

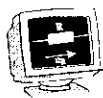
Линейные Электрические Цепи

Лабораторные работы на ПК



- Электрические цепи синусоидального тока
- Электрические цепи несинусоидального тока
- Резонанс в электрической цепи
- Магнитосвязанные цепи
- Трехфазные цепи





С. Г. Герман-Галкин

ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

Лабораторные работы

Санкт-Петербург
Учитель и ученик
КОРОНА принт
2002

ББК 31.21

Серия «Компьютерная лаборатория»

Герман-Галкин С. Г.

Линейные электрические цепи. Лабораторные работы. — СПб.: Учитель и ученик, КОРОНА принт, 2002. — 192 с., ил.

ISBN 5-7931-0087-3

Сборник виртуальных лабораторных работ по курсу электротехники соответствует программам технических вузов. Он отвечает современным требованиям подготовки специалистов и исключает ограничения, характерные для физических макетов, на которых обычно проводятся лабораторные работы. Кроме того, компьютерная лаборатория позволяет решить проблему популярного сегодня дистанционного обучения, когда учащийся практически не имеет возможности работать на реальных установках. В пособии приводятся описание пакетов расширения программы MatLab, способы построения моделей и методические указания по проведению лабораторных работ.

ISBN 5-7931-0087-3

© Издательский центр «Учитель и ученик», 2002.

«КОРОНА ПРИНТ»

Оптовая торговля:

(812) 259-68-17; (095) 148-35-12

E-mail: mcrown@chat.ru, mcrown@mail.ru

Книга — почтой: 191119, Санкт-Петербург,
а/я 55. Для К. П.

Сергей Германович Герман-Галкин

Линейные электрические цепи

Лабораторные работы

Ответственный за выпуск *Зимина М. С.* Верстка *Барышникова Т. К.*

Редактор *Синельников В. С.* Обложка *Чиклаев А. А.* Чертежи *Иванов Г. В.*

Издательский центр «Учитель и ученик» 198005, Санкт-Петербург, Измайловский пр., 29.

ООО «КОРОНА принт» ЛР №065007 от 18.02.1997/198005, Санкт-Петербург, Измайловский пр., 29.

Издание подготовлено при участии ЗАО Издательство «БИНОМ»

Подписано к печати 10.02.2002. Формат 70×100 1/16. Бумага газетная.

Гарнитура «Таймс». Печать офсетная. Объем 12 п. л. Тираж 3000 экз. Заказ № 566

Отпечатано с готовых диапозитивов в ФГУП ордена Трудового Красного Знамени «Техническая книга» Министерства Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций 198005, Санкт-Петербург, Измайловский пр., 29

Оглавление

Предисловие	7
-------------------	---

Глава 1. Виртуальные библиотечные блоки в пакетах Simulink и Power System Blockset

1.1. Введение	11
1.2. Пакет расширения Simulink3 в пакете MatLab-6	11
1.2.1. Библиотека математических функций Math	13
1.2.2. Библиотека нелинейных блоков Nonlinear	16
1.2.3. Библиотека виртуальных приборов для наблюдения и регистрации процессов (Sinks)	17
1.2.4. Библиотека источников сигналов (Sources)	19
1.3. Пакет расширения Power System Blockset	20
1.3.1. Источники электрической энергии Electrical Sources	20
1.3.2. Библиотека пассивных элементов Power Elements	22
1.3.3. Блоки связи между входами и выходами моделей библиотеки Power System Blockset (Connector)	24
1.3.4. Блоки измерений Measurement	25
1.3.5. Расширенная библиотека Powerlib Extras	26
1.3.5.1. Библиотека дополнительных блоков измерения Measurement	27

1.3.5.2. Библиотека трехфазных цепей Three-Phase Library	29
1.4. Операции с блоками	30

Глава 2. Введение в теорию электрических цепей

2.1. Основные понятия и законы электрических цепей [7, 8]	39
2.1.1. Ток, напряжение и энергия в электрической цепи	39
2.1.2. Пассивные элементы электрических цепей. Основные законы	40
2.1.3. Активные элементы электрической цепи	44
2.1.4. Законы Кирхгофа	46
2.1.5. Основные характеристики синусоидальных токов и напряжений	47
Векторные диаграммы	48
2.1.6. Особенности цепей переменного тока	51
2.1.7. Сопротивление в цепи синусоидального тока	52
2.1.8. Индуктивность в цепи синусоидального тока	55
2.1.9. Емкость в цепи синусоидального тока	56
2.1.10. Цепь с последовательным соединением сопротивления, индуктивности и емкости	58
2.1.11. Частные случаи цепи с последовательным соединением сопротивления, индуктивности и ёмкости	64
2.1.12. Цепь с параллельным соединением сопротивления, индуктивности и емкости	67
2.1.13. Частные случаи цепи с параллельным соединением сопротивления, индуктивности и емкости	69
2.2.14. Символический метод расчета цепей синусоидального тока	73

2.2. Резонанс напряжения [7, 9]	76
2.3. Резонанс токов [7, 9]	80
2.4. Магнитосвязанные цепи (цепи со взаимной индукцией) [7, 10]	82
2.4.1. Резонанс в магнитосвязанных цепях	88
2.5. Трёхфазные цепи [7, 10]	90
2.5.1. Соединение приемников звездой	91
<i>Равномерная нагрузка</i>	93
<i>Неравномерная нагрузка</i>	93
<i>Короткое замыкание фазы приёмника</i>	95
<i>Обрыв линейного провода</i>	95
2.5.2. Соединение приёмников треугольником	96
<i>Равномерная нагрузка фаз генератора</i>	97
<i>Неравномерная нагрузка фаз генератора</i>	97
<i>Обрыв одной фазы приёмника</i>	97
<i>Обрыв двух фаз приёмника</i>	97
2.6. Электрические цепи при несинусоидальных напряжениях и токах [7, 11]	98
2.6.1. Свойства симметрии периодических несинусоидальных функций	99
2.6.2. Выделение гармонических составляющих в реальных электрических цепях	101
2.7. Переходные процессы в линейных электрических цепях [7, 11]	103
2.7.1. Классический метод расчета переходных процессов в линейных электрических цепях	106

Глава 3. Исследование электрических цепей в виртуальной лаборатории

Лабораторная работа №1. Исследование линейных цепей синусоидального тока	115
---	-----

Лабораторная работа № 2.	
Исследование резонанса в последовательной RLC-цепи (резонанс напряжений)	130
Лабораторная работа № 3.	
Исследование резонанса в параллельной RLC-цепи (резонанс токов)	143
Лабораторная работа № 4.	
Исследование магнитосвязанных цепей (цепи с взаимной индукцией)	150
Лабораторная работа № 5.	
Исследование трехфазных цепей	161
Лабораторная работа № 6.	
Исследование электрических цепей периодического несинусоидального тока	171
Лабораторная работа № 7.	
Исследование переходных процессов в линейных электрических цепях	186

Предисловие

Вузовские программы общетехнических дисциплин, к которым относятся и электротехника, предусматривают в обязательном порядке проведение практических и лабораторных занятий. Эти занятия позволяют закрепить теоретические знания и выработать у учащегося определенные практические навыки. Кроме того, они помогают учащемуся развить в себе чувство количественных соотношений в исследуемой электрической цепи (позволяют почувствовать цифру).

Лабораторные работы по электротехнике, как правило, проводятся на физических макетах. Необходимость в проведении таких практических работ неоспорима. Однако реальные лабораторные установки имеют ряд ограничений. Прежде всего они недостаточно универсальны, количество их в лаборатории ограничено, работа на них небезопасна для учащегося и для самой установки. Такие работы, как правило, осуществляются бригадой из нескольких человек, поэтому невозможно дать индивидуальное задание каждому.

В последние годы все большее распространение получает так называемое дистанционное обучение. При такой форме обучения учащийся практически не имеет возможности работы на реальных установках.

Расширить возможности учащихся вузов при освоении электротехники и помочь тем, кто учится самостоятельно, используя дистанционное или иные формы обучения, призвана данная книга — свод методических указаний по проведению виртуальных лабораторных работ по основным разделам теории линейных электрических цепей.

Книга содержит три главы.

В первой главе приводится описание пакетов расширения программы «MatLab» и способы построения моделей.

Во второй главе даются основные теоретические положения для последующего проведения лабораторных работ. Структурно эта глава разбита на 7 разделов, соответствующих 7 лабораторным работам. Повышенное внимание здесь уделено первому разделу, соответствующему первой лабораторной работе. В этой работе изучаются основы теории цепей (основные понятия и законы). Проработка этого раздела должна быть особенно тщательной, так как это закладывает базу для успешного усвоения всего материала.

В третьей главе даны непосредственные методические указания проведения лабораторных работ. Содержание работ, формы их проведения и способы представления результатов аналогичны тем, которые используются в реальных лабораториях. Автор опирался на опыт проведения лабораторных работ в Санкт-Петербургском Техническом университете точной механики и оптики.

Наличие лабораторной базы не исключает использование виртуальной лаборатории. В этом случае последнюю можно рассматривать как дополнительную возможность для более глубокого изучения материала.

Описание дискеты

К данной монографии прилагается дискета с моделями виртуальных лабораторных работ по семи разделам теории линейных электрических цепей:

1. Исследование линейных цепей синусоидального тока.
2. Исследование резонанса в последовательной RLC-цепи (резонанс напряжений).
3. Исследование резонанса в параллельной RLC-цепи (резонанс токов).
4. Исследование магнитосвязанных цепей.
5. Исследование трехфазных цепей.
6. Исследование электрических цепей периодического несинусоидального тока.
7. Исследование переходных процессов в линейных электрических цепях.

Каждая лабораторная работа состоит из нескольких подразделов, которым соответствует отдельная модель. Названия моделей (файлов) соответствуют тем, которые помещены в третью главу монографии.

Для работы в виртуальной лаборатории необходимо иметь в компьютере установленные программы MatLab-6 с пакетами расширения Simulink3, Power System Blockset, Control System Toolbox.

Глава 1

**ВИРТУАЛЬНЫЕ
БИБЛИОТЕЧНЫЕ БЛОКИ
В ПАКЕТАХ SIMULINK
И POWER SYSTEM BLOCKSET**

1.1. Введение

«Приборной базой» проведения виртуальных лабораторных работ по теории электрических цепей, чему и посвящена эта монография, являются пакеты расширения Simulink и Power System Blockset широко распространенного пакета MatLab.

В библиотеках этих пакетов расширения имеются многочисленные виртуальные элементы и многочисленные измерительные приборы, что позволяет всесторонне исследовать электрическую цепь любой сложности.

В данной главе описывается содержание основных библиотек этих пакетов расширения и рассматриваются основные приемы работы в них. При этом основное внимание уделено тем библиотекам, которые используются в дальнейшем при работе в виртуальной лаборатории электрических цепей.

Более подробные сведения по пакету MatLab читатель найдет в литературе [1, 2, 3, 4, 5, 6].

1.2. Пакет расширения Simulink3 в пакете MatLab-6

Первая версия пакета MatLab была разработана уже более 20 лет тому назад. Развитие и совершенствование этого пакета происходило одновременно с развитием средств вычислительной техники. Название пакета MatLab происходит от словосочетания Matrix Laboratory, он

ориентирован в первую очередь на обработку массивов данных (матриц и векторов). Именно поэтому, несмотря на достаточно высокую скорость смены поколений вычислительной техники, MatLab успевал впитывать все наиболее ценное от каждого из них. В результате к настоящему времени MatLab представляет собой богатейшую библиотеку функций (их более 800), единственная проблема работы с которыми заключается в умении быстро отыскать те из них, которые нужны для решения поставленной задачи.

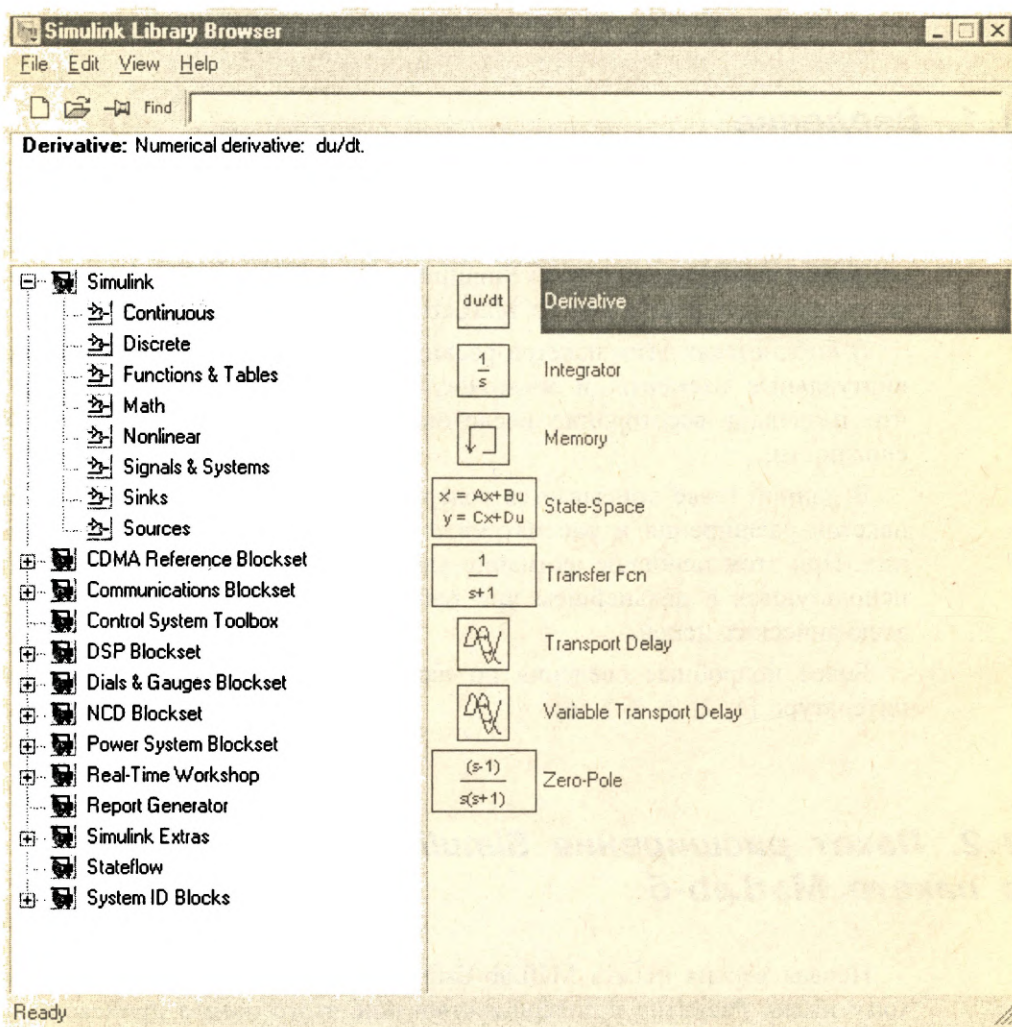


Рис. 1.1. Библиотека Simulink

Для того, чтобы облегчить специалистам различных областей науки и техники работу с пакетом вся библиотека функций разбита на разделы. Те из них, которые носят более общий характер, входят в состав ядра MatLab, тогда как функции, которые являются специфическими для конкретной области, включены в состав пакетов расширения (Toolboxes).

В последнее время появилась новая, существенно расширенная версия — MatLab-6, — с новым интерфейсом. Этой версии ниже уделено основное внимание. Однако, необходимо отметить, что библиотеки старых версий с их интерфейсом сохранены. Путь к такой библиотеке следующий: «MatLabR12\toolbox\Simulink\blocks\Simulink3».

Библиотека Simulink3 представляет собой набор визуальных объектов, используя которые можно исследовать практически любую электрическую цепь. Практически для всех блоков существует возможность настройки параметров. Параметры настройки отражаются в полях настройки окна настройки выбранного блока. Кнопка Help на полях настройки открывает подробную информацию о блоке и его параметрах настройки.

Вся библиотека Simulink в новой версии разбита на восемь разделов (рис. 1.1). Содержание раздела находится в правом окне библиотеки. Для вызова привычного интерфейса библиотеки следует установить курсор на соответствующий раздел в левом окне, правой кнопкой «мышки» вызвать выпадающее меню и из этого меню открыть библиотеку.

Ниже при описании библиотек пояснения будут даны только для тех блоков, которые используются в дальнейшем.

1.2.1. Библиотека математических функций Math

Библиотека математических функций показана на рис. 1.2.

Она содержит следующие блоки.

Sum — аналоговый сумматор, который позволяет алгебраически суммировать любое число сигналов на входе.

Product формирует на выходе результат умножения или деления двух и более входных сигналов. Окно настройки блока показано на рис.1.3. В поле настройки этого окна вводятся параметры настройки. Для данного блока в качестве параметров настройки указывается число входов и вид выполняемой операции.

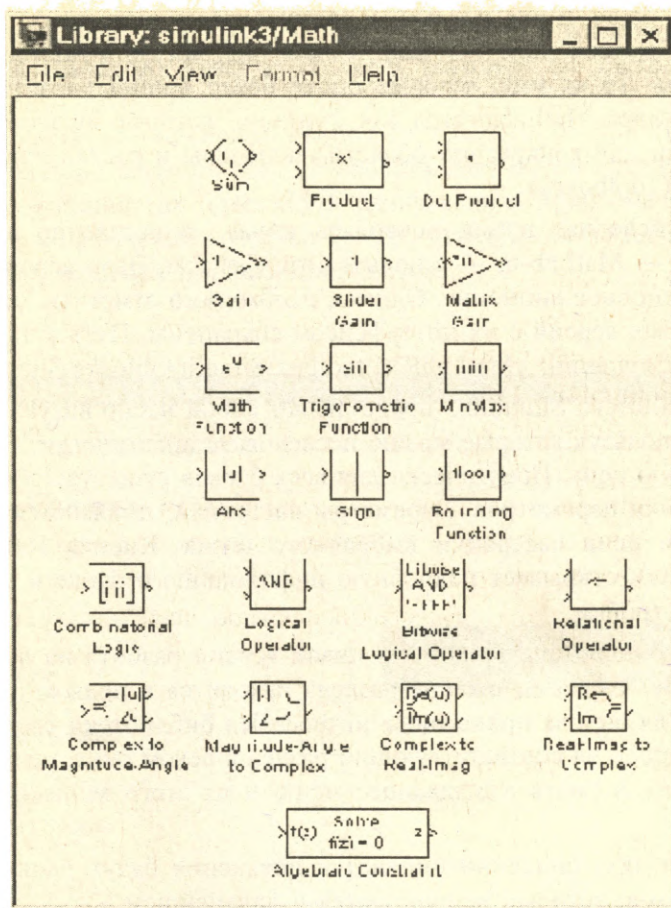


Рис. 1.2. Библиотека математических функций Math

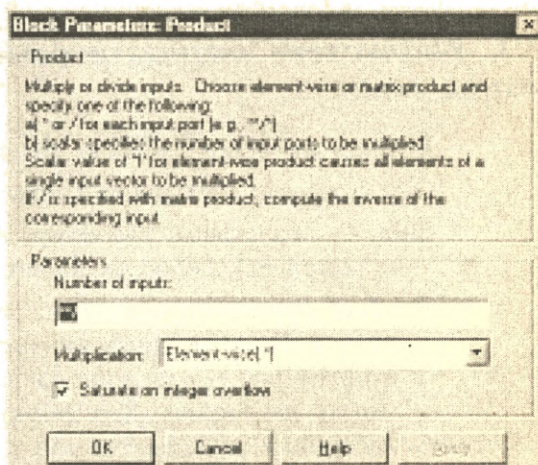
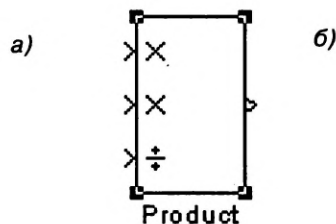


Рис. 1.3. Окно настройки блока Product

Dot Product — звено, осуществляющее перемножение двух входных величин, если они являются скалярами, а также вычисляющее сумму поэлементных произведений двух входных векторов одинаковой длины.

Gain — аналоговый усилитель.

Slider Gain — аналоговый усилитель с интерактивной настройкой параметра.

Matrix Gain — усилитель, на вход которого подается вектор.

Mat Function — блок, позволяющий выбрать одну из математических функций в поле настройки и включить ее в модель.

Trigonometric Function формирует на выходе тригонометрическую функцию входного сигнала. Выбор функции обеспечивается в поле настройки.

MinMax. Блок выбирает минимальное или максимальное значение входного сигнала — числового вектора — в соответствии с заданием поля настройки.

Abs формирует на выходе абсолютное значение входного сигнала, в функциональных схемах играет роль выпрямителя.

Sing — блок-реле, реагирующий на знак входного сигнала. Значение выходного сигнала устанавливается в поле настройки.

Rounding Function округляет входной сигнал, функция округления выбирается в поле настройки на ниспадающем меню.

Combinatorial Logic обеспечивает преобразование входного сигнала в соответствии с сформированной в поле настройки таблицей истинности. Этот блок представляет собой модель конечного автомата, состояния которого, как известно, описываются при помощи булевой алгебры.

Logical Operation, Relation Operator известные логические операции «и» и «или». Количество входов задается в поле настройки.

Bitwise Logical Operator — универсальный блок, реализующий любую логическую функцию.

Complex to Magnitude-Angle — блок, позволяющий выделить модуль и фазу входной комплексной величины.

Magnitude-Angle to Complex — блок, преобразующий входную величину, заданную модулем и фазой, в комплексную выходную величину.

Complex to Real-Imag, Real-Imag to Complex — блоки, преобразующие комплексные величины из показательной формы в алгебраическую и обратно.

Algebraic Constraint — блок, позволяющий в структурную модель включать систему алгебраических уравнений.

1.2.2. Библиотека нелинейных блоков *Nonlinear*

Библиотека нелинейных блоков показана на рис. 1.4. Эта библиотека содержит блоки, описанные ниже.

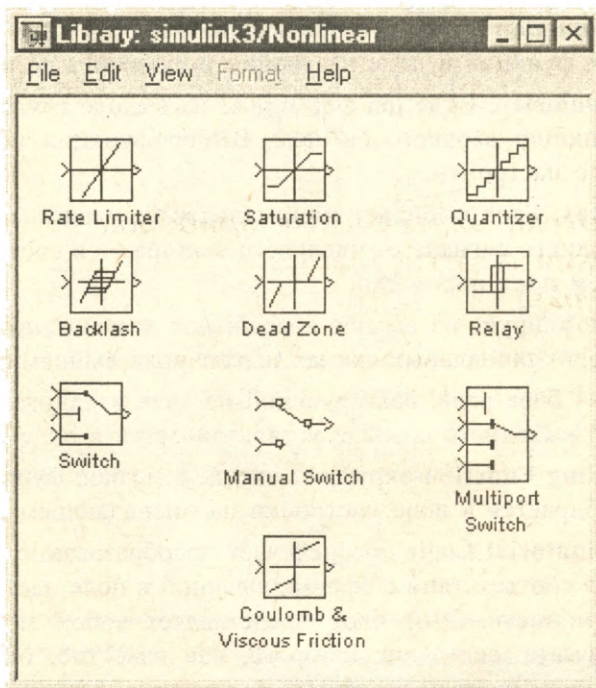


Рис. 1.4. Библиотека нелинейных блоков *Nonlinear*

Rate Limiter обеспечивает различные коэффициенты передачи в зависимости от знака входного сигнала. В полях настройки устанавливаются значения этих коэффициентов.

Saturation — усилитель с ограничением. Величина выходного сигнала при положительном и отрицательном входном сигнале устанавливается в полях настройки.

Quantizer — блок, обеспечивающий квантование входного сигнала по уровню. Величина ступеньки задается в поле настройки.

Backlash — блок, реализующий люфт в механических редукторах.

Dead Zone — блок, реализующий зону нечувствительности.

Relay — реле с регулируемой зоной нечувствительности и устанавливаемой величиной положительного и отрицательного выходного сигнала.

