поле вращающегося ротора ос-

тается неподвижным (т. е. угловая скорость его вращения оказывается нулевой, как и у магнитного поля статора).

В заключение параграфа заметим следующее. Если бы якорем машины постоянного тока был бы статор, а возбудителем — ротор, то в случае магнитоэлектрической машины (возбуждение — постоянными магнитами) поле возбудителя вращалось бы вместе с ротором, а потому машина должна была бы быть снабжена устройством, переключающим полярность питания элементов обмотки якоря.

Реализация этой идеи нашла свое воплощение в так называемых вентильных двигателях (см. § 8.10). В случае же электромагнитного возбуждения (т. е. посредством обмоток постоянного тока — см. § 7.2) пришлось бы для обеспечения неподвижности магнитного поля возбудителя запитывать цепи ротора через щеточно-коллекторное устройство. Сообразив, что якорный ток, пропорциональный мощности машины, много больше, чем ток возбуждения, видим кажущуюся выгоду подобного решения: ведь через скользящие контакты желательнее подавать возможно меньшие токи. Однако малое значение тока возбуждения вынуждает делать обмотки возбудителя многовитковыми (для получения необходимой намагничивающей силы). Следовательно, индуктивность обмоток возбуждения велика, а потому в переходных процессах, которые имели бы место при переключении обмоток щеточно-коллекторным устройством, оказались бы слишком большие постоянные времена, что и делает предпочтительным использование ротора в роли именно якоря, а не возбудителя.

§ 8.2. Скоростная и механическая характеристики машин постоянного тока.

Классификация машин постоянного тока по возбуждению

В этом параграфе обсуждаются положения, используемые нами далее при рассмотрении электрических машин.

Из школьного курса физики известно, что в проводнике длиной l , движущемся в однородном магнитном поле, имеющем магнитную индукцию \vec{B} , со скоростью, вектор которой \vec{v} образует с вектором угол α , индуцируется ЭДС, модуль которой

$$e = Bl \sin \alpha. \quad (8.1)$$

Принимая допущение, что магнитное поле, в котором вращается ротор, однородно, перейдем от магнитной индукции B к магнитному потоку $\Phi = BS$ (где S — площадь сечения магнитопровода). Поскольку ротор вращается, переходим от линейной скорости v к угловой $\Omega = v/R$ (где R — радиус ротора). Элементы обмотки ротора соединены последова-

тельно (это будет обсуждено в § 8.9); длину каждого из них и расположение их на роторе, определяющее углы, под которыми пересекается ими магнитное поле, учтем некоторой постоянной C_e ; ею также учтем площадь S и радиус R и коэффициент $2\pi/60$, необходимый для перехода от угловой скорости Ω к несистемной величине n — частоте вращения (об/мин), применяемой в инженерной практике. В результате этого из формулы (8.1) получим:

$$e = C_e \Phi n_2 \quad (8.2)$$

(индексом «2» здесь и далее будем обозначать принадлежность величины ротору; постоянная C_e , введенная здесь, называется *электрическим коэффициентом машины*).

Из школьного курса физики также известна формула для силы Ампера:

$$F = B i l \sin \alpha, \quad (8.3)$$

где B — модуль вектора индукции однородного магнитного поля, в котором находится проводник длиной l , по которому течет ток i . Угол α — угол между вектором магнитной индукции и проводником.

Аналогично предыдущему переходим к более удобным для нас величинам, вводя в рассмотрение коэффициент C_m — *электромагнитный коэффициент* машины. Этот коэффициент учитывает площадь сечения магнитопровода (для перехода от магнитной индукции B к магнитному потоку Φ), радиус ротора (для перехода от силы к вращающему моменту) и конструкцию ротора (хотя все проводники расположены перпендикулярно вектору магнитной индукции, силы Ампера, действующие на них, создают вращающий момент только за счет своих тангенциальных, т. е. направленных по касательной к поверхности ротора, составляющих). В результате из формулы (8.3) получим выражение для электромагнитного момента:

$$M_{эм} = C_m \Phi i_я, \quad (8.4)$$

где индекс «я» показывает, что имеется в виду ток якорной цепи.

Заметим, что формулы (8.2) и (8.4), дают мгновенные значения; однако при рассмотрении установившихся процессов в машинах постоянного тока они могут быть записаны:

$$E = C_e \Phi n_2, \quad (8.2, a)$$

$$M_{эм} = C_m \Phi I_я. \quad (8.4, a)$$

К якорной цепи двигателя приложено напряжение U ; если ротор, являющийся якорем, вращается, то в нем возникает противо — ЭДС, на-

правленная встречно (см. § 7.1) проложенному напряжению. В результате в якорной цепи в установившемся процессе потечет ток, который по закону Ома равен:

$$I_{\text{я}} = \frac{U - E}{R_{\text{як.ц}}}, \quad (8.5)$$

где $R_{\text{як.ц}}$ — сопротивление якорной цепи, являющейся суммой сопротивления самого якоря, регулировочных элементов в его цепи (если таковые имеются), внутреннего сопротивления источника питания (для двигателя) или сопротивление нагрузки — потребителя (для генератора); заметим, что на якорь генератора напряжение извне обычно не подается, поэтому для генератора $U = 0$).

Из подстановки (8.2, а) в (8.5) получаем:

$$n_2 = \frac{U}{C_e \Phi} - \frac{R_{\text{як.ц}}}{C_e \Phi} I_{\text{я}}. \quad (8.6)$$

Подстановка (8.4, а) в (8.6) дает:

$$n_2 = \frac{U}{C_e \Phi} - \frac{R_{\text{як.ц}}}{C_e C_m \Phi^2} M_{\text{эм}}. \quad (8.7)$$

Уравнение (8.6), связывающее частоту вращения и якорный ток, называют *скоростной характеристикой* машины, а уравнение (8.7), связывающее частоту вращения и развиваемый машиной электромагнитный момент, называют *механической характеристикой машины*.

Далее при необходимости изобразить эти зависимости на графиках примем, что частоту вращения будем откладывать по ординате.

Заметим, что в этом случае значение ординаты, при котором она пересекается линиями обсуждаемых характеристик (8.6) и (8.7) соответствует частоте вращения при *идеальном холостом ходе* (т. е. при отсутствии какой бы то ни было нагрузки).

При рассмотрении (8.6) и (8.7) важно знать, зависят ли их коэффициенты от переменных, или нет, т. е. являются (8.6) и (8.7) линейными функциями и, следовательно, изображаются ли они на графике прямыми линиями). Заметим, что уже при выводе (8.6) и (8.7) мы не учитываем *реакцию якоря*, выражающуюся во влиянии магнитного поля, создаваемого якорным током, на работу машины (подробнее о реакции якоря см. в § 8.9). Поэтому уравнения (8.6) и (8.7) уже являются упрощенными, ибо в них учтен магнитный поток, создаваемый только возбудителем. Для выяснения того, зависит ли этот магнитный поток от процессов в якоре, производится классификация машин постоянного тока по возбуждению. Заметим, что эта классификация определяет не только математическую сторону вопроса, упомянутую выше, но и определяет технические свойства машины.

Рассматриваемые ниже возможные схемы представлены на рис. 8.2 (заметим, что якорь машины постоянного тока обозначают кружком с упрощенно изображенными щетками, а обмотку возбуждения изображают, как индуктивность; регулировочные элементы на рис. 8.2 не показаны).

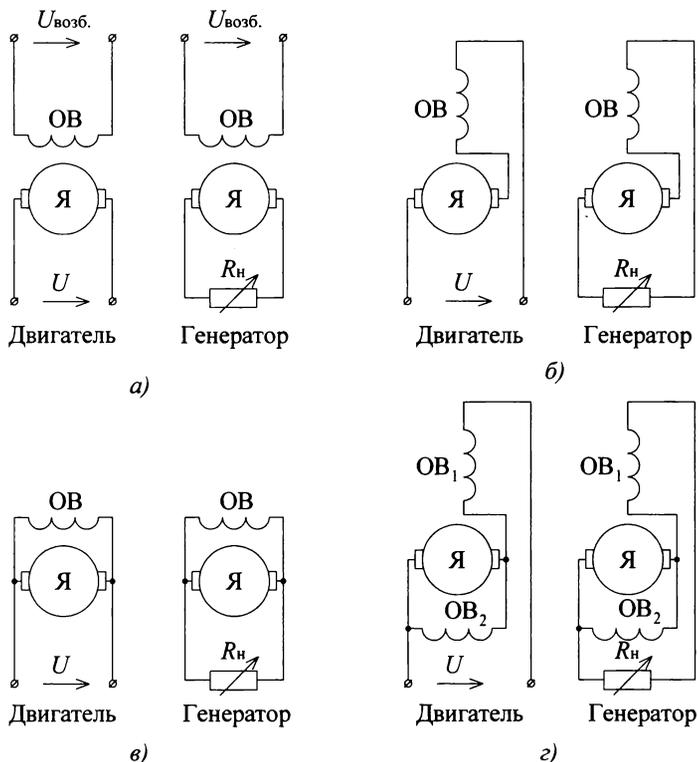


Рис. 8.2. Возможные варианты включения возбудителя в машинах постоянного тока

В машинах с *независимым* возбуждением (рис. 8.2, а) возбудитель запитан от отдельного источника, и потому поток Φ_v (8.6) и (8.7) от процессов в якоре не зависит.

Магнитоэлектрические машины (т. е. машины, возбудитель которых выполнен на постоянных магнитах) также относятся к машинам с *независимым* возбуждением. Попутно заметим, что на схемах условным обозначением для возбудителя магнитоэлектрических машин (т. е. для постоянного магнита) является стилизованное изображение подковообразного магнита в виде горизонтально расположенной квадратной скобки (вместо обмотки возбуждения).

В машинах с *последовательным* возбуждением (рис. 8.2, б) обмотка возбуждения соединена последовательно с якорем, т. е. ток возбуждения I_v и якорный ток $I_я$ — одно и то же, а следовательно, поток Φ является функцией якорного тока.

В машинах с *параллельным* возбуждением (рис. 8.2, *в*) обмотка возбуждения подключена параллельно якорю. Это означает, что у генератора такая обмотка запитана от якорной цепи генератора, т. е. на нее подано напряжение, вырабатываемое самим генератором, а потому, естественно, поток Φ от процессов в якоре зависит. У двигателя с параллельным возбуждением обмотка возбуждения запитана от того же источника, что и якорная цепь, т. е. на нее подается то же напряжение, что и на якорную цепь. Это означает, что при маломощном источнике питания, у которого внутреннее сопротивление велико, напряжение, подаваемое на возбудитель, будет зависеть от якорного тока: действительно, при потреблении якорной цепью большого тока будет уменьшаться подаваемое на двигатель напряжение вследствие падения напряжения на внутреннем сопротивлении источника питания. Подобная ситуация возможна для исполнительных (см. § 7.1) двигателей, установленных на подвижном объекте с автономным источником питания, мощность которого ограничена габаритно-весовыми соображениями. В случае же мощного источника питания напряжение, подаваемое на двигатель (а значит и на обмотку возбуждения), колеблется при изменении нагрузки пренебрежимо мало, а потому двигатель с параллельным возбуждением в этом случае можно рассматривать с тех же позиций, что и двигатель с независимым возбуждением. Такая ситуация обычно характерна для приводных (см. § 7.1) двигателей, запитанных от стационарных источников (электростанций).

В машинах со *смешанным* возбуждением (рис. 8.2, *г*) возбудитель имеет две обмотки: параллельную и последовательную. Наличие последовательной обмотки приводит к зависимости потока Φ от якорного тока. Лишь в отдельных случаях, если влияние обмотки параллельного возбуждения намного больше влияния обмотки последовательного возбуждения, двигатель весьма приближенно можно рассматривать как двигатель с параллельным возбуждением.

Попутно сообщим часто применяемые (особенно в иностранной литературе) термины применительно к машинам с последовательным, с параллельным и со смешанным возбуждением. Это (соответственно) *серийные*, *шунтовые* и *компаундные* машины.

Полезно заметить, что при изображении характеристик (8.6) и (8.7) прямыми линиями (т. е. для машин с независимым возбуждением или для двигателей с параллельным возбуждением при мощном источнике питания) тангенс угла наклона характеристик относительно горизонтали определяется сопротивлением $R_{\text{як.ц}}$. Поэтому разность между частотой вращения при идеальном холостом ходе и частотой вращения при любом ненулевом значении абсциссы графика пропорциональна сопротивлению якорной цепи, причем коэффициент пропорциональности зависит от выбранного значения абсциссы. Сказанное очевидно из формул (8.6) и (8.7).

В связи с рассмотрением скоростных и механических характеристик целесообразно оговорить терминологию.

Характеристики, построенные при номинальном питании и номинальных параметрах машины, называются *естественными* (их как для скоростных, так и для механических характеристик, существует по две: вперед и назад). Если характеристика построена при ненормальном значении хотя бы одного из вышеназванных параметров, она называется *искусственной* (очевидно, искусственных характеристик может быть сколько угодно).

Чем меньше зависит частота вращения от нагрузки (от момента или от тока якоря), тем более *жесткой* она считается; в частности, характеристика, представленная прямой линией, перпендикулярной координате, по которой отложена частота вращения, является абсолютно жесткой; чем больше зависит частота вращения от нагрузки, тем более *мягкой* считается характеристика.

В частности, из (8.6) и (8.7) видно, что с уменьшением $R_{\text{як.и.}}$ зависимость частоты вращения от якорного тока или от момента (соответственно) уменьшается, и характеристики оказываются более жесткими.

Изложенный в этом параграфе материал будет применен, в первую очередь, при рассмотрении двигателей постоянного тока; та же методология (рассмотрение механических характеристик) будет использована и ниже — при обсуждении двигателей других типов. Рассмотренные характеристики справедливы и для генераторов (а потому могут быть применены для определения вращающего момента, который должен быть приложен к генератору для обеспечения заданного режима).

§ 8.3. Генератор постоянного тока с независимым возбуждением

Схема генератора с независимым возбуждением, представленная на рис. 8.3, отличается от упомянутой ранее (рис. 8.2, а) тем, что на ней показаны элементы, служащие для регулирования тока возбуждения, и показано, что нагрузка генератора может быть переменной.

При рассмотрении генераторов обычно интересуются токами возбуждения $I_{\text{в}}$ и якорным $I_{\text{я}}$ (или током нагрузки $I_{\text{н}}$), ЭДС E и выходным напряжением U . При этом принято рассматривать ряд двухмерных характеристик, каждая из которых отражает зависимость между двумя из указанных величин при условии неизменности остальных. Такой подход подразумевает, что переход машины в новый режим представляют как ряд последовательных «ступеней», в каждой из которых изменяются лишь две величины. При этом принимается, что скорость, сообщаемая приводным двигателем генератору, всегда постоянна.

Рассмотрим основные характеристики. Характеристика *холостого хода* — зависимость ЭДС от тока возбуждения: $E = f(I_{\text{в}})$ — может быть получена из совместного рассмотрения (8.2, а) и основной кривой намагничивания (рис. 5.17 в § 5.3). Действительно, ЭДС E , в соответствии с (8.2, а),

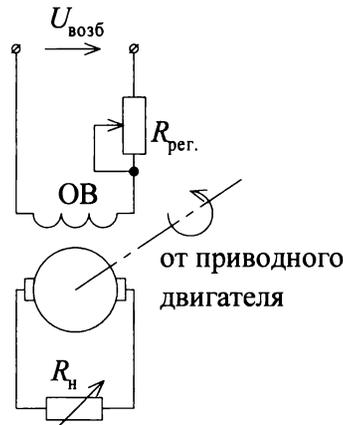


Рис. 8.3. Схема генератора с независимым возбуждением

пропорциональна магнитному потоку, а следовательно, пропорциональна магнитной индукции, а напряженность магнитного поля возбудителя пропорциональна току возбуждения $I_{\text{в}}$. Поэтому график характеристики холостого хода, представленный на рис. 8.4, кривая «а» повторяет график основной кривой намагничивания (рис. 5.17), отличаясь от него только размерностями и масштабами откладываемых по осям координат величин.

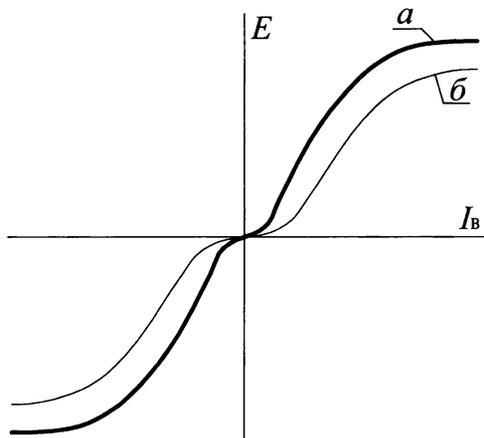


Рис. 8.4. Характеристика холостого хода генератора с независимым возбуждением

Внешнюю характеристику $U = f(I_{\text{н}})$ — рассмотрим на рис. 8.5 (заметим, для генератора с независимым возбуждением понятия $I_{\text{н}}$ и $I_{\text{я}}$ совпадают). Обсуждаемая характеристика — кривая «в» — получается в результате следующих рассуждений. При $I_{\text{н}} = 0$ генератор работает в режиме холостого хода, а потому $U = E$. При $I_{\text{н}} \neq 0$ имеет место падение напряжения на сопротивлении обмоток якоря $\Delta U = I_{\text{н}} R_{\text{я}}$. Это величина, линейно за-

висящая от I_H , а потому учет ее дает прямую *б*. Однако по мере увеличения тока якоря все больше проявляется реакция якоря (см. ниже — § 8.9), в результате которой уменьшается ЭДС генератора, а следовательно, и выходное напряжение; это уменьшение зависит от I_H нелинейно, и учет его дает кривую *в*.

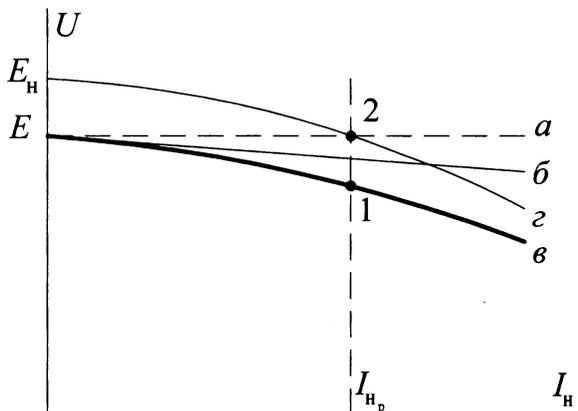


Рис. 8.5. Внешняя характеристика генератора с независимым возбуждением

Регулировочная характеристика: $I_B = f(I_H)$ — представлена на рис. 8.6. Следует предостеречь от попытки определять ее, как «зависимость тока возбуждения от тока нагрузки». Это неверно, ибо ток I_B изменяется отнюдь не в результате процессов в машине: регулировочная характеристика показывает, как следует изменять ток возбуждения генератора с целью сохранить неизменным выходное напряжение U при изменении тока нагрузки I_H .

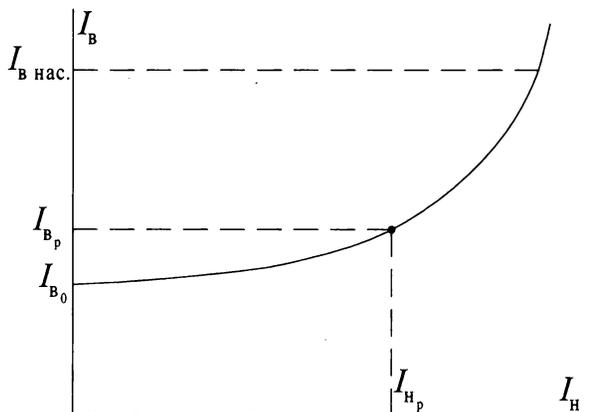


Рис. 8.6. Регулировочная характеристика генератора с независимым возбуждением

Сказанное означает стремление получить вместо зависимости, выраженной внешней характеристикой (линия b на рис. 8.5), зависимость, соответствующую линии a на рис. 8.5.

При $I_H = 0$ начальное значение I_{B_0} определяется по характеристике холостого хода (рис. 8.4) в функции от заданного значения E . При ненулевом токе нагрузки напряжение — при отсутствии регулирования — понизилось бы: в частности, например, при $I_H = I_{H_p}$ получаемое напряжение соответствовало бы ординате точки «1» (см. рис. 8.5). Если же — в соответствии с поставленной целью — надо получить первоначальное напряжение, соответствующее ординате точки «2», то для этого надо, чтоб машина работала по другой внешней характеристике, а именно: по характеристике, соответствующей линии «г» (см. рис. 8.5), проходящей через желаемую точку «2». Но этой характеристике соответствует большее значение ЭДС E_H , в соответствии с которым по характеристике холостого хода (рис. 8.4) определяется новое значение I_{B_p} показанное на рис. 8.6. Из изложенного следует, что с ростом I_H растет I_B . Однако при некотором значении тока возбуждения $I_B = I_{B_{нас}}$ наступает насыщение (см. § 5.3) магнитопровода возбудителя, и дальнейшее увеличение I_B уже не приводит к увеличению магнитного потока. Это означает, что дальнейшее падение напряжения U при росте I_H скомпенсировать невозможно, что и отражается постепенным переходом графика регулировочной характеристики в вертикаль.

Нагрузочной характеристикой генератора называется зависимость $U = f(I_B)$. Из графика внешней характеристики (рис. 8.5) видно, что при $I_H \neq 0$ машина дает $U < E$. В частности, например, для $I_H = I_{H_p}$ разность $E - U$ равна разности ординат точек 2 и 1 (см. рис. 8.5). Из подобных рассуждений следует, что нагрузочная характеристика подобна характеристике холостого хода, но сдвинута относительно нее к абсциссе тем больше, чем больше значение тока нагрузки I_H . Вид нагрузочной характеристики представлен на рис. 8.4 кривой b .

Следует напомнить, что исходным пунктом для рассмотрения характеристик была основная кривая намагничивания сердечника возбудителя — по ней строилась характеристика холостого хода. Но основная кривая намагничивания является однозначной аппроксимацией петли гистерезиса, не являющейся однозначной кривой. Поэтому характеристики, снятые экспериментально с реального генератора, будут несколько отличаться от рассмотренных выше, так как будут соответствовать не основной кривой намагничивания, а той ветви (восходящей или нисходящей) петли гистерезиса, на которой они снимались.

Заметим также, что генератор с независимым возбуждением в принципе может работать при любой полярности возбуждения (а потому схема на рис. 8.3 допускает переключение этой полярности). Из этого следует,

что остаточная намагниченность магнитопровода здесь не требуется, и для уменьшения потерь на перемагничивание магнитопровод сердечника может быть изготовлен из магнитно-мягкого, т. е. с узкой петлей гистерезиса, материала. А чем уже петля гистерезиса, тем меньше погрешности вносит аппроксимация этой петли посредством основной кривой намагничивания.

Генераторы независимого возбуждения применяются в тех случаях, когда надо обеспечить регулирование напряжения в широких пределах и иметь возможность смены его знака. Недостатком этих генераторов является необходимость в отдельном источнике питания для возбуждателя. Правда, этого недостатка не имеют магнитоэлектрические генераторы (т. е. с постоянными магнитами) для малых мощностей.

§ 8.4. Генераторы постоянного тока с самовозбуждением

Генераторы с параллельным, с последовательным и со смешанным возбуждением являются *генераторами с самовозбуждением*, поскольку возбуждители этих машин запитываются током, вырабатываемым самим же генератором.

Наиболее распространены машины с параллельным возбуждением. Представленная на рис. 8.7 схема отличается от упомянутой ранее (см. 8.2, в) тем, что на ней отражена возможность регулирования тока возбуждения и показано, что нагрузка генератора может быть переменной.

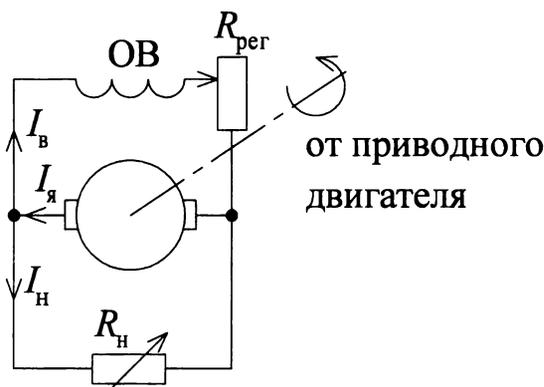


Рис. 8.7. Схема генератора с параллельным возбуждением

Обмотка возбуждения запитывается напряжением якоря, которое при вращении ротора может возникнуть лишь в том случае, если поле возбуждателя уже существует. Из сказанного следует, что генератор начнет создавать ЭДС лишь в том случае, если хотя бы слабое магнитное

поле возбуждителя будет существовать еще до того, как обмотка возбуждения будет запитана. С этой целью магнитопровод возбуждителя изготавливается из материала со сравнительно широкой петлей гистерезиса, т. е. из материала, способного иметь остаточную намагниченность (эта остаточная намагниченность создается до ввода генератора в эксплуатацию заранее посредством однократного пропускания тока от внешнего источника через обмотку возбуждения). Наличие остаточной намагниченности сердечника возбуждителя является *первым условием самовозбуждения*.

При вращении якоря в остаточном магнитном поле возбуждителя в якоре индуцируется ЭДС, и ток возбуждителя, запитанного от якорной цепи, создает дополнительное магнитное поле, суммирующееся с первоначальным — остаточным. Если направления обоих магнитных полей совпадают, то суммарное магнитное поле увеличивается, в результате чего увеличивается ЭДС якоря, а следовательно, еще больше увеличивается ток запитанного от якорной цепи возбуждителя.

Совпадение направления создаваемого магнитного поля и первоначального — остаточного — является *вторым условием самовозбуждения*. Для выполнения этого условия необходимо правильно выбрать направление вращения ротора и полярность подключения возбуждителя к якорной цепи. Из этого условия следует, что (в отличие от генератора с независимым возбуждением) генератор с самовозбуждением может давать напряжение только одной — определенной полярности.

Для дальнейшего рассмотрения процесса самовозбуждения запишем уравнение по II закону Кирхгофа для контура возбуждения в случае работы генератора в режиме холостого хода (при холостом ходе $I_H=0$, а следовательно, $I_B = I_J$):

$$i_B R_J + L_J \frac{di_B}{dt} + i_B R_B + L_B \frac{di_B}{dt} = e. \quad (8.8)$$

Здесь L_J и L_B — индуктивность обмоток якоря и возбуждителя — соответственно, R_J — сопротивление проводов обмотки якоря, R_B — суммарное сопротивление проводов обмотки возбуждения и работающей части регулировочного реостата $R_{\text{пер}}$.

Вспомним, что якорь — в соответствии со своим назначением — должен пропускать большой ток, а возбуждитель — с целью уменьшения потерь на его нагрев — должен пропускать малый ток. Отсюда следует, что провода обмотки якоря имеют большое сечение, а обмотки возбуждения — малое сечение, а потому $R_J \ll R_B$; кроме того, с целью получения сильного магнитного поля возбуждителя при малом его токе возбуждитель должен иметь много витков, а потому $L_J \ll L_B$. Пренебрегая в соответствии со сказанным малыми величинами, перепишем (8.8) в виде

$$i_B R_B + L_B \frac{di_B}{dt} = e$$

или

$$L_B \frac{di_B}{dt} = e - i_B R_B. \quad (8.8, a)$$

Из (8.8, a) следует, что процесс самовозбуждения идет (т. е. $\frac{di_B}{dt} > 0$) только при условии:

$$e > R_B i_B \quad (8.9)$$

Если правая часть (8.9) — это вольт-амперная характеристика сопротивления в цепи возбуждения, то левая часть — ЭДС, для определения которой следует рассмотреть характеристику холостого хода генератора. При этом имея в виду, что обсуждается процесс самовозбуждения, т. е. переходной процесс, характеристику следует строить для мгновенного значения e . Будем исходить из тех же соображений, по которым в предыдущем параграфе, рассматривая генератор с независимым возбуждением, мы строили зависимость ЭДС от тока возбуждения на основании зависимости магнитной индукции от напряженности магнитного поля.

При построении учтем следующие обстоятельства:

- ❖ как было выяснено выше, полярность выходного напряжения изменяться не может, а потому график строим только в первом квадранте;
- ❖ поскольку было выяснено, что материал сердечника возбудителя должен иметь широкую петлю гистерезиса, воздержимся от аппроксимации и будем пользоваться не основной кривой намагничивания, а восходящей ветвью петли гистерезиса (именно восходящей, потому что ЭДС при самовозбуждении будет расти);
- ❖ поскольку было выяснено, что сердечник возбудителя должен иметь остаточную намагниченность, рассматривать будем частную петлю гистерезиса.

График характеристики холостого хода, построенный в соответствии с вышеизложенным, представлен на рис. 8.8 кривой 1 (она соответствует восходящей ветви частной петли гистерезиса, нисходящая ветвь которой дана на графике пунктиром). Начальный участок графика (в окрестности пересечения ординаты) умышленно изображен с нарушением масштаба, а именно, растянут (этот участок графика на рис. 8.8 обведен пунктирным кружком). Это нужно для удобства объяснения и для облегчения понимания той части дальнейшего материала, которая касается остаточной ЭДС и линии, касательной к характеристике холостого хода.

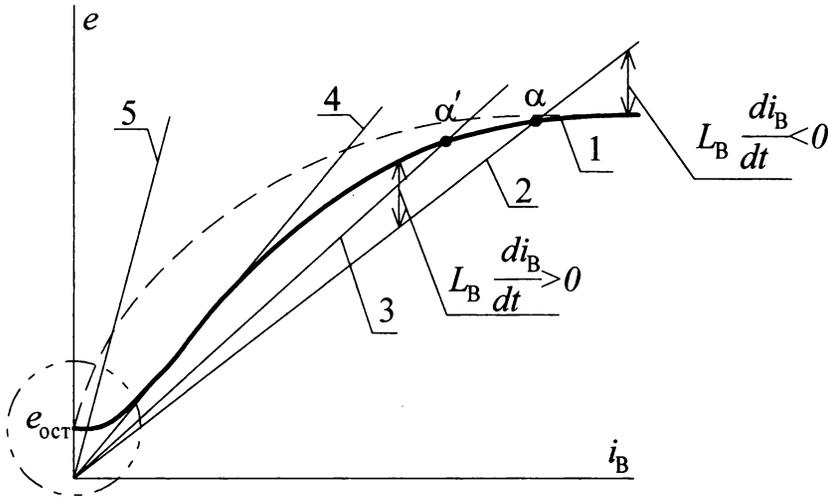


Рис. 8.8. Характеристика холостого хода генератора с параллельным возбуждением

На том же графике линией 2 представлена вольт-амперная характеристика $R_B i_B$ для сопротивления цепи возбуждения (рис. 8.8 — линия 2). Тангенс угла наклона этой линии пропорционален сопротивлению R_B .

Величина $L_B \frac{di_B}{dt}$, являющаяся в соответствии с (8.8, а) разностью значений, определяемых линиями 1 и 2, определяет характер изменения тока i_B :

левее точки α (пересечение линий 1 и 2) $\frac{di_B}{dt} > 0$, и ток i_B растет; правее точки α величина $\frac{di_B}{dt} < 0$, и ток i_B убывает; в точке α величина $\frac{di_B}{dt} = 0$,

что соответствует установившемуся процессу.

Если, например, увеличить R_B (линия 3), установившийся процесс будет иметь место в точке α' , т. е. машина будет возбуждаться до меньшего значения ЭДС.

Увеличение R_B до значения, при котором вольт-амперная характеристика цепи возбуждения окажется касательной к характеристике холостого хода (линия 4), обеспечит изначально нулевое значение $\frac{di_B}{dt}$, и машина

самовозбуждаться не будет. Это значение R_B называется *критическим значением* сопротивления в цепи возбуждения $R_{B, \text{кр}}$. Тем более генератор не будет самовозбуждаться при $R_B > R_{B, \text{кр}}$. (например линия 5). Таким образом, *третьим условием самовозбуждения* является $R_B < R_{B, \text{кр}}$.

Заметим, именно этим обстоятельством объясняется то, что цепь возбуждения генератора с самовозбуждением запитана (см. рис. 8.7) через реостат, а не через делитель напряжения.

При отсутствии самовозбуждения (а также до его начала), ЭДС, создаваемая генератором, будет равна $e_{\text{ост}}$ (см. рис. 8.8), т. е. равна тому значению, которое индуцируется в якоре при вращении его в поле остаточной намагниченности.

При увеличении $R_{\text{в}}$ после того, как генератор уже был возбужден, возврат рабочей точки к началу координат происходит по нисходящей ветви частной петли гистерезиса (на рис. 8.8 — пунктирная кривая)

При обсуждении внешней характеристики генератора с параллельным возбуждением необходимо дополнительно ко всем соображениям, высказанным в предыдущем параграфе применительно к генератору с независимым возбуждением, добавить еще одно: с увеличением нагрузки (рост тока $I_{\text{н}}$) уменьшение напряжения U приводит и к уменьшению тока $I_{\text{в}}$ возбудителя, запитанного тем же напряжением U , а это, в свою очередь, приводит к дополнительному снижению напряжения.

По мере уменьшения сопротивления нагрузки ток нагрузки растет и, когда он достигает некоторого значения (назовем его *критическим* — $I_{\text{н.кр.}}$), напряжение начинает падать уже более интенсивно, чем уменьшается сопротивление нагрузки, что — в соответствии с законом Ома — приводит к тому, что ток $I_{\text{н}}$ начинает вновь уменьшаться. Для пояснения сказанного на рис. 8.9 изображены совместно внешние характеристики генератора с независимым возбуждением (линия 1) и генератора с параллельным возбуждением (линия 2).

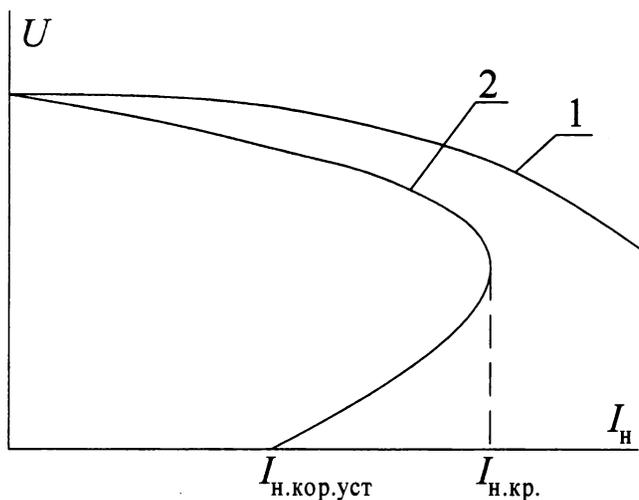


Рис. 8.9. Внешние характеристики генераторов с независимым и с параллельным возбуждением

За точкой, соответствующей $I_{н.кр.}$, уменьшение напряжения и соответствующее уменьшение тока I_n имеет лавинообразный характер, (см. нижний участок кривой 2 на рис. 8.9), напряжение снижается практически до нуля, и машина переходит в режим, именуемый *установившимся коротким замыканием*; ток в этом режиме $I_{н.кор.уст.}$ определяется лишь действием остаточной ЭДС_{ост}, создаваемой остаточным магнитным потоком (см. выше).

Ток $I_{н.кор.уст.}$ обычно невелик — меньше номинального. Важно отметить, что режим установившегося короткого замыкания нельзя путать с внезапным коротким замыканием: при внезапном, т. е. быстром уменьшении напряжения U , ток возбудителя мгновенно уменьшиться не может (в соответствии с законом коммутации — см. § 4.2), а потому в этом случае ток I_n может принять недопустимо большие значения.

Регулировочная характеристика и нагрузочная характеристика генератора с параллельным возбуждением отличается от генератора с независимым возбуждением лишь незначительно; отличие обусловлено тем, что при одном и том же токе нагрузки якорный ток генератора с параллельным возбуждением больше, чем якорный ток в генераторе с независимым возбуждением на величину тока I_b .

Генераторы с последовательным возбуждением (см. рис. 8.2, б) практически не применяются, потому что ток возбуждения в них определяется нагрузкой, а следовательно существенно зависит от нагрузки и выходное напряжение.

Однако роль обмотки последовательного возбуждения в схемах генератора смешанного возбуждения (рис. 8.2, г) представляет определенный интерес. Если магнитные поля обеих обмоток действуют согласно, то при увеличении тока нагрузки будет усиливаться и поле возбуждения, вследствие чего внешняя характеристика машины будет ближе к горизонтальной линии, т. е. выходное напряжение будет более стабильным.

Если же магнитные поля обмоток направлены встречно, то при попытке увеличения тока нагрузки I_n возбуждение машины будет резко уменьшаться, а значит будет уменьшаться и выходное напряжение, в результате чего ток нагрузки может оставаться почти неизменным в большом диапазоне изменения сопротивления нагрузки (а следовательно и напряжение на ней). Такое свойство может быть использовано, например, в сварочных аппаратах.

§ 8.5. Управление двигателями (регулирование). **Предварительные замечания**

В дальнейшем материале настоящего учебного пособия значительное внимание будет уделяться вопросам управления (пуск в ход, реверс, регулирование) двигателями; совокупность этих вопросов иногда называют общим словом: *регулирование*. Принципы подхода к регулированию раз-

личных типов двигателей во многом схожи, поэтому общие для них моменты целесообразно обсудить заранее.

Сделать это удобно в настоящем параграфе, поскольку полученные выше соотношения могут быть использованы в качестве примера, в результате чего обсуждение будет более конкретным.

