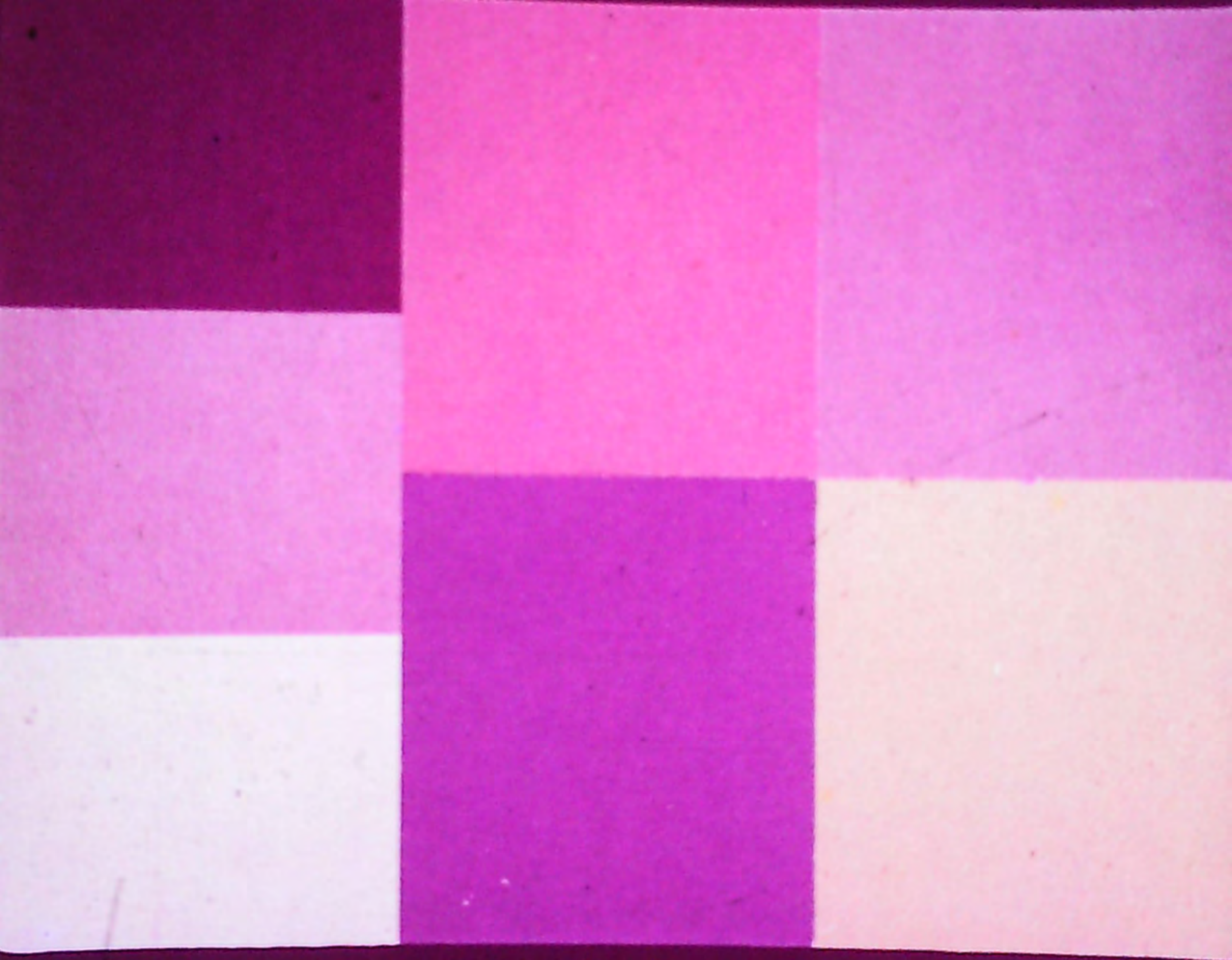


III 1975

6 3 7

ТУ 19—32—73

8

1

ДИАФИЛЬМ

07-3-162

По заказу Министерства просвещения РСФСР

ГРАФИКИ ФУНКЦИЙ

(Диафильм по математике для 9—10 классов)

К СВЕДЕНИЮ УЧИТЕЛЯ.

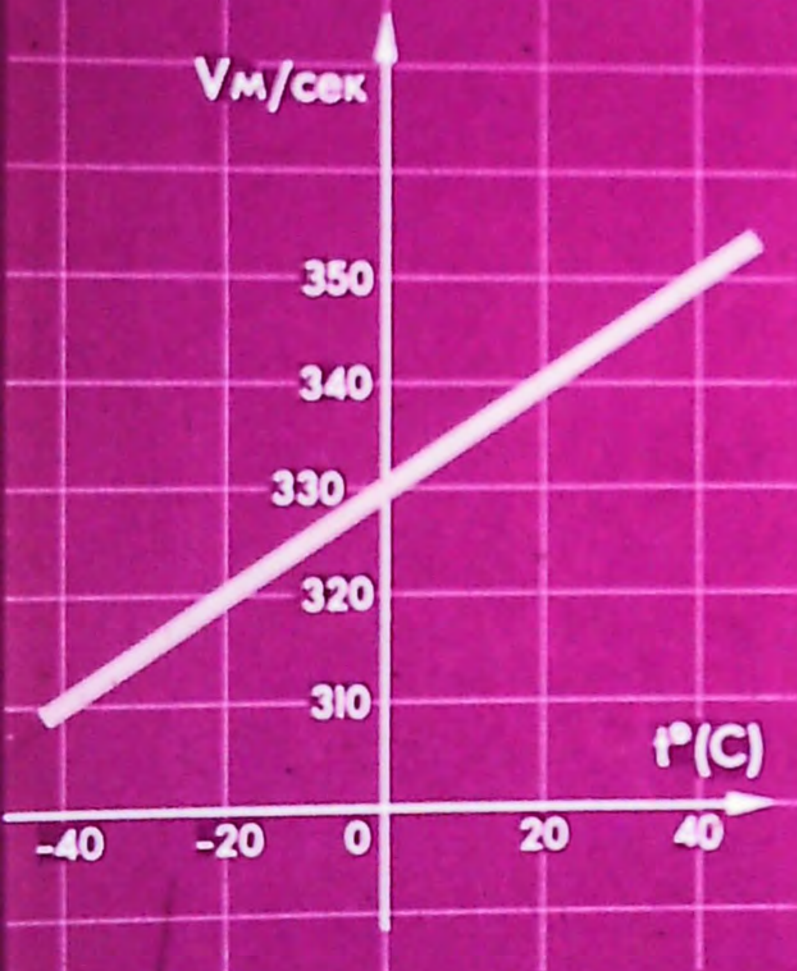
Графики различных функций нужно уметь строить и сознательно читать. С этой целью графики, данные в диафильме, постройте самостоятельно, а затем исследуйте их функции.

Рекомендуем следующую схему исследования:

1. Выяснение ОБЛАСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ функции.
2. ОБЛАСТЬ ИЗМЕНЕНИЯ функции.

3. НЕПРЕРЫВНОСТЬ функции. ПРЕДЕЛ функции в точке.
4. ЧЁТНОСТЬ или НЕЧЁТНОСТЬ функции.
5. КОРНИ (нули) функции.
6. Промежутки ВОЗРАСТАНИЯ и УБЫВАНИЯ функции. Точки МАКСИМУМА и МИНИМУМА функции.
7. Промежутки ЗНАКОПОСТОЯНСТВА функции.
8. ПЕРИОДИЧНОСТЬ функции.

В диафильме представлены также графики функций, отражающих конкретные зависимости из физики и техники. Для них вполне уместны вопросы из нашей схемы и особо следует заметить, что область определения таких функций каждый раз диктуется физической природой процесса.



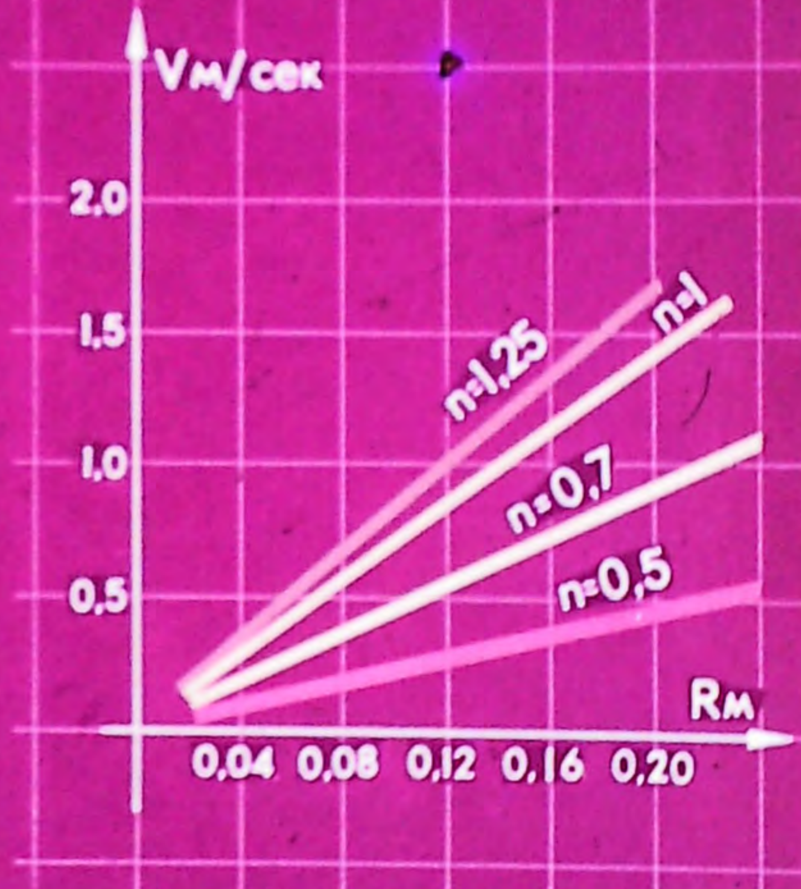


График зависимости скорости звука (V м/сек) в воздухе от температуры (t°C).

График зависимости линейной скорости (Vм/сек) точек диска от радиуса (Rм); (n—число оборотов).

6

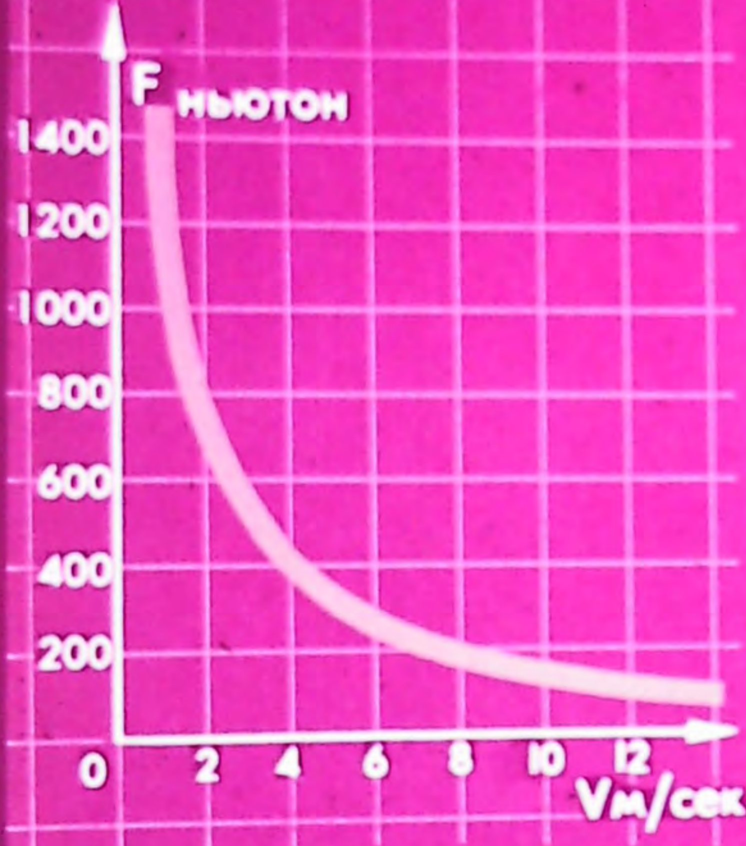


График зависимости между силой тяги (F в ньютонах) и скоростью (Vм/сек) при постоянной мощности (N)

$$F = \frac{N}{V}.$$

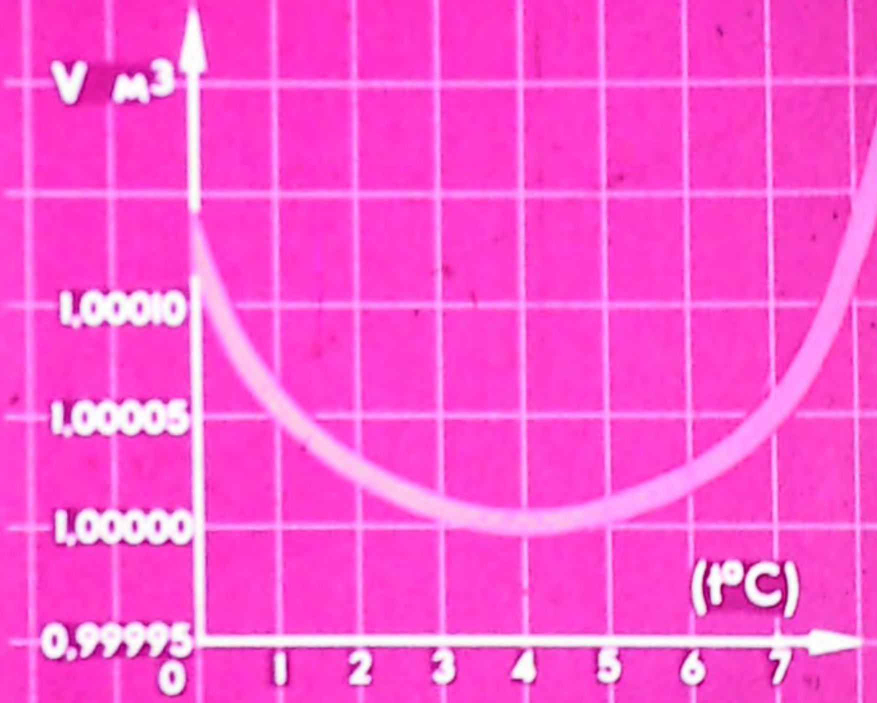


График зависимости объёма воды от температуры.

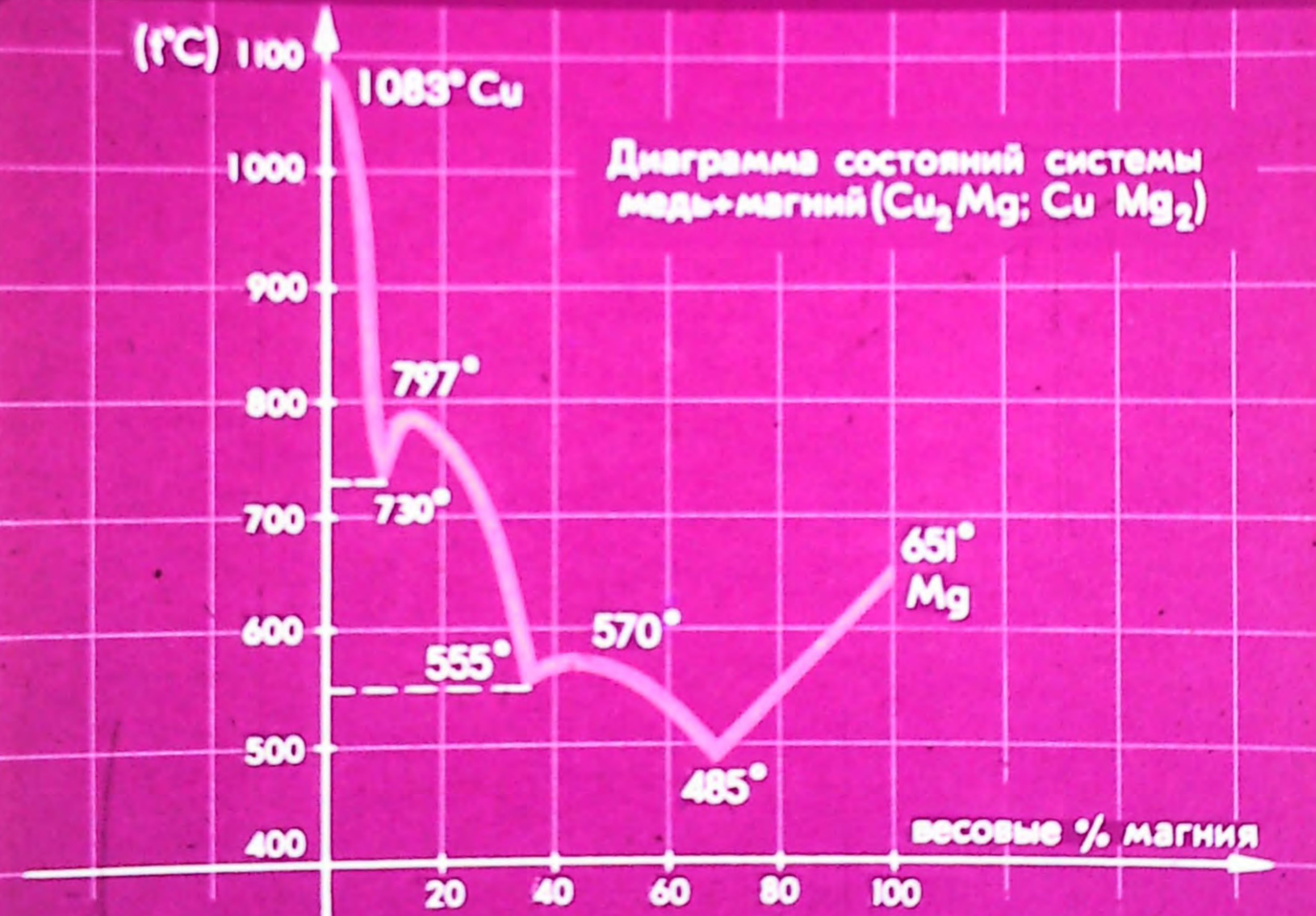
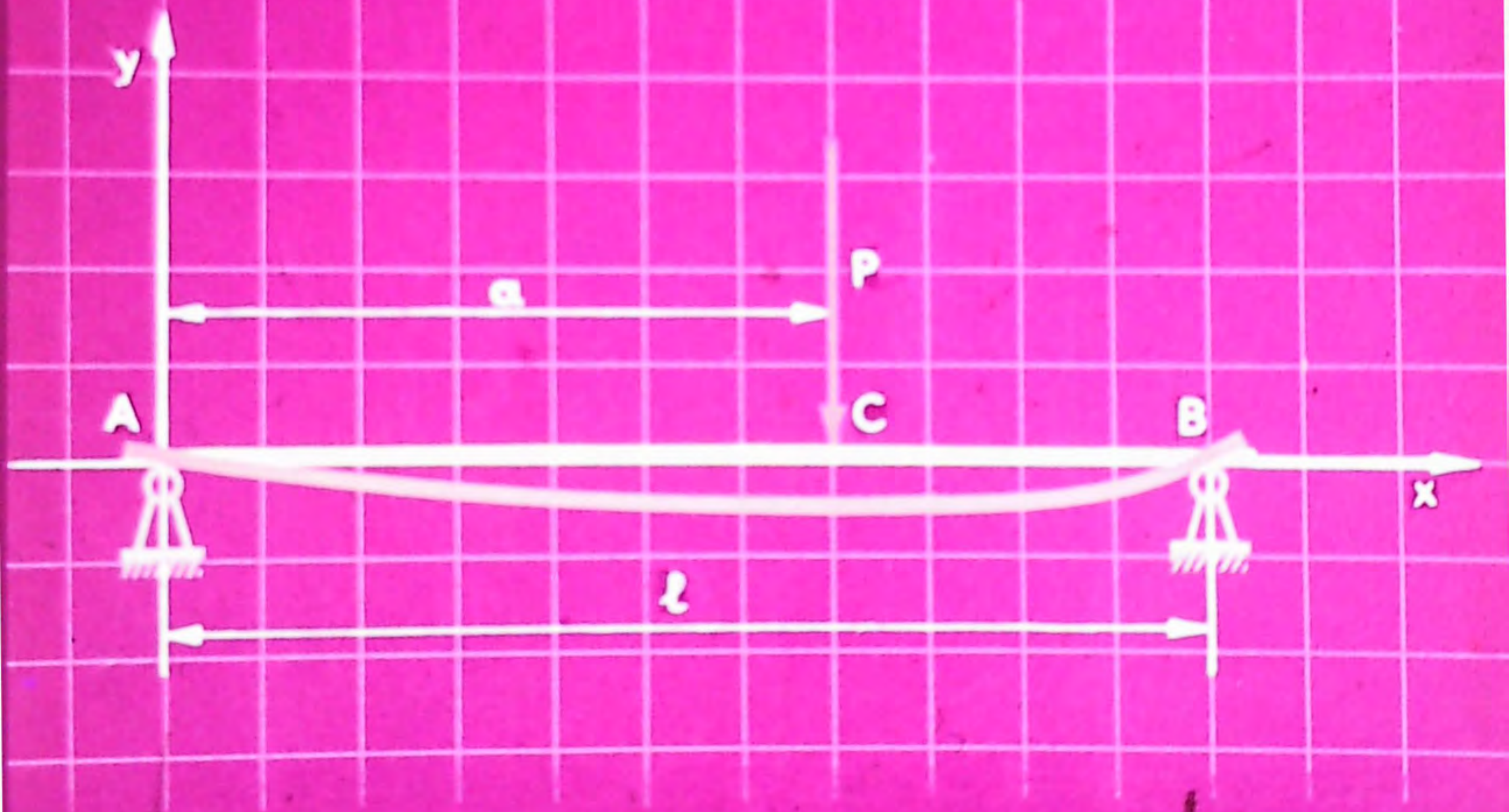