Switch — ключ, который переключается, когда входной сигнал становится равным или большим заданного в поле настройки.

Manual Switch — ключ, который переключается вручную. При моделировании при помощи этого ключа удобно менять параметры и структуру модели.

Multiport Switch — блок переключателей, передающий на выход один из входных сигналов.

Coulomb & Viscous Friction — блок, реализующий характеристику трения в механических системах.

1.2.3. Библиотека виртуальных приборов для наблюдения и регистрации процессов (Sinks)

Приборы для наблюдения и регистрации процессов в исследуемой модели представлены на рис. 1.5.

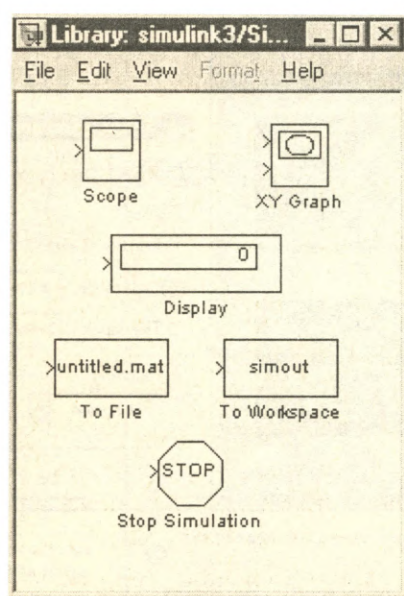


Рис. 1.5. Библиотека виртуальных приборов для наблюдения и регистрации процессов Sinks

В комплект входят нижеследующие виртуальные приборы:

Scope — осциллоскоп для наблюдения временных зависимостей.

XY Graph — графопостроитель в системе полярных координат.

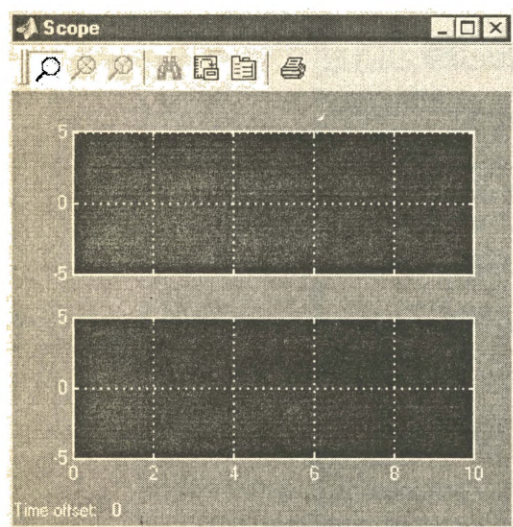
Display — устройство для вывода на экран дисплея измеряемых величин в цифровой форме.

To file — блок, связывающий модель Simulink с системой MatLab. Этот блок позволяет записать результаты моделирования в файл MatLab с целью дальнейшей обработки и представления результатов.

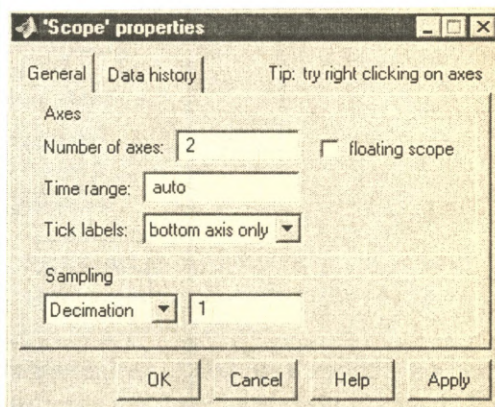
Workspace — устройство для передачи результатов моделирования в рабочее пространство с целью их дальнейшей обработки.

Stop Simulation — остановка симуляции.

С каждым графическим элементом связано окно настроек. На рис. 1.6 показаны экран осциллоскопа и его окно настройки. Первое поле Number of axes заслуживает, пожалуй, наибольшего внимания. Число регистрируемых процессов и количество открывающихся экранов осциллоскопа соответствуют числу, установленному в этом поле.



а)



б)

Рис. 1.6. Scope — осциллоскоп для наблюдения временных зависимостей (а) и его окно настройки (б)

1.2.4. Библиотека источников сигналов (Sources)

Содержание этого раздела показано на рис. 1.7.

Набор блоков содержит практически все необходимые источники сигналов для исследования электрических цепей. Возможно задание произвольного воздействия из файла (блок From File).

Кроме источников детерминированных воздействий с различной функциональной и временной зависимостью, имеются источники случайных воздействий с различными законами распределения. С каждым графическим блоком связано окно настройки. Так, для генератора периодических сигналов (Signal Generator рис. 1.8) соответствующее окно содержит выбор формы периодического сигнала (Wave form), установку амплитуды сигнала (Amplitude), установку частоты (Frequency) и выбор единиц измерения установленной частоты.

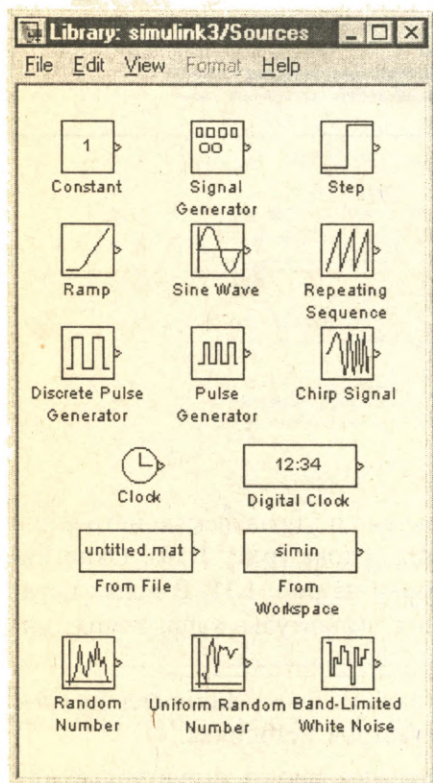


Рис. 1.7. Библиотека источников сигналов Sources

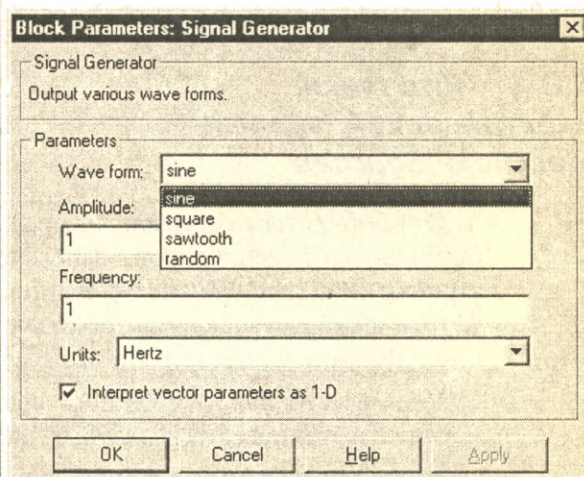


Рис. 1.8. Окно настройки Signal Generator

1.3. Пакет расширения *Power System Blockset*

Библиотека Powerlib пакета расширения Power System Blockset (рис. 1.9) содержит 7 разделов, последний из которых, Extras, включает подразделы.

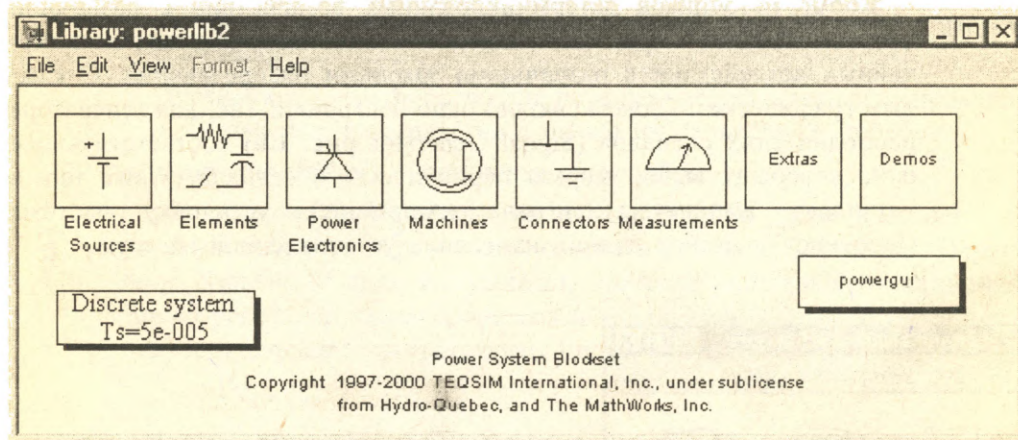


Рис. 1.9. Библиотека Powerlib

1.3.1. Источники электрической энергии *Electrical Sources*

Эта библиотека содержат неуправляемые и управляемые источники постоянного и переменного напряжения и тока (рис. 1.10). Окно настройки блока AC Voltage Source показано на рис. 1.11. В полях параметров окна устанавливаются значения амплитуды напряжения, начальной фазы и частоты.

Поле Measurements позволяет подключать блок Multimeter для измерения и наблюдения выходных параметров источника.

Блоки управляемых источников позволяют связать структурные или функциональные схемы основных библиотек Simulink Blok Library с элементами библиотеки Power System Blockset.

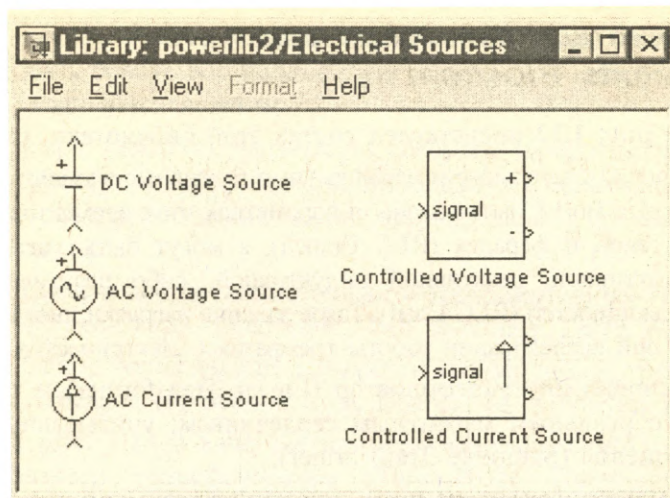


Рис. 1.10. Библиотека источников электрической энергии *Electrical Sources*

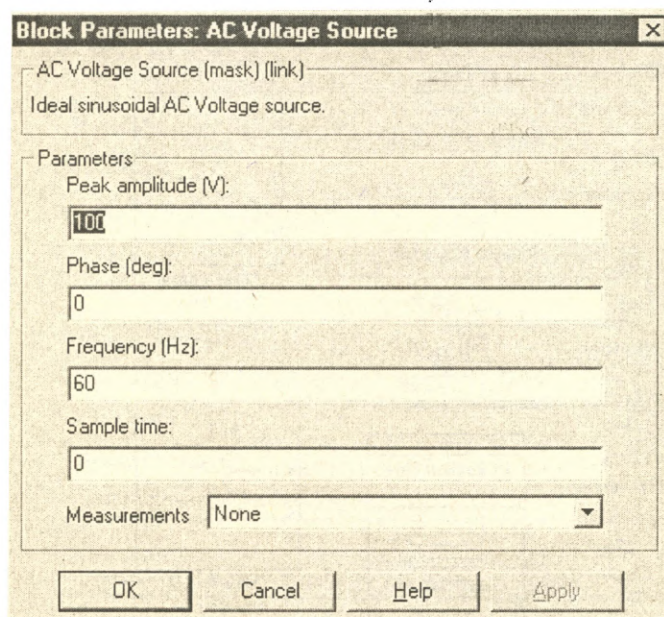


Рис. 1.11. Окно настройки блока *AC Voltage Source*

1.3.2. Библиотека пассивных элементов Power Elements

На рис. 1.12 представлен состав этой библиотеки, она содержит:

- последовательные и параллельные пассивные элементы R, L, C, которые могут быть заданы в параметрах этих элементов, то есть омах, генри и фарадах (RLC Branch), а могут быть заданы значениями активной, реактивной индуктивной, либо реактивной емкостной мощностей (RLC Load). Такое задание нагрузки иногда очень удобно при исследовании работы трехфазных электрических цепей;
- линейный трансформатор (Linear Transformer) и трансформатор с реальным магнитным сердечником, учитывающим его насыщение (Saturable Transformer);
- магнитосвязанные цепи, или цепи с взаимной индукцией (Mutual Inductance);

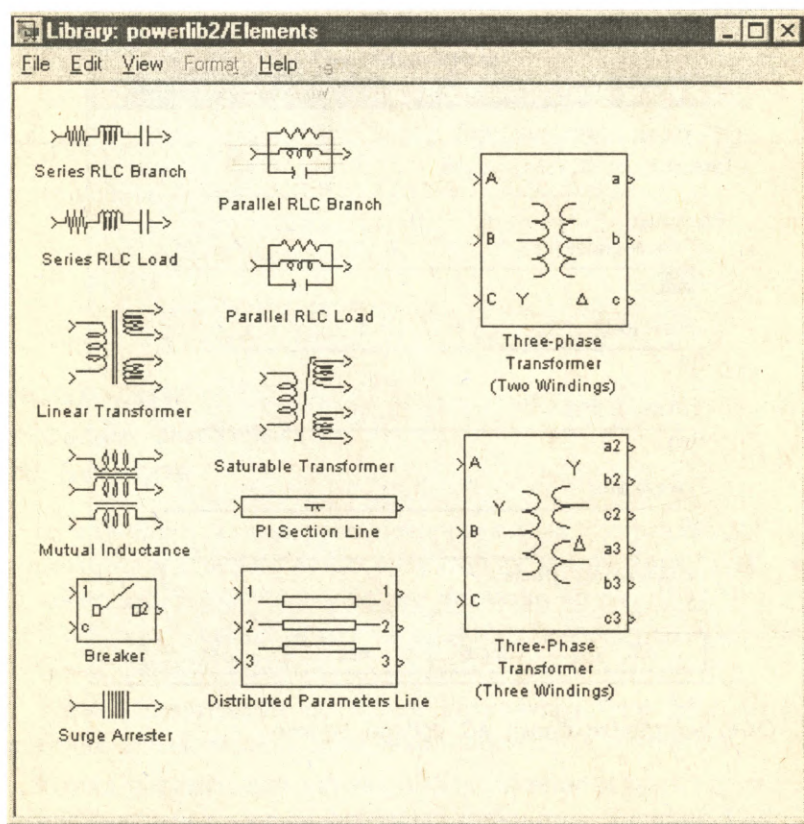


Рис. 1.12. Библиотека пассивных элементов Power Elements

- нелинейный элемент (Surge Arrester), позволяющий сформировать требуемую нелинейную зависимость между входным и выходным сигналами;
- ключ (Breaker), параметры которого (сопротивление, индуктивность) в открытом состоянии задаются в полях настройки. Там же задается состояние ключа (открыт, закрыт) при нулевом входном сигнале;
- трехфазный двухобмоточный и трехобмоточный трансформаторы (Three-Phase Transformer, Two Windings, Three Windings);
- блоки, реализующие параметры однофазной и трехфазной линии передачи (PI Section Line, Distributed Parameters Line).

На рис. 1.13 в качестве примера показано окно настройки блока трехфазного трансформатора (Three-Phase Transformer). В полях настройки задаются параметры трансформатора (power and frequency),

Block Parameters: Three-phase Transformer (Two Windings)

Three-Phase Transformer (Two Windings) (mask) (link)

This block implements a three-phase transformer by using three single-phase transformers. Set the winding connection to "Yn" when you want to access the neutral point of the Wye.

Parameters

Nominal power and frequency [Pn(VA) , fn(Hz)]
[250e6 , 60]

Winding 1 (ABC) connection : Y

Winding parameters [V1 Ph-Ph(Vrms) , R1(pu) , L1(pu)]
[424.35e3 , 0.002 , 0.08]

Winding 2 (abc) connection : Delta (D1)

Winding parameters [V2 Ph-Ph(Vrms) , R2(pu) , L2(pu)]
[315e3 , 0.002 , 0.08]

☐ Saturable core

Magnetization resistance Rm (pu)
500

Magnetization reactance Lm (pu)
500

Measurements None

OK Cancel Help Apply

Рис. 1.13. Панель настройки блока Three-Phase Transformer

параметры первичной и вторичной обмоток (Winding parameters), схемы соединения первичных и вторичных обмоток (окна Winding 1 (ABC) Connection, Winding 2 (abc) Connection). Флажок (Saturable Core) позволяет учесть насыщение трансформатора. В выпадающем меню поля (Measurements) устанавливаются переменные состояния трансформатора, которые подлежат измерению при моделировании блоком Multimeter

1.3.3. Блоки связи между входами и выходами моделей библиотеки Power System Blockset (Connector)

Назначение блоков (рис. 1.14) раскрывает их графическое представление. На линейках Bus Bar задается количество входов и выходов.

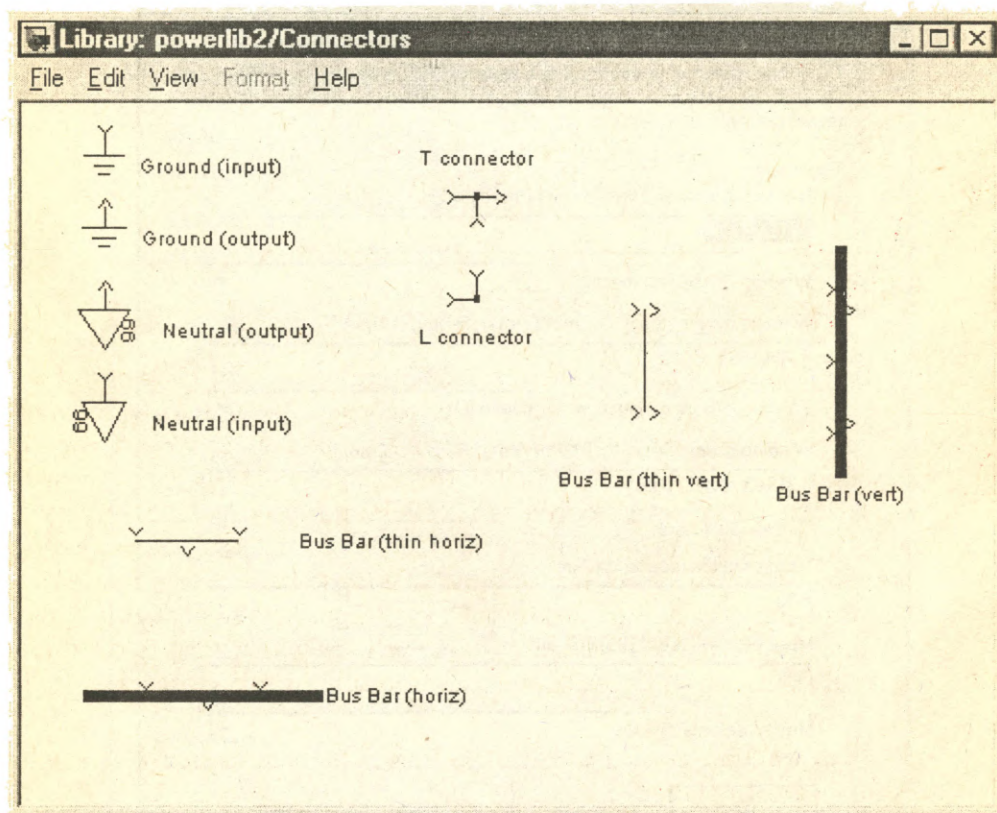


Рис. 1.14. Библиотека Connector

1.3.4. Блоки измерений Measurement

Эти блоки показаны на рис. 1.15. Блоки Voltage Measurement, Current Measurement предназначены для соединений измерительных блоков библиотеки Simulink с блоками библиотеки Power System Blocksets. Блок Impedance Measurement позволяет измерить частотную зависимость полного сопротивления между двумя точками исследуемой схемы.

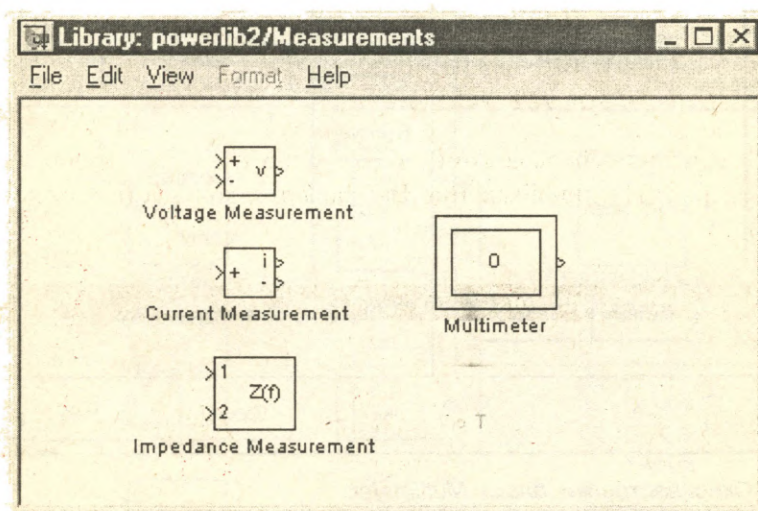


Рис. 1.15. Библиотека Measurement

Особый интерес представляет блок Multimeter. Этот блок позволяет измерить электрические переменные, выбранные в окне Measurement соответствующих элементов (см., например, рис. 1.11, 1.13). Окно настройки блока Multimeter (рис. 1.16) содержит два поля. В первом (Available) после нажатия кнопки Refresh появляются соответствующие измеряемые переменные. Все или часть из них могут быть с помощью кнопки Select переведены во второе окно для измерения и регистрации результатов. Флажок Display signals at simulation stop позволяет вывести измеряемые сигналы в виде временных зависимостей. Этот блок очень удобен при исследовании и в дальнейшем часто применяется.

Блок Multimeter своим выходом может быть подключен и к внешним измерителям.

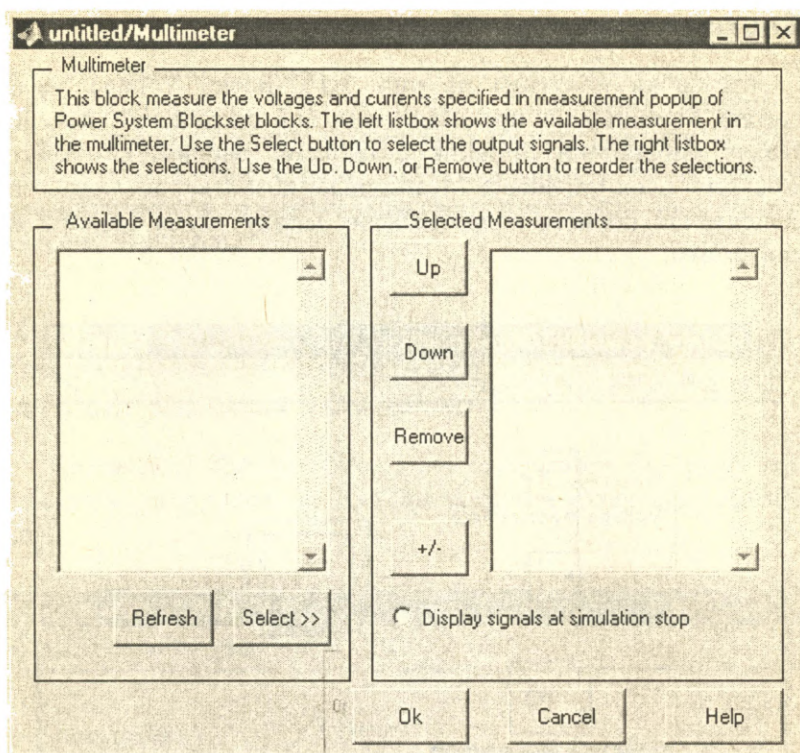


Рис. 1.16. Окно настройки блока Multimeter

1.3.5. Расширенная библиотека Powerlib Extras

Библиотека Powerlib Extras представлена на рис. 1.17. Эта библиотека содержит шесть дополнительных разделов.