При пуске в ход любого двигателя могут возникнуть две проблемы: во-первых, существование и величина *пускового момента* (т. е. электромагнитного момента при нулевой частоте вращения ротора) и, во-вторых, величина *пускового тока* (т. е. тока при нулевой частоте вращения). Иными словами, нас должно интересовать, достаточен ли пусковой момент для быстрого набора нужной частоты вращения при данной нагрузке, а также, не является ли величина пускового тока чрезмерной как для сохранности обмоток двигателя, так и с точки зрения перегрузки источника питания.

При *прямом пуске*, т. е. при непосредственном включении еще не вращающегося двигателя в сеть, возможны (особенно — у мощных машин) значения тока, превышающие номинальное значение в десятки раз. Безопасными же для оборудования можно считать значения, превышающие номинал лишь в несколько раз (да и то только потому, что процесс пуска является кратковременным). На практике задаются допустимой кратностью *пускового тока*, т. е. отношением допустимого пускового тока к номинальному.

Следовательно, должны рассматриваться зависимости, связывающие ток и частоту вращения (например, скоростная характеристика (8.6) или схема замещения двигателя, по параметрам которой ток может быть определен).

А далее — при необходимости — должны обсуждаться способы понижения пускового тока до допустимых значений.

Процесс пуска в ход будет тем более кратковременным, чем больше пусковой момент, к тому же пусковой момент должен превышать тот момент, которым при пуске нагружен двигатель: иначе пуск невозможен. Следовательно, должны рассматриваться либо зависимости, связывающие момент с током (например (8.4, а) в § 8.2), либо зависимости, связывающие момент и частоту вращения, т. е. механическая характеристика.

Комплекс вопросов, рассматриваемых при обсуждении реверса, тот же, что и при пуске. Говоря о регулировании частоты вращения, надо, прежде всего, дать определение: *регулирование частоты вращения* — это *намеренное изменение частоты вращения двигателя при одной и той же нагрузке*, то есть при вращении двигателем одного и того же устройства (объекта). Из определения следует, что при обсуждении регулирования частоты вращения следует рассматривать механическую характеристику (связь частоты вращения и момента), причем обязательно рассматривать в совокупности с графиком зависимости внешнего момента, создаваемого нагрузкой, от частоты вращения. Из определения очевидно также, что

просто изменение внешнего момента (например механическое торможение) регулированием частоты вращения не является.

Электрическое торможение двигателя можно определить как процесс, при котором создается электромагнитный момент, встречный (т. е. противоположный по знаку) мгновенному значению частоты вращения. Из определения очевидно, что аппаратом рассмотрения этого процесса являются также механические характеристики.

Для грамотного использования скоростных и механических характеристик необходимо помнить, что каждая из характеристик отражает работу машины при определенных параметрах машины и определенных параметрах ее питания. Поэтому состояние машины отражается точкой (в последующем изложении будем именовать: *изображающей точкой*), обязательно принадлежащей характеристике, соответствующей данным параметрам машины и ее питания. При отсутствии равенства между электромагнитным моментом двигателя и моментом внешней нагрузки изображающая точка будет под действием разностного момента перемещаться, но обязательно по той же характеристике.

При изменении параметров питания или параметров машины график характеристики должен (в соответствии со своим уравнением) измениться.

Заметим, что даже если бы изменение параметров произошло скачкообразно, изменение характеристики произойдет не скачкообразно, ибо переходные процессы, которые начнутся в электрических цепях машины, мгновенными не будут, вследствие чего и характеристика будет изменяться «плавно» (математический термин — непрерывно). А изображающая точка по-прежнему будет принадлежать этой изменяющейся во времени характеристике.

Однако длительность переходного процесса в электрической цепи машины много меньше длительности механического переходного процесса, поэтому за время изменения характеристики частота вращения успеет измениться пренебрежимо мало, и следовательно рассмотренный выше процесс будет на графике выглядеть как переход изображающий точки с предыдущей характеристики на последующую при неизменной частоте вращения (т. е. по горизонтали), после чего изображающая точка будет далее перемещаться по этой новой характеристике. Заметим, что в некоторых быстродействующих системах автоматики длительность механических переходных процессов может быть малой, а потому соизмеримой с длительностью переходных процессов в электрических цепях. Однако упомянутые системы выходят за рамки материала данного учебного пособия и здесь не рассматриваются.

В последующем, рассматривая различные процессы в различных машинах на их характеристиках, будем руководствоваться соображениями, аналогичными изложенным в данном параграфе.

§ 8.6. Регулирование двигателей постоянного тока с независимым возбуждением и двигателей с параллельным возбуждением (при мощном источнике питания)

Рассмотрение проводим в соответствии с § 8.5.

Предварительные замечания: а) механические (8.7) и скоростные (8.6) характеристики этих двигателей изображаются на графиках прямыми линиями (см. § 8.2); б) при частоте вращения, соответствующей идеальному холостому ходу, т. е. в точке пересечения ординаты и характеристики, $I=0$, что — в соответствии с (8.5) — означает равенство приложенного напряжения и противо-ЭДС; отсюда следует, что левее этой точки, т. е. во втором квадранте графика, $E > U$, и следовательно машина переходит в генераторный режим, отдавая энергию в сеть.

Рассмотрим пуск двигателя в ход. В момент пуска частота вращения равна нулю, а потому — см. (8.2) и (8.5) (см. § 8.2) пусковой ток возрастает по сравнению со значением (8.5)

$$I_{\text{я.пуск}} = \frac{U}{R_{\text{я.ц}}}. \quad (8.10)$$

Значение пускового тока можно видеть и на графике скоростной характеристики: это значение абсциссы, при котором скоростная характеристика ее пересекает. Пусть (см. рис. 8.10) линия a — естественная скоростная характеристика.

Тогда, чем более жесткой эта характеристика является, тем большим окажется значение пускового тока в случае прямого пуска. В связи с этим заметим следующее.

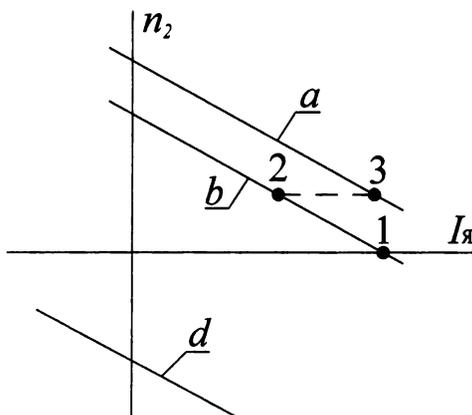


Рис. 8.10. Скоростные характеристики и пуск двигателя при пониженном напряжении

Чем мощнее двигатель, тем больше его якорный ток (в частности и номинальный). Для пропускания большого якорного тока сечение проводов якорной обмотки следует увеличить, в результате чего сопротивление якоря уменьшится. Этим и объясняется то, что сопротивление якоря в машинах мощностью в единицы ватт измеряется несколькими десятками Ом, в то время как в машинах мощностью в сотни киловатт — долями Ом. Отсюда следует: чем машина мощнее, тем жестче ее характеристики, а потому больше значение пускового тока при попытке прямого пуска. Поэтому маломощные машины с их мягкими характеристиками допускают прямой пуск, а вот при пуске в ход мощных машин следует позаботиться об ограничении пускового тока.

В соответствии с (8.10), для уменьшения $I_{я\text{ пуск}}$ следует на время пуска либо уменьшить числитель (8.10), т. е. подаваемое на якорь напряжение U , либо увеличить знаменатель (8.10), т. е. сопротивление якорной цепи $R_{як.ц.}$, вводя последовательно с якорем добавочное сопротивление, именуемое *пусковым реостатом*.

Первому варианту соответствует искусственная характеристика, параллельная естественной, но идущая ниже нее, второму — искусственная характеристика более мягкая, чем естественная.

По мере разгона машины возрастает противо-ЭДС и уменьшается ток якоря (8.5), а потому упомянутые мероприятия по его ограничению перестают быть нужными.

Заметим: из сказанного следует, что если пуск производится с применением пускового реостата, то пусковой реостат по условиям нагрева рассчитывают только на кратковременный режим работы (поскольку пуск двигателя — процесс кратковременный). Поэтому при работе оставлять его на длительное время невыведенным не следует.

Первый вариант пуска иллюстрируется рис. 8.10. Пониженному на время пуска якорному напряжению соответствует искусственная скоростная характеристика — линия b .

Траектория изображающей точки при пуске: из начала координат в точку 1, разгон при пониженном напряжении до точки 2 на искусственной характеристике, переход в точку 3 при повышении напряжения до номинального и далее разгон из точки 3 по естественной характеристике (линия a).

На рис. 8.10 рассмотрен одноступенчатый пуск; однако возможен и многоступенчатый пуск (с повышением напряжения U несколькими последовательными шагами) и возможен пуск с плавным повышением напряжения U .

Второй способ пуска может быть реализован при помощи схемы, упрощенно представленной на рис. 8.11.

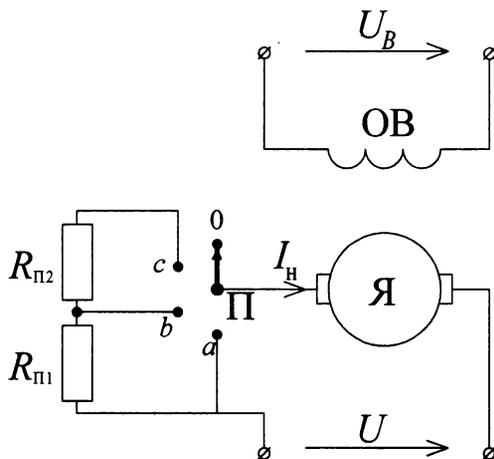


Рис. 8.11. Упрощенная схема пуска двигателя

Пусковой реостат может быть одноступенчатым и многоступенчатым (на рис. 8.10 в качестве примера изображен двухступенчатый: резисторы $R_{П1}$, $R_{П2}$). Когда переключатель П находится в положении «0», якорная цепь не запитана. В положении «с» обе ступени пускового реостата включены последовательно с якорем, что соответствует искусственной характеристике, изображенной на рис. 8.12 линией с; точка 1 показывает на оси $I_{я}$ получающееся значение пускового тока.

После некоторого разгона двигателя ступень пускового реостата $R_{П2}$ выводится (переключатель П переводят в положение b). Наличие в якорной цепи одной ступени $R_{П1}$ соответствует характеристика b ; и изображающаяся точка переходит на нее (из положения 2 в положение 3). Разгон

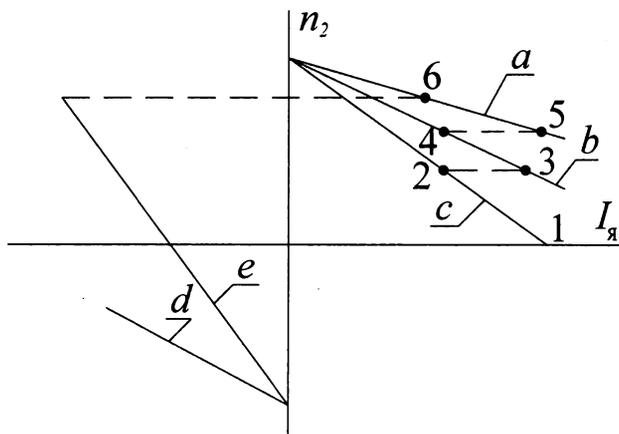


Рис. 8.12. Скоростные характеристики и реостатный пуск двигателя

продолжается, и переключатель Π переводят в положение a , чему соответствует переход изображающей точки из положения 4 в положение 5 на естественной характеристике (линия a на рис. 8.12), по которой продолжается дальнейший разгон двигателя до установившейся частоты вращения (например до точки 6).

При реверсе вышеописанные мероприятия оказываются еще более актуальными. Когда для производства реверса меняют полярность якорного напряжения U , оба слагаемых в числителе (8.5) (см. § 8.2) оказываются одного знака, из чего следует, что $I_{\text{я}}$ окажется примерно вдвое больше, чем $I_{\text{я.пуск}}$ при прямом пуске (8.10). Это же видно и по скоростной характеристике, соответствующей вращению машины в обратном направлении и представленной линиями d на обеих графиках (рис. 8.10 и рис. 8.12). В качестве примера, иллюстрирующего возможный способ решения этой проблемы, на рис. 8.12 показана (линия e) скоростная характеристика, соответствующая реверсу при введении дополнительного сопротивления (пускового реостата) в якорную цепь.

Из двух рассмотренных выше способов первый (временное понижение напряжения) выгоднее, чем второй (меньше потери энергии), однако, он применим только при автономном питании, которое имеет место при работе исполнительных двигателей, а также в системах генератор — двигатель (см. ниже § 8.10). Для приводных двигателей, применяемых в промышленности, как правило, используется реостатный пуск.

Рассматривая **регулирование частоты вращения** в соответствии с § 8.5, возможные манипуляции часто подразделяют на два вида: *якорное регулирование* и *полюсное регулирование* — по тому, в какой цепи (в цепи якоря или в цепи возбуждения) производят изменение.

Регулирование посредством изменения напряжения, подаваемого на якорную цепь, иллюстрируется рис. 8.13.

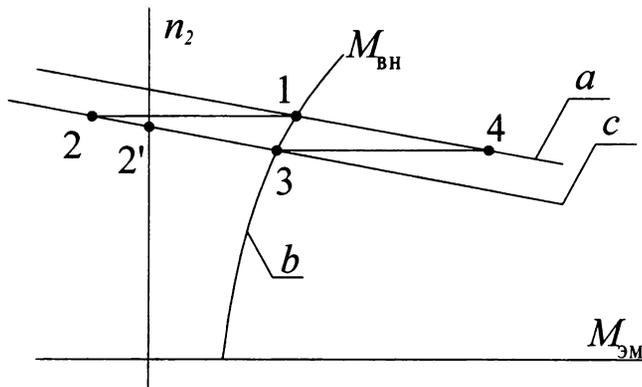


Рис. 8.13. Механические характеристики и регулирование частоты вращения изменением напряжения, подаваемого на якорную цепь

Например, пусть линия a — естественная механическая характеристика двигателя, а линия b — график зависимости внешнего момента, создаваемого нагрузкой, от частоты вращения (конкретный вид этой зависимости определяется характером нагрузки; на рис. 8.13 дан в качестве примера наиболее распространенный вид этой зависимости). Тогда установившееся значение частоты вращения определяется пересечением этих линий — точка 1.

Предположим, мы хотим понизить частоту вращения и для этой цели понижаем напряжение якорной цепи. Этому пониженному напряжению соответствует искусственная характеристика (линия c), проходящая, в соответствии с (8.7) ниже естественной характеристики и параллельно ей.

Траектория изображающей точки: переход на новую характеристику (т. 2) и затем перемещение по ней в т. 3, где $M_{ЭМ} = M_{ВН}$. Таким образом, установившееся значение частоты вращения понизится.

Если теперь, например, повысится напряжение до прежнего значения, то траектория изображающей точки, аналогично предыдущему: в точку 4 и затем к прежнему значению, соответствующему точке 1.

Обратим внимание: возможна ситуация, когда изображающая точка оказывается левее ординаты; это означает (см. выше), что противо-ЭДС оказывается большей, чем приложенное напряжение, и двигатель часть механической энергии, понижая частоту вращения, отдает в виде электрической энергии в сеть. Такой возврат энергии двигателем в сеть называется *рекуперацией*; на рис. 8.13 рекуперация имеет место от точки 2 до точки 2'.

Рассмотренный способ регулирования удобен и экономичен, но применим лишь в случае автономного питания.

Второй способ якорного регулирования — введение дополнительного сопротивления в якорную цепь (заметим: в отличие от пускового реостата, это сопротивление должно быть рассчитано на длительный режим работы). Происходящий процесс иллюстрируется рис. 8.14, где линия a — естественная характеристика, b — отражает момент, создаваемый нагрузкой, линия c — искусственная характеристика, соответствующая введению дополнительного сопротивления в якорную цепь. Траектория изображающей точки: 1-2-3 — от более высокого к более низкому установившемуся значению частоты вращения.

Данный способ невыгоден из-за больших потерь энергии на вводимом дополнительном сопротивлении, а потому может быть применен лишь для двигателей малой мощности.

При полюсном регулировании дополнительное сопротивление вводится в цепь возбуждения, чтобы им регулировать ток возбуждения, а следовательно и магнитный поток. Заметим, что потери энергии на на-

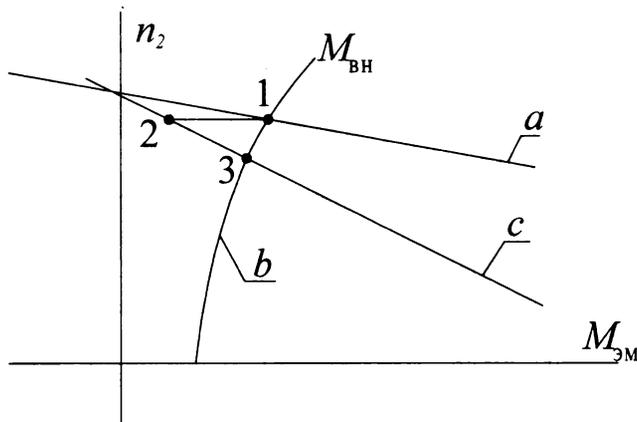


Рис. 8.14. Механические характеристики и регулирование частоты вращения введением сопротивления в якорную цепь

грев дополнительного сопротивления при этом значительно меньше, чем при якорном регулировании, потому что $I_B < I_A$.

Рассмотрим результат, например, увеличения магнитного потока Φ . Из (8.7) видно, что при этом механическая характеристика станет более жесткой, а частота вращения идеального холостого хода понизится. Однако из этого делать выводы еще рано, поскольку нас (в соответствии с определением — см. § 8.5) интересует изменение частоты вращения при какой-то заданной нагрузке.

Из (8.5) при подстановке в нее (8.2, а) видно, что при увеличении Φ ток якоря I_A уменьшится. Однако в формуле (8.4, а) одновременно с уменьшением этого множителя увеличится второй множитель — поток Φ . Какой из этих двух результатов проявится сильнее (т. е. увеличится ли $M_{эм}$, и двигатель начнет вращаться быстрее, или уменьшится, и частота вращения упадет), — зависит от параметров машины. Поэтому рассмотрим два графика: рис. 8.15 и рис. 8.16 — одновременно. На обоих графиках линия *a* — механическая характеристика при меньшем потоке возбуждения, а линия *c* — при большем. Линия *b* — на обоих графиках — зависимость внешнего момента (т. е. нагрузки) от частоты вращения.

Различие между графиками состоит в том, что они даны для двигателей различной мощности. Рис. 8.15 соответствует двигателю большой мощности, следовательно, сопротивление якоря мало, а потому характеристики жесткие, и точка их пересечения — точка *k* — находится правее линии *b*. Рис. 8.16 соответствует двигателю малой мощности, поэтому сопротивление якоря велико, следовательно, характеристики мягкие, и точка их пересечения (*k*) находится левее линии *b*.

Траектория изображающей точки при увеличении Φ на обоих графиках: 1-2-3. Из графиков видно, что для мощной машины это соответству-

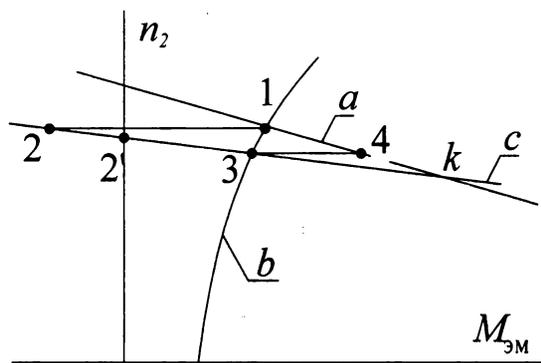


Рис. 8.15. Механические характеристики и полюсное регулирование частоты вращения мощного двигателя

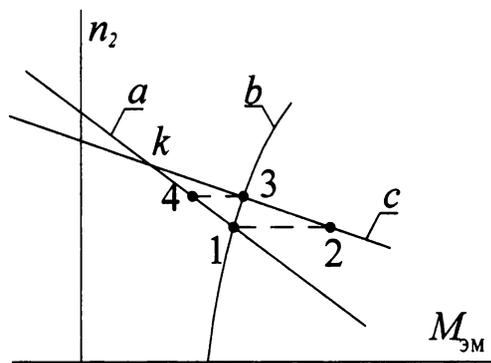


Рис. 8.16. Механические характеристики и полюсное регулирование частоты вращения маломощного двигателя

ет понижению частоты вращения (и даже с рекуперацией на участке 2-2'), а для маломощной — повышению. Примером для первого является любой мощный промышленный двигатель на несколько киловатт и более, а примером второго — маломощный (на несколько десятков ватт) электродвигатель вентилятора или стеклоочистителя в автомобиле.

Для полноты картины на обоих рисунках показана траектория изображающей точки при возвращении Φ к прежнему значению (т. е. при уменьшению Φ). Это 3-4-1.

Для электрического торможения двигателя наиболее очевидным, на первый взгляд, представляется включение двигателя на реверс.

Пусть, например, работа двигателя в исходный момент времени соответствует изображающей точке 1 на механической характеристике, показанной линией *a* на рис. 8.17. С целью торможения двигатель переключают на реверс, что соответствует механической характеристике, показанной линией *b* (она не параллельна линии *a*, а является более мягкой, ибо

предполагается, что для ограничения якорного тока реверс производится, например, с применением пускового реостата). Знак $M_{\text{ЭМ}}$ изменяется на противоположный (точка 2), и начинается торможение. При достижении частотой вращения нулевого значения (точка 3) двигатель следует отключить: в противном случае он начнет разгоняться в противоположную сторону.

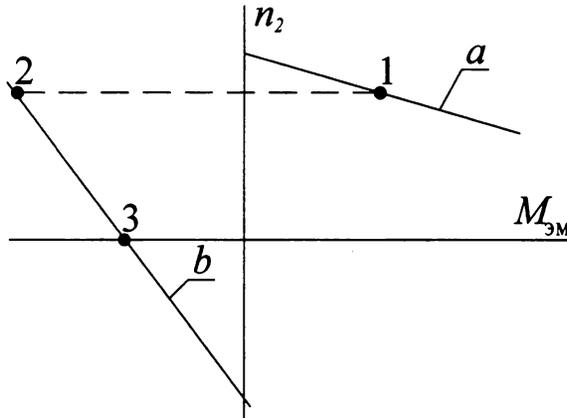


Рис. 8.17. Механические характеристики и торможение при реверсировании

Это отключение производит реле. Простейшим вариантом его мог бы быть механический элемент типа центробежного регулятора, однако существует ряд более совершенных устройств, срабатывающих в функции каких-либо электрических величин, зависящих от частоты вращения; в патентной литературе таких устройств описано около двух десятков: наиболее удачным из используемых названий является *реле нулевой скорости*.

Для описанного способа торможения с использованием реверса будем пользоваться иногда применяемым в литературе термином: *торможение при реверсировании*.

Отрицательным $M_{\text{ЭМ}}$ становится и тогда, когда двигатель переходит в генераторный режим. В соответствии с этим — вторым способом электрического торможения является *рекуперативное торможение* (логичнее было бы называть его подтормаживанием, поскольку оно реализует не полную остановку, а лишь снижение скорости). В рассмотренном выше материале рекуперативное торможение имело место на рис. 8.13, 8.15 на участках траектории изображающей точки 2-2'. Энергетически этот вид торможения наиболее выгоден (энергия возвращается в сеть), и это делает перспективным применение электротранспорта, например, на горных дорогах с длительными участками спуска.

Работа двигателя в генераторном режиме используется и в третьем способе торможения — *электродинамическом*. Для реализации его якорная цепь отключается от сети (при сохранении возбуждения) и замыкается накоротко (либо — при необходимости ограничить якорный ток — на дополнительное сопротивление, которое будем именовать *тормозным*). В результате кинетическая энергия вращающегося ротора преобразуется в электрическую энергию, затрачиваемую на нагрев обмоток ротора (и тормозного сопротивления, если оно применено).

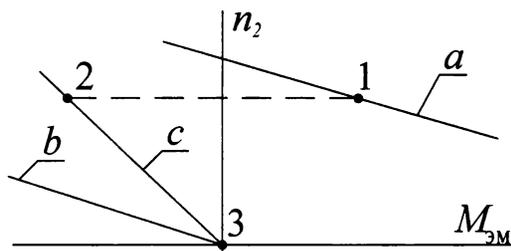


Рис. 8.18. Механические характеристики и электродинамическое торможение

Сказанное иллюстрируется рис. 8.18, где линия *a* — исходная, естественная — механическая характеристика, линия *b* — характеристика, соответствующая замкнутому ротору, отключенному от питания ($U=0$), линия *c* — характеристика, соответствующая замыканию ротора на тормозное сопротивление. Для последнего случая траектория изображающей точки: 1-2-3.

§ 8.7. Рабочие характеристики. Неноминальные режимы

Рассмотренные выше скоростная и механическая характеристики были использованы нами (и будут использоваться далее) для анализа процессов в электрической машине, в частности в двигателе. Однако при практической эксплуатации двигателя потребителя интересуют, в первую очередь, так называемые *рабочие характеристики двигателя*, а именно зависимость частоты вращения n_2 , вращающегося момента (момента на валу) M , тока якоря $I_я$, КПД η от снимаемой с вала мощности P_2 при неизменном напряжении питания и неизменном сопротивлении цепи возбуждения.

Для номинального режима (т. е. при работе на номинальную мощность нагрузки $P_{2ном}$) эти величины легко могут быть либо получены из паспортных данных, либо посчитаны по ним с помощью рассмотренных выше формул. Но на практике двигатель редко работает в номинальном режи-

ме: он может быть либо недогружен, либо перегружен, а рабочие характеристики показывают, как при этом будут изменяться другие величины. Рабочие характеристики снимаются экспериментально. Их приблизительный вид для двигателя с параллельным возбуждением представлен на рис. 8.19 и пояснен ниже.

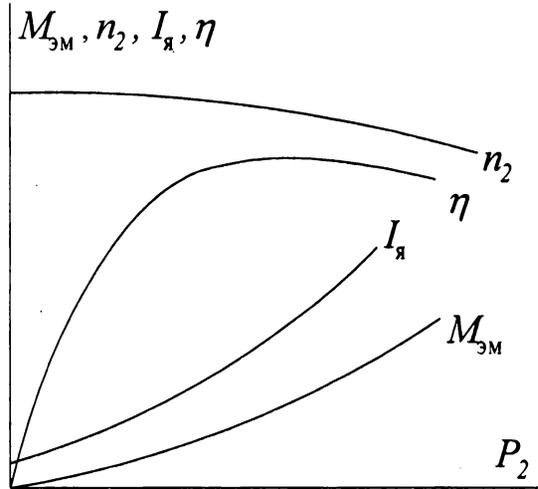


Рис. 8.19. Рабочие характеристики двигателя постоянного тока

График КПД η обсуждался в § 7.3 со ссылкой на § 6.7 и на рис. 6.18.

Формула, связывающая мощность, момент и частоту вращения: $P_2 = 0,105 M n_2$, — позволяет объяснить графики частоты вращения n_2 и момента M . Механическая характеристика двигателя сравнительно жесткая, т. е. увеличение момента понижает частоту вращения незначительно. Поэтому увеличение P_2 происходит в основном за счет увеличения M , что (см. механическую характеристику) незначительно снижает n_2 .

Момент $M = P_2 \frac{1}{0,105 n_2}$ близок к графику прямой пропорциональной

зависимости, но отличается от него тем, что с ростом P_2 незначительно снижается n_2 (см. выше), а следовательно коэффициент пропорциональности увеличивается; поэтому линия M — не прямая, а имеет незначительную вогнутость.

Заметим: момент M , который может быть замерен на валу двигателя, меньше значения электромагнитного момента $M_{эм}$, создаваемого двигателем, на примерно постоянную величину момента, затрачиваемого на преодоление трения.

Ток $I_{я}$, в соответствии с формулой $M_{эм} = C_M \Phi I_{я}$, — должен был бы быть пропорционален электромагнитному моменту. Однако из-за реакции якоря (см. ниже — § 8.9) с ростом $I_{я}$ магнитный поток Φ будет несколько понижаться, а потому кривая $I_{я}$ будет еще более вогнутой, чем кривая момента, и начинаться будет не от нуля, а выше, поскольку $M_{эм}$ больше, чем момент на валу.

Ниже в качестве примера приведем упрощенный численный расчет работы для двигателя с параллельным возбуждением. Цель примера — не только расчет отдельных точек графиков рабочих характеристик, но и углубление понимания студентом материала, изложенного в предыдущих параграфах.

Пример

Задан двигатель с параллельным возбуждением.
Его паспортные данные:

$$\begin{aligned} P_{2\text{ ном.}} &= 2000 \text{ Вт}; & n_{2\text{ ном.}} &= 1400 \text{ об/мин}; \\ U &= 220 \text{ В}; & \eta_{\text{ ном.}} &= 79\%; \\ R_{\text{як}} &= 0,92 \text{ Ом}; & R_{\text{возб.}} &= 360 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

❖ Определяем потребляемые двигателем токи. Потребляемая электрическая мощность

$$P_{\text{вх. ном.}} = P_{2\text{ ном.}} / \eta = 2000 / 0,79 = 2531 \text{ Вт.}$$

Потребляемый ток $I_{\text{общ.}} = \frac{P_{\text{вх. ном.}}}{U} = \frac{2531}{220} = 11,5 \text{ А}$. В том числе, ток возбуждения:

$$I_{\text{в.}} = \frac{U}{R_{\text{возб.}}} = \frac{220}{360} = 0,61 \text{ А}.$$

Номинальный ток якоря $I_{\text{я. ном.}} = I_{\text{общ.}} - I_{\text{в.}} = 11,5 - 0,61 = 10,89 \text{ А}$.

❖ Режим пуска. Пусть разрешена кратность пускового тока, например 5. Тогда

$$I_{\text{я. пуск}} = I_{\text{я ном}} \cdot 5 = 10,89 \cdot 5 = 54,45 \text{ А.}$$

Тогда в момент пуска якорная цепь должна иметь сопротивление

$$R_{\text{як. ц. пуск}} = \frac{U}{I_{\text{я. пуск}}} = \frac{220}{54,45} = 4,04 \text{ Ом.}$$

Так как частью этого сопротивления является сопротивление самого якоря, то сопротивление пускового реостата

$$R_{\text{пуск. реост.}} = R_{\text{як.ц.пуск}} - R_{\text{як.}} = 4,04 - 0,92 = 3,12 \text{ Ом.}$$

❖ Определение ЭДС и частоты вращения, соответствующей идеальному холостому ходу (при выведенном пусковом реостате). Из формулы (8.5)

$$E_{\text{НОМ.}} = U - R_{\text{як.}} I_{\text{я НОМ}} = 220 - 0,92 \cdot 10,89 = 209,98 \text{ В.}$$

Тогда из (8.2, а)

$$(C_e \Phi)_{\text{НОМ}} = \frac{E_{\text{НОМ.}}}{n_{2\text{НОМ}}} = \frac{209,98}{1400} = 0,15 \frac{\text{В}}{\text{об/мин}}.$$

Тогда при идеальном холостом ходе (т. е., когда ЭДС уравновешивает приложенное напряжение полностью)

$$n_{2\text{ид. х.х.}} = \frac{U}{(C_e \Phi)_{\text{НОМ}}} = \frac{220}{0,15} = 1467 \text{ об/мин} -$$

именно при этой частоте вращения механическая характеристика двигателя пересекает ординату.

❖ Определение номинального момента.

$$M_{\text{НОМ}} = \frac{P_{\text{ВЫХ.}}}{0,105 \cdot n_2} = \frac{2000}{0,105 \cdot 1400} = 13,6 \text{ Нм.}$$

Если пренебречь малым (по сравнению с нагрузкой) моментом трения, то из (8.4-а) имеем

$$(C_e \Phi)_{\text{НОМ}} = \frac{M_{\text{НОМ}}}{I_{\text{я НОМ}}} = \frac{13,6}{10,89} = 1,25 \frac{\text{Нм}}{\text{А}}.$$

❖ Определим, при какой нагрузке частота вращения будет равна (например) $n_{21} = 1300$ об/мин.

$$E_1 = (C_e \Phi)_{\text{НОМ.}} n_2 = 0,15 \cdot 1300 = 195 \text{ В и}$$

$$I_{\text{я1}} = \frac{U - E_1}{R_{\text{як}}} = \frac{220 - 195}{0,92} = 27,17 \text{ А,}$$

тогда $M_{\text{эм1}} = (C_m \Phi)_{\text{НОМ}} I_{\text{я}} = 1,25 \cdot 27,17 = 33,94 \text{ Нм.}$

Из изложенного очевидно и решение обратной задачи, а именно: определение частоты вращения при заданном ненормальном моменте (т. е. при перегрузке или при недогрузке двигателя).

❖ Расчет потерь в номинальном режиме.

Вспоминаем (см. § 7.3), что потери делятся на переменные и постоянные:

$$P_{\text{пот.як}} = I_{\text{я}}^2 R_{\text{як}} = 10,89^2 \cdot 0,92 = 109,1 \text{ Вт (переменные потери);}$$

$$P_{\text{пот.возб.}} = I_{\text{в.}}^2 R_{\text{возб.}} = 0,61^2 \cdot 360 = 133,9 \text{ Вт;}$$

$$P_{\text{пот.общ.}} = P_{\text{вх.ном.}} - P_{2\text{ном}} = 2531 - 2000 = 531 \text{ Вт.}$$

Тогда прочие потери (вентиляционные, трение и т. п.)

$$P_{\text{пот.проч.}} = P_{\text{общ.}} - P_{\text{пот.як.}} - P_{\text{пот.возб.}} = 531 - 109,1 - 133,9 = 288 \text{ Вт.}$$

❖ Рассмотрим работу при ненормальном возбуждении (измененным, например, с целью регулирования частоты вращения). Например, пусть в цепь возбуждения ввели дополнительное сопротивление, в результате чего ток возбуждения стал равен 0,9 своего номинального значения, т. е.

$$I'_{\text{в.}} = 0,9 \cdot I_{\text{в.ном}} = 0,9 \cdot 0,61 = 0,549 \text{ А.}$$

Тогда (пренебрегая насыщением магнитопровода возбуждателя) $\Phi' = 0,9\Phi_{\text{ном.}}$, в соответствии с чем

$$(C_e \Phi') = 0,9(C_e \Phi)_{\text{ном.}} = 0,9 \cdot 0,15 = 0,135 \frac{\text{В}}{\text{об/мин}},$$

$$(C_M \Phi') = 0,9(C_M \Phi)_{\text{ном.}} = 0,9 \cdot 1,25 = 1,125 \frac{\text{Нм}}{\text{А}},$$

$$n'_{2\text{ин.хх}} = \frac{U}{(C_e \Phi')} = \frac{220}{0,135} = 1629,6 \text{ об/мин.}$$

Предположим, что при этом двигатель нагрузили моментом, например, $M'_{\text{эм.}} = 15 \text{ Нм}$ (т. е. нагрузка тоже номинальная).

$$I'_{\text{я}} = \frac{M'_{\text{эм.}}}{(C_M \Phi')} = \frac{15}{1,125} = 13,33 \text{ А;}$$

тогда

$$E' = (C_e \Phi') n'_2 = U - I'_{\text{я}} R_{\text{як}} = 220 - 13,33 \cdot 0,92 = 207,74 \text{ В.}$$

Отсюда

$$n'_2 = \frac{E'}{(C_e \Phi')} = \frac{207,74}{0,135} = 1538 \text{ об/мин.}$$

Теперь полезная мощность

$$P'_2 = 0,105 M'_{эм} n'_2 = 0,105 \cdot 15 \cdot 1538 = 2423,6 \text{ Вт},$$

а потребляемая мощность

$$P'_{вх} = U (I'_{я} + I'_{возб.}) = 220(13,33 + 0,549) = 3053,4 \text{ Вт}$$

и КПД в этом режиме

$$\eta' = \frac{P'_2}{P'_{вх}} = \frac{2423,6}{3053,4} = 0,794 = 79,4\%.$$

Мощность потерь каждого вида легко может быть рассчитана аналогично рассмотренному выше.

Рассмотрим, как будет работать двигатель, если при номинальной нагрузке на валу и при номинальном сопротивлении цепи возбуждения вдруг изменится питающее напряжение например, уменьшится до 0,8 от своего номинального значения, т. е. $U_1 = 0,8 \cdot U = 0,8 \cdot 220 = 176 \text{ В}$.

$$\text{Тогда } I''_{возб.} = \frac{U_1}{R_{возб.}} = \frac{176}{360} = 0,488 \text{ А}.$$

В результате этого пропорционально уменьшится поток возбуждения Φ и будет составлять тоже 0,8 от номинала.

Тогда

$$(C_e \Phi'') = 0,8 (C_e \Phi)_{ном} = 0,8 \cdot 0,15 = 0,12 \frac{\text{В}}{\text{об/мин}},$$

$$(C_M \Phi'') = 0,8 (C_M \Phi)_{ном} = 0,8 \cdot 1,25 = 1 \text{ Нм/А}.$$

Значение нагрузочного момента мы приняли прежним, и

$$I''_{я} = \frac{M_{ном}}{(C_M \Phi'')} = \frac{13,6}{1} = 13,6 \text{ А},$$

тогда:

$$E'' = U_1 - I''_{я} R_{як} = 176 - 13,6 \cdot 0,92 = 163,5 \text{ В},$$

$$n''_2 = \frac{E''}{(C_e \Phi'')} = \frac{163,5}{0,12} = 1362,4 \text{ об/мин}.$$

Расчет потребляемой мощности, КПД и потерь при изменившемся напряжении питания аналогичен рассмотренному выше.