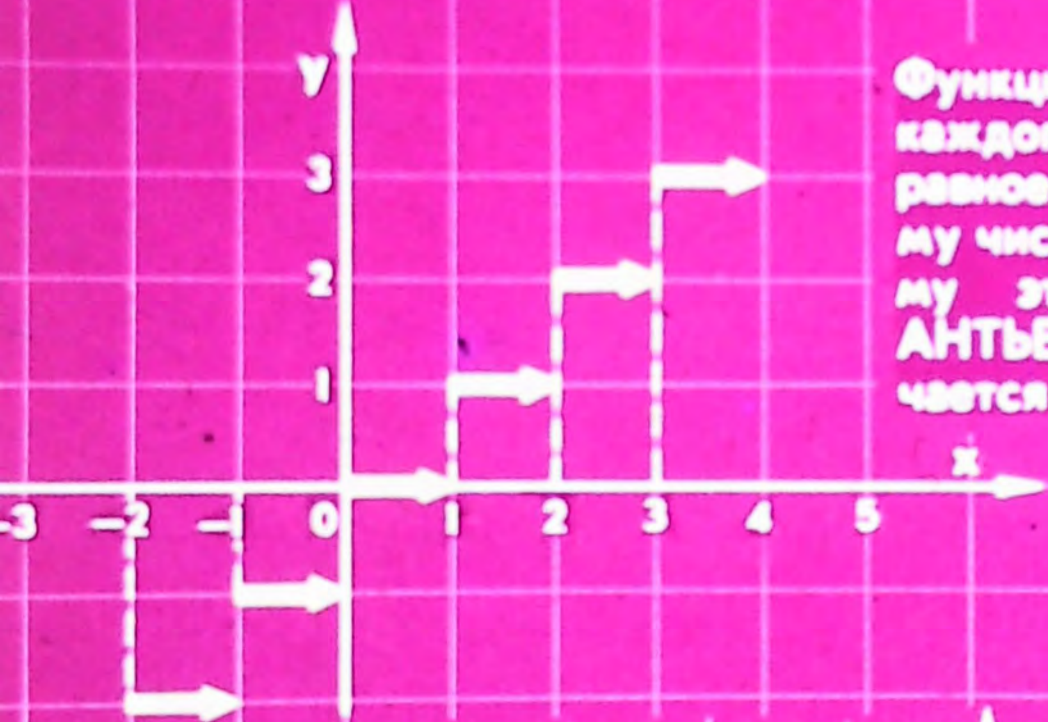
График показывает зависимость температуры плавления сплава меди с магнием от весовых пропорций компонентов сплава.



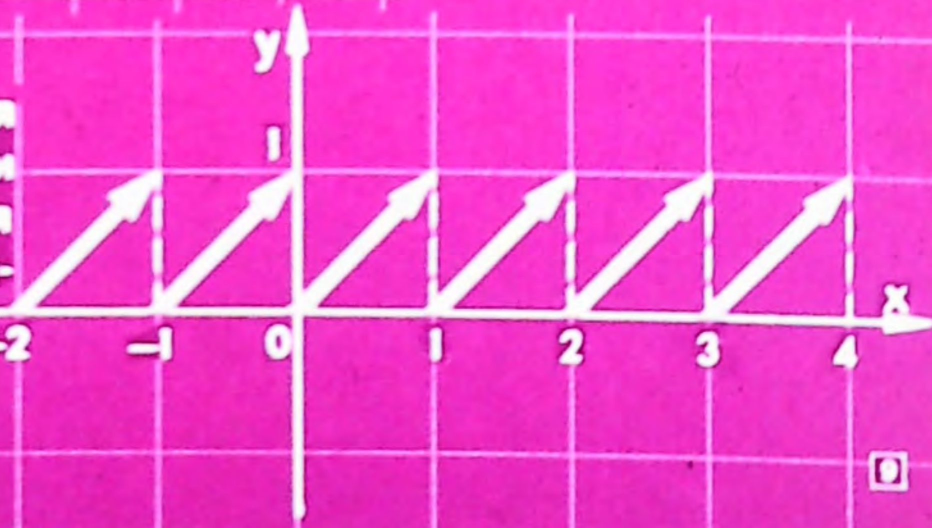
На балку длиной AB=ℓ действует сосредоточенная нагрузка P. Функция, геометрическим изображением которой служит изогнутая ось балки, записывается так:

$$y=\begin{cases} Mx^3 - Nx \text{ при } 0 \leq x \leq a \\ Mx^3 - NQ - T(x-a)^3 \text{ при } a < x \leq \ell. \end{cases}$$

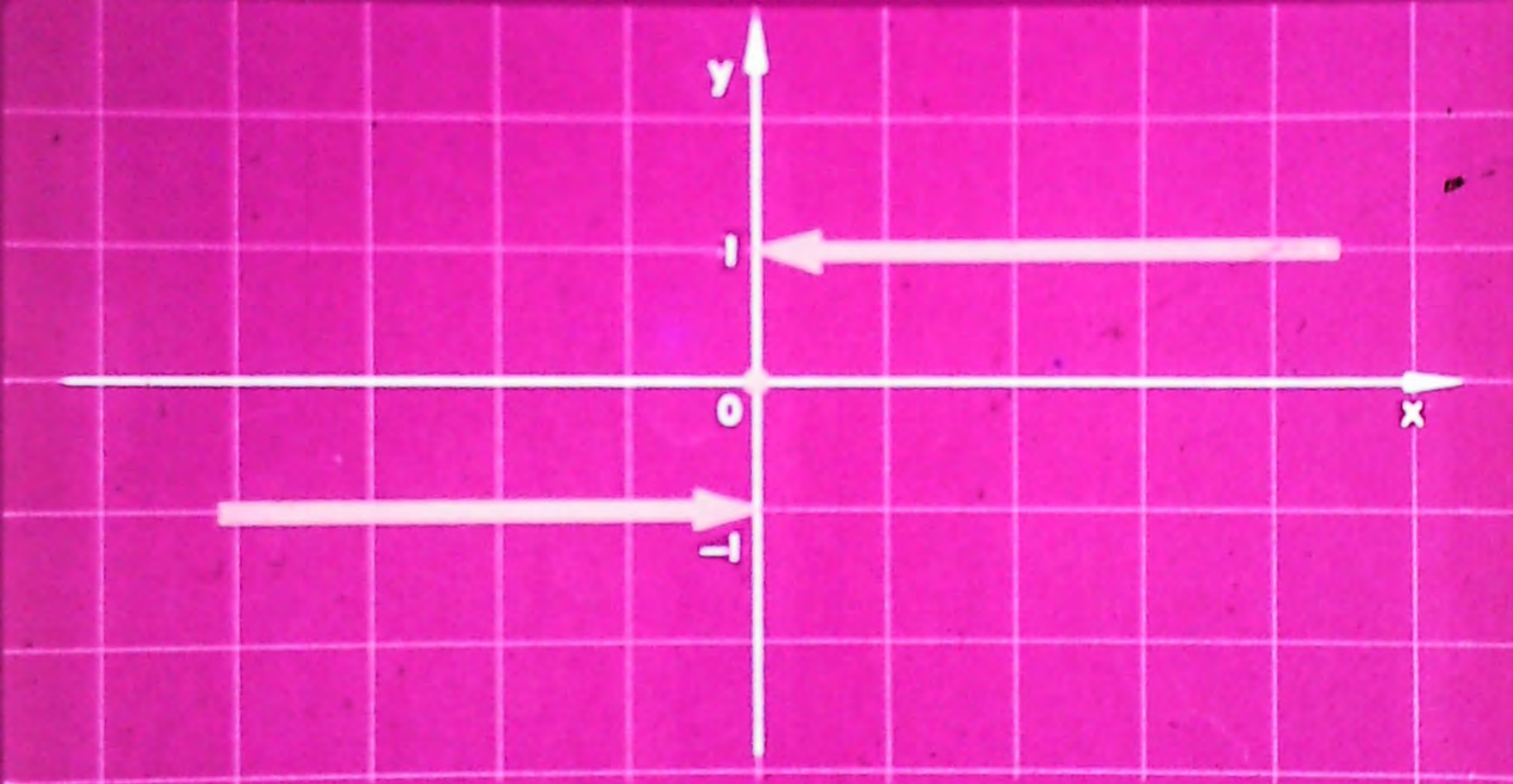
8



Функция, принимающая для каждого числа x значение, равное наибольшему целому числу, не превосходящему этого x, называется АНТЬЕ функция и обозначается $y=[x]$ или $y=E(x)$.



Функция $y=x-[x]$ называется дробной частью числа x и обозначается $y=\{x\}$. Функция $\{x\}$ — периодическая, её период $\ell=1$.



Функция $y = \operatorname{sgn} x$ задаётся следующим законом:

$$y = \begin{cases} 1 & \text{при } x > 0 \\ 0 & \text{при } x = 0 \\ -1 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Эту функцию принято обозначать $y = \operatorname{sgn} x$ или $y = \operatorname{sign} x$. Читается так: сигнум от x.

Большое распространение имеют функции со знаком модуля (знак абсолютной величины). По определению модуля следует:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x > 0 \\ 0, & \text{если } x = 0 \\ -x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

Во многих кадрах мы встретим функции со знаком модуля.

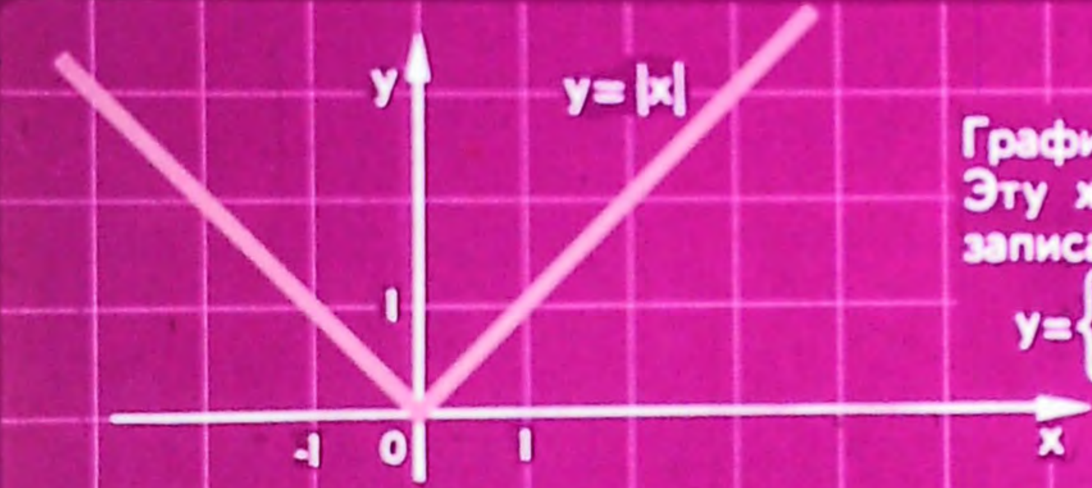


График функции $y = |x|$.
Эту же функцию можно записать в таком виде:

$$y = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0 \\ -x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

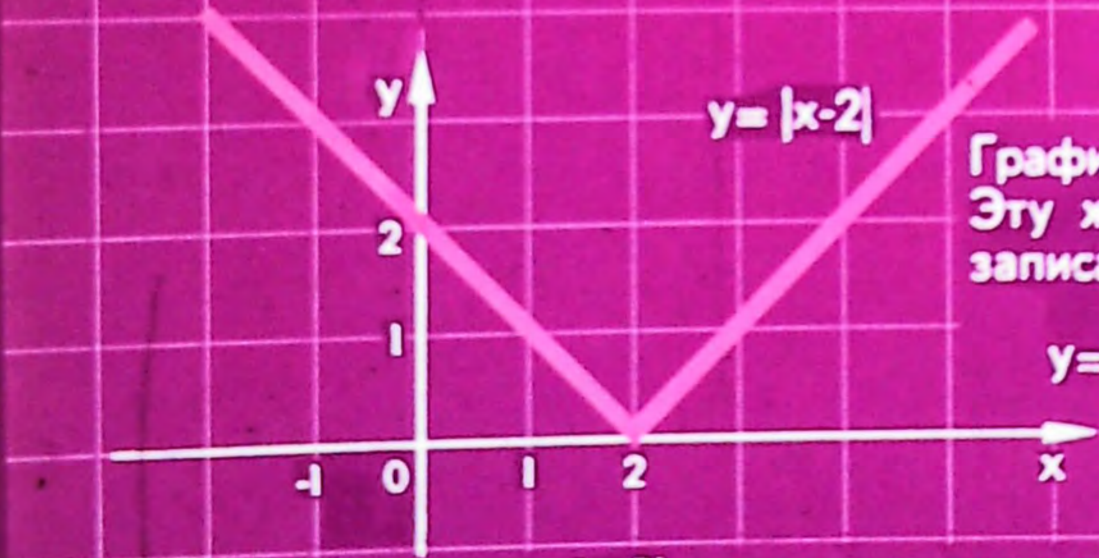


График функции $y = |x-2|$.
Эту же функцию можно записать в таком виде:

$$y = \begin{cases} x-2, & \text{если } x \geq 2 \\ -x+2, & \text{если } x < 2. \end{cases}$$

График функции $y = |x-2|$ можно получить также параллельным переносом графика функции $y = |x|$ на 2 единицы вправо вдоль оси OX.