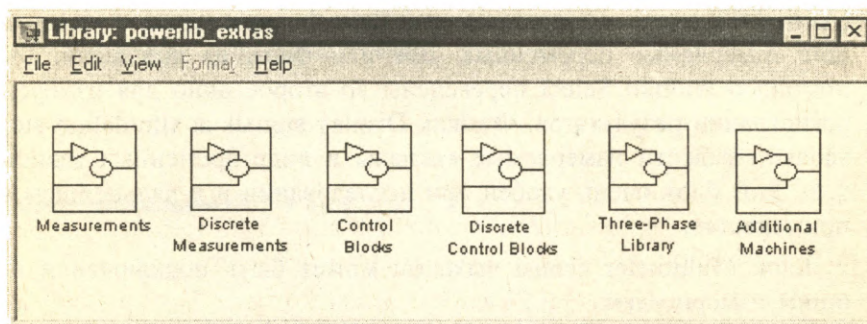


Рис. 1.17. Библиотека Powerlib Extras

1.3.5.1. Библиотека дополнительных блоков измерения Measurement

Расширенная библиотека Measurement показана на рис. 1.18. Библиотека содержит блок разложения несинусоидального периодического сигнала на гармонические составляющие (Fourier), блок измерения эффективного (действующего) значения несинусоидального периодического напряжения или тока (RMS), блок измерения активной и реактивной мощности (Active & Reactive Power).

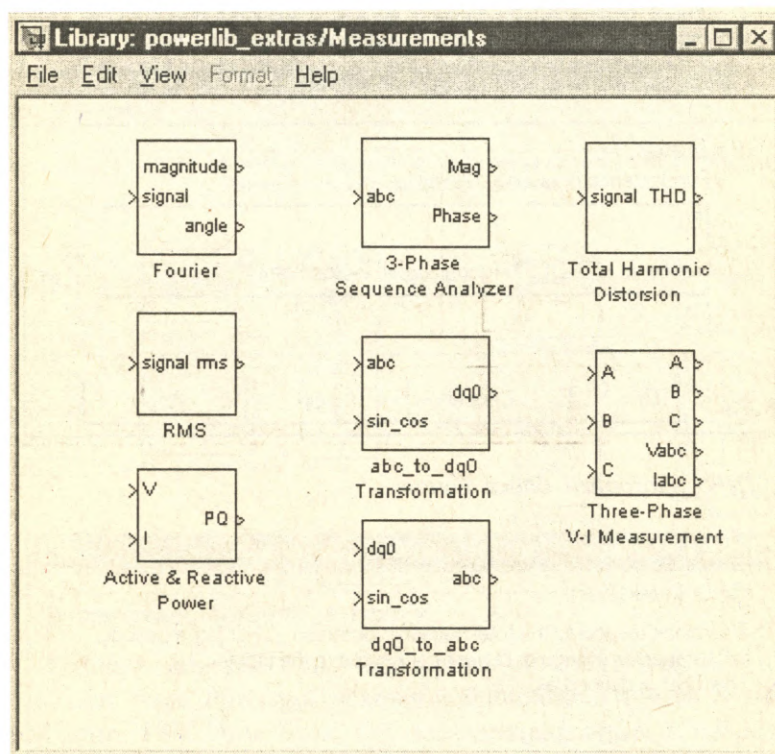


Рис. 1.18. Библиотека Extras Measurement

Имеются три блока преобразования трехфазных сигналов. Блок 3-Phase Sequence Analyzer вычисляет симметричные составляющие прямой, обратной и нулевой последовательностей. Блоки abc to dq0 Transformation и dq0 to abc Transformation осуществляют преобразование трехфазной системы к двухфазной и наоборот.

Блок Total Harmonic Distorsion измеряет коэффициент гармоник. Блок Three-Phase V-I Measurement измеряет токи и напряжения трехфазной цепи.

На рис. 1.19 в качестве примера показано окно настройки блока Fourier. В полях настройки блока отмечается основная частота и порядковый номер исследуемой гармоники.

В поле окна настройки блока Total Harmonic Distorsion (рис. 1.20) устанавливается основная частота исследуемого сигнала.

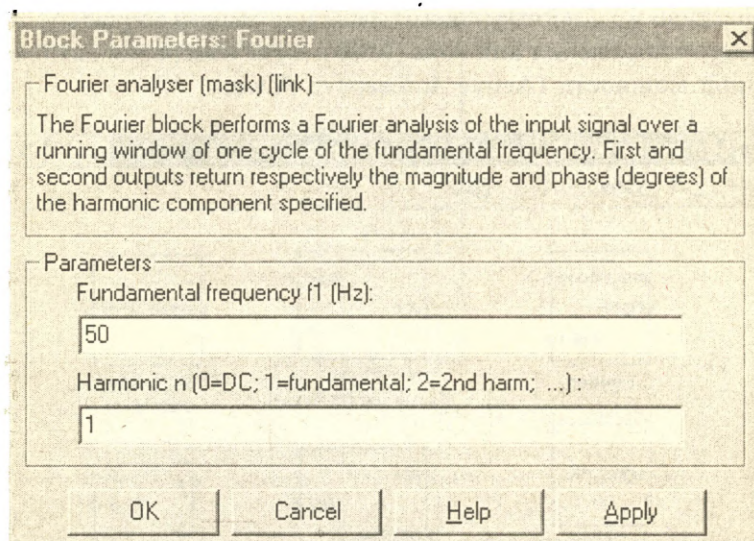


Рис. 1.19. Окно настройки блока Fourier

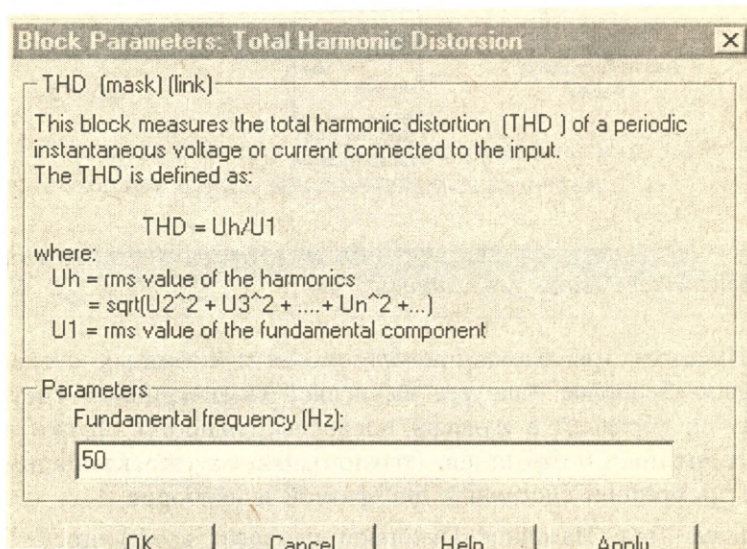


Рис. 1.20. Окно настройки блока Total Harmonic Distorsion

1.3.5.2. Библиотека трехфазных цепей Three-Phase Library

Расширенная библиотека Three-Phase Library содержит трехфазные цепи различного назначения (рис. 1.21). В этой библиотеке имеется набор последовательных и параллельных трехфазных нагрузок, заданных либо пассивными параметрами, либо значениями активной и реактивной мощности, блок источника питания, трехфазную индуктивно-связанную цепь, трехфазный трансформатор, трехфазный ключ и блок, моделирующий повреждения в трехфазной сети.

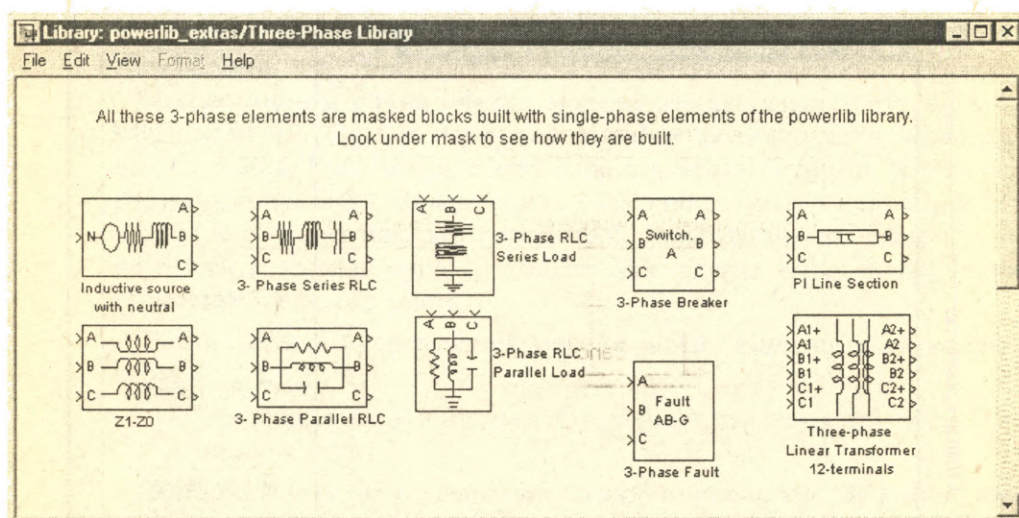


Рис. 1.21. Библиотека Three-Phase Library

Особый интерес при моделировании электрических цепей представляет блок Powergui основной библиотеки Power System Blockset (см. рис. 1.9). Этот блок, будучи установленным в исследуемую модель электрической цепи, позволяет измерить токи, напряжения и их начальные фазы на любом участке электрической цепи. Для связи блока с электрической схемой служат блоки измерений Multimeter, Voltage Measurement, Current Measurement. Кроме того, блок Powergui позволяет связать пакет расширения Power System Blockset с пакетом расширения Control System. Это обеспечивает возможность исследовать частотные характеристики и переходные процессы в электрических цепях. Окно настройки блока показано на рис. 1.22. В левом поле отражаются измеряемые величины. Справа кнопки и флажки позволяют выбрать величины для измерения. В выпадающем меню первого поля задаются измеряемые значения (амплитудное или действующее).

В выпадающем меню второго поля задается частота. Включенный флажок States позволяет измерить переменные состояния (токи в индуктивностях, напряжения на конденсаторах). Включенный флажок Measurer позволяет измерить все величины, выбранные в окне блока Multimeter. Включенный флажок Sources позволяет измерить токи и напряжения источников, а включенный флажок Nonlinear — токи и напряжения в нелинейных элементах.

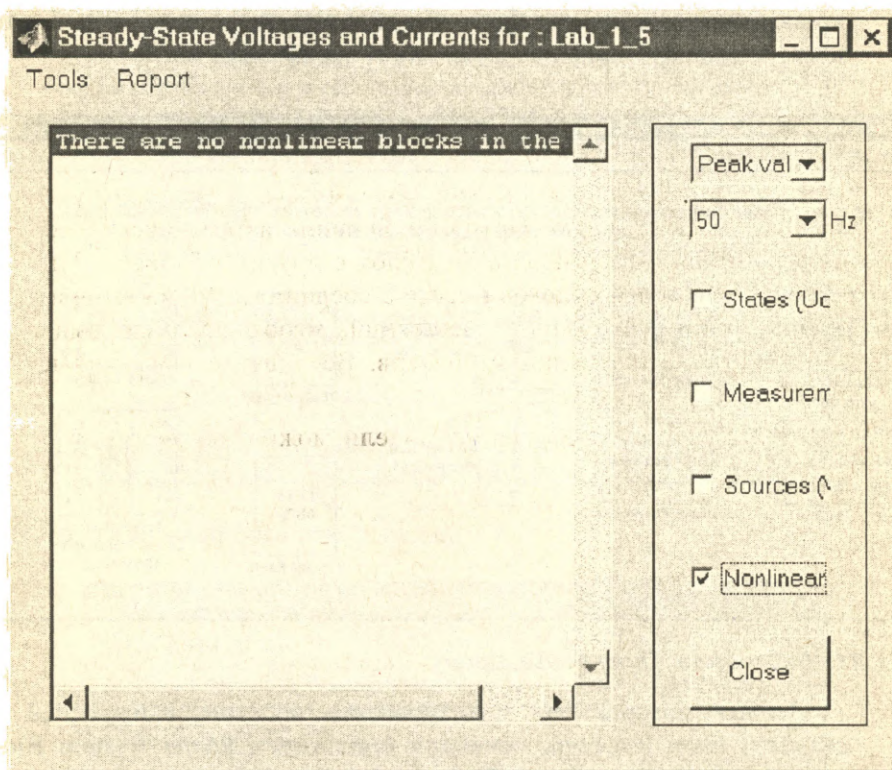


Рис. 1.22. Окно настройки блока Powergui

1.4. Операции с блоками

Копирование блоков из одного окна в другое проводится следующим образом: открывается нужная библиотека или окно модели-прототипа и нужный блок перетаскивается мышью в окно создаваемой (редактируемой) модели.

Блоки можно копировать и при помощи команд меню. Последовательность действий при этом такова:

1. В окне библиотеки или модели выделяется блок (блоки), подлежащий копированию;
2. Выбирается в меню Edit (Правка) активного окна команда Copy (Копировать);
3. Сделать активным окно, в которое нужно скопировать блок, и выбрать в нём команду Paste (Вставить) из меню Edit (Правка).

Каждому скопированному блоку SimuLink присваивает имя.

Первый скопированный блок будет иметь то же имя, что и блок в библиотеке. Каждый следующий блок того же типа будет иметь такое же имя с добавлением порядкового номера. Пользователь может переименовать блок. При копировании блок получает те же значения настраиваемых параметров, что и блок-оригинал.

Перестановка блока внутри модели осуществляется путём перетаскивания его мышью. При этом Simulink автоматически перерисовывает линии, связывающие этот блок с другими блоками. Чтобы переставить несколько блоков вместе с соединительными линиями и сохранением относительных расстояний, необходимо их выделить и перетащить мышью один из блоков. Все другие выделенные блоки также займут новые места.

Копирование блоков одной модели можно выполнить двумя способами:

1. Перетащить блок в нужное положение, удерживая при этом клавишу <Ctrl>;
2. Перетащить блок, удерживая нажатой правую кнопку мыши, при этом к новому блоку добавляется очередной порядковый номер.

На **рис. 1.23** представлен результат копирования блоков Score и XY Graph.

Установка параметров блока. Функции, которые выполняет блок, зависят от значений параметров блока. Установка этих значений осуществляется в окне настройки, которое вызывается после двойного щелчка на изображении блока в блок-схеме.

Удаление блоков. Для удаления ненужных блоков из блок-схемы достаточно выделить эти блоки так, как было указано ранее, и нажать клавишу или <Backspace>. Можно также вызвать команду Clear (Очистить) или Cut (Вырезать) из меню Edit (Правка) окна блок-схемы. Если использована команда Cut, то в дальнейшем удаленные блоки можно скопировать в модель при помощи команды Paste (Вставить) того же меню.

Отсоединение блока. Чтобы отсоединить блок от линий, достаточно нажать клавишу <Shift> и, не отпуская её, перетащить блок в другое место.

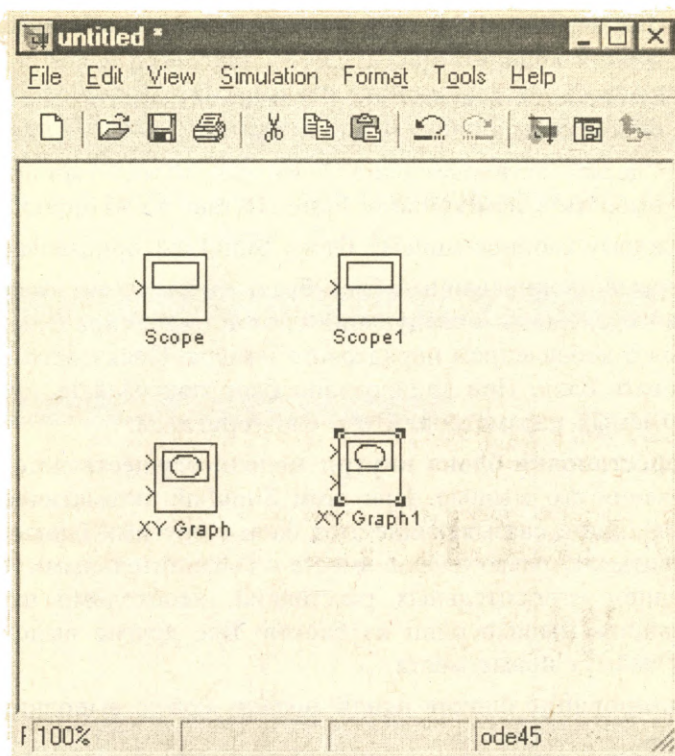


Рис. 1.23. Копирование блоков

Изменение угловой ориентации блока. В начальном состоянии сигнал проходит через блок слева направо (по левую сторону располагаются входы блока, а по правую сторону — выходы). Чтобы изменить угловую ориентацию блока надо:

- выделить блок, который нужно повернуть;
- выбрать в меню Format (Формат) окна блок-схемы одну из следующих команд: Flip Block (Поворот блока на 180 градусов) или Rotate Block (Поворот блока по часовой стрелке на 90 градусов).

Изменение размеров блока. Изменение размеров блока выполняется следующим образом. Выделяется блок и устанавливается указатель мыши на одну из угловых меток блока. Форма указателя при этом изменится — он примет вид двунаправленной стрелки. Надо захватить мышью эту метку и перетянуть её в новое положение.

Изменение и перемещение имени блока. Все имена блоков в модели должны быть уникальными и состоять хотя бы из одного символа. Чтобы изменить имя блока, нужно выполнить щелчок на имени, а затем, используя обычные приёмы редактирования, внести необходимые изменения.

Для изменения шрифта следует выделить блок, вызвать команду Font (Шрифт) из меню Format (Формат) окна модели и затем выбрать шрифт в открывшемся диалоговом окне.

По умолчанию имя блока располагается следующим образом. Если блок ориентирован слева направо, то имя находится под блоком; если справа налево — над блоком; если же сверху вниз или снизу вверх — по правой стороне блока.

Изменить местоположение имени выделенного блока можно двумя способами:

- перетащить имя мышью на противоположную сторону блока;
- воспользоваться командой Flip Name из меню Format окна модели — она также переносит имя на противоположную сторону блока.

Скрыть имя блока можно, используя команду Hide Name (Скрыть имя) меню Format окна модели. Чтобы восстановить отображение имени, следует воспользоваться командой Show Name (Показать имя) того же меню.

Создание соединительных линий. Сигналы в модели передаются по линиям. Каждая линия может передавать или скалярный, или векторный сигнал. Линия соединяет выходной порт одного блока с входным портом другого блока. Линия может также разветвляться и соединять выходной порт одного блока с входными портами нескольких блоков.

Создание линии между блоками. Чтобы соединить выходной порт одного блока с входным портом другого, нужно выполнить следующие действия:

- установить указатель мыши на выходной порт первого блока (при этом курсор должен принять форму перекрестия);
- нажать левую кнопку мыши и, удерживая её в этом положении, передвинуть указатель к входному порту второго блока;
- отпустить кнопку мыши.

Simulink заменит символы портов соединительной линией с указанием направления передачи сигнала. Именно таким образом (на **рис. 1.24**) выход блока Save Wave соединён с входом блока XY Graph.

Линии можно рисовать как от входного порта к выходному, так и наоборот.

По умолчанию SimuLink рисует соединительные линии, состоящие из горизонтальных и вертикальных сегментов. Чтобы построить линию под углом 45 градусов, необходимо в процессе рисования удерживать клавишу <Shift>.

Создание разветвления линии. Линия, которая ответвляется, начнется с существующей и передаёт её сигнал к входному порту другого

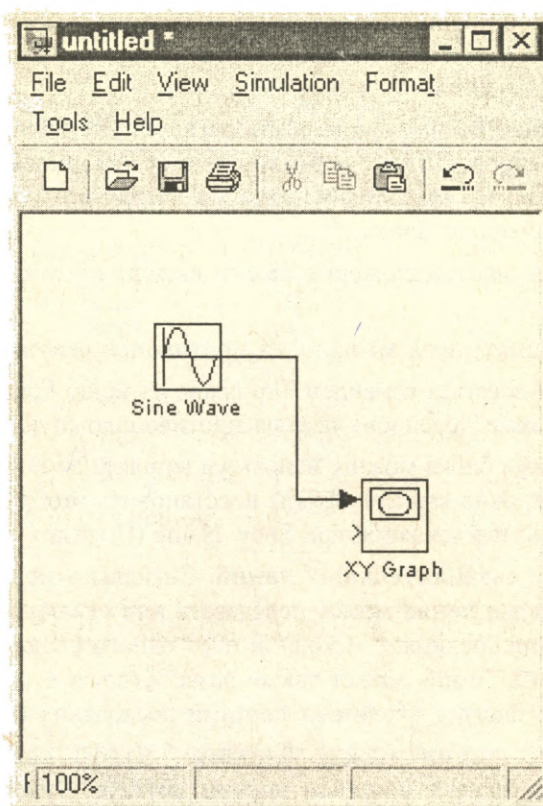


Рис. 1.24. Соединение блоков

блока. Как существующая, так и ответвленная линии передают один сигнал. Разветвленная линия дает возможность передать один и тот же сигнал к нескольким блокам. Чтобы образовать ответвление от существующей линии, необходимо выполнить следующие действия:

- установить курсор в точку ответвления;
- нажать правую кнопку мыши, удерживать ее нажатой;
- провести линию к входному порту нужного блока, отпустить правую кнопку мыши.

Создание сегмента линии. Блоки можно соединять ломаными линиями, состоящими из нескольких сегментов. Для создания следующего сегмента необходимо установить курсор в конец предыдущего сегмента и нарисовать, удерживая левую клавишу мыши, следующий сегмент.

Перемещение сегмента линии. Чтобы переместить отдельный сегмент линии, необходимо выполнить следующие действия:

- установить указатель на перемещаемом сегменте;

- нажать и удерживать левую кнопку мыши (курсор при этом должен принять форму креста);
- переместить указатель в новое положение сегмента и отпустить кнопку мыши.

Сегмент, непосредственно прилегающий к порту блока, переместить невозможно.

Деление линии на сегменты. При необходимости линию можно разделить на два сегмента. Для этого следует выполнить следующие действия:

- выделить линию и установить курсор в точку излома линии;
- нажать клавишу <Shift> и левую кнопку мыши; курсор при этом примет форму окружности, а на линии образуется излом;
- переместить курсор (излом) в новое положение;
- отпустить клавишу <Shift> и кнопку мыши.

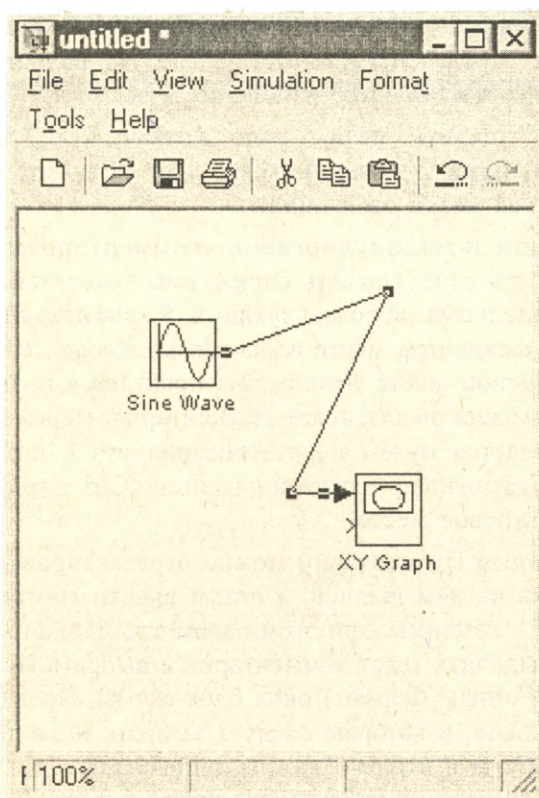


Рис. 1.25. Деление линии на сегменты

Результат этих действий представлен (на рис. 1.25), где линия, соединяющая блоки Sine Wave и XY Graph1, разделена на несколько сегментов.