§ 8.8. Двигатели с последовательным и со смешанным возбуждением

В двигателях с последовательным возбуждением (рис. 8.2, б) ток якорной цепи является одновременно и током возбудителя $I_B = I_A$, в результате чего у машины появляются новые (по сравнению с рассмотренным ранее) свойства.

С учетом принятого выше упрощающего допущения о том, что магнитная цепь возбудителя не насыщена, считаем магнитный поток Φ пропорциональным току возбуждения, а следовательно — для серийных машин — пропорциональным якорному току:

$$\Phi = kI_A, \quad (8.11)$$

где k — коэффициент пропорциональности. Подставляя (8.11) в (8.6), получаем уравнение скоростной характеристики для двигателя с последовательным возбуждением:

$$n_2 = \frac{U}{C_e k I_A} - \frac{R_{\text{як.ц}}}{C_e k I_A} I_A = \frac{U}{C_e k} \cdot \frac{1}{I_A} - \frac{R_{\text{як.ц}}}{C_e k}. \quad (8.12)$$

На графике первый член (8.12) дает гиперболическую зависимость, а второй — постоянную величину, из чего следует, что искомая скоростная характеристика должна иметь вид гиперболы, смещенной вниз на постоянную величину, что и показано на левой части рис.8.20.

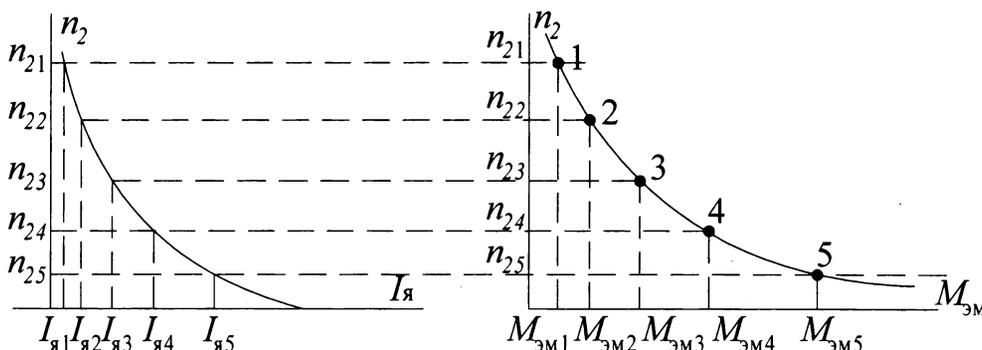


Рис. 8.20. Построение скоростной и механической характеристик двигателей с последовательным возбуждением

Подставляя (8.11) в (8.4, а), получаем:

$$M_{\text{эм}} = C_M \cdot k \cdot I_A^2. \quad (8.13)$$

Построим координатные оси механической характеристики рядом с полученным графиком скоростной характеристики. Зададимся некоторым произвольным значением частоты вращения; пусть это будет n_{21} на рис. 8.20. Этой частоте вращения соответствует ток $I_{я1}$. Рассчитав по вышерассмотренным формулам значение электромагнитного момента $M_{эм1}$ при данной частоте вращения, нанесем соответствующую точку на график (точка 1 на правой части рис. 8.19).

Теперь зададимся следующим произвольным значением частоты вращения (n_{22} на рис. 8.18); ему соответствует значение тока $I_{я2}$, больше, чем $I_{я1}$ в m раз. Но из 8.13 следует, что на механической характеристике $M_{эм2}$ будет больше, чем $M_{эм1}$, в m^2 раз, в соответствии с чем наносим на график точку 2. Продолжая аналогичным образом построение (например, точки 3, 4, 5 на рис. 8.20), получаем построенную по точкам механическую характеристику рассматриваемого двигателя (правая часть рис. 8.20).

Построенные графики позволяют сделать ряд выводов о свойствах данного двигателя. Перечислим их.

1. Графики лежат только в одном — первом — квадранте, из чего следует, что двигатель не может иметь реверса (это вытекает и из физических соображений: при смене полярности питания меняют знак и напряжение на якоре, и поток возбуждения).

2. При малой нагрузке на валу частота вращения весьма высока, из чего следует, во-первых, что данный двигатель может быть применен там, где требуются высокие частоты вращения, и, во-вторых, что работа двигателя вообще без нагрузки — опасна, так как может привести к разному.

3. Характеристики мягкие, т. е. частота вращения зависит от нагрузки на валу существенно.

4. При малой частоте вращения момент на валу весьма высок. Двигатель обладает улучшенными пусковыми свойствами, что прослеживается из сравнения (8.4, а) и (8.13). Действительно, пусть разрешена кратность пускового тока, например, 4.

Тогда двигатель с независимым возбуждением или с параллельным возбуждением (см. § 8.6) обеспечит, в соответствии с (8.4, а) пусковой момент, который больше номинального в 4 раза. А двигатель с последовательным возбуждением обеспечит, в соответствии с (8.13), момент, который больше номинального в 16 раз.

Из перечисленных свойств вытекают области применения двигателей данного типа.

Каждый из рассмотренных типов двигателей (с параллельным возбуждением и с последовательным возбуждением) имеет свои достоинства. Стремление совместить эти достоинства приводит к идее применения двигателей со смешанным возбуждением (рис. 8.2, з).

Рассмотрим это совмещение достоинств. Действительно, при малых частотах вращения, в соответствии с (8.2) и (8.5), якорный ток велик, а следовательно велик и магнитный поток, создаваемый последовательной обмоткой возбуждения, в результате чего увеличивается $M_{эм}$, и, следовательно, пусковые свойства двигателя улучшаются. При больших значениях частоты вращения якорный ток мал, а следовательно мал и магнитный поток, создаваемый последовательной обмоткой возбуждения. В этом случае основную роль играет магнитный поток параллельной обмотки, а потому характеристика становится жесткой, удобно использовать методы регулирования частоты вращения, рассмотренные в § 8.6; кроме того исключается опасность разноса, так как частота вращения при идеальном холостом ходе (при отсутствии нагрузки) становится конечной.

Соотношение конструктивных и электрических параметров последовательной и параллельной обмоток (а стало быть и соотношение их магнитных потоков) определяется назначением конкретного двигателя.

Например, двигатели смешанного возбуждения могут быть применены в транспорте (последовательная обмотка улучшает пусковые свойства, а параллельная позволяет удобно реализовать методы регулирования). Другим примером является двигатель автомобильного стартера (последовательная обмотка обеспечивает большой момент при раскрутке, а параллельная предохраняет двигатель от разноса, обеспечивая конечность частоты вращения в случае работы без нагрузки).

§ 8.9. Краткие сведения об устройстве якоря. Реакция якоря

С точки зрения авторов, устройство якоря целесообразно конкретизировать лишь после того, как у студента уже появились какие-то представления о работе машины: в противном случае устройство якоря будет воспринято студентом абстрактно.

В школьном курсе физики первоначальное представление об устройстве машины постоянного тока дается при рассмотрении рамки с током (рис. 8.21) вращающейся в магнитном поле возбудителя вокруг оси, показанной на рисунке штрих-пунктирной линией.

В дальнейшем изложении будем пользоваться термином: *геометрическая нейтраль*. Это плоскость, проходящая через ось вращения рамки (ротора) и перпендикулярная магнитным силовым линиям поля возбудителя. Заметим, отсюда следует, что геометрическая нейтраль является границей между соседними полюсными делениями (см. § 7.2).

Вообще же понятию *нейтраль* можно дать более строгое определение: *это геометрическое место точек, где нормальная к поверхности якоря (т. е. радиальная) составляющая вектора индукции магнитного поля в зазоре между ротором и статором равна нулю.*

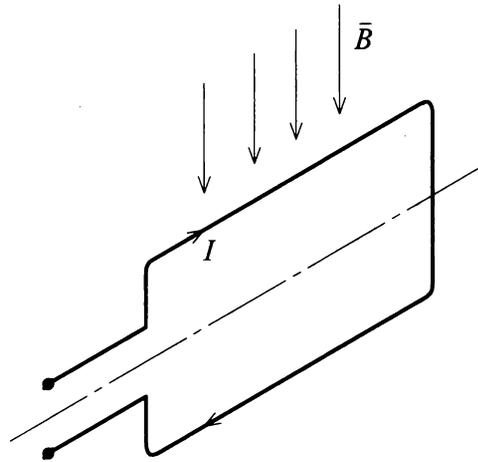


Рис. 8.21. Представление простейшего ротора в виде вращающейся рамки с током

Ранее была обоснована необходимость наличия ферромагнитного сердечника и необходимость перемены полярности подключения якоря в функции его поворота. Кроме того, важно обратить внимание на следующее. Если рассматривается генератор, то модуль ЭДС, наводимой в проводах рамки, максимален, когда плоскость рамки параллельна магнитным силовым линиям возбудителя, и равен нулю, когда плоскость рамки перпендикулярна им, т. е. при прохождении рамки через геометрическую нейтраль. Если рассматривается двигатель, то вектор силы Ампера всегда перпендикулярен магнитным силовым линиям, но вращающий момент создается не всей этой силой, а лишь той ее составляющей, которая коллинеарна вектору линейной скорости провода рамки при ее вращении. Модуль этой составляющей, аналогично рассмотренному выше, максимален, когда плоскость рамки параллельна магнитным силовым линиям, и равен нулю, когда плоскость рамки совпадает с геометрической нейтралью.

Вышеизложенное наталкивает на мысль, о том что было бы целесообразно выполнить обмотку якоря (которым здесь является ротор) не двумя проводами одной рамки, а значительно большим количеством проводов, параллельных оси вращения и вращающихся вокруг этой общей оси, но при этом каждый следующий провод сдвинут вокруг этой оси относительно предыдущего провода на определенный (один и тот же) фиксированный угол. Если все эти провода участвуют в работе одновременно, то получаемый результат (модуль ЭДС — для генератора, и модуль момента — для двигателя) будет ближе к постоянному, ибо в любом положении ротора работает одна и та же совокупность проводов (просто по мере поворота ротора провода сменяют друг друга).

Эти провода должны быть соединены друг с другом последовательно (параллельное соединение не подходит, поскольку ЭДС в каждом проводе различна, т.к. зависит от его углового положения). Существенно, что все эти провода должны быть подключены к цепи все время, но полярность их подключения должна изменяться при прохождении провода через геометрическую нейтраль.

Реализация изложенной идеи приводит к двум типам конструкции якоря: к *кольцевому якорю* и к *барabanному якорю*. Процессы, происходящие в якорях обеих конструкций, аналогичны, поэтому рассмотрение их удобнее провести на кольцевом якоре как на более простом.

Магнитопровод кольцевого якоря можно упрощенно представить как отрезок ферромагнитной трубы; на «стенки» этой трубы наложены витки обмотки, имеющие одно и то же направление (рис. 8.22).

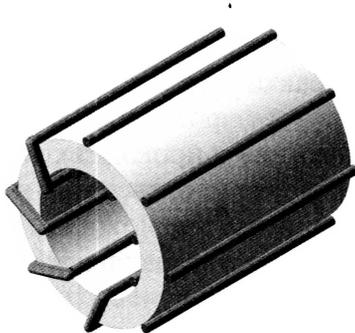


Рис. 8.22. Упрощенное изображение ротора кольцевого типа

Обмотка замкнутая, т. е. не имеет ни начала, ни конца.

Предположим, магнитная система машины имеет одну пару полюсов; пусть вектор магнитной индукции поля возбuditеля направлен, как и на рис. 8.21, сверху вниз, тогда геометрической нейтралью является горизонтальная (на рисунке) плоскость, проходящая через ось вращения.

Активной частью обмотки (т. е. той частью обмотки, которая взаимодействует с магнитным полем возбuditеля) являются лишь части витков, а именно провода, идущие по образующим наружной цилиндрической поверхности магнитопровода. Провода, идущие по образующим внутренней цилиндрической поверхности, экранированы магнитопроводом ротора. А провода на торцевых поверхностях ротора с магнитным полем не взаимодействуют, поскольку магнитный поток, пронизывающий их, при вращении ротора не изменяется.

Обмотку можно рассматривать как ряд соединенных последовательно одинаковых *секций*. Секция может состоять из нескольких витков уложенных рядом друг с другом в одной плоскости; в частном случае секция

может быть одновитковой. (Для упрощения будем считать, что секции рассматриваемых здесь обмоток — одновитковые.)

Со стороны одного из торцов якоря (например, на рисунке — ближайшего к нам) от начала каждой секции сделаны отводы; каждый отвод подсоединен к своей ламели на коллекторе; таким образом, каждая секция обмотки оказывается включенной между двумя соседними ламелями коллектора.

В плоскости геометрической нейтрали с ламелями контактируют щетки: одна — плюсовая, вторая — минусовая. (На рис. 8.22 коллектор и щетки не показаны, чтоб не усложнять рисунок.) Упрощенно можно считать, что ламели коллектора кольцевого якоря расположены на цилиндрической поверхности, являющейся продолжением наружной цилиндрической поверхности якоря.

В результате такого соединения всегда — вне зависимости от мгновенного положения вращающегося ротора — во всех активных частях обмотки, находящихся выше геометрической нейтрали, токи будут течь в одну и ту же сторону, а во всех активных частях обмотки, находящихся ниже геометрической нейтрали — в противоположную сторону; таким образом, при прохождении активным проводником геометрической нейтрали направление тока в нем будет меняться (что и требуется в соответствии с принципом действия машины).

Электрическая схема якоря, получающаяся в результате, показана на рис. 8.23.

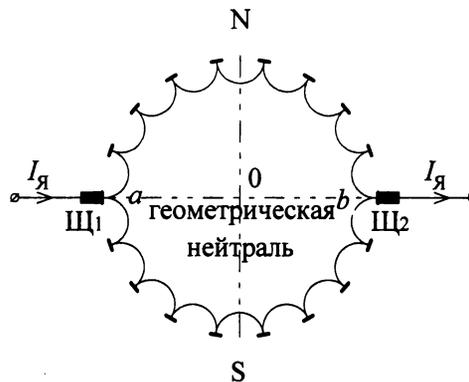


Рис. 8.23. Электрическая схема якоря, изображенного на рис. 8.22

Наличие магнитного поля возбуждителя отражено на рисунке буквами N , S , показывающими расположение магнитных полюсов возбуждителя. На рис. 8.23 полюса расположены по вертикали, поэтому геометрической нейтрали соответствует горизонтальная линия ab , проходящая через центр рисунка. Из рис. 8.23 видно, что обмотка якоря в любой момент представляет собой две параллельных ветви, к которым через рамки ламели подключены щетки (на рис. 8.23 щетки обозначены квадратиками с буквой Щ; ламели показаны по наружной окружности).

Расположение этих параллельных ветвей в пространстве относительно полюсов неизменно, так как определяется только положением щеток. При вращении якоря секции, пересекая геометрическую нейтраль, попеременно переходят из одной ветви в другую.

Якорная цепь должна быть подключена все время; отсюда следует, что к моменту, когда в процессе поворота ротора одна пара ламелей сходит со щеток, следующая пара ламелей уже должна со щетками контактировать. Таким образом, получается, что каждая из щеток в момент перехода с одной ламели на другую замыкает накоротко секцию обмотки, заключенную между ламелью, сходящей со щетки, и следующей ламелью, находящейся на щетку. Если в витках секции наводится ЭДС, то при замыкании накоротко в витках потечет ток короткого замыкания, а затем при разрыве цепи (ламель сходит со щетки) должно возникнуть искрение. Но витки, замыкаемые щетками, находятся в момент замыкания на геометрической нейтральной, следовательно (если никаких магнитных полей, кроме поля возбуждателя, нет) ЭДС в этих витках наводиться не должна.

Напомним: переключение в электрической цепи называется, в соответствии с терминологией, введенной в § 4.1, *коммутацией*. В результате коммутации в цепи (в данном случае — в коммутируемых щетками секциях) имеют место переходные процессы (см. главу IV).

Обсуждавшееся выше соответствовало простейшему случаю — машине с одной парой полюсов; при большем числе пар полюсов схема усложняется. Рассмотрим якорь машины, имеющей, например, две пары полюсов. На рис. 8.24 показаны электрическая схема якоря, получающаяся в этом случае (на рис. 8.24, как и ранее каждая секция представлена одним витком).

Как видно из рисунка, теперь геометрических нейтральных оказывается две: на рис. 8.24 это $a0b$ и $c0d$. Одному полюсному делению соответствует не 180 геометрических градусов (как было при одной паре полюсов —

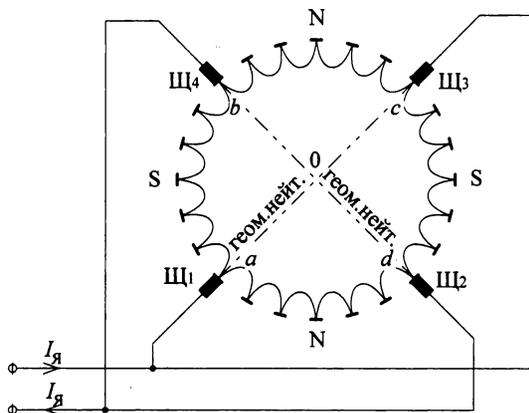


Рис. 8.24. Электрическая схема якоря, имеющего две пары полюсов

см. рис. 8.22), а 90 геометрических градусов (или 180 электрических градусов — см. § 7.2). Расположенные по геометрическим нейтралям щетки, выполняющие одинаковые функции, соединены параллельно: щетка Щ_1 соединена со щеткой Щ_3 , а щетка Щ_2 — со щеткой Щ_4 . В результате получается, что якорный ток течет не по двум параллельным ветвям (как в предыдущем случае), а по четырем: $\text{Щ}_1 - \text{Щ}_2$, $\text{Щ}_1 - \text{Щ}_4$, $\text{Щ}_3 - \text{Щ}_2$, $\text{Щ}_3 - \text{Щ}_4$ (см. рис. 8.24). Как и в предыдущем случае, в каждой секции (витке) направление тока меняется при пересечении геометрической нейтрали.

В качестве иллюстрации к рис. 8.23 и 8.24 студентам можно сообщить способ проверки исправности якоря машины постоянного тока в кустарных условиях: контакты тестера, работающего в режиме омметра, подключаются к щеткам машины, отключенной от питания; затем якорь проворачивают вручную. При исправном якоре сопротивление остается неизменным, а при неисправном якоре (например, перегорела какая-то секция) — сопротивление изменяется в функции поворота якоря. Способ пригоден и для барабанного якоря, поскольку электрическая схема его, как будет видно дальше, аналогична схеме кольцевого якоря.

Основным недостатком конструкции кольцевого якоря является неэкономичность: действительно, в каждом витке значительная часть провода, экранированная сердечником, не работает. К тому же, конструкция, в которой провода проходят внутри сердечника, нетехнологична. Этих недостатков лишен барабанный якорь, применяемый в настоящее время.

Магнитопровод барабанного якоря имеет цилиндрическую форму. Чтобы перейти от кольцевого якоря к эквивалентному ему барабанному, надо, не нарушая электрическую схему, вынести неактивную (экранированную магнитопроводом кольцевого якоря) часть витка на наружную поверхность барабанного якоря, лежащую по противоположную сторону от геометрической нейтрали. В результате каждый виток обмотки на барабанном якоре будет иметь две активные стороны (в отличие от одной — на кольцевом). Изложенное иллюстрируется на рис. 8.25; как и на рис. 8.22 коллектор и щетки на рис. 8.25 не показаны, чтоб не усложнять рисунок.

Все, рассмотренное ранее для кольцевого якоря, остается справедливым и для барабанного. Необходимо пояснить одну конструктивную особенность, чтоб она не вызвала недоумения впоследствии при взгляде на реальную машину.

Когда говорят, что щетки расположены по геометрической нейтрали, это означает, что щетки коммутируют те секции якорной обмотки, которые в данный момент пересекают геометрическую нейтраль. В случае кольцевого якоря это приводит к тому, что щетки и конструктивно расположены на геометрической нейтрали. В случае же обмотки барабанного якоря активные части одной и той же секции, проходящей через геометрическую нейтраль, находятся не рядом, а по разным сторонам одного и того



Рис. 8.25. Ротор машины постоянного тока

же полюсного деления (см. рис. 8.25). Ламели, к которым подсоединяются начала и концы каждой секции, конструктивно удобно расположить равноудалено от концов секции; поэтому ламели коммутируемых секций окажутся посередине полюсного деления, т. е. в плоскости полюсов; в этой же плоскости ставятся, следовательно, и щетки. Таким образом, щетки, считающиеся расположенными по геометрической нейтральной (по электрической схеме), конструктивно расположены в плоскости полюсов.

Попутно сообщим еще один термин: элементы обмотки, соединяющие активные ее части (для барабанного якоря это элементы, расположенные на торцах якоря, в том числе, провода, ведущие к ламелям), называются *лобовыми частями обмотки*.

Существуют различные типы обмоток якоря. Рассмотрение этого вопроса, важное для тех, кому придется проектировать машины, не является необходимым для тех, кому предстоит лишь использовать машины. Поскольку именно для этих читателей предназначено данное пособие, здесь ограничимся лишь пояснением того, на чем базируется разница между различными типами обмоток.

Если машина (а следовательно и ее якорь) имеет p пар полюсов, то обмотка якоря имеет $2p$ полюсных делений. И, например, если имеется две пары полюсов, то распределение магнитных полей в первом полюсном делении будет таким же, как и в третьем, а во втором — таким же, как в четвертом. Поэтому одну и ту же секцию обмотки можно подсоединить между, например, k -й и $(k+1)$ -й ламелями коллектора одного и того же полюсного деления или между, k -й ламелью одного, например, первого деления и $(k+1)$ -й ламелью третьего полюсного деления. Преимущества и недостатки того или иного выбора в данном пособии не рассматриваются; укажем лишь, что различные типы обмоток являются развитием того или иного выбора из этой альтернативы.

Изложенное в данном параграфе объяснение устройства якоря позволяет обсудить *реакцию якоря*: этим термином называют *влияние магнитного поля*, создаваемого якорным током, на работу машины.

Щетки, посредством которых якорь подсоединен к внешней цепи, расположены (по электрической схеме — см. выше) по геометрической нейтральной, и поэтому геометрическая нейтральная делит якорь на области с противоположными неизменными направлениями тока в витках обмотки.

Сказанное позволяет рассматривать обмотку якоря как соленоид, ось которого перпендикулярна оси вращения ротора (якоря) и лежит в плоскости геометрической нейтрали, а потому перпендикулярна вектору магнитной индукции поля возбuditеля. При холостом ходе якорный ток мал, однако при увеличении нагрузки якорный ток возрастает, и возникает направленное по оси этого соленоида поле, созданное якорным током. В результате, если в ненагруженной машине (т. е. при холостом ходе) работало только поле возбuditеля, то в нагруженной машине возникает суммарное поле, являющееся результатом сложения поля возбuditеля и поля, созданного якорным током; векторы магнитной индукции этих полей перпендикулярны друг другу. Нетрудно сообразить, вектор магнитной индукции этого суммарного поля направлен уже не по оси полюсов возбuditеля, а под углом к этой оси. Вследствие этого поворачивается и нейтраль — плоскость, перпендикулярная магнитным силовым линиям магнитного поля. В отличие от геометрической нейтрали, эту новую нейтраль называют *физической нейтралью*, и говорят, что физическая нейтраль поворачивается относительно геометрической нейтрали. (Заметим, что при идеальном холостом ходе якорный ток равен нулю, поэтому реакция якоря отсутствует, и, следовательно, физическая и геометрическая нейтрали совпадают).

В результате этого в витках секции, коммутируемых находящимися на геометрической нейтрали щетками, в момент коммутации наводится ЭДС, а потому при сходе ламелей со щеток возникает искрение; оно будет тем сильнее, чем больше смещение физической нейтрали относительно геометрической. В частности, при большой нагрузке машины это искрение может стать столь интенсивным, что воздух вблизи поверхности коллектора ионизируется, становится электропроводным, и по поверхности коллектора возникает дуговой разряд, замыкающий накоротко коллекторные пластины и соответствующие секции обмотки. Это явление, именуемое «круговым огнем», в течение нескольких десятков секунд безнадежно выводит машину из строя.

Кроме того, нетрудно сообразить, что активные элементы якорной обмотки, оказавшиеся в секторе, возникшем между геометрической нейтралью и развернувшейся относительно нее физической нейтралью, работают встречно остальным активным элементам обмотки, находящимся по ту же сторону от геометрической нейтрали.

Из-за того что при повороте физической нейтрали относительно геометрической суммарное магнитное поле оказывается несимметричным относительно оси магнитных полюсов возбuditеля, напряженность магнитного поля уменьшается под одним краем каждого полюсного наконечника возбuditеля и увеличивается под другим. Однако было бы ошибочным считать, что в результате этого суммарное магнитное поле под

всей поверхностью полюсного наконечника останется прежним. Дело в том, что как правило, магнитопровод возбuditеля проектируется так, что он работает в режиме, близком к насыщению (с целью уменьшения его размеров). Если учесть это обстоятельство, то становится ясно, что при больших нагрузках машины уменьшение магнитного потока под одним краем полюсного наконечника уже никак — из-за насыщения — не может быть скомпенсировано увеличением магнитного потока под другим краем полюсного наконечника. Таким образом, при большой нагрузке реакция якоря приводит и к уменьшению магнитного потока полюсов, т. е. реакция якоря оказывает размагничивающее действие.

Для уменьшения влияния вышеперечисленных отрицательных последствий реакции якоря в машинах принимают ряд мер, основные из которых — это установка *дополнительных полюсов и компенсационной обмотки*.

Назначением дополнительных полюсов является компенсация магнитного поля реакции якоря в районе геометрической нейтрали с целью уменьшения ЭДС, наводимой в секциях обмотки в момент их коммутации щетками, т. е. при прохождении их через геометрическую нейтраль. Из сказанного следует, что конструкция дополнительных полюсов должна обеспечивать их локальное действие (только в районе геометрической нейтрали), а расположены они должны быть по геометрической нейтрали.

Назначением компенсационной обмотки является восстановление магнитного поля, уменьшенного размагничивающим действием реакции якоря. В соответствии со сказанным, проводники компенсационной обмотки укладываются в специальных пазах на внутренней поверхности полюсных наконечников полюсов возбuditеля.

Реакция якоря выражена тем сильнее, чем больше якорный ток. Отсюда следует, что предназначенные для борьбы с ней компенсационную обмотку и обмотки дополнительных полюсов целесообразно запитывать тем же якорным током, т. е. включать их последовательно с якорной цепью. Однако следует иметь в виду, что, несмотря на это, указанные меры компенсировать реакцию якоря полностью не могут. Это объясняется тем, что магнитные явления в системах с ферромагнитным сердечником имеют нелинейный характер, причем конкретные параметры нелинейности определяются не только материалом, но и геометрией магнитопровода. Но магнитное поле реакции якоря создается обмоткой, находящейся на магнитопроводе якоря, а меры по компенсации принимаются при помощи обмоток, находящихся на другом магнитопроводе — на магнитопроводе возбuditеля.

Кроме вышерассмотренных мер борьбы с последствиями реакции якоря, применяются и дополнительные меры (особенности конструкции, особенности обмоточных схем, выбор материала щеток). Здесь эти меры не обсуждаются.

§ 8.10. Дополнительный материал к главе VIII

Назначением данного параграфа является обзорное рассмотрение некоторых конструктивных решений и некоторых вариантов применения обсужденных выше машин.

Применение машин постоянного тока в качестве исполнительных двигателей часто требует уменьшения габаритов двигателя и уменьшения момента инерции его ротора. С этой точки зрения интересна конструкция, в которой ротор выполнен в виде полого стакана. При работе двигателя вращается этот стакан и связанный с ним коллектор, а ферромагнитный сердечник ротора, находящийся внутри этого полого стакана, неподвижен (его иногда называют *внутренним статором*).

На рис. 8.26 схематически показано сечение такой конструкции, где обозначено: 1 — статор, 2 — ротор, 3 — внутренний статор, 4 — коллектор, 5 — щетки. Статорные и роторные обмотки на рисунке (для упрощения) не показаны. Заметим лишь, что роторные обмотки могут быть, например, впрессованы в пластмассовый ротор или нанесены на него посредством печатного монтажа; статорные обмотки могут быть с целью уменьшения габаритов расположены не на внешнем статоре а на внутреннем.

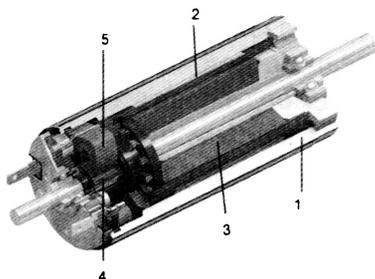


Рис. 8.26. Изображение конструкции двигателя с внутренним статором

Представляет интерес конструкция, в которой уменьшение габаритов достигнуто за счет применения *дискового ротора*, обмотка которого уложена по радиусам. Полюсы статора подходят к ротору — диску — с торцов, поэтому активными элементами обмотки ротора являются радиальные части витков.

При обсуждении применения машины постоянного тока в качестве приводного двигателя интересно рассмотреть систему «генератор — двигатель» (система Леонарда), схема которой представлена на рис. 8.27.

В этой системе приводной двигатель ПрД вращает генератор Г, имеющий обмотку возбуждения ОВГ.

Рабочий механизм РМ приводится в движение двигателем Д, запитанным от генератора Г и имеющим обмотку возбуждения ОВД.

Если в качестве приводного применен двигатель, имеющий ограниченный диапазон регулирования частоты вращения и не очень удобную меха-

ническую характеристику (например, двигатели внутреннего сгорания имеют малый пусковой момент, из-за чего требуется применение редукторов типа «коробки скоростей»), то система Леонарда этих недостатков лишена.

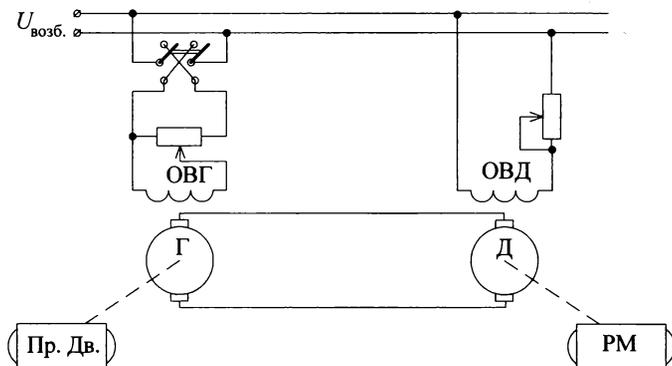


Рис. 8.27. Схема системы Леонарда (системы «генератор — двигатель»)

Кратко рассмотрим процессы в системе. Пуск двигателя Д в ход производится при пониженном напряжении генератора, регулируемом напряжением питания ОВГ. Регулирование частоты вращения двигателя Д производится и якорное (изменением питания ОВГ), и полюсные (изменением питания ОВД); поэтому диапазон регулирования частоты вращения получается широким. Электрическое торможение производится также изменением питания ОВГ. При этом возможна не только рекуперация, но и электродинамическое торможение: при обесточенной ОВГ якорь генератора Г будет играть роль тормозного сопротивления.

Большой интерес представляет так называемый *вентильный двигатель*, являющийся развитием идей, заложенных в двигателе постоянного тока.

Роль возбудителя играет в этой машине ротор. С целью избежать применения скользящих контактов, необходимых для подвода электроэнергии к ротору, машина делается магнитоэлектрической, т. е. возбудитель (ротор) представляет собой постоянный магнит.

Якорем двигателя является статор. Из материала этой и предыдущей глав очевидно, что в этом случае при вращении ротора (возбудителя) необходимо производить коммутацию якоря (статора) в функции углового положения ротора. Эта коммутация производится не при помощи механического переключения, а посредством полупроводниковых элементов — вентилях. Управление работой этих вентилях может производиться при помощи бесконтактных (например, индуктивных, оптических) датчиков, срабатывающих, например, когда мимо них проходят выступы, имеющиеся на диске, установленном на валу двигателя. Такое устройство позволяет обойти ряд трудностей, возникающих при применении обычного щеточно-коллекторного аппарата.

В заключение главы остановимся еще на одной разновидности двигателей — на *коллекторных двигателях переменного тока*.

Появление этих машин (конец XIX в) можно представить как попытку приспособить двигатели постоянного тока, уже тогда существовавшие, к питанию переменным током, получавшим все большее распространение.

Так как якорная цепь запитывалась переменным током, то переменным током следовало запитывать и возбудитель с целью обеспечения знакопостоянства момента ($M_{эм} = C_M \Phi i_{я} = C_M k i_{в} i_{я}$ — см. выше). Схема параллельного возбуждения для этого плоха: при подаче одного и того же напряжения на возбудитель и на якорь токи в них будут отставать от напряжения по фазе на разные углы (индуктивность возбудителя, как уже объяснялось выше, больше, чем индуктивность якоря). В результате обеспечить знакопостоянство момента не удастся. Схема же последовательного возбуждения для этого пригодна: при последовательном соединении возбудителя и якоря $i_{в} = i_{я}$, а потому фазы этих токов совпадают и, следовательно, $M_{эм}$ будет знакопостоянен на протяжении всего периода питающего напряжения. Но, как следует из § 8.8, двигатель с последовательным возбуждением обеспечивает высокую частоту вращения при малой нагрузке и высокий момент при малой частоте вращения. Именно благодаря этим свойствам коллекторные двигатели переменного тока используются и в настоящее время, несмотря на то, что по экономическим показателям они существенно уступают асинхронным двигателям. Как будет показано в главе IX, частота вращения асинхронной машины не превышает частоту вращения ее магнитного поля, которая при питании от промышленной сети может быть (7.3, а) не более 3000 об/мин. Момент же асинхронного двигателя при понижении частоты вращения существенно не возрастает.

Из вышесказанного следует, что коллекторные двигатели переменного тока находят широкое применение в бытовой технике (например, двигатели для пылесоса, имеющего частоту вращения около 14000 об/мин, для кухонных комбайнов, для электроинструмента, для электрополотера и т. д.). Существенно заметить, что если требуется плавное изменение частоты вращения, то в этих машинах оно реализуется достаточно просто.

Следует добавить, что коллекторные двигатели переменного тока можно считать и универсальными, поскольку они могут работать и при питании постоянным током. При этом, однако, надо сделать оговорку. На постоянном токе индуктивное сопротивление отсутствует, а потому, чтобы сохранить одно и то же значение тока при любом питании, необходимо либо понизить постоянное напряжение, либо предусмотреть систему зажимов для питания переменным или постоянным током так, чтобы для первого случая (переменный ток) подключалась не вся обмотка возбуждения, а лишь часть ее (т. е. меньшее сопротивление).

ГЛАВА IX АСИНХРОННЫЕ МАШИНЫ

§ 9.1. Устройство и принцип действия асинхронной машины

Среди машин переменного тока наиболее распространенными являются асинхронные машины.

Выше (см. § 7.2) было показано, что, запитав обмотки возбуждителя трехфазным переменным током, можно создать вращающееся (относительно возбуждителя) магнитное поле. Угловая скорость и частота вращения этого магнитного поля называются *синхронными*.

В асинхронной машине возбуждателем является статор, а функцию якоря выполняет ротор.

Если угловая скорость ротора почему-либо становится равной синхронной угловой скорости, то в обмотках якоря, оказавшихся неподвижными относительно поля возбуждителя, ЭДС этим полем не наводится. Если же угловая скорость ротора отличается от синхронной, то магнитное поле возбуждителя, пересекая обмотки якоря, наводит в них ЭДС. Именно этот принцип подвода энергии к якорю — за счет электромагнитной индукции — и применяется в обсуждаемом классе машин. Поскольку такой способ передачи энергии от возбуждителя к якорю возможен только при несинхронной угловой скорости ротора, эти машины называются *асинхронными* (приставка «а» обозначает отрицание).

Направление ЭДС, наводимой полем возбуждителя в обмотках якоря (ротора), можно определить по правилу правой руки (см. § 7.1; во избежание возможной ошибки, уточним, что, применяя правило правой или левой руки к цепям вращающегося ротора, мы должны делать это в системе отсчета, неподвижной относительно магнитного поля т. е. за направление скорости или силы принимать направление движения проводника или направление силы — соответственно — относительно магнитного поля).

Если обмотки ротора каким-либо образом замкнуты, то ЭДС, наведенная в роторе, создает токи. Далее, применяя правило левой руки, можем легко убедиться, что эти токи, взаимодействуя с тем же магнитным полем возбуждителя, создадут электромагнитный момент, направленный так, чтобы уравнивать угловые скорости ротора и магнитного поля. Заметим, однако, что если эти угловые скорости почему-либо стали бы равными, то наводимые в обмотках ротора ЭДС, а следовательно и упомянутый электромагнитный момент оказались бы нулевыми. Для численной оценки разности этих угловых скоростей (а значит и частот вращения) вводится понятие *скольжения* s асинхронной машины:

$$s = \frac{\Omega_0 - \Omega_2}{\Omega_0} = \frac{n_0 - n_2}{n_0}. \quad (9.1)$$

Напомним, индекс «0» мы применяем для величин, относящихся к магнитному полю, индекс «2» — для величин, относящихся к ротору, индекс «1» — для величин, относящихся к статору. Значения $\Omega_0 = \frac{\omega_1}{p}$ и $n_0 = \frac{60f}{p}$ были определены в § 7.2.

Как видно из (9.1), при синхронной угловой скорости ротора $s = 0$, при неподвижном роторе будет $s = 1$, если ротор почему-либо станет опережать вращающееся поле, то будет $s < 0$, и, если ротор почему-либо вращается в направлении, встречном направлению вращения поля, то $s > 1$.

Из (9.1) следует соотношения, которыми удобно будет пользоваться в дальнейшем:

$$\Omega_2 = \Omega_0(1 - s); \quad n_2 = n_0(1 - s). \quad (9.2)$$

Из вышеизложенного очевидно, что магнитное поле возбuditеля является подвижным (вращающимся) относительно магнитопроводов, как возбuditеля, так и якоря, а следовательно оба магнитопровода должны быть (см. § 7.2) неявнополюсными и шихтованными.

