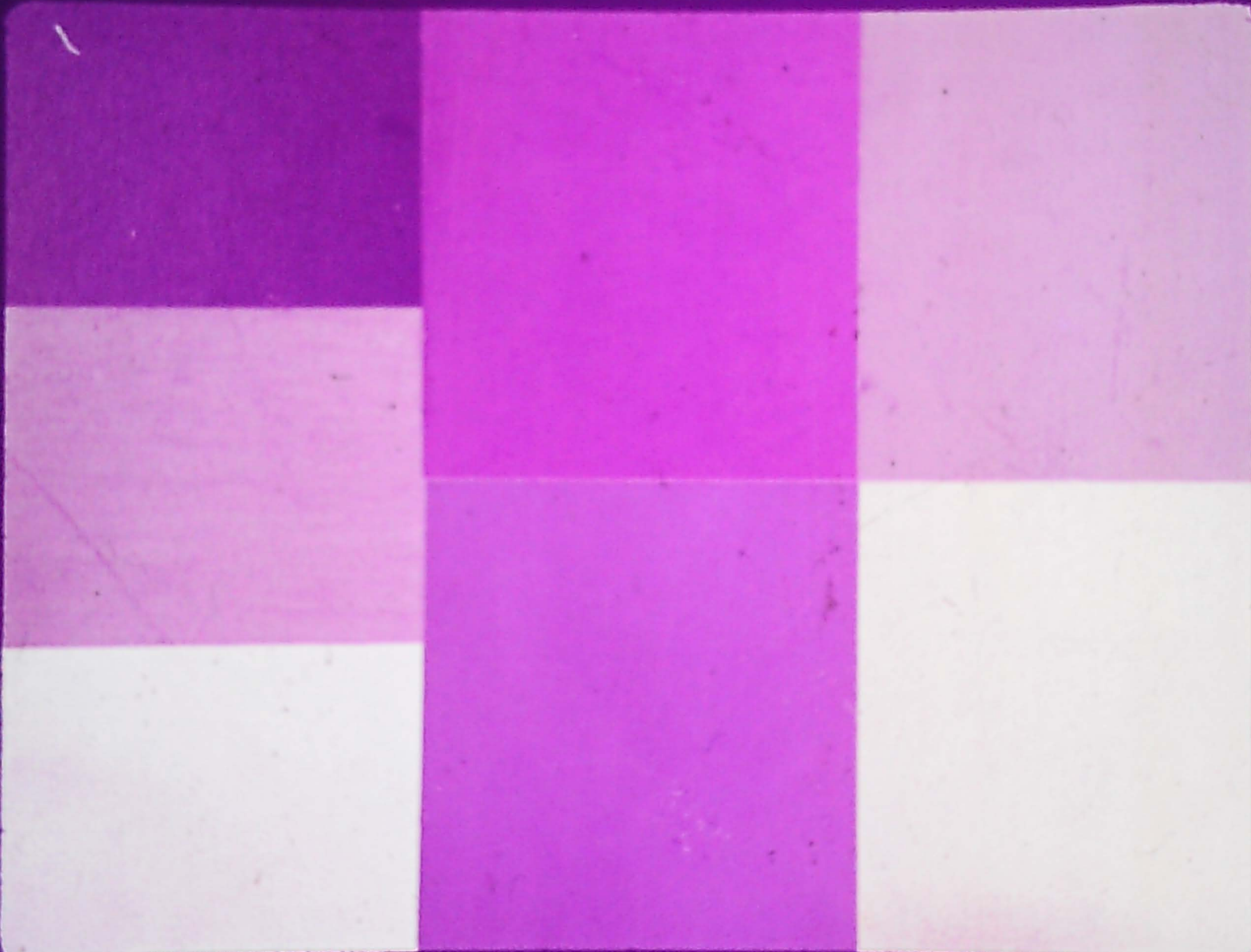


1971 г.

0 5 6

МРТУ 19 №: 183--65

2

1

ДИАФИЛЬМ

По заказу Министерства просвещения РСФСР

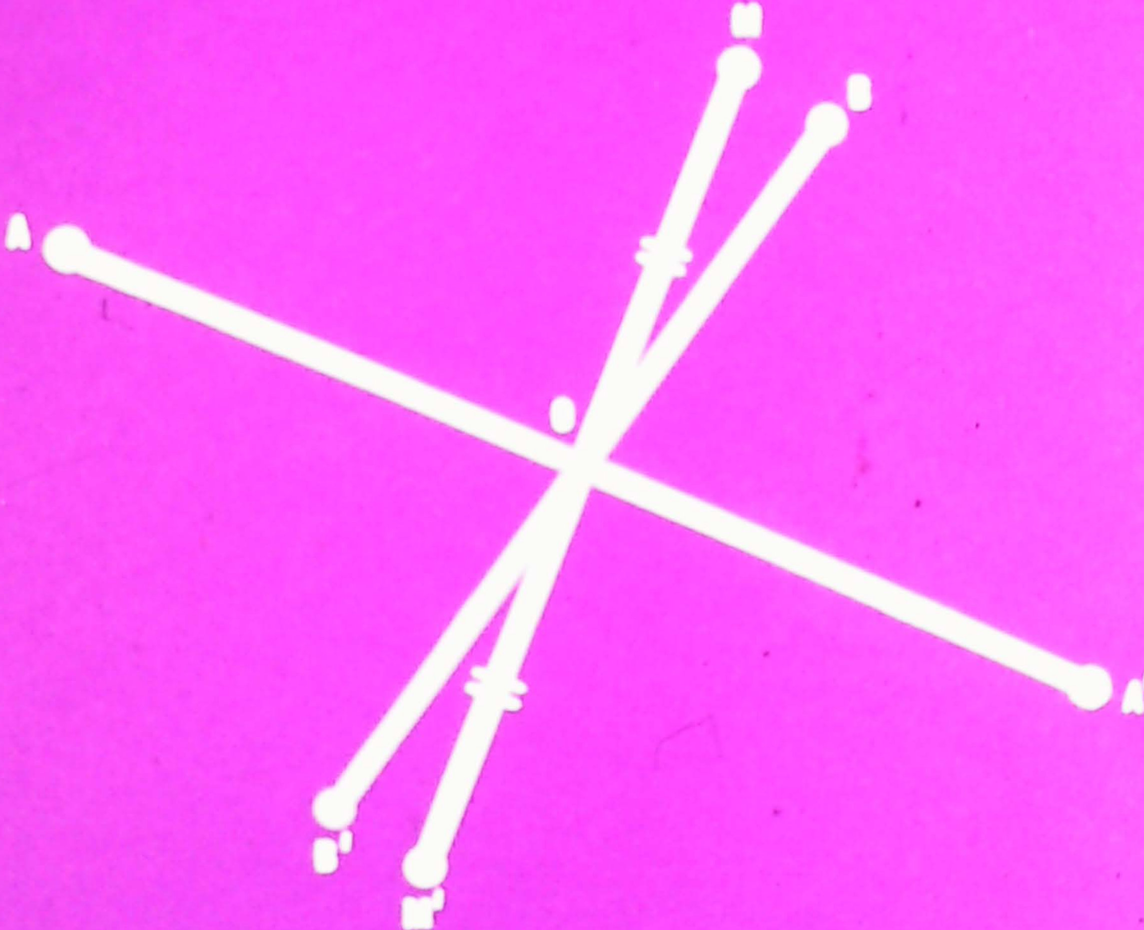
ЦЕНТРАЛЬНАЯ СИММЕТРИЯ, ЕЁ СВОЙСТВА И ПРИМЕНЕНИЕ

Диафильм по математике для средней школы

1.

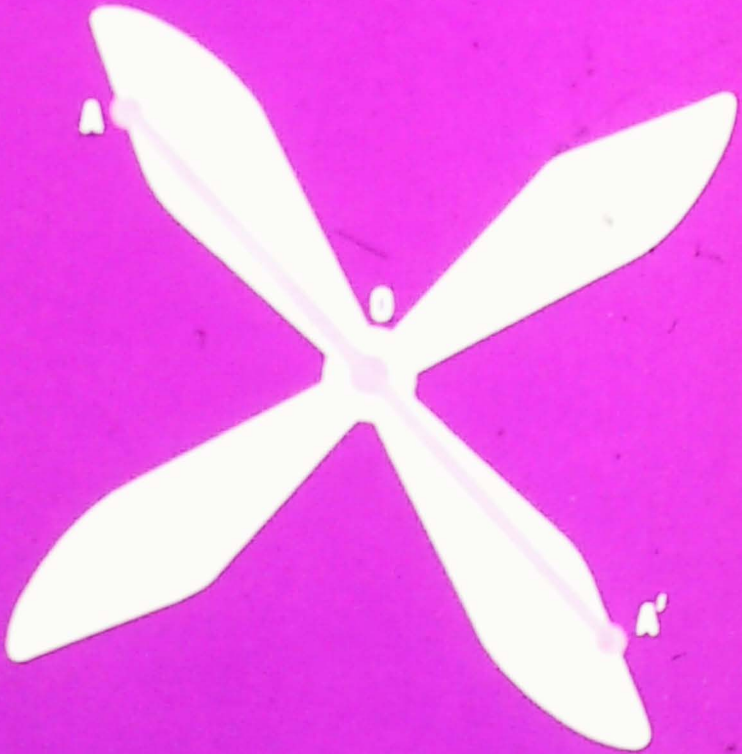
ЦЕНТРАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫЕ ФИГУРЫ

2



3

Две точки называются центрально-симметричными относительно точки О, если они лежат: 1) на одной прямой с точкой О; 2) по разные стороны от точки О; 3) на равном расстоянии от точки О.

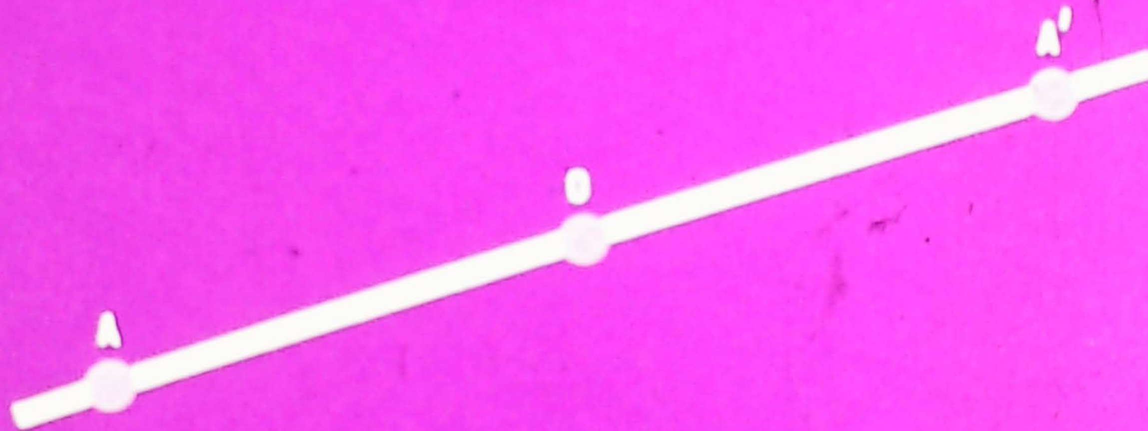


4

Если каждой точке фигуры соответствует симметричная относительно точки O точка той же фигуры, то такая фигура называется центрально-симметричной относительно точки O.