Перемещение излома линии. Чтобы переместить излом линии, достаточно перетянуть мышью точку излома в новое положение.

Проставление меток сигналов и комментариев. Для наглядности и удобства блок-схемы линии можно снабдить метками, указывающими, какие сигналы по ним проходят. Метки размещают под или над горизонтальной линией, по левую или по правую сторону от вертикальной линии. Метка может быть расположена в начале, в конце или по середине линии.

Создание и манипулирование метками сигналов. Чтобы создать метку сигналов, нужно дважды щелкнуть на сегменте линии и затем ввести текст метки. Причем двойной щелчок следует выполнять точно на линии, т. к. в противном случае будет создан комментарий к модели.

Перемещение метки осуществляется путём перетаскивания её мышью на новое место. Если при этом удерживать нажатой клавишу <Ctrl>, то метка будет скопирована в новое место. Скопировать метку можно также, выполнив двойной щелчок на другом сегменте линии.

Чтобы отредактировать метку, следует щелкнуть на ней и затем внести соответствующие изменения в её текст.

Чтобы удалить метку, надо выделить её, удерживая клавишу <Shift>, и нажать клавишу или <Backspace>. При этом будут удалены все метки этой линии.

Создание и манипулирование комментарием. Комментарии дают возможность сопровождать блок-схемы текстовой информацией о модели и отдельных её составляющих. Комментарии можно проставлять в любом свободном месте блок-схемы. После двойного щелчка в любом свободном месте блок-схемы появляется прямоугольная рамка, в которую можно ввести текст комментария. Перемещение комментария осуществляется путём перетаскивания его с помощью мыши. Если при этом удерживать нажатой клавишу <Ctrl>, комментарий будет скопирован в новое место.

Созданный комментарий можно отредактировать. Для этого нужно выполнить на нем щелчок, а потом внести соответствующие изменения. Чтобы изменить при этом параметры шрифта комментария, необходимо выделить текст комментария и выбрать команду Font (Шрифт) из меню Format (Формат) окна блок-схемы. После этого появится диалоговое окно, в котором следует выбрать название шрифта, его размер, атрибуты и стиль и нажать кнопку ОК.

Комментарий можно удалить. Для этого выделите его, удерживая клавишу <Shift>, и нажмите клавишу или <Backspace>.

Глава 2

ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

2.1. Основные понятия и законы электрических цепей [7, 8]

2.1.1. Ток, напряжение и энергия в электрической цепи

Электрический ток и напряжение являются основными величинами, характеризующими состояние электрической цепи. Электрический ток представляет собой упорядоченное движение электрических зарядов. Величина тока определяется скоростью изменения заряда во времени:

$$i = \frac{dq}{dt} . \quad (2.1.1)$$

В системе СИ ток выражается в амперах (А), заряд — в кулонах (Кл), время — в секундах (с). На схемах для расчета электрической цепи направление тока указывается стрелкой. Протекание электрического тока и перенос зарядов в электрической цепи связаны с преобразованием или потреблением энергии. Для определения энергии, необходимой на перенос зарядов, вводят величину напряжения. Напряжение определяется как количество энергии, которое затрачивается на перенос заряда из одной точки в другую:

$$u = \frac{dw}{dq} , \quad (2.1.2)$$

где w — энергия в джоулях (Дж), q — заряд в кулонах (Кл), u — напряжение в вольтах (В). При расчете электрической цепи направление напряжения указывается стрелкой. Обычно до конца расчета электрической цепи направления токов и напряжений неизвестны, поэтому до начала расчета эти направления выбираются произвольно. Удобно условные направления тока и напряжения на одном и том же участке цепи выбирать согласованными.

Из определения напряжения (2.1.2) можно получить выражение для энергии, затрачиваемой на перемещение заряда q на участке цепи с напряжением u к моменту времени t .

$$w = \int_0^q u dq = \int_{-\infty}^t u i dt. \quad (2.1.3)$$

Дифференцирование энергии по времени определяет мощность, которая в системе СИ выражается в ваттах (Вт).

$$p = \frac{dw}{dt} = ui. \quad (2.1.4)$$

Мощность в электрической цепи равна произведению напряжения на ток. Знак мощности определяется знаками напряжения и тока: при совпадении этих знаков мощность положительна, что соответствует потреблению энергии на участке цепи; при несовпадении этих знаков на данном участке цепи имеет место отдача энергии (такой участок является источником энергии).

2.1.2. Пассивные элементы электрических цепей. Основные законы

Любая реальная электрическая цепь, потребляющая или преобразующая энергию, может быть заменена эквивалентной схемой замещения (математическим аналогом). Элементами схемы замещения являются: активное сопротивление (резистор или просто сопротивление), индуктивность и емкость. Отсюда видно, какое преимущество дает применение схем замещения. Реальных электротехнических устройств, очевидно, великое множество и все они при расчете могут быть заменены всего тремя элементами.

Активное сопротивление (R) — это идеализированный пассивный элемент электрической цепи, в котором происходит только необратимое преобразование электромагнитной энергии в теплоту или

другие виды энергии. Этот пассивный элемент не накапливает энергии ни в магнитных, ни в электрических полях. По свойствам к этому идеальному элементу близки такие реальные устройства, как реостаты, угольные сопротивления, лампы накаливания, электропечи и др. Условное графическое обозначение сопротивления представлено на **рис. 2.1** Связь между напряжением и током на сопротивлении при выбранных на **рис. 2.1** направлениях определяется **законом Ома**.

$$u = Ri; \quad i = Gu; \quad G = \frac{1}{R}. \quad (2.1.5)$$

Величина G , обратная сопротивлению, называется проводимостью. В системе СИ сопротивление выражается в омах (Ом), а проводимость в сименсах (Сим). С математической точки зрения сопротивление является коэффициентом пропорциональности между током и напряжением.

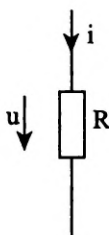


Рис. 2.1

Мощность, выделяемая в сопротивлении в виде теплоты, согласно соотношениям (2.1.4), (2.1.5), выражается законом Джоуля — Ленца:

$$p = ui = Ri^2 = Gu^2. \quad (2.1.6)$$

Мощность в сопротивлении является квадратической функцией тока или напряжения, она всегда положительна; следовательно, энергия всегда поступает в элемент.

Индуктивность (L) — это пассивный элемент, в котором происходит только накопление энергии магнитного поля, связанное с протеканием электрического тока. Потери и накопление энергии электрического поля отсутствуют.

Условное графическое обозначение индуктивности показано на **рис. 2.2, а**. В первом приближении этим устройством может служить высококачественная катушка (**рис. 2.2, б**). Протекающий по катушке

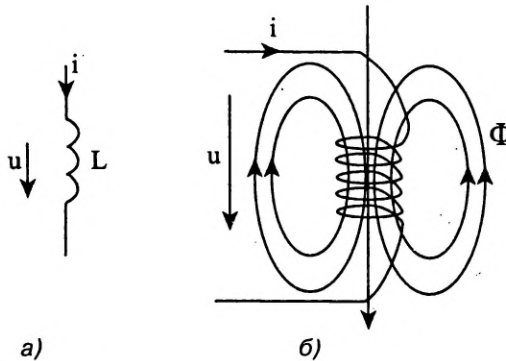


Рис. 2.2, а, б.

ток вызывает магнитный поток, линии магнитного потока сцеплены с витками; при этом вводится понятие **потокосцепления**:

$$\psi = \sum_{k=1}^N \Phi_k = Li, \quad (2.1.7)$$

где N — число витков катушки.

Таким образом, с математической точки зрения индуктивность является коэффициентом пропорциональности между потокосцеплением и током. В электрической цепи согласно закону электромагнитной индукции напряжение на катушке уравнивается скоростью изменения потокосцепления, поэтому при принятых на **рис. 2.1** направлениях

$$u = \frac{d\psi}{dt} = L \frac{di}{dt}. \quad (2.1.8)$$

Из выражения (2.1.8) можно определить ток по заданному напряжению, проинтегрировав обе части выражения в пределах от $-\infty$ до t .

$$i = \frac{\psi}{L} = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u dt = \frac{1}{L} \left(\int_{-\infty}^0 u dt + \int_0^t u dt \right) = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t u dt. \quad (2.1.9)$$

Здесь $i(0)$ — начальный ток, т. е. значение тока в момент времени $t = 0$, которое учитывает все процессы в элементе до этого момента.

Мощность в индуктивности равна:

$$p = ui = Li \frac{di}{dt}. \quad (2.1.10)$$

При совпадении знаков тока и напряжения происходит накопление энергии и мощность положительна, при несовпадении знаков мощность отрицательна, что означает отдачу индуктивностью энергии. Энергия в индуктивности определяется из (2.1.10) интегрированием обеих частей равенства:

$$w_L = \int_0^i p dt = \int_0^i L i di = \frac{L i^2}{2}. \quad (2.1.11)$$

Энергия в индуктивности определяется значением тока в данный момент, она пропорциональна квадрату тока и поэтому не может принимать отрицательных значений.

Емкость (C) — это пассивный элемент, в котором происходит накопление энергии только в электрическом поле. Условное графическое изображение емкости показано на **рис. 2.1.3, а**. Близок к этому элементу конденсатор с хорошим диэлектриком при относительно невысоких частотах. При приложении к конденсатору напряжения на его обкладках появляются заряды (**рис. 2.1.3, б**) и в диэлектрике возникает электрическое поле. При этом заряд на обкладках конденсатора будет пропорционален напряжению

$$q = C u. \quad (2.1.12)$$

где коэффициентом пропорциональности выступает емкость конденсатора. Ток в емкости находится из (2.1.1).

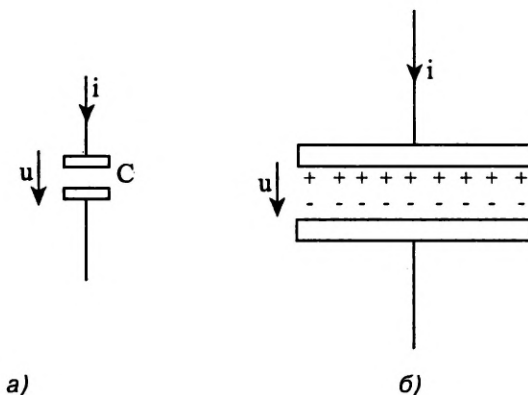


Рис. 2.1.3

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt}. \quad (2.1.13)$$

Если задан ток, то, проинтегрировав обе части выражения (2.1.13) в пределах от $-\infty$ до t , можно определить напряжение на емкости

$$u = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i dt = u(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i dt. \quad (2.1.14)$$

Мощность в емкости равна:

$$p = ui = Cu \frac{du}{dt}. \quad (2.1.15)$$

Мощность положительна при одинаковых знаках напряжения и тока, когда емкость потребляет энергию, и отрицательна при различных знаках, когда емкость отдает энергию.

Энергия, запасаемая в емкости, аналогично (2.1.11) определится из уравнения

$$w_C = \int_0^t p dt = \int_0^u C u du = \frac{Cu^2}{2}. \quad (2.1.16)$$

Энергия в емкости определяется напряжением, она пропорциональна квадрату напряжения и остается всегда положительной.

2.1.3. Активные элементы электрической цепи

Под активными элементами электрической цепи понимаются источники электрической энергии. Примерами реальных источников электрической энергии могут служить электрические генераторы постоянного и переменного тока, аккумуляторы, солнечные батареи и др. Источники возбуждают электрическую цепь и являются причиной возникновения токов и напряжений в ней. Для анализа и расчета электрической цепи удобно вводить идеализированные источники двух видов: источник напряжения и источник тока, которые учитывают основные свойства реальных источников. При соответствующем дополнении идеализированных источников моделями пассивных элементов можно передать все свойства реальных источников электрической энергии.

Источник эдс. Под источником эдс понимают такой элемент с двумя выводами (полюсами), напряжение между которыми не зависит от

тока, который отдается источником во внешнюю цепь. Независимости напряжения на выводах источника от тока соответствует вольт-амперная характеристика, представленная на **рис. 2.1.4, а** сплошной линией и означающая, что внутреннее сопротивление источника (r), где возможно падение напряжения, равно нулю. Такой идеализированный источник способен отдавать во внешнюю цепь неограниченную мощность. В реальном источнике всегда присутствует внутреннее сопротивление. С ростом отдаваемого тока на этом сопротивлении растет падение напряжения. При этом уменьшается напряжение на выводах источника. Вольт-амперная характеристика реального источника показана на **рис. 2.1.4, а** пунктиром. Условное графическое изображение источника эдс представлено на **рис. 2.1.4, б**. Положительная полярность источника обозначается стрелкой.

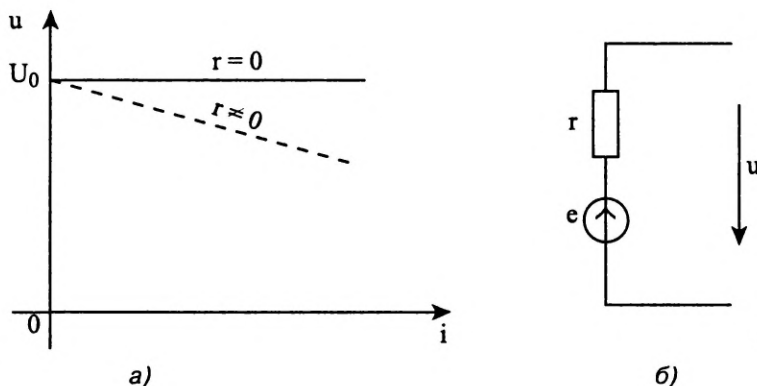


Рис. 2.1.4 а, б

Источник тока. Под источником тока понимают такой активный элемент электрической цепи, ток на выходе которого не зависит от нагрузки. Независимости тока от нагрузки соответствует вольт-амперная характеристика идеального источника тока, показанная на **рис. 2.1.5, а** сплошной линией и означающая, что внутренняя проводимость источника (G), куда может ответвиться ток, равна нулю. Такой идеализированный источник способен отдавать во внешнюю цепь неограниченную мощность. В реальном источнике всегда присутствует внутренняя проводимость. С ростом напряжения на нагрузке растет ток, ответвляющийся во внутреннюю проводимость, и уменьшается ток во внешней цепи. Вольт-амперная характеристика реального источника показана на **рис. 2.1.5, а** пунктиром. Условное графическое изображение источника тока представлено на **рис. 2.1.5, б**. Положительная полярность источника обозначается стрелкой.

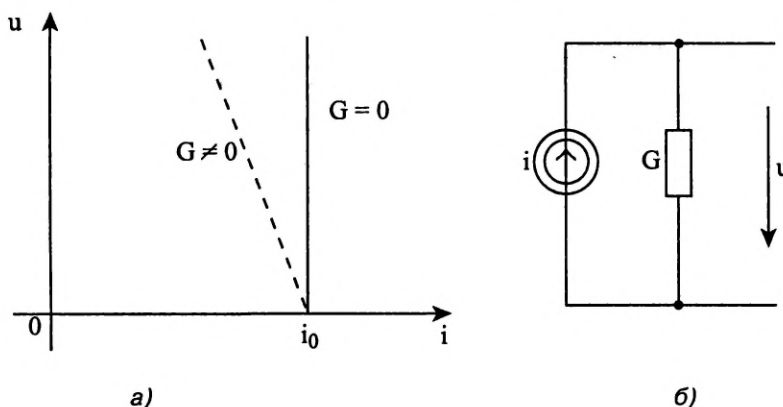


Рис. 2.1.5

2.1.4. Законы Кирхгофа

Выше рассмотрены три основных закона, связывающих напряжение и ток пассивных R , L , C элементов. Для расчета любых электрических цепей необходимо использовать еще два закона, отражающих топологию электрической цепи. Эти законы носят названия законов Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа гласит: **алгебраическая сумма токов в узле равна нулю**. Здесь в понятии «алгебраическая сумма» учитываются направления токов.

Второй закон Кирхгофа гласит: **в любом замкнутом контуре алгебраическая сумма источников эдс равна алгебраической сумме напряжений на пассивных элементах**.

Здесь также учитываются направления эдс и направления токов в пассивных элементах.

На рис. 2.1.6 представлена произвольная электрическая цепь и математическая запись первого закона Кирхгофа для узла 1 и второго закона Кирхгофа для контура 2. Для полного математического описания электрической цепи по первому закону Кирхгофа необходимо составить столько уравнений сколько узлов без одного $(Y-1)$, а число уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа должно быть равно числу ветвей минус узлы без одного $(B-(Y-1))$.

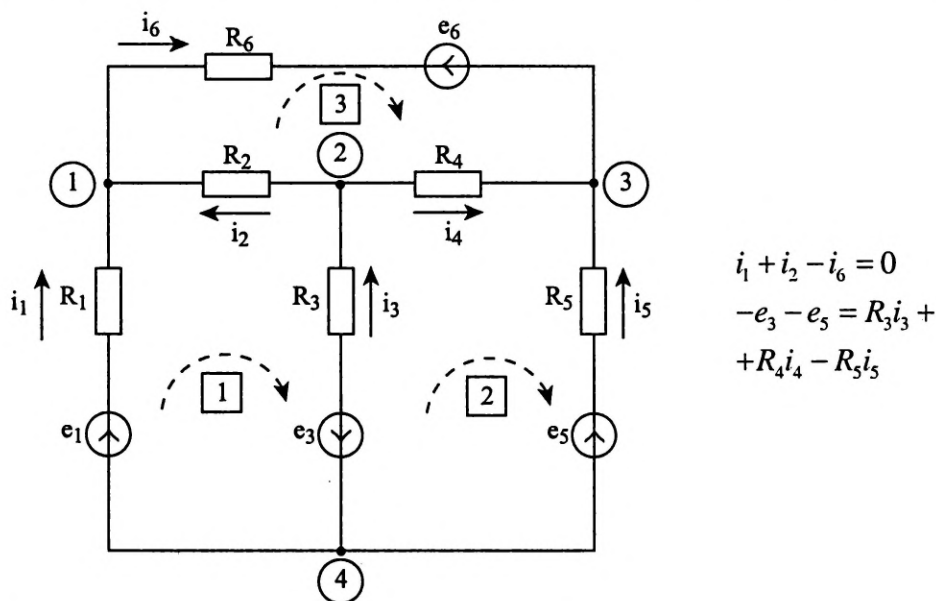


Рис. 2.1.6

2.1.5. Основные характеристики синусоидальных токов и напряжений

Мгновенное значение синусоидального переменного тока изменяется во время по закону

$$i(t) = I_m \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi_i\right) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i). \quad (2.1.17)$$

Графическое изображение (временная диаграмма) такого тока приведено на рис. 2.1.7, а. Максимальное значение тока I_m называется амплитудой. Время T , за которое совершается одно полное колебание тока, называется его периодом. Величина f , обратная периоду, называется частотой тока и измеряется в герцах (Гц).

Поскольку синусоидальная функция имеет угловой период, равный $2\pi f$, то часто используется понятие угловой частоты $\omega = 2\pi f$ (рад/с). Аргумент синусоидального тока $(\omega t + \varphi_i)$ называется его фазой и характеризует состояния колебания, т. е. его численное значение в данный момент времени t . Угол φ_i , определяющий значение фазы при $t = 0$, называется начальной фазой. Наибольшее распространение в странах

СНГ и в странах Западной Европы получили установки синусоидального переменного тока с частотой 50 Гц, которая принята за стандартную.

Аналогично определяются основные величины, характеризующие синусоидальные напряжения или эдс. Разность начальных фаз напряжения (или эдс) φ_u и тока φ_i называется сдвигом фаз $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$.

Векторные диаграммы

Расчеты в цепях с синусоидальными напряжениями и токами весьма упрощаются, если вместо синусоид оперировать с их **изображениями — вращающимися векторами**.

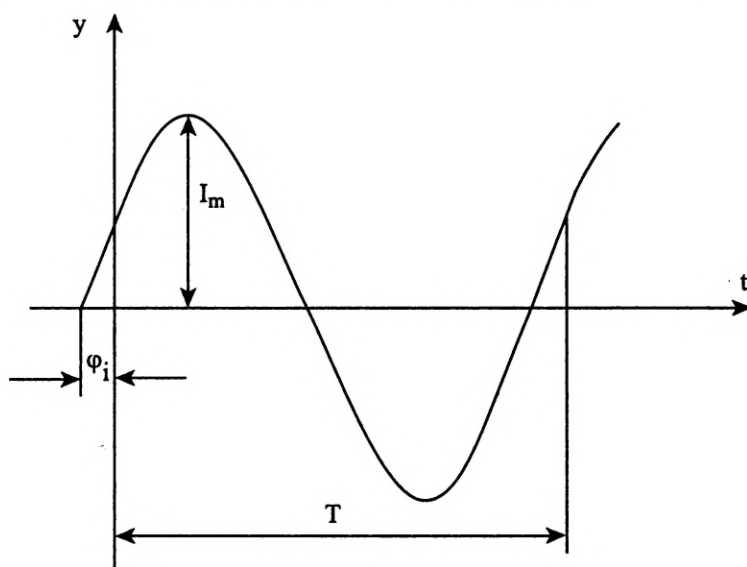
Пусть xOy является прямоугольной системой осей и пусть положительные углы откладываются против направления вращения стрелки часов (**рис. 2.1.7, б**) относительно оси Ox . Если нужно найти, например, мгновенные значения синусоиды эдс $e = E_m \sin \omega t$, то для этого можно взять вектор OA , длина которого равна в выбранном масштабе максимальному значению эдс E_m ; считать начальным положением OA_0 вектора такое, при котором он образует с осью Ox угол, равный начальной фазе, т. е. в данном случае совпадает с Ox ; вращать его в положительном направлении с постоянной угловой скоростью, равной угловой частоте ω . Тогда угол, который вектор образует с осью Ox в момент времени t , будет равен ωt и мгновенное значение эдс e для этого момента времени будет равно проекции Oa вектора на ось Oy :

$$Oa = OA \cos\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) = E_m \sin \omega t = e. \quad (2.1.18)$$

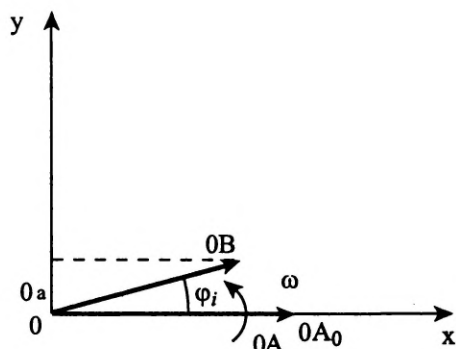
Проекция вектора OA на ось Oy для начального момента времени $t = 0$ будет равна нулю, для момента времени $t = \frac{T}{4}$, когда вектор повернется на угол $\frac{\pi}{2}$, проекция будет равна E_m ; полный цикл изменения эдс получится за один полный оборот вектора OA .

Таким же образом можно находить мгновенные значения тока $i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$, с той разницей, что для начального момента времени вектора OB , изображающего в выбранном масштабе максимальное значение тока I_m , вектор необходимо направить так, чтобы он образовал с осью Ox угол φ_i , равный начальной фазе тока (**рис. 1.2.7, б**).

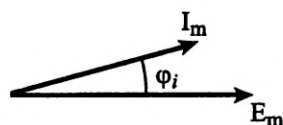
Таким образом, можно условиться изображать синусоидальную функцию вектором, длина которого определяется максимальным её



а)



б)



в)

Рис. 2.1.7

значением, а направление — ее начальной фазой; при этом положительная начальная фаза откладывается от горизонтальной положительной полуоси в сторону вращения векторов против часовой стрелки.

В результате получается **векторная диаграмма**, которая для рассмотренного выше примера эдс и тока изображена на рис. 2.1.7, в.