Для углубления понимания обратим внимание на то, что ЭДС в роторе (якоре) наводится вращающимся относительно ротора полем, а потому эта ЭДС, а значит и токи ротора, создаваемые ею, являются переменными. А переменные токи ротора создадут магнитное поле ротора, которое будет вращаться относительно ротора. Поэтому следует предостеречь от типичной ошибки, подчеркнув, что, хотя сам ротор отстает от вращающегося поля возбuditеля (статора), отсюда вовсе не следует, что от поля статора отстает и поле ротора: напротив, угловые скорости вращения обоих полей (и статора, и ротора) всегда одинаковы — независимо от того, как вращается ротор. Это уже обсуждалось в § 7.1, а применительно к асинхронной машине будет конкретно и показано ниже (см. § 9.3)

Роторы асинхронных машин бывают двух типов: *короткозамкнутые и фазные*.

Более простым (следовательно и более дешевым) является *короткозамкнутый* ротор (см. рис. 9.1). Круглые листы, из которых набирают шихтованный магнитопровод ротора, выполняются либо с пазами на наружной окружности, либо с отверстиями вблизи нее. В результате собранный из этих листов магнитопровод имеет либо отверстия, либо пазы вдоль образующих цилиндрического тела ротора. В эти отверстия (или

пазы) вводятся медные или алюминиевые стержни: они при изготовлении ротора либо запрессовываются, либо получают посредством заливки расплавленного металла. С обоих торцов цилиндрического ротора концы этих стержней замкнуты кольцевыми токопроводящими элементами (иногда при отливке эти кольцевые элементы изготавливаются с вентиляционными лопастями на них). Таким образом, стержни являются активными элементами обмотки, а торцевые кольца — ее лобовыми частями. Совокупность этих стержней и колец и являются обмоткой короткозамкнутого ротора.

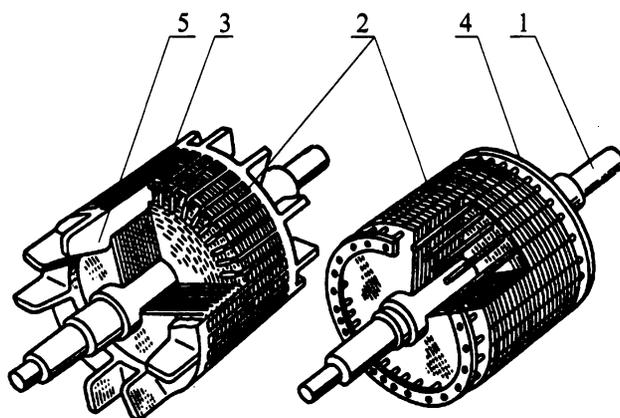


Рис. 9.1. Короткозамкнутый ротор

1— вал, 2— стержни, 3— сердечник ротора, 4— замыкающие кольца, 5— вентиляционные лопасти

Магнитное поле статора, вращаясь относительно ротора, наводит в стержнях обмотки ЭДС, которые, нетрудно сообразить, сдвинуты по фазе друг относительно друга. Поэтому мы вправе считать, что в обмотке ротора индуцируется m — фазная ЭДС, где m — число стержней. Любое из двух колец (т. е. лобовых частей) мы при этом можем считать нейтральной точкой этой системы, соединенной по схеме «звезда». Тогда второе кольцо мы можем рассматривать как элемент, замыкающий эту «звезду» накоротко.

Заметим: хотя число фаз статора и ротора, как следует из вышеизложенного, может быть различным, число пар полюсов будет обязательно одинаковым, потому что распределение токов между стержнями обмотки ротора обуславливается полем статора, индуцировавшим эти токи.

Заметим также, что описанную выше короткозамкнутую обмотку часто называют *беличьей клеткой*.

Обмотка *фазного* ротора тоже соединяется по схеме «звезда», однако выходные концы этой звезды не соединяются между собой накоротко на

роторе (как в предыдущем случае), а выводятся во внешнюю цепь при помощи укрепленных на валу машины изолированных *контактных колец* и скользящих по ним щеток, укрепленных на статоре. Такая конструкция позволяет подключиться к роторной цепи извне и — по необходимости — замыкать ее либо накоротко, либо через какие-то резисторы, или просто выводить во внешние устройства многофазную ЭДС, индуцированную в обмотках ротора.

Число контактных колец должно быть равно числу фаз ротора, и поэтому для упрощения конструкции фазный ротор делается с малым количеством фаз, как правило, трехфазным. Каждая фаза выполняется теперь уже не в виде одного стержня, а посредством большого количества витков, уложенных на определенном секторе ротора.

Вид асинхронного двигателя с фазным ротором представлен на рис. 9.2.

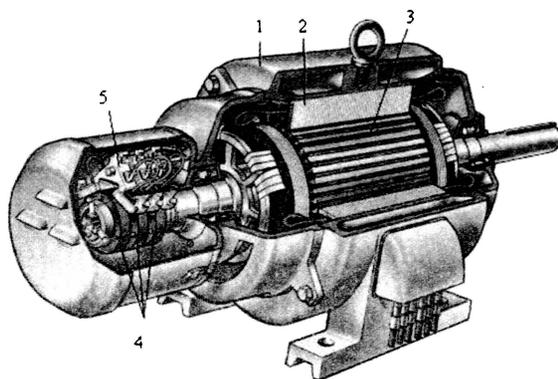


Рис. 9.2. Асинхронный двигатель с фазным ротором

1 — станика, 2 — обмотка статора, 3 — ротор, 4 — контактные кольца, 5 — щетки

Заметим, в отличие от короткозамкнутого ротора, распределение токов между обмотками в схеме фазного ротора оказывается фиксированным. Поэтому, в случае изменения схемы включения обмоток статора, необходимо производить и соответствующее изменение схемы соединения обмоток ротора.

§ 9.2. Асинхронная машина с заторможенным ротором

Из изложенного в предыдущем параграфе следует, что по сущности электрических процессов (передача энергии от одной обмотки к другой за счет взаимной индуктивной связи) асинхронную машину можно рассматривать как трансформатор. Недостатки такого трансформатора очевидны: вынужденное наличие воздушного зазора в магнитопроводе (между ротором и статором) и сложность конструкции (по сравнению

с обычным трансформатором). Но магнитное поле первичной обмотки, наводящее ЭДС во вторичной, вращается (в отличие от поля обычного трансформатора). Отсюда следует, что сдвиг по фазе между напряжением первичной обмотки и напряжением вторичной можно изменять, изменяя угловое положение ротора относительно статора. Именно эта возможность и обуславливает целесообразность применения асинхронной машины с заторможенным ротором в трансформаторном режиме.

Естественно, в этой роли используются машины только с фазным ротором: ведь необходима возможность доступа извне к электрическим цепям ротора.

Угол фазового сдвига, который может потребоваться, лежит в диапазоне ± 180 электрических градусов; отсюда следует, что скользящие контакты (контактные кольца — щетки) можно заменить постоянными соединениями при помощи гибких проводов, позволяющих осуществить подсоединение к роторной цепи при любом угловом положении ротора в указанном диапазоне.

Заметим, что на заторможенный ротор, находящийся во вращающемся магнитном поле, действует значительный электромагнитный момент. Поэтому для поворота ротора и фиксации его в требуемом положении применяется червячный механизм, позволяющий выполнять эту операцию вручную или при помощи маломощного двигателя.

Включение машины с заторможенным ротором может быть осуществлено в двух вариантах: либо по схеме трансформатора, либо по схеме автотрансформатора.

Схема по первому варианту очевидна: входное напряжение подается на статорные обмотки, выходное — снимается с роторных, и сдвиг по фазе выходного напряжения относительно входного можно регулировать, изменяя угловое положение ротора. Обсуждаемое устройство называется *фазорегулятором* и применяется в измерительных устройствах и устройствах автоматики.

Схема по второму варианту приведена на рис. 9.3. Входное напряжение подается на роторные обмотки. На схеме они соединены звездой. Выходное напряжение снимается со статора; таким образом, каждая фаза вторичной обмотки состоит из одной фазы статорной обмотки и одной фазы роторной обмотки, соединенных последовательно. В результате каждая фаза получившегося автотрансформатора аналогична схеме, рассмотренной на рис. 6.16 (см. § 6.5) в случае подачи входного напряжения на зажимы 2-2' и снятия выходного напряжения с зажимов 1-1' (см. рис. 6.16).

Из схемы на рис. 9.3 видно, что в каждой фазе

$$\dot{U}_{\text{вых}} = \dot{U}_{\text{ст}} + \dot{U}_{\text{рот}} \quad (9.3)$$

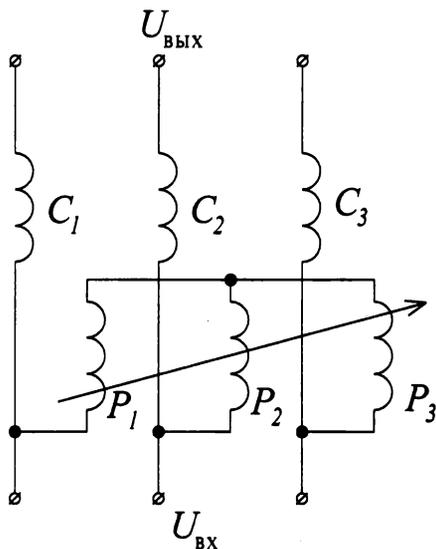


Рис. 9.3. Схема индукционного регулятора

Поскольку угол сдвига фаз между статорным напряжением и роторным (т. е. входным) определяется положением, в котором заторможен ротор, векторная диаграмма, соответствующая записи (9.3), имеет вид, представленный на рис. 9.4, где годографом вектора $\dot{U}_{\text{рот}}$ является окружность с центром в начале этого вектора (на рис. 9.4 показана пунктиром).

В соответствии с этим, действующее значение выходного напряжения можно плавно регулировать в диапазоне $(U_{\text{ст}} - U_{\text{рот}}) \leq U_{\text{вых}} \leq (U_{\text{ст}} + U_{\text{рот}})$. Обсуждаемое устройство называется *индукционным регулятором* и применяется для плавного регулирования действующего значения напряжения при питании переменным током отдельных потребителей, например, электропечей, систем пуска в ход мощных двигателей и т. д.

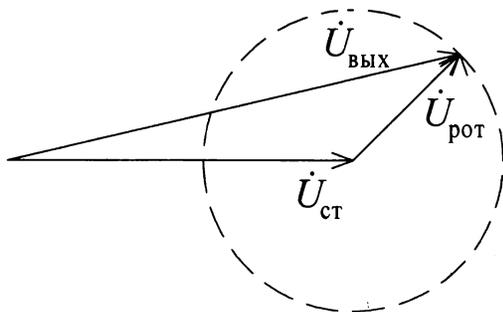


Рис. 9.4. Векторная диаграмма для одной фазы индукционного регулятора

§ 9.3. Схемы замещения асинхронной машины

Для дальнейшего рассмотрения асинхронных машин было бы удобно воспользоваться схемой замещения. В предыдущем параграфе уже указывалось, что асинхронную машину по сущности электрических процессов можно рассматривать как трансформатор. Схема замещения трансформатора была нами обсуждена в § 6.4, и результат обсуждения был представлен в виде Т-образной схемы на рис. 6.13, б.

Основным шагом при построении схемы замещения являлась операция приведения параметров вторичной обмотки к первичной обмотке. При этом для пересчета параметров вторичной цепи (т. е. для приведения их) использовался коэффициент приведения, равный соотношению вторичного и первичного напряжений в идеализированном трансформаторе (соотношение ЭДС в первичной и вторичной обмотках идеализированного трансформатора). Для обычного трансформатора этим соотношением являлся коэффициент трансформации $k_{тр}$, равный отношению чисел витков первичной и вторичной обмоток.

В асинхронной машине этот вопрос усложняется. Действительно, если ЭДС первичной цепи (статора асинхронной машины) E_1 определяется, как и в обычном трансформаторе, только напряжением, приложенным к первичной обмотке, то ЭДС вторичной цепи (ротора асинхронной машины) E_2 зависит не только от числа витков, но и от того, с какой скоростью вращающееся магнитное поле статора пересекает обмотки ротора. Таким образом, ЭДС вторичной цепи зависит также от частоты вращения ротора, а следовательно от скольжения (см.(9.1)). Поэтому Т-образная схема замещения, рассмотренная в § 6.4 для трансформатора, пригодна для асинхронной машины только при фиксированном значении скольжения, например, для машины с заторможенным ротором ($s = 1$). Для машины же с вращающимся ротором, когда частота вращения может изменяться, эта Т-образная схема применена быть не может, поскольку не может быть определен коэффициент приведения.

Цель дальнейшего материала данного параграфа — это поиск приемов, позволяющих свести режим работы асинхронной машины с вращающимся ротором в эквивалентному режиму работы той же машины при заторможенном (т. е. неподвижном) роторе. Результатом решения этой задачи явится возможность применения схемы замещения к анализу работы асинхронного двигателя.

В соответствии с известной из курса физики формулой: $P = M\Omega$, — связывающей мощность с угловой скоростью и вращающим моментом, мощность, создаваемая вращающимся магнитным полем статора асинхронной машины,

$$P_m = M_{эм} \Omega_0, \quad (9.4)$$

где, $M_{эм}$ — вращающий момент, создаваемый электромагнитным полем. Напомним, что P_0 — это не вся мощность, подведенная к машине, а только мощность, передаваемая ротору магнитным полем и оставшаяся после того, как уже были затрачены мощности потерь в статоре на нагрев его обмоток и на потери в его сердечнике на перемагничивание и вихревые токи.

Вращающееся магнитное поле, наводя ЭДС электромагнитной индукции в обмотках ротора, создает в них ток. Проходя по обмоткам ротора, этот ток нагревает их; мощность, затрачиваемую на указанные электрические потери в роторе, обозначим $P_{эл2}$. Магнитное поле обмоток ротора намагничивает сердечник ротора; поскольку ток в роторных обмотках переменный, возникают потери в сердечнике ротора, обусловленные перемагничиванием и вихревыми токами; обозначим их $P_{серд2}$. Вышеизложенное можно выразить формулой:

$$P_0 = P_{эл2} + P_{серд2} + P_2, \quad (9.5)$$

где P_2 — механическая мощность, которую имеет вращающийся с угловой скоростью Ω_2 ротор:

$$P_2 = M_{эм} \Omega_2 = M_{эм} \Omega_0 (1 - s) = P_0 (1 - s) \quad (9.6)$$

(в последней записи использована подстановка (9.2) и (9.4)).

Вращающийся несинхронно с полем ротор пересекается этим полем с относительной угловой скоростью

$$\Omega_0 - \Omega_2 = \Omega_0 - \Omega_0 (1 - s) = \Omega_0 s. \quad (9.7)$$

Частота тока (а значит и ЭДС) в обмотках связана с угловой скоростью соответствующего вращающегося магнитного поля формулой, аналогичной (7.3), рассмотренной в § 7.2. Поэтому частота ЭДС, наводимой в обмотках ротора полем, пересекающим эти обмотки с угловой скоростью (9.7), равна:

$$\omega_2 = (\Omega_0 s) p = (\Omega_0 p) s = \omega_1 s. \quad (9.8)$$

Заметим, что из той же формулы (7.3) вытекает и то, что магнитное поле ротора, созданное токами ротора, имеющими частоту ω_2 , будет вращаться относительно ротора с угловой скоростью

$$\frac{\omega_2}{p} = \frac{\omega_1 s}{p} = \Omega_0 s.$$

В соответствии со школьным курсом физики, скорость этого магнитного поля относительно статора равна сумме скорости магнитного поля относительно ротора и скорости ротора относительно статора, т. е. $\Omega_0 s + \Omega_2 = \Omega_0 s + \Omega_0 (1 - s) = \Omega_0$.

Таким образом, мы получили формульное подтверждение высказанной в § 7.1 мысли о том, что в работающей машине магнитные поля статора и ротора в пространстве взаимно неподвижны вне зависимости от угловой скорости вращения.

Остановимся подробнее на результате (9.8). Во-первых, асинхронные двигатели, как правило, работают при малых скольжениях (порядок величины s в номинальном режиме — это обычно около 0,1 и меньше). Отсюда следует, что частота, с которой магнитопровод ротора перемагничивается роторными токами, мала, а потому потери в сердечнике $P_{\text{серд}2}$ малы; и, пренебрегая ими, (9.5) можно переписать:

$$P_0 = P_{\text{эл}2} + P_2, \quad (9.5, a)$$

что с учетом (9.6) дает

$$P_0 = P_{\text{эл}2} + P_0(1 - s),$$

откуда получаем зависимости, которые далее будем использовать:

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{эл}2} &= s P_0 \\ P_0 &= \frac{1}{s} P_{\text{эл}2} \end{aligned} \right\} \quad (9.9)$$

Из (9.9), кстати, следует, что при больших скольжениях будут велики потери мощности $P_{\text{эл}2}$; это еще раз подтверждает целесообразность проектирования асинхронных двигателей таким образом, чтобы их номинальное скольжение было малым.

Во-вторых, от частоты ω_2 (9.8) зависит индуктивное сопротивление роторной цепи, а от частоты пересечения обмоток ротора магнитным полем (9.7) зависит ЭДС электромагнитной индукции, наводимая в роторной цепи. Поэтому для указанных величин введем двойные обозначения: индекс «2s» будем применять для значений, получающихся во вращающемся роторе (x_{2s} , e_{2s} , E_{2s}), а индекс «2» оставим для значений, получающихся в неподвижном роторе, т. е. при $s = 1$ (x_2 , e_2 , E_2). Тогда для роторных цепей, имеющих индуктивность L_2 ,

$$x_{2s} = \omega_2 L_2 = (\omega_1 s) L_2 = (\omega_1 L_2) s = x_2 s. \quad (9.10)$$

А для ЭДС ротора, определяемой как минус производная от потокоцепления, амплитуда которого Ψ_m , а частота определяется в соответствии с (9.7), имеем:

$$e_{2s} = -\frac{d[\Psi_m \sin(\Omega_0 s)t]}{dt} = -\Psi_m \Omega_0 s \cos(\Omega_0 s)t. \quad (9.11)$$

Из (9.11) видно, что действующее значение этой ЭДС, меньшее в $\sqrt{2}$ раз, чем ее амплитуда, равно:

$$E_{2s} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Psi_m \Omega_0 s = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \Psi_m \Omega_0\right) s = E_2 s. \quad (9.12)$$

В соответствии с рассмотренным в § 9.1 принципом действия асинхронного двигателя, каждую фазу роторной обмотки можно представить как замкнутую цепь, состоящую из активного сопротивления r_2 и реактивного сопротивления x_{2s} , причем к этой цепи приложена ЭДС, определяемая (9.11), (9.12). Соответствующая схема представлена на рис. 9.5, а.

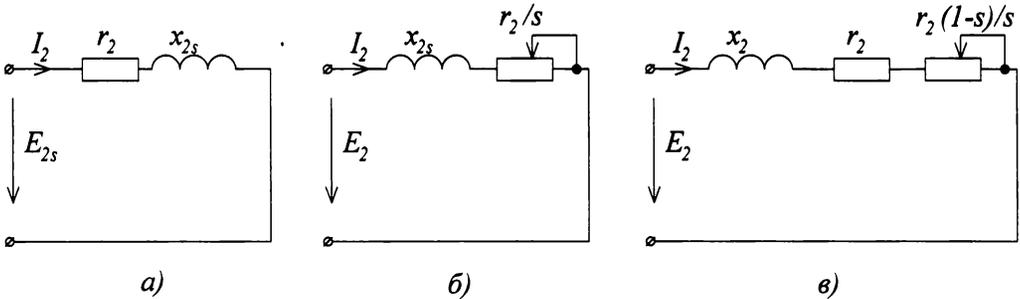


Рис. 9.5. Схема замещения для одной фазы роторной цепи асинхронной машины

Записывая выражение для тока, текущего в этой цепи, и подставляя в него (9.10) и (9.12), получаем:

$$I_2 = \frac{E_{2s}}{\sqrt{r_2^2 + x_{2s}^2}} = \frac{E_2 \cdot s}{\sqrt{r_2^2 + x_2^2 s^2}} = \frac{E_2 s}{s \sqrt{\left(\frac{r_2}{s}\right)^2 + x_2^2}} = \frac{E_2}{\sqrt{\left(\frac{r_2}{s}\right)^2 + x_2^2}}. \quad (9.13)$$

Из (9.13) видно, что цепь, показанную на рис. 9.5, а, можно заменить эквивалентной ей цепью, показанной на рис. 9.5, б, в которой постоянное значение активного сопротивления ротора r_2 заменено переменным сопротивлением r_2/s , зависящим от скольжения (и следовательно и от частоты вращения ротора); эта замена привела к тому, что в числителе (9.13) в роли ЭДС, приложенной в этой схеме к вращающемуся ротору, оказалась ЭДС E_2 , которая от скольжения не зависит. Из последнего обстоятельства следует, что операция приведения, которую мы не имели право применить к схеме рис. 9.5, а, может быть применена к схеме рис. 9.5, б.

В соответствии со сказанным, на рис. 9.6, а изображена Т-образная схема замещения для машины с вращающимся ротором. Напряжение U ,

приложенное к схеме, — это фазное напряжение питания машины (т. е. схема нарисована для одной фазы).

Особенностью этой схемы (по сравнению со схемой, аналогичной рис. 6.13, б и пригодной для машины с заторможенным ротором) является то, что в этой схеме активное сопротивление вторичной цепи переменное и зависит от скольжения. Напомним, в отличие от схемы трансформатора, здесь вторичная цепь замкнута (ибо в соответствии с принципом действия асинхронного двигателя, роторная цепь замкнута накоротко).

На рис. 9.6, б произведен переход от Т-образной схемы замещения к Г-образной. Ее построение отличается от аналогичного построения для трансформатора (см. рис. 6.14 в § 6.4), тем, что из-за наличия существенных потоков рассеяния, обусловленных наличием воздушного зазора между статором и ротором, параметры r_1 и x_1 , уже не являются пренебрежимо малыми по сравнению с параметрами r_0 , x_0 , а потому в вертикальной ветви схемы они учтены (впрочем, это замечание на дальнейшие выкладки не повлияет).

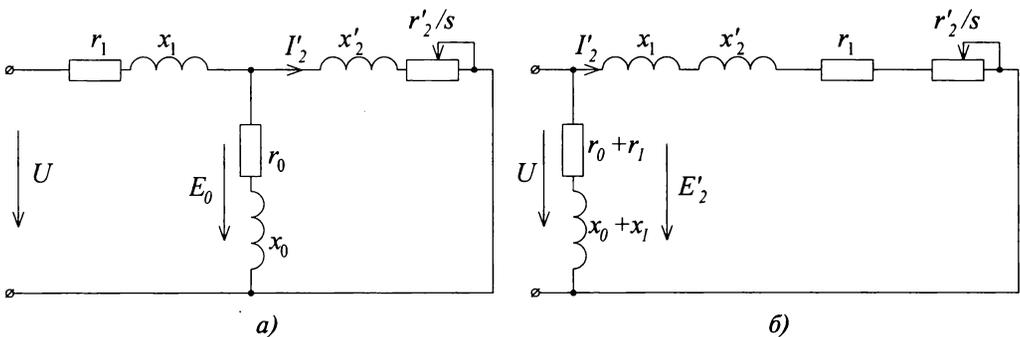


Рис. 9.6. Т-образная и Г-образная схемы замещения одной фазы асинхронной машины с вращающимся ротором

Рис. 9.6, б будет использован в дальнейших выкладках, однако до этих выкладок целесообразно — для углубления понимания — остановиться на параметре r_2/s и соответствующем ему r_2/s на рис. 9.5, б.

Электрические потери на нагрев обмоток ротора в одной фазе равны $I_2^2 r_2$. Однако при переходе к схеме на рис. 9.5, б активная мощность, затрачиваемая

током I_2 , оказывается равной совсем другому значению, а именно $I_2^2 \frac{r_2}{s}$.

Вспомним, что схема замещения существует не сама по себе, а должна энергетически соответствовать исходной схеме. Поэтому представим

$$I_2^2 \frac{r_2}{s} = I_2^2 \left(r_2 + r_2 \frac{1-s}{s} \right) = I_2^2 r_2 + I_2^2 r_2 \frac{1-s}{s} \quad (9.14)$$

и тогда схема примет вид, изображенный на рис. 9.5, в.

В этой последней схеме ток I_2 будет, как и ранее, затрачивать на нагрев обмоток ротора в одной фазе мощность $I_2^2 r_2$.

Тогда физический смысл второго слагаемого в (9.14) очевиден при сопоставлении этой формулы с (9.5, а): это мощность, затрачиваемая в одной фазе электромагнитным полем на создание механической мощности вращающегося ротора — напомним, что в соответствии с целью, поставленной при составлении схемы замещения, в схеме замещения все неэлектрические процессы (в частности создание механической мощности) заменены эквивалентными электрическими процессами (в частности электрическим нагревом сопротивления $r_2 \frac{1-s}{s}$) в схеме замещения.

Аналогично рассмотренному в схемах на рис. 9.6, а, б можно (для раскрытия физического смысла) заменить:

$$r_2' / s = r_2' + r_2' \frac{1-s}{s}. \quad (9.15)$$

Заметим, что при пуске двигателя в ход (в момент пуска $n_2 = 0$, и, следовательно, $s = 1$) сопротивление $r_2' \frac{1-s}{s} = 0$, и о машине говорят, что она оказывается в «режиме короткого замыкания». Отсюда, кстати, вытекает, что при пуске двигателя в ход следует ожидать существенного увеличения тока, что будет ниже обсуждаться.

А при идеальном холостом ходе (частота вращения ротора оказывается почему-либо равной синхронной, а потому $s = 0$) сопротивление $r_2' \frac{1-s}{s} = \infty$, т. е. роторная цепь на схеме замещения оказывается разорванной, и ротор энергии не потребляет.

§ 9.4. Электромагнитный момент и механическая характеристика асинхронного двигателя

Для определения электромагнитного момента воспользуемся (9.4) с последующей подстановкой в нее (9.9)

$$M_{\text{эм}} = \frac{P_0}{\Omega_0} = \frac{P_{\text{эл}2}}{s\Omega_0}. \quad (9.16)$$

Числитель (9.16) может быть получен посредством перемножения числа фаз ротора m на мощность, затрачиваемую фазовым током ротора на

нагрев одной фазы роторных обмоток. Определить фазный ток удобно при помощи представленной на рис. 9.6, б схемы замещения одной фазы асинхронного двигателя с вращающимся ротором.

Тогда, подставляя $P_{эл.2} = m I_2'^2 r_2'$ в (9.16), имеем:

$$M_{эм} = \frac{m I_2'^2 r_2'}{s \Omega_0} = \frac{m U^2 r_2'}{s \Omega_0 \left[\left(r_1 + \frac{r_2'}{s} \right)^2 + (x_1 + x_2')^2 \right]} = \frac{m U^2 r_2' \frac{1}{s}}{\Omega_0 \left[\left(r_1 + \frac{r_2'}{s} \right)^2 + (x_1 + x_2')^2 \right]}. \quad (9.17)$$

Попробуем исследовать, какой вид имеет зависимость электромагнитного момента от скольжения, построенная в соответствии с (9.17).

При нулевом скольжении и числитель, и знаменатель (9.17) равны бесконечности. Раскрытие получающейся неопределенности дает $M_{эм} = 0$, поскольку в знаменатель (9.17) скольжение входит во второй степени, а в числитель — только в в первой. При росте s знаменатель по вышеуказанной причине убывает быстрее, чем числитель, а потому $M_{эм}$ первоначально начинает расти. Однако при существенном росте s ситуация меняется; в частности, при $s \rightarrow \infty$ знаменатель (9.17) стремится к конечному значению в то время как числитель — стремится к нулю, а потому при больших скольжениях $M_{эм}$ начинает убывать и при $s \rightarrow \infty$ $M_{эм}$ вновь принимает нулевое значение.

Из изложенного вытекает, что функция (9.17) имеет максимум. Для определения условия максимума следует выполнить стандартную процедуру

$$\frac{\partial M_{эм}}{\partial s} = 0. \quad (9.18)$$

Решение (9.18) дает значение скольжения (обычно именуемое *критическим*) $s_{кр}$, при котором электромагнитный момент $M_{эм}$ принимает максимальное значение $M_{макс}$. Значение этого $M_{макс}$ может быть получено подстановкой найденного из (9.18) $s_{кр}$ в выражение (9.17). Не приводя здесь подробные математические выкладки, сообщим лишь — в объеме, необходимом для дальнейшего — качественную сторону получаемых результатов:

- ❖ *критическое скольжение* $s_{кр}$ прямо пропорционально активному сопротивлению ротора и обратно пропорционально индуктивному сопротивлению машины;

- ❖ *максимальный момент* $M_{макс}$ от активного сопротивления ротора не зависит: он прямо пропорционален квадрату напряжения питания (это

видно уже из (9.17)) и приблизительно обратно пропорционален индуктивному сопротивлению машины.

График зависимости, который может быть получен при расчете по (9.17), имеет вид, представленный на рис. 9.7 кривой «а».

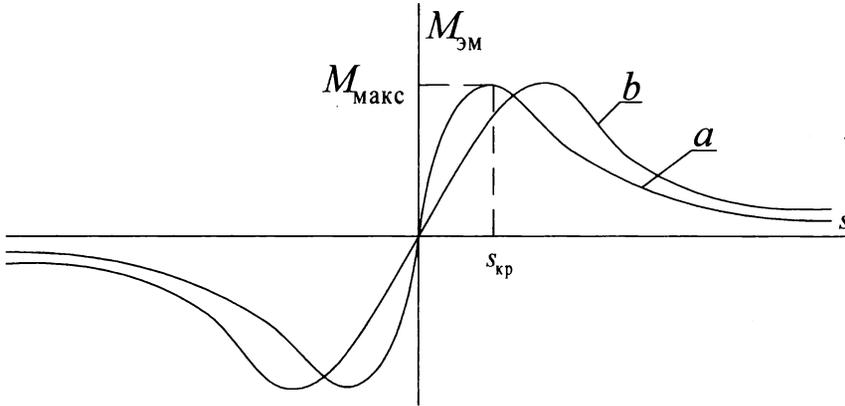


Рис. 9.7. Зависимость электромагнитного момента от скольжения

Напомним, что мы рассматриваем двигатель, а в нем, в соответствии с изложенным, $s > 0$. Остановимся на виде графика при $s < 0$ (левая часть рис. 9.7) и на его физическом смысле при $s < 0$.

При изменении знака скольжения изменится, как видно из (9.17), и знак $M_{эм}$, а характер кривой будет подобен рассмотренному, отличаясь от него тем меньше, чем меньше r_2 . Критическое скольжение также сменит знак (модуль его останется прежним), а модуль соответствующего ему экстремального значения момента $M_{эм}$ будет несколько больше, чем он был при положительном скольжении.

Как следует из (9.1) и (9.2), отрицательность скольжения означает, что угловая скорость ротора не меньше, а больше синхронной, а потому направление, в котором обмотка ротора пересекается магнитным полем машины, меняется на противоположное. Соответственно меняется и направление индуцированных в обмотке ротора токов; именно этим и объясняется смена знака $M_{эм}$; отрицательность $M_{эм}$ при данной частоте вращения означает, что для вращения с данной частотой к машине необходимо приложить внешний вращающий момент. Затраченная на вращение машины механическая энергия будет преобразовываться машиной в электрическую, т. е., если при положительном скольжении машина работала в режиме двигателя, то при отрицательном скольжении она будет работать в режиме генератора. Смена направления тока в роторе, отмеченная выше, повлечет за собой изменение направления тока и статорной цепи (поскольку обе цепи индуктивно связаны), а последнее означает, что машина не потребляет ток из сети, а, наоборот, отдает его в сеть.

Если каким-либо образом увеличить сопротивление роторной цепи (например, ввести в каждую фазу роторной обмотки добавочное сопротивление), то критическое скольжение увеличится, и оба экстремума кривой сдвинутся дальше от оси ординат (кривая «b» на рис. 9.7).

График, полученный на рис. 9.7, позволяет легко получить механическую характеристику асинхронного двигателя, т. е. зависимость, связывающую частоту вращения и электромагнитный момент на валу.

Как и ранее (см. § 8.2), откладываем по абсциссе $M_{эм}$, а по ординате — значения n_2 .

Поскольку синхронной частоте вращения $n_2 = n_0$ соответствует — см. (9.1) — нулевое значение скольжения, график механической характеристики получается поворотом графика на рис. 9.7 на 90° по часовой стрелке и наложением точки, соответствующей $s=0$, на точку $n_2 = n_0$ на ординате графика рис. 9.8 (напомним, значение n_0 было определено § 7.2).

На рис. 9.8 показан вид полученных таким образом двух естественных механических характеристик (для $n_0 > 0$ и для $n_0 < 0$) и двух искусственных механических характеристик (на рис. 9.8 — пунктир), получаемых из линий «b» на рис. 9.7, соответствующих увеличению сопротивления в цепи ротора.



Рис. 9.8. Механическая характеристика асинхронного двигателя

Различные искусственные механические характеристики могут быть получены также при измененных напряжениях питания (момент пропорционален квадрату напряжения), а также при изменении частоты питания и числа пар полюсов (в этом случае смещается по ординате точка n_0

в соответствии с рассмотренной в § 7.2 формулой: $n_0 = \frac{60 f_1}{p}$).

Напомним, что методика отражения состояния машины положением изображающей точки на графике механической характеристики была рассмотрена в § 8.2 для машины постоянного тока; эта же методика и соответствующая терминология остаются прежними и здесь.

Из полученной механической характеристики (рис. 9.8) видно, что в диапазоне частот вращения от $n_2 = n_0$ до $n_2 = n_0(1 - s_{кр})$, работа двигателя устойчива: действительно, при увеличении внешнего момента (нагрузки) частота вращения уменьшается, но это ведет к возрастанию электромагнитного момента $M_{эм}$ до значения, при котором момент нагрузки будет уравновешен вновь. (Это свойство двигателя часто называют *саморегулированием*).

Однако при увеличении момента нагрузки до значения, превышающего $M_{макс}$, уменьшение частоты вращения уже ведет к уменьшению $M_{эм}$ (ибо $s > s_{кр}$) и двигатель остановится (поэтому $M_{макс}$ иногда называют *опрокидывающим моментом*). Отсюда ясно, что нагрузка двигателя не должна выходить за пределы, допускаемые его *перегрузочной способностью*, характе-

ризуемой отношением $\frac{M_{макс}}{M_{ном}}$, называемой кратностью максимального

момента. Пересечение механической характеристикой оси абсцисс соот-

ветствует *пусковому моменту* (при этом $s = 1$). Отношение $\frac{M_{пуск}}{M_{ном}}$ называется *кратностью пускового момента*.

Если при пуске двигателя в ход момент нагрузки меньше пускового момента $M_{пуск}$, изображающая точка проходит по неустойчивому участку характеристики (участок от $n_2 = 0$ до $n_2 = n_0(1 - s_{кр})$), двигатель переходит в устойчивый режим. В случае, когда момент нагрузки больше, чем $M_{пуск}$, запуск двигателя невозможен.

Для расчета режима работы асинхронного двигателя часто удобно пользоваться не формулой, (9.17), а значительно менее громоздкой формулой — упрощенной формулой Клосса. Она получается в результате подстановки значений $s_{кр}$ и $M_{макс}$ в (9.17). После пренебрежения сравнительно малыми величинами она принимает вид:

$$M_{эм} = \frac{2M_{макс}}{\frac{s_{кр}}{s} + \frac{s}{s_{кр}}}. \quad (9.19)$$

§ 9.5. Регулирование асинхронных двигателей

Как и в предыдущей главе (см. § 8.5 и § 8.6), под регулированием будем понимать комплекс проблем, решаемых при пуске двигателя в ход, при регулировании его частоты вращения и при его электрическом торможении.

При пуске двигателя в ход пусковой ток может оказаться чрезмерно большим: $r_2' \frac{1-s}{s} = 0$ в формуле (9.15), и двигатель оказывается в режиме

«короткого замыкания» (см. рис. 9.5, б). Кроме необходимости понижения пускового тока появляется и проблема повышения пускового момента (в том числе и для ускорения разгона двигателя).

Меры для уменьшения пускового тока очевидны: уменьшение напряжения питания двигателя на момент пуска (т. е. на время разгона). Способов для этого может быть несколько.

Во-первых, если двигатель подключен к сети по схеме «треугольник», то на время пуска можно его переключить на схему «звезда», и входное напряжение уменьшится, следовательно, в $\sqrt{3}$ раза.

Во-вторых, можно последовательно с двигателем (т. е. с его статорной цепью) включить дроссели (по одному в каждую фазу); тогда из-за падения напряжения на дросселях уменьшится напряжение, подаваемое на двигатель. (Напомним: дроссель — в электротехнике — это индуктивный элемент, вводимый в цепь специально для создания требуемого индуктивного сопротивления (см. § 2.4 и § 5.4).)

По окончании разгона дроссели исключаются из цепи посредством замыкания контактов, шунтирующих их (т. е. подключенных параллельно дросселям). В принципе для той же цели можно было бы использовать и активные сопротивления (правда, это вызвало бы тепловые потери в них).

Наконец, третий способ — это запитать двигатель через индукционный регулятор, регулируя им входное напряжение (см. § 9.2).

Отметим, что указанные способы, уменьшая пусковой ток, одновременно понижают и пусковой момент, что видно из (9.17); поэтому пользоваться этими способами предпочтительно при запуске двигателя без нагрузки.