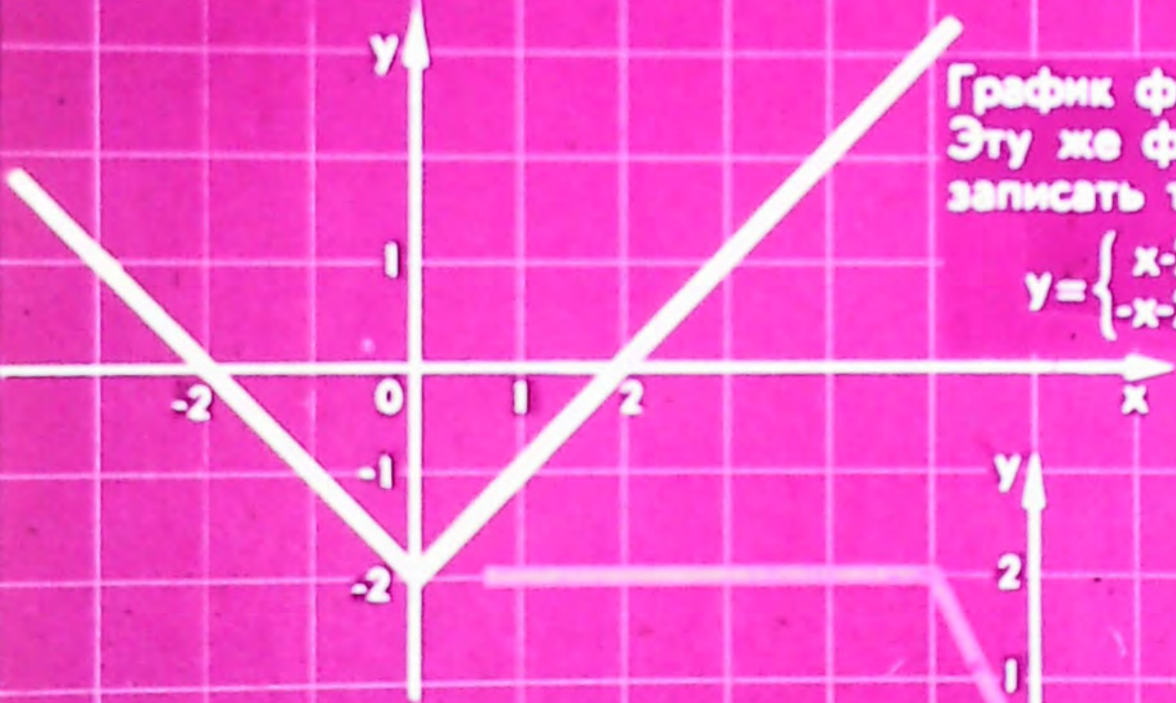


График функции $y = |x| - 2$.
Эту же функцию можно записать так:

$$y = \begin{cases} x-2, & \text{если } x \geq 0 \\ -x-2, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

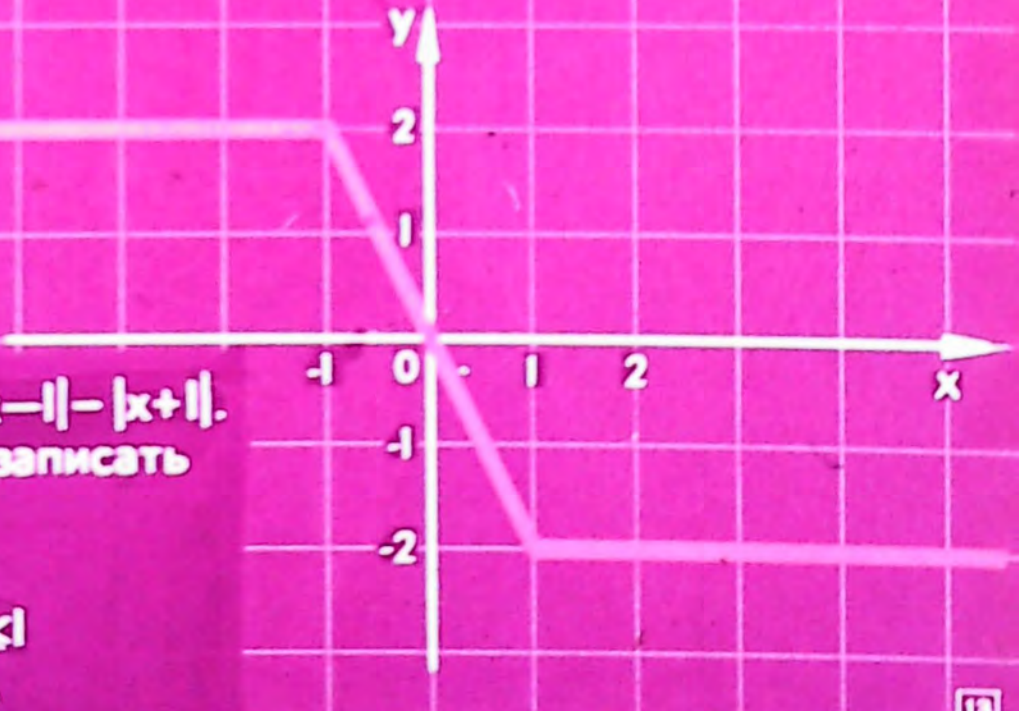


График функции $y = |x-1| - |x+1|$.
Эту функцию можно записать также в форме:

$$y = \begin{cases} -2 & \text{при } x \geq 1 \\ -2x & \text{при } -1 < x < 1 \\ 2 & \text{при } x < 1. \end{cases}$$

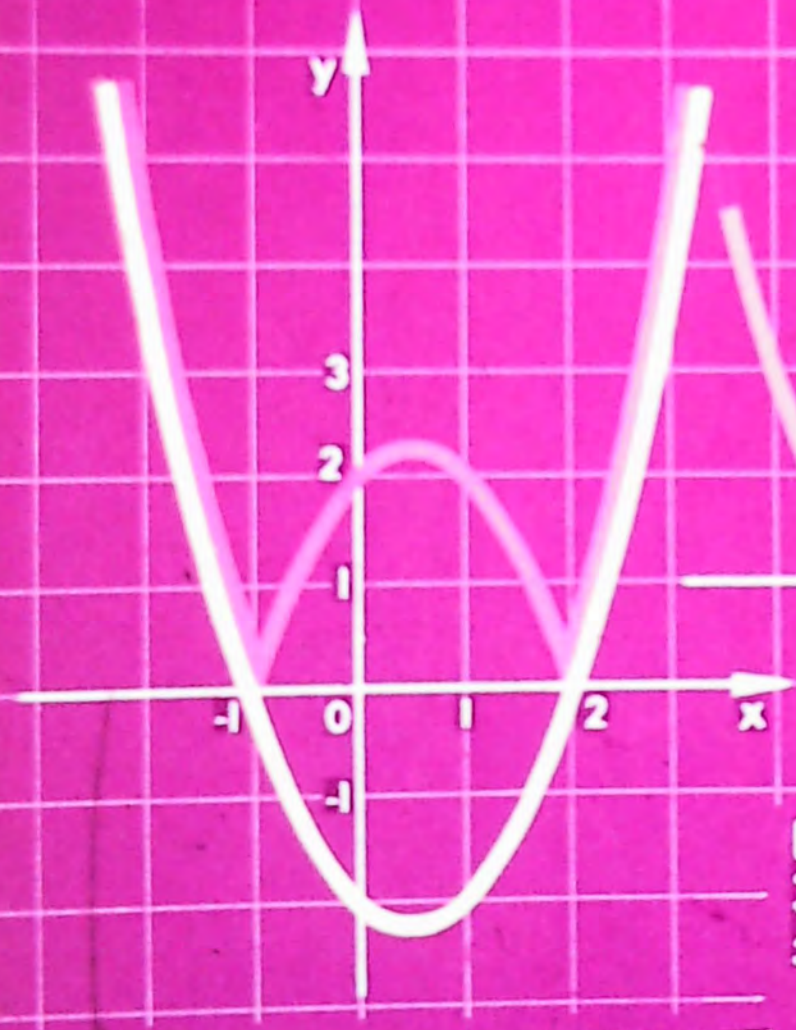


График функции $y=|x^2-x-2|$

График функции $y=x^2-x-2$

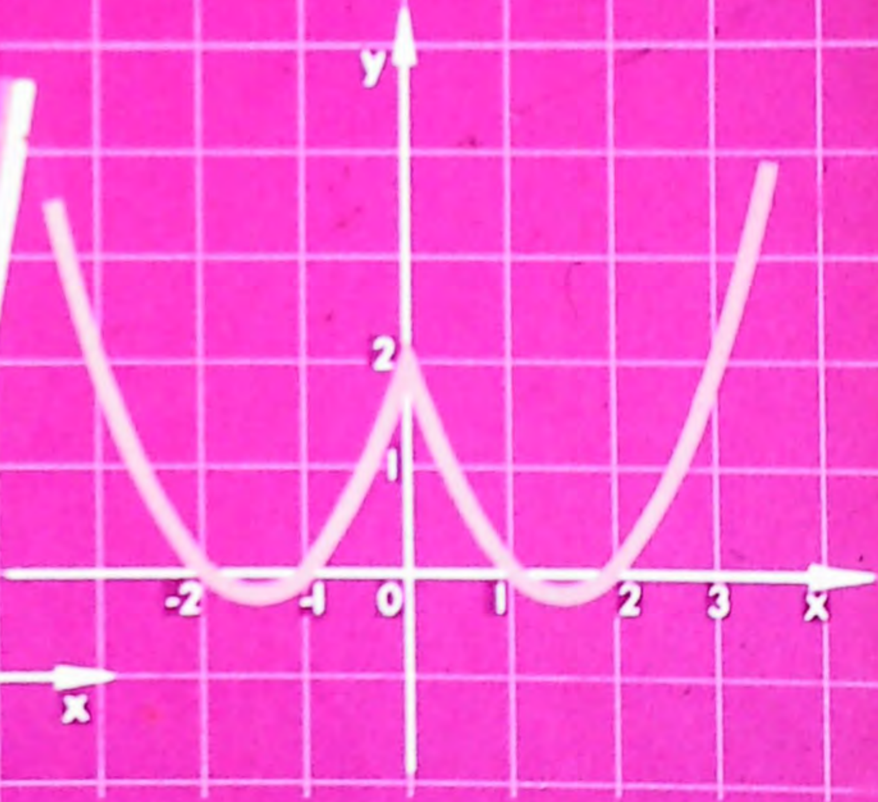


График функции $y=x^2-3|x|+2$.
Эту же функцию можно записать так:

$$y=\begin{cases} x^2+3x+2 & \text{при } x\leq 0 \\ x^2-3x+2 & \text{при } x>0. \end{cases}$$

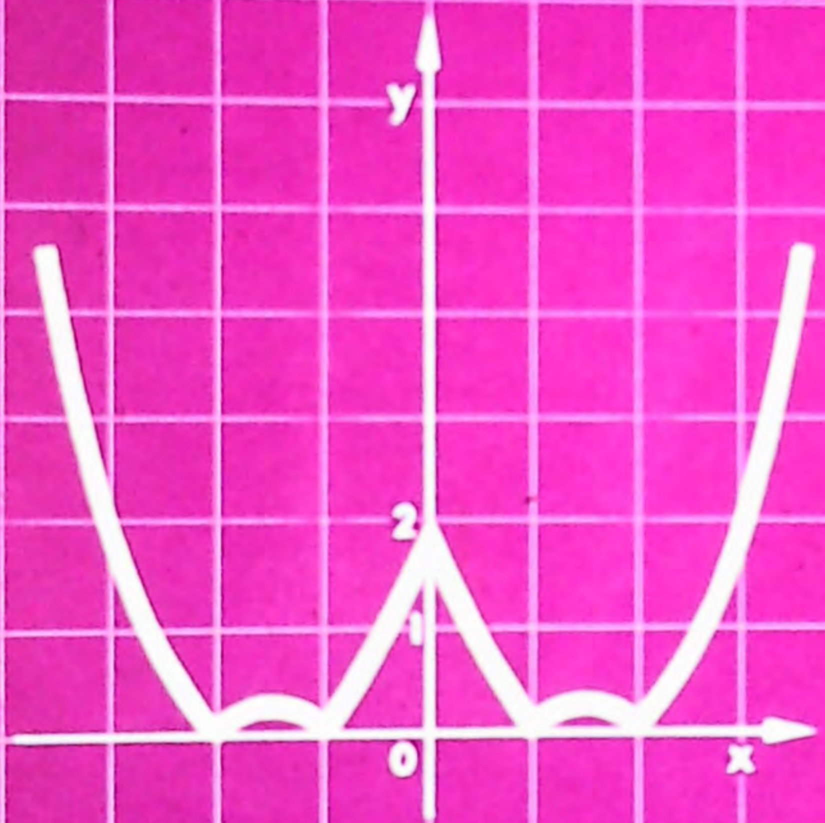


График функции $y=|x^2-3|x|+2|$

График функции $y=||x^2-1|-2|$

Обе эти функции чётные, и, следовательно, их графики симметричны относительно оси ординат.

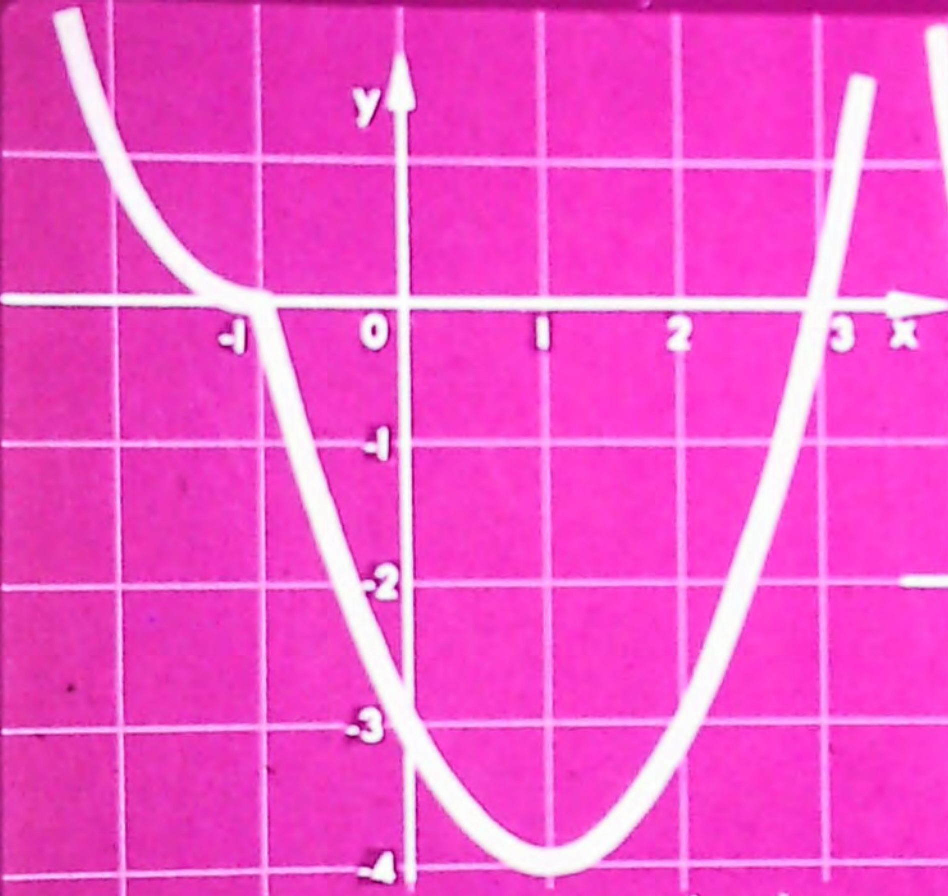


График функции $y=x^2-2|x+1|-1$.

Эту же функцию можно записать в таком виде:

$$y=\begin{cases} x^2+2x+1 & \text{при } x\leq -1 \\ x^2-2x-3 & \text{при } x>-1. \end{cases}$$

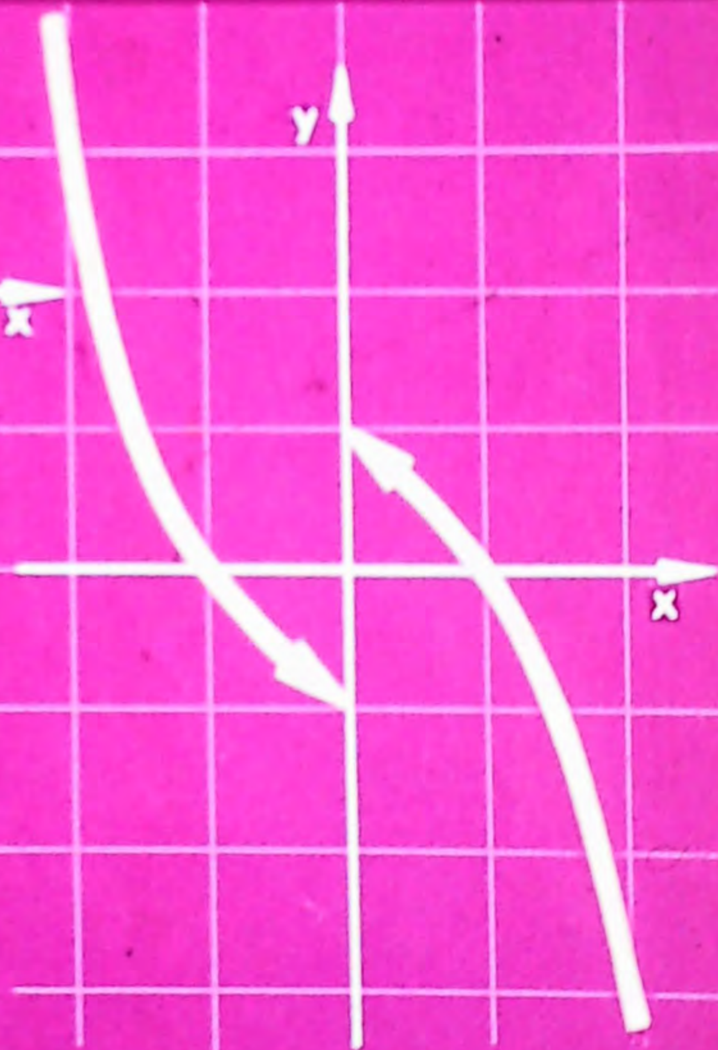


График функции $y=\dfrac{|x|(1-x^2)}{x}$.

График функции $y=|x|(x-4)$.

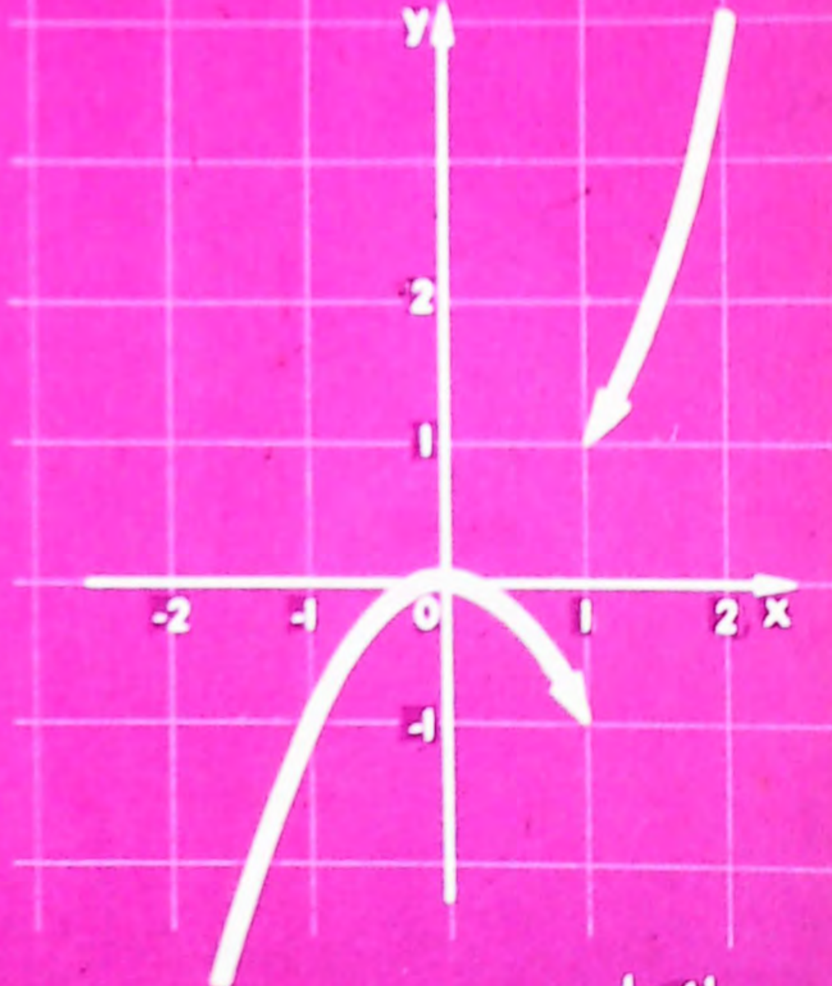


График функции $y=\frac{|x-1|}{x-1}x^2$.