Векторы, изображающие синусоидальные функции времени, имеют совсем другой смысл, чем векторы, изображающие, например, силы в механике. Вектор силы дает ее величину и направление в пространстве, тогда как вектор, изображающий синусоиду, является вектором вращающимся, дающим своей проекцией на неподвижную ось мгновенное значение синусоиды; такой вектор чертится в начальном своём положении, которое дает начальную фазу синусоиды, но, конечно, не направление изображаемой величины в пространстве. Подобным вектором можно изображать любую синусоидально изменяющуюся величину, в том числе скалярную — эдс, ток, напряжение, поток и т. п.

Векторные диаграммы особенно удобны при сложении или вычитании синусоид одинаковой частоты, т. к. результатом будет также синусоида той же частоты.

При сложении нескольких синусоид нужно складывать их мгновенные значения, т. е. проекция векторов, изображающие эти синусоиды, но так как сумма проекции векторов на какую либо ось равна проекции геометрической суммы этих векторов на ту же ось, то эта геометрическая сумма и будет вектором, изображающим результирующую синусоиду. Длина вектора даст амплитуду результирующей синусоиды, угол с горизонтальной положительной полуосью — ее начальную фазу.

Так, например, для двух синусоид

$$e_1 = E_{m1} \sin(\omega t + \varphi_1) \text{ и } e_2 = E_{m2} \sin(\omega t + \varphi_2) \quad (2.1.19)$$

изображаемых векторами OA_1 и OA_2 на рис. 2.1.8, вектор OA , изображающий суммарную синусоиду

$$e = E_m \sin(\omega t + \varphi_e), \quad (2.1.20)$$

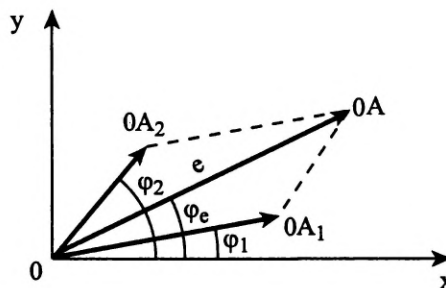


Рис. 2.1.8

будет геометрической суммой векторов OA_1 и OA_2 он имеет величину E_m и составляет с осью Ox угол φ_e . Так как синусоиды e_1 и e_2 имеют одну и ту же частоту, изображающие их векторы вращаются с одинаковой угловой скоростью, углы между ними не изменяются, и результирующий вектор сохраняет постоянную длину, вращаясь с той же угловой скоростью.

Аналогично может быть найден вектор, изображающий результирующую синусоиду, при вычитании двух синусоид. Следовательно, алгебраической сумме синусоид, т. е. сумме их мгновенных значений, соответствует геометрическая сумма, изображающая эти синусоиды векторов.

2.1.6. Особенности цепей переменного тока

Во всякой электрической цепи происходит превращение электрической энергии в тепловую; цепь окружена электромагнитным полем, составляющими которого являются электрическое и магнитное поле. Выделение тепла определяется сопротивлением и током, электрическое поле — емкостью и напряжением, магнитное поле — индуктивностью и током этой цепи. Сопротивление, индуктивность и емкость являются параметрами цепи.

В значительном числе случаев на отдельных участках цепи те или иные её свойства проявляются так сильно, что другими свойствами можно пренебречь; так, например, индуктивностью и ёмкостью электрической лампы накаливания можно пренебречь и считать её имеющей лишь сопротивление, электрический конденсатор можно считать имеющим только емкость и т. д. При расчетах реальную цепь можно представить в виде эквивалентной схемы, состоящей из отдельных идеальных участков, каждый из которых обладает только сопротивлением, только индуктивностью или только емкостью. Например, катушку можно заменить схемой двух последовательно соединенных участков, из которых первый обладает только сопротивлением, второй — индуктивностью, емкостью же катушки часто можно пренебречь или учесть ее параллельно подключённым конденсатором.

Соотношение между напряжениями, токами и мощностями цепи подчинены законам Ома, Фарадея, Кулона, Кирхгофа и Джоуля-Ленца.

Все эти законы справедливы и в цепи переменного тока для мгновенных значений напряжения, токов и мощностей, если эти значения берутся для одного момента времени. Но при переменных напряжениях и токах электрические и магнитные поля тоже переменны и будут

создавать в самой цепи переменные эдс; эти внутренние эдс так же, как и напряжение, приложенное к цепи, необходимо будет учесть при применении основных законов. Таким образом, расчеты цепей сводятся по существу к расчетам эквивалентных схем с сосредоточенными параметрами, что и рассматривается в дальнейшем. Так как в цепях переменного тока напряжения и токи непрерывно изменяют своё направление, для правильного учета знаков при составлении уравнений по закону Ома и Кирхгофа необходимо задаться условным направлением напряжений и токов. Как уже об этом говорилось, целесообразно принять, что напряжение на участках цепи совпадает с направлением токов этих участков.

2.1.7. Сопротивление в цепи синусоидального тока

Пусть к активному сопротивлению (рис. 2.1.9, а) приложено синусоидальное напряжение

$$u = U_m \sin \omega t, \quad (2.1.21)$$

тогда по закону Ома ток определится из выражения

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin \omega t \quad (2.1.22)$$

Ток получает максимальное значение I_m при $\sin \omega t = 1$; тогда

$$I_m = \frac{U_m}{R} \text{ и } i = I_m \sin \omega t. \quad (2.1.23)$$

Следовательно, в цепи с R напряжение и ток совпадают по фазе (рис. 2.1.9, б). На векторной диаграмме вектор напряжения совпадает по направлению с вектором тока. Максимальные значения напряжения и тока подчинены также закону Ома.

Мгновенная мощность p равна произведению мгновенных значений напряжения и тока:

$$p = ui = U_m I_m \sin^2 \omega t = U_m I_m \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} = \frac{U_m I_m}{2} - \frac{U_m I_m}{2} \cos 2\omega t. \quad (2.1.24)$$

Как видно из этого выражения, мгновенная мощность имеет независящую от времени постоянную составляющую $\frac{U_m I_m}{2}$ и переменную составляющую, изменяющуюся по косинусоиду двойной частоты 2ω

с амплитудой $\frac{U_m I_m}{2}$. Кривая мощности изображена на рис. 2.1.9, в.

Мощность равна нулю при $u = 0$ и $i = 0$, всегда положительна и получает максимальное значение в те моменты, когда напряжение и ток также максимальны.

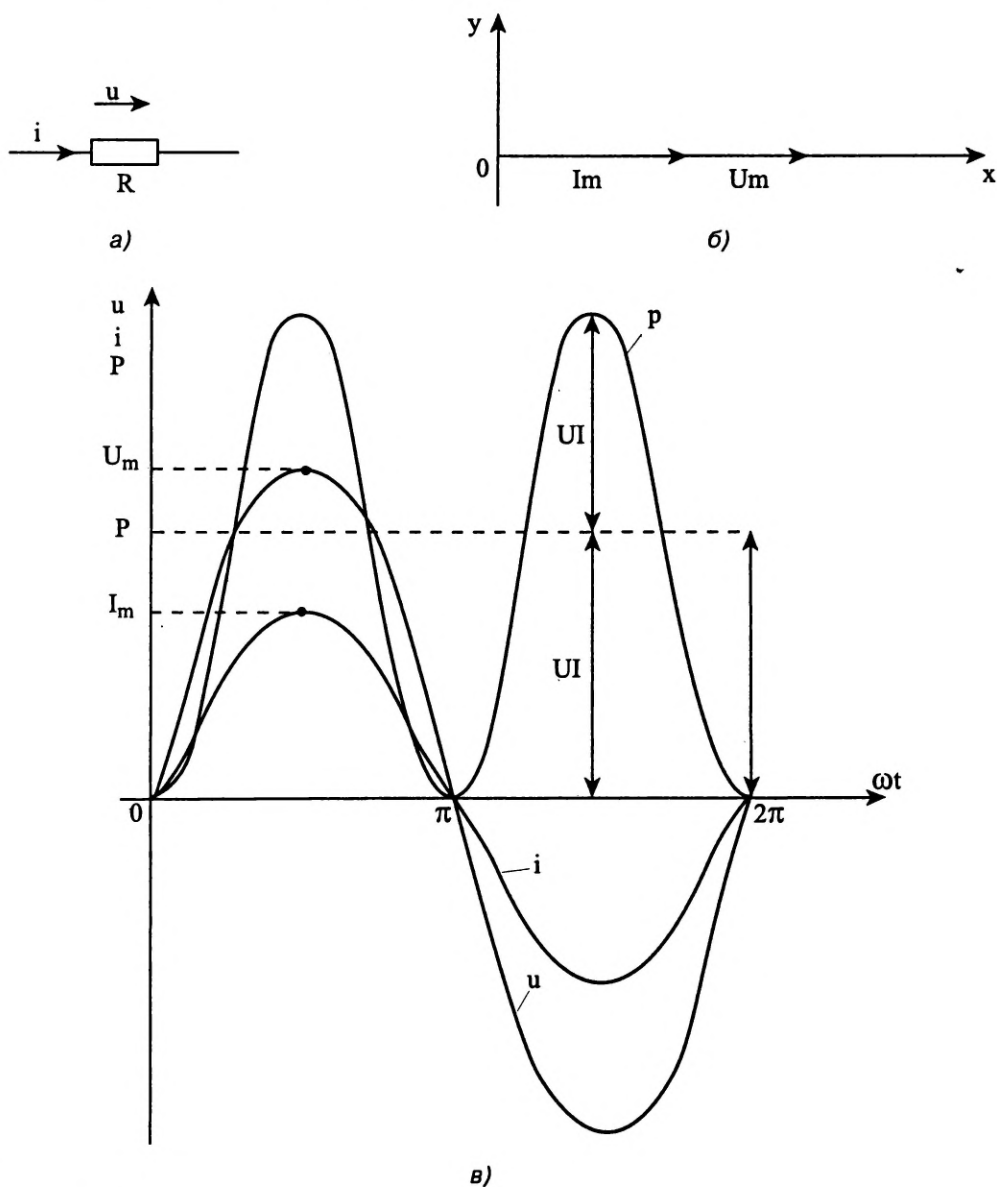


Рис. 2.1.9

Среднее значение мощности за период называется средней мощностью, она равна

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{U_m I_m}{2} dt - \frac{1}{T} \int_0^T \frac{U_m I_m}{2} \cos 2\omega t dt = \frac{U_m I_m}{2}. \quad (2.1.25)$$

Из выражения (2.1.25) видно, что средняя мощность равна постоянной составляющей мгновенной мощности.

Пользуясь зависимостью между максимальными значениями напряжения и тока, выражение для средней мощности можно переписать таким образом:

$$P = \frac{1}{2} U_m I_m = \frac{1}{2} R I_m^2 = \frac{1}{2} \frac{U_m^2}{R}. \quad (2.1.26)$$

Обычно величины переменного напряжения и тока характеризуются действующими значениями. Применительно к току так называется значение постоянного тока I , которое даёт ту же мощность P в том же сопротивлении R :

$$R I^2 = \frac{1}{2} R I_m^2; \quad (2.1.27)$$

следовательно, действующее значение тока равно:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \quad (2.1.28)$$

Аналогично, действующие значения напряжения $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$.

Следовательно, среднюю мощность в активном сопротивлении можно вычислить по выражениям:

$$P = UI = R I^2 = \frac{U^2}{R}. \quad (2.1.29)$$

Энергия, поглощаемая активным сопротивлением, равна

$$w = \int R i^2 dt = \int R (I_m \sin \omega t)^2 dt = R I_m^2 t - \frac{R I_m^2}{2\omega} \sin 2\omega t. \quad (2.1.30)$$

Эта энергия непрерывно растёт, она поставляется источником, питающим цепь.

2.1.8. Индуктивность в цепи синусоидального тока

Пусть по цепи с индуктивностью L (рис. 2.1.10, а) протекает ток $i = I_m \sin \omega t$;

Тогда напряжение на индуктивности будет равно

$$u = L \frac{di}{dt} = \omega L I_m \cos \omega t = U_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (2.1.31)$$

т. е. опережает ток по фазе на 90° .

Временные диаграммы этих величин изображены на рис. 2.1.10, б.

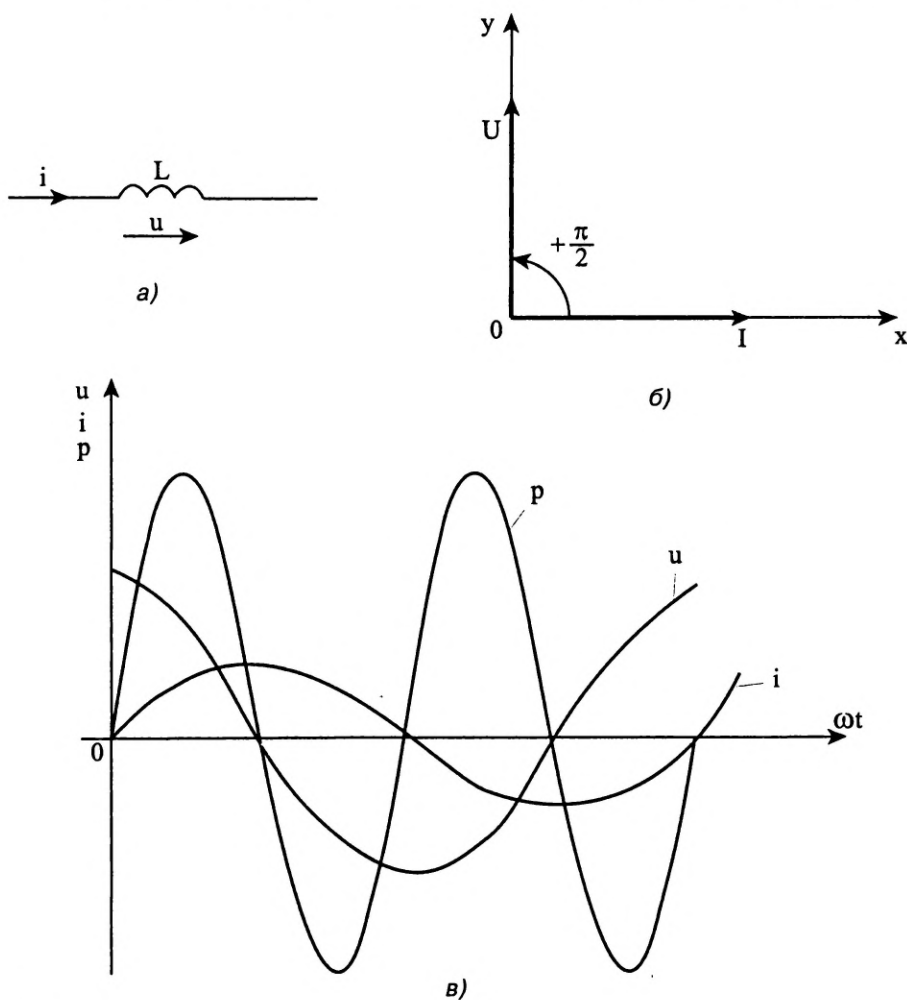


Рис. 2.1.10

Следовательно, в цепи с L напряжение опережает ток по фазе на угол $\frac{\pi}{2}$; этот угол принято считать положительным.

Максимальное значение напряжения $U_m = \omega L I_m$.

Отсюда отношение:

$$\frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} = \omega L = 2\pi fL = x_L \quad (2.1.32)$$

играет роль сопротивления применительно к максимальным и действующим значениям напряжения и тока. Оно носит название реактивного (индуктивного) сопротивления и в системе единиц СИ измеряется в омах.

Индуктивное сопротивление прямо пропорционально индуктивности и частоте, при постоянном токе оно равно нулю.

Отсюда видно, что применять индуктивное сопротивление в соотношениях между мгновенными напряжениями и токами нельзя, так как

$$u = L \frac{di}{dt} \text{ и } i \neq \frac{u}{x_L}. \quad (2.1.33)$$

Векторная диаграмма цепи с индуктивностью показана на **рис. 2.1.10, б**.

Мгновенная мощность, равная произведению мгновенного тока и напряжения

$$p = ui = UI \sin 2\omega t, \quad (2.1.34)$$

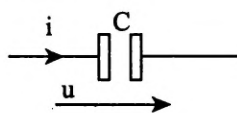
Она изменяется с двойной частотой, будучи положительной, когда энергия поступает в приёмник, и отрицательной, когда приёмник возвращает энергию источнику (**рис. 2.1.10, в**).

Средняя мощность $P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = 0$, т. е. процесс колебания энергии

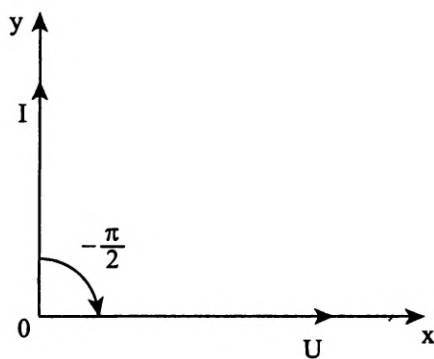
между источником и приёмником не сопровождается потерями.

2.1.9. Емкость в цепи синусоидального тока

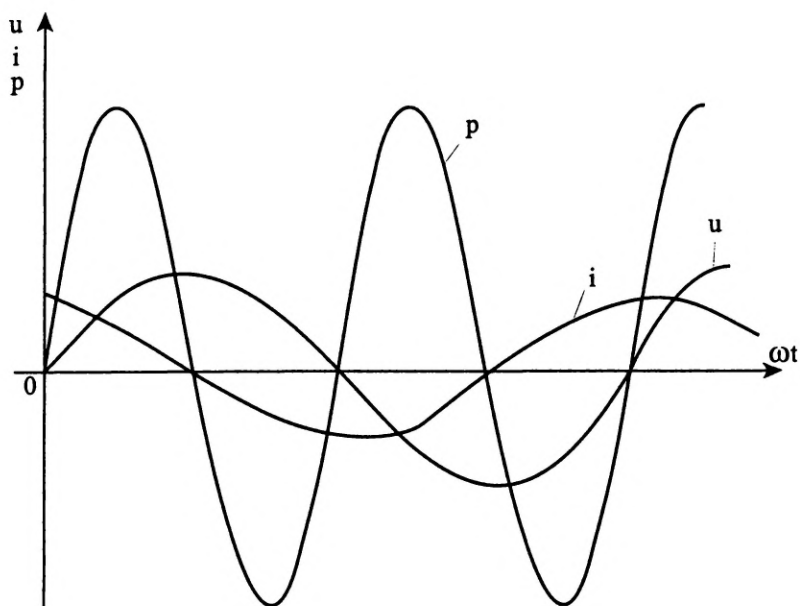
Пусть напряжение на емкости C равно $u = U_m \sin \omega t$; тогда мгновенное значение тока определится из выражения:



а)



б)



в)

Рис 2.1.11

$$i = C \frac{du}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t = I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (2.1.35)$$

Следовательно в цепи с C ток опережает напряжение по фазе на угол $\frac{\pi}{2}$, этот угол принято считать отрицательным.

Максимальное значение тока $I_m = \omega C U_m$

Отсюда частное:

$$\frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = x_C \quad (2.1.36)$$

играет роль сопротивления. Применительно к максимальным и действующим значениям напряжения и тока, оно носит название ёмкостного сопротивления и в системе единиц СИ измеряется в омах.

Ёмкостное сопротивление обратно пропорционально ёмкости и частоте. При постоянном напряжении оно равно бесконечности.

Отсюда видно, что применять ёмкостное сопротивление в соотношениях между мгновенными напряжениями и токами нельзя, так как

$$u = \frac{1}{C} \int i dt \quad \text{и} \quad i \neq \frac{u}{x_C}. \quad (2.1.37)$$

Векторная диаграмма цепи с ёмкостью показана на **рис. 2.1.11, б**.

Мгновенная мощность, равна произведению мгновенных тока и напряжения (**рис. 2.1.11, в**)

$$p = ui = UI \sin 2\omega t. \quad (2.1.38)$$

Средняя мощность $P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = 0$, т. е. процесс колебания энергии

между источником и приёмником не сопровождается потерями.

2.1.10. Цепь с последовательным соединением сопротивления, индуктивности и ёмкости

В соответствии со вторым законом Кирхгофа для цепи с последовательно включёнными активным сопротивлением R , индуктивностью L и ёмкостью C (**рис. 2.1.12, а**) можно записать:

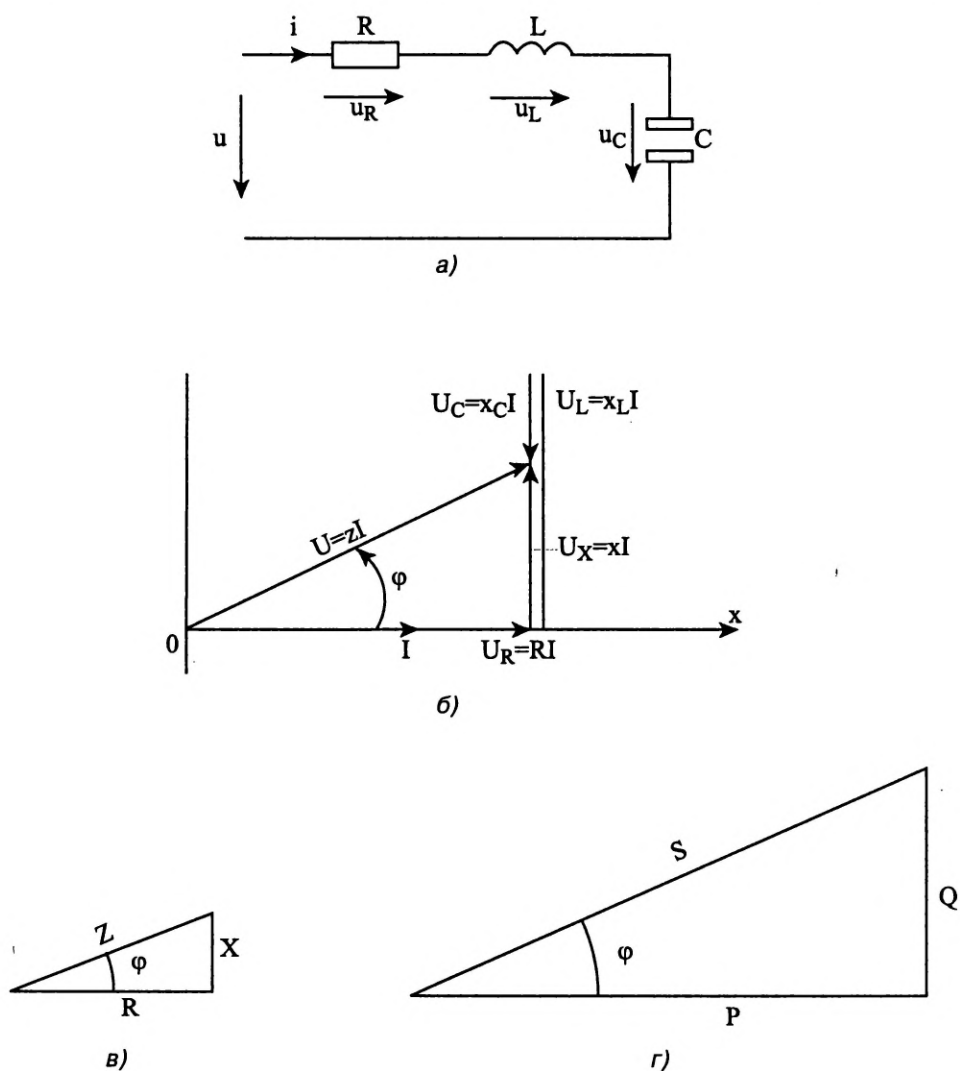


Рис. 2.1.12

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt, \quad (2.1.39)$$

т. е. приложенное напряжение распадается на три напряжения

$$u_R = Ri, \quad u_L = L \frac{di}{dt} \text{ и } u_C = \frac{1}{C} \int idt.$$

Задавшись током цепи $i = I_m \sin \omega t$ и поставив это выражение тока в уравнение напряжения (2.1.39), получим:

$$u = RI_m \sin \omega t + \omega LI_m \cos \omega t - \frac{1}{\omega C} I_m \cos \omega t \quad (2.1.40)$$

Из выражения (2.1.40) можно видеть, что отдельные составляющие напряжения представляют собой синусоиды и, следовательно, суммарное напряжение также будет синусоидальным. Каждое из перечисленных напряжений может быть представлено вектором.