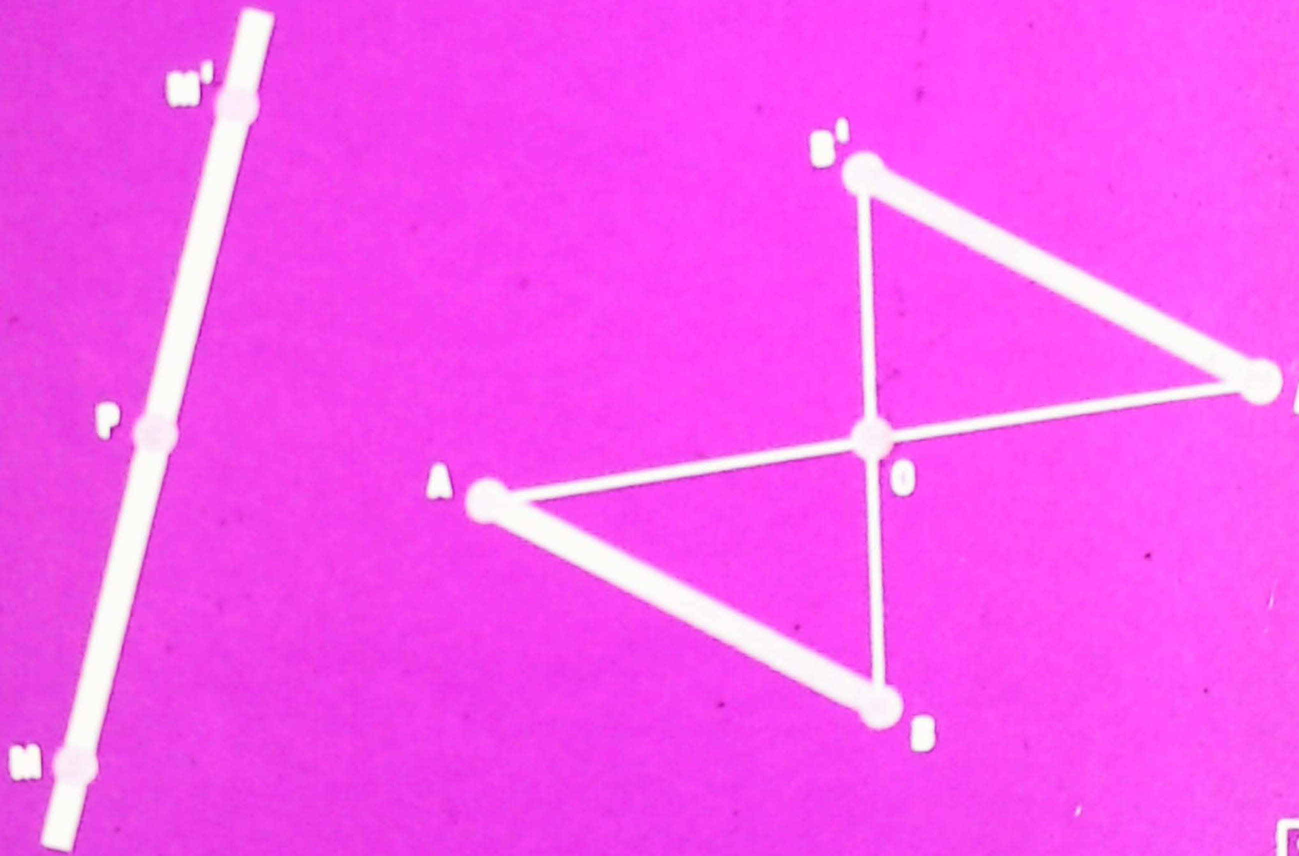
6

Вот другие примеры центрально-симметричных фигур.



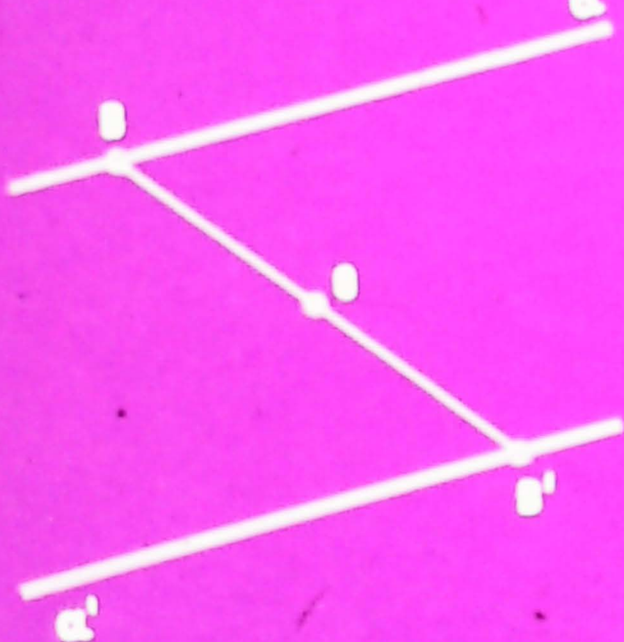
6

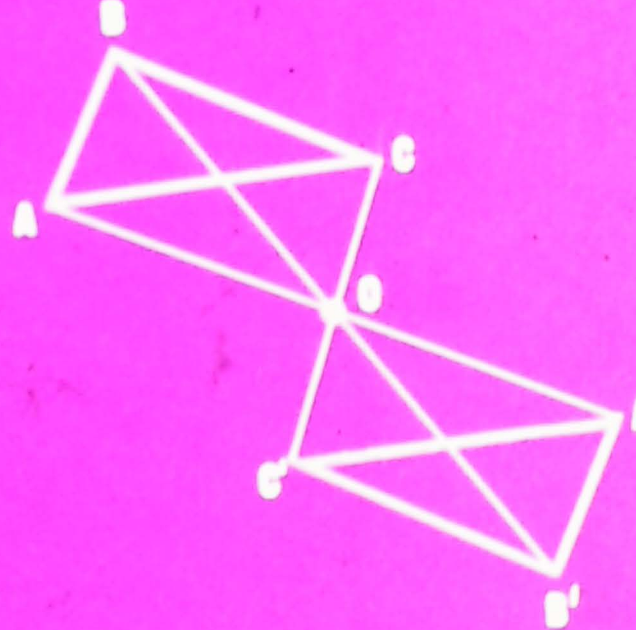
Условимся предложение „точки A и A' симметричны относительно точки O" записывать: „$O(A) \equiv A'$". Эта же запись иногда будет служить для выражения мысли: „центральная симметрия с центром O преобразует точку A в точку A'".



7

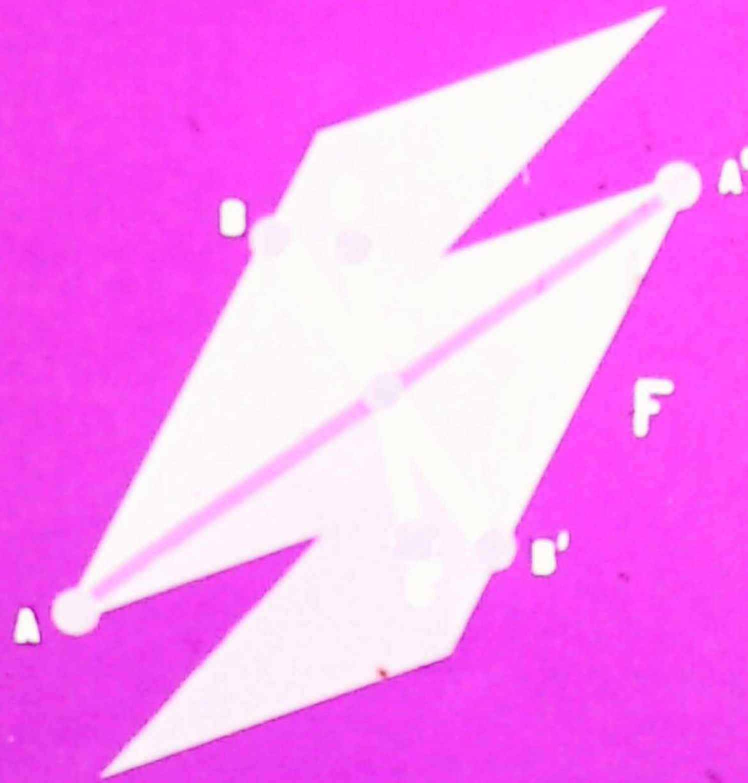
Запись $P(M)=M'$, например, можно прочитать так: „точки M и M' симметричны относительно точки P", а запись $O(A'B')=AB$ так: „центральная симметрия с центром O преобразует отрезок $A'B'$ в отрезок AB".





Прочитайте записи: 1) $O(B')=B$; 2) $O(\alpha)=\alpha'$; 3) $O(\triangle ABC)=\triangle A'B'C'$; 4) $O(O)=O$ (точка O — центр симметрии — симметрична сама себе; иначе говоря, при данном преобразовании она остаётся на месте).

Во что преобразуется центром симметрии P прямая a, если она проходит через точку P? Как это записать кратко?



10

Почему относительно этой фигуры можно сказать, что O(F)=F?

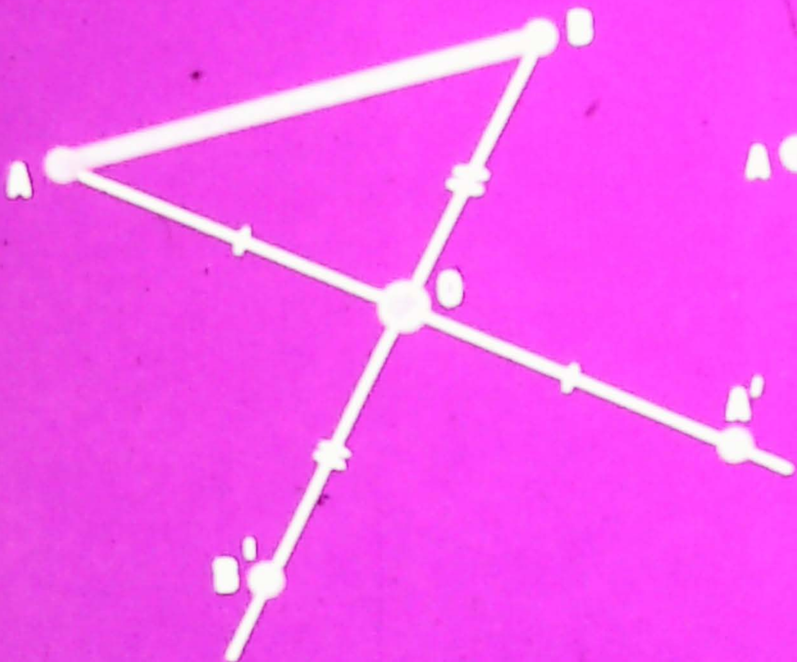
T S Z

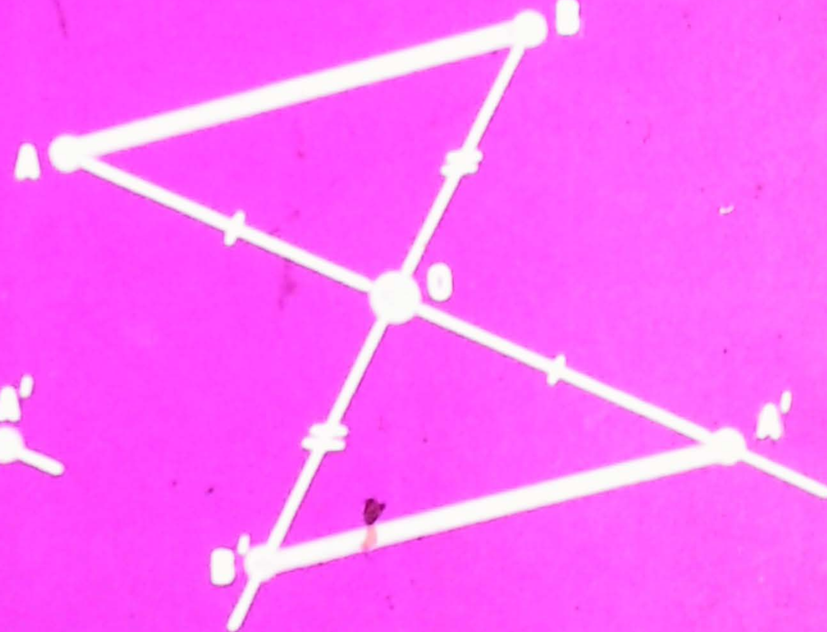
H C N

Какие из этих букв центрально-симметричные фигуры?