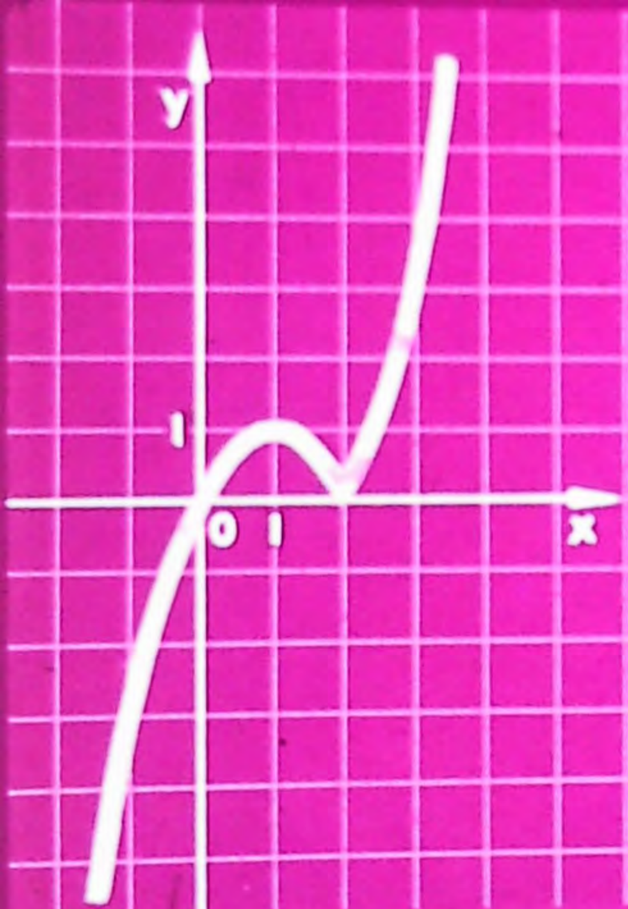


График функции $y=\left|\frac{1}{4}x^2-4\right|+\left|\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{4}x-1\right|$.

Эту же функцию можно записать в таком виде:

$$y=\begin{cases}\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{4}x-5 & \text{при } x\leq -4\\ \frac{1}{2}x^2-\frac{3}{4}x+5 & \text{при } -4<x\leq 1\\ \frac{3}{4}x+3 & \text{при } 1<x\leq 4\\ \frac{1}{2}x^2+\frac{3}{4}x-5 & \text{при } x>4.\end{cases}$$

График функции $y=x|x-2|$.

Эту же функцию можно записать так:

$$y=\begin{cases}-x^2+2x & \text{при } x<2\\ x^2-2x & \text{при } x>2.\end{cases}$$

График иррациональной функции

$$y=\frac{1}{4}x\sqrt{16-x^2}.$$

Область определения функции-
-сегмент [-4; 4].

Область изменения функции-
-сегмент [-2; 2].

Функция нечётная.

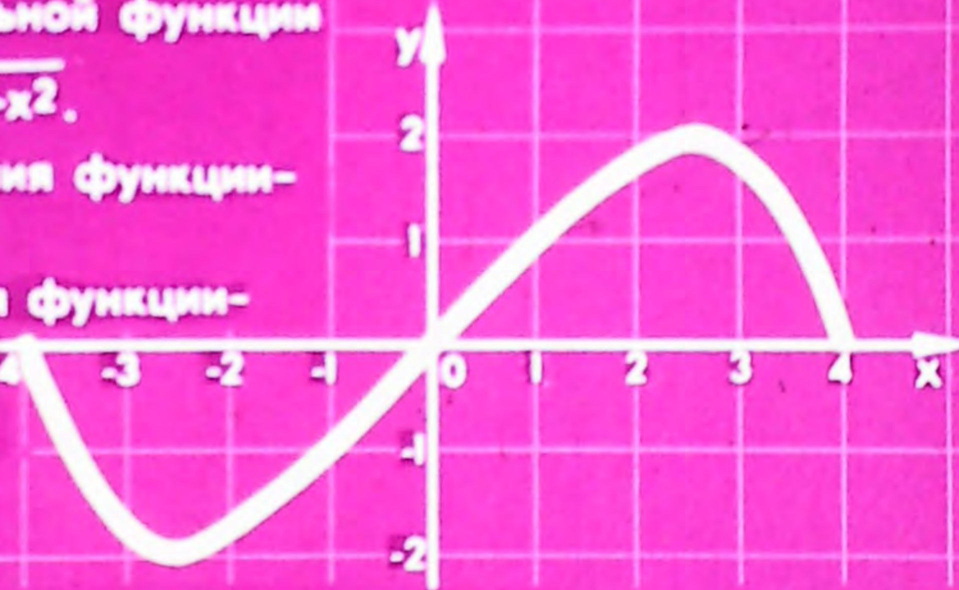


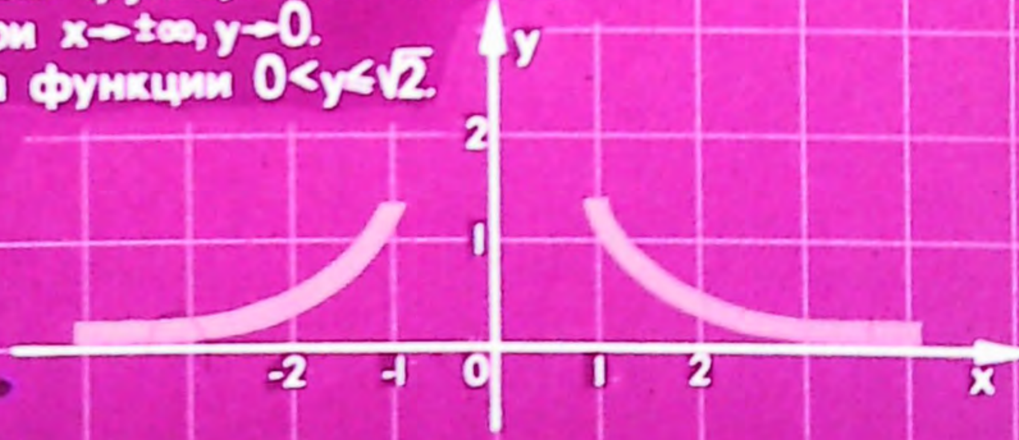
График функции $y=\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}$.

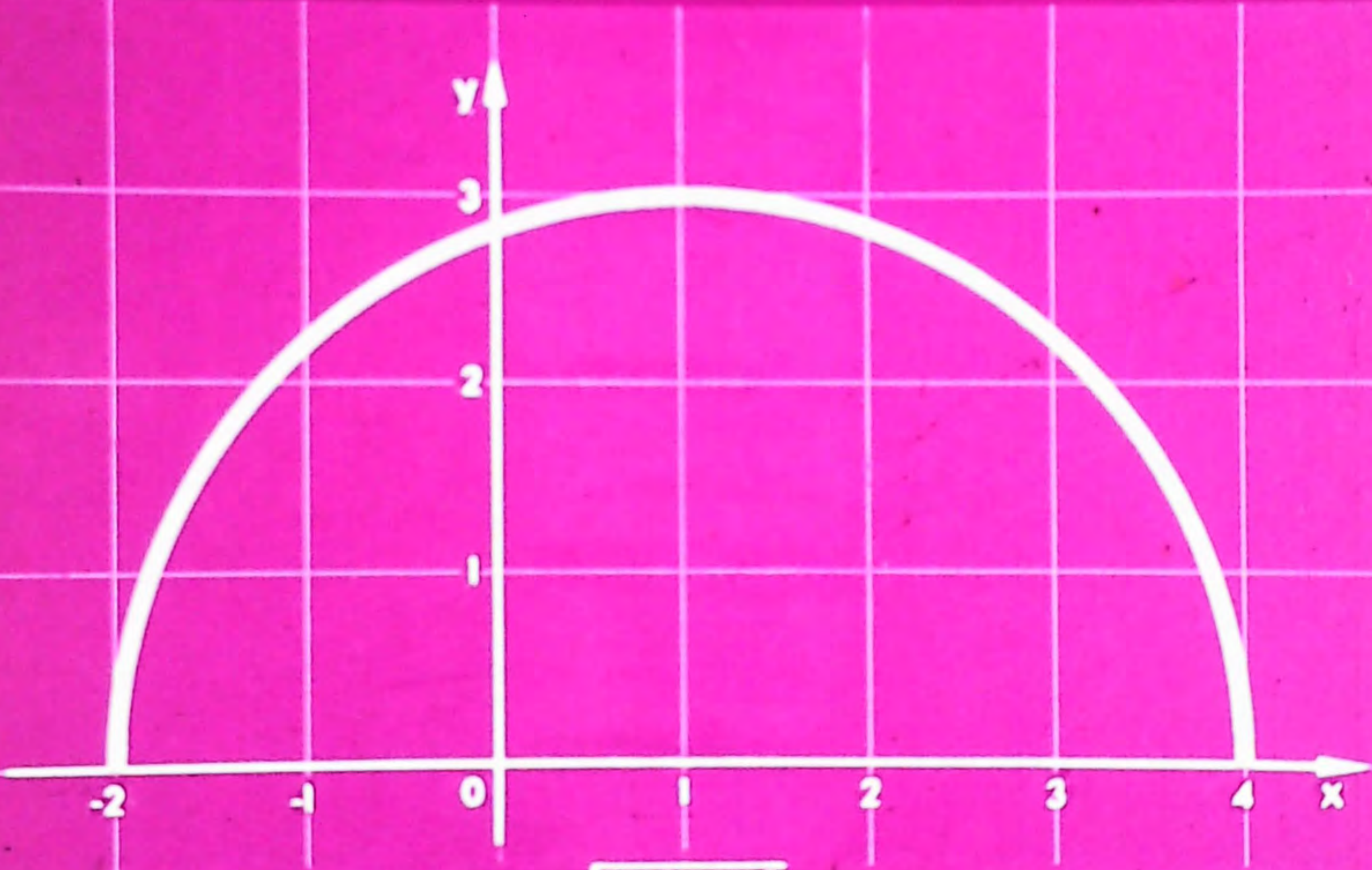
Область определения функции $x\leq 1$ или $x\geq 1$

при $x=\pm 1$, $y=\sqrt{2}$; при $x\to\pm\infty$, $y\to 0$.

Область изменения функции $0<y\leq\sqrt{2}$.

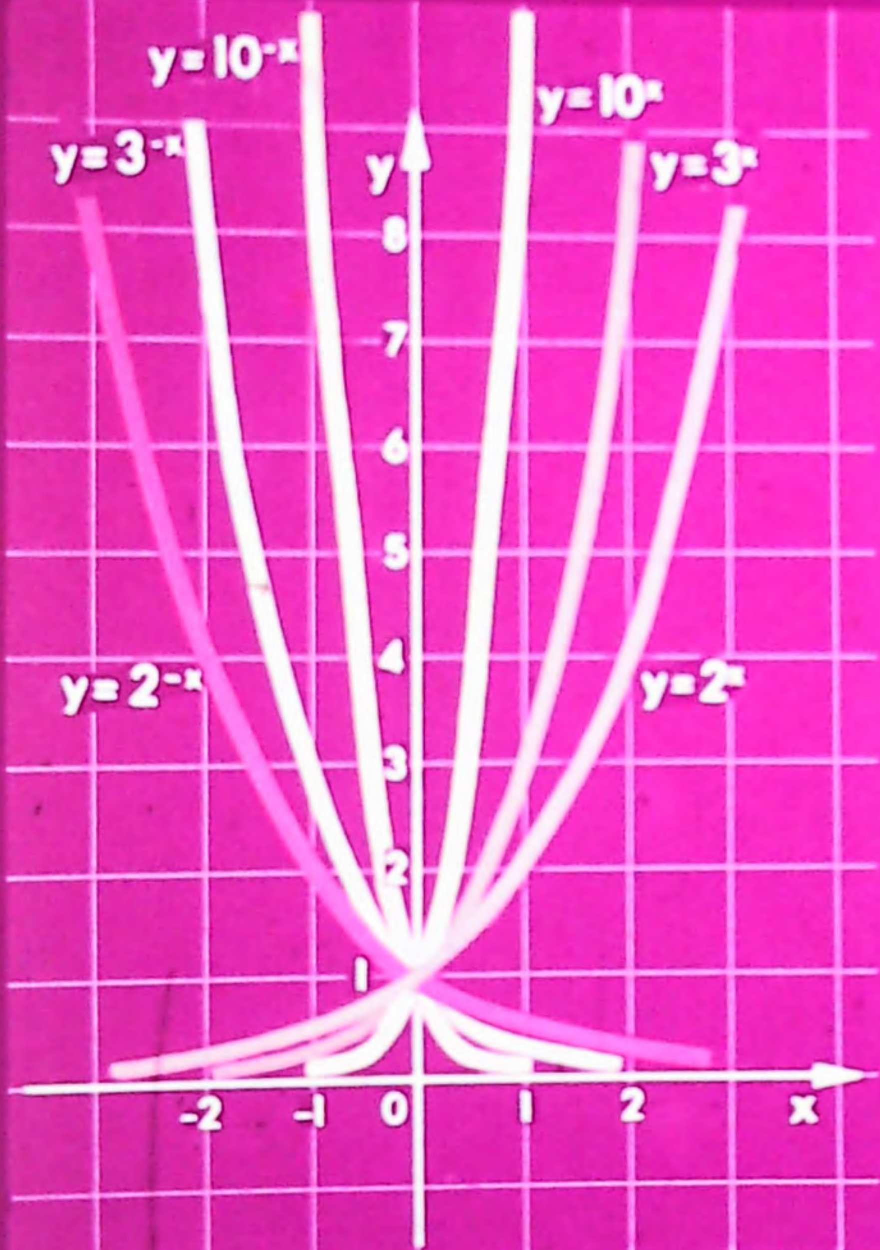
Функция чётная.



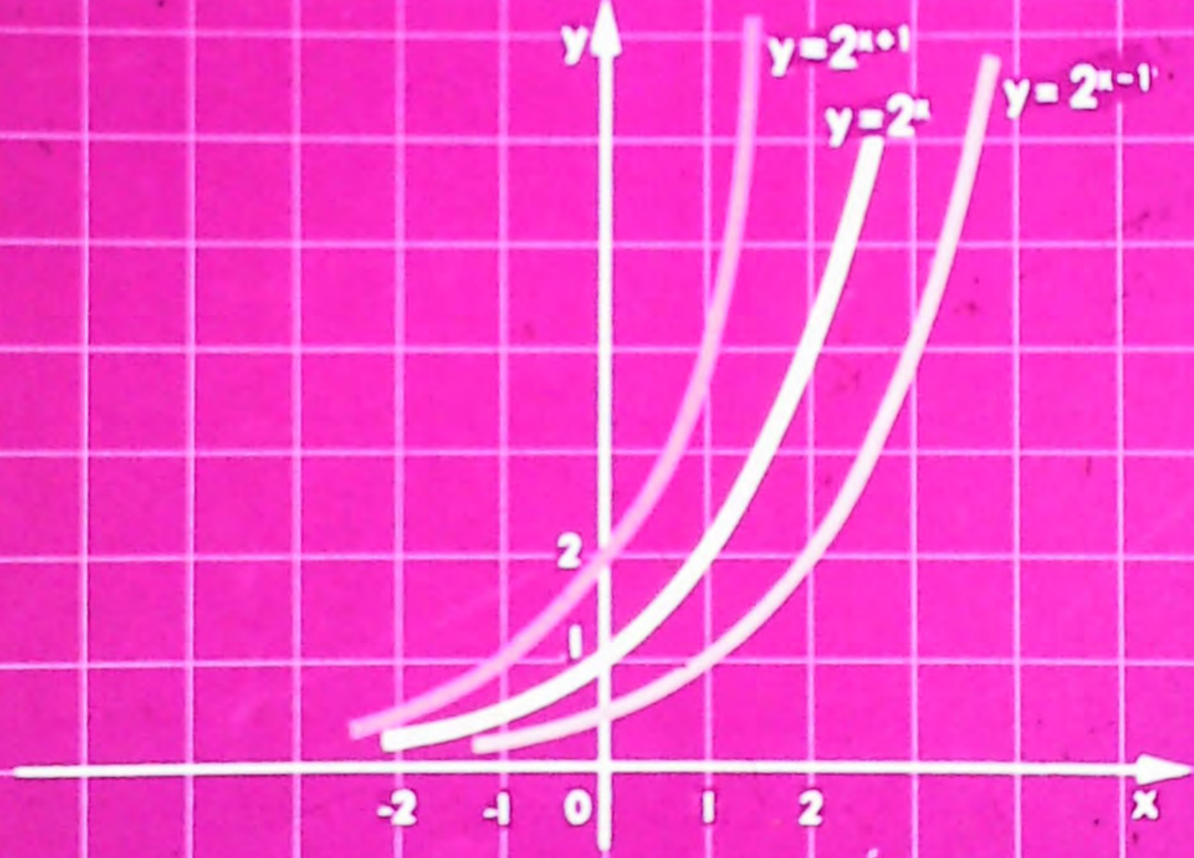


Графиком функции $y=\sqrt{8+2x-x^2}$ служит полуокружность с радиусом $R=3$ и центром в точке $(1;0)$