Это построение сделано на рис. 2.1.12, б для векторов, равных по величине действующим значениям. Вектор напряжения на сопротивлении величины $U_R = RI$ совпадает по фазе с вектором тока (см. уравнения 2.1.22, 2.1.40). Напряжение на индуктивности опережает ток на угол $\frac{\pi}{2}$ и, следовательно, вектор индуктивного напряжения (величины

$U_L = \omega LI$) сдвинут относительно вектора тока в положительном направлении на тот же угол. Напряжение на емкости и его вектор

$U_C = \frac{1}{\omega C} I$ противоположен по фазе вектору U_L ; на рис. 2.1.12, б он отложен из конца вектора в противоположную сторону. Замыкающий вектор и есть вектор полного напряжения U .

В результате получается прямоугольный треугольник напряжений с гипотенузой, равной полному напряжению U , катетом, равным активному напряжению U_R и катетом $U_X = U_L - U_C$; напряжение U_X называется реактивным. На диаграмме (рис. 2.1.12, б) преобладает индуктивное напряжение ($U_L > U_C$) и поэтому реактивное напряжение совпадает по фазе с индуктивным.

Из треугольника напряжения видно, что

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{U_R^2 + U_X^2} = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \\ &= \sqrt{(RI)^2 + (\omega LI - \frac{1}{\omega C} I)^2} = I \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}; \end{aligned} \quad (2.1.41)$$

тогда

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2}}. \quad (2.1.42)$$

Сопротивление $x_L - x_C$ называется реактивным и обозначается символом x . Знаменатель выражения для тока

$$\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = \sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2} = \sqrt{R^2 + x^2} = Z \quad (2.1.43)$$

играет роль сопротивления; он носит название полного сопротивления. В системе единиц СИ Z также измеряется в омах.

Следовательно,

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + x^2}} = \frac{U}{Z}. \quad (2.1.44)$$

Полученные выражения могут рассматриваться как аналог закона Ома для цепи переменного тока. Здесь необходимо подчеркнуть, что закон Ома в таком виде справедлив только для максимальных и действующих значений переменного тока и напряжения. Для мгновенных

значений он в таком виде неприменим; написать $i = \frac{u}{z}$ было бы грубой ошибкой.

Вектор тока сдвинут по фазе относительно вектора напряжения на острый угол φ ; на диаграмме (рис. 2.1.12, б) вектор тока отстаёт от вектора напряжения. Угол φ может быть определён из треугольника напряжений:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_x}{U_R} = \frac{xI}{RI} = \frac{x_L - x_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (2.1.45)$$

Если разделить все стороны треугольника напряжения на общий множитель I , получится подобный ему треугольник сопротивлений с гипотенузой Z и катетами R и x (рис. 2.1.12, в). Из этого треугольника определяются соотношения между параметрами цепи:

$$R = Z \cos \varphi, \quad x = Z \sin \varphi, \quad Z = \sqrt{R^2 + x^2}. \quad (2.1.46)$$

Мгновенная мощность цепи равна произведению мгновенных значений напряжения и тока:

$$\begin{aligned} p = ui &= (RI_m \sin \omega t + x_L \cos \omega t - x_C I_m \cos \omega t) I_m \sin \omega t = \\ &= RI_m^2 \sin^2 \omega t + x_L I_m^2 \sin \omega t \cos \omega t - x_C I_m^2 \sin \omega t \cos \omega t. \end{aligned} \quad (2.1.47)$$

После подстановки $\sin^2 \omega t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t)$; $\sin \omega t \cos \omega t = \frac{1}{2} \sin 2\omega t$ выражение для мощности принимает вид:

$$p = (RI^2 - RI^2 \cos 2\omega t) + x_L I^2 \sin 2\omega t - x_C I^2 \sin 2\omega t. \quad (2.1.48)$$

Первый член правой части есть мгновенная активная мощность:

$$p_a = RI^2 - RI^2 \cos 2\omega t. \quad (2.1.49)$$

Эта мощность имеет постоянную составляющую

$$P = rI^2 = U_a I = UI \cos \varphi \quad (2.1.50)$$

и переменную — синусоиду удвоенной частоты с такой же амплитудой. Величина P является, очевидно, средней мощностью за период; она называется также активной мощностью. В системе СИ мгновенная и активная мощность измеряется в ваттах (Вт). Второй и третий члены дают мгновенную мощность индуктивности и емкости

$$p_L = x_L I^2 \sin 2\omega t = U_L I \sin 2\omega t; \quad (2.1.51)$$

$$p_C = -x_C I^2 \sin 2\omega t = -U_C I \sin 2\omega t. \quad (2.1.52)$$

Эти мощности изменяются по синусоидальному закону с двойной частотой, оставаясь постоянно противоположными по фазе; другими словами, когда индуктивность отдает энергию, емкость ее получает, и наоборот. Средние значения p_L и p_C равны нулю. В сумме они дают мгновенную реактивную мощность

$$\begin{aligned} p_r &= p_L + p_C = (x_L - x_C) I^2 \sin 2\omega t = \\ &= x I^2 \sin 2\omega t = U_r I \sin 2\omega t = UI \sin \varphi \sin 2\omega t. \end{aligned} \quad (2.1.53)$$

Амплитуда синусоиды этой мощности

$$xI^2 = U_r I = UI \sin \varphi = Q \quad (2.1.54)$$

называется реактивной мощностью. В системе СИ реактивная мощность измеряется в вольт-амперах реактивных (ВАР). Теперь выражение для мгновенной мощности всей цепи может быть преобразовано:

$$\begin{aligned} p &= UI \cos \varphi - UI \cos \varphi \cos 2\omega t + UI \sin \varphi \sin 2\omega t = \\ &= UI \cos \varphi + UI \sin(2\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}). \end{aligned} \quad (2.1.55)$$

Таким образом, мгновенная, полная мощность S имеет постоянную составляющую $UI \cos \varphi$ и переменную составляющую — синусоиду с амплитудой UI . Мгновенная полная мощность равна нулю тогда, когда $u = 0$ или $i = 0$. Так как амплитуда переменной части UI больше постоянной составляющей $UI \cos \varphi$, мощность в определенные промежутки времени становится отрицательной. Когда мощность положительна, цепь получает энергию от источника; когда мощность отрицательная, цепь отдаёт энергию источнику. Очевидно, возврат энергии источнику получается за счёт энергии поля того из реактивных участков цепи, мощность которого больше. Промежутки времени, в течение которых мощность положительна, больше чем те, при которых мощность отрицательная.

Амплитуда переменной части мгновенной полной мощности

$$UI = ZI^2 = S \quad (2.1.56)$$

называется полной мощностью и измеряется в системе СИ в вольтамперах (ВА).

Если умножить все стороны треугольника сопротивлений на общий множитель I^2 , получается подобный ему прямоугольный треугольник мощностей, с углом у вершины, равным φ , гипотенузой, равной полной мощности $S = ZI^2 = UI$, катетом, равным активной мощности и другим катетом, равным реактивной мощности $Q = xI^2 = UI \sin \varphi$ (рис. 2.1.12, з). Из треугольника мощностей видно, что

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (2.1.57)$$

Рассмотренные выше мощности P , Q , S характеризуют также сложные цепи синусоидального тока. Полная мощность S является весьма характерной для всякой электрической установки, любой электрической машины, аппарата, линии передачи и т. п. Сечение их проводов рассчитывается на ток I таким образом, чтобы провода не перегревались от выделяемого в них тепла. Изоляция рассчитывается на напряжение U ; сердечники электромагнитных механизмов рассчитываются на магнитный поток, который также пропорционален напряжению. Другими словами, любая электрическая установка рассчитывается на напряжение и на ток, т. е. на полную мощность UI , средняя же мощность $UI \cos \varphi \leq UI$, так как $\cos \varphi \leq 1$. Следовательно, полная мощность есть та максимальная активная мощность, которая может быть получена при данных действующих значениях напряжения и тока. Из-за сдвига фаз расчётная (полная) мощность установки используется не полностью; отсюда ясна важность высокого $\cos \varphi$ (коэффициента мощности).

2.1.11. Частные случаи цепи с последовательным соединением сопротивления, индуктивности и ёмкости

В общем случае напряжение u и ток i цепи записывают следующим образом:

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u), \quad i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) = I_m \sin(\omega t + \varphi_u - \varphi),$$

где φ_u — начальная фаза напряжения, φ_i — начальная фаза тока, φ — разность фаз напряжения и тока; $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$.

На рис. 2.1.12 изображен случай, когда

$$\omega L > \frac{1}{\omega C} \quad \text{или} \quad x_L > x_C, \quad (2.1.58)$$

т. е. индуктивное сопротивление больше емкостного; при этом индуктивное напряжения $U_L = x_L I$ больше емкостного $U_C = x_C I$ и индуктивная мощность $Q_L = x_L I^2$ больше емкостной $Q_C = x_C I^2$.

Разность фаз напряжения и тока

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (2.1.59)$$

положительна — напряжение опережает ток по фазе.

В случае, когда $\omega L < \frac{1}{\omega C}$, и, следовательно, и $U_L < U_C$, $Q_L < Q_C$, разность фаз φ становится отрицательной и напряжение отстает от тока.

Для цепи с сопротивлением и индуктивностью (рис. 2.1.13, а) зависимости могут быть выведены из выражений, приведенных выше,

если положить $\frac{1}{\omega C} = 0$, тогда имеем:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + x_L^2}} = \frac{U}{Z}, \quad (2.1.60)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\omega L}{R} = \operatorname{arctg} \frac{x_L}{R} > 0. \quad (2.1.61)$$

Если напряжение $u = U \sin(\omega t + \varphi_u)$, то ток

$$i = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \varphi_u - \arctg \frac{x_L}{R}) = I_m \sin(\omega t + \varphi_u - \varphi).$$

На рис. 2.1.13 для этой цепи построены:

а) векторная диаграмма с катетами $U_R = RI = U \cos \varphi$, $U_X = xI = U \sin \varphi$ и гипотенузой $U = ZI$ (рис. 2.1.13, б);

б) треугольник сопротивлений с катетами $R = Z \cos \varphi$, $x = Z \sin \varphi$ и гипотенузой Z (рис. 2.1.13, в);

в) треугольник мощностей с катетами $P = RI^2 = UI \cos \varphi$, $Q = xI^2 \sin \varphi$ и гипотенузой $S = ZI^2 = UI$ (рис. 2.1.13, г).

Все треугольники подобны и имеют у вершины одинаковый угол.

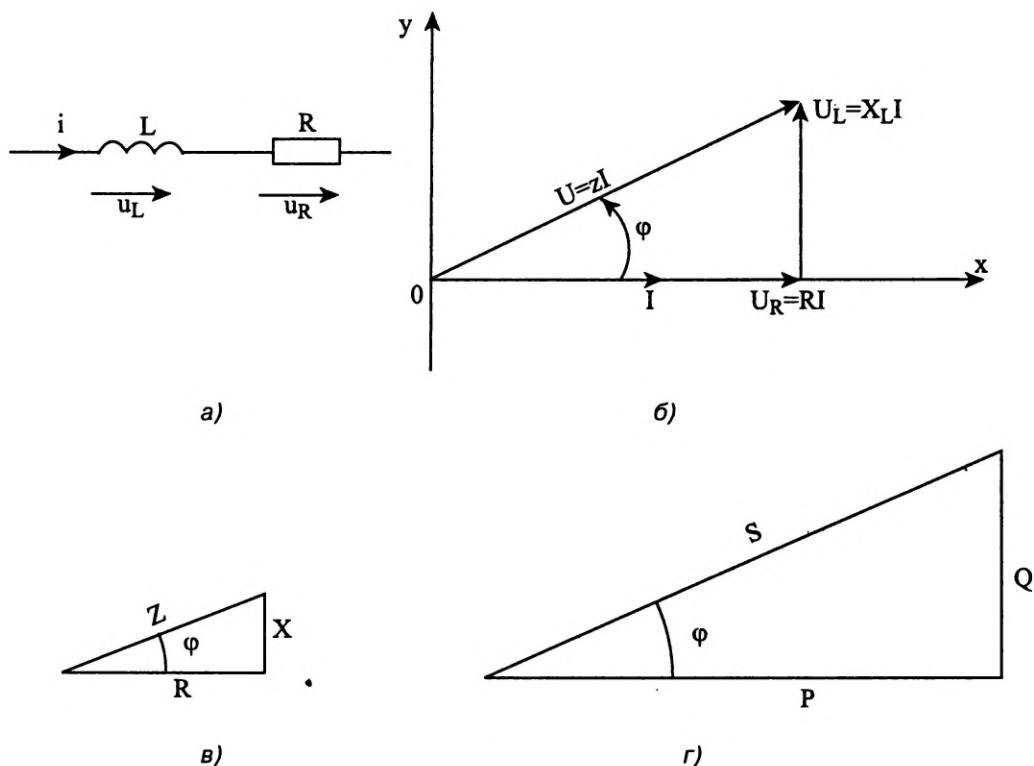


Рис. 2.1.13

Для цепи с сопротивлением и емкостью (рис. 2.1.14, а) зависимости также могут быть выведены из формул (2.1.41–2.1.45), если положить $\omega L = 0$:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + x_C^2}} = \frac{U}{Z}; \quad (2.1.62)$$

$$\varphi = \arctg\left(-\frac{1}{\omega C R}\right) = -\arctg \frac{x_C}{R} < 0. \quad (2.1.63)$$

Если напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$, то ток

$$i = \frac{U_m}{z} \sin(\omega t + \varphi_u - \arctg \frac{x_C}{r}) = I_m \sin(\omega t + \varphi_u + \varphi);$$

На рис. 2.1.14 б, в, г показаны векторная диаграмма, треугольники сопротивлений и мощности в цепи. Все треугольники подобны и имеют у вершины угол φ .

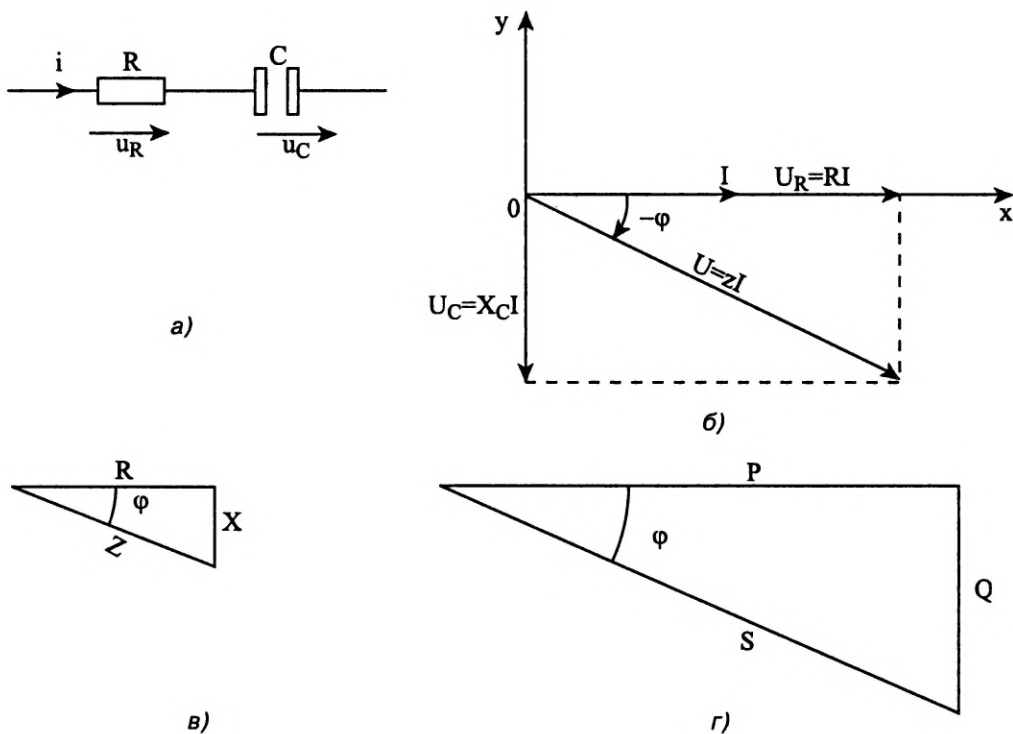


Рис. 2.1.14

2.1.12. Цепь с параллельным соединением сопротивления, индуктивности и емкости

В соответствии с первым законом Кирхгофа для цепи с параллельно включёнными активным сопротивлением R , индуктивностью L и ёмкостью C (рис. 2.1.15, а) можно записать:

$$i = \frac{u}{R} + \frac{1}{L} \int u dt + C \frac{du}{dt}. \quad (2.1.64)$$

Задавшись напряжением на входе цепи $u = U_m \sin \omega t$ и поставив это выражение в уравнение (2.1.64), получим:

$$i = \frac{U_m}{R} \sin \omega t + \omega C U_m \cos \omega t - \frac{1}{\omega L} U_m \cos \omega t, \quad (2.1.65)$$

т. е. общий ток в соответствии с первым законом Кирхгофа определяется суммой тока в сопротивлении, емкости и индуктивности. Отдельные составляющие тока представляют собой синусоиды и, следовательно, суммарный ток также будет синусоидальным. Каждый из перечисленных токов может быть представлен вектором.

Это построение сделано на рис. 2.1.15, б для векторов, равных по величине действующим значениям. Вектор тока через сопротивление

величины $I_R = \frac{U}{R}$ совпадает по фазе с вектором напряжения. Ток через

емкость и его вектор величины $I_C = \omega C U$ опережает по фазе вектор U

на $\pi/2$. Ток через индуктивность величины $I_L = \frac{U}{\omega L}$ отстает на угол

$\pi/2$; на рис. 2.1.15, б он отложен из конца вектора I_C в противоположную сторону. Замыкающий вектор и есть вектор полного тока I .

В результате получается прямоугольный треугольник токов с гипотенузой, равной полному току I , катетом, равным току через сопротивление I_R и катетом $I_X = I_L - I_C$. Ток I_X называется реактивным. Из треугольника токов видно, что

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_X^2} = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} = \sqrt{\left(\frac{U}{R}\right)^2 + \left(\omega C U - \frac{1}{\omega L} U\right)^2} = U \sqrt{G^2 + (b_C - b_L)^2}, \quad (2.1.66)$$

где $G = \frac{1}{R}$ — активная проводимость, $b_C = \omega C$ — емкостная прово-

димость, $b_L = \frac{1}{\omega L}$ — индуктивная проводимость.

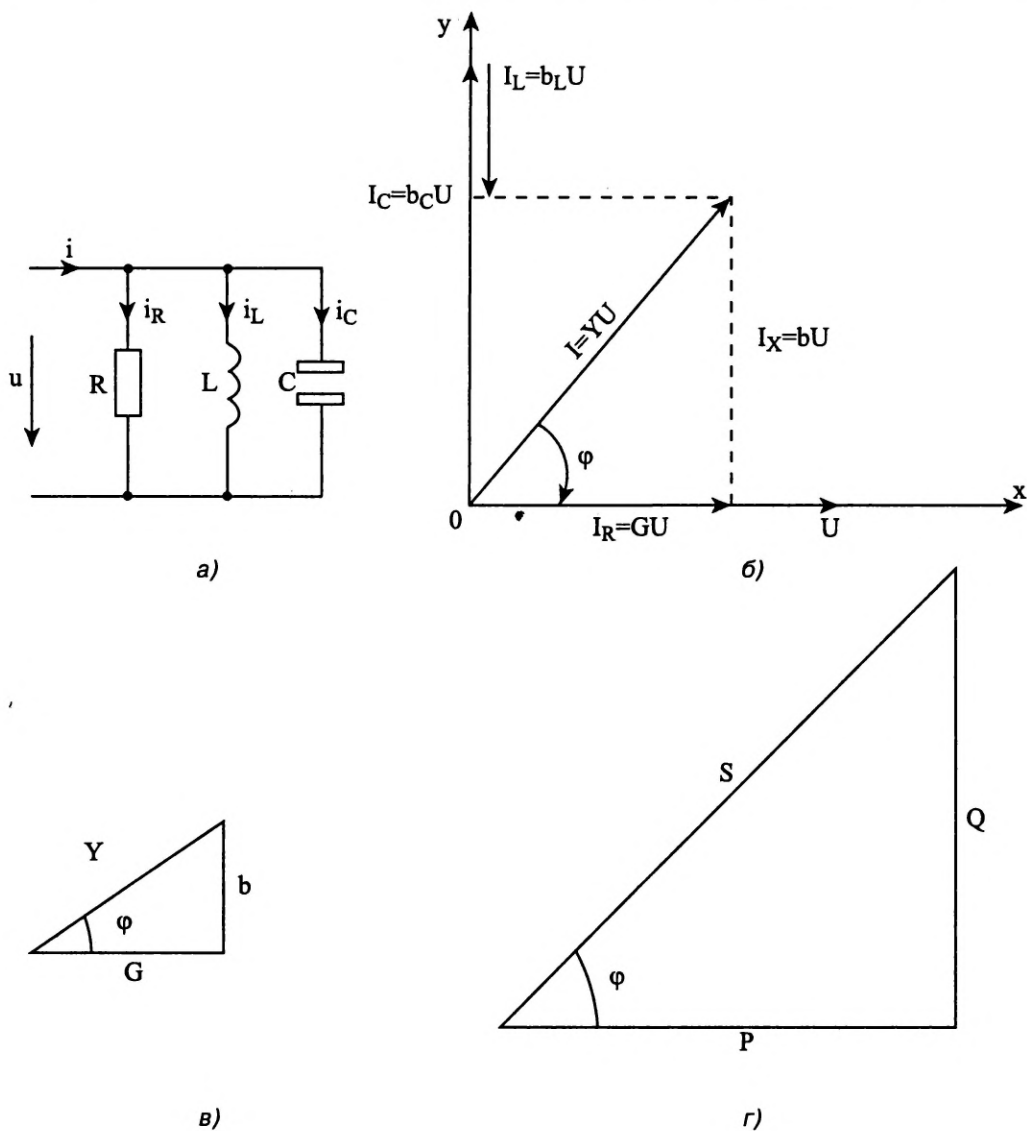


Рис. 2.1.15

Проводимость $b_C - b_L$ называется реактивной проводимостью и обозначается как b . Выражение (2.1.66) можно представить в виде:

$$I = U\sqrt{G^2 + b^2} = UY. \quad (2.1.67)$$

В уравнении (2.1.67) Y играет роль проводимости; оно носит название полной проводимости. Сравнивая выражение для полного сопротивления (2.1.44) и выражение для полной проводимости (2.1.67), находим:

$$Y = \frac{1}{Z}. \quad (2.1.68)$$

Полученные выражения могут рассматриваться как аналог закона Ома для цепи переменного тока. Здесь необходимо подчеркнуть, что закон Ома в таком виде справедлив только для максимальных и действующих значений переменного тока и напряжения. Для мгновенных значений он в таком виде неприменим. Вектор тока сдвинут по фазе относительно вектора напряжения на острый угол φ , на диаграмме (рис. 2.1.15, б) вектор тока отстаёт от вектора напряжения. Угол φ может быть определён из треугольника токов:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_x}{I_R} = \frac{bU}{GU} = \frac{b_c - b_L}{G} = \frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{G}. \quad (2.1.69)$$

Если разделить все стороны треугольника токов на общий множитель U , получится подобный ему треугольник проводимостей (рис. 2.1.15, в) с гипотенузой Y и катетами G и b , откуда:

$$G = Y \cos \varphi, \quad b = Y \sin \varphi, \quad Y = \sqrt{G^2 + b^2}. \quad (2.1.70)$$

Треугольник мощности для рассмотренной цепи показан на рис. 2.1.15, г.