12

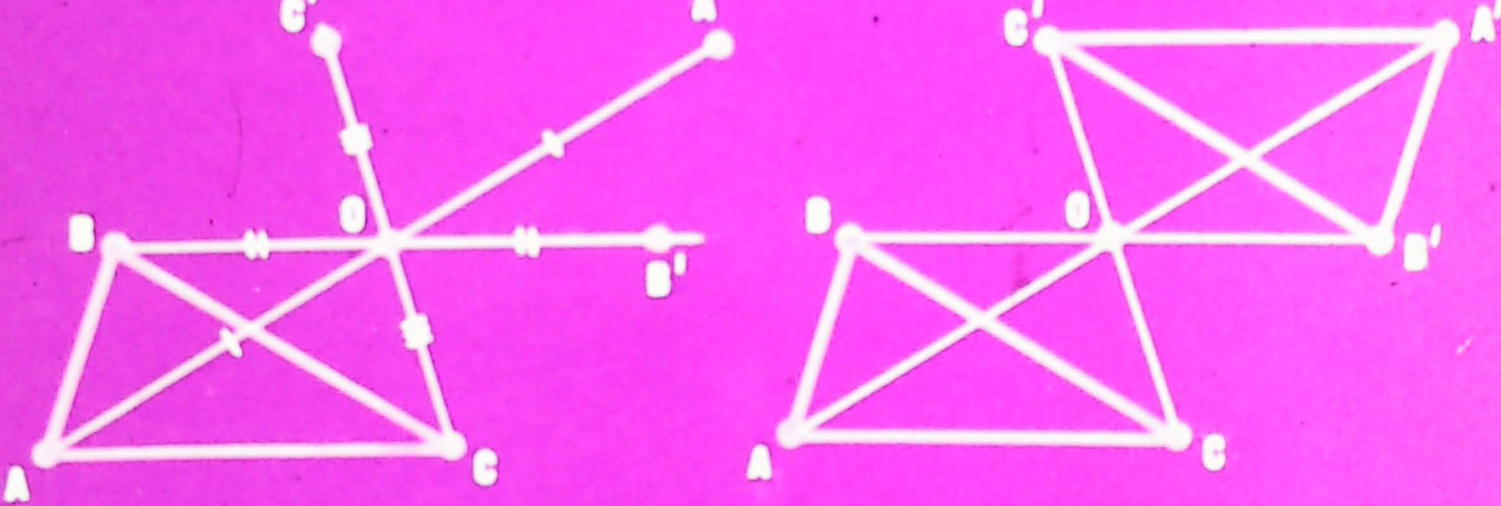
Построим точку A' центрально-симметричную точке A относительно O. Для этого: 1) через точки A и O проведём прямую a ; 2) на прямой a от точки O отложим отрезок $OA' = OA$.





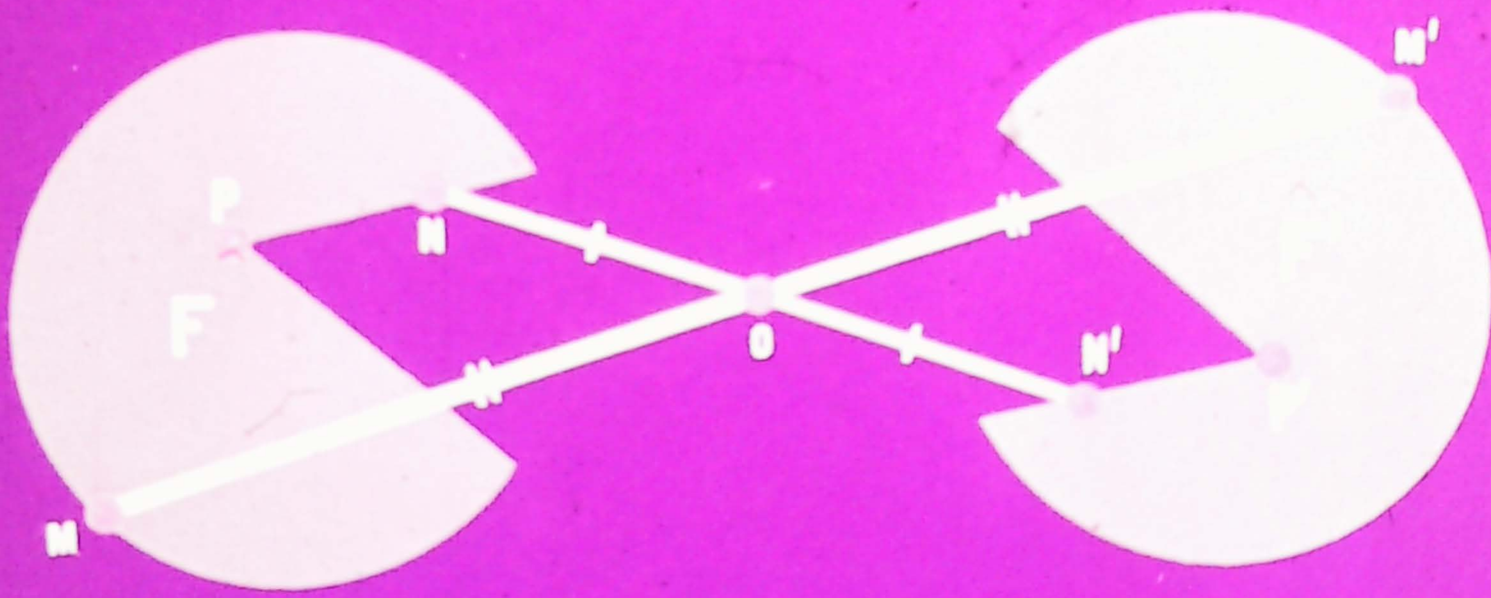
13

Построим отрезок A′ B′ центрально-симметричный относительно O отрезку AB. Объясните построение. Будут ли отрезки AB и A′ B′ равны? Почему?



14

Построим треугольник A'B'C' центрально-симметричный относительно O треугольнику ABC. Объясните построение.

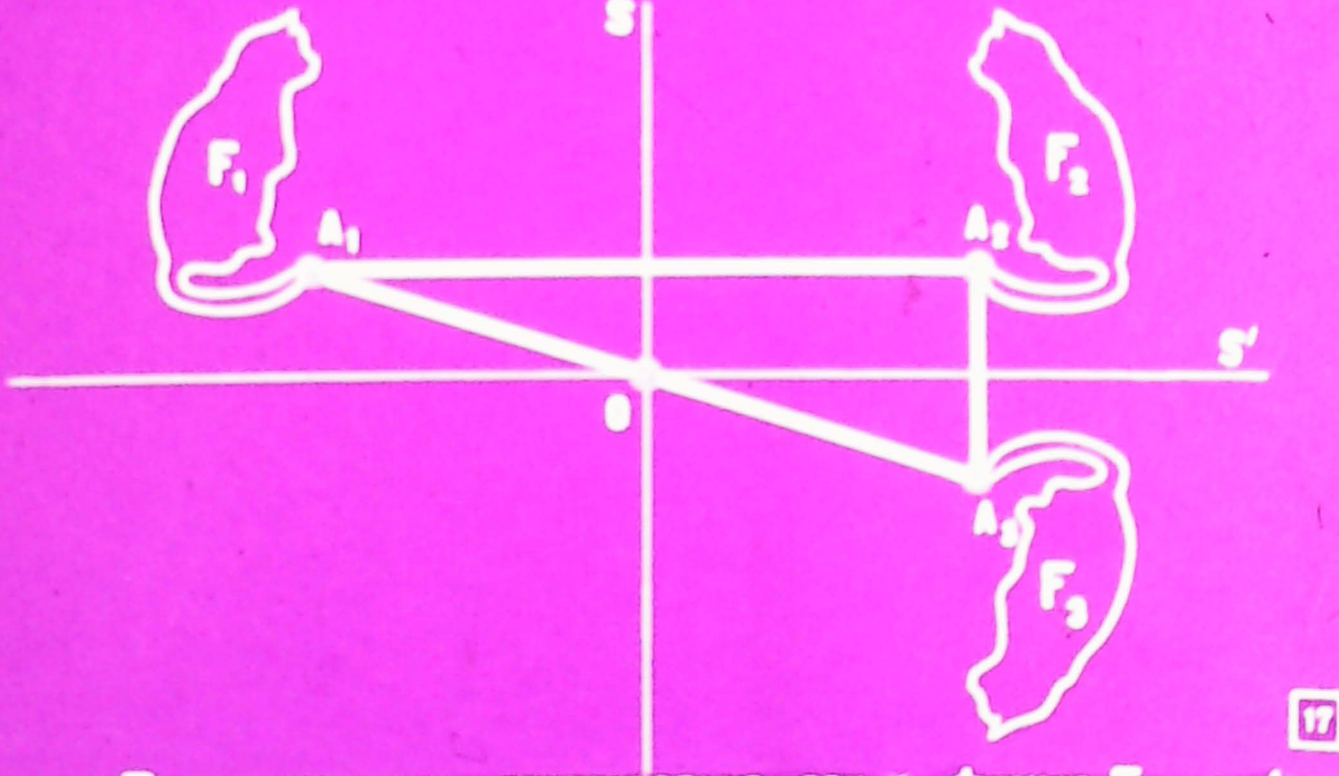


15

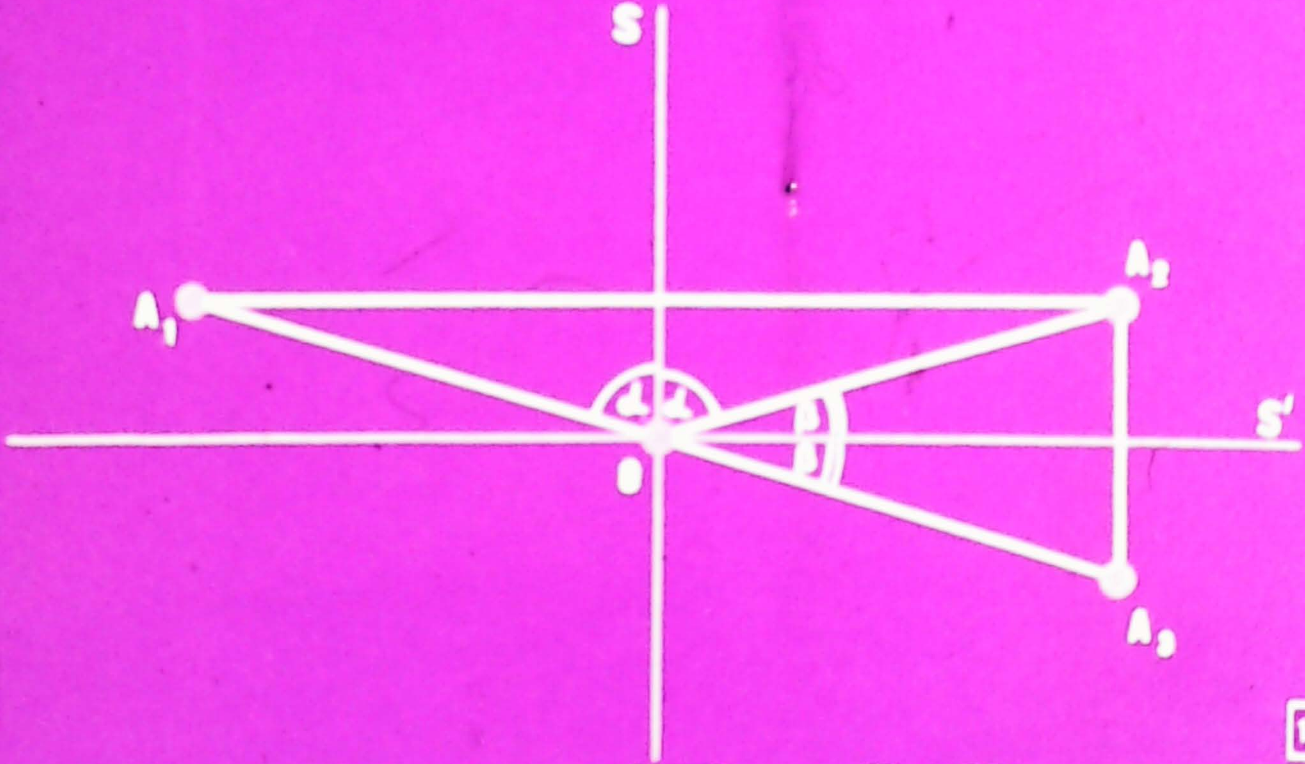
Это две фигуры F и F' центрально-симметричные относительно O. Какие две фигуры называются центрально-симметричными относительно некоторой точки O?