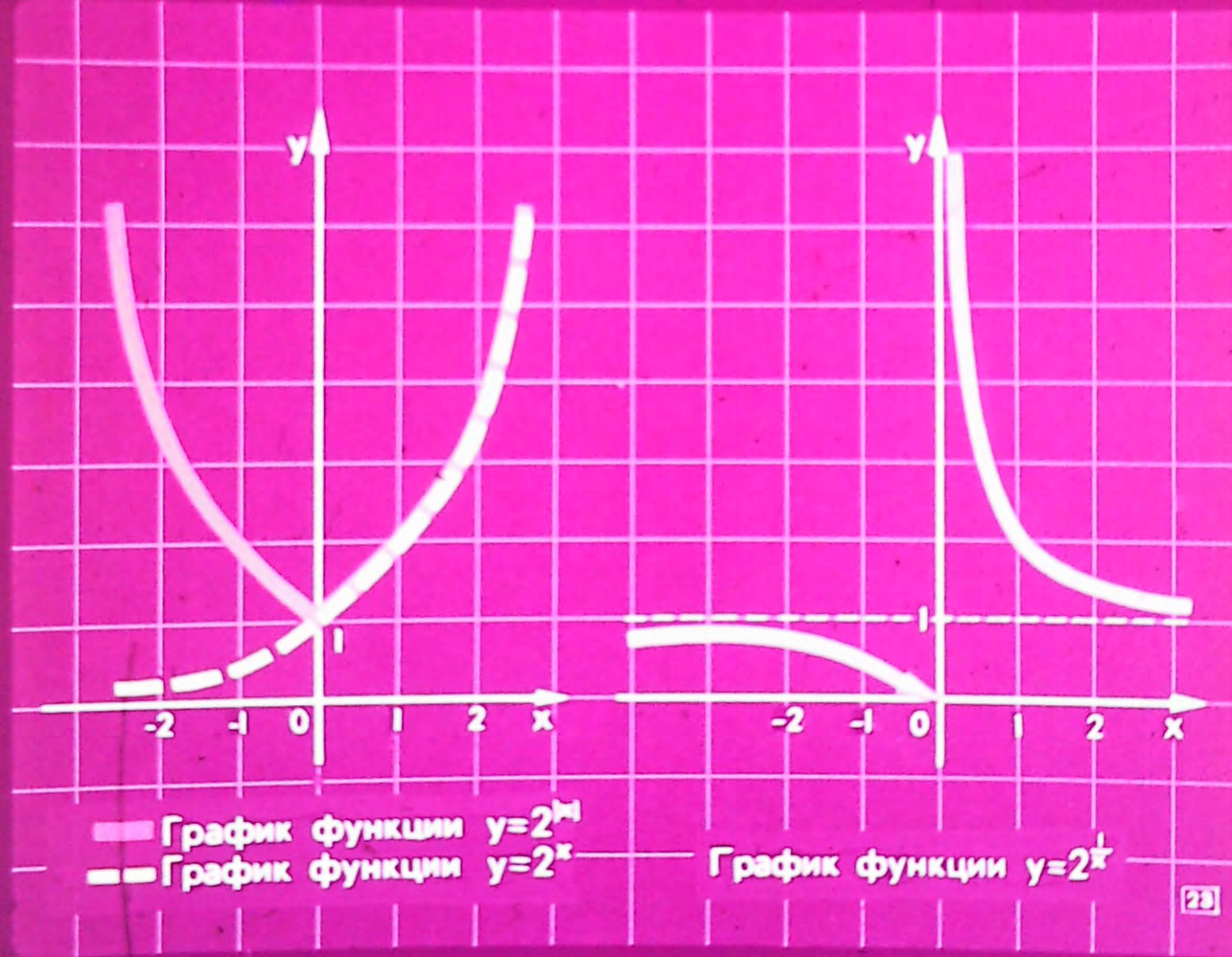
$$y=\sqrt{8+2x-x^2}=\sqrt{9-1+2x-x^2}=\sqrt{9-(x-1)^2}.$$



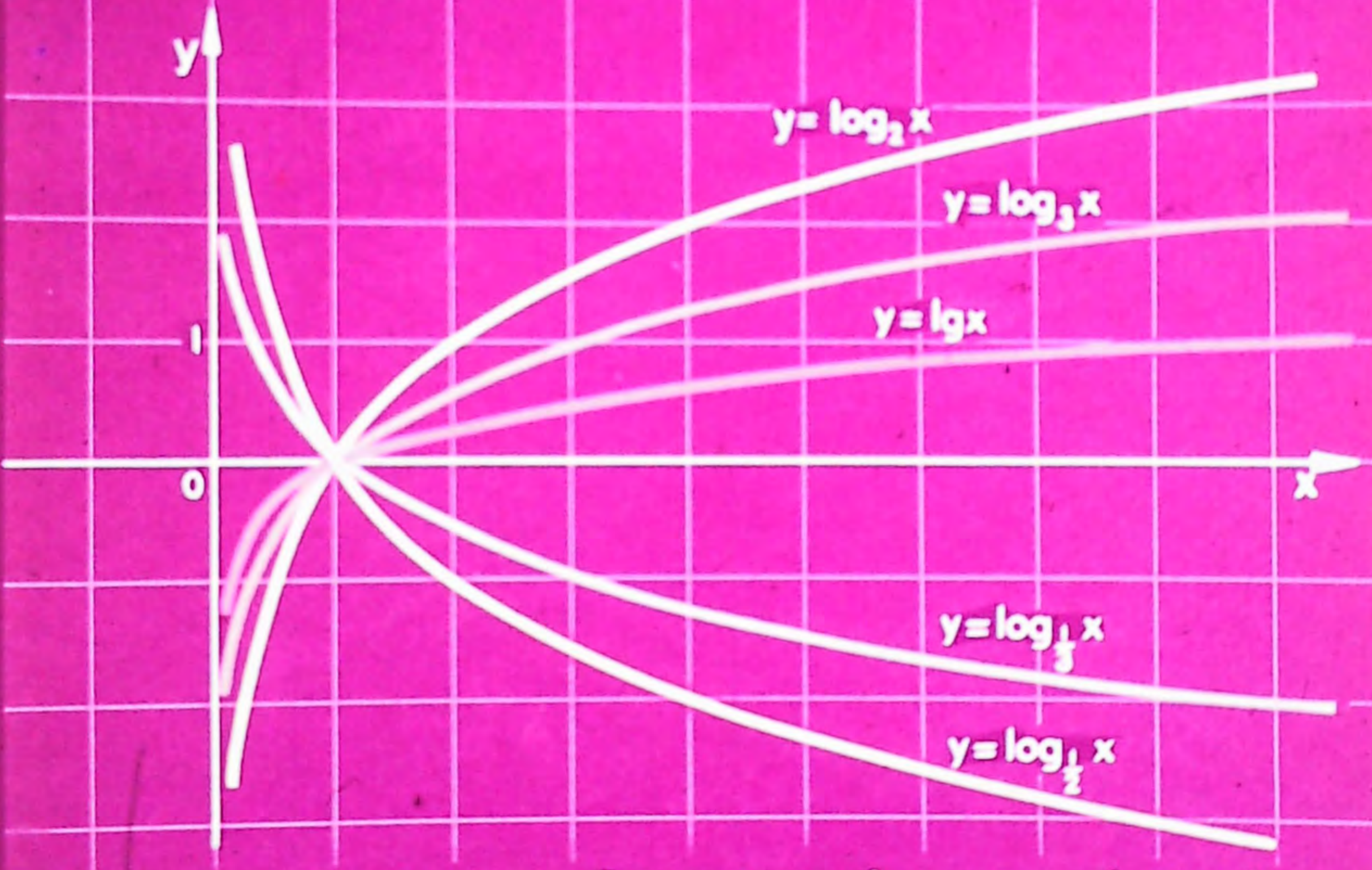
Здесь изображено семейство показательных функций $y = a^x$ при $a = 2; 3; 10; \frac{1}{10}; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}$.



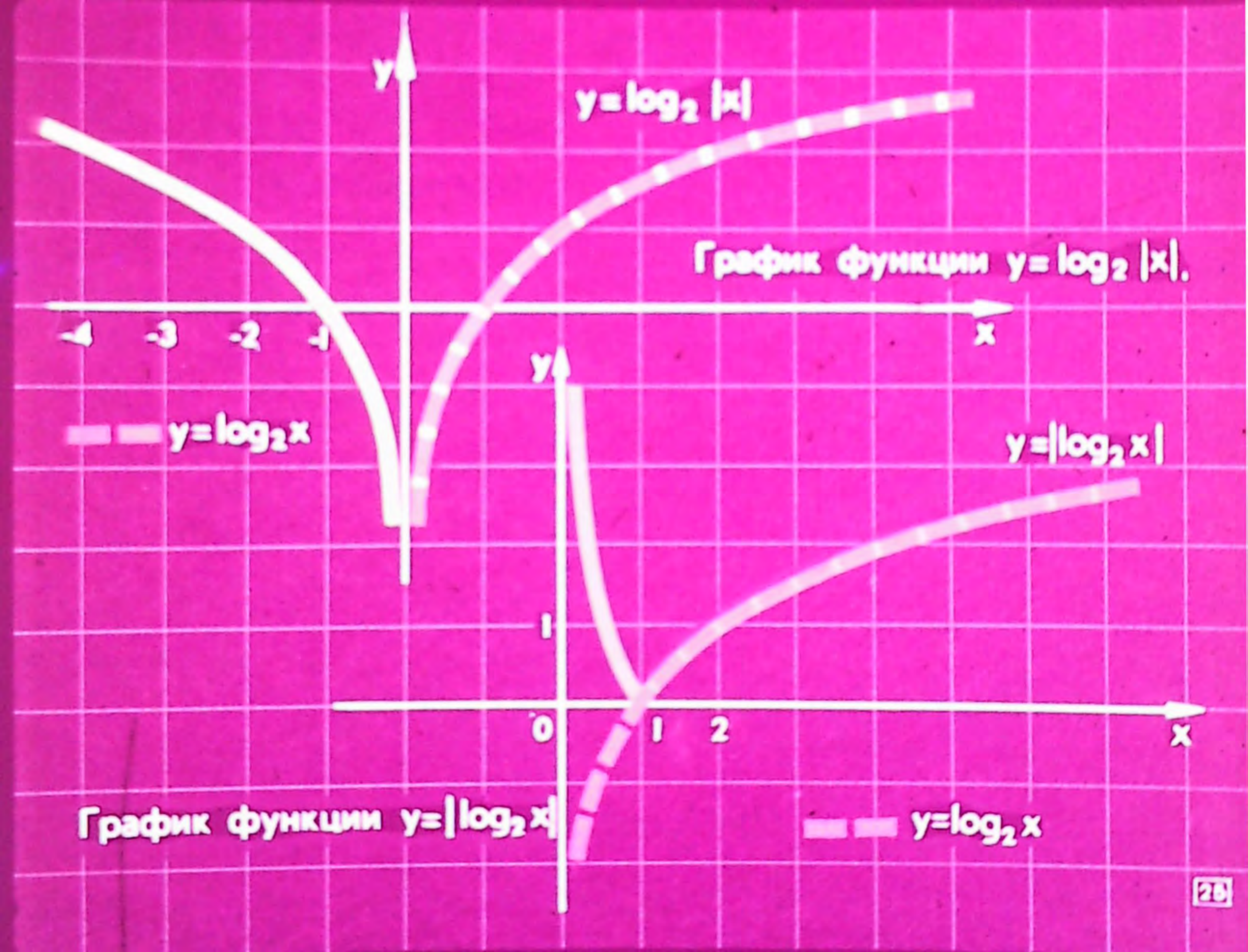
Здесь изображено семейство функций $y=2^{x-m}$, где $m=1;\ 0;\ -1$. График функции $y=2^{x-1}$ можно получить из графика функции $y=2^x$ либо параллельным переносом вправо вдоль оси OX на одну единицу, либо сжатием вдвое вдоль оси OY, так как $y=2^{x-1}=\frac{1}{2}2^x$.



y
1
-2 -1 0 1 2 x
y
1
-2 -1 0 1 2 x
График функции $y=2^{|x|}$
График функции $y=2^{x}$
График функции $y=2^{\frac{1}{x}}$
23



Здесь изображено семейство логарифмических функций $y = \log_a x$. $a = 2;\ 3;\ 10;\ \frac{1}{3};\ \frac{1}{2}$.



y
$y=\log_2|x|$
График функции $y=\log_2|x|$.
-4
-3
-2
-1
x
$y=\log_2 x$
y
$y=|\log_2 x|$
1
0
1
2
x
График функции $y=|\log_2 x|$
$y=\log_2 x$
26

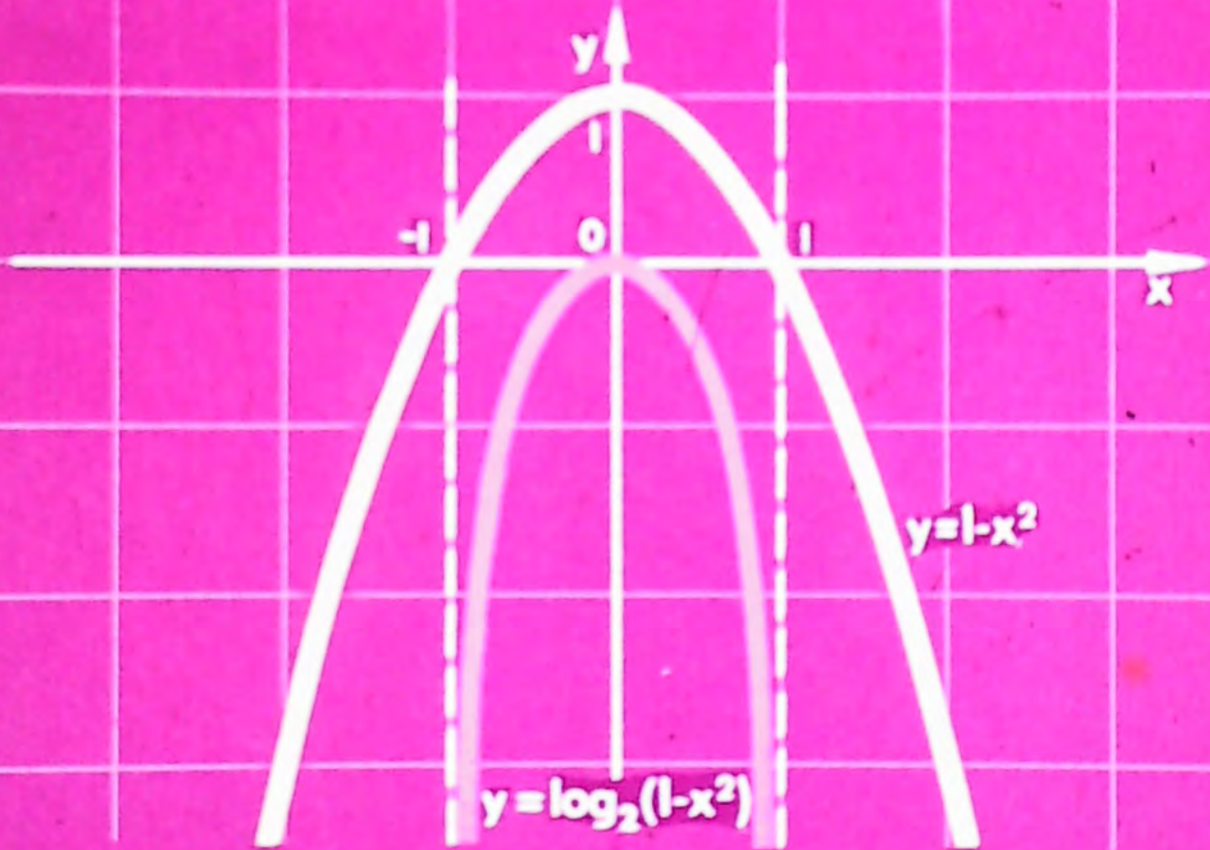


График функции $y=\log_2(1-x^2)$.

Область определения функции — интервал $-1<x<1$.

Область изменения функции $0 \leq y < -\infty$.

Функция чётная.

Прямые $x=\pm 1$ служат вертикальными асимптотами.

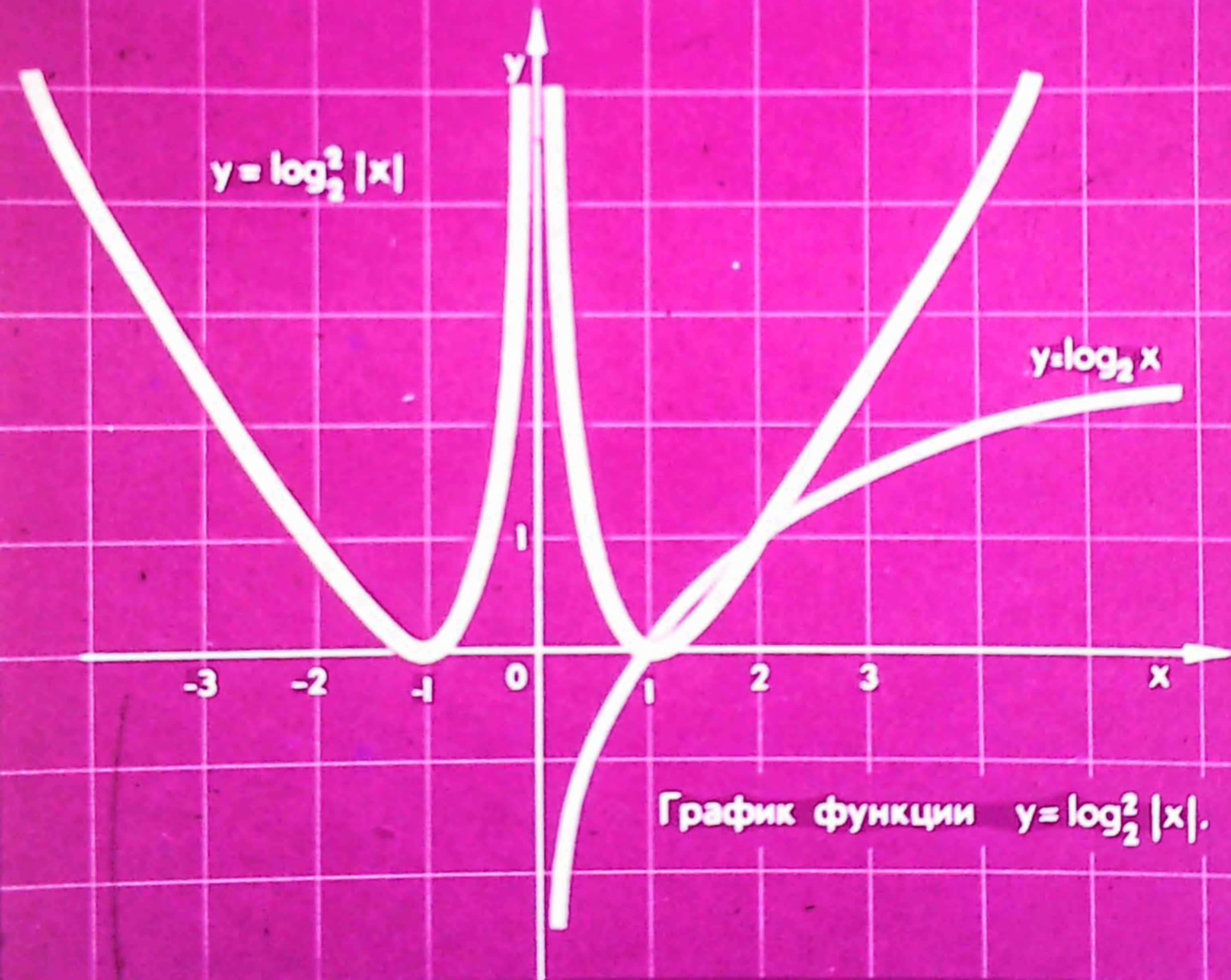


График функции $y = \log_2^2 |x|$.