2.1.13. Частные случаи цепи с параллельным соединением сопротивления, индуктивности и емкости

В общем случае напряжение u и ток i цепи записывают следующим образом:

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u), \quad i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) = I_m \sin(\omega t + \varphi_u - \varphi),$$

где φ_u — начальная фаза напряжения, φ_i — начальная фаза тока, $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ — разность фаз напряжения и тока.

На рис. 2.1.15 изображен случай, когда

$$\omega C > \frac{1}{\omega L} \text{ или } b_C > b_L, \quad (2.1.71)$$

т. е. индуктивная проводимость меньше ёмкостной. При этом индуктивный ток $I_L = b_L U$ меньше ёмкостного $I_C = b_C U$. Разность фаз напряжения и тока

$$\varphi = \arctg \frac{b_C - b_L}{G} \quad (2.1.72)$$

отрицательна — напряжение отстает от тока по фазе.

Для цепи с сопротивлением и индуктивностью (рис. 2.1.16, а) зависимости могут быть выведены из выражений, приведенных выше, если положить $b_C = \omega C = 0$, тогда из (2.1.66) имеем:

$$I = U \sqrt{G^2 + b_L^2} = UY, \quad (2.1.73)$$

$$\varphi_i = \arctg \frac{-b_L}{G} < 0, \quad \varphi = \varphi_u - \varphi_i > 0. \quad (2.1.74)$$

На рис. 2.1.16 для этой цепи построены:

- а) векторная диаграмма с катетами $I_R = GU = I \cos \varphi$, $I_X = b_L U = I \sin \varphi$ и гипотенузой $I = YU$ (рис. 2.1.16, б);
- б) треугольник проводимостей с катетами $G = Y \cos \varphi$, $b = Y \sin \varphi$ и гипотенузой Y (рис. 2.1.16, в);
- в) треугольник мощностей с катетами $P = G^2 = UI \cos \varphi$, $Q = \omega L I^2 \sin \varphi$ и гипотенузой $S = ZI^2 = UI$ (рис. 2.1.16, г).

Все треугольники подобны и имеют у вершины одинаковый угол.

Для цепи с сопротивлением и емкостью (рис. 2.1.17, а) зависимости также могут быть выведены из формул (2.69–2.73), если положить

$$\frac{1}{\omega L} = b_L = 0:$$

$$I = U \sqrt{G^2 + (\omega C)^2} = U \sqrt{G^2 + b_C^2} = UY, \quad (2.1.75)$$

$$\varphi_i = \arctg \left(\frac{\omega C}{G} \right) = \arctg \frac{b_C}{G} > 0. \quad \varphi = \varphi_u - \varphi_i < 0. \quad (2.1.76)$$

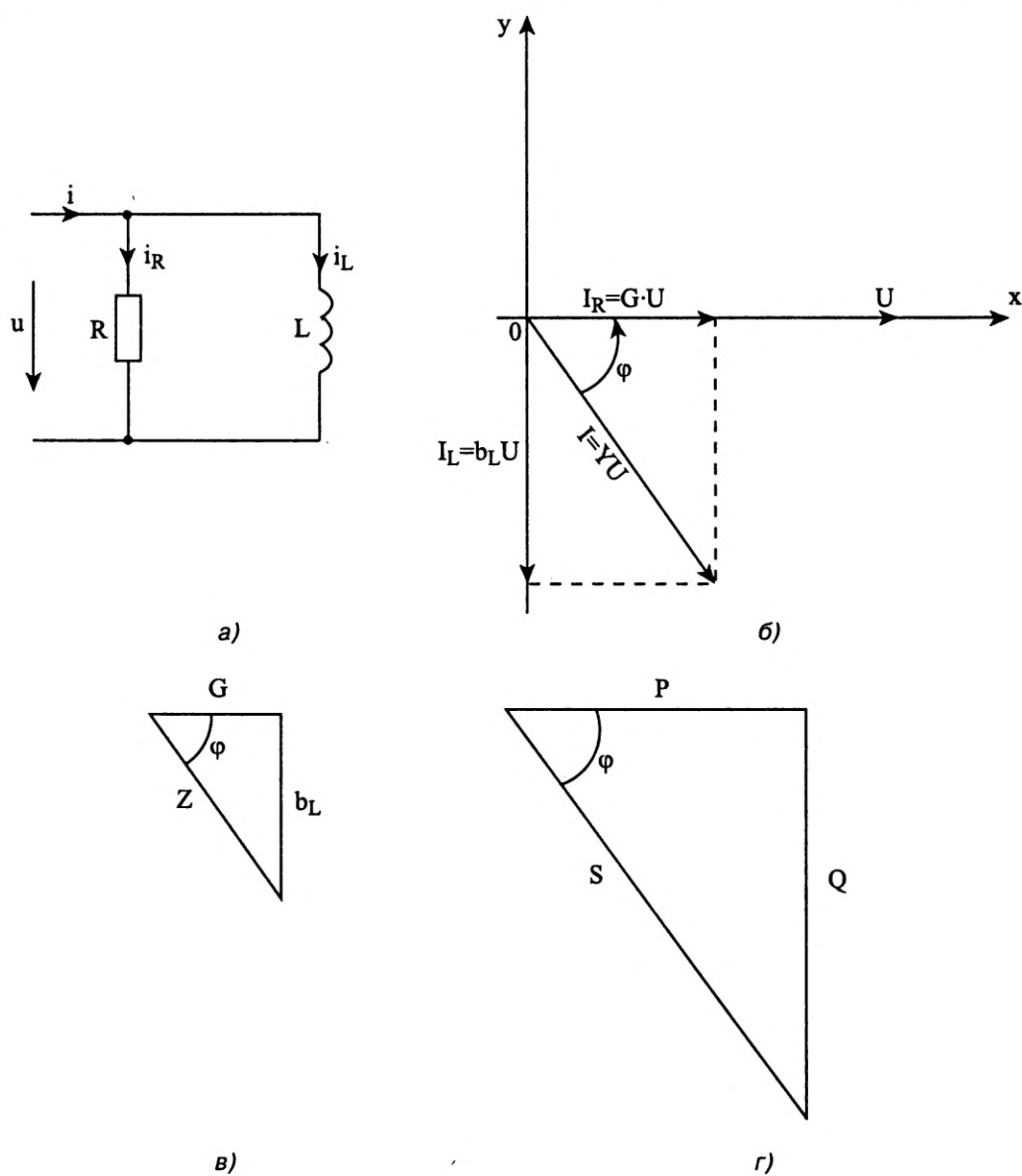


Рис. 2.1.16

На рис. 2.1.17 б, в, г показаны векторная диаграмма, треугольники проводимостей и мощностей в цепи. Все треугольники подобны и имеют у вершины угол φ .

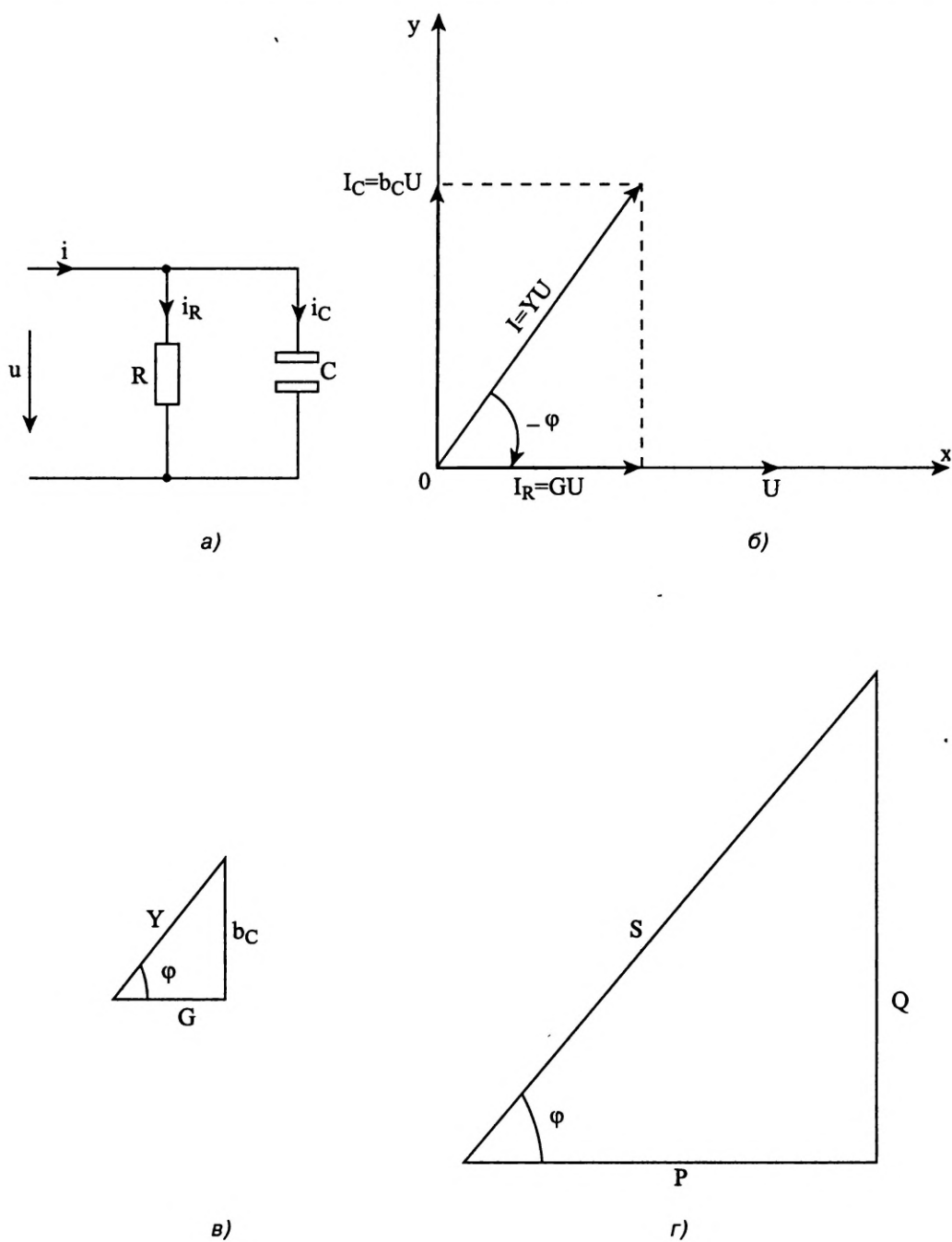


Рис. 2.1.17

2.1.14. Символический метод расчета цепей синусоидального тока

Символический метод расчета цепей синусоидального тока является аналитическим развитием векторных диаграмм; он основан на изображении векторов в комплексной плоскости. Это приводит к возможности использования при расчете цепей законов Ома и Кирхгофа и всех методов, основанных на этих законах.

Рассмотрим вектор \bar{U}_m в комплексной плоскости, который при $t = 0$ образует с положительной вещественной полуосью угол φ_u и вращается с угловой скоростью ω (рис. 2.1.18). Такой вектор может быть представлен аналитически в алгебраической, тригонометрической и показательной формах:

$$\bar{U}_m = u_1 + ju_2 = U_m [\cos(\omega t + \varphi_u) + j \sin(\omega t + \varphi_u)] = U_m e^{j(\omega t + \varphi_u)}. \quad (2.1.77)$$

В уравнении (2.77) u_1 , u_2 — проекции вектора на вещественную и мнимую ось (рис. 2.1.18), U_m — модуль вектора, $(\omega t + \varphi_u)$ — аргумент вектора, e — основание натурального логарифма.

Из уравнения (2.1.77) четко просматривается связь между синусоидальной функцией времени и вращающимся в комплексной плоскости вектором: синусоидальная функция — это проекция вектора на мни-

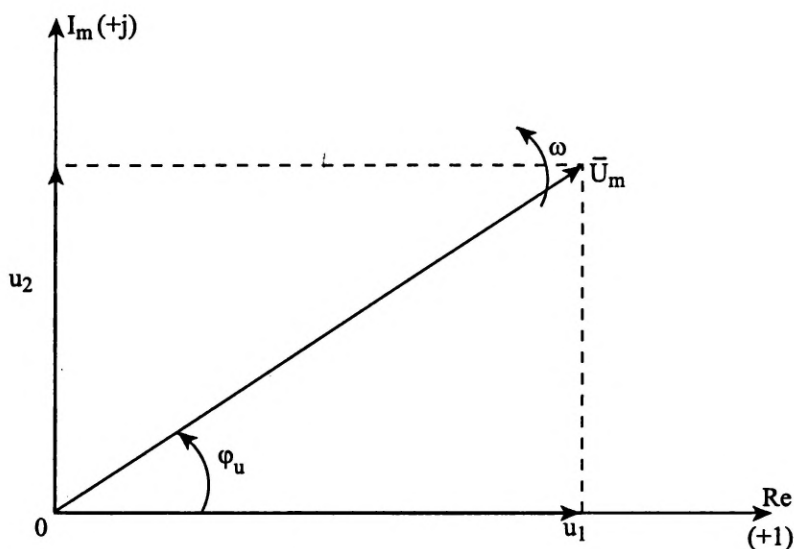


Рис. 2.1.18

мую ось, а косинусоидальная функция — это проекция вектора на вещественную ось комплексной плоскости. В дальнейшем функции времени будем называть **оригиналами**, а соответствующие им вектора — **изображениями**.

Вращающийся вектор \bar{U}_m может быть представлен как произведение неподвижного вектора на множитель вращения.

$$\bar{U}_m = U_m e^{j(\omega t + \varphi_u)} = \dot{U}_m e^{j\omega t}, \quad (2.1.78)$$

где $\dot{U}_m = U_m e^{j\varphi_u}$ — неподвижный вектор, несущий в себе информацию об амплитуде синусоидального напряжения и о его начальной фазе, который называется **комплексной амплитудой**, $e^{j\omega t}$ — множитель вращения. Аналогично понятию комплексной амплитуды вводится понятие **комплексного действующего значения**, которое определяется из выражения:

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_m}{\sqrt{2}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\varphi_u}. \quad (2.1.79)$$

Использование символического метода существенно упрощает расчеты цепей синусоидального тока по следующим основным причинам:

1. Алгебраический характер сложения мгновенных значений синусоидальных величин сохраняется при замене оригиналов (синусоидальных функций времени) изображениями (комплексными векторами).
2. Производная по времени изображения соответствует умножению его на $j\omega$, в чем легко убедиться, взяв производную в (2.1.77).
3. Интегрированию изображения соответствует его деление на $j\omega$.
В этом также легко убедиться, используя уравнение (2.1.77).

Следовательно, интегро-дифференциальные уравнения (например 2.1.39, 2.1.64) для мгновенных значений (оригиналов) заменяются алгебраическими уравнениями для изображений. Эта алгебраизация уравнений решительно упрощает расчеты.

Применение символического метода покажем на примере расчета цепи, состоящей из последовательно включенных сопротивления, индуктивности и емкости (рис. 2.1.19, а). В исходном уравнении (2.1.39) заменяем мгновенные значения u , i на изображения:

$$\bar{U}_m = R\bar{I}_m + j\omega L\bar{I}_m + \frac{1}{j\omega C}\bar{I}_m = [R + j(x_L - x_C)]\bar{I}_m. \quad (2.1.80)$$

Разделив все члены уравнения (2.1.80) на множитель вращения $e^{j\omega t}$ и на $\sqrt{2}$, получим соотношение для комплексных действующих значений:

$$\dot{U} = (R + jx)\dot{I} = \dot{Z}\dot{I}, \quad (2.1.81)$$

$$\text{где } \dot{Z} = R + jx = Ze^{j\varphi}, \quad Z = \sqrt{R^2 + x^2}, \quad \varphi = \arctg \frac{x}{R}, \quad x = x_L - x_C. \quad (2.1.82)$$

Из уравнения (2.1.81) с учетом (2.1.82) при известном напряжении находится комплекс действующего значения тока, который содержит информацию как о величине тока, так и о его начальной фазе. Векторная величина \dot{Z} носит название **полного комплексного сопротивления**. Модуль этого вектора равен полному сопротивлению (уравнение 2.1.43), а аргумент — фазовому сдвигу между током и напряжением.

Уравнению (2.1.81) соответствует символическая схема замещения, изображенная на рис. 2.1.19, б).

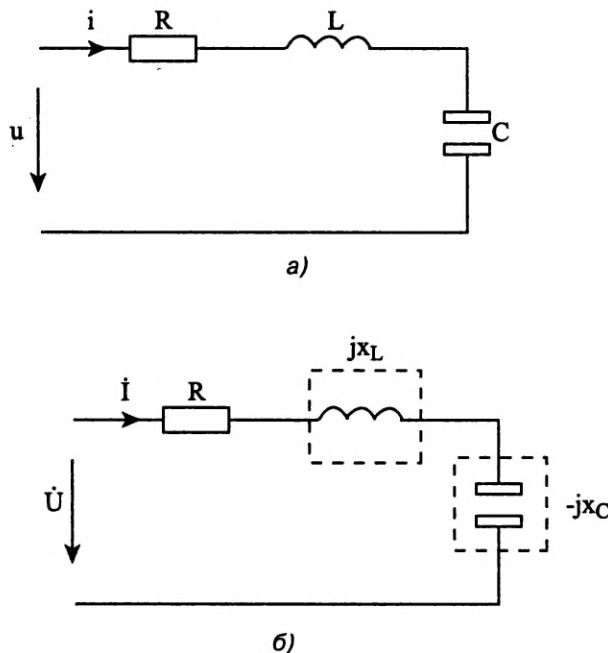


Рис. 2.1.19

В ней, как нетрудно заметить, мгновенные значения тока и напряжения (оригиналы) заменены комплексными действующими значениями (изображениями), сопротивление осталось без изменений, индуктивность заменена индуктивным сопротивлением, умноженным на мнимую единицу (j), емкость заменена емкостным сопротивлением, умноженным на $(-j)$. Теперь можно сформулировать алгоритм расчета цепей синусоидального тока символическим методом:

1. Известные источники эдс или напряжений заменяются их изображениями — комплексными действующими значениями. Модули этих комплексных векторов равны действующим значениям известных источников, а аргументы — их начальным фазам.
2. Индуктивности заменяются на индуктивные сопротивления, умноженные на j , а емкости — на емкостные сопротивления, умноженные на $-j$. Активные сопротивления остаются без изменений.
3. Произвольно выбираются направления искоемых комплексов тока и составляются уравнения Кирхгофа.
4. Рассчитываются комплексные токи.
5. Осуществляется переход от комплексных токов (изображений) к их мгновенным значениям (оригиналам).

2.2. Резонанс напряжения [7, 9]

В электрических цепях, содержащих индуктивность и ёмкость, возможно явление резонанса, при котором напряжение и ток цепи совпадает по фазе. В цепи с последовательным соединением сопротивления, индуктивности и емкости условие, при котором возникает резонанс напряжений, записывается в виде:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \quad \text{или} \quad x_L = x_C, \quad (2.2.1)$$

где ω_0 — резонансная угловая частота.

При резонансе ток и разность фаз напряжения и тока, найденные из общих уравнений (2.1.42), (2.1.45) будут равны:

$$i = \frac{\dot{U}}{\sqrt{R^2 + j(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C})^2}} = \frac{\dot{U}}{R}; \quad (2.2.2)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}}{R} = 0. \quad (2.2.3)$$

Напряжение на участках цепи при резонансе

$$\dot{U}_R = R\dot{i} = R \frac{\dot{U}}{R} = \dot{U}, \quad \dot{U}_L = jx_L \dot{i} = j \frac{x_L}{R} \dot{U}, \quad \dot{U}_C = -jx_C \dot{i} = -j \frac{x_C}{R} \dot{U}, \quad (2.2.4)$$

т. е. напряжение на сопротивлении равно полному напряжению, приложенному к цепи. Напряжение на индуктивности при резонансе

отличается по величине от полного напряжения на множитель $\frac{x_L}{R}$, а

по фазе сдвинуто относительно полного напряжения на $+\frac{\pi}{2}$, о чем свидетельствует множитель (j) . Напряжение на емкости по величине равно напряжению на индуктивности, а по фазе сдвинуто относительно полного напряжения на $-\frac{\pi}{2}$, о чем свидетельствует множитель $(-j)$.

Величина ёмкостного и индуктивного напряжения в зависимости от значения $\frac{x_L}{R} = \frac{x_C}{R}$ может быть меньше или больше полного напряжения, или равняться ему; если, например, $x_L = x_C > R$, то $U_L = U_C > U$.

Ток при резонансе, ограниченный лишь активным сопротивлением, при малом R также может получить большое значение.

На рис. 2.2.1 показана векторная диаграмма для случая резонанса. Как видно из этой диаграммы и приведённых ниже соотношений, при резонансе цепь, несмотря на наличие в ней индуктивности и ёмкости, ведет себя, как активное сопротивление. Ток совпадает по фазе с напряжением, индуктивное и ёмкостное напряжения компенсируют друг друга.

Так как условием резонанса является равенство $\omega L = \frac{1}{\omega C}$, то для данных двух величин из трёх L , C , ω резонанс может быть получен подбором третьей; так, резонанс будет при

$$L_0 = \frac{1}{\omega^2 C} \quad \text{или} \quad C_0 = \frac{1}{\omega^2 L} \quad \text{или} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

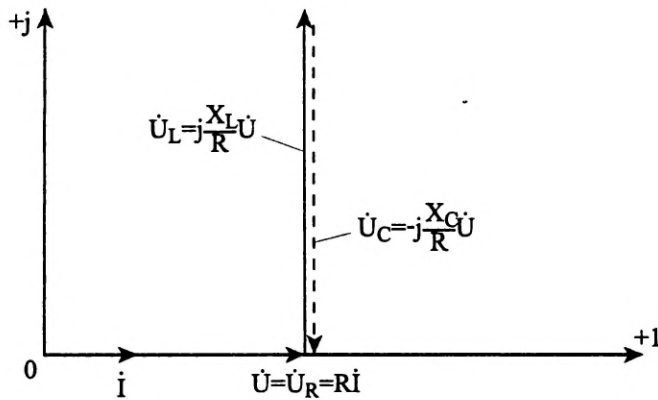


Рис. 2.2.1.

Индуктивное и ёмкостное сопротивление при резонансе равны:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{\sqrt{LC}}{C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho, \quad (2.2.5)$$

величина ρ называется характеристическим или волновым сопротивлением цепи, а её отношение к активному сопротивлению

$$\frac{\rho}{R} = Q \quad (2.2.6)$$

называют добротностью цепи (контура). Добротность равна также отношению индуктивного или ёмкостного напряжения при резонансе к напряжению всей цепи. Обратная величина

$$d = \frac{1}{Q} = \frac{R}{\rho} \quad (2.2.7)$$

носит название затухание цепи. Чем меньше R , а следовательно и d , тем при резонансе большая активная мощность

$$P = \frac{U^2}{R}. \quad (2.2.8)$$

Мгновенные мощности индуктивности и емкости $p_L = x_L I^2 \sin 2\omega t$, $p_C = -x_C I^2 \sin 2\omega t$ при резонансе равны по величине и обратны по знаку.