2.
СВОЙСТВА ЦЕНТРАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ

16

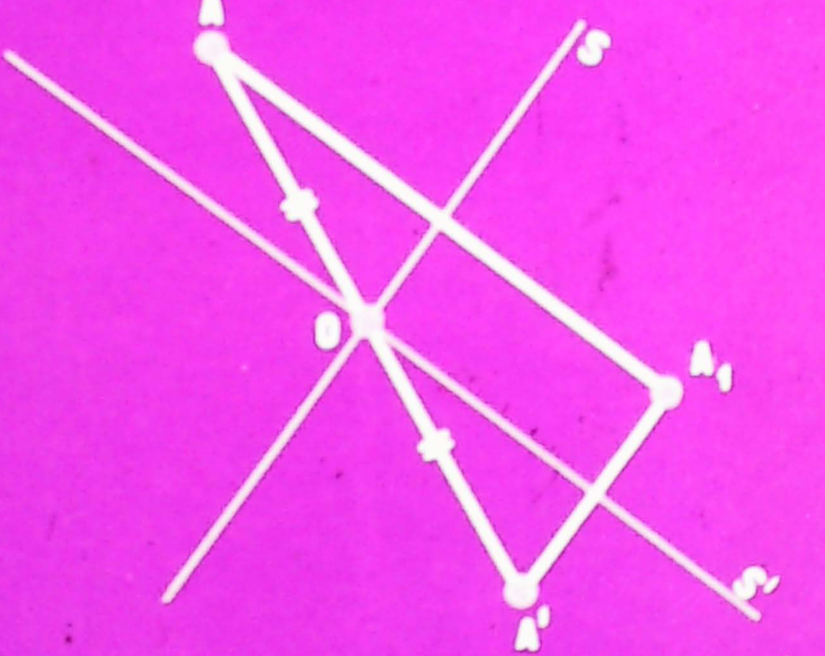


Фигура F_2 симметрична относительно оси s фигуре F_1, а фигура F_3 симметрична относительно оси s' фигуре F_2. Будут ли фигуры F_1 и F_3 центрально-симметричны относительно точки O пересечения осей s и s' (при $s \perp s'$)?



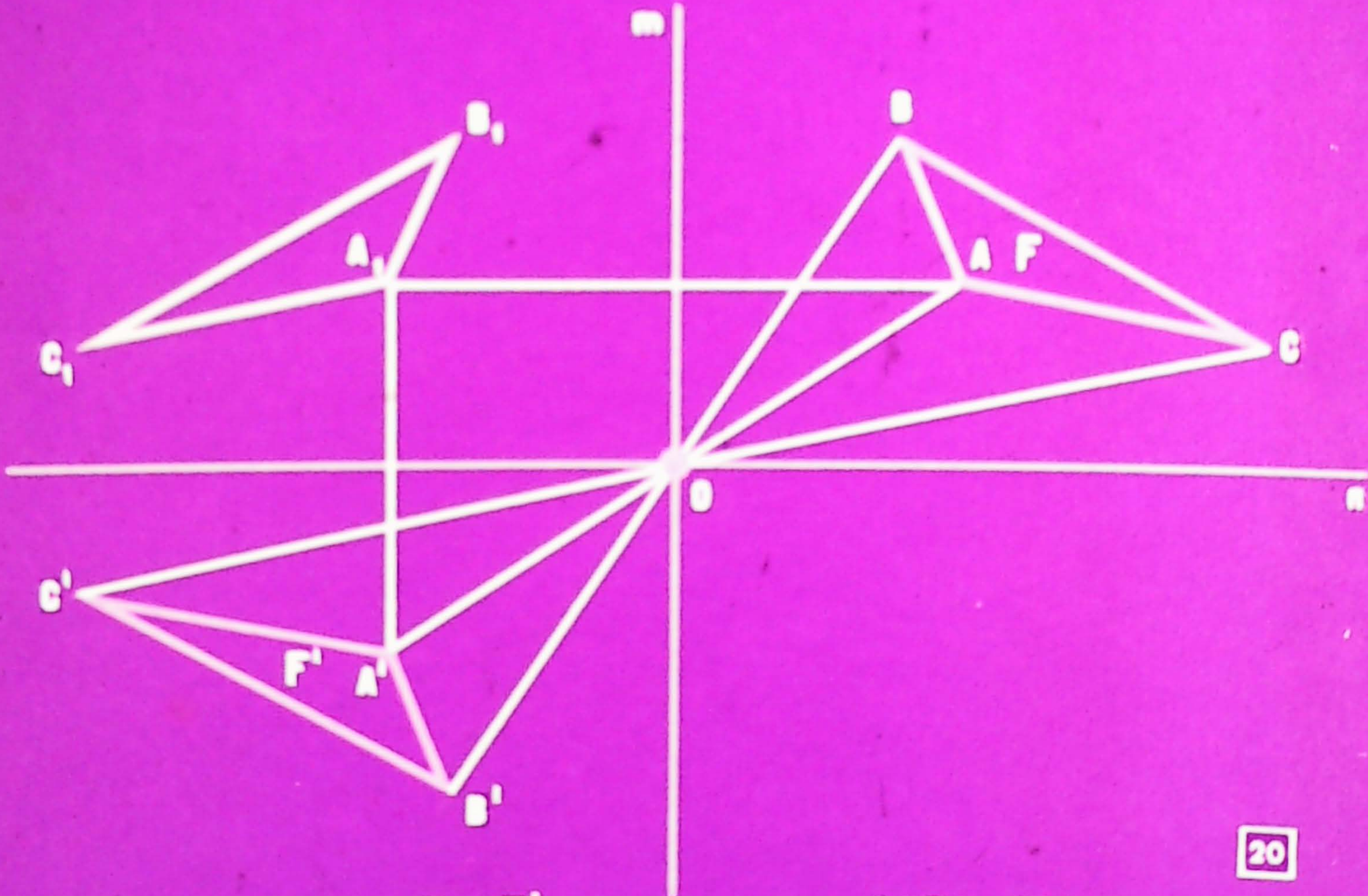
16

Рассмотрим только одну точку A_1 фигуры F_1. Ей симметрична относительно оси S точка A_2, а точке A_2 симметрична относительно S' точка A_3. Лежат ли точки A_1, O, A_3 на одной прямой (будет ли $\angle A_1OA_3 = 180^\circ$) и $A_1O = A_3O$?

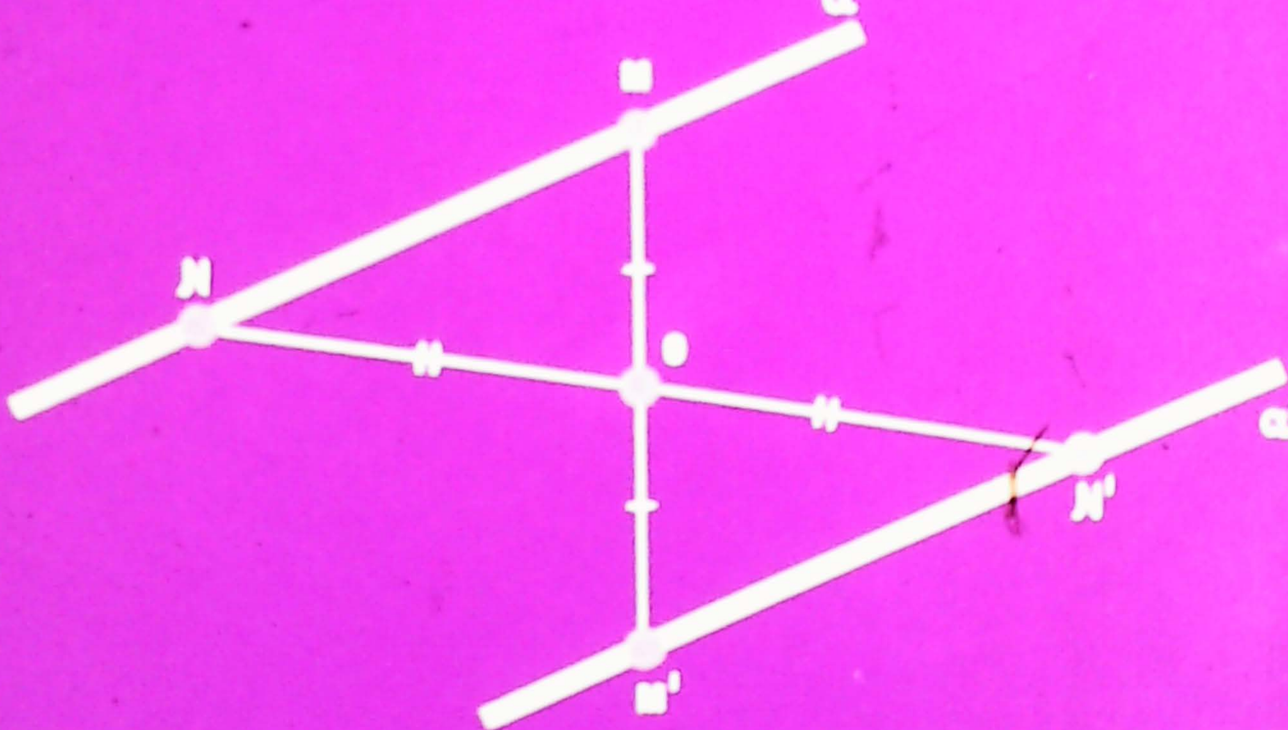


10

Две последовательные осевые симметрии с перпендикулярными осями S и S' всякую точку A преобразуют в A'. Эти точки центрально-симметричны друг другу, относительно точки пересечения O прямых S и S'.

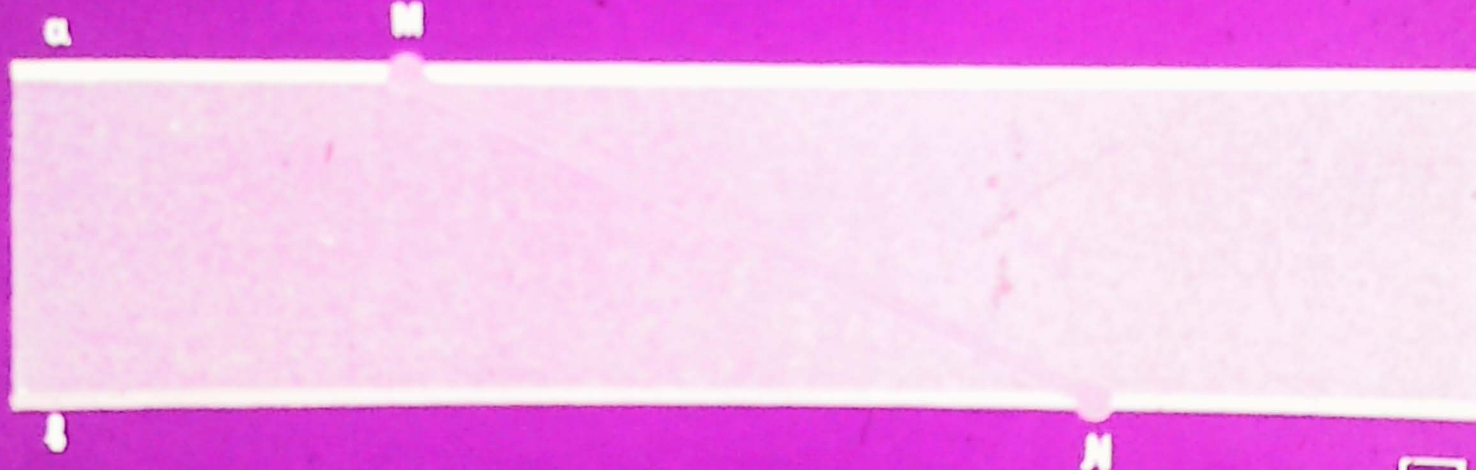


Будут ли фигуры F и F' равными, если O(F) = F'? Почему (используйте свойства осевой симметрии)?