Графики функций $y=x^2$ и $y=2^x$ пересекаются в трёх точках, если $x_1 \approx -0{,}8$; $x_2=2$ и $x_3=4$. При всех значениях x, больших, чем x_3, функция $y=2^x$ будет возрастать быстрее, чем функция $y=x^2$.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{a^x}{x^k}=\infty \quad (a>1;\ k>0) \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{\log_a x}{x^k}=0.$$

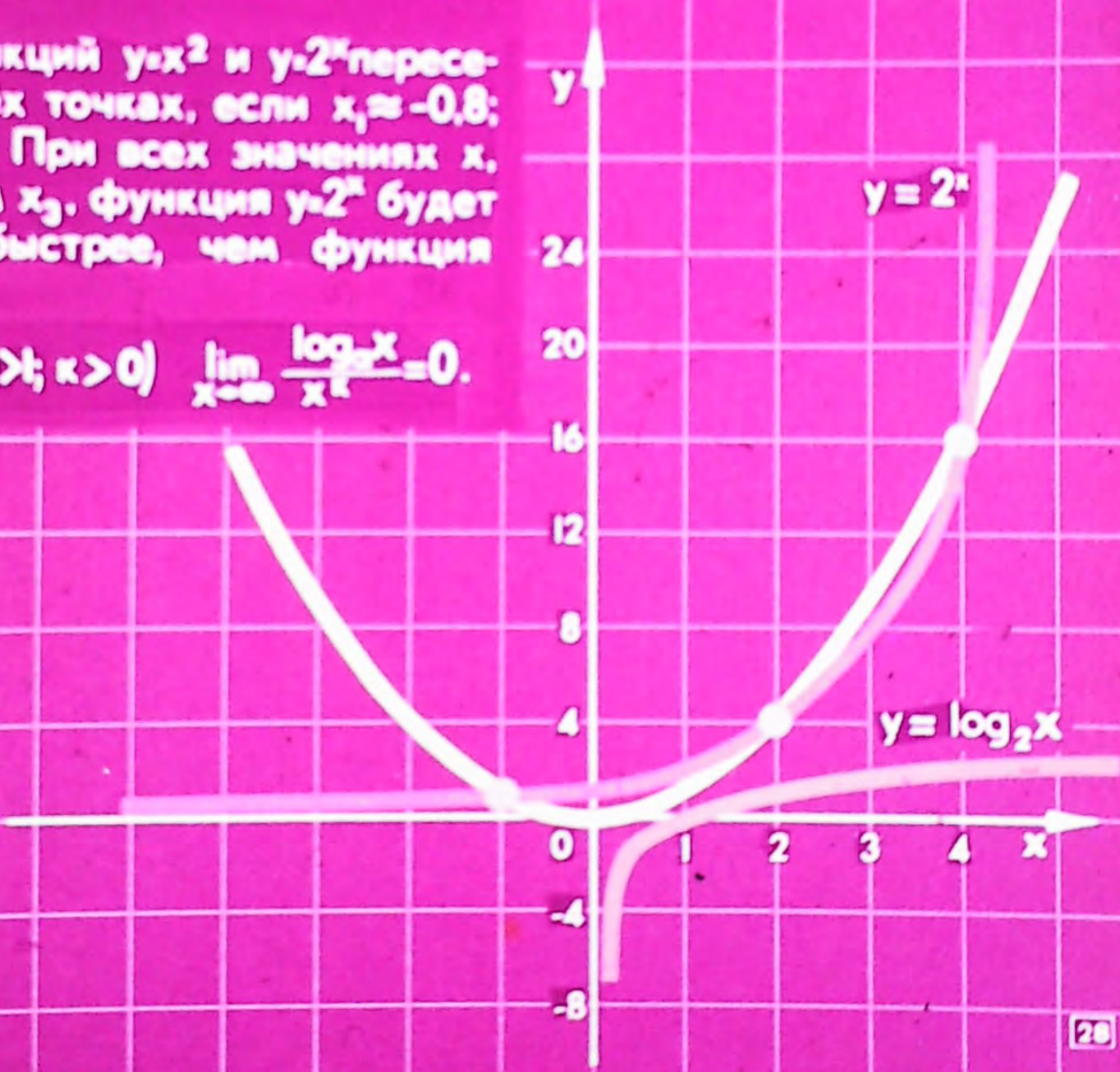


График функции y=sinx.

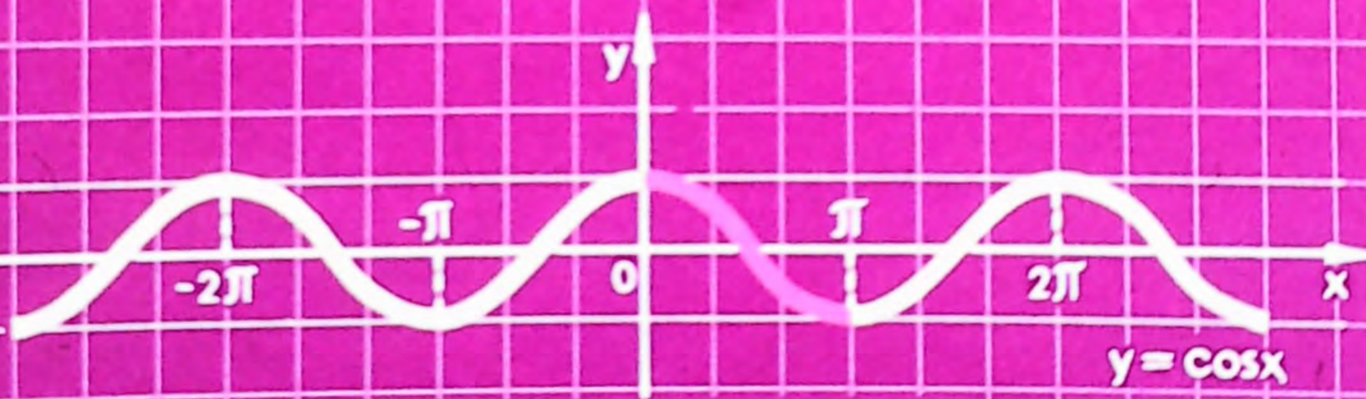


График функции y=cosx.

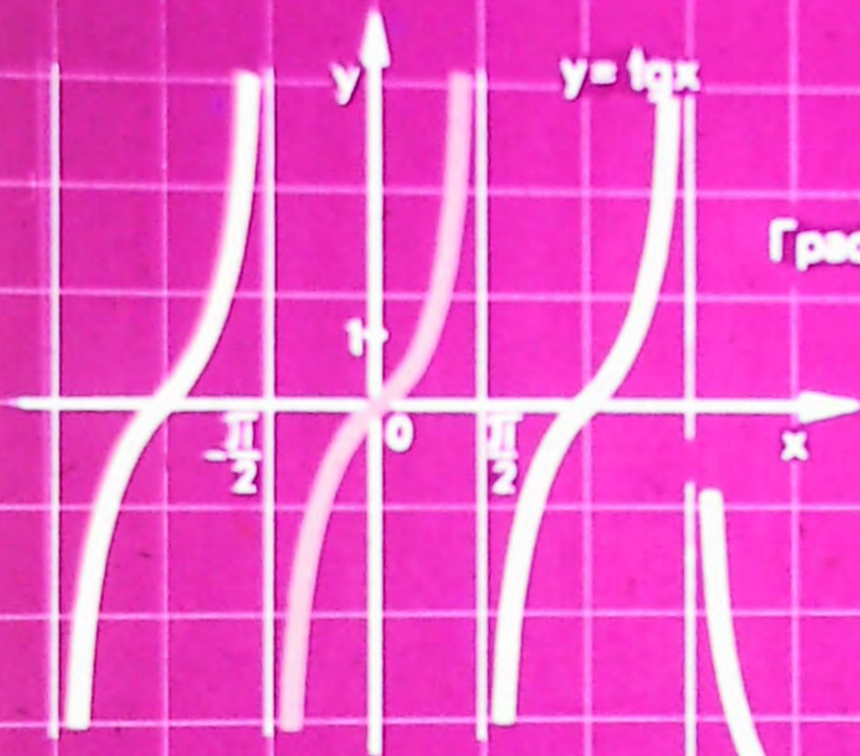


График функции y= tgx.

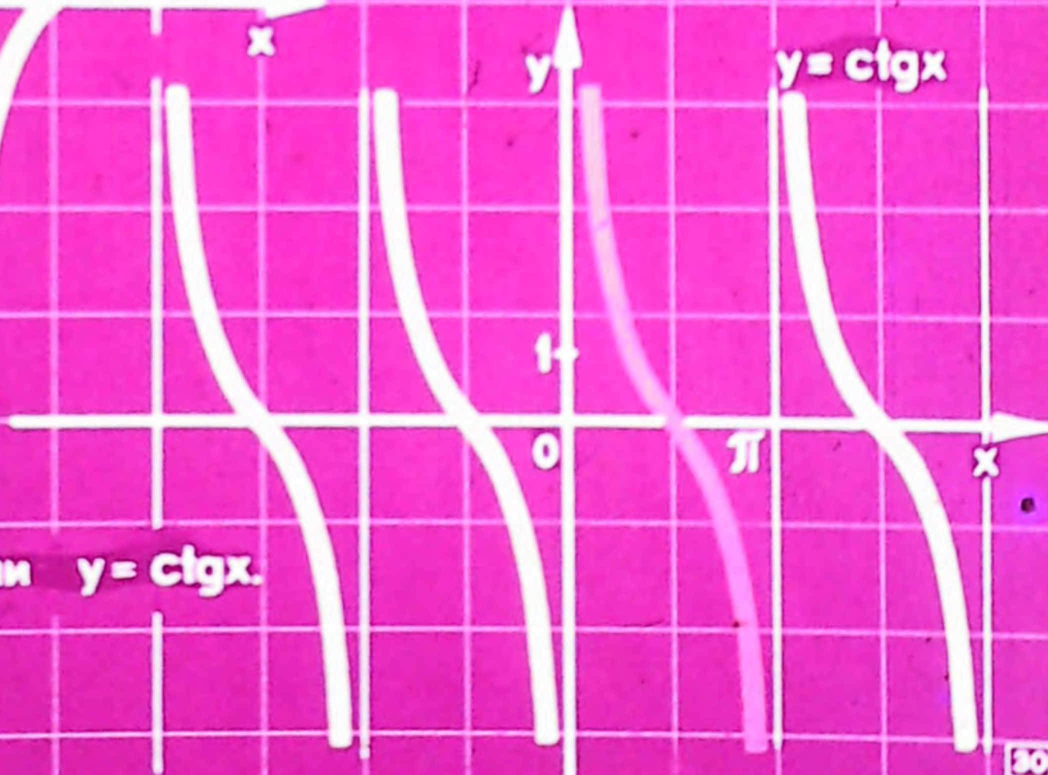
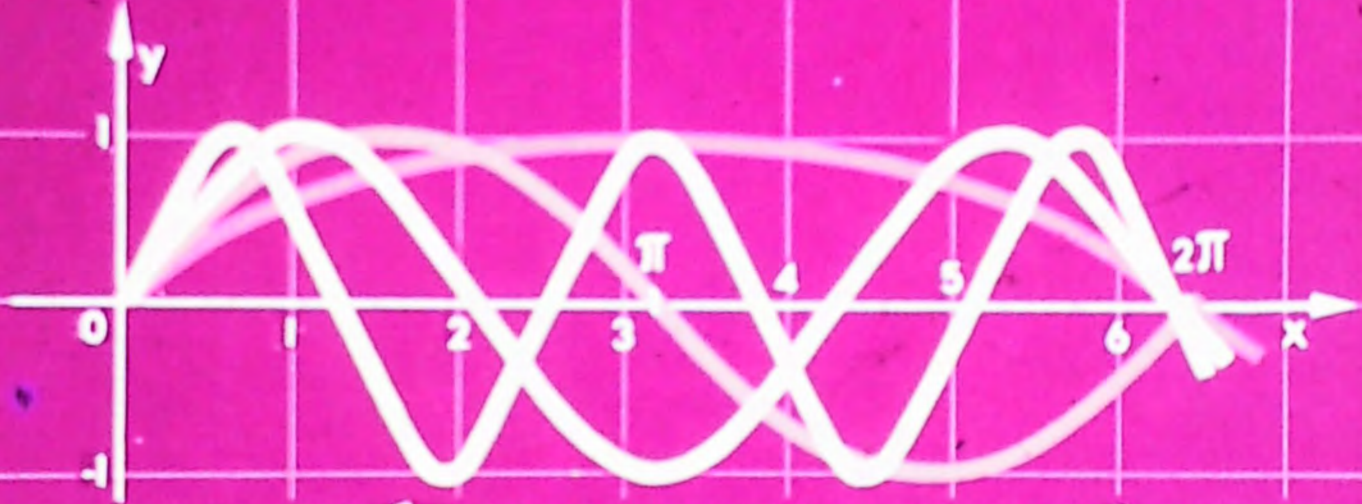
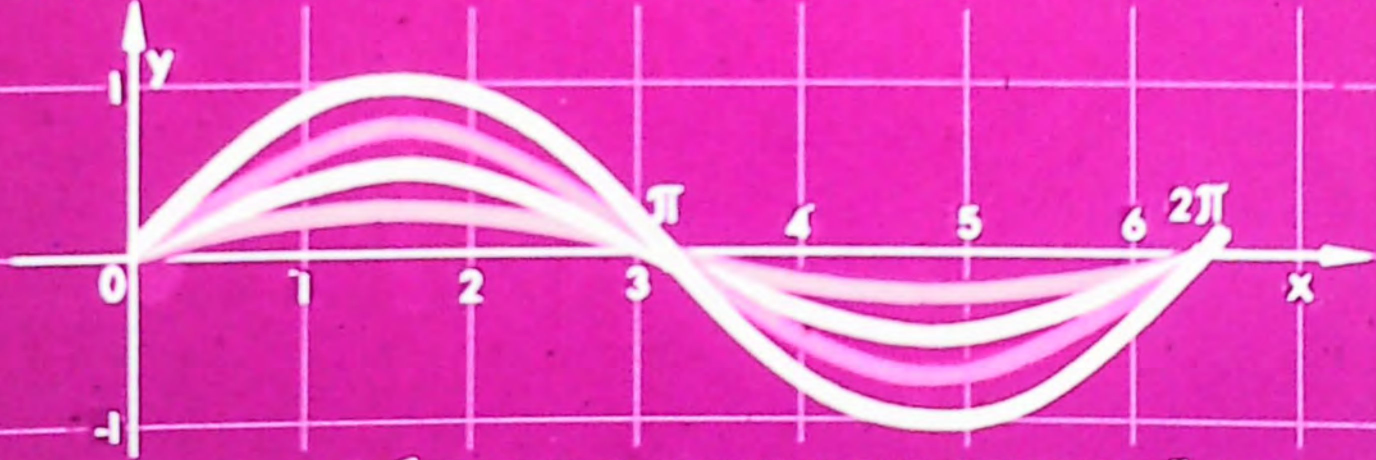


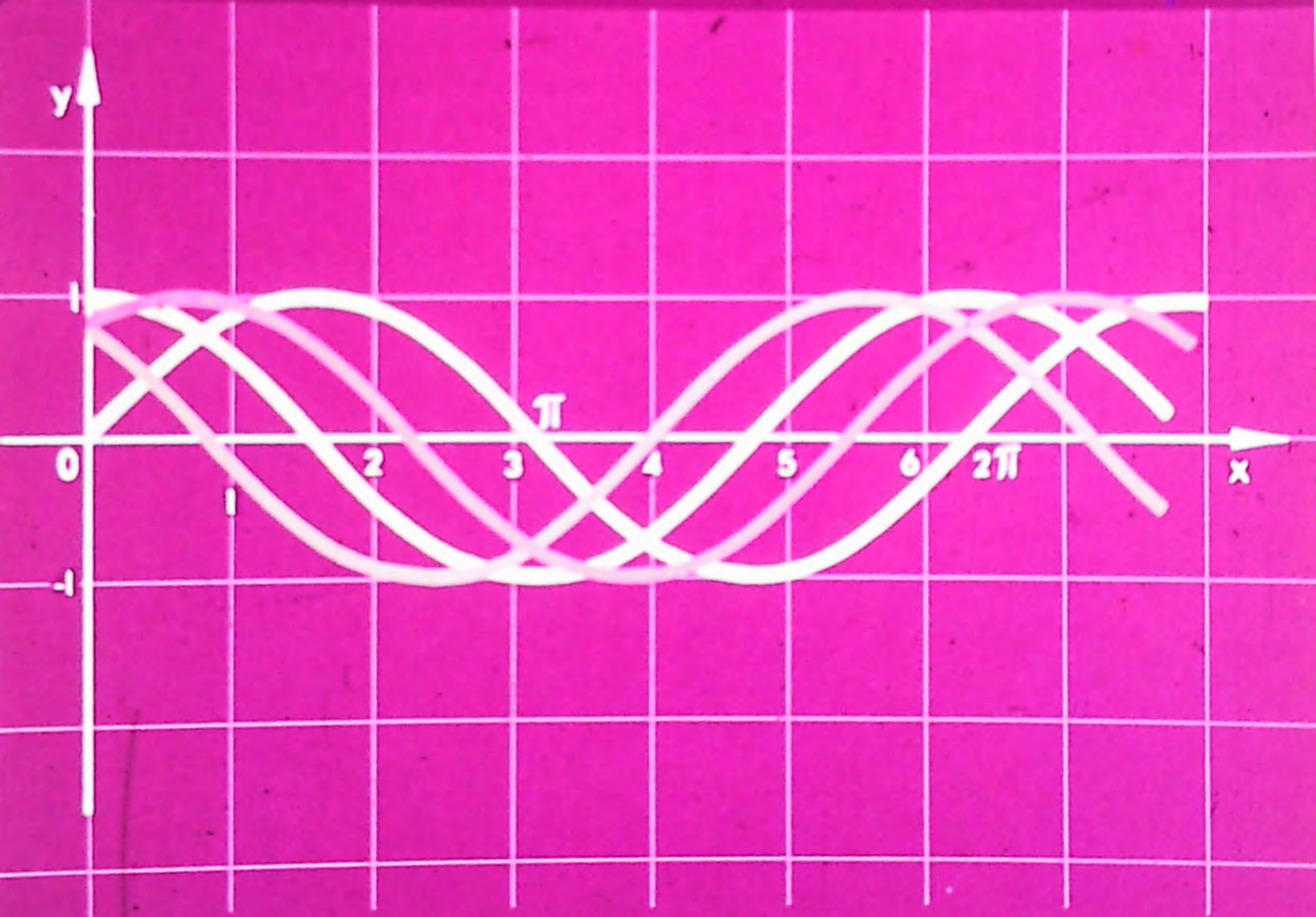
График функции y= ctgx.