Уменьшить пусковой ток можно и за счет увеличения сопротивления машины, вводя дополнительные реостаты в фазы роторной цепи; на рис. 9.6 это соответствует введению реостата последовательно с элементом

$$r_2' / s \quad (\text{см. § 9.3}).$$

На принципиальной схеме введение *пускового реостата* может быть изображено рис. 9.9.

Поясним: асинхронный двигатель часто изображают на схеме двумя концентрическими окружностями: внешняя обозначает статор, внутренняя — ротор. На рис. 9.9 показано, что во все три фазы ротора введены переменные сопротивления (реостаты), регулируемые одновременно; к моменту окончания запуска реостаты выводятся полностью, и ротор оказывается замкнутым накоротко.

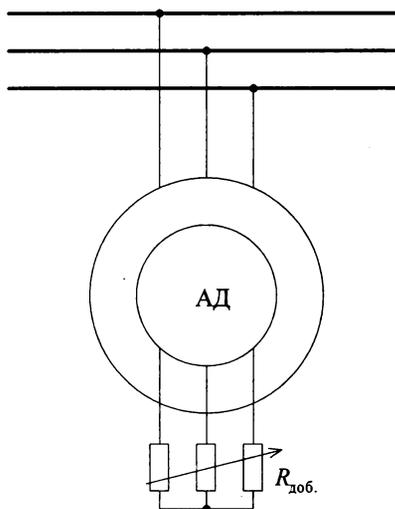


Рис. 9.9. Подключение пускового реостата к асинхронному двигателю

При обсуждении этого способа запуска полезно вспомнить, что введение реостатов в роторную цепь (т. е. повышение активного сопротивления роторной цепи) повлечет (см. § 9.4) увеличение критического скольжения, в результате чего изменится вид кривой графика момента (кривая «*b*» на рис. 9.7) и вид соответствующих механических характеристик (пунктир на рис. 9.8). Из рис. 9.8 следует, что введение пускового реостата, во-первых, делает механическую характеристику более мягкой, а во-вторых, изменяет значение пускового момента (т. е. значение электромагнитного момента, соответствующего точке пересечения оси абсцисс механической характеристикой). В частности, если рассчитать сопротивление пускового реостата так, чтобы при его введении получалось $s_{кр} = 1$, то пусковой момент окажется равным $M_{макс}$. Отсюда, кстати, следует, что целесообразно выводить пусковой реостат плавно или многоступенчато — так, чтобы получающееся критическое скольжение оказывалось бы возможно ближе к значениям скольжения, соответствующим текущей частоте вращения двигателя в процессе разгона. В частности, на рис. 9.10 показан в качестве примера процесс разгона двигателя при трехступенчатом пусковом реостате (численный расчет конкретного примера, соответствующего такому графику, дан в § 9.6).

Искусственная характеристика «*d*» соответствует наличию в роторной цепи всех трех ступеней пускового реостата, «*c*» — двух ступеней, «*b*» — одной ступени, «*a*» — отсутствию сопротивления пускового реостата в роторной цепи (т. е. это естественная механическая характеристика). Траектория изображающей точки на графике рис. 9.10: 0–1–2–3–4–5–6–7–8, где точка 8 — соответствует установившемуся режиму при имеющейся нагруз-

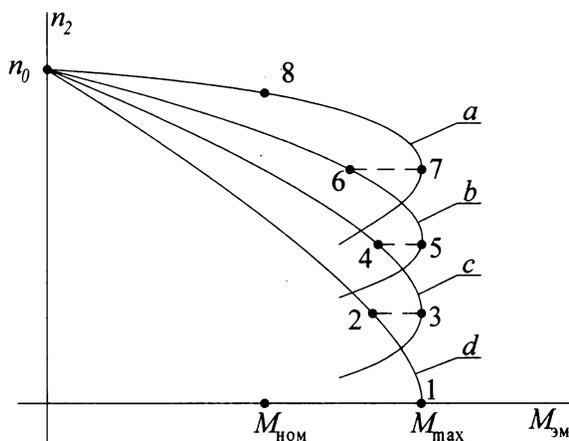


Рис. 9.10. Механические характеристики и пуск в ход асинхронного двигателя с пусковым реостатом

ке двигателя. Участок 2-3 соответствует выведению первой ступени пускового реостата, участок 4-5 — последующему выведению второй ступени, участок 6-7 — последующему выведению третьей ступени.

Естественно, подключение пускового реостата и вышеописанная процедура могут быть осуществлены только применительно к двигателю с фазным ротором.

У двигателей с короткозамкнутым ротором повышение активного сопротивления роторной цепи на время пуска достигается применением роторов специальной конструкции (так называемые *короткозамкнутые роторы с улучшенными пусковыми свойствами*). Идея конструкции основана на поверхностном эффекте, т. е. на вытеснении тока к поверхностным слоям. Физическая сущность этого явления может быть пояснена, например, нижеследующим образом. На рис. 9.11 показана часть поперечного сечения ротора; поперечное сечение стержня изображено вытянутым по радиусу ротора. Сравним два элемента поперечного сечения стержня: элемент «а», находящийся вблизи поверхности ротора, и элемент «b», находящийся в глубине (т. е. дальше от поверхности). Магнитное сопротивление стали (являющейся материалом сердечника ротора) существенно меньше, чем магнитные сопротивления воздуха, поэтому элемент «b» охвачен значительно большим количеством магнитных силовых линий, чем элемент «а», находящийся у поверхности. Вследствие этого токи в сечении «b» испытывают большее индуктивное сопротивление, чем токи в сечении «а», а потому плотность тока в сечении «b» уменьшается, и рабочий ток роторной обмотки течет, в основном, в ближайших к поверхности элементах сечения, и таким образом площадь работающей части сечения стержня уменьшается.

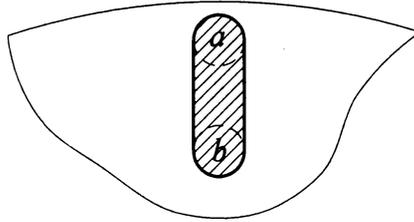


Рис. 9.11. Иллюстрация поверхностного эффекта применительно к ротору с глубоким пазом

Индуктивное сопротивление пропорционально частоте, а в пусковом режиме (скольжение близко к единице) частота тока в роторе велика, что видно из (9.8) (см. § 9.3). Следовательно, при пуске активное сопротивление роторной цепи повышается из-за уменьшения работающей площади сечения стержней.

Роторы со стержнями, сечение которых вытянуто по радиусу, называются роторами с *глубоким пазом*. Сечение стержня при этом не обязательно делается прямоугольным: форму сечения можно рассчитать так, чтобы сохранить в течение большей части процесса разгона значение момента, близкое к максимальному.

Логическим развитием рассмотренной конструкции является конструкция роторов с *двойной беличьей клеткой*. В этом случае ротор имеет две беличьи клетки: стержни первой из них расположены вблизи поверхности ротора (как элемент сечения «а» на рис. 9.11), а стержни второй — в глубине (как элемент сечения «b» на рис. 9.11). Каждая из этих беличьих клеток имеет свои короткозамыкающие торцевые кольца (лобовые части — см. § 9.1). Сущность физических явлений та же: при пуске индуктивное сопротивление внутренней беличьей клетки высоко, и потому ток течет, в основном, только в наружной клетке (ее часто называют *пусковой*). В рабочем же режиме ω_2 , в соответствии с (9.8), мала, и работают обе клетки. Часто сопротивление пусковой клетки искусственно повышают за счет выбора материала и площади сечения стержней. Тогда в рабочем режиме роль внутренней клетки (ее часто называют *рабочей*) является основной.

Заметим, описанные явления проявляются (незначительно) даже в стержнях круглого сечения, в результате чего реально имеет место незначительное увеличение пускового момента по сравнению с характеристиками, теоретически рассмотренными на рис. 9.8.

Рассматривая, в соответствии с § 8.5 **регулирование частоты вращения**, будем исходить из (9.2) (см. § 9.1), представив ее с учетом (7.3, а) в виде:

$$n_2 = \frac{60f_1}{p} (1 - s). \quad (9.20)$$

Подлежащая регулированию частота вращения, при которой механическая характеристика двигателя пересекает кривую внешнего момента, зависит от двух факторов: от точки пересечения механической характеристики с ординатой (т. е. от частоты вращения при идеальном холостом ходе) и от того, насколько понизится частота вращения при нагрузке (т. е. от жесткости характеристики). Первая величина определяется параметрами f_1 и p , а вторая оценивается величиной s при данной нагрузке. Поэтому, как видно из (9.20), регулировать частоту вращения можно, изменяя любую из трех величин: s , p , f_1 .

Рассмотрим каждый из этих трех способов.

На рис. 9.12 кривая нагрузки ($M_{\text{вн}}$) пересекается естественной механической характеристикой (кривая «а») в точке 1; ординатой этой точки и определяется установившееся значение частоты вращения.

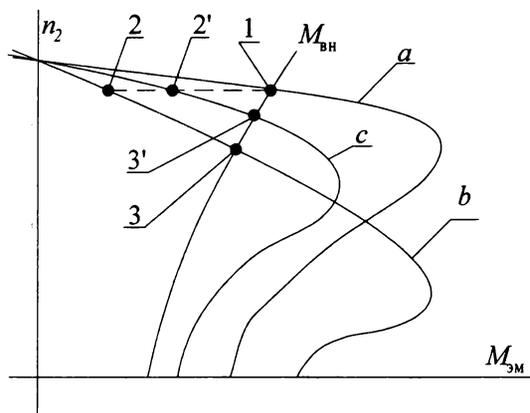


Рис. 9.12. Механические характеристики и регулирование частоты вращения изменением скольжения

Изменить величину скольжения при той же ($M_{\text{вн}}$) нагрузке можно, например, увеличив активное сопротивление роторной цепи, в результате чего, (см. выше) увеличится $s_{\text{кр}}$, и механическая характеристика станет более мягкой, приняв вид, например, показанный кривой «б». Пренебрегая (как и ранее) длительностью переходного процесса в электрических цепях (по сравнению с длительностью процесса изменения частоты вращения), получим траекторию изображающей точки 1-2-3, т. е. частота вращения понизится.

Скольжение может быть изменено и другим способом: изменением питающего напряжения. В этом случае пропорционально квадрату питающего напряжения изменяется $M_{\text{макс}}$, вследствие чего кривая внешнего момента будет пересекаться уже другим участком механической характеристики. На рис. 9.12 искусственная механическая характеристика, соответствующая некоторому пониженному напряжению, представлена кри-

вой «с», а траектория изображающей точки при понижении напряжения будет $1-2'-3'$.

Нетрудно сообразить, описанный способ регулирования (т. е. изменение s) имеет существенные недостатки: диапазон достижимых частот вращения довольно узок (см. графики на рис. 9.12), а потери мощности, как видно из (9.9) (см. § 9.3); пропорциональные скольжению, могут оказаться большими.

Изменение частоты f_1 питающего напряжения и изменение числа пар полюсов p дают несколько сходные друг с другом результаты. На рис. 9.13 дана линией «а» механическая характеристика, соответствующая некоторому исходному режиму. Ордината точки 1 — точки пересечения механической характеристики, дающей значение $M_{эм}$ и кривой нагрузки, дающей значение $M_{вн}$, определяет частоту вращения в выбранном исходном режиме. Пусть мы уменьшили синхронную частоту вращения (т. е. частоту вращения при идеальном холостом ходе n_0 ; в соответствии с (7.3, а)); для этого надо было либо уменьшить f_1 , либо увеличить p . Механические характеристики, соответствующие новым режимам, представлены кривыми b и c соответственно.

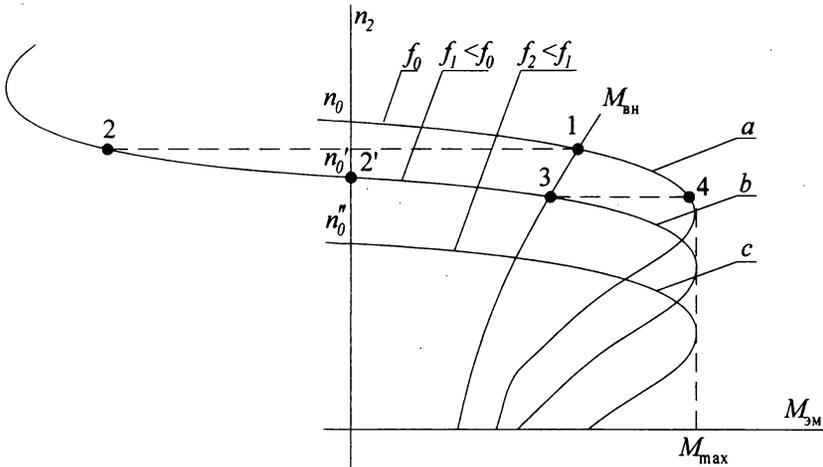


Рис. 9.13. Механические характеристики и регулирование частоты вращения изменением синхронной частоты вращения

При переходе из первого режима, например, во второй траектория изображающей точки $1-2-3$; частота вращения понижается. Заметим: на участке $2-2'$ изображающая точка находится во втором квадранте, и, следовательно, двигатель оказывается в генераторном режиме. Это означает, что на участке $2-2'$ имеет место рекуперация: теряя скорость, дви-

гатель возвращает в сеть часть имеющейся энергии. Однако при переходе из второго режима в первый (траектория изображающей точки 3-4-1) рекуперация не имеет места.

Синхронная частота вращения n_0 может быть изменена плавно посредством плавного изменения f_1 . Это даст возможность плавно изменять частоту вращения при заданной нагрузке; диапазон регулирования, — практически от нуля до максимума. При этом способе регулирования (он называется *частотным*) важно иметь в виду, что сопротивление обмоток асинхронного двигателя имеет, в основном, индуктивный характер; поэтому одновременно с изменением частоты следует приблизительно пропорционально ей изменять и напряжение питания с целью сохранения допустимого диапазона изменения тока.

Применение частотного способа регулирования делает асинхронный двигатель пригодным и в качестве исполнительного двигателя.

При изменении числа пар полюсов p процесс регулирования частоты вращения аналогичен вышеописанному и иллюстрируемому рис. 9.13, с той лишь разницей, что в этом случае возможно лишь дискретное изменение синхронной частоты вращения n_0 , поскольку p может быть лишь целым числом. Изменять p можно двумя способами: либо переключением питания на одну из имеющихся на статоре нескольких обмоток с различным числом пар полюсов, либо применением статорной обмотки, в которой предусмотрена возможность коммутации, изменяющей число пар полюсов вдвое. В частности, распространены четырехскоростные двигатели: они имеют два комплекта статорных обмоток (разместить больше — сложно из-за габаритных ограничений), и каждая из обмоток может быть перекоммутирована на число пар полюсов, отличающееся вдвое от первоначального.

Регулирование частоты вращения посредством изменения числа пар полюсов p являлось основным методом всего полвека назад, когда создание источников питания с регулируемой частотой еще являлось серьезной проблемой. Отметим, что этот метод удобно применять только для двигателей с короткозамкнутым ротором: действительно, в случае изменения числа пар полюсов в обмотке статора необходимо также изменить число пар полюсов и в обмотке ротора. В случае двигателя с фазным ротором это потребовало бы дополнительных переключений и в роторной цепи, что громоздко. В короткозамкнутом же роторе необходимое перераспределение роторных токов произойдет автоматически под действием поля статора (см. § 9.1).

Остановимся кратко на применении статорных обмоток, в которых изменение числа пар полюсов производится перекоммутацией обмотки.

На рис. 9.14, *a* изображены три фазы такой обмотки: начала фаз — A, B, C , концы X, Y, Z соответственно. На начала обмоток A, B, C подано трех-

фазное питание, и сами обмотки в исходной — первоначальной — схеме соединены либо «звездой», либо «треугольником». От середины каждой из обмоток сделаны отводы m, n, k .

Эти отводы делят обмотку каждой из фаз на две одинаковые полуобмотки (AX' и $A'X$, BY' и $B'Y$, CZ' и $C'Z$). В исходной схеме полуобмотки каждой из фаз соединены последовательно (см. рис. 9.14, а).

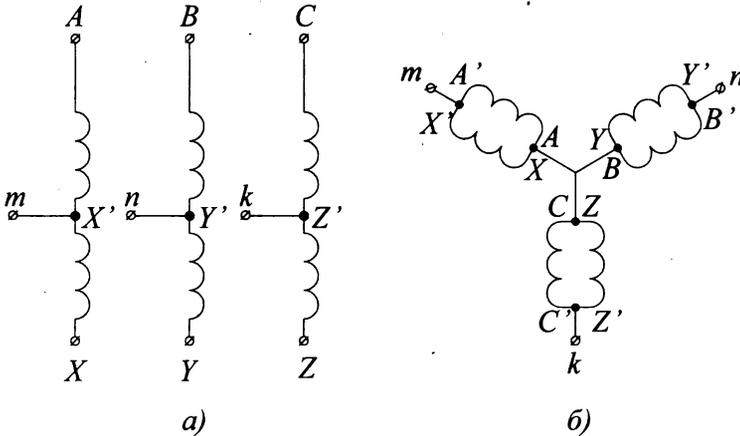


Рис. 9.14. Схемы переключения обмоток на «двойную звезду»

Когда производят переключение схемы, то трехфазное питание подается на отводы m, n, k , а начала и концы всех трех фаз обмотки соединяются в одну общую точку — см. рис. 9.14, б. Из рисунка видно, что эта общая точка является нейтральной точкой получившейся «звезды», а «лучами» этой «звезды» являются полуобмотки, которые оказываются включенными параллельно по две полуобмотки в каждом из лучей. Полученная схема называется «двойной звездой» и обозначается $\wedge\wedge$.

Чтобы пояснить, каким образом изменяется число полюсов при переключении на «двойную звезду», воспользуемся рис. 9.15, на котором показана упрощенная схема одной из фаз (на рисунке — первой фазы, т. е. — см. рис. 9.14, а — фазы AX) при исходном числе пар полюсов $p = 2$.

На рисунке условно показано сечение статора и для упрощения принято, что каждая из полуобмоток AX' и $A'X$ реализована одним витком. Приняв, что направление тока в рассматриваемый момент от точки A к точке X , разметим эти направления на рис. 9.15, а и в соответствии с правилом правоугольного винта покажем направление магнитных силовых линий и результирующее расположение полюсов.

Заметим: если бы рис. 9.15 был более подробным (т. е. изображал бы не одну фазу, а все три), то провода двух других фаз на нем были бы изображены точно так же, но с соответствующим сдвигом на полюсное деление, и тогда магнитные силовые линии оказались бы вокруг групп проводов с

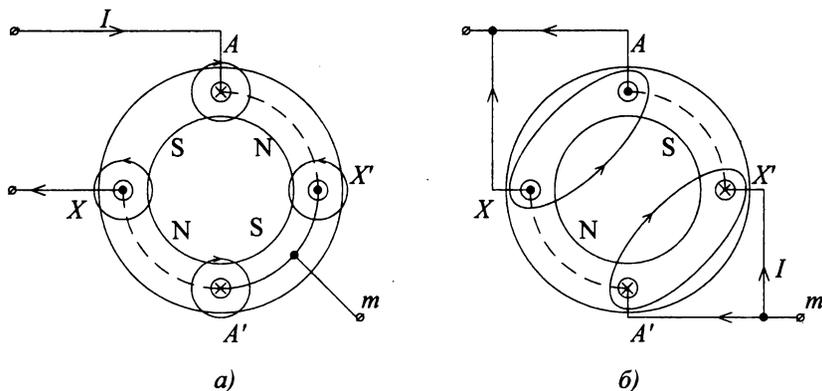


Рис. 9.15. Изменение числа пар полюсов при переключении на «двойную звезду»

одинаковыми направлениями мгновенных токов; характер рисунка при этом остался бы прежним.

На рис. 9.15, б показана та же схема при переключении ее на «двойную звезду». Из рисунка видно, что количество пар полюсов стало вдвое меньше. Следовательно, синхронная частота вращения при переключении на «двойную звезду», должна вдвое повыситься. В порядке примечания заметим, что одновременно с рассматриваемым переключением на «двойную звезду» необходимо переключить и концы любых двух фаз обмотки. Это позволит сохранить нормальное чередование зон с одинаковым направлением токов (при рассмотрении всех трех фаз).

Сравним приблизительно мощности, потребляемые одним и тем же двигателем при различных схемах включения («треугольник», «звезда», «двойная звезда»). Будем оценивать утроенное значение мощности, потребляемой одной фазой. При этом, поскольку оценка приближенная, будем считать, что во всех трех случаях $\cos \varphi$ и КПД остается одними и теми же. В формулу выходной мощности: $P = UI \eta \cos \varphi_\phi$ — будем подставлять значение тока I_∂ — значение, допустимое по нагреву, и значение напряжения, равное фазному с последующим выражением его через линейное напряжение. Тогда:

$$P_\Delta = 3U_\phi I_\partial \eta \cos \varphi_\phi = 3U_n I_\partial \eta \cos \varphi_\phi, \quad (9.21)$$

$$P_\lambda = 3U_\phi I_\partial \eta \cos \varphi_\phi = 3 \frac{1}{\sqrt{3}} U_n I_\partial \eta \cos \varphi_\phi = \sqrt{3} U_n I_\partial \eta \cos \varphi_\phi, \quad (9.22)$$

$$P_{\lambda\lambda} = 3U_\phi 2I_\partial \eta \cos \varphi_\phi = 3 \frac{1}{\sqrt{3}} U_n 2I_\partial \eta \cos \varphi_\phi = 2\sqrt{3} U_n I_\partial \eta \cos \varphi_\phi. \quad (9.23)$$

Поясним, что в (9.23) взято удвоенное значение тока, поскольку ток течет по двум параллельным ветвям (см. рис. 9.14, б).

Из сравнения полученных результатов видно, что при переключении со «звезды» на «двойную звезду» мощность повышается вдвое. Но, так как повышается вдвое и частота вращения, очевидно, что момент остается постоянным. Поэтому регулирование частоты вращения с таким переключением называется *регулируемым при постоянном моменте*.

При переключении с «треугольника» на «двойную звезду» мощность повышается в $\frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1,15$. Принимая это число приближенно за

единицу, считают, что мощность остается прежней, а потому регулирование частоты вращения этим переключением называют *регулированием при постоянной мощности* (отсюда очевидно, что при увеличении вдвое частоты вращения приблизительно во столько же раз уменьшается момент).

При рассмотрении двух описанных способов регулирования на графиках типа рис. 9.13 указанное соотношение моментов надо учитывать соотношением максимальных моментов соответствующих механических характеристик.

Рассмотрим способы **электрического торможения** асинхронных двигателей. В соответствии с данным в § 8.5 определением, наиболее очевидным способом электрического торможения является переключение двигателя в реверс.

Для реализации реверса необходимо сменить направление вращения магнитного поля статора, а для этого следует изменить порядок следования фаз в цепи питания, т. е. поменять местами любые два линейных провода из трех, подающих питание двигателю. Вид механических характеристик, соответствующих вращению в прямом и в обратном направлениях, уже был обсужден в § 9.4 (см. рис. 9.8). Заметим, что при реверсе возникают те же проблемы, что и при пуске (ограничение тока, обеспечение достаточного момента), но при реверсе они становятся еще более серьезными (если в момент пуска $s = 1$, то в момент реверса имеет место $s = 2$). Решаются эти проблемы аналогично тому, как они решаются при пуске (см. выше).

Электрическое торможение, производимое с использованием реверса, часто называют торможением *противовключением*. Оно производится следующим образом: двигатель переключается на реверс, и знак $M_{эм}$ изменяется на противоположный, в результате чего происходит торможение. При достижении частотой вращения нулевого значения питание двигателя отключается (чтобы двигатель не начал разгоняться в противоположную сторону). Отключение производится при помощи реле, которое здесь (как и в § 8.6) будем называть реле нулевой скорости.

Из принятого определения электрического торможения (см. § 8.5) следует, что тормозным режимом можно считать и один из этапов пони-

жения частоты вращения посредством понижения частоты вращения магнитного поля (уменьшением f_1 или увеличением p — см. выше). При рассмотрении этого процесса указывалось, что на участке $2-2'$ на рис. 9.13 имеет место рекуперация. В процессе ее двигатель оказывается в генераторном режиме, и механическая энергия у вращающегося ротора отнимается, т. е. происходит процесс торможения (точнее — подтормаживания, поскольку реализуется не полная остановка, а лишь снижение частоты вращения). Данный способ торможения называют либо *рекуперативным*, либо *генераторным* торможением.

Третьим часто применяемым способом торможения является *электродинамическое* (или *динамическое*) *торможение*. Для того чтобы его произвести, статор двигателя отключается от сети и запитывается от источника постоянного тока; в момент остановки двигателя источник постоянного тока отклоняется при помощи реле нулевой скорости.

Рассмотрим физическую сторону происходящих при этом процессов. Обмотки статора, запитанные постоянным током, создают неподвижное магнитное поле. При пересечении этого поля обмотками вращающегося ротора в последних появляются токи. Далее — в полном соответствии с рассмотренным в § 9.1 принципом действия двигателя — возникает электромагнитный момент, направленный на уравнивание угловых скоростей ротора и магнитного поля, т. е. — в данном случае — тормозной момент. Механическую характеристику, связывающую этот момент с частотой вращения, было бы логично (по аналогии с получением характеристик на рис. 9.8 — см. § 9.4) ожидать в виде, показанном кривой «а» на рис. 9.16. Однако, во-первых, с понижением частоты питания расчет критическое скольжение и характеристика становится мягкой, а во-вторых, питание постоянным током производится не тремя, а двумя про-

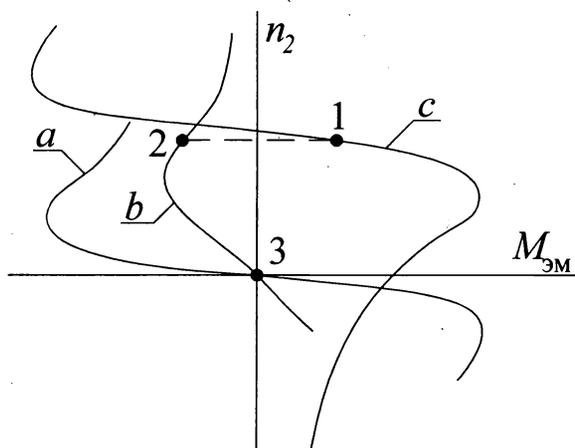


Рис. 9.16 Механические характеристики и электродинамическое торможение

водами, поэтому схема подключения статора будет иметь вид, соответствующий одной из четырех схем на рис. 9.17 (даны два возможных варианта для схемы «звезда» и два возможных варианта для схемы «треугольник»).

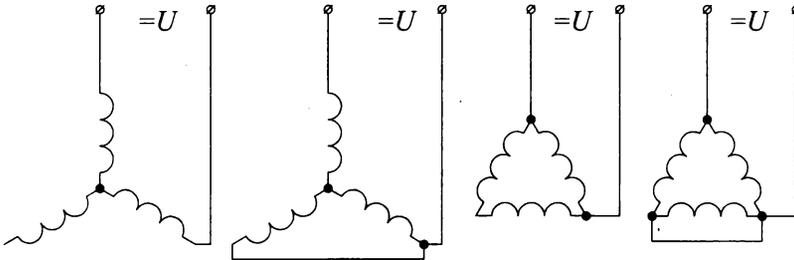


Рис. 9.17. Возможные схемы включения обмоток статора при электродинамическом торможении

На рис. 9.17 видно, что запитать полностью и равноценно все три фазы обмотки ни в одном из четырех случаев невозможно; это приводит к уменьшению момента. В результате вышесказанного характеристика, связывающая тормозной момент с частотой вращения, будет иметь вид, показанный на рис. 9.16 кривой «*b*». Заметим, что, уменьшив постоянное напряжение, подаваемое на статор при торможении, можно еще в большей степени уменьшить тормозной момент, а использование дополнительного сопротивления в роторной цепи (т. е., по существу, пускового реостата) позволит сделать эту характеристику более мягкой (разумеется, последнее замечание относится только к двигателю с фазным ротором).

Таким образом, если исходному моменту времени соответствует точка 1 на механической характеристике машины в двигательном режиме (кривая «*c*» на рис. 9.16), то при электродинамическом торможении траектория изображающей точки будет 1-2-3. Необходимость отключения статора от источника постоянного тока при помощи реле нулевой скорости в момент остановки (точка 3 на рис. 9.16) обусловлена тем, что при питании статора постоянным током индуктивное сопротивление его обмотки отсутствует, а потому полное сопротивление обмотки мало, и ток, который в результате принимает большое значение, может при длительном воздействии вывести обмотку из строя.

§ 9.6. Рабочие характеристики и неноминальные режимы работы асинхронного двигателя

Рабочие характеристики двигателей уже обсуждались выше (см. § 8.7) применительно к двигателям постоянного тока. Однако знание рабочих характеристик двигателя для грамотной его эксплуатации остается акту-

альным вопросом при обсуждении любых двигателей, в частности, асинхронных.

Напомним: рабочими характеристиками называют зависимость основных характеризующих его работу величин от полезной мощности P_2 (при номинальном питании). Для асинхронного двигателя этими основными величинами являются: потребляемая мощность P_1 , потребляемый ток I_1 , коэффициент мощности $\cos \varphi$, момент на валу M , КПД η , частота вращения n_2 (или однозначно с ней связанная величина скольжения s).

Типичный вид рабочих характеристик асинхронного двигателя представлен на рис. 9.18 и кратко пояснен ниже.

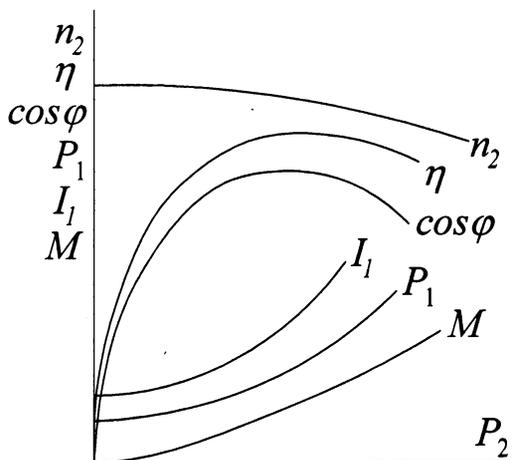


Рис. 9.18. Рабочие характеристики асинхронного двигателя

График КПД η обсуждался в § 7.3 со ссылкой на § 6.7 и на рис. 6.18. Все сказанное о нем остается в силе и здесь.

График момента аналогичен рассмотренному в § 8.7 применительно к машинам постоянного тока; высказанные соображения остаются справедливыми и здесь. Заметим, что рабочие характеристики рассматриваются только для режимов, в которых реально может работать машина; это соответствует значениям момента, меньшим, чем опрокидывающий (т. е. максимальный) момент; механическая характеристика в этом диапазоне нагрузок имеет — в соответствии с принципом работы асинхронного двигателя — отрицательный угол наклона и является жесткой, поскольку при проектировании двигателя обеспечивают в рабочем режиме малые значения скольжения. Сказанное нашло отражение в зависимости $n_2(P_2)$ на рис. 9.18.

При малой механической нагрузке потребляемый двигателем ток идет в основном на создание магнитного поля; для питающей сети это являет-

ся реактивной (точнее — индуктивной) нагрузкой. При увеличении нагрузки на валу возрастает активная составляющая тока (для создания требуемой механической мощности). Поскольку реактивная составляющая изменяется при этом мало (основной магнитный поток машины остается приблизительно постоянным), $\cos \varphi$ при этом растет; он начинает вновь незначительно уменьшаться при перегрузке машины, так как увеличиваются магнитные потоки рассеяния.

Все вышеизложенное отражается конфигурацией графиков на рис. 9.18. Номинальному режиму на каждой из кривых соответствует одна точка, определяемая значением абсциссы $P_2 = P_{2\text{ном}}$. В реальных условиях эксплуатации двигатель работает в режимах, хотя и близких к номинальному, но все же отличающихся от него, поскольку во время работы может изменяться нагрузка, могут изменяться частота и напряжение питания. Представляет интерес хотя бы приближенный расчет реальных параметров работы в различных режимах: кроме того, представляет интерес расчет пуска двигателя в ход.

Ниже в качестве примера приведем упрощенный численный расчет работы асинхронного двигателя. Как и в § 8.7, цель такого численного примера — не только расчет отдельных точек графиков рабочих характеристик, но и углубление понимания материала, изложенного выше.

Рассмотрим пример.

Задан асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором, имеющий следующие паспортные данные:

$$\diamond P_{2\text{ном}} = 1500 \text{ Вт};$$

$$\diamond n_{2\text{ном}} = 1390 \text{ об/мин};$$

$$\diamond U = 220 \text{ В}; \quad f = 50 \text{ Гц};$$

$$\diamond \cos \varphi_{\text{ном}} = 0,74;$$

$$\eta_{\text{ном}} = 70\%;$$

♦ кратность максимального момента 2;

♦ кратность пускового момента 1,9;

♦ кратность пускового тока 4.

В качестве примечания поясним некоторые приведенные данные. Заданное напряжение питания — это фазное напряжение; следовательно, к сети $3 \times 220 \text{ В}$ двигатель должен быть подключен по схеме «треугольник», а к сети $3 \times 380 \text{ В}$ — по схеме «звезда». Кратность моментов и пускового тока — это отношение этих величин к их номинальным значениям

(см. § 9.4); слово: «кратность» — в каталоге иногда заменяют размерностью: «относительные единицы». Если речь идет о двигателе с короткозамкнутым ротором, то сообщаются данные о пусковом токе и пусковом моменте, обеспечиваемые конкретной конструкцией «беличьей клетки» (см. § 9.5) рассматриваемого двигателя; если же речь идет о двигателе с фазным ротором, то пусковой ток и пусковой момент определяются выбором пускового реостата, а в паспортных данных двигателя сообщается сопротивление роторной обмотки.

Расчет начнем с выяснения номинальных значений величин, не сообщенных паспортными данными

Прежде всего, на основании (7.3, а) (см. § 7.2) можно составить таблицу возможных значений частоты вращения n_0 магнитного поля (т.е. синхронной частоты вращения) при заданной частоте f питающего напряжения:

p (число пар полюсов)	1	2	3	4	5	и т. д.
n_0 (об/мин)	3000	1500	1000	750	500	

Поскольку в номинальном режиме скольжение s мало, выбираем n_0 как ближайшее большее по сравнению с заданной $n_{2\text{ном}}$, а именно $n_0 = 1500$ об/мин и, соответственно, $p = 2$.

Тогда

$$s_{\text{ном}} = \frac{n_0 - n_{2\text{ном}}}{n_0} = \frac{1500 - 1390}{1500} = 0,073.$$

При этом, как следует из (9.8) (см. § 9.3), частота тока в роторе $f_2 = f_1 \cdot s = 50 \cdot 0,073 = 3,65$ Гц.

Определяем номинальный момент:

$$M_{\text{эм ном}} = \frac{P_{2\text{ ном}}}{0,105 n_{2\text{ ном}}} = \frac{1500}{0,105 \cdot 1390} = 10,3 \text{ Нм}.$$

Найденное значение позволяет, кстати, конкретизировать заданные пусковой и максимальный моменты:

$$M_{\text{пуск}} = 1,9 M_{\text{эм ном}} = 1,9 \cdot 10,3 = 19,57 \text{ Нм};$$

$$M_{\text{макс}} = 2 M_{\text{эм ном}} = 2 \cdot 10,3 = 20,6 \text{ Нм}.$$

Для определения тока находим потребляемую в номинальном режиме электрическую мощность

$$P_{\text{вх ном}} = \frac{P_{2 \text{ ном}}}{\eta_{\text{ном}}} = \frac{1500}{0,7} = 2140 \text{ Вт}.$$

Двигатель является симметричной нагрузкой, следовательно, каждой фазой двигателя потребляется мощность $P_{\text{вх фазн}} = \frac{1}{3} 2140 = 713 \text{ Вт}$, а номинальный ток в каждой фазе двигателя

$$I_{\text{ф ном}} = \frac{P_{\text{вх фазн}}}{U_{\text{фазн}} \cos \varphi_{\text{ном}}} = \frac{713}{220 \cdot 0,74} = 4,4 \text{ А}.$$

Таким образом, при подключении двигателя к сети 3×380 по схеме «звезда» $I_{\text{л}} = I_{\text{ф ном}} = 4,4 \text{ А}$, а при подключении к сети 3×220 по схеме «треугольник» $I_{\text{л}} = \sqrt{3} I_{\text{ф ном}} = 7,6 \text{ А}$.

Определяем критическое скольжение $s_{\text{кр}}$

(Оно потребуется далее при использовании формулы Клосса (9.19) — см. § 9.4 — для расчета ненормальных режимов.)

Для определения $s_{\text{кр}}$ удобно воспользоваться той же формулой Клосса, подставляя в нее уже найденное значение максимального момента $M_{\text{макс}}$ и какое-либо известное значение $M_{\text{эм}}$ и соответствующее ему скольжение.

При этом студента следует предостеречь от попытки использовать для этой цели значение пускового момента $M_{\text{пуск}}$ и соответствующую ему величину скольжения, равную в момент пуска единице. Это предостережение объясняется тем, что при пуске частота тока в роторе велика (равна частоте питающего напряжения), а потому активное сопротивление обмотки ротора увеличивается из-за поверхностного эффекта, особенно если в двигателе применен ротор с улучшенными пусковыми свойствами (см. § 9.5).

В соответствии со сказанным, подставляем в формулу Клосса параметры номинального режима, откуда

$$\frac{s_{\text{ном}}}{s_{\text{кр}}} + \frac{s_{\text{кр}}}{s_{\text{ном}}} = 2 \cdot 2,$$

и при подстановке $s_{\text{ном}} = 0,073$ имеем $s_{\text{кр}}^2 - 0,29 s_{\text{кр}} + 0,0053 = 0$.