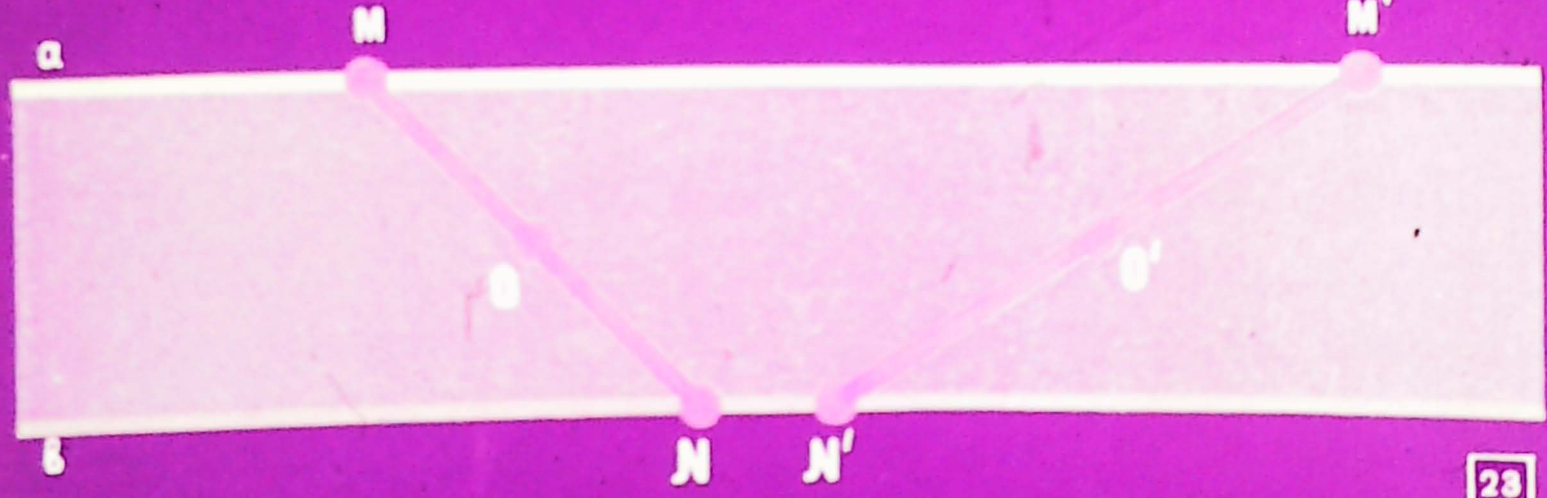
21

Построим прямую a' центрально-симметричную прямой a относительно точки O, не принадлежащей прямой a. Что можно сказать о прямых a и a'?

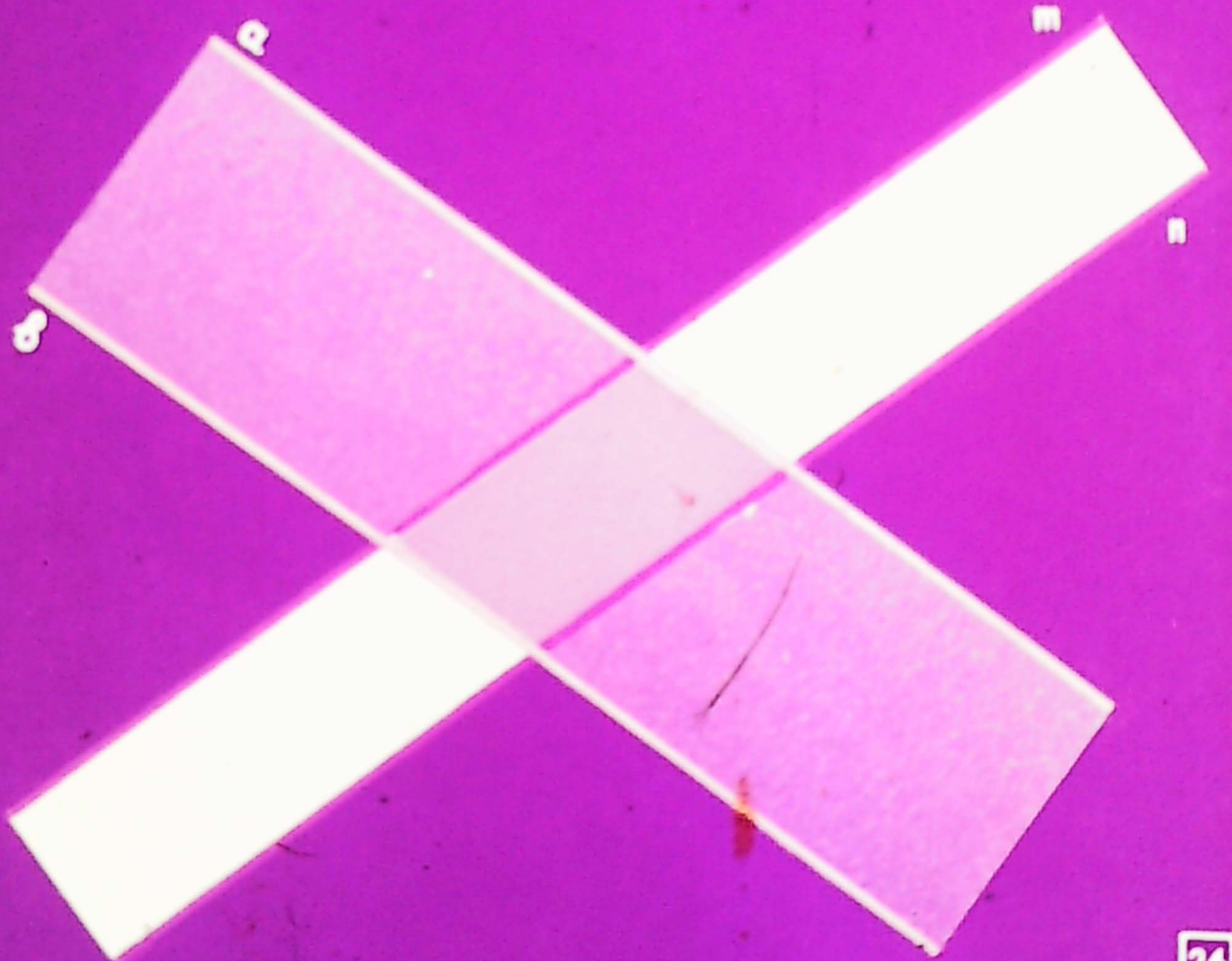


22

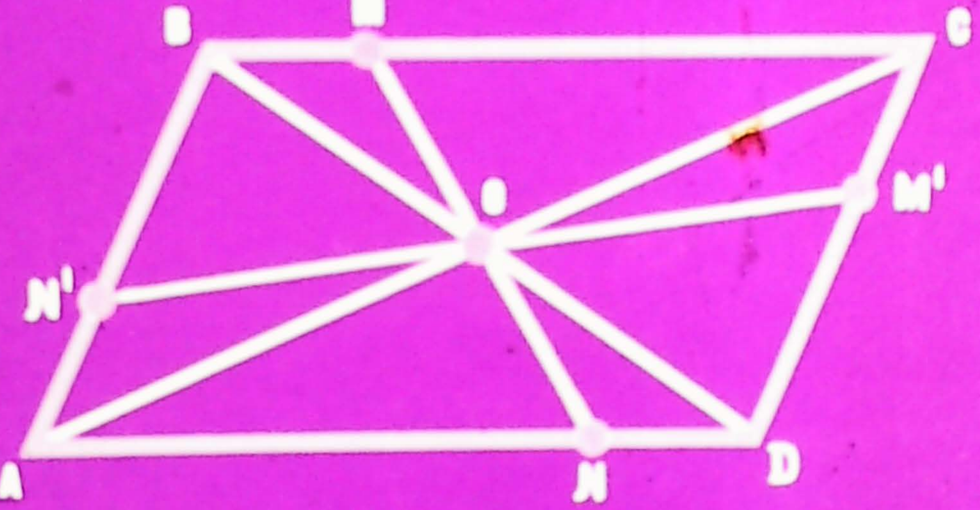
Часть плоскости, заключённая между двумя параллельными прямыми a и b, называется полосой. Прямые a и b – стороны полосы, а отрезок, соединяющий какие-нибудь точки прямых a и b, – поперечный отрезок полосы.



Сколько поперечных отрезков имеет полоса? Являются ли точки O (середина отрезка MN) и O' центрами симметрии полосы? Какой вывод можно сделать о числе центров симметрии полосы?

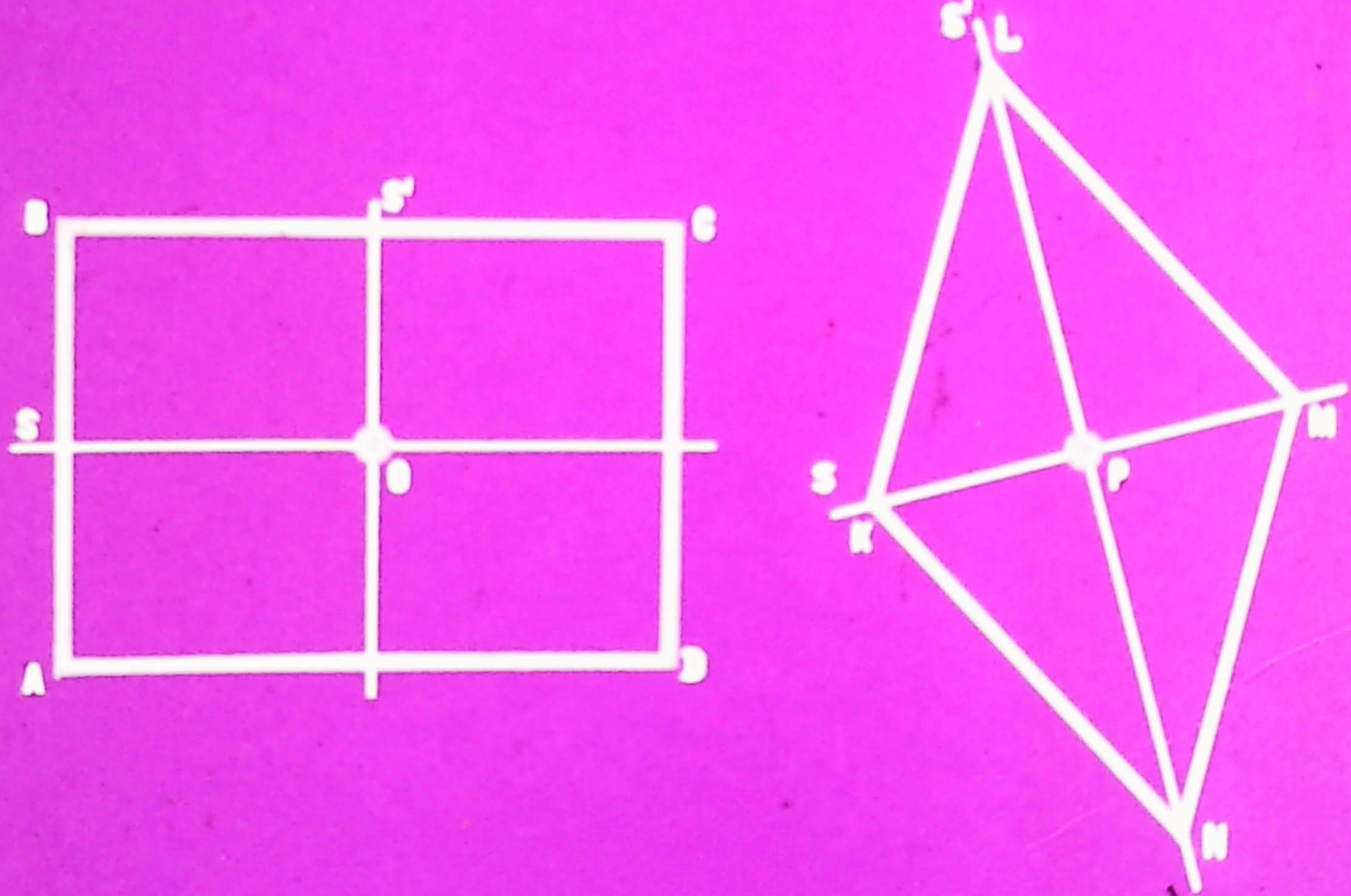


Какая фигура образуется от пересечения двух полос?