Гармонические колебательные движения различной частоты.

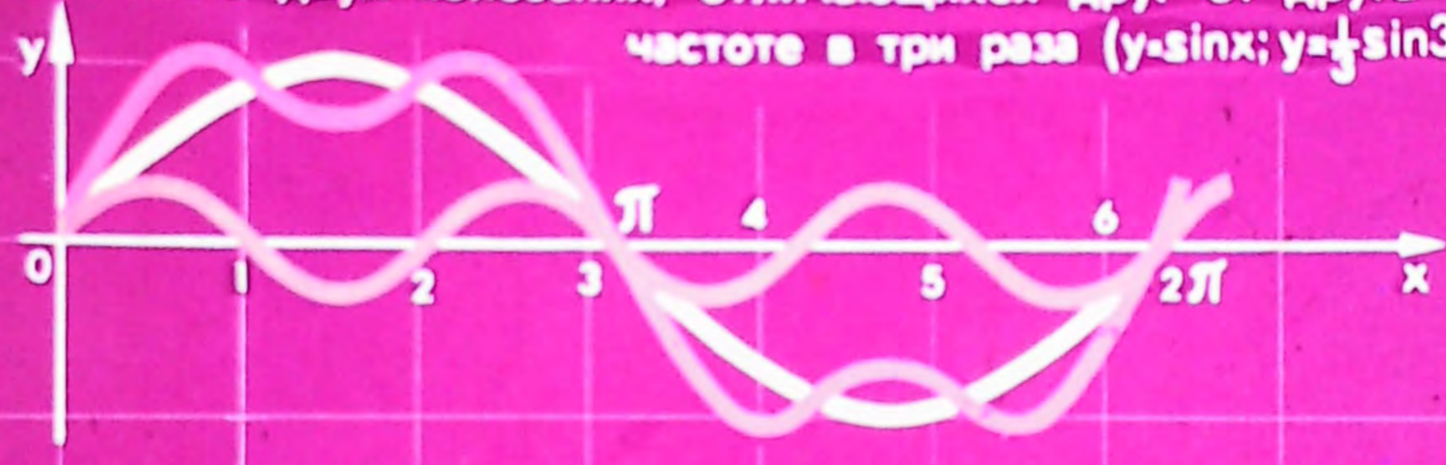


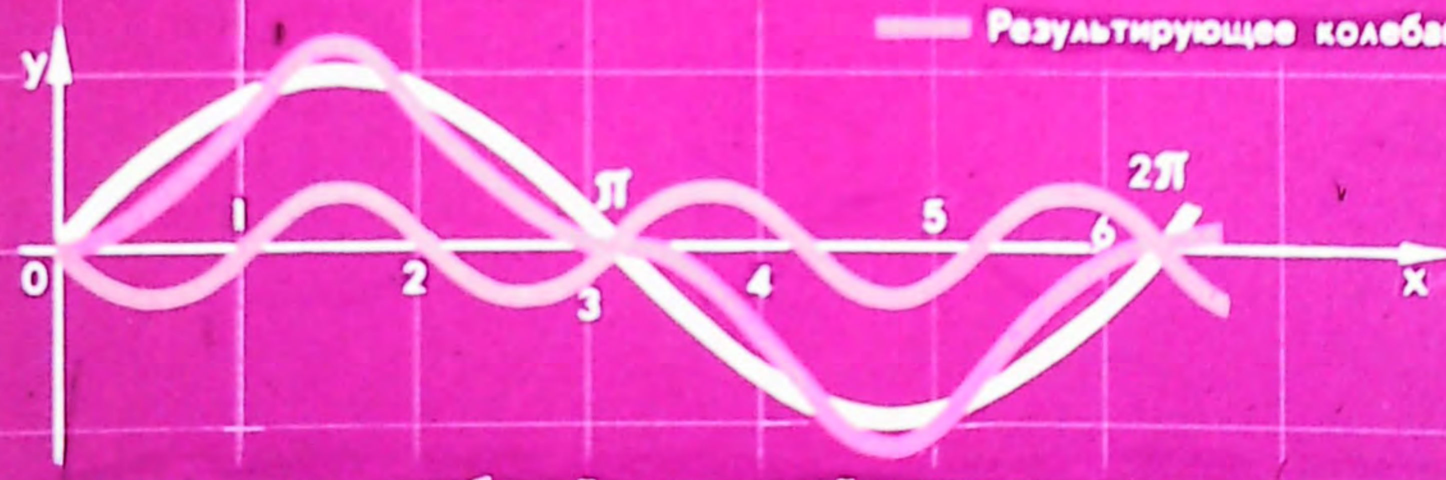
Гармонические колебательные движения с различной амплитудой, но с одной и той же частотой и фазой.



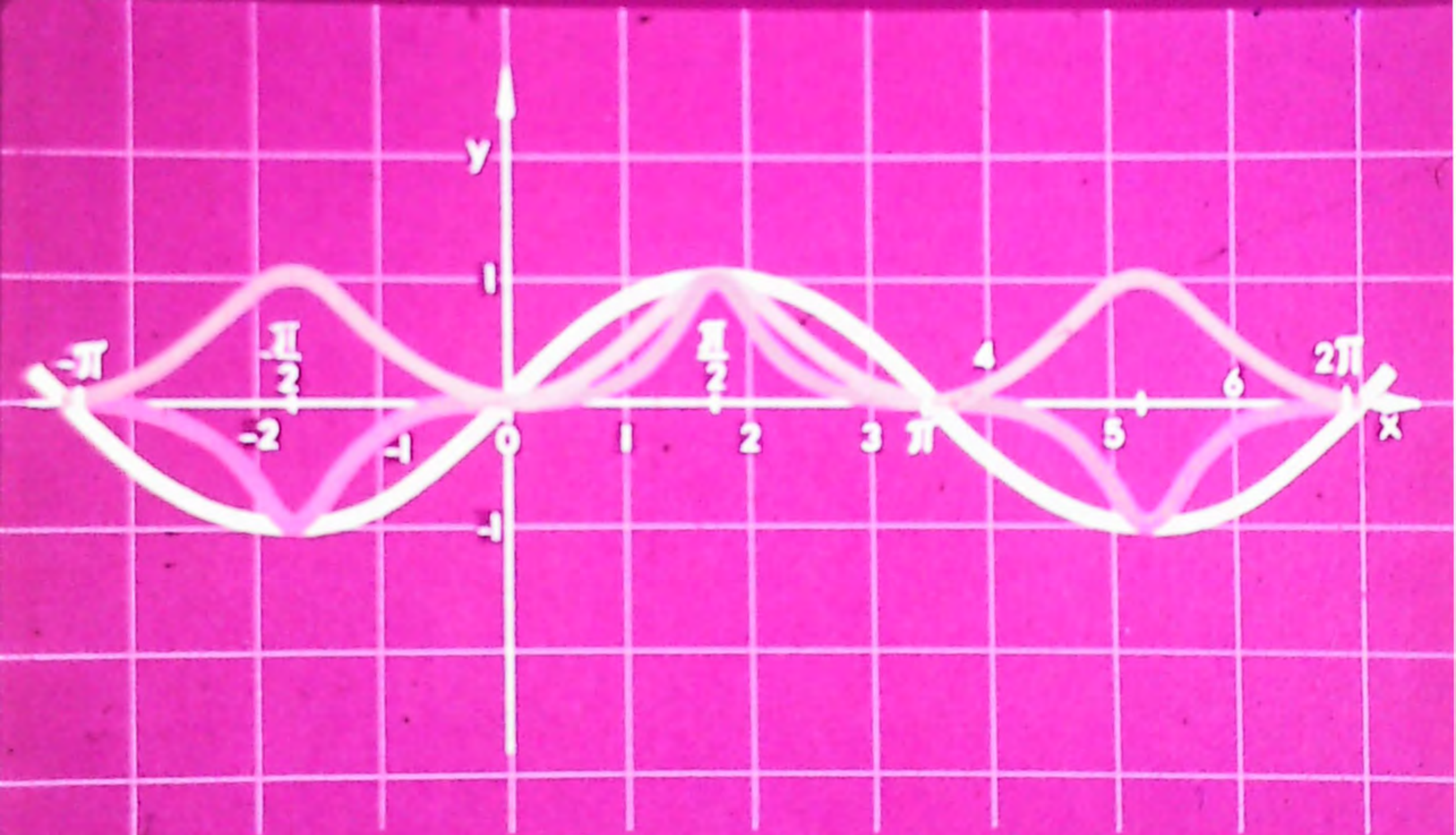
Гармонические колебательные движения с различными фазами.

Сложение двух колебаний, отличающихся друг от друга по частоте в три раза ($y=\sin x$; $y=\frac{1}{3}\sin 3x$).





Сложение двух колебаний различной частоты, отличающихся по фазе на π.



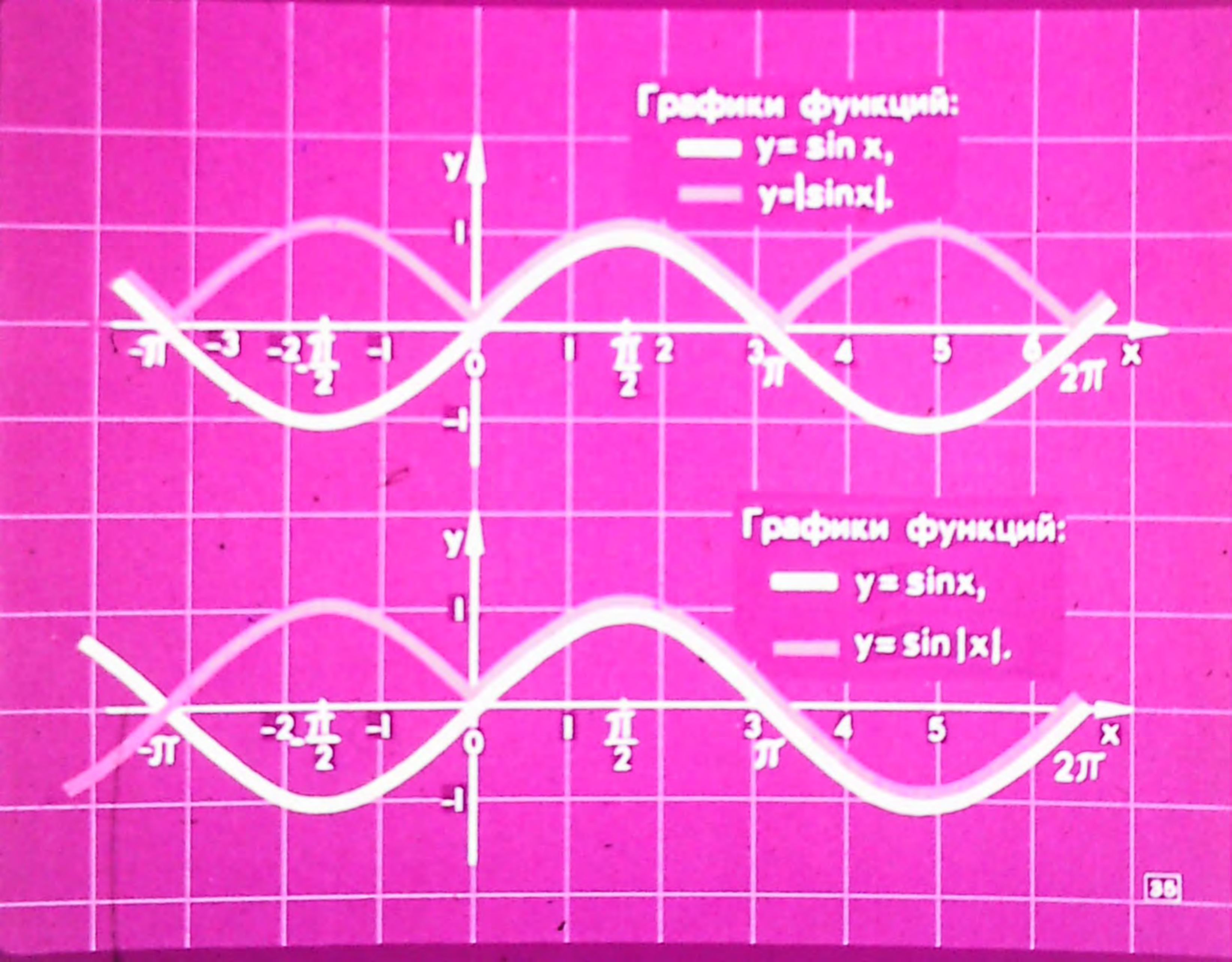
Графики функций:

$y = \sin x$,

$y = \sin^2 x$,

$y = \sin^3 x$.

34



Графики функций:
y= sin x,
y=|sinx|.
Графики функций:
y= sinx,
y= sin |x|.

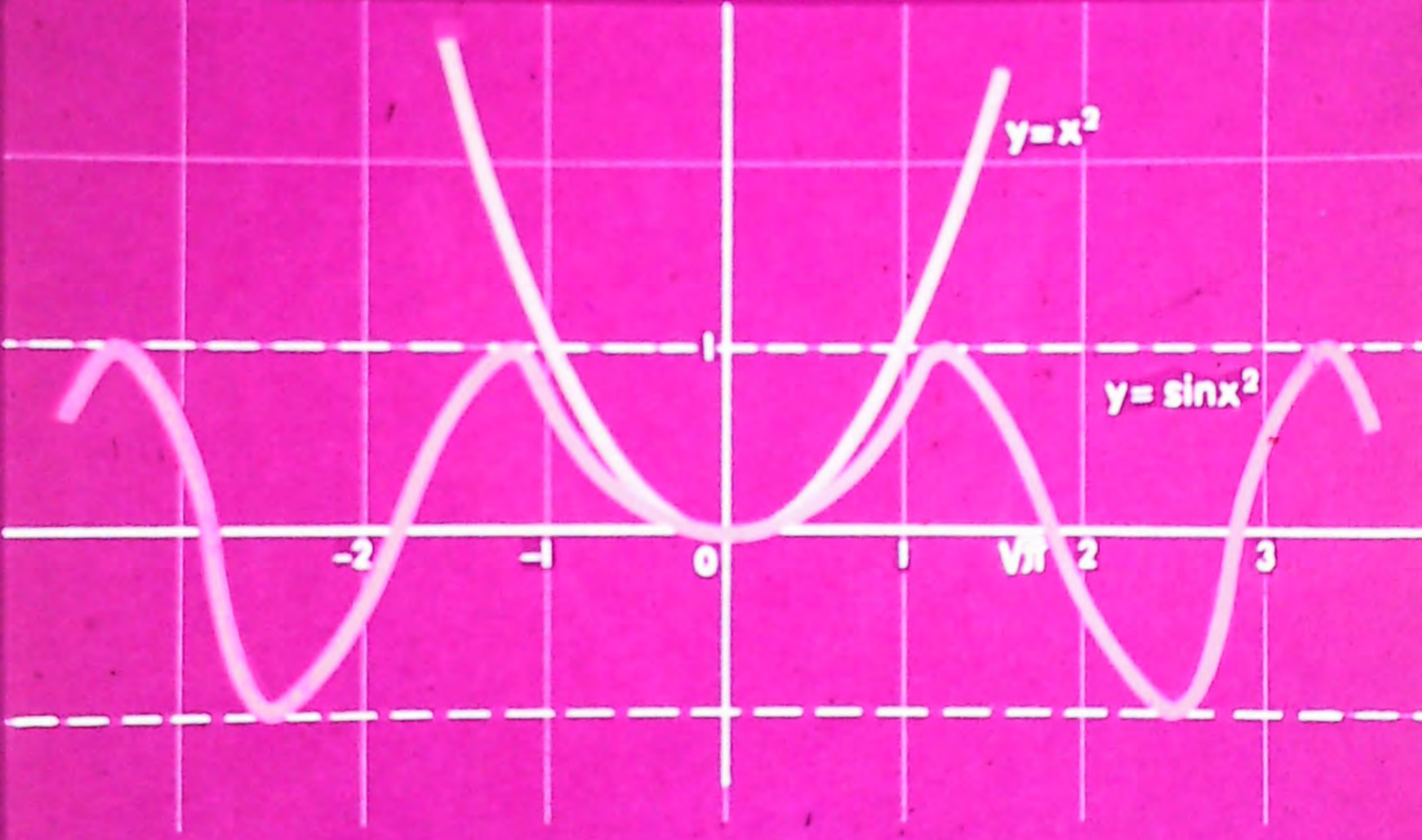


График функции $y=\sin x^2$ (кривая Френеля). Область определения функции — всё множество действительных чисел. Область изменения функции — сегмент $[-1; 1]$. Функция чётная. Корни функции $x=\pm\sqrt{\pi K}$ $K=0; \pm 1; \pm 2...$