Корнями полученного уравнения являются значения 0,02 и 0,27; из них принимаем второе $s_{\text{кр}} = 0,27$, поскольку должно быть $s_{\text{кр}} > s_{\text{ном}}$.

Оценим изменение частоты вращения при изменении момента нагрузки.

Определим частоту вращения двигателя, например, при увеличении нагрузки на валу в полтора раза т. е. при $M_{\text{эм}} = 15,45 \text{ Нм}$.

Применение формулы Клосса при уже известных $M_{\max} = 20,6$ Нм, $s_{\text{кр}} = 0,27$ дает уравнение: $s^2 - 0,72s + 0,0729 = 0$, решением которого является два значения s : 0,598 и 0,122. Первое значение не подходит, поскольку оно превышает критическое скольжение и соответствует неустойчивому участку механической характеристики. Второе значение дает

$$n_2 = n_0(1 - s) = 1500(1 - 0,122) = 1317,23 \text{ об/мин}.$$

Решение обратной задачи, а именно: определение момента при некоторой заданной частоте вращения очевидно из изложенного выше.

Рассмотрим работу двигателя при изменении питающего напряжения.

Например, пусть действующее значение питающего напряжения понизилось на 10%, т. е. приняло значение $0,9 U_{\text{ном}}$. Поскольку — см. (9.17) $M_{\text{эм}}$ (а значит и M_{\max}) пропорционален квадрату питающего напряжения, значение M_{\max} станет $(0,9)^2 20,6 = 16,686$ Нм. Определим в этой ситуации частоту вращения, например, при номинальной нагрузке 10,3 Нм. Подстановка в формулу Клосса нового значения M_{\max} , заданного номинального значения $M_{\text{эм}}$ и найденного ранее $s_{\text{кр}}$ (напомним, что $s_{\text{кр}}$ и n_0 от U не зависят), даст квадратное уравнение:

$$s^2 - 0,875s + 0,0729 = 0,$$

решением которого являются два значения: 0,78 и 0,093, из которого рабочему режиму соответствует второе (см. выше), и тогда искомая частота вращения

$$n_2 = n_0(1 - s) = 1500(1 - 0,093) = 1360,5 \text{ об/мин}.$$

Частота питающего напряжения в промышленных сетях, как правило, стабильна, и ее колебания невелики, а потому их влияние на работу машины пренебрежимо мало. Однако может возникнуть необходимость расчета режимов работы двигателя при намеренном изменении частоты питания с целью регулирования частоты вращения. При этом следует помнить, что одновременно с частотой питания изменяют пропорционально ей и действующее значение напряжения (см. § 9.5); это позволяет сохранить в требуемых пределах значение рабочего тока, а потому, как следует из выкладок при выводе (9.17) (см. § 9.4), значение M_{\max} в результате не изменяется. Однако значение $s_{\text{кр}}$, обратно пропорциональное индуктивному сопротивлению машины, будет, следовательно, изменяться обратно пропорционально частоте.

Например, если частота питания (а следовательно и напряжение) снижены до 0,8 от своих номинальных значений, то новое значение кри-

тического скольжения будет $\frac{0,27}{0,8} = 0,34$. И если при этом нагрузка

двигателя, например, номинальная ($M_{эм} = 10,3$ Нм), то подстановка в формулу Клосса $M_{эм} = 10,3$ Нм, $s_{кр} = 0,34$ и не изменившегося значения $M_{макс} = 20,6$ Нм, позволит получить для скольжения уравнение:

$$s^2 - 1,36s + 0,1156 = 0.$$

Из двух решений этого уравнения: 1,2689 и 0,0911 — как и ранее, выбираем то, которое меньше, чем $s_{кр}$, а именно, 0,0911.

Синхронная частота вращения при рассматриваемой частоте питания

$f = 0,8 \cdot 50 = 40$ Гц равна $n_0 = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 40}{2} = 1200$ об/мин, и тогда частота вращения двигателя $n_2 = n_0(1 - s) = 1200(1 - 0,0911) = 1090,7$ об/мин.

Рассмотрим вопрос пуска в ход.

Изложенные выше расчеты производились применительно к двигателю с короткозамкнутым ротором. Подсчитанное на основании паспортных данных значение пускового момента $M_{пуск} = 19,57$ Нм является ограничением для нагрузки: следует помнить, что при возможных понижениях питающего напряжения уменьшится соответственно и $M_{пуск}$, но даже в случае перегрузки двигателя нагрузочный момент должен быть меньше, чем минимальное возможное значение $M_{пуск}$: в противном случае пуск в ход окажется невозможным.

Продолжая рассмотрение примера, предположим, что заданный двигатель является двигателем с фазным ротором, и нам дано активное сопротивление одной фазы роторной обмотки $r_{рот} = 1,8$ Ом.

Найденное выше критическое скольжение $s_{кр} = 0,27$ — величина, пропорциональная активному сопротивлению роторной цепи.

С целью повышения пускового момента до максимально возможной величины, т. е. до $M_{макс}$, необходимо обеспечить при пуске $s_{кр пуск} = 1$. Для этого (см. § 9.5) в роторную цепь следует ввести пусковой реостат, сопротивление каждой фазы которого $r_{пуск p_1}$ определяется из соотношения:

$$\frac{r_{рот} + r_{пуск p_1}}{s_{кр пуск}} = \frac{r_{рот}}{s_{кр}},$$

откуда $r_{пуск p_1} = r_{рот} \frac{s_{кр пуск}}{s_{кр}} - r_{рот} = 1,8 \frac{1}{0,27} - 1,8 = 4,87$ Ом.

Предположим, мы хотим сделать пусковой реостат трехступенчатым, и хотим производить переключения (т. е. сначала — выведение первой ступени, потом — выведение второй ступени, а затем — выведение третьей

ступени) при значениях момента, превышающих номинальный момент, например, в 1,8 раза, т. е. при $M_{\text{эм перекл}} = 1,8 M_{\text{эм ном}} = 1,8 \cdot 10,3 = 18,54$ Нм.

(Изложенное ниже является численным примером, соответствующим обсужденному в § 9.5 графику на рис. 9.10.)

Подсчитаем значения частоты вращения при переключениях и сопротивления ступеней одной фазы пускового реостата.

Первое переключение (точки 2-3 на рис. 9.10) производится при скольжении s_1 , определяемом из формулы Клосса, записанной для двигателя с полностью введенным пусковым реостатом:

$$M_{\text{эм перекл}} = \frac{2M_{\text{макс}}}{\frac{s_{\text{кр пуск}}}{s_1} + \frac{s_1}{s_{\text{кр пуск}}}}, \text{ или: } 18,54 = \frac{2 \cdot 20,6}{\frac{1}{s_1} + \frac{s_1}{1}},$$

откуда $s_1^2 - 2,22 s_1 + 1 = 0$.

Из двух решений: $s_1 = 1,59$ и $s_1 = 0,627$ выбираем второе (оно меньше, чем $s_{\text{кр. пуск}}$), и тогда $s_1 = 0,627$.

$$n_2 = n_0(1 - s_1) = 1500(1 - 0,627) = 559,5 \text{ об/мин}.$$

Две ступени пускового реостата, оставшиеся после переключения (т. е. после выведения первой ступени), должны вновь обеспечить максимальность $M_{\text{эм}}$, т. е. обеспечить новое значение критического скольжения, равное s_1 . Сопротивление оставшихся двух ступеней (аналогично предыдущему)

$$r_{\text{пуск 2,3}} = r_{\text{рот}} \frac{s_1}{s_{\text{кр}}} - r_{\text{рот}} = 1,8 \frac{0,627}{0,27} - 1,8 = 3,38 \text{ Ом}.$$

Второе переключение (точки 4-5 на рис. 9.10) производится при скольжении s_2 , для которого записываем формулу Клосса, подставляя в качестве критического скольжения величину s_1 :

$$M_{\text{эм перекл}} = \frac{2M_{\text{макс}}}{\frac{s_1/s_2}{s_2} + \frac{s_2/s_1}{s_1}}, \text{ или } 18,54 = \frac{2 \cdot 20,6}{\frac{0,627/s_2}{s_2} + \frac{s_2/0,627}{0,627}},$$

откуда: $s_2^2 - 1,393 s_2 + 0,393 = 0$.

Из двух решений: $s_2 = 1$ и $s_2 = 0,393$ — выбираем меньшее, чем s_1 , т. е. второе, тогда $s_2 = 0,393$;

$$n_{4-5} = n_0(1 - s_2) = 1500(1 - 0,393) = 910,5 \text{ об/мин}.$$

Оставшаяся третья ступень пускового реостата обеспечит максимальность момента при $r_{\text{пуск } 3} = r_{\text{рот}} \frac{s_2}{s_{\text{кр}}} - r_{\text{рот}} = 1,8 \frac{0,393}{0,27} - 1,8 = 0,82 \text{ Ом}$.

Третье переключение (выведение третьей ступени пускового реостата и выход на естественную характеристику) производится при скольжении s_3 , для которого записываем формулу Клосса, подставляя в качестве критического скольжения s_2 :

$$M_{\text{эм пепекл}} = \frac{2 \cdot M_{\text{макс}}}{\frac{s_2}{s_3} + \frac{s_3}{s_2}}, \text{ или } 18,54 = \frac{2 \cdot 20,6}{\frac{0,393}{s_3} + \frac{s_3}{0,393}} = 2,22,$$

откуда: $s_3^2 - 0,874 s_3 + 0,1544 = 0$.

Из двух решений: $s_3 = 0,628$ и $s_3 = 0,246$ — выбираем меньшее, чем s_2 , т. е. второе, и тогда $s_3 = 0,246$;

$$n_{6-7} = n_0(1 - s_3) = 1500(1 - 0,246) = 1131 \frac{\text{об}}{\text{мин}}.$$

При этом $M_{\text{эм}}$ при выходе на естественную характеристику (т. е. в точке 7 графика на рис. 9.10) равен

$$M_{\text{эм } 7} = \frac{2 M_{\text{макс}}}{\frac{s_{\text{кр}}}{s_3} + \frac{s_3}{s_{\text{кр}}}} = \frac{2 \cdot 20,6}{\frac{0,27}{0,246} + \frac{0,246}{0,27}} = 20,5 \text{ Нм},$$

т. е. принимает значение, близкое к $M_{\text{макс}}$.

Из расчета следует, что сопротивление первой ступени одной фазы пускового реостата равно $r_{\text{пуск } 1} = r_{\text{пуск } p} - r_{\text{пуск } 2,3} = 4,87 - 2,38 = 2,49 \text{ Ом}$;

второй ступени $r_{\text{пуск } 2} = r_{\text{пуск } 2,3} - r_3 = 2,38 - 0,82 = 1,56 \text{ Ом}$

и третьей $r_{\text{пуск } 3} = 0,82 \text{ Ом}$.

§ 9.7. Асинхронные двигатели с массивным ротором. Асинхронные нагружающие устройства. Асинхронные муфты

Выше (см. § 9.1) указывалось, что магнитопровод ротора асинхронных машин общего назначения следует делать шихтованным. Однако существуют асинхронные машины специального назначения с массивным (т. е. не шихтованным) ротором; роторной обмотки эти машины не имеют.

Вихревые токи, возникающие в магнитопроводе в результате воздействия вращающегося магнитного поля, текут вдоль образующих цилинд-

рического тела ротора и замыкаются на его торцевых поверхностях (токи текут, в основном, в поверхностных слоях ротора вследствие поверхностного эффекта, описанного в § 9.5). Наличие указанных вихревых токов позволяет рассматривать поверхность ротора как обмотку «беличья клетка»: стержнями этой обмотки (т. е. активными частями) являются образующие цилиндрического ротора, а лобовыми частями — его торцы; таким образом, можно считать, что «беличья клетка» имеет бесконечное количество стержней, расположенных на бесконечно малом расстоянии друг от друга.

В соответствии с принципом действия асинхронного двигателя, эти вихревые токи создают вращающий момент. Однако железо (материал магнитопровода ротора), по которому они текут, является материалом высокого сопротивления. Следовательно, механические характеристики такого двигателя являются мягкими (критическое скольжение велико), и пусковой момент велик, а по мере разгона момент существенно убывает. Из сказанного вытекает, что область применения двигателя с массивным ротором — либо устройства с малым моментом нагрузки (например, для раскручивания гироскопа), либо устройства, требующие обеспечить большой момент при почти неподвижном роторе (например, для воздействия на рамку гироскопа).

Не имеют роторной обмотки и асинхронные нагружающие устройства. Назначение их — создание регулируемого момента нагрузки при испытаниях двигателей. Эти устройства известны также под названием *тормоза Панасенкова* (по существующему законодательству, изобретатель имеет право дать своему изобретению любое название, в том числе назвать его своим именем).

Рассмотрим кратко устройство и принцип действия тормоза Панасенкова. Ротор его представляет собой массивный (т. е. сплошной) металлический диск. Вал ротора соединяют с валом двигателя, который хотят нагрузить. Статор представляет собой систему электромагнитов постоянного тока; эти электромагниты расположены по обе стороны диска (т. е. ротора) с обоих торцов. Статор закреплен на станине не жестко, а связан с ней через измерительное устройство, в роли которого может быть использован, например, упругий элемент с наклеенным на него тензометрическим датчиком (*тензометр* — это электрический прибор, измеряющий малые деформации детали, на которую наклеен его датчик). Величину тока, которым запитаны электромагниты статора, можно регулировать.

Работая, испытуемый двигатель вращает диск (ротор) тормоза Панасенкова. При вращении диска в неподвижном магнитном поле, созданном электромагнитами статора, в диске возникают вихревые токи. Процесс, имеющий место в результате, абсолютно идентичен процессу элек-

тродинамического торможения применительно к асинхронному двигателю с массивным ротором. Разницей (не принципиальной) является лишь то, что активными элементами роторной обмотки, которой можно уподобить диск, является бесконечное количество его радиусов (а не образующих); это объясняется дисковой конструкцией ротора и торцевым — относительно диска — расположением электромагнитов статора.

Величину тормозного момента можно регулировать, изменяя ток питания статорных электромагнитов.

Момент, который приложен статором к ротору, равен моменту, который приложен станиной к статору. Этот момент измеряется, например, тензомером посредством оценки упругой деформации элемента, связывающего статор со станиной.

Для испытания мощных двигателей используется тормоз Панасенкова с диском (ротором), выполненным из ферромагнитного материала. В этом случае диск выполняет двойную функцию: он является сердечником ротора, а его поверхностные слои, в которых текут вихревые токи, выполняют функцию обмотки ротора.

Для испытания малых машин следует применить тормоз Панасенкова с малым моментом инерции ротора; в этом случае диск изготавливается из листового легкого металла (например алюминия); он вращается в магнитном зазоре статорной системы и выполняет функцию только обмотки.

Для расширения кругозора полезно в качестве примера сообщить, что аналогом рассмотренного устройства является автомобильный спидометр. Принцип его действия: от коробки скоростей вращение через гибкий вал передается на алюминиевый диск, вращающийся в обойме с постоянными магнитами. Если считать диск ротором, то обойма с магнитами является статором; к этой обойме прикреплена стрелка прибора, а сама обойма связана с приборной доской через пружину. Чем больше частота вращения диска, тем больше момент, деформирующий пружину, и тем больше отклонение стрелки.

Еще один вид асинхронных устройств — скользящая электромагнитная муфта. Ее можно рассматривать как логическое развитие идей, заложенных в устройстве тормоза Панасенкова.

Используется такая муфта для эластичной связи между первичным двигателем и исполнительным механизмом. Ее ведомая часть — ротор — соединяется валом с первичным двигателем. Ведущая часть — условно назовем ее статором — соединяется валом с исполнительным механизмом. Статор является явнополюсной конструкцией; обмотки его запитаны постоянным током.

Принцип действия аналогичен описанному выше: токи, возникающие в роторе при его вращении в поле статора, создают в этом поле электромагнитный момент, направленный на уравнивание частот вра-

щения ротора и поля статора, т. е. направленный на раскрутку статора (и связанного с ним исполнительного механизма). Этот момент можно плавно регулировать, регулируя ток питания обмоток статора; таким образом, сцепление и расцепление ведущей и ведомой частей можно производить плавно.

В отличие от тормоза Панасенкова, механическая характеристика такой муфты должна быть жесткой (т. е. при частоте вращения ведомой части, близкой к частоте вращения ведущей, момент должен изменяться мало). Для обеспечения требуемой жесткости роторные токи должны течь по материалу малого сопротивления, и поэтому применение массивного ротора здесь невыгодно; роторы муфт делаются с короткозамкнутой обмоткой и реже — с фазной. Применение короткозамкнутого ротора с улучшенными пусковыми свойствами позволяет увеличить пусковой момент. Существенно также и то, что наличие опрокидывающего момента в механической характеристике муфты является своего рода предохранением первичного двигателя от перезагрузки при резких изменениях режима работы исполнительного механизма.

§ 9.8. Создание вращающегося магнитного поля в однофазной и двухфазной системах обмоток переменного тока

В электрооборудовании малых мощностей применяются не только трехфазные, но и однофазные асинхронные двигатели. Поэтому целесообразно рассмотреть создание вращающегося магнитного поля и в них.

Рассмотрение приведем тем же методом, который был использован в § 7.2 для трехфазных систем. А именно: рассматриваем магнитную индукцию как вектор на воображаемой комплексной плоскости, которая расположена перпендикулярно продольной оси машины.

Как и ранее, делаем упрощающее допущение: учитываем только первые гармоники возникающих магнитных полей.

Предположим, что возбудитель имеет только одну обмотку. Пусть она запитана от однофазного источника с синусоидально изменяющимся напряжением с циклической частотой ω , тогда текущий через обмотку ток создает магнитное поле с индукцией, изменяющейся по косинусоидальному закону: $B = B_m \cos \omega t$. Прибавив и отняв одну и ту же величину, а затем воспользовавшись формулой Эйлера (2.30) (см. § 2.5), эту индукцию можно расписать:

$$\begin{aligned} B &= B_m \cos \omega t = B_m \cos \omega t + \frac{1}{2} B_m j \sin \omega t - \frac{1}{2} B_m j \sin \omega t = \\ &= \frac{1}{2} B_m (\cos \omega t + j \sin \omega t) + \frac{1}{2} B_m (\cos \omega t - j \sin \omega t) = \frac{1}{2} B_m e^{j\omega t} + \frac{1}{2} B_m e^{-j\omega t}, \quad (9.24) \end{aligned}$$

откуда видно, что создаваемое обмоткой пульсирующее магнитное поле можно представить совокупностью двух полей, встречно вращающихся с угловой скоростью ω .

Заметим в качестве примечания к этим выкладкам и к последующим, что, если бы мы приняли, что питающее напряжение не синусоидально, а косинусоидально, то создаваемая магнитная индукция изменялась бы по синусоидальному закону. Но это не нарушило бы общность производимых выкладок: просто векторы вращающихся магнитных полей в момент времени $t = 0$ были бы направлены не по вещественной, а по мнимой оси, т. е. изменился бы момент начала отсчета, от которого сущность полученного результата (вращающееся поле) не зависит. Точно так же не внесла бы принципиальных изменений и замена фазы питающего напряжения на противоположную.

Теперь предположим, что возбудитель двухфазный, причем обмотка второй фазы развернута относительно первой на угол 90° и запитана напряжением, отстающим на 90° от напряжения питания первой фазы. Тогда каждая из обмоток создает магнитное поле с индукцией — соответственно —

$$B_1 = B_{1m} \cos \omega t; \quad B_2 = B_{2m} \cos(\omega t - 90^\circ).$$

Тогда суммарное магнитное поле

$$B_\Sigma = B_1 + e^{j90^\circ} B_2. \quad (9.25)$$

Коэффициент при B_2 в (9.25) учитывает на комплексной плоскости то, что обмотка второй фазы развернута на угол 90° относительно обмотки первой фазы.

Введем понятие k_c — коэффициент сигнала, являющийся отношением амплитуд магнитных индукций, создаваемых рассматриваемыми обмотками. Приняв — для определенности, — что $B_{1m} \geq B_{2m}$, определим коэффициент сигнала $k_c = \frac{B_{2m}}{B_{1m}}$, задав ему диапазон возможных значений:

$$+1 \geq k_c \geq -1.$$

Тогда (9.25) переписется в виде:

$$B_\Sigma = B_{1m} \cos \omega t + j k_c B_{1m} \cos(\omega t - 90^\circ) = B_{1m} (\cos \omega t + j k_c \sin \omega t). \quad (9.26)$$

Если бы в (9.26) коэффициенты при вещественной и мнимой частях были одинаковы (т. е., если бы было $k_c = 1$), то результат означал бы получение вращающегося магнитного поля; это было бы видно совсем наглядно при подстановке в (9.26) формулы Эйлера (2.30).

Покажем, что вращающееся магнитное поле будет получено и при других значениях k_c .

Подставим в (9.26): $1 = \frac{1+k_c}{2} + \frac{1-k_c}{2}$; $k_c = \frac{1+k_c}{2} - \frac{1-k_c}{2}$, после чего воспользуемся формулой Эйлера (2.30):

$$\begin{aligned} B_{\Sigma} &= \frac{1+k_c}{2} B_{1M} \cos \omega t + \frac{1-k_c}{2} B_{1M} \cos \omega t + j \frac{1+k_c}{2} B_{1M} \sin \omega t - j \frac{1-k_c}{2} B_{1M} \sin \omega t \\ &= \frac{1+k_c}{2} B_{1M} e^{j\omega t} + \frac{1-k_c}{2} B_{1M} e^{-j\omega t}. \end{aligned} \quad (9.27)$$

Из формулы (9.27) видно, что создаваемое двухфазной системой обмоток магнитное поле можно представить совокупностью двух встречно-вращающихся с угловой скоростью ω магнитных полей; модуль индукции первого поля $\frac{1+k_c}{2} B_{1M}$, а модуль индукции второго поля равен

$$\frac{1-k_c}{2} B_{1M}.$$

Этот результат иллюстрируется рис. 9.19, где показаны исходные (в момент времени $t = 0$) положения обоих векторов и направления их вращения.

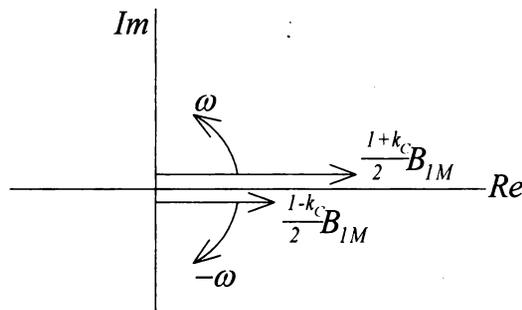


Рис. 9.19. Вращающееся магнитное поле в двухфазной системе обмоток переменного тока

Суммарное поле часто называют эллиптическим, поскольку, как видно из рис. 9.19, годограф его представляет собой эллипс, большая ось которого равна удвоенной сумме модулей индукции вращающихся полей, а малая ось — удвоенной их разности.

Частные случаи (9.27) очевидны. При $k_c = 0$, что означает отсутствие питания второй обмотки, результат (9.27), как и следует ожидать, вырождается в (9.24). При $k_c = +1$ второе слагаемое в (9.27) равно нулю, и эллиптическое поле вырождается в круговое. При $k_c = -1$ равно нулю первое слагаемое, и результирующее круговое поле вращается в обратную сторону.

Таким образом, на примере частного случая (угол между осями обмоток равен 90° , сдвиг по фазе между напряжениями питания обмоток — тоже 90°) мы сравнительно просто получили результат: два встречно вращающихся магнитных поля.

Покажем, что такой же результат может быть получен и в более общем случае, а именно: обмотки развернуты друг относительно друга на некоторый угол β , а сдвиг по фазе между напряжениями питания обмоток отличается от 90° на величину α , т. е. равен $90^\circ - \alpha$.

Пусть амплитуды магнитной индукции, создаваемой первой и второй обмотками, равны соответственно $B_{1м}$ и $B_{2м}$. Тогда суммарное магнитное поле

$$\begin{aligned} B_{\Sigma} &= B_1 + e^{j\beta} B_2 = B_{1м} \cos \omega t + e^{j\beta} B_{2м} \cos(\omega t - (90^\circ - \alpha)) = \\ &= B_{1м} \cos \omega t + e^{j\beta} B_{2м} \sin(\omega t + \alpha) = \\ &= B_{1м} \cos \omega t + B_{2м} \cos \beta \cdot \sin(\omega t + \alpha) + j B_{2м} \sin \beta \sin(\omega t + \alpha) = \\ &= B_{1м} \cos \omega t + B_{2м} \cos \beta \cdot \cos \alpha \cdot \sin \omega t + B_{2м} \cos \beta \cdot \sin \alpha \cdot \cos \omega t + \\ &+ j B_{2м} \sin \beta \cdot \cos \alpha \cdot \sin \omega t + j B_{2м} \sin \beta \cdot \sin \alpha \cdot \cos \omega t = \\ &= [(B_{1м} + B_{2м} \cos \beta \cdot \sin \alpha) \cos \omega t + j B_{2м} \sin \beta \cdot \cos \alpha \cdot \sin \omega t] + \\ &+ j [B_{2м} \sin \beta \cdot \sin \alpha \cdot \cos \omega t - j B_{2м} \cos \beta \cdot \cos \alpha \cdot \sin \omega t]. \end{aligned} \quad (9.28)$$

Сравнивая полученный результат с (9.26), видим, что первая квадратная скобка (9.28) тоже даст два встречно-вращающихся с угловой скоростью ω магнитных поля. Вторая квадратная скобка даст аналогичный результат, с той лишь разницей, что исходные положения векторов магнитных индукций будут направлены по мнимой оси воображаемой комплексной плоскости; угловая же скорость обоих вращающихся полей также ω . Суммируя результаты обеих квадратных скобок, можно получить два суммарных встречно-вращающихся с угловыми скоростями ω магнитных поля, что и требовалось показать. Выкладки, продолжающие (9.28), аналогичные подстановкам и выкладкам при переходе от (9.26) к (9.27), здесь не приводятся, поскольку цель настоящего параграфа — получение не количественного, а лишь качественного результата, необходимого далее для объяснения принципа действия однофазных и двухфазных асинхронных двигателей.

§ 9.9. Однофазные и двухфазные асинхронные двигатели

Результат, полученный в предыдущем параграфе, можно интерпретировать нижеследующим образом.

Создается два встречно-вращающихся круговых магнитных поля. Но выше уже были рассмотрены машины с вращающимся круговым магнит-

ным полем: это трехфазные асинхронные двигатели. Поэтому процесс в системе с двумя встречно-вращающимися круговыми полями можно представить как процесс в устройстве, представляющем собой два воображаемых одинаковых трехфазных асинхронных двигателя, жестко связанных между собой единым валом и включенных встречно (рис. 9.20).

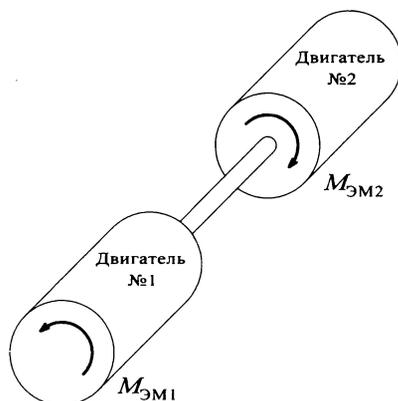


Рис. 9.20. Интерпретация системы с двумя встречно-вращающимися круговыми магнитными полями

Естественно, вся система, т. е. ротор реального двигателя, вращается в какую-то одну сторону; поле, направление вращения которого совпадает с этим направлением, называется *прямым*, второе поле (встречного направления) — *обратным*.

Каждый из воображаемых двигателей (рис. 9.20) в соответствии со своей механической характеристикой развивает свой электромагнитный вращающий момент.

Двигатели предполагаются жестко связанными, а потому момент, развиваемый всей системой, можно получить, алгебраически суммируя моменты обоих воображаемых двигателей.

Именно таким образом далее будет получен вид механических характеристик двигателя с двухфазной или однофазной (она является частным случаем двухфазной при $k_c = 0$) системами обмоток. Суммирование механических характеристик будет производиться на графиках, и графики будут строиться для низкого и для высокого сопротивления r_2 роторных обмоток в случае $k_c = 0$ и в случае $1 > k_c > 0$. На всех четырех рисунках (рис. 9.21; рис. 9.22; рис. 9.23; рис. 9.24) кривые будут обозначены следующим образом: *a* — механическая характеристика, соответствующая прямому полю, *b* — механическая характеристика, соответствующая обратному полю, *c* — механическая характеристика, получающаяся в результате суммирования двух предыдущих характеристик по оси моментов и соответствующая эллиптическому полю рассматриваемой машины.

Рис. 9.21 отражает случай, когда сопротивление роторной обмотки мало, а следовательно, характеристика a и b жесткие; при этом $k_c = 0$, и, следовательно, модули векторов магнитной индукции обоих полей одинаковы, а потому одинаковы и характеристики a и b .

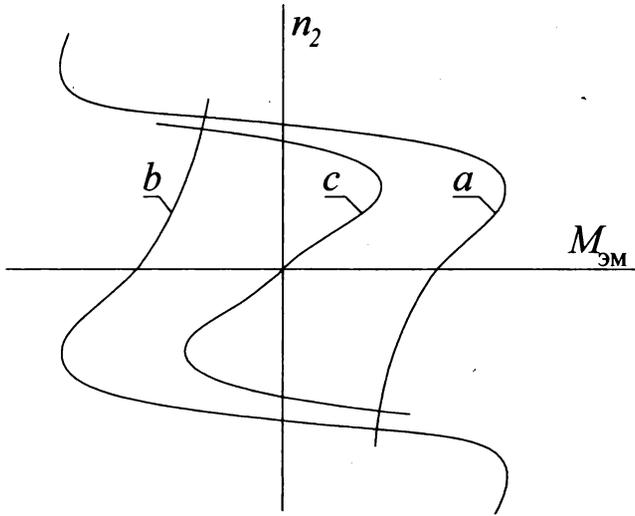


Рис. 9.21. Получение механической характеристики при малом сопротивлении роторной обмотки и нулевом коэффициенте сигнала ($k_c = 0$)

Из результирующей механической характеристики видно, что пусковой момент (при $n_2 = 0$) двигателя в этом случае равен нулю, а далее — в первом и третьем квадрантах графика — знак момента тот же, что знак частоты вращения. Следовательно, двигатель может быть запущен только при наличии какого-то внешнего (хотя бы и кратковременного) воздействия, а далее будет вращаться самостоятельно в ту сторону, в которую был запущен. Заметим, что частота вращения идеального холостого хода (пересечение ординаты характеристикой c) меньше, чем синхронная частота вращения.

В случае $k_c \neq 0$ (запитана и вторая обмотка) модули векторов магнитной индукции различны — см. (9.27), — а следовательно различны и характеристики a и b ; эта ситуация отражена графиками на рис. 9.22.

Нетрудно видеть, характеристика c имеет пусковой момент (см. пересечение ею оси абсцисс), и величина момента в рабочем режиме (первый квадрант графика) здесь больше, чем в предыдущем случае.

Рис. 9.23 и рис. 9.24 соответствуют случаю, когда сопротивление роторной обмотки велико, и потому характеристики a и b мягкие. Если $k_c = 0$ (вторая обмотка не запитана), то модули векторов магнитной индукции прямого и обратного полей одинаковы и, следовательно, одинаковы характеристики a и b , что и показано на рис. 9.23.

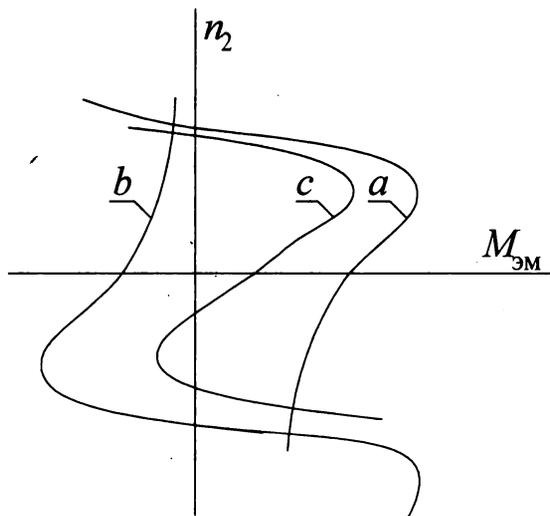


Рис. 9.22. Получение механической характеристики при малом сопротивлении роторной обмотки и ненулевом коэффициенте сигнала ($k_c \neq 0$)

Из результирующей механической характеристики на рис. 9.23 видно, что пусковой момент двигателя равен нулю, а в случае вращения двигателя знак момента всегда противоположен знаку частоты вращения. Следовательно, двигатель не только не может быть запущен без наличия какого-либо внешнего воздействия, но и будет претерпевать электрическое торможение в случае, если почему-либо во вращение был приведен.

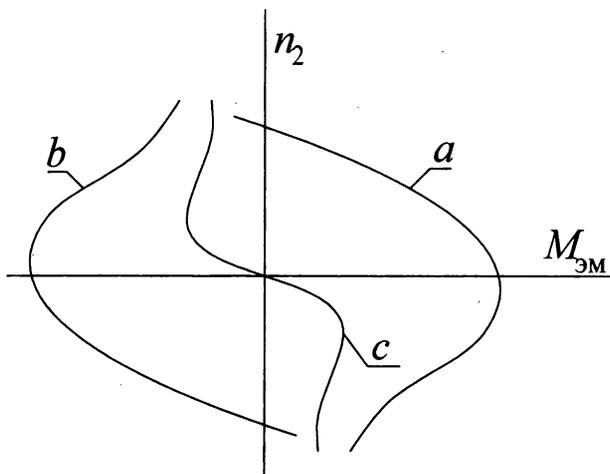


Рис. 9.23. Получение механической характеристики при большом сопротивлении роторной обмотки и нулевом коэффициенте сигнала ($k_c = 0$)

Если же $k_c \neq 0$ (запитана и вторая обмотка) модули векторов магнитной индукции прямого и обратного полей будут различны, а значит, будут различны и характеристики a и b . Этот случай отражен на рис. 9.24.

Участок результирующей характеристики c соответствующий рабочему режиму (первый квадрант графика на рис. 9.24), для наглядности выделен жирной линией.

Из полученного графика видно, что пусковой момент у двигателя имеется; произойдет запуск двигателя, а характеристика, на которой он будет работать, является мягкой. Установившаяся частота вращения двигателя определяется ординатой точки пересечения кривой c и линии, отражающей момент нагрузки, приложенный к двигателю (на рис. 9.24 эта линия обозначена d). Из рассмотрения видно, что значения пускового момента и установившейся частоты вращения будут тем больше, чем больше $|k_c|$.

(Заметим, графики на рис. 9.22 и 9.24 строились для $0 < k_c < 1$. При отрицательных значениях k_c , т. е. при $-1 \leq k_c < 0$, результат, зеркальный относительно рассмотренного, получается аналогичным образом.)

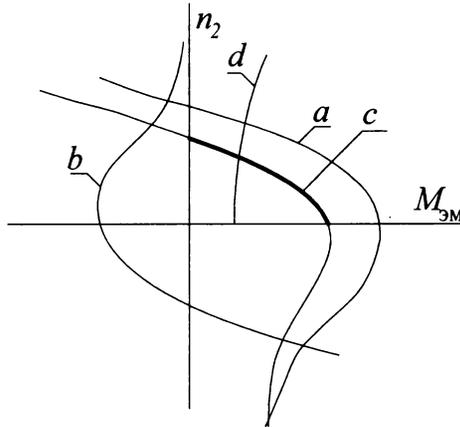


Рис. 9.24. Получение механической характеристики при большом сопротивлении роторной обмотки и ненулевом коэффициенте сигнала ($k_c \neq 0$)

Сделаем выводы:

❖ Если обмотки ротора имеют высокое сопротивление, то получающийся двигатель является управляемым. Его частота вращения при заданной нагрузке и пусковой момент определяются параметрами напряжения, которым запитана вторая обмотка (при неизменно запитанной первой обмотке); эти величины могут регулироваться — см. рис. 9.24, и в частности, при нулевом сигнале на второй обмотке двигатель тормозится до частоты вращения, равной нулю. Таким образом, двухфазные двигатели с высоким сопротивлением обмотки ротора целесообразно использовать в качестве исполнительных двигателей.

❖ Если обмотки ротора имеют низкое сопротивление, то получающийся двигатель управляемым не является; после пуска его в ход он продолжает вращаться; частота вращения его при наличии нагрузки мало зависит от параметров напряжения, которым запитана его вторая обмотка, поскольку его механическая характеристика является жесткой. Поэтому для формирования этого напряжения можно воспользоваться не отдельным управляющим устройством (как в предыдущем случае), а получить это напряжение от той же цепи питания, от которой запитана первая обмотка, позаботившись лишь об обеспечении сдвига по фазе. Таким образом, для питания двигателя можно воспользоваться однофазным источником. Из сказанного вытекает, что такой однофазный двигатель следует применять в качестве приводного двигателя.

Студентам неэлектрических специальностей, по мнению авторов, о двухфазных исполнительных двигателях следует дать только общее представление. Поэтому дополнительно к сказанному выше кратко остановимся на вопросах управления исполнительными двухфазными двигателями.

Одна из обмоток двигателя — обмотка возбуждения (ОВ) — запитана все время одним и тем же напряжением, а на вторую обмотку — обмотку управления (ОУ) — подается управляющий сигнал.