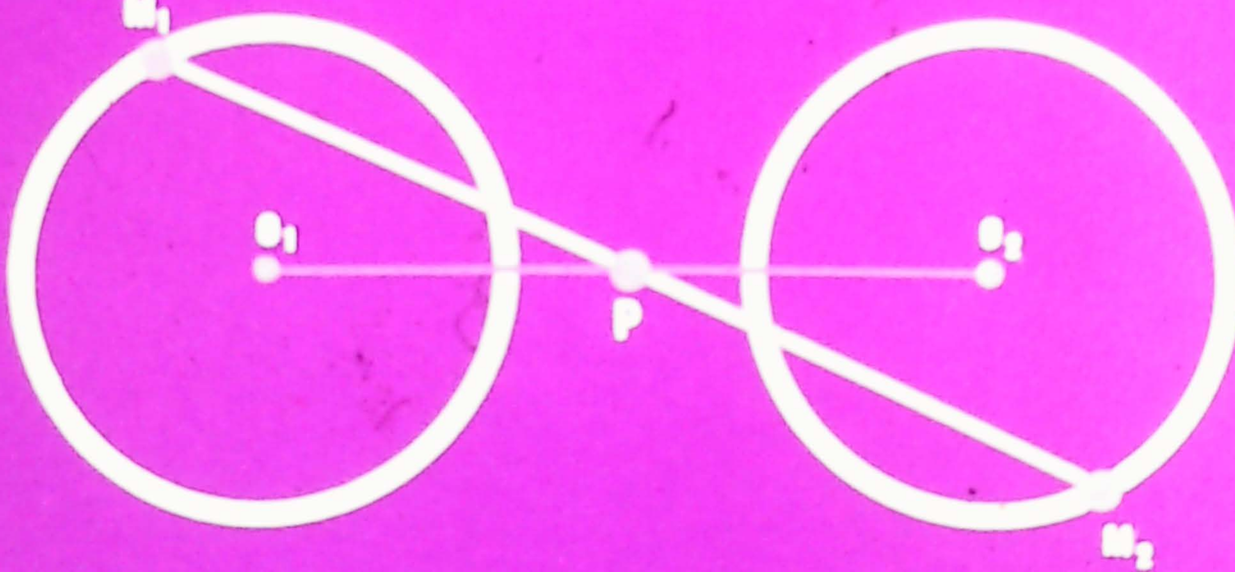
26

Является ли точка пересечения диагоналей параллелограмма его центром симметрии? Докажите это, используя свойства полосы. Как доказать, используя свойства центральной симметрии, что диагонали параллелограмма в точке пересечения делятся пополам?



26

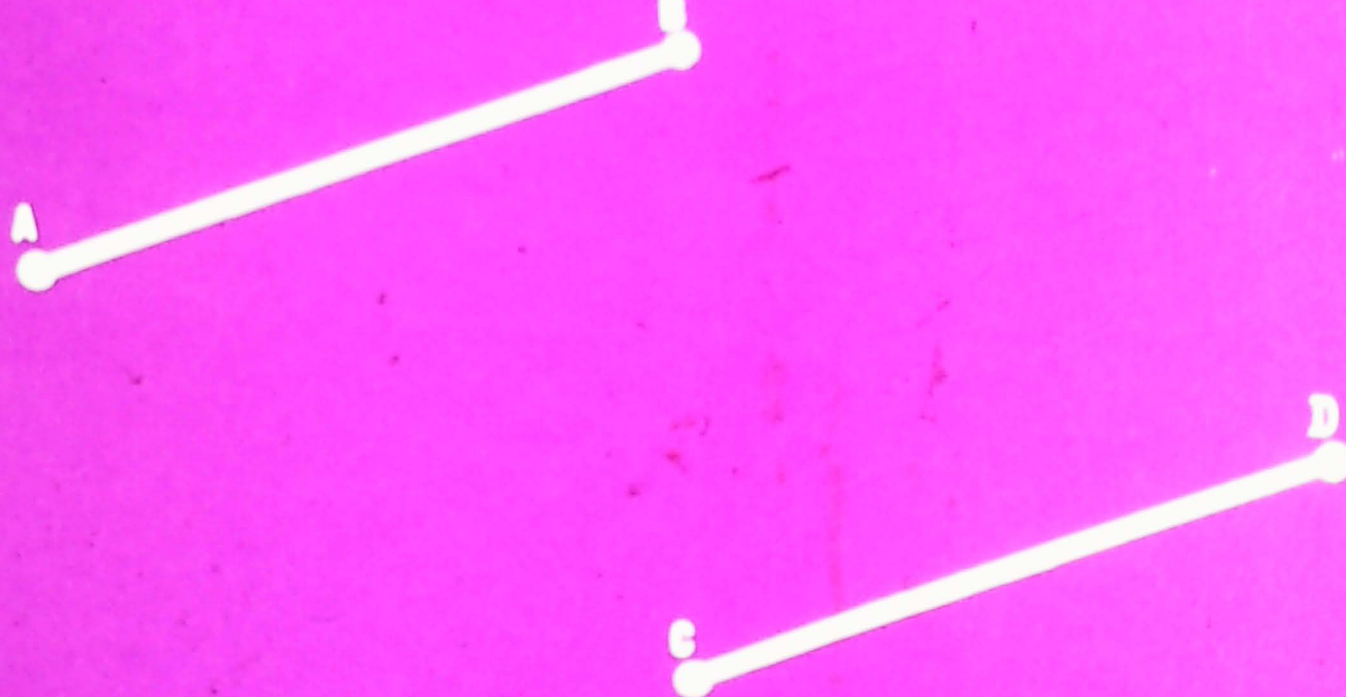
Какие из параллелограммов имеют оси симметрии? Где находится центр симметрии в прямоугольнике и ромбе?



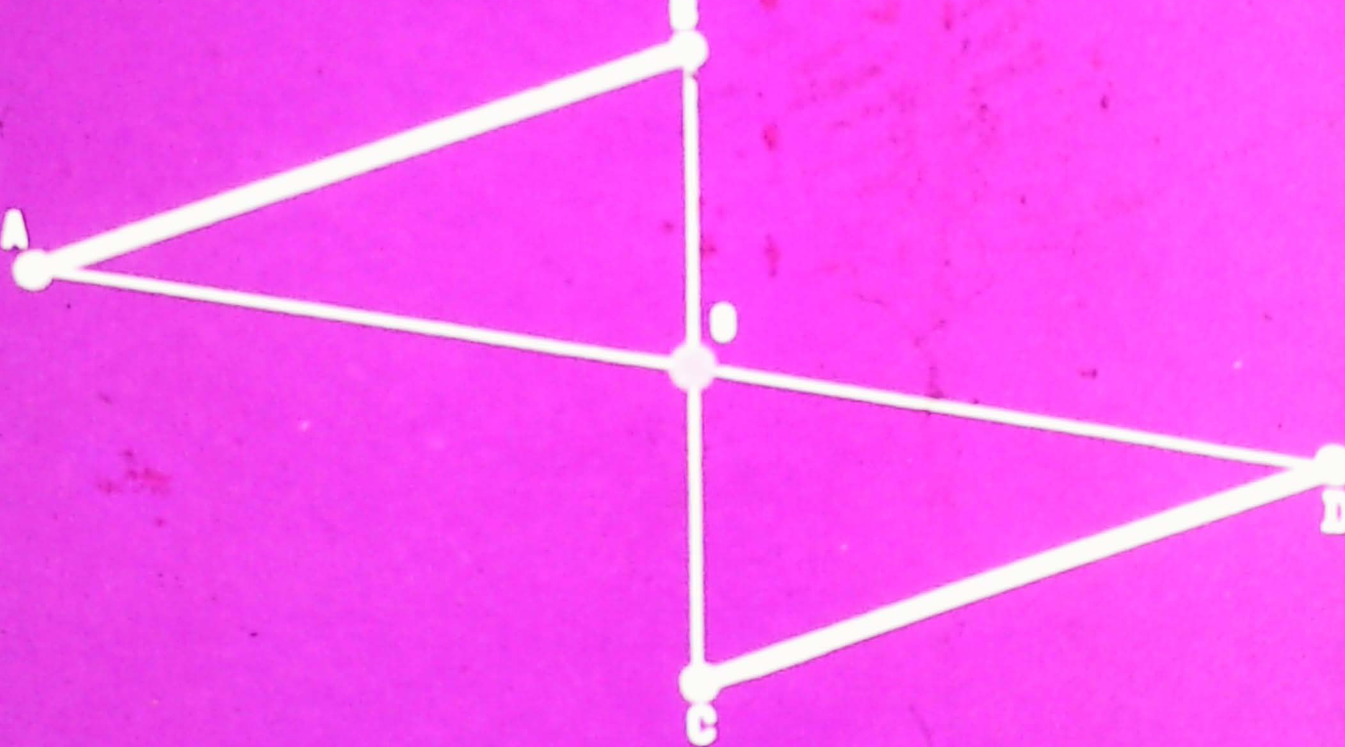
27

Докажите, что две равные окружности с центрально-симметричными относительно P центрами O_1 и O_2 центрально-симметричны.

3.
ЗАДАЧИ

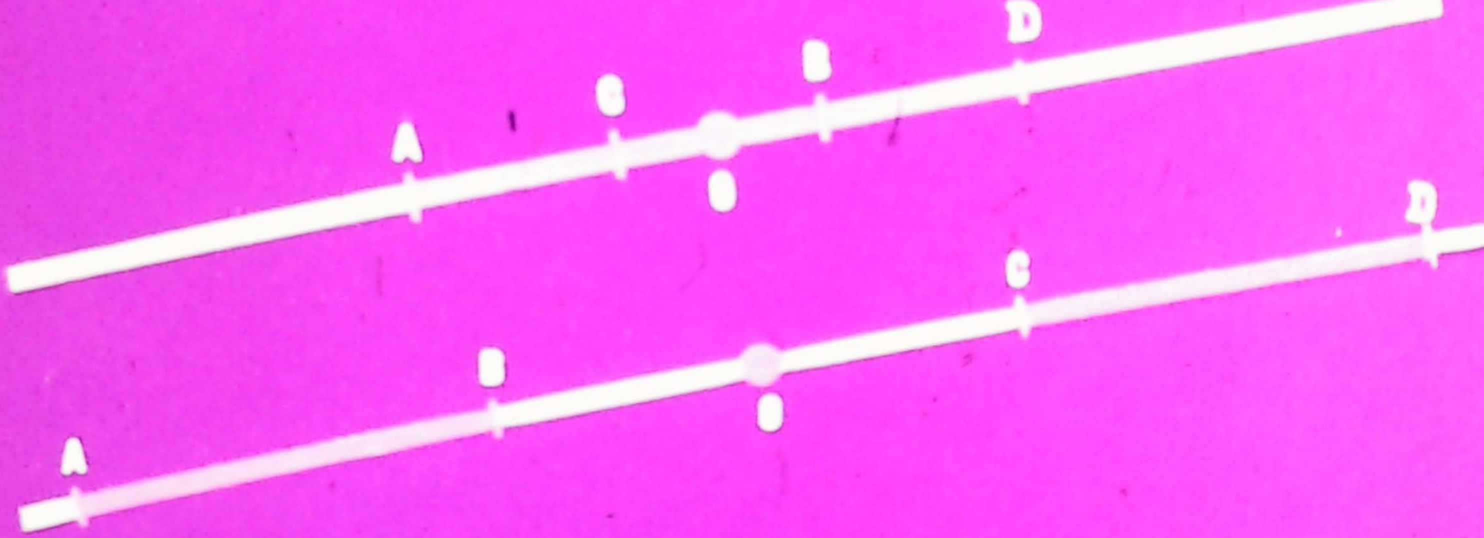


Задача 1. AB=CD и AB||CD. Найти центр симметрии отрезков AB и CD. Как решить эту задачу?