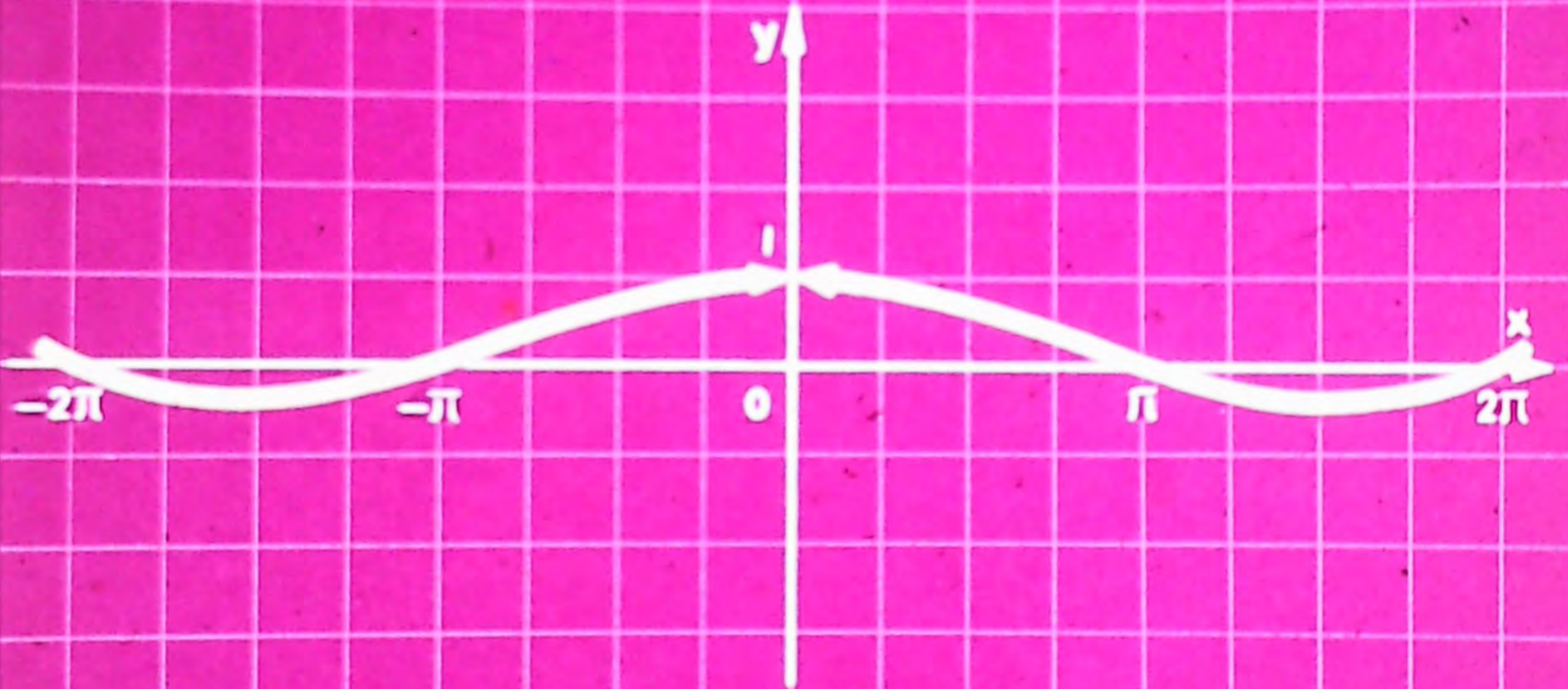
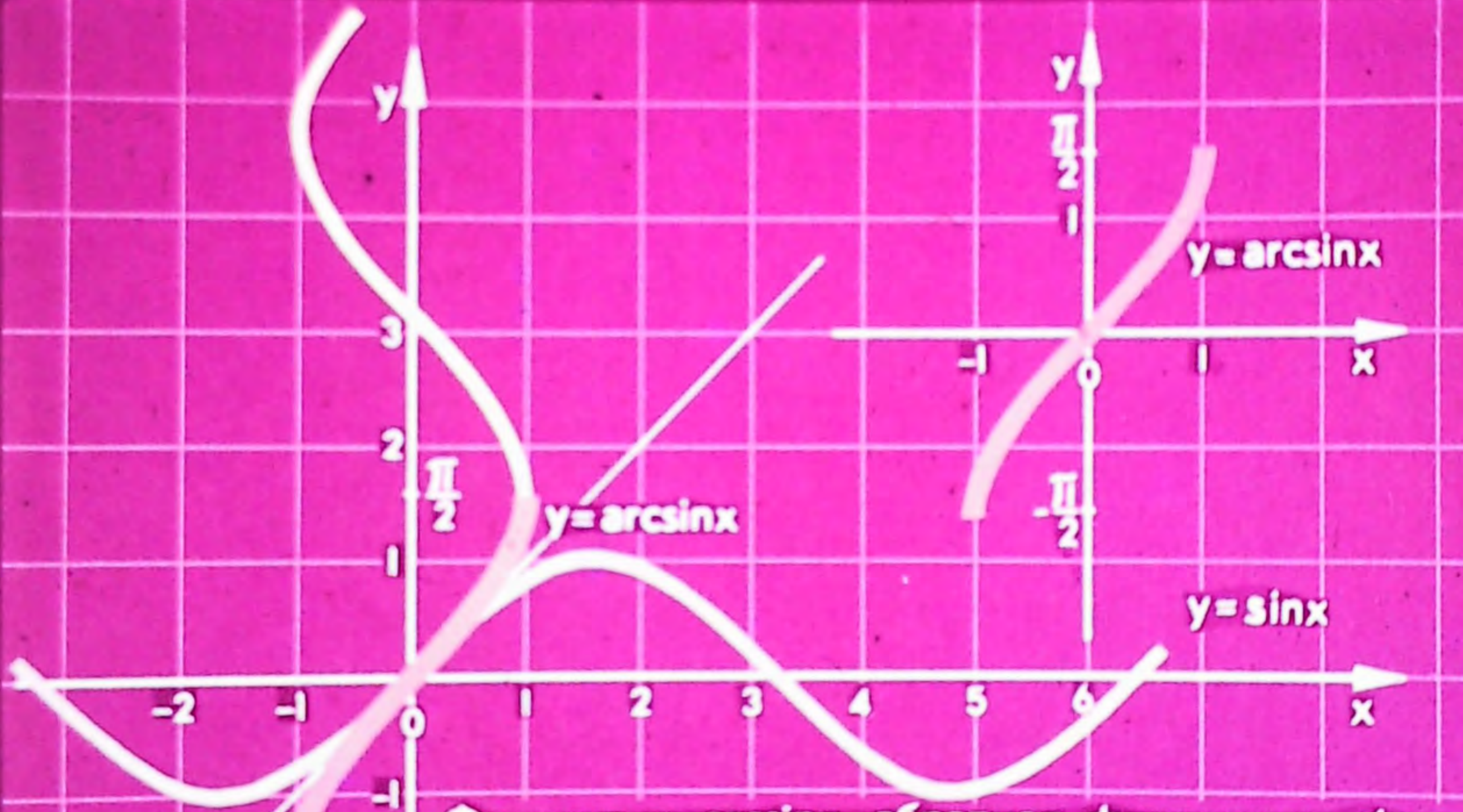


График функции $y=\frac{\sin x}{x}$.

Функция $y=\frac{\sin x}{x}$ определена при всех действительных значениях x, кроме $x=0$. Так как $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$, то в точке $x=0$ функция имеет устранимый разрыв.



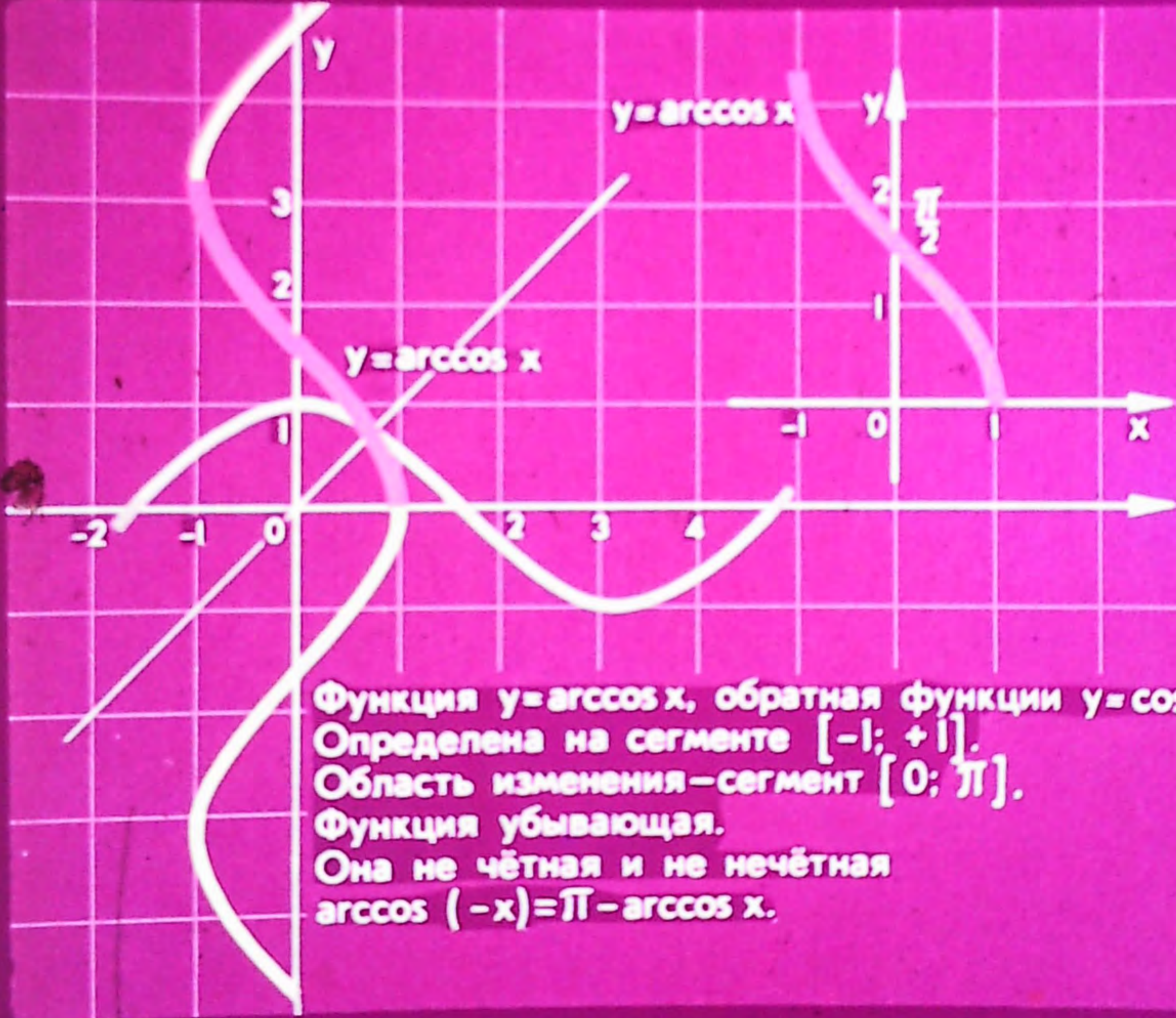
Функция $y = \arcsin x$, обратная функции $y = \sin x$.

Определена на сегменте $[-1; +1]$.

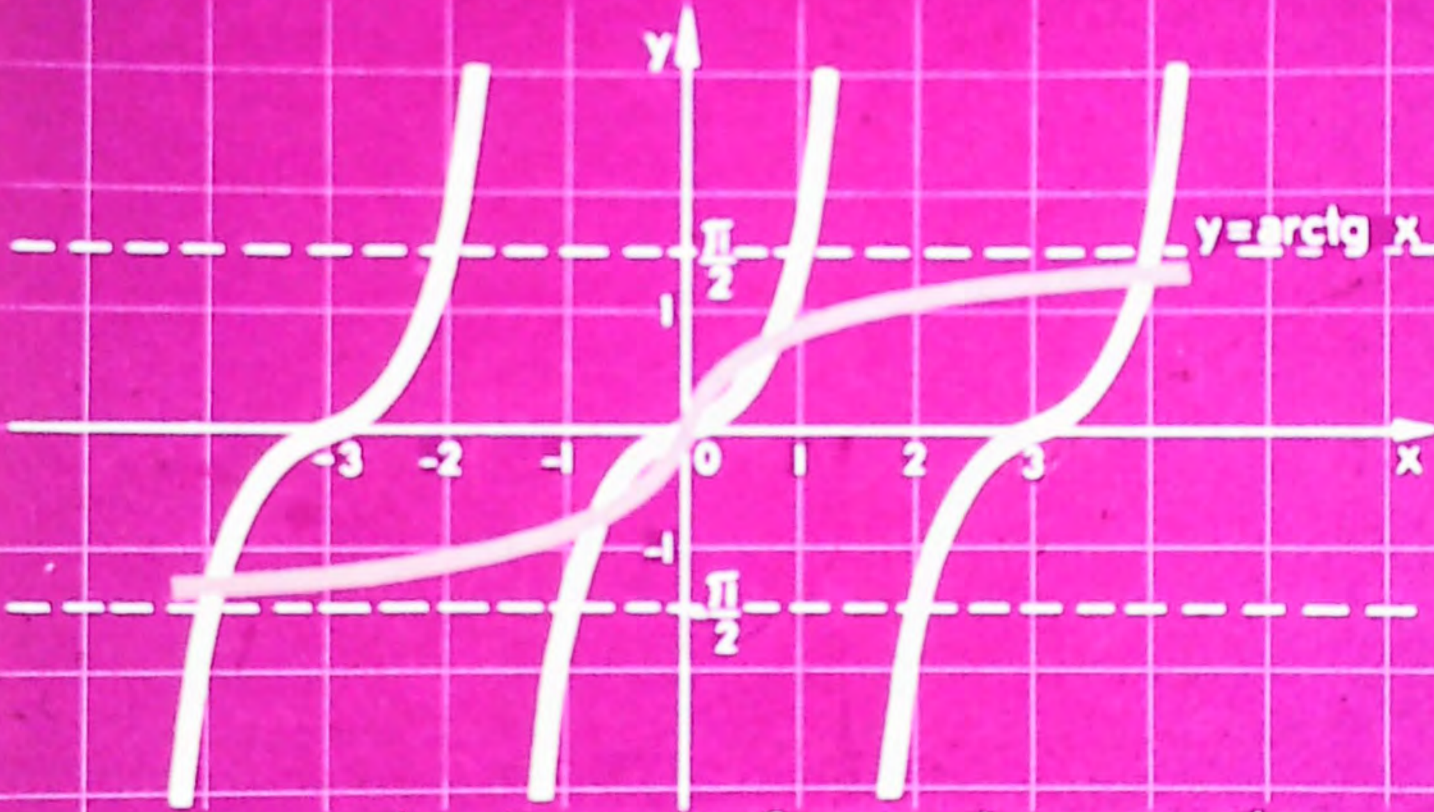
Область изменения — сегмент $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Функция $y = \arcsin x$ — возрастающая,

нечётная: $\arcsin(-x) = -\arcsin x$.



Функция $y = \arccos x$, обратная функции $y = \cos x$.
Определена на сегменте $[-1; +1]$.
Область изменения – сегмент $[0; \pi]$.
Функция убывающая.
Она не чётная и не нечётная
$\arccos(-x) = \pi - \arccos x$.

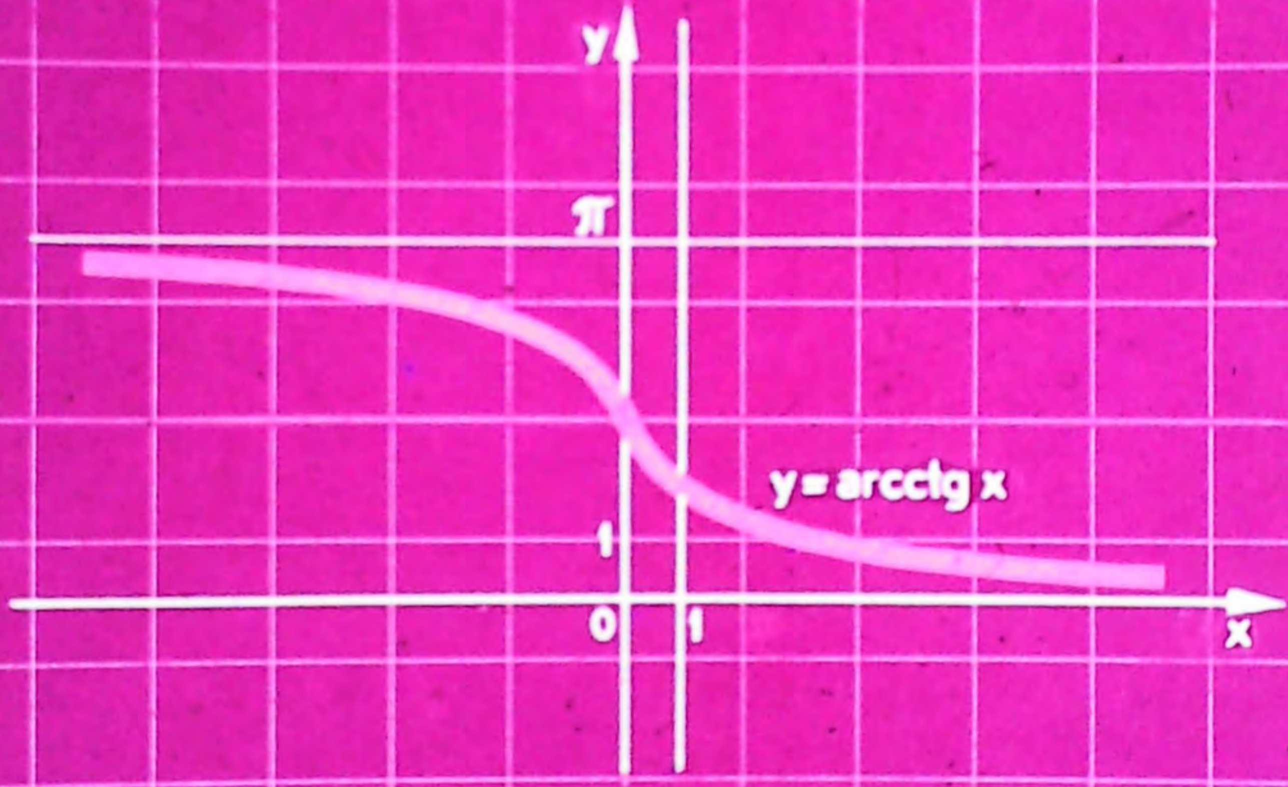


y= arctgx функция, обратная функции y=tg x.

Область определения функции – всё множество действительных чисел $-\infty<x<+\infty$.

Область изменения функции – интервал $\left(-\frac{\pi}{2};+\frac{\pi}{2}\right)$.

y=arctg x – функция возрастающая, нечётная arctg (–x)= –arctgx.



y = arcctg x функция, обратная функции y = ctg x.

Область определения функции — всё множество действительных чисел.

Область изменения функции — интервал (0; π).

y = arcctg x функция убывающая.

КОНЕЦ

Автор И. Б. Вейцман
Чертежи и оформление С. Н. Рогова
Редактор Л. Б. Книжникова

Д-170-68

Студия «Диафильм», 1968 г.
Москва, Центр, Старосадский пер., д. № 7

Цветной 0-30