При $k_c = 0$ (т.е. при нулевом сигнале на ОУ) к двигателю приложен тормозной момент (см. рис. 9.23). При подаче сигнала на ОУ (т.е. при $k_c \neq 0$) механическая характеристика сдвигается либо в первый, либо в третий квадрант — в зависимости от знака k_c . Это соответствует появлению вращающего момента, направленного либо вперед, либо назад. Соответствующая механическая характеристика для случая $k_c > 0$ показана на рис. 9.24 кривой c . Участок кривой, соответствующий рабочему режиму, выделен на рисунке жирной линией. Если показать на графике момент, которым нагружен двигатель (кривая d), то точка пересечения кривых c и d соответствует установившемуся режиму. Эта точка будет на графике тем выше, чем больше k_c . Таким образом, управление двигателем производится посредством изменения k_c .

Это управление может быть реализовано несколькими способами.

а). *Амплитудное управление.* Сдвиг по фазе между питанием ОВ и ОУ неизменен (в идеале это 90°), а амплитуда сигнала на ОУ может изменяться: чем выше эта амплитуда, тем больше k_c .

б). *Фазовое управление.* Амплитуда сигнала на ОУ неизменна и максимальна, а фазовый сдвиг между питанием ОУ и ОВ может изменяться в диапазоне от -90° (что соответствует $k_c = -1$), через 0° (что соответствует $k_c = 0$) и до $+90^\circ$ (что соответствует $k_c = +1$).

в). *Амплитудно-фазовое управление.* В этом случае изменяются одновременно и амплитуда, и фаза управляющего сигнала.

Поясним сказанное. Два способа управления, рассмотренные выше, требуют наличия двух независимых друг от друга источников питания: для ОВ и

для ОУ. В случае наличия лишь одного источника питания от него запитывается одна из обмоток непосредственно, а вторая обмотка подключается к источнику последовательно с конденсатором. Емкость этого конденсатора выбирается так, чтобы сдвиг по фазе между напряжениями, подаваемыми на обмотки, был бы возможно ближе к 90° . Управление осуществляют посредством изменения амплитуды управляющего сигнала. Однако в этом случае назвать управление амплитудным нельзя, поскольку при изменении сигнала управления изменяется одновременно и потребляемый ток, а следовательно, изменяется и обеспечиваемый конденсатором угол сдвига по фазе (это легко увидеть, построив векторную диаграмму для цепи, состоящей из соединенных последовательно обмотки и конденсатора). Из рассмотренных методов наилучший вид характеристик дает фазовый способ управления, но аппаратно он наиболее сложен. Самым простым по реализации является амплитудно-фазовый способ, однако на малых частотах вращения обеспечиваемое им управление оказывается нестабильным.

Следует упомянуть еще об одном способе.

г). *Частотное управление.* Для реализации его изменяется — при заданных амплитуде и фазе управляющего сигнала — частота питающего напряжения. Проследив по вышеизложенному материалу построение механических характеристик, можно увидеть, что изменение частоты питающего напряжения соответствует изменению масштаба по оси ординат на графиках рис. 9.23 и 9.24.

Рассмотрение однофазных двигателей, — применяемых в качестве приводных в маломощных устройствах, представляет большой интерес и поэтому должно быть проведено чуть подробнее.

На рис. 9.25 в схеме использован тот же принцип условных обозначений, который упоминался выше — в § 9.5 применительно к рис. 9.9: окружность на рисунке изображает ротор, а статорные обмотки показаны рядом с ним. Первая обмотка, запитанная от сети все время, называется *обмоткой возбуждения* (ОВ), Вторая обмотка — *пусковая* (ОП) — развернутая относительно первой на какой-то угол (в идеале — на 90°).

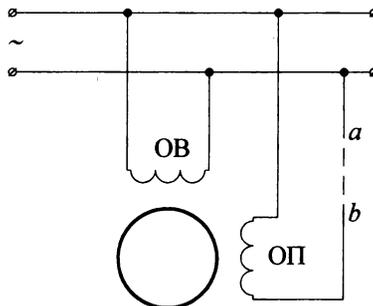


Рис. 9.25. Схема однофазного асинхронного двигателя

При проектировании двигателя возникает альтернатива: проектировать ОП либо для кратковременного включения только на время запуска, либо для включения на все время работы двигателя. Преимущество первого варианта — возможность изготовления ОП более тонким проводом, а следовательно, выигрыш в расходе материала, в весе и в габаритах. В случае выбора этого варианта на участке $a-b$ — см. рис. 9.25 — устанавливается контакт, включающий ОП только на время пуска двигателя в ход. Второй вариант не только обеспечивает наличие пускового момента (как и первый), но и улучшает механическую характеристику двигателя в рабочем режиме, увеличивая $M_{зм}$ (см. рис. 9.22). Однако в этом случае ОП должна быть рассчитана на длительный режим работы, т. е. должна быть выполнена таким же проводом, как ОВ, и поэтому за улучшение механической характеристики приходится платить отказом от упомянутых экономических преимуществ первого варианта.

Как указывалось выше, необходимо обеспечить сдвиг по фазе на некоторый угол (в идеале на 90°) между токами обеих обмоток. В соответствии с (2.20) (см. § 2.2), фазовый сдвиг между током и напряжением

определяется отношением $\frac{x}{r}$; следовательно это отношение для ОВ и для

ОП должно быть различным. Достигается это либо увеличением активного сопротивления ОП, либо введением последовательно с ОП (между точками a и b на рис. 9.25) дополнительного реактивного элемента (обычно — конденсатора). Первый способ удобен для ОП, включаемой только на время пуска (будучи выполнена более тонким проводом — см. выше, — она соответственно имеет и большее активное сопротивление). Второй способ удобен для ОП, включаемой на все время работы (параметры ОВ и ОП в этом случае примерно одинаковы — см. выше, — и дополнительное введение конденсатора оказываются наиболее простым решением вопроса). Иногда дополнительный реактивный элемент вводят не последовательно с ОП, а последовательно с ОВ, что, нетрудно сообразить, дает такой же эффект.

Укажем, что однофазные двигатели, в которых в качестве фазосдвигающего элемента применен конденсатор, называют *конденсаторными*.

Заметим, что в свете изложенного становится легко объяснимым часто применяемый в быту способ использования трехфазного двигателя при питании от однофазной сети: одна из фаз обмотки запитывается непосредственно от сети, а вторая — последовательно с дополнительным конденсатором (третья фаза не используется).

Из материала данного параграфа следует важный вывод, касающийся трехфазных двигателей. Если во время работы трехфазного двигателя пропадает по аварийным причинам одно из фазных напряжений, двига-

тель все равно будет продолжать работать как однофазный. Однако при этом падает мощность, увеличивается скольжение и возрастает ток, в результате чего двигатель, не рассчитанный на этот режим, через короткое время перегревается и выходит из строя.

В заключение параграфа следует упомянуть об однофазном асинхронном двигателе с *экранированными* полюсами. Этот двигатель имеет только одну обмотку — обмотку возбуждения, однако магнитная система статора у него явнополюсная. Один из полюсов (см. рис. 9.26) имеет глубокий паз, и часть полюса, отделенная этим пазом, охвачена короткозамкнутым витком (медным кольцом).

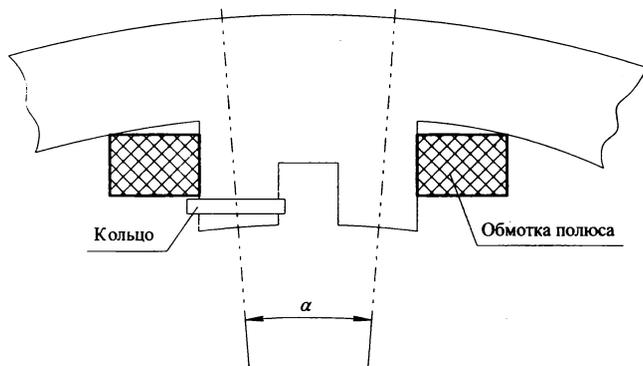


Рис. 9.26. Пояснение устройства и принципа действия асинхронного двигателя с экранированным полюсом

Магнитный поток, наводимый в полюсе обмоткой, индуцирует ЭДС в короткозамкнутом витке. В результате ток, текущий в витке, препятствуя — в соответствии с правилом Ленца — изменению магнитного потока, вызывает запаздывание по фазе той части потока, которая проходит через часть полюса, охваченную витком, по сравнению с основной частью потока, проходящей вне витка. В результате помимо основного магнитного потока в машине имеется второй магнитный поток, отстающий по фазе и отличающийся от первого по своей ориентации на некоторый угол (угол α на рис. 9.26). Этот поток и выполняет функцию потока пусковой обмотки.

Машины этого типа имеют весьма низкий КПД и невысокие эксплуатационные характеристики, однако их достоинством являются простота, дешевизна и высокая надежность. Этим и объясняется их применение в некоторых маломощных устройствах.

ГЛАВА X

СИНХРОННЫЕ МАШИНЫ

§ 10.1. Устройство и принцип действия синхронных машин

В отличие от асинхронных машин, синхронные машины часто применяются в качестве генераторов электропитания. Однако студентам не-электрических специальностей в практической деятельности придется столкнуться, в первую очередь, с устройствами, потребляющими электрическую энергию, а не производящими ее. Поэтому в данной главе упор будет делаться, в основном, на синхронные двигатели, а информация о синхронных генераторах будет сообщена в меньшем объеме.

Возбудителем в синхронной машине является ротор; его магнитное поле создается либо постоянными магнитами, укрепленными на нем (напомним: машина с постоянными магнитами — это магнитоэлектрическая машина), либо роторными обмотками, запитанными постоянным током. Во втором (более распространенном) случае питание к роторным обмоткам подводится через смонтированные на валу два контактных кольца и скользящие по ним щетки, укрепленные на статоре.

При таком способе возбуждения магнитного поля оно неподвижно относительно возбудителя (см. § 7.2), а потому вращается с той же угловой скоростью, что и являющийся возбудителем ротор. Именно этим и обусловлено название машин — синхронные.

Неизменность магнитного поля относительно ротора означает, что магнитопровод ротора можно делать массивным и явнополюсным. Следует, однако, заметить, что роторы больших синхронных машин, работающих с высокими частотами вращения, делают неявнополюсными из соображений, связанных механическими причинами: повышение прочности и облегчение центровки.

Якорем в синхронной машине является статор. Устройство статора синхронной машины принципиально не отличается от устройства статора асинхронной машины, поскольку условия работы обоих статоров одинаковы: будучи неподвижным во вращающемся магнитном поле машины, статор должен иметь магнитный сердечник неявнополюсный и шихтованный.

Далее, обсуждая принцип действия синхронной машины, принимаем, как и ранее, упрощающее допущение: считаем, что распределение магнитного потока по окружности статора синусоидально (обеспечить это стремятся выбором формы полюсов ротора), и считаем, что машина работает в ненасыщенном состоянии магнитопроводов (а потому все периодические функции заменяем при рассмотрении их первыми гармониками).

Принцип работы синхронной машины в роли генератора довольно очевиден. Магнитное поле ротора, вращаясь, пересекает статорные (т. е. якорные) обмотки и наводит в них ЭДС. Если имеется возможность изменения тока возбуждения (т. е. роторного тока), то можно таким образом регулировать ЭДС на выходе генератора при неизменной частоте вращения.

Заметим, что в соответствии с изложенным, ЭДС якоря является переменной. Поэтому при подключении к генератору потребителя (нагрузки) в якоре текут переменные токи, которых будут создавать (см. § 7.2) вращающееся магнитное поле якоря. При этом напоминаем, что частоты вращения магнитного поля статора и магнитного поля ротора в любой работающей машине одинаковы.

Рассмотрим принцип работы синхронной машины в роли двигателя; иными словами, объясним, за счет каких физических явлений возникает в машине вращающий электромагнитный момент.

Выше указывалось, что ротор (возбудитель) создает постоянное — относительно ротора — магнитное поле. На основании этого представим ротор в виде рамки с током, который, протекая по проводам этой рамки, и создает упомянутое магнитное поле. На рис. 10.1 показаны два провода этой рамки (ось вращения ротора перпендикулярна плоскости рисунка и проходит через точку O).

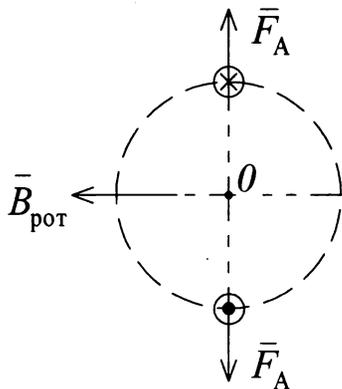


Рис. 10.1. Создание магнитного поля ротора в синхронной машине

Примем для определенности, что в верхнем (на рисунке) проводе ток течет от нас, а в нижнем — к нам. Тогда в соответствии с известным из школьного курса физики правилом правого винта, вектор магнитной индукции поля ротора $\vec{B}_{\text{рот}}$ будет направлен влево. Силы Ампера \vec{F}_A , действующие на находящиеся в этом магнитном поле провода рамки с током, будут в этом случае направлены в плоскости рамки, стремясь отдалить провода друг от друга, и вращающего момента создавать не будут.

Для того чтобы создать вращающий момент, поворачивающий ротор, например, против часовой стрелки, силы Ампера, действующие на провода рамки, изображающей ротор, должны быть направлены под углом к плоскости рамки; например, так, как это показано на рис. 10.2.

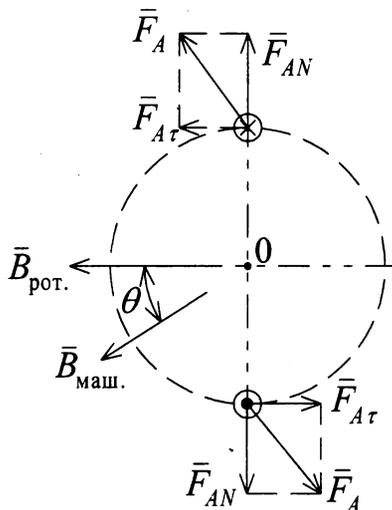


Рис. 10.2. Создание пары сил, приложенных к ротору синхронного двигателя, магнитным полем машины

В этом случае каждая из двух указанных сил может быть разложена на две составляющие: нормальную \bar{F}_{AN} к траектории проводов вращающейся рамки и тангенциальную \bar{F}_{At} , направленную по касательной к этой траектории. Нормальные составляющие, как и в предыдущем случае, создавать вращающего момента не будут, а тангенциальные, являясь парой сил, вращающий момент создадут.

Однако для того чтобы силы Ампера, действующие на провода рамки, были бы направлены под углом к плоскости рамки (как показано на рис. 10.2), необходимо, чтобы вектор магнитной индукции поля, действующего на рамку, был бы направлен под углом к нормали к плоскости рамки. Нетрудно сообразить, что это может получиться только за счет магнитного поля статора двигателя; магнитная индукция этого поля, суммируясь с магнитной индукцией $\bar{B}_{рот}$ поля ротора, создаст результирующий вектор $\bar{B}_{маш}$ магнитной индукции поля машины. Если этот вектор направлен так, как показано на рис. 10.2, т. е. под углом θ к вектору $\bar{B}_{рот}$, опережая его, то интересующие нас тангенциальные составляющие сил Ампера, создающие вращающий момент, будут пропорциональны $\sin \theta$.

В итоге мы выяснили, что вращающий момент будет возникать в том случае, если результирующее магнитное поле машины будет вращаться с той же угловой скоростью, что магнитное поле ротора, опережая его на

некоторый угол, обозначенный нами θ . Момент будет пропорционален синусу этого угла, а значит, максимален при $|\theta| = \frac{\pi}{2}$ (знак «модуль» по-

ставлен при величине θ потому, что этот угол принято отсчитывать относительно вектора магнитной индукции результирующего поля машины; поэтому угол отрицателен, когда поле ротора отстает от поля машины, и положителен, — когда опережает).

Существенно подчеркнуть два обстоятельства: во-первых, для получения требуемого магнитного поля машины поле статора тоже должно вращаться с той же угловой скоростью что и поле ротора; во-вторых, опережение вектора $\vec{B}_{\text{рот}}$ вектором $\vec{B}_{\text{маш}}$ при вращении этих векторов означает, что результирующее потокосцепление поля машины является опережающим по фазе относительно потокосцепления ротора.

Объяснив таким образом принцип работы двигателя, попытаемся сообразить, а что будет, если угол θ сменит знак, т. е. если результирующее магнитное поле машины будет не опережать, а отставать от поля ротора. Из рассмотрения, аналогичного проведенному на рис. 10.2, очевидно, что тангенциальные составляющие сил Ампера в этом случае сменяют свое направление на противоположное. Тогда получится, что момент, создаваемый ими, будет тормозящим. Поскольку изменение направления $\vec{B}_{\text{маш}}$ может быть вызвано изменением поля статора, это означает, что статорные (т. е. якорные) токи текут в направлении, при котором их действие препятствует изменению магнитного поля (т. е. вращению ротора). Сопоставление сказанного с известной формулировкой принципа Ленца подсказывает, что это могут быть только токи, созданные ЭДС электромагнитной индукции; следовательно, отставание результирующего магнитного поля от поля ротора означает, что синхронная машина работает в режиме генератора.

Таким образом, при сопоставлении обоих режимов (генераторного и двигательного) видим, что переход из одного режима в другой связан со сменой знака угла θ .

В качестве примечания к материалу данного параграфа интересно заметить, что с принципом работы синхронного двигателя весьма сходен принцип работы *вентильного* двигателя, описанного в обзорном § 8.10. Действительно, магнитное поле ротора вентильного двигателя постоянно и неподвижно относительно самого вращающегося ротора, являющегося возбудителем. Статор вентильного двигателя является якорем, и его питание — это переменный ток, коммутируемый вентилями, управляемыми в функции углового положения ротора, в результате чего поле статора вращается с той же угловой скоростью, что и ротор, опережая его на

угол $\frac{\pi}{2}$, обеспечивающий максимальность электромагнитного момента.

Из сказанного вытекает, что вентильный двигатель можно назвать магнитоэлектрическим синхронным двигателем, работающем при угле θ , равным $\pi/2$, и отличается он от обычного синхронного двигателя тем, что частота и фаза питания якоря обычного синхронного двигателя задаются извне — питающей сетью — в то время, как у вентильного двигателя они определяются угловой скоростью и мгновенным положением ротора.

§ 10.2. Схемы замещения и векторные диаграммы идеализированной синхронной машины

Ставя в качестве основной цели, как и ранее, понимание сущности происходящих процессов, прибегнем к упрощающей идеализации синхронной машины. Сущность этой идеализации: дополнительно к допущениям, оговоренным в предыдущем параграфе, пренебрегаем моментом трения, потерями электроэнергии в меди обмоток и в стали магнитопроводов, а характеристики намагничивания в машине считаем линейными.

(Заметим, что при таких допущениях КПД машины будет равен единице, а следовательно, механическая мощность на валу и электрическая мощность будут равны.)

Получившуюся в результате машину будем называть *идеализированной*. Рассмотрение идеализированной машины вместо реальной сделает качественные результаты приближенными, но зато само рассмотрение получится более наглядным, и, поскольку материал излагается для студентов неэлектрических специальностей, идеализация машины оказывается оправданной.

При допущениях, принятых выше, напряжение, поданное на фазу якорной (статорной) обмотки двигателя, уравнивается только ЭДС, наведенной в статорной обмотке магнитным полем ротора, и падением напряжения, получающимся при прохождении якорного тока через индуктивное сопротивление, создаваемое якорной обмоткой:

$$\dot{U} = \dot{E}_0 + jx\dot{I}_a. \quad (10.1)$$

Заметим, что индуктивное сопротивление x называют *синхронным сопротивлением* машины.

Подача напряжения на якорь имеет место в двигательном режиме. В генераторном же режиме напряжение на якорь извне не подается, и при замыкании якорной цепи на нагрузку ток в якорной цепи возникает за счет ЭДС E_0 , индуцируемой в якорной обмотке полем ротора, т. е. возбудителя. Этот ток создает падение напряжения на синхронном сопротивлении машины, а разность ЭДС E_0 и этого падения напряжения — это и есть выходное напряжение генератора. Таким образом для фазы генератора

$$\dot{U} = \dot{E}_0 - jx\dot{I}_a. \quad (10.2)$$

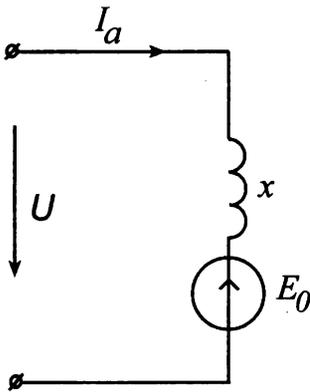


Рис. 10.3. Схема замещения одной фазы идеализированного синхронного двигателя

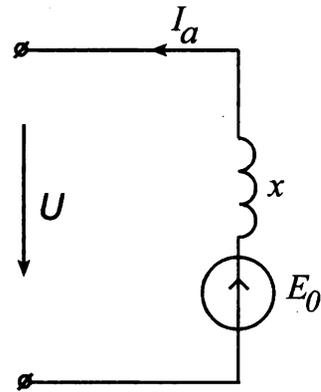


Рис. 10.4. Схема замещения одной фазы идеализированного синхронного генератора

В соответствии с изложенным, схемы замещения для одной фазы статора (якоря) идеализированной синхронной машины дана: на рис. 10.3 — для двигателя, а на рис. 10.4 — для генератора.

Обратим внимание на то, что jxI_a в (10.1) и (10.2) — это то падение напряжения, за счет которого создается магнитное поле статора.

В результате суммирования магнитного поля ротора и магнитного поля статора получается магнитное поле синхронной машины. Напряжение, соответствующее этому результирующему магнитному полю, — это, как следует из (10.1) и (10.2), напряжение U .

Вектор магнитной индукции поля отличается по фазе от вектора соответствующего напряжения на угол, который — при принятых здесь идеализирующих допущениях — равен 90° . Отсюда следует, что, если $V_{\text{маш}}$ и $V_{\text{рот}}$ (см. § 10.1) отличаются по фазе на угол θ , то на этот же угол будут отличаться по фазе напряжения \dot{U} и \dot{E}_0 при построении векторных диаграмм в соответствии с (10.1) и (10.2).

Векторные диаграммы для одной фазы идеализированной синхронной машины даны: на рис. 10.5 — для двигательного режима и на рис. 10.6 — для генераторного режима.

Методика построения обеих векторных диаграмм одинакова. По вертикальной оси, принимаемой за начало отсчета углов, направляем вектор \dot{U} . Вектор \dot{E}_0 направляем под углом θ к нему: $\theta < 0$ — для двигателя (рис. 10.5) и $\theta > 0$ — для генератора (рис. 10.6). Вектор jxI_a строится между концами этих двух векторов в соответствии с правилом суммирования векторов методом многоугольника согласно уравнению (10.1) — для двигателя и уравнению (10.2) — для генератора. Вектор якорного тока \dot{I}_a

строится как отстающий на $\frac{\pi}{2}$ от вектора jxI_a и пропорциональный ему по модулю.

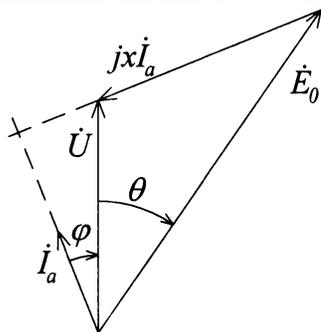


Рис. 10.5. Векторная диаграмма для одной фазы идеализированного синхронного двигателя

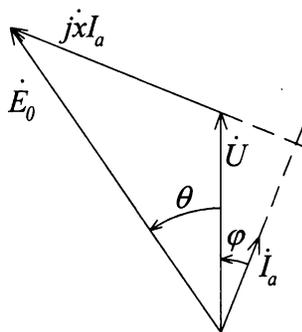


Рис. 10.6. Векторная диаграмма для одной фазы идеализированного синхронного генератора

В порядке примечания к этим векторным диаграммам заметим, что модуль вектора \dot{E}_0 (т. е. величина ЭДС, индуцируемой в статорных обмотках полем ротора) зависит от тока возбуждения ротора и, следовательно, может регулироваться. В соответствии с этим принято говорить, что машина *перевозбуждена* (при $E_0 > U$) или *невозбуждена* (при $E_0 < U$). Из построения рассмотренных векторных диаграмм видно, что угол φ фазового сдвига между током и напряжением в синхронной машине может изменяться и по величине, и по знаку в зависимости от степени возбуждения машины.

Полученные векторные диаграммы являются удобной базой для подробного рассмотрения процессов в синхронной машине. Как уже указывалось в § 10.1, упор будет делаться на двигательный режим.

§ 10.3. Момент, угловая характеристика и механическая характеристика синхронного двигателя

Момент, развиваемый синхронным двигателем, определим, пользуясь известной из механики формулой:

$$M_{\text{эм}} = \frac{P_2}{\Omega}, \quad (10.3)$$

где, P_2 — выходная мощность (на валу), Ω — угловая скорость вращения ротора (снабжать величину Ω индексом здесь нет необходимости, поскольку скорость ротора равна скорости поля, т. е. синхронной скорости).

Для идеализированной машины (см. выше) $\eta = 1$, потому $P_2 = P_1$, где P_1 — потребляемая электрическая мощность, равная утроенной мощности в одной фазе: $P_1 = 3U I_a \cos \varphi$, где величина U не снабжена индексом, означающим: «фазное», — поскольку никакие другие напряжения в рассмотрении не участвуют.

Тогда

$$M_{эм} = \frac{3UI_a \cos \varphi}{\Omega}. \quad (10.3, a)$$

Здесь напряжение U задано питающей сетью, Ω однозначно определяется частотой питания и количеством пар полюсов, а неизвестные величины будем искать из векторной диаграммы идеализированного двигателя.

На рис. 10.7 повторена диаграмма рис. 10.5, которая размечена буквами, чтоб рассматривать ее как геометрический чертеж, а также выполнено дополнительное построение: AC — продолжение OA ; $BK \perp AC$. Геометрические выкладки элементарны: $\angle KBA = \angle DOA = \angle \varphi$ как углы

с взаимно перпендикулярными сторонами; тогда $\cos \varphi = \frac{KB}{AB} = \frac{OB \sin \theta}{AB}$.

Поскольку $OB = E_0$ и $AB = xI_a$, имеем: $\cos \varphi = \frac{E_0 \sin \theta}{xI_a}$, и тогда (10.3, a) переписывается:

$$M_{эм} = \frac{3UE_0}{\Omega x} \sin \theta. \quad (10.4)$$

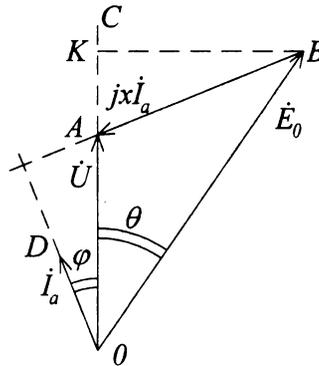


Рис. 10.7. Использование векторной диаграммы для определения $\cos(\varphi)$

Заметим: мы здесь не учитывали, что угол θ отсчитывается от вектора \dot{U} , и следовательно на рис. 10.5 является отрицательным. Поэтому полученная (10.4) не учитывает знак $M_{эм}$; этот знак легко определяется из рассуждений, приведенных в § 10.1.

С учетом сказанного, график, построенный в соответствии с (10.4) представлен на рис. 10.8. График называется *угловой характеристикой*, поскольку дает момент в функции от угла θ . Правая часть графика ($\theta > 0$) соответствует генераторному режиму, левая ($\theta < 0$) — двигательному. Тогда по смыслу получается, что сообщаемое графиком значение момента — это тот момент, который необходимо извне приложить к машине чтобы вращать ее с синхронной угловой скоростью.

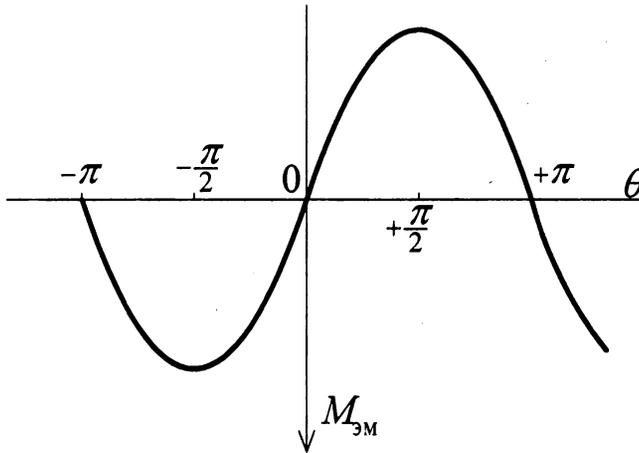


Рис. 10.8. Угловая характеристика синхронной машины

Поэтому, поскольку мы сейчас рассматриваем двигательный режим, т. е. интересуемся моментом, который создает сама машина и который приложен к нагрузке двигателя, будем считать, что момент двигателя отложен по оси ординат на рис. 10.8 вниз (а не вверх).

Максимальное по модулю значение $M_{\max} = \frac{3UE_0}{\Omega x}$; оно соответствует

$\theta = \pm 90^\circ$. Заметим, что на участке графика вблизи начала координат электромагнитный момент всегда направлен на уменьшение модуля угла θ . Действительно, левее ординаты графика угол θ отрицателен, что означает, что ротор вращается с отставанием относительно магнитного поля машины; но, согласно графику, возникающий при этом $M_{эм}$ направлен на ускорение вращения ротора. Правее ординаты угол θ положителен, т. е. ротор является опережающим относительно магнитного поля машины; возникающий при этом $M_{эм}$ направлен на торможение ротора.

Рассмотрим работу синхронного двигателя при изменении нагрузки на валу. Для удобства иллюстрации на рис. 10.9 воспроизведен необходимый нам фрагмент предыдущего графика, перевернутый так, чтобы ось $M_{эм}$ была направлена вверх (на рис. 10.9 — кривая *a*).

Пусть первоначально нагрузка двигателя нулевая. Тогда в установившемся режиме состояние двигателя будет отражено изображающей точкой, находящейся в начале координат, где $M_{эм} = 0$, а следовательно, $\theta = \theta_1 = 0$ (на рис. 10.9 — точка 1).

Пусть в момент времени $t = t_1$ момент нагрузки стал равен M_2 . Тогда под его действием частота вращения n_2 , которая раньше была равна синхронной частоте вращения n_0 , начнет падать; ротор начнет отставать от

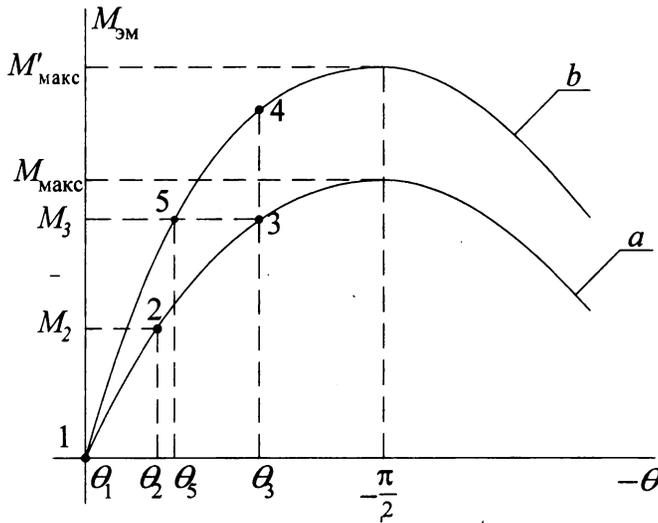


Рис. 10.9. Фрагмент угловой характеристики синхронной машины

поля машины, в результате чего появится угол θ , на величину которого отстает ротор (см. рис. 10.10). При превышении значения $|\theta| = \theta_2$, при котором в соответствии с (10.4) $M_{эм} = M_2$, момент на валу становится больше момента нагрузки, вращение ротора ускоряется, и к моменту времени $t = t_2$ величина n_2 принимает прежнее значение $n_2 = n_0$ (в момент, предшествующий t_2 , процесс, изображенный на рис. 10.10 может быть в большей или меньшей степени колебательным — это зависит от демпфирования машины).

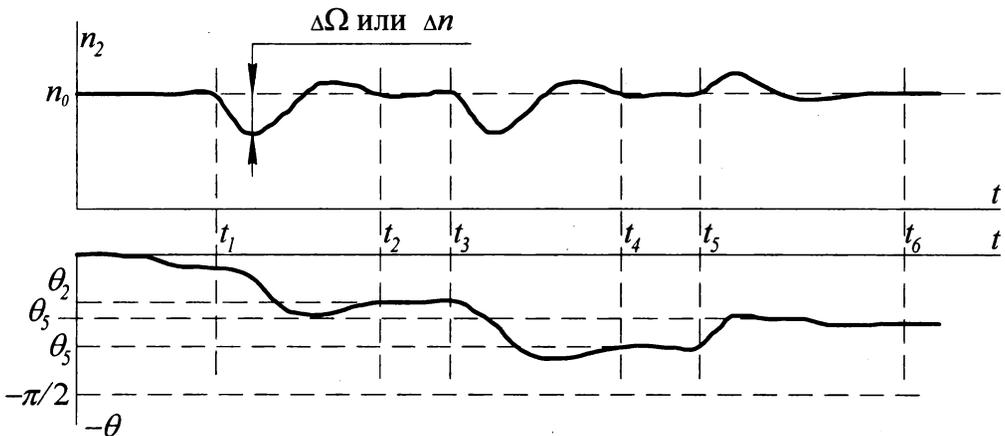


Рис. 10.10. Изменение по времени угла нагрузки и частоты вращения ротора при изменении нагрузки на валу двигателя

Если считать, что с момента $t = t_2$ наступает новый установившийся процесс, то на рис. 10.9 это соответствует переходу изображающей точки по угловой характеристике в положение 2.

Если в момент времени $t = t_3$, момент нагрузки увеличится до значения M_3 , произойдет аналогичный процесс, и в некоторый момент времени $t = t_4$ наступит новый установившийся процесс, которому на рис. 10.9 соответствует переход изображающей точки в положение 3.

Таким образом, мы увидели, что на увеличение нагрузки двигатель реагирует увеличением $|\theta|$. Указанным обстоятельством и объясняется то, что угол θ часто именуют *углом нагрузки*.

Однако при дальнейшем увеличении момента нагрузки до значения, превышающего $M_{\text{макс}}$, вызванное этим увеличением изменение угла нагрузки за значение 90° , приведет уже не к увеличению, а к уменьшению $M_{\text{эм}}$ — в соответствии с (10.4). В результате частота вращения ротора n_2 уже не восстановится до n_0 (т. е. перестанет быть синхронной), и поэтому модуль угла нагрузки θ будет продолжать неограниченно расти. В соответствии с (10.4) и рис. 10.8 электромагнитный момент станет знакопеременным, что приведет к механической поломке машины.

Из векторной диаграммы (рис. 10.5) следует, что при неограниченном росте модуля угла нагрузки вектор \vec{E}_0 будет вращаться, что вызовет периодическое увеличение вектора $jx\vec{I}_a$, а следовательно, и пропорционального ему по модулю изменение вектора \vec{I}_a , и указанное увеличение якорного тока выведет из строя обмотки статора.

Описанная ситуация называется *выходом из синхронизма* и, разумеется, недопустима. Заметим, что и в генераторном режиме при выходе угла нагрузки за пределы 90° происходит то же самое.

Во избежание выхода из синхронизма угол нагрузки ограничивают диапазоном примерно $\pm 40^\circ$ (при этом, во-первых, остается достаточный запас до опасного значения, а во-вторых, именно в этом диапазоне углов изменение синусоидальной функции наиболее интенсивно).

Продолжая рассматривать работу двигателя под нагрузкой, предположим, что в момент времени $t = t_5$, не изменяя нагрузку, увеличили возбуждение двигателя. Это приведет к увеличению E_0 , а следовательно — в соответствии с (10.4) к увеличению максимального момента до значения, например, $M'_{\text{макс}}$ (см. рис. 10.9). Новая угловая характеристика показана на рис. 10.9 кривой «b». Изображающая точка тогда окажется в положении 4, но $M_{\text{эм}}$, соответствующий этому положению, больше, чем M_3 , а потому угловая скорость ротора увеличится, и в результате процессов, аналогичных ранее описанным, к моменту времени t_6 машина выйдет в новый установившийся режим с меньшим по модулю углом нагрузки. Этот режим на рис. 10.9 соответствует изображающей точке в положении 5.

Из проведенного рассмотрения очевиден вид механической характеристики двигателя: она абсолютно жесткая, ибо установившееся значение $n_2 = n_0$ — независимо от момента. (Напомним: механическая характеристика отражает именно установившееся значение величин.) Характеристика продолжается до значения $M_{\text{макс}}$ (напоминаем, оно зависит от возбуждения машины), а далее обрывается, поскольку значения момента, превышающие $M_{\text{макс}}$, соответствуют выходу машины из синхронизма, и тогда значения $M_{\text{эм}}$ и n_2 определены быть не могут.

В первом квадранте графика рис. 10.11 дана механическая характеристика двигателя при вращении в направлении, принятом за направление «вперед», в третьем — при вращении «назад». Можно построить характеристики и для генератора; они показывают момент, которым генератор нагружает приводной двигатель. Эти характеристики находятся во втором и четвертом квадрантах графика.

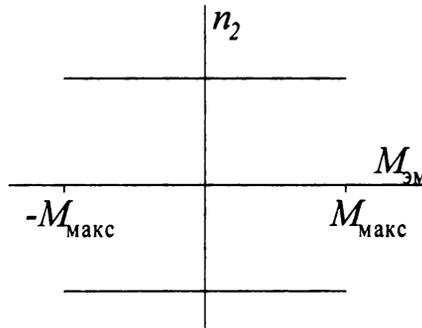


Рис. 10.11. Механическая характеристика синхронной машины

Существенно, что механические характеристики не пересекают ось абсцисс, из чего следует, что пускового момента у синхронного двигателя не существует.