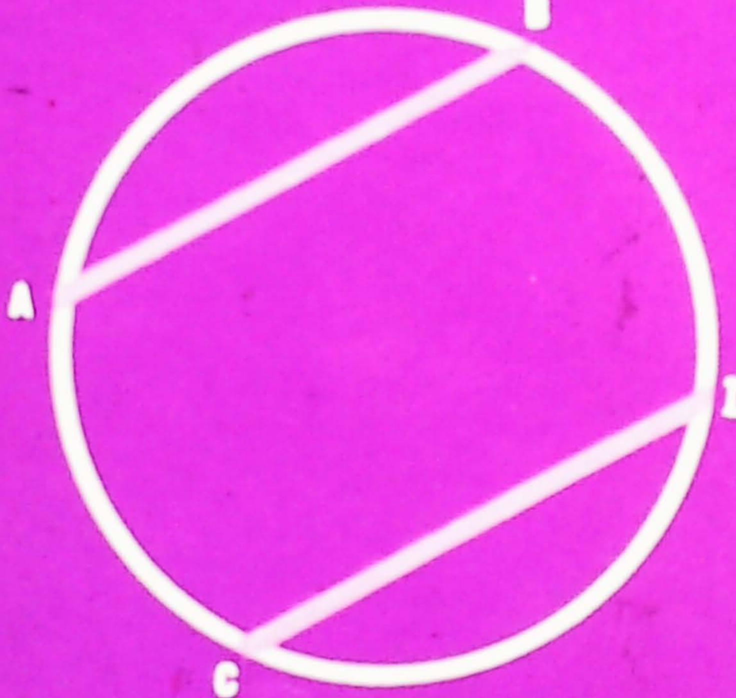
30

Решение. Проведём прямые AD и BC. Точка их пересечения O будет центром симметрии этих отрезков. Докажите это.



31

Задача 2. AB и CD — два равных отрезка, принадлежащих одной прямой. Где находится центр симметрии этих отрезков? Дайте обоснование ответу.

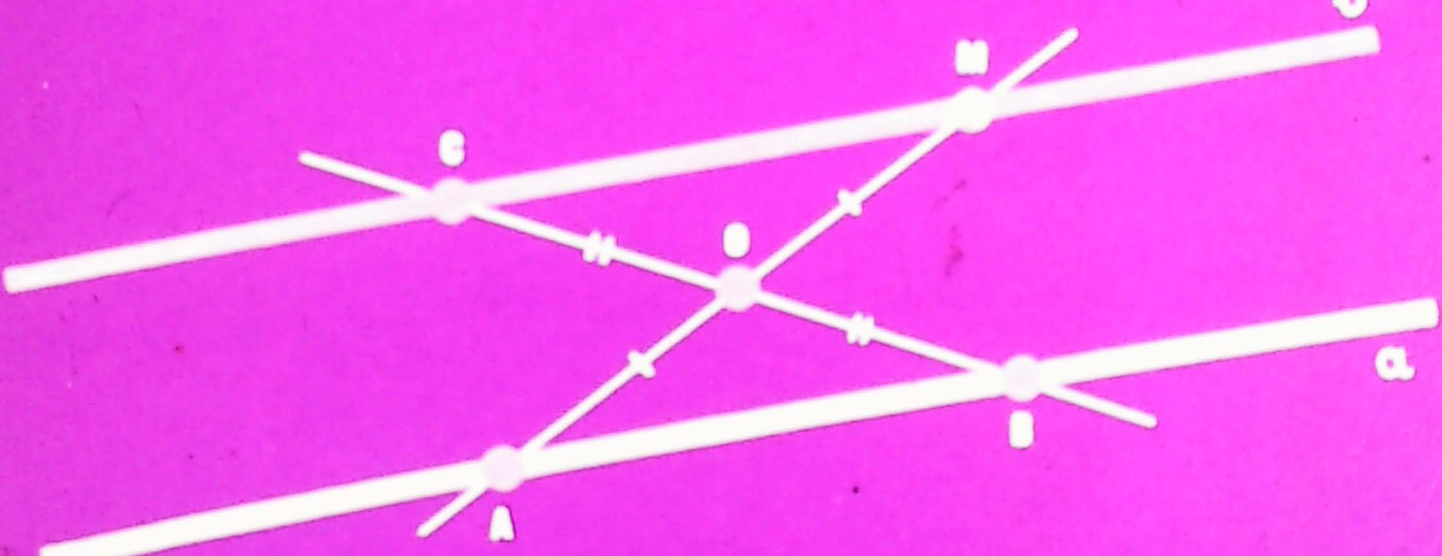


32

Задача 3. AB и CD – две равные параллельные хорды. Где находится центр симметрии этих хорд?

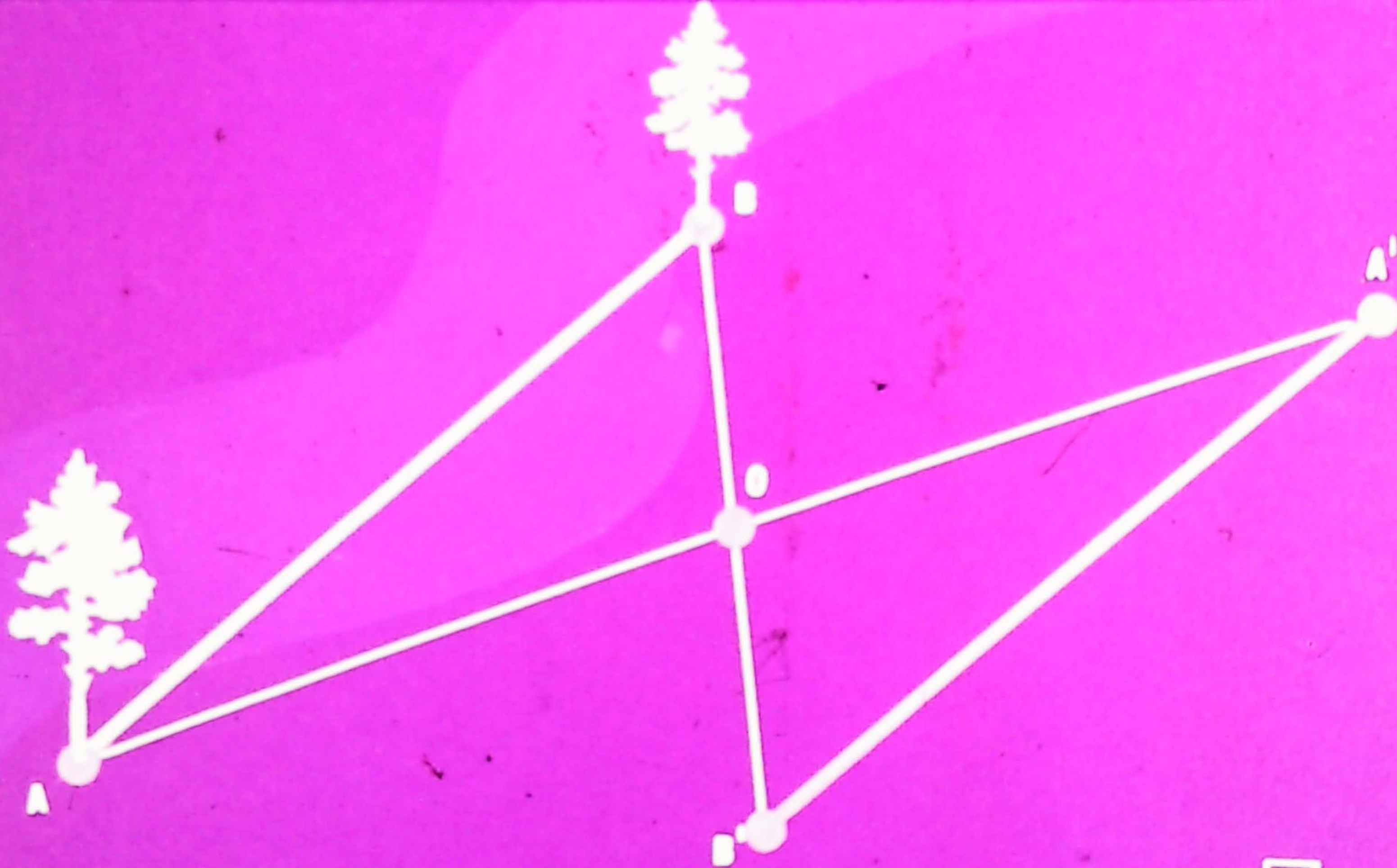
33

<u>Задача 4.</u> Постройте прямую b, проходящую через точку M и параллельную прямой a, используя центральную симметрию.



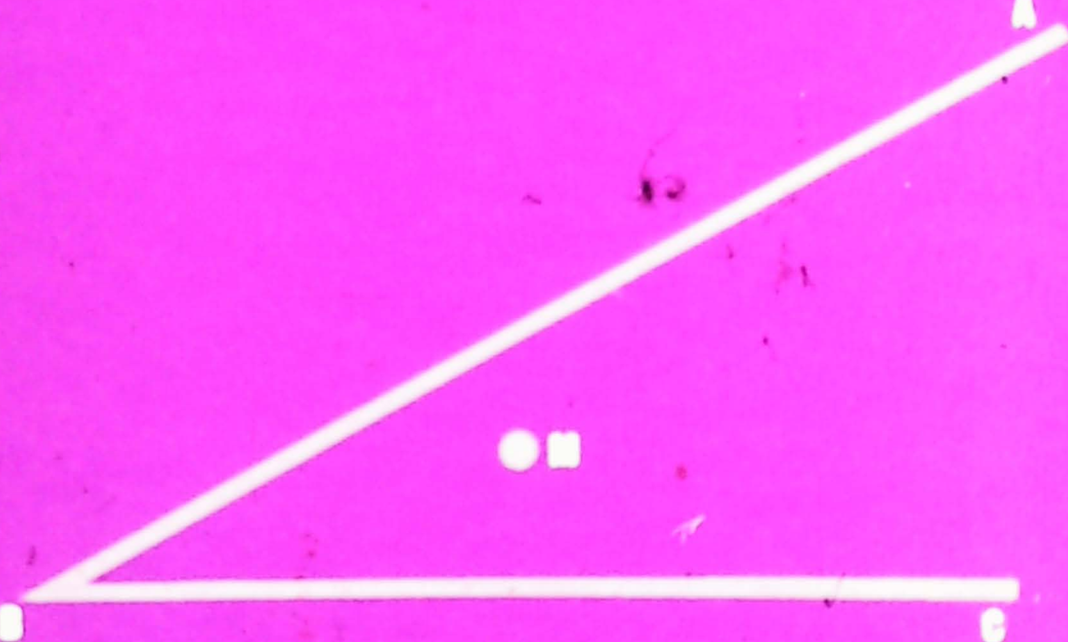
24

Решение. 1). На прямой а возьмём две произвольные точки А и В. 2). Проведём отрезок АМ и найдём его середину – точку О. 3). Проведём прямую ВО и отложим на ней СО = ОВ. 4). Через точки С и М проведём прямую б. Почему б || а ?



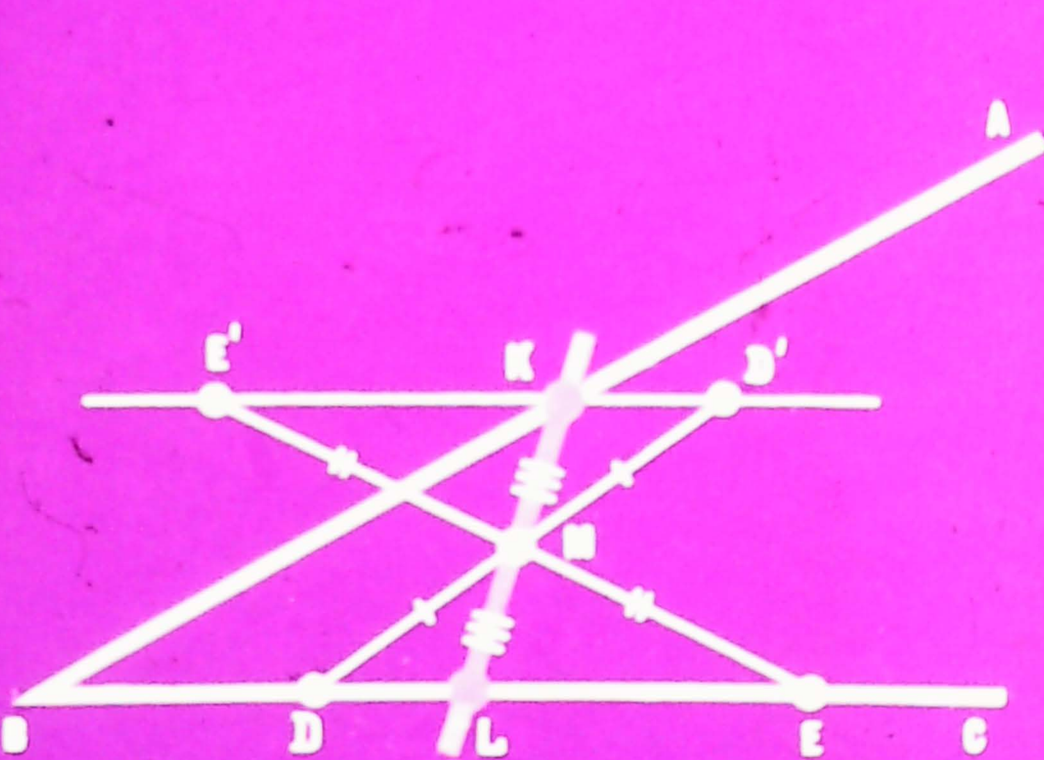
35

Задача 5. Найти расстояние между пунктами А и Б, пользуясь только наземными средствами. Объясните решение задачи.



36

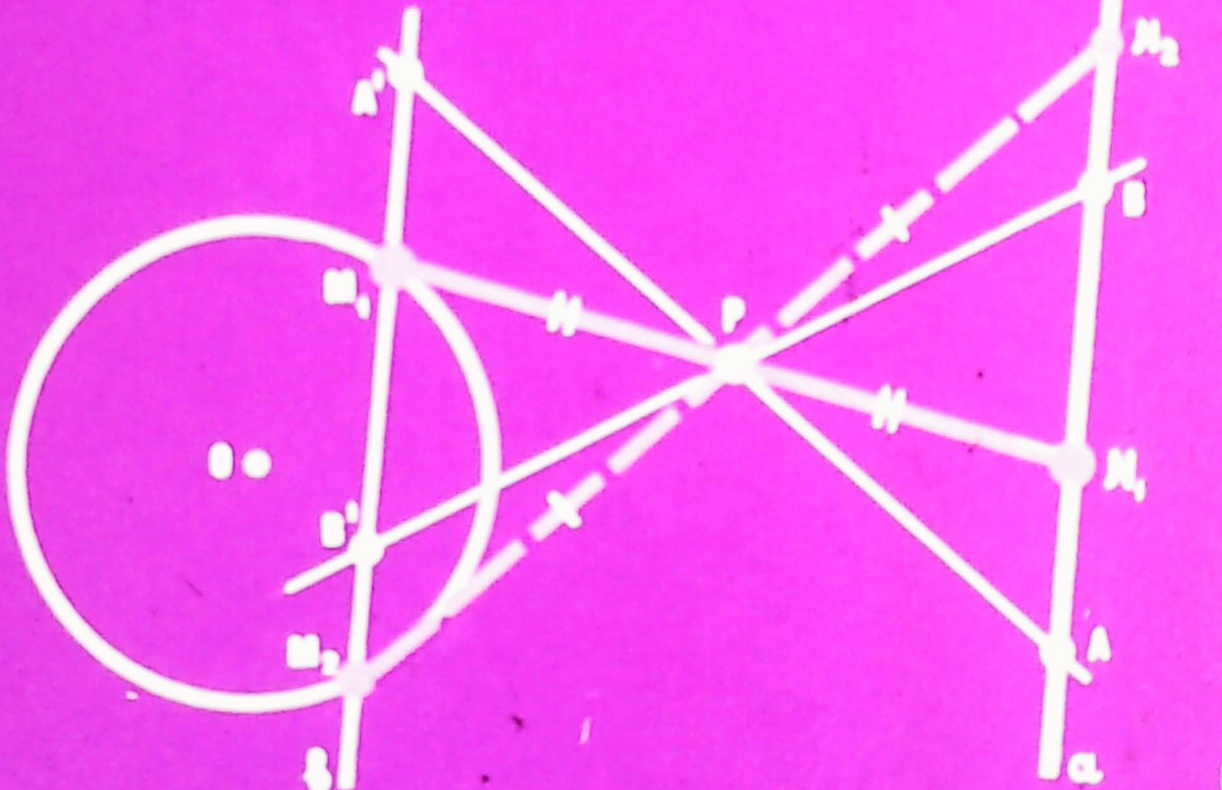
Задача 6. Точка M лежит внутри угла ABC. Через точку M провести прямую так, чтобы её отрезок, заключённый между сторонами угла, делился точкой M пополам.



37

Решение. 1). На стороне BC возьмём точки D и E. 2). Проведём прямые DM и EM. 3). Отложим отрезки MD' = DM и ME' = EM. 4). Проведём E'D'. 5). Проведём прямую KM. Отрезок KL будет искомым. Докажите это.

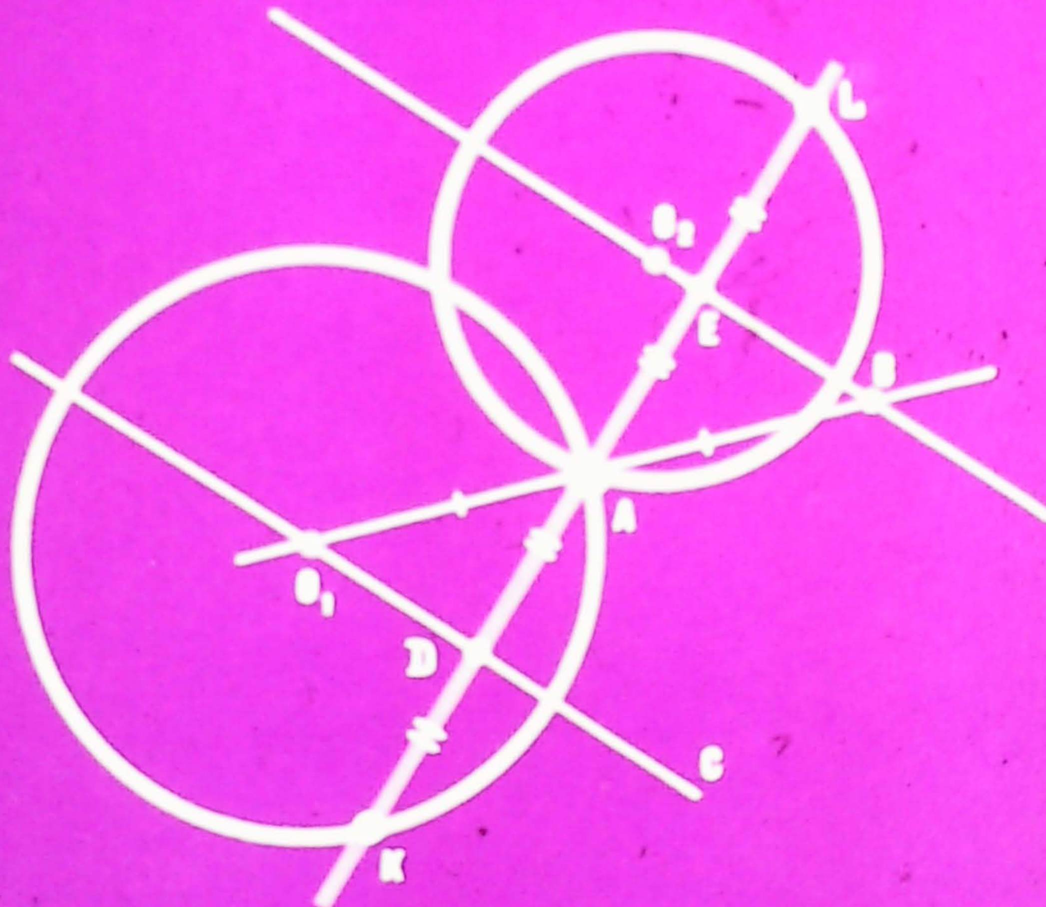
Задача 7. Даны: окружность O, прямая a и точка P. Через точку P провести прямую так, чтобы её отрезок, заключённый между прямой a и окружностью O, делился этой точкой пополам.



30

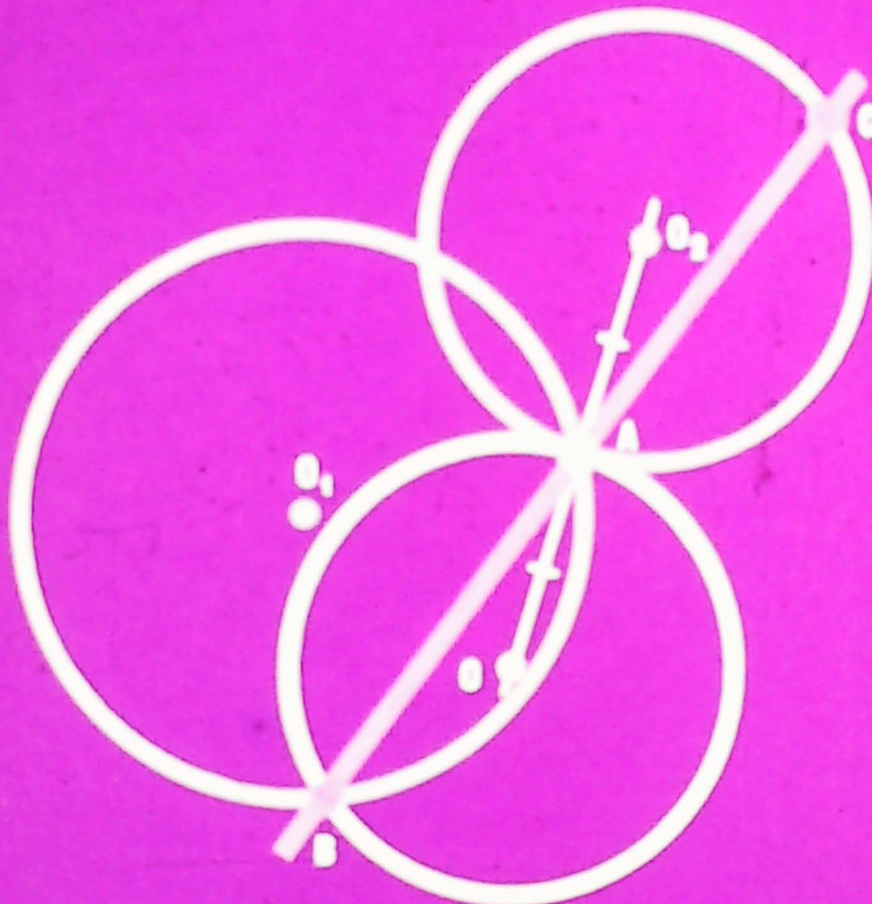
Решение. Построим полосу с центром симметрии P и стороной a. Другая её сторона b пересечёт окружность в двух точках M_1 и M_2. Сколько решений имеет эта задача при данном расположении окружности O, прямой a и точки P?

Задача 8. Через точку A двух пересекающихся окружностей провести прямую так, чтобы при пересечении этих окружностей с прямой получились равные хорды.



41

<u>Решение.</u> Выполним построение. 1). $A(O_1) \equiv B$. 2). BO_2. 3). $O_1C \parallel O_2B$. 4). $AD \perp O_1C$. Прямая AD — искомая. Докажем это. $AD = AE$, так как A — центр симметрии полосы; $DE \perp O_1C$ и $DE \perp O_2B$; следовательно, $KD = DA = AE = EL$. Поэтому $AK = AL$.



42

А вот другой способ решения задачи 8. Выполним построение. 1). $A(O_2) \equiv O$; 2). Из точки О, как из центра, проведём окружность радиусом О А; 3). Проведём прямую ВА. Докажите, что прямая ВАС — искомая (ВА = АС).

КОНЕЦ

Автор кандидат педагогических наук Ю. Н. Макарычев
Консультант кандидат педагогических наук
А. И. Фетисов
Чертежи С. Н. Рогова
Художник-оформитель Ж. И. Вишневецкая
Редактор Л. Б. Книжникова

Д-153-65

Студия „Диафильм", 1965 г.
Москва, Центр, Старосадский пер., д. № 7

Цветной 0-30