§ 10.4. Реактивная мощность синхронного двигателя

Рассматривая работу двигателя под нагрузкой, мы в числе прочего обсудили ситуацию, когда при одном и том же моменте нагрузки (т. е. при одной и той же активной мощности) изменяется возбуждение двигателя (см. переход от точки 3 к точке 5 на рис. 10.9). Кроме того, уже ранее — при обсуждении векторной диаграммы двигателя — мы отметили, что изменение возбуждения машины влечет за собой изменение фазового угла φ между током и напряжением, что, по существу, означает изменение реактивной мощности и изменение коэффициента мощности (это понятие обсуждалось в § 2.7).

В связи со сказанным представляет интерес обсуждение вопроса о регулировании реактивной мощности двигателя, т. е. об ее изменении при неизменной активной мощности. Постоянство активной мощности можно выразить двумя записями, которые для идеализированного двигателя (а у него $\eta = 1$) взаимно-однозначно связаны:

$$P_1 = 3U I_a \cos \varphi = \text{const}, \quad (10.5)$$

$$P_2 = \Omega M_{эм} = \Omega \frac{3UE_0}{\Omega x} \sin \theta = \frac{3UE_0}{x} \sin \theta = \text{const}. \quad (10.6)$$

Для дальнейшего рассмотрения удобно воспользоваться векторной диаграммой двигателя, данной ранее на рис. 10.5 и воспроизведенной для дальнейших построений на рис. 10.12 (жирные линии).

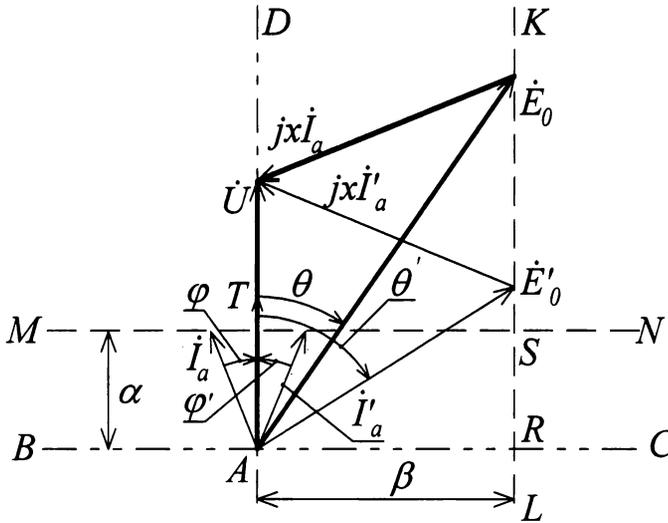


Рис. 10.12. Рассмотрение регулирования реактивной мощности при помощи векторной диаграммы

Производим дополнительные построения (штрих — пунктирные линии): горизонталь BC через начало векторов (через точку A) и вертикаль AD через ту же точку (вертикаль совпадает с вектором \dot{U}).

Из (10.5) и (10.6) следует:

$$I_a \cos \varphi = \text{const} = \alpha, \quad (10.7)$$

$$E_0 \sin \theta = \text{const} = \beta, \quad (10.8)$$

где буквами α и β мы обозначили величины соответствующих констант.

Из (10.7) следует, что при $P_1 = const$ годографом (геометрическим местом конца вектора) вектора \dot{I}_a является горизонтальная линия MN , проведенная на расстоянии α от BC , а из (10.8) следует, что при $P_2 = const$ годографом вектора E_0 является вертикальная линия KL , проведенная на расстоянии β от AD (указанные годографы даны на рис. 10.12 пунктиром). Для иллюстрации сказанного на рис. 10.12 построена векторная диаграмма для какого-то угла нагрузки θ' , большего, чем первоначальное значение θ ; нетрудно видеть, что в этом случае ток I'_a оказался не опережающим, а отстающим от напряжения U по фазе.

Предельное (до выхода из синхронизма) значение модуля угла нагрузки — это 90° ; в этом случае конец вектора E_0 будет в точке R . Этому значению ЭДС E_0 соответствует минимальное значение тока возбуждения, при котором режим работы устойчив. Именно этими величинами минимальных токов возбуждения для различных значений активной мощности, при которых производится регулирование реактивной мощности, и определяется граница устойчивости на графике (рис. 10.13), рассматриваемом ниже.

Минимальному значению якорного тока I_a соответствует ток возбуждения, при котором конец вектора E_0 окажется в точке S , и тогда (см. рис. 10.12) $\varphi = 0$, а конец вектора \dot{I}_a будет в точке T .

Вышеизложенное отражается кривой на графике рис. 10.13 (жирная линия) в координатах: I_B — ток возбуждения, которым определяется значение ЭДС E_0 , и якорный ток I_a .

Заметим, что при превышении током возбуждения некоторого значения $I_{вн}$, при котором наступает насыщение магнитопровода, ЭДС E_0 расти перестает, а потому далее кривая идет горизонтально.

Если рассмотренное построение провести при новом значении активной мощности, большей, чем предыдущее, то, соответственно, обе кон-

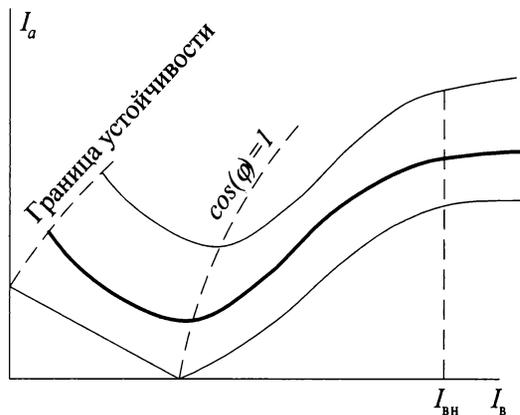


Рис. 10.13. U-образные характеристики синхронной машины

станты в (10.5) и (10.6) станут больше, и, следовательно, увеличатся величины, обозначенные нами α и β . В результате на графике 10.12 поднимется выше точка T , и потому новая кривая на рис. 10.13 пойдет выше. Точка R сместится вправо, и потому для обеспечения устойчивости потребуется большое значение I_B . Сместится вправо и вверх точка S , и поэтому значению $\cos \varphi = 1$ будет соответствовать больший, чем ранее, ток возбуждения. Получившаяся кривая показана на рис. 10.13 тонкой линией выше первоначальной кривой.

Семейство характеристик $I_a = f(I_B)$ называют *U-образными характеристиками* (из-за формы кривых, напоминающей букву U).

Представляет интерес рассмотрение того же процесса при нулевой активной мощности. В этом случае угол нагрузки равен нулю, и векторы \dot{U} и \dot{E}_0 на векторной диаграмме идеализированного синхронного двигателя коллинеарны. Поэтому векторные диаграммы, построенные, как и ранее, в соответствии с (10.1) (см. § 10.2) и являющиеся частным случаем векторной диаграммы, представленной на рис. 10.5, будут иметь вид, показанный на рис. 10.14 для трех случаев: $E_0 < U$, $E_0 = U$ и $E_0 > U$. Вспоминая, что вектор \dot{I}_a отстает по фазе от вектора $jx\dot{I}_a$ на 90° и пропорционален ему по модулю, видим, что в первом случае машина потребляет индуктивный ток, в третьем — емкостный, а во втором — тока не потребляет.

U -образная характеристика для этого случая ($P_1 = P_2 = 0$) представлена на графике 10.13 нижней кривой.

Синхронная машина, спроектированная специально для работы в этом режиме, называется *синхронным компенсатором*. Выше — в § 2.7 — при обсуждении коэффициента мощности указывалось, что на предприятиях для повышения коэффициента мощности подключают к сети емкостную нагрузку. При регулировании весьма больших мощностей

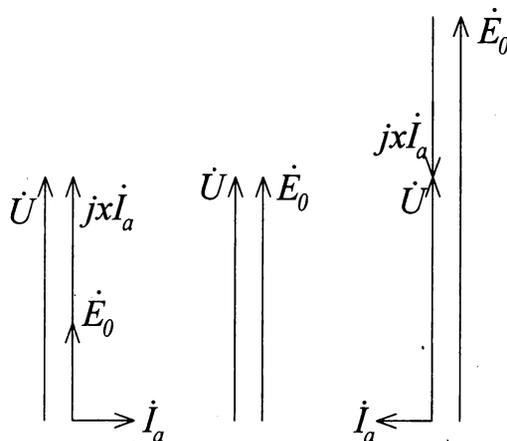


Рис. 10.14. Векторные диаграммы для синхронного компенсатора

(т. е. на крупных предприятиях) подключение синхронного компенсатора в качестве такой нагрузки оказывается экономически более выгодным, чем применение батареи конденсаторов.

Еще раз напомним: рассмотрение велось для идеализированной машины и, в частности, векторные диаграммы на рис. 10.14 построены для идеализированной машины. В реальной же машине будут иметь место неизбежные потери активной мощности на нагрев обмоток, имеющих конечное сопротивление, и на трение. Поэтому векторные диаграммы реальной машины будут отличаться от диаграмм на рис. 10.14 тем, что векторы \vec{U} и \vec{E}_0 на них не будут коллинеарны, хотя принцип работы синхронного компенсатора, объясненный выше, останется в силе. Однако при более подробном обсуждении реального компенсатора следовало бы иметь в виду и вопросы охлаждения его обмоток, и вопросы, связанные с конструкцией вала.

§ 10.5. Подключение синхронного генератора к сети. Пуск в ход синхронного двигателя

Трудности подключения синхронного генератора к сети возникают в том случае, когда эта сеть еще до подключения генератора уже находится под напряжением.

Указанная ситуация является типичной: в современных электрических системах энергетики питание в сеть поступает от большого количества одновременно работающих генераторов, включенных параллельно (в автономном режиме генераторы применяются лишь в системах сравнительно малой мощности).

Параллельный режим работы используется не только потому, что обеспечивает более высокую надежность (сохранение напряжения в сети в случае аварии одного из генераторов), но и потому, что позволяет гибко регулировать нагрузку генераторов: подключение дополнительных генераторов при повышении потребления электроэнергии и отключение части генераторов при понижении потребления электроэнергии. Кроме того, упрощается выполнение ремонтных и профилактических работ.

В момент подключения генератора к сети возникает переходной процесс, в ходе которого будут иметь место колебания электрических и механических величин. Для безаварийного подключения необходимо, чтобы эти колебания были минимальными (в идеале — нулевыми).

Для выполнения данного требования надо, чтобы в момент подключения мгновенные значения фазного напряжения в каждой из фаз $u = U_m \sin(\omega t + \varphi) = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \varphi)$ в сети и в генераторе совпадали бы. Нетрудно сообразить, это будет выполнено, если в сети и в генераторе будут одинаковы:

- ❖ порядок следования фаз;
- ❖ круговая (циклическая) частота напряжения;
- ❖ действующее значение напряжения;
- ❖ фаза мгновенного значения напряжения в соответствующих фазных цепях.

Для выполнения первого требования надо определить порядок следования фаз в напряжении сети и в напряжении генератора и учесть этот порядок при выполнении схемы соединений.

После реализации первого требования остальные требования достаточно выполнить для напряжения лишь какой-то одной из фаз, поскольку и в исправной сети, и в исправном генераторе эти трехфазные напряжения симметричны (см. § 3.1).

Для выполнения второго требования необходимо обеспечить требуемую частоту вращения генератора в соответствии с (7.3, а) — см. § 7.2:

$$n_2 = \frac{60f}{p}.$$

Третье требование выполняется посредством регулирования тока I_B возбуждения генератора таким образом, чтобы выходное напряжение генератора оказалось равным напряжению в сети по действующим значениям. (Заметим: в момент подключения генератор должен работать в режиме, близком к идеальному холостому ходу, а потому у генератора $U = E_0$; а реализовать третье требование именно после второго, а не до него, надо потому, что E_0 зависит и от частоты вращения).

Говоря о четвертом требовании, учтем, что требуемая частота вращения практически не может быть обеспечена с абсолютной точностью, а потому неизбежна неидеальность совпадения частот напряжения в сети и выходного напряжения генератора.

Поэтому разность фаз этих напряжений будет медленно изменяться с частотой, являющейся частотой биений. В момент прохождения этой разности через ноль и производится подключение генератора к сети (чем и реализуется выполнение четвертого требования).

В современных системах электроснабжения производство вышеперечисленных действий автоматизировано.

В идеальном случае в момент подключения изображающая точка, соответствующая состоянию машины, должна оказаться в начале координат графика угловой характеристики рис. 10.8 (см. § 10.2). В случае, если она оказывается не в начале координат, а в ближайшей его окрестности, то, в соответствии с угловой характеристикой (рис. 10.8) в машине создается электромагнитный момент, направленный на сведение получившегося угла нагрузки к нулю.

После подключения генератора к сети повышение момента, создаваемого приводным двигателем (например турбиной), изменит угол нагруз-

ки и заставит генератор отдавать в сеть электроэнергию; параметры генерируемого тока можно будет при этом регулировать, изменяя ток возбуждения генератора.

Отдельного обсуждения требует и вопрос пуска в ход синхронного двигателя. Уже выше (при рассмотрении механической характеристики) отмечалось, что синхронный двигатель пускового момента не имеет (механическая характеристика не пересекает абсциссу). Отсюда следует, что прямой пуск синхронного двигателя невозможен. Посмотрим, однако, что бы произошло, если бы мы попытались прямой пуск произвести.

При включении двигателя его якорная обмотка, запитанная от сети переменного тока, создает магнитное поле, вращающееся с синхронной скоростью. Ротор машины (возбудитель) в первый момент пуска неподвижен, и его магнитное поле, следовательно, тоже неподвижно. Это означает, что на графике угловой характеристики — рис. 10.8 (§ 10.3) изображающая точка может оказаться в любом месте синусоиды и будет перемещаться по ней, так как угол нагрузки будет изменяться с частотой биений, определяемой разностью угловых скоростей магнитных полей машины и ротора. Напомним, что функция синуса периодична (ее период 2π), а потому положение ординаты на рис. 10.8 неоднозначно: ординату можно провести на графике при любом $\theta = 2\pi k$, где k — любое целое число в диапазоне $-\infty < k < +\infty$. Как следует из графика угловой характеристики,

при прохождении изображающей точки в интервале $-\frac{\pi}{2} < \theta < +\frac{\pi}{2}$ (отно-

сительно любой из возможных ординат) возникающий электромагнитный момент направлен на сведение угла нагрузки к нулю, т. е. на уравнивание частоты вращения ротора и синхронной частоты вращения. (Этот процесс иногда образно называют *втягиванием в синхронизм*).

Студенту, знакомому с теоретической механикой, должно быть ясно, что возможность этого уравнивания частот вращения выясняется посредством решения задачи на второй закон динамики для вращательного движения, где момент инерции задан конструкцией машины, требуемое угловое ускорение определяется разностью обсуждаемых угловых скоростей и временем пребывания изображающей точки в интервале

$-\frac{\pi}{2} < \theta < +\frac{\pi}{2}$, а вращающий момент имеет значение в соответствии с (10.4).

При решении такой задачи с подстановкой реальных численных данных выясняется, что желаемый результат может быть достигнут при разности угловых скоростей ротора и поля машины не более нескольких процентов от синхронной угловой скорости при промышленной частоте питания. Этот вывод, однозначно подтверждая невозможность прямого

пуска от промышленной сети, наводит на мысль о двух возможных подходах к пуску. Первый, известный под названием *частотного пуска*, сводится к тому, что частота напряжения, подводимого к двигателю при пуске, повышается плавно от нуля до номинального значения. При этом двигатель вращается синхронно все время с первого же момента пуска, поскольку при медленном росте синхронной частоты вращения от нуля электромагнитный момент успевает втянуть двигатель в синхронизм сразу же. Разумеется, использование частотного пуска возможно только при автономном питании, а потому находит применение только в специальных установках. В общем же случае, т. е. при неавтономном питании с промышленной частотой, приходится пойти по второму пути, а именно: для пуска в ход предварительно раскрутить двигатель до частоты вращения, если не синхронной, то отличающейся от нее лишь на несколько процентов.

Для предварительной раскрутки может быть применен внешний — приводной — двигатель. В этом случае можно произвести подключение машины к сети в режиме генератора, а затем отсоединить ее от приводного двигателя, что приведет к переходу машины в двигательный режим. Можно действовать и иначе: раскрутить машину до скорости, близкой к синхронной, а потом подключить ее к сети (в соответствии с изложенным выше).

Конструкция большинства современных синхронных двигателей избавляет от необходимости использования приводных двигателей и позволяет применить *асинхронный пуск в ход*. Для реализации асинхронного пуска роторы синхронных двигателей имеют (помимо обмотки возбуждения) короткозамкнутую обмотку типа «беличья клетка» (т. е. стержни с замыкающими торцевыми кольцами — см. § 9.1). Принцип асинхронного пуска сводится к тому, что машину запускают, как асинхронную (за счет упомянутой короткозамкнутой роторной обмотки). Заметим, что при этом должны быть решены те же проблемы, что и при пуске в ход асинхронного двигателя: эти проблемы и способы их решения уже были рассмотрены в § 9.5.

Во время асинхронного пуска роторная обмотка возбуждения от питания отключена и замкнута на некоторое активное сопротивление. Необходимость этого объясняется тем, что при большой величине скольжения (т. е. в начале пуска) вращающееся поле статора наводит в роторной обмотке значительную ЭДС, и это может привести к пробое изоляции обмотки. Замыкание обмотки на сопротивление предотвращает этот пробой. К тому же ток, текущий при этом по замкнутой роторной обмотке, создает дополнительный вращающий момент так же, как и токи короткозамкнутой «беличьей клетки» (заметим, ту же роль играют и вихревые токи возникающие в конструкции магнитопровода ротора).

Когда частота вращения ротора становится близкой к синхронной частоте вращения (т. е. при скольжении в несколько процентов), роторную обмотку отключают от сопротивления и запитывают от источника постоянного тока, требуемым значениям тока возбуждения. Возникающий электромагнитный момент окончательно уравнивает частоты вращения ротора и поля машины (см. выше).

Пуск в ход синхронного двигателя может производиться при наличии нагрузки на его валу. Поэтому в каталожных данных синхронного двигателя сообщается так называемый *входной момент*, т. е. электромагнитный момент, создаваемый «беличьей клеткой» при том скольжении, при котором уже запитывают обмотку возбуждения.

Когда пуск синхронного двигателя уже произведен (т. е. двигатель уже вошел в синхронизм) в пусковой короткозамкнутой асинхронной обмотке ЭДС уже не наводится, и поэтому в установившемся режиме эта обмотка на работу двигателя никакого влияния не оказывает. Однако при резких изменениях нагрузки частота вращения ротора кратковременно перестает быть равной синхронной частоте вращения, и процесс восстановления равенства частот вращения может иметь колебательный характер (это рассматривалось в § 10.3 на графиках рис. 10.10). В этом случае пусковая обмотка опять-таки играет положительную роль, поскольку создаваемый ею при колебаниях частоты вращения дополнительный вращающий момент направлен на уравнивание частот вращения ротора и поля и, следовательно, выполняет роль демпфера.

Описанные выше сложности, связанные с пуском в ход синхронного двигателя и с предотвращением выхода его из синхронизма, несколько удорожают эксплуатацию синхронных двигателей и поэтому препятствуют широкому внедрению синхронных двигателей малых и средних мощностей.

Библиография

Электротехнический справочник : в 2 т. / В. Г. Герасимов, И. Н. Орлов М: Издательский дом МЭИ, 2007.

Электротехника и ТОО в примерах и задачах / Ю. М. Осипов, Е. А. Петров, В. А. Прянишников. СПб., КОРОНА-Век, 2007. 336 с.

Электрические машины и микромашины : Учеб. для вузов / Д. Э. Брускин, А. Е. Зорохович, В. С. Хвостов. 3-е изд, М.: Высшая школа, 1990. 528 с.

Копылов И. П. Электрические машины : Издание для ВУЗов. Логос, 2000;

Прянишников В.А. Теоретические основы электротехники : Курс лекций. 6-е изд. СПб., Корона принт, 2009. 368 с.

Касаткин А. С., Немцов М. В. Электротехника : Учебник для вузов. Academia, 2008. 504 с.

Копылов И. П. Электрические машины. Учебник для вузов — 6-е изд. Высшая школа, 2009. 607 с.

ГОСТ 19880-74. Электротехника. Основные понятия. Термины и определения.

ГОСТ 1494-77. Электротехника. Буквенные обозначения основных величин.

Предметный указатель

- Автотрансформаторы 154
Активная часть обмотки 217
Активное сопротивление короткого замыкания 153
Сила Ампера 169
Анод 107
Асинхронный пуск синхронной машины 295
- Бареттер 115
Беличья клетка 229
- рабочая 246
- пусковая 246
- Векторная диаграмма 30, 31
Ветвь 12
- намагничивающая 150
Вихревые токи 122
Возбудитель 171, 173
Возбуждение
- независимое 185
- параллельное 186
- последовательное 185
- смешанное 186
Вторичная катушка 142
Входной момент 296
Выход из синхронизма 287
- Гармонический сигнал 24
Генератор — двигатель (система Леонарда) 224, 249
Геометрическая нейтраль 215
Гистерезис 118
- предельная петля 119
Группа соединения 160
- Двигатель
- вентильный 225
- исполнительный 167
- конденсаторный 275
- переменного тока 227, 277
- постоянного тока 180
- приводной 167, 224, 274, 295
Двойная звезда 250
Действующее значение периодического сигнала 23
Демпфирование синхронной машины 286
Диод 107
Добротность 52
Домены 117
Дроссель 130
- Емкость 9, 274
- ложная 62
- Закон Ома 8, 44
Закон полного тока 123
Законы Кирхгофа 12, 15 125
Заряд (электричества) 7
Зубцовая пульсация 177
Зубцы 177
- Идеализированная катушка 131
Идеальный источник тока 21
Идеальный источник ЭДС 21
Идеальный холостой ход 184
Индуктивность 10
Индукционный регулятор 232
- Катод 107
Катушка
- вторичная 142
- первичная 142
Коллектор 181
Коллекторные двигатели переменного тока 226
Коммутация 89
Компаундные машины 186
Контактные кольца 230
Контур
- независимый 15
Коэрцитивная (задерживающая) сила 121
Коэффициент
- мощности 56
- связи 57
- сигнала 266
- стабилизации 113
- трансформации 146
- электрический 183
Кратность пускового момента 179, 242
Кратность пускового тока 197
Кривая намагничивания
- основная 119
- начальная 118
Критический ток нагрузки генератора с самовозбуждения 195
Критическое значение сопротивления в цепи возбуждения 194
- Ламели 181
Линейный провод 69
Лобовые части обмотки 221
- Магнитная индукция 115
Магнитная постоянная 116

- Магнитная проницаемость
- абсолютная 116
- относительная (ее статическое и динамическое значение) 116
- Магнитное напряжение 125
- Магнитное сопротивление 125
- Магнитный поток 10
- Магнитодвижущая сила 125
- Максимальный момент асинхронного двигателя 239
- Материалы
- диамагнитные 117
- магнитномягкие 121
- магнитнотвердые 121
- парамагнитные 117
- ферромагнитные 117
- Машины
- линейные 171
- магнитоэлектрические 173
- синхронная 227
- идеализированная 281
- недовозбужденная 283
- перевозбужденная 283
- серийные 186
- торцевые 171
- Модуль и аргумент комплексa 41
- Момент опрокидывающий 242
- Мощность 8
- активная 25
- емкостная 28
- индуктивная 28
- полная 25
- реактивная 25
- Нагрузка
- равномерная 70
- однородная 70
- симметричная 71
- Нагрузочная характеристика генератора 190
- Напряжение
- короткого замыкания 153
- линейное 69
- удвоение 110
- фазное 69
- Напряженность магнитного поля 116
- Насыщение 118
- Начальные условия 93
- Нейтральный (нулевой) провод, нейтральная (нулевая точка) 68, 69
- Опыт короткого замыкания 151
- Опыт холостого хода 151
- Остаточная индукция 121
- Перегрузочная способность 242
- Поле
- обратное 269
- прямое 269
- Полное сопротивление короткого замыкания 153
- Полоса пропускания 53
- Полюсное деление 173
- Постоянная времени 91
- Потенциал 8
- Поток
- основной 131
- рассеяния 131
- Потокоцепление 10
- Потребитель
- активный 12
- реактивный 11
- Правило
- левой руки 171
- правой руки 171
- правоходного винта (правило «буравчика») 117
- Приведенные величины 149
- Проводимость 9
- активная 12
- емкостная 29
- реактивная 29
- индуктивная 29
- полная 29
- Прямая нагрузочная 105
- Прямой пуск 197
- Пусковая обмотка 274
- Пусковой момент 197
- Пусковой реостат 243
- Пусковой ток 197
- Реактивный потребитель 11
- Реакция якоря 184
- Регулирование 196
- частоты вращения 197
- полюсное 202
- при постоянной мощности 252
- при постоянном моменте 252
- якорное 202
- Резистор 8, 9
- Рекуперация 203
- Реле нулевой скорости 206
- Ротор 171
- дисковый 224
- короткозамкнутый 228

- короткозамкнутый с улучшенными пусковыми свойствам 245
 - неявнополюсный 177
 - с двойной беличьей клеткой 246
 - с глубоким пазом 246
 - фазный 228
 - явнополюсный 177
- Саморегулирование 242
- Секция обмотки 217
- Сила Ампера 115, 168, 169, 278,
- Симметричное питание многофазной цепи 68
- Синхронная частота вращения 176
- Синхронный компенсатор 291
- Система Леонарда (система генератор — двигатель) 224
- Скольжение 228
- критическое 239
- Скорость
- угловая 30, 176
 - синхронная угловая 227
- Соединение
- параллельное 13
 - последовательное 12
- Сопrotивление
- активное 12
 - балластное 114
 - волновое (характеристическое) 52
 - динамическое (дифференциальное) 102
 - емкостное 28
 - индуктивное 28
 - короткого замыкания 153
 - магнитное 125
 - омическое 12
 - реактивное 28
 - синхронное 281
 - статическое 102
 - тормозное 207
 - характеристическое (волновое) 52
- Сопряженные комплексные числа 41
- Стабилитрон 111
- Стабилизатор напряжения 112
- Стабилизатор тока 115
- Статор 170
- внутренний 224
 - наружный 171
 - неявнополюсный 177
 - явнополюсный 177
- Схема
- аналоговая электрическая 124
 - замещения 134, 147
 - выпрямления трехфазного напряжения 111
 - мостовая 109
 - соединения обмоток трехфазного трансформатора 160
 - трехпроводная 69
 - удвоения напряжения 109
 - четырехпроводная 69
- Тензометр 263
- Ток (сила тока) 7
- Токи Фуко 122
- Торможение
- генераторное 253
 - динамическое 253
 - рекуперативное 206, 253
 - противовключением 206
 - электродинамическое 207, 253
 - электрическое торможение 198, 205
- Тормоз Панасенкова 263
- Трансформатор 142
- воздушный 142
 - двухобмоточный 154
 - идеализированный 145
 - многообмоточный 154
 - напряжения 157
 - с ферромагнитным сердечником 142
 - тока 157
- Треугольники
- напряжений 36
 - проводимостей 37
 - мощностей 36
 - сопротивлений 36
 - токов 37
- Угол
- нагрузки 287
 - потерь 132
- Угловая характеристика 283, 284
- Узел 13
- независимый 15
- Условия самовозбуждения генератора постоянного тока 191
- Условно-положительное направление 15
- Установившееся короткое замыкание 196
- Фаза (два понятия) 24, 68
- Фазорегулятор 231
- Физическая нейтраль 222
- Форма записи комплексного числа
- алгебраическая 40
 - показательная 41
 - тригонометрическая 41

Формула

- Клосса 242
- Эйлера 41

Характеристика

- вебер-амперная 101
- внешняя 161
- вольт-амперная характеристика (ВАХ) 101
 - несимметричная 102
 - опрокинутая 105, 106
 - симметричная 102
 - дросселя 136
- вольт-кулонная 101
- генератора
 - внешняя 188
 - регулировочная 189
- двигателя
 - естественная 187
 - жесткая 187
 - искусственная 187
 - мягкая 187
 - рабочая 207
- естественная 187
- жесткая 187
- искусственная 187
- механическая 184
- скоростная 184
- синхронной машины 283
 - угловая 284
- холостого хода генератора 187
- U-образная 291

Характеристическое (волновое) сопротивление 52**Цепь**

- нелинейная 101
- многофазная цепь 68
 - несвязанная 68
 - связанная 68
- электрическая 12

Частная петля гистерезиса 121

Частотная характеристика 53

Частотный пуск 295

Частотный способ регулирования частоты вращения асинхронного двигателя 249

Число пар полюсов 173

Шихтованный сердечник 122

Шунтовые машины 186

Щетки 181

Электродвижущая сила (ЭДС) 8

- ЭДС вращения 171

Эквивалентные преобразования 16

- взаимные эквивалентные преобразования 18
- параллельных соединений элементов 18
- последовательных соединений элементов 17

Экранированные полюса двигателя 276

Электрические градусы 173

Электромеханический коэффициент машины 183

Элементы

- линейные 101
- нелинейные 101
- неуправляемые 102
- управляемые 102

Эмпирическое определение постоянной времени в переходном процессе 97

Якорь 171

- барабанный 217
- кольцевой 217
- реакция 221

Содержание

Вместо введения	3
Используемые условные обозначения:	5

Раздел 1 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

Глава I. Основные понятия и определение и краткое напоминание элементов школьного курса	7
---	---

§ 1.1. Общие сведения	7
§ 1.2. Основные элементы потребителей электроэнергии: напряжение, мощность, и энергия в них	8
§ 1.3. Электрические схемы. Законы Кирхгофа	12
§ 1.4. Эквивалентные преобразования	16
§ 1.5. Режимы работы источников в электрической цепи	19

Глава II. Цепи переменного периодического тока	23
--	----

§ 2.1. Средние и действующие значения величин	23
§ 2.2. Соотношение действующих значений напряжения и тока и сдвиг по фазе в цепи синусоидального переменного тока	25
§ 2.3. Представление гармонической функции в виде проекции вращающегося вектора. Векторные диаграммы	30
§ 2.4. Аналитические интерпретации расчета цепей по векторным диаграммам. Классический метод расчета	37
§ 2.5. Применение комплексных чисел к расчету электрических цепей. Комплексный метод расчета	40
§ 2.6. Резонанс. Общее условие резонанса	49
§ 2.7. Резонанс напряжений, резонанс токов (частные случаи)	51
§ 2.8. Цепи с взаимной индуктивной связью	56
§ 2.9. Некоторые дополнительные вопросы расчета электрических цепей	62

Глава III. Трехфазные цепи	68
----------------------------------	----

§ 3.1. Основные понятия и определения	68
§ 3.2. Векторные диаграммы генератора и на-	

грузки в трехфазных цепях	71
§ 3.3. Трехфазная нагрузка, соединенная звездой	74
§ 3.4. Трехфазная нагрузка, соединенная треугольником	81
§ 3.5. Мощность трехфазной цепи	83

Глава IV. Основные сведения о переходных процессах в электрических цепях	89
--	----

§ 4.1. Постановка задачи и подход к ее решению	89
§ 4.2. Начальные условия и законы коммутации. Рассмотрение примеров. Постоянная времени	91
§ 4.3. Понятие о режимах работы электрооборудования	98

Глава V. Нелинейные электрические цепи постоянного тока и магнитные цепи	101
--	-----

§ 5.1. Нелинейные элементы. Расчет нелинейных цепей	101
§ 5.2. Схемы выпрямления переменного тока. Схемы стабилизации значений напряжения и тока в цепях постоянного тока	107
§ 5.3. Магнитные цепи. Основные понятия и определения	115
§ 5.4. Магнитные цепи постоянного тока и аналоговый метод их расчета	123

Глава VI. Магнитные цепи переменного тока. Трансформаторы	131
---	-----

§ 6.1. Катушка с ферромагнитным сердечником в цепи переменного тока	131
§ 6.2. Стабилизация действующего значения напряжения в цепях переменного тока	136
§ 6.3. Трансформатор: устройство, принцип действия	142
§ 6.4. Схемы замещения трансформатора	147
§ 6.5. Некоторые разновидности трансформаторов. Многообмоточные трансформаторы	154
§ 6.6. Трехфазные трансформаторы	159
§ 6.7. Некоторые аспекты работы трансформаторов под нагрузкой	161

Раздел II ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

Глава VII. Общие сведения об электрических машинах 167

- § 7.1. Общие принципы действия электрических машин 167
- § 7.2. Создание магнитного поля возбуждителя 173
- § 7.3. О номинальных данных электрических машин 178

Глава VIII. Машины постоянного тока 180

- § 8.1. Устройство машин постоянного тока 180
- § 8.2. Скоростная и механическая характеристики машин постоянного тока. Классификация машин постоянного тока по возбуждению 182
- § 8.3. Генератор постоянного тока с независимым возбуждением 187
- § 8.4. Генераторы постоянного тока с самовозбуждением 191
- § 8.5. Управление двигателями (регулирование). Предварительные замечания 196
- § 8.6. Регулирование двигателей постоянного тока с независимым возбуждением и двигателей с параллельным возбуждением (при мощном источнике питания) 199
- § 8.7. Рабочие характеристики. Неноминальные режимы 207
- § 8.8. Двигатели с последовательным и со смешанным возбуждением 213
- § 8.9. Краткие сведения об устройстве якоря. Реакция якоря 215
- § 8.10. Дополнительный материал к главе VIII 224

Глава IX. Асинхронные машины . 227

- § 9.1. Устройство и принцип действия асинхронной машины 227
- § 9.2. Асинхронная машина с заторможенным ротором 230
- § 9.3. Схемы замещения асинхронной машины 233
- § 9.4. Электромагнитный момент и механическая характеристика асинхронного двигателя 238
- § 9.5. Регулирование асинхронных двигателей 242
- § 9.6. Рабочие характеристики и неноминальные режимы работы асинхронного двигателя 254
- § 9.7. Асинхронные двигатели с массивным ротором. Асинхронные нагружающие устройства. Асинхронные муфты 262
- § 9.8. Создание вращающегося магнитного поля в однофазной и двухфазной системах обмоток переменного тока 265
- § 9.9. Однофазные и двухфазные асинхронные двигатели 268

Глава X. Синхронные машины . . . 277

- § 10.1. Устройство и принцип действия синхронных машин 277
- § 10.2. Схемы замещения и векторные диаграммы идеализированной синхронной машины 281
- § 10.3. Момент, угловая характеристика и механическая характеристика синхронного двигателя 283
- § 10.4. Реактивная мощность синхронного двигателя 288
- § 10.5. Подключение синхронного генератора к сети. Пуск в ход синхронного двигателя 292

- Библиография 297
- Предметный указатель 298

Издательство «КОРОНА-Век» предлагает

Книжки для высших и средних учебных заведений.

В. А. Павлиничков

Теоретические Основы Электротехники

курс лекций

- Физические основы электротехники
- Воздействия и сигналы в электрических цепях
- Элементы электрических цепей
- Цепи с распределенными параметрами
- Нелинейные электрические цепи

www.ULIT.RU

В. А. Павлиничков, Е. А. Потора, Ю. М. Долгов

ДЛЯ ВЫСШИХ И СРЕДНИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

ПРАКТИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ТОЭ

В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ

www.ULIT.RU

В. А. Павлиничков

ДЛЯ ВЫСШИХ И СРЕДНИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

УЧЕБНИК

ЭЛЕКТРОНИКА

полный курс лекций

www.ULIT.RU

И. Е. Овчинников

www.ULIT.RU

Вентильные электрические двигатели и привод на их основе

курс лекций

www.ULIT.RU

Л. В. Зайцев

Линейные Электрические Цепи

Лабораторные работы на ПК

- Электрические цепи переменного тока
- Электрические цепи несинусоидального тока
- Резонанс в электрической цепи
- Многополюсные цепи
- Трансформеры

www.ULIT.RU

Л. В. Зайцев

Электрические Машины

Лабораторные работы на ПК

- Системы возбуждения, самовозбужденные цепи
- Регуляторы постоянного напряжения
- Методы инвертирования
- Широтно-импульсная модуляция

www.ULIT.RU

Л. В. Зайцев

Силовая Электроника

Лабораторные работы на ПК

- Системы преобразования, коммутационные цепи
- Регуляторы постоянного напряжения
- Методы инвертирования
- Широтно-импульсная модуляция

www.ULIT.RU

И. В. Зайцев, И. Е. Овчинников

Синхронные электрические машины

возвратно-поступательного движения

www.ULIT.RU

В. Венгеров

ОСНОВЫ ТЕЛЕВИЗИОННОЙ ТЕХНИКИ

Телевизионные приемники

- Структурная схема приемника ЗВТ комплексно, матричные каналы, цветочувствительные устройства
- Устройства меню и их установка
- Канал обработки сигнала звукового сопровождения
- Устройства управления
- Устройства сопряжения и расширения
- Источники питания
- Блок подключения внешних устройств
- Текстолит
- Устройства РТР

www.ULIT.RU

Ю. А. Ковалев, Д. И. Волков

Цифровое кодирование звуковых сигналов

MPEG Dolby AC-3

altex

В. М. Пестиков

УРОКИ РАДИОТЕХНИКИ

Практическое использование современных радиоэлектронных схем и радиокомпонентов

- Численные алгоритмы
- Выбор радиокомпонентов
- Компьютер в радиотехнике
- Радиоэлектроника и INTERNET
- Радиолюбительские конструкции

www.ULIT.RU

В. А. Мельников

СИСТЕМЫ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗВУЧЕНИЯ

www.ULIT.RU