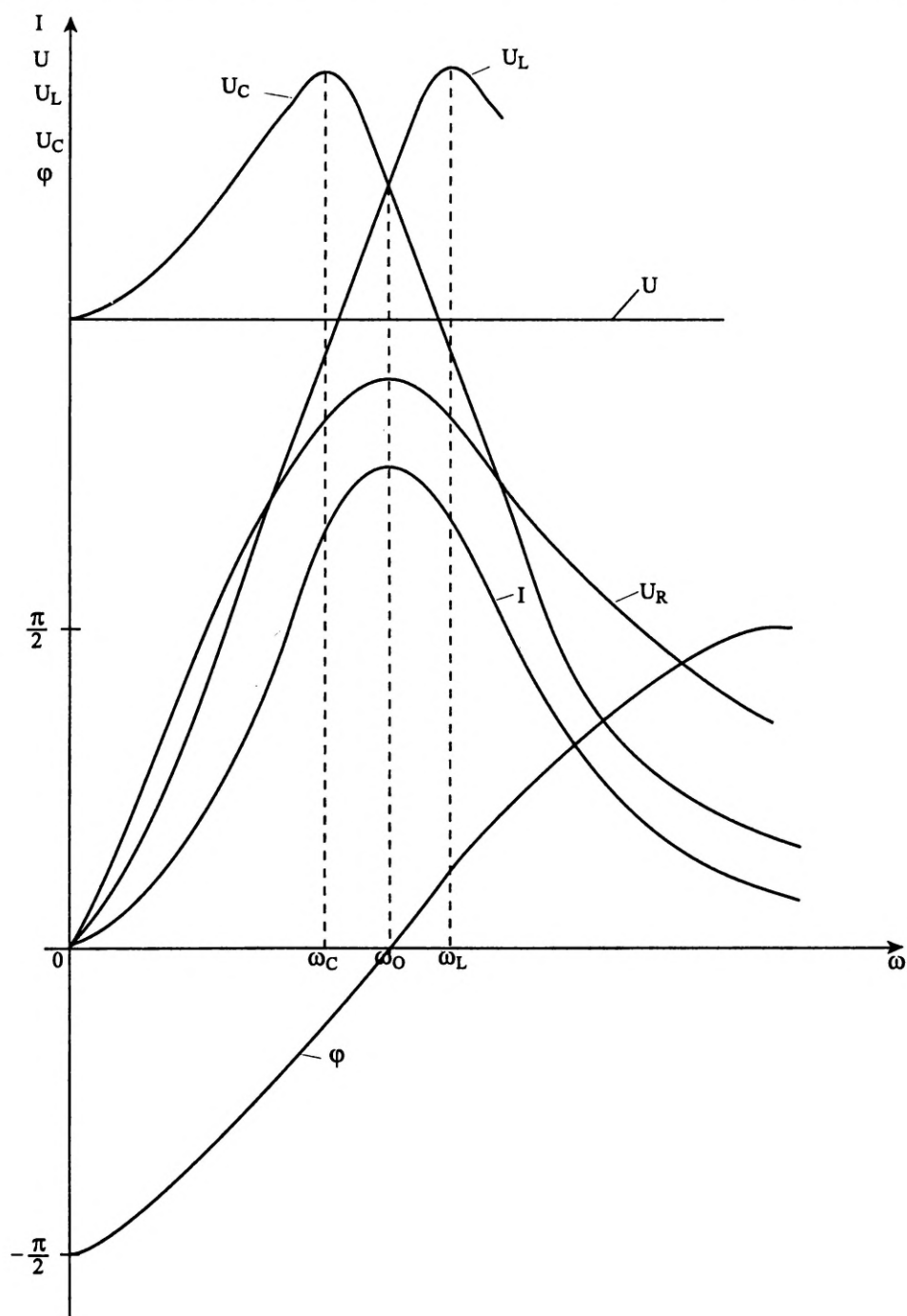


Рис. 2.2.2

Таким образом, при резонансе происходит взаимная компенсация индуктивных и емкостных сопротивлений, напряжений и мощностей.

Важными характеристиками резонансных цепей являются их частотные характеристики. Величина тока и сдвиг по фазе между током и напряжением зависят от частоты. Если изменять частоту от нуля до бесконечности, то эти зависимости будут выглядеть так, как показано на **рис. 2.2.2**. Зависимость величины тока от частоты называется амплитудно-частотной характеристикой, а зависимость фазы от частоты — фазо-частотной характеристикой. На резонансной частоте (ω_0), как это следует из **рис. 2.2.2**, величина тока максимальна, а фаза равна нулю.

Аналогичные частотные характеристики можно рассчитать для напряжения на индуктивности и емкости, они также показаны на **рис. 2.2.2**.

Частоты, при которых напряжения на индуктивности и емкости максимальны, определяются из выражений:

$$\omega_L = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \frac{d^2}{2}}} > \omega_0, \quad \omega_C = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{d^2}{2}}. \quad (2.2.9)$$

Значения этих максимальных напряжений равны:

$$U_{L.\max} = U_{C.\max} = \frac{QU}{\sqrt{1 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}}. \quad (2.2.10)$$

2.3. Резонанс токов [7, 9]

При параллельном соединении сопротивления, емкости и индуктивности в цепи также имеет место явление резонанса. Символическая схема замещения для такой цепи показана на **рис. 2.3.1, а**. Уравнение Кирхгофа для изображений запишется в виде:

$$\begin{aligned} i &= i_R + i_L + i_C = \frac{\dot{U}}{R} + \frac{\dot{U}}{j\omega L} + j\omega C\dot{U} = \\ &= G\dot{U} - jb_L\dot{U} + jb_C\dot{U} = [G + j(b_C - b_L)]\dot{U} = \dot{Y}\dot{U}. \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

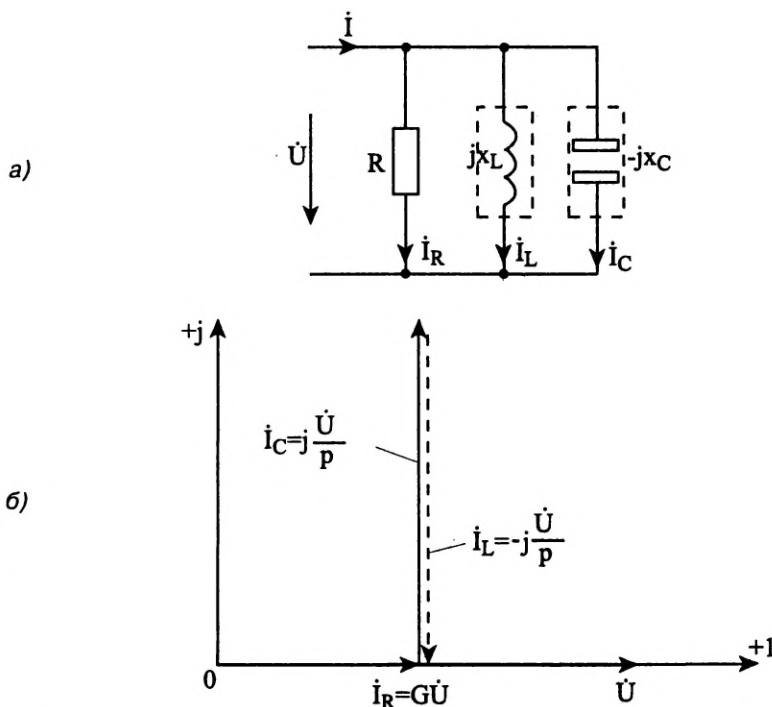


Рис. 2.3.1

При резонансе индуктивная и емкостная проводимости равны между собой ($b_L = b_C$), полная реактивная проводимость равна нулю, полная комплексная проводимость равна активной проводимости ($\dot{Y} = G$).

Резонанс наступает при частоте $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

При резонансе ток в сопротивлении, индуктивности и емкости соответственно равен:

$$i_R = \frac{\dot{U}}{R}, \quad i_L = -j \frac{\dot{U}}{\omega_0 L} = -j \frac{\dot{U}}{\frac{L}{\sqrt{C}}} = -j \frac{\dot{U}}{\rho}, \quad i_C = j \omega_0 C \dot{U} = j \frac{\dot{U}}{\rho}. \quad (2.3.2)$$

Векторная диаграмма для случая резонанса показана на рис. 2.3.1, б. Реактивные токи равны по величине и сдвинуты друг относительно друга на 180° , т. е. компенсируют друг друга. Их величины могут значительно превышать общий ток в цепи, который при резонансе равен току через сопротивление. Частотные характеристики параллельной R, L, C цепи показаны на рис. 2.3.2.

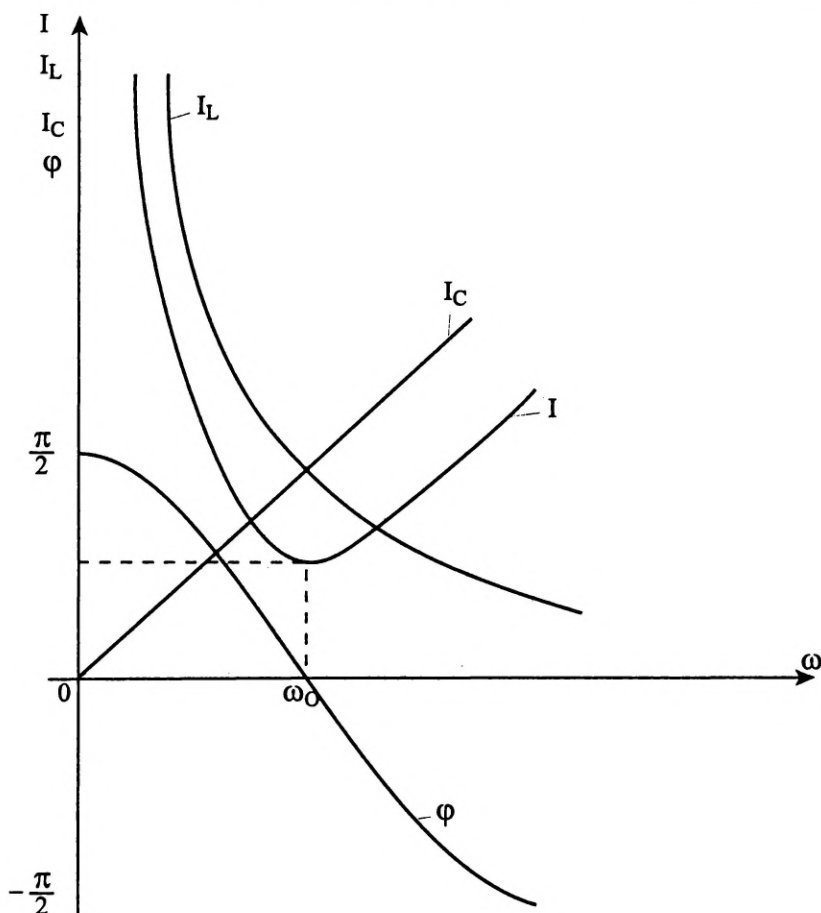


Рис. 2.3.2

2.4. Магнитосвязанные цепи (цепи со взаимной индукцией) [7, 10]

При протекании тока по катушке индуктивности вокруг этой катушки образуется магнитное поле. На рис. 2.4.1, а схематически показана катушка с током и линии магнитного поля, охватывающего ее. Если магнитное поле характеризовать потокоцеплением ψ , то величина этого потокоцепления в соответствии с законом Ампера равна произведению тока на индуктивность $\psi = Li$ (см. 2.1). Поместим рядом

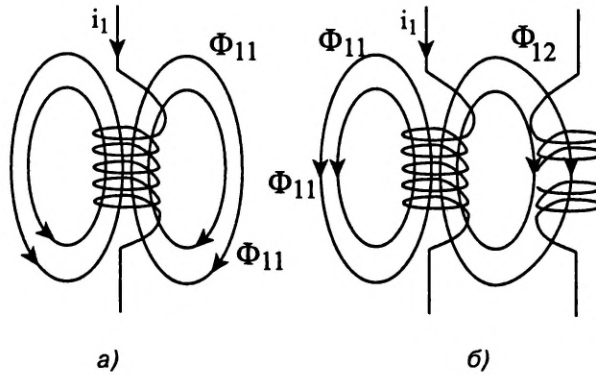


Рис. 2.4.1

с первой вторую катушку так, чтобы часть магнитных линий охватывала эту вторую катушку (рис. 2.4.1, б). Тогда во второй катушке появится потокосцепление, вызванное током в первой катушке. Введем обозначения $\psi_{11} = L_1 i_1$ — потокосцепление первой катушки, обусловленное током в первой катушке, $\psi_{21} = L_{21} i_1$ — потокосцепление второй катушки, вызванное током в первой катушке. Если токи протекают по обеим катушкам, то полные потокосцепления этих катушек определяются из уравнений:

$$\psi_1 = \psi_{11} + \psi_{12} = L_1 i_1 \pm L_{12} i_2, \quad (2.4.1)$$

$$\psi_2 = \psi_{21} + \psi_{22} = L_{21} i_1 \pm L_2 i_2. \quad (2.4.2)$$

Напряжения, приложенные к катушкам, уравниваются скоростью изменения потокосцеплений и падением напряжения на активных сопротивлениях катушек:

$$u_1 = r_1 i_1 + \frac{d\psi_1}{dt} = r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} \pm L_{12} \frac{di_2}{dt}, \quad (2.4.3)$$

$$u_2 = r_2 i_2 + \frac{d\psi_2}{dt} = r_2 i_2 + L_{21} \frac{di_1}{dt} \pm L_2 \frac{di_2}{dt}, \quad (2.4.4)$$

где r_1, r_2 — активные сопротивления первой и второй катушки соответственно.

В уравнениях (2.4.3), (2.4.4) L_1, L_2 — являются собственными индуктивностями первой и второй катушки соответственно, L_{12}, L_{21} —

являются взаимными индуктивностями. Эти индуктивности равны между собой, обозначаются $L_m = L_{12} = L_{21}$ и называются взаимоиндуктивностью. Потокосцепления взаимоиндукции Ψ_{12}, Ψ_{21} могут складываться, а могут и вычитаться из потокосцеплений самоиндукции Ψ_{11}, Ψ_{22} в зависимости от относительного направления токов в катушках. Для того чтобы учесть эту особенность при расчете электрических цепей с взаимоиндукцией, вводятся обозначения одноименных зажимов. На рис. 2.4.2 показана расчетная электрическая схема, в которой одноименные зажимы отмечены точками. При составлении уравнений цепи придерживаются следующего правила:

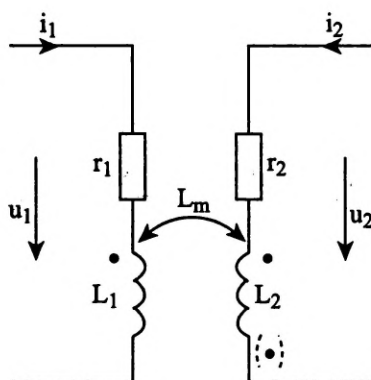


Рис. 2.4.2

Если токи в катушках направлены одинаково относительно одноименных зажимов (катушки включены согласно), то в уравнениях (2.4.1), (2.4.2), (2.4.3), (2.4.4) ставится знак плюс, в противном случае (катушки включены встречно) — знак минус.

Рассмотрим первоначально простейший случай, когда напряжение подведено только к первой катушке, цепь второй катушки не замкнута ($i_2 = 0$). Тогда из уравнений (2.4.3), (2.4.4) получим:

$$u_1 = r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt}, \quad (2.4.5)$$

$$u_2 = L_m \frac{di_1}{dt}. \quad (2.4.6)$$

Отметим, что напряжение на второй катушке зависит от взаимоиндуктивности L_m .

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из двух последовательно соединенных катушек (рис. 2.4.3, а), учитывая при этом, что через катушки течет один ток $i = i_1 = i_2$. В соответствии со вторым законом Кирхгофа имеем:

$$u = r_1 i + L_1 \frac{di}{dt} + L_m \frac{di}{dt} + r_2 i + L_m \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt}. \quad (2.4.7)$$

При синусоидальных напряжении и токе, воспользовавшись символическим методом расчета, получим:

$$\dot{U} = (r_1 + r_2)\dot{I} + (j\omega L_1 + j\omega L_2 + 2j\omega L_m)\dot{I} = (r_1 + r_2)\dot{I} + (jx_1 + jx_2 + 2jx_m)\dot{I}. \quad (2.4.8)$$

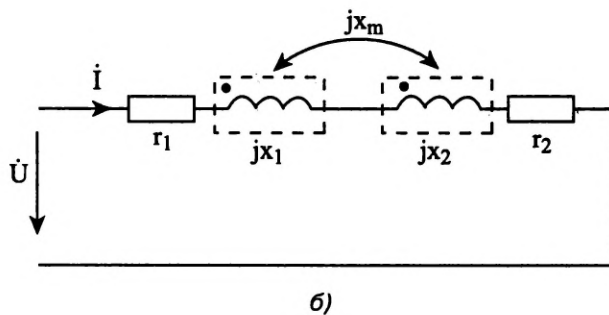
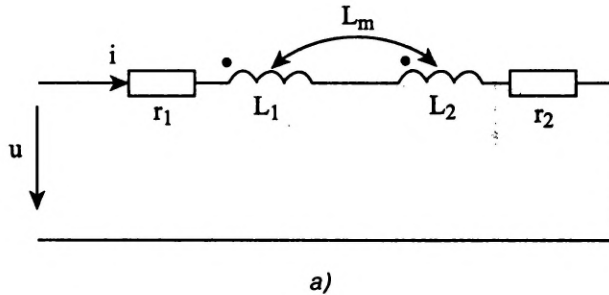


Рис. 2.4.3

В уравнении (2.4.8) обозначено $x_m = \omega L_m$, этот параметр называют реактивным сопротивлением взаимной индукции, единицей измерения этого параметра есть Ом. В случае встречного соединения катушек уравнение Кирхгофа примет вид:

$$\dot{U} = (r_1 + r_2)\dot{I} + (j\omega L_1 + j\omega L_2 - 2j\omega L_m)\dot{I} = (r_1 + r_2)\dot{I} + (jx_1 + jx_2 - 2jx_m)\dot{I} \quad (2.4.9)$$

Из уравнений (2.4.8), (2.4.9) при измеренных напряжении и токе, нетрудно рассчитать:

1. Полное комплексное сопротивление

$$\dot{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U}{I} e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = Ze^{j\varphi} = (r_1 + r_2) + j(x_1 + x_2 \pm x_m) = r + jx. \quad (2.4.10)$$

2. Полное активное сопротивление

$$r = (r_1 + r_2) = Z \cos \varphi. \quad (2.4.11)$$

3. Полное реактивное сопротивление

$$x = (x_1 + x_2 \pm x_m) = Z \sin \varphi. \quad (2.4.12)$$

В уравнении (2.4.12) знак (+) соответствует согласному включению катушек, а знак (−) — встречному.

Символическая схема замещения цепи показана на **рис.2.4.3, б**. Взаимоиндукция на символической схеме замещения представляется двунаправленной стрелкой. Векторные диаграммы для согласного и встречного включения катушек приведены на **рис. 2.4.4 а, б**.

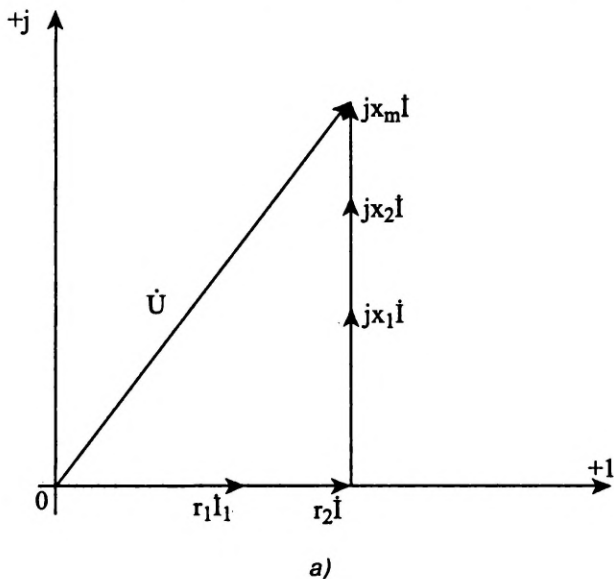


Рис. 2.4.4

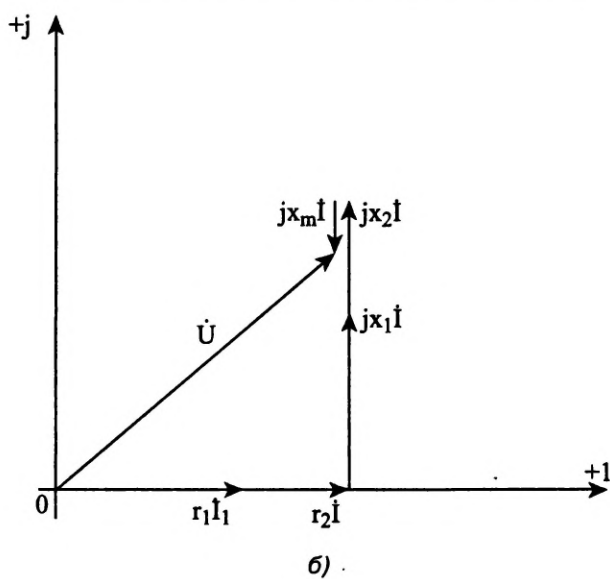


Рис. 2.4.4

Для параллельно соединенных катушек (рис. 2.4.5) уравнения Кирхгофа запишутся в виде:

$$\dot{U} = r_1 \dot{I}_1 + jx_1 \dot{I}_1 \pm jx_m \dot{I}_2, \quad (2.4.13)$$

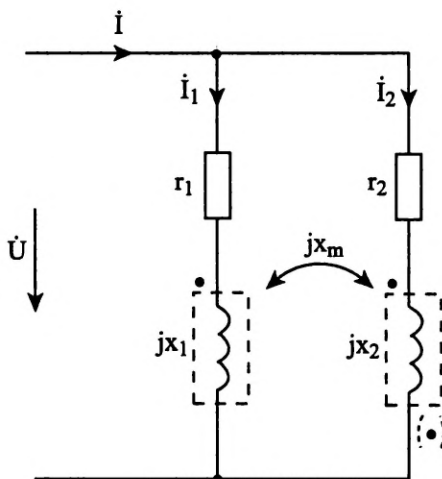


Рис. 2.4.5

$$\dot{U} = r_2 \dot{I}_2 + jx_1 \dot{I}_2 \pm jx_m \dot{I}_1, \quad (2.4.14)$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2. \quad (2.4.15)$$

Из уравнений (2.4.12), (2.4.14) нетрудно определить токи в катушках:

$$\dot{I}_1 = \frac{r_2 + j(x_2 \mp x_m)}{(r_1 + jx_1)(r_2 + jx_2) \mp x_m^2} \dot{U} = \dot{Y}_1 \dot{U}, \quad (2.4.16)$$

$$\dot{I}_2 = \frac{r_1 + j(x_1 \mp x_m)}{(r_1 + jx_1)(r_2 + jx_2) \mp x_m^2} \dot{U} = \dot{Y}_2 \dot{U}. \quad (2.4.17)$$

В уравнениях (2.4.16), (2.4.17) знак $(-)$ соответствует согласному включению катушек, а знак $(+)$ — встречному. Из этих уравнений при измеренных токах и напряжении находятся полные комплексные проводимости первой и второй катушек, их активные и реактивные проводимости:

$$\dot{Y}_1 = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}} = Y_1 e^{j\varphi_1}, \quad G_1 = Y_1 \cos \varphi_1, \quad b_1 = Y_1 \sin \varphi_1, \quad (2.4.18)$$

$$\dot{Y}_2 = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}} = Y_2 e^{j\varphi_2}, \quad G_2 = Y_2 \cos \varphi_2, \quad b_2 = Y_2 \sin \varphi_2. \quad (2.4.19)$$

2.4.1. Резонанс в магнитосвязанных цепях

Явление резонанса в магнитосвязанных цепях широко используется в технике связи, в особенности в радиотехнике — в передающих и приемных устройствах. Обычно степень связи цепей характеризуется коэффициентом связи « k », который определяется из выражения:

$$k = \frac{L_m}{\sqrt{L_1 L_2}}. \quad (2.4.20)$$

Рассмотрим два магнитосвязанных резонансных контура (рис.2.4.6, а.) при одинаковой резонансной частоте отдельных контуров:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}. \quad (2.4.21)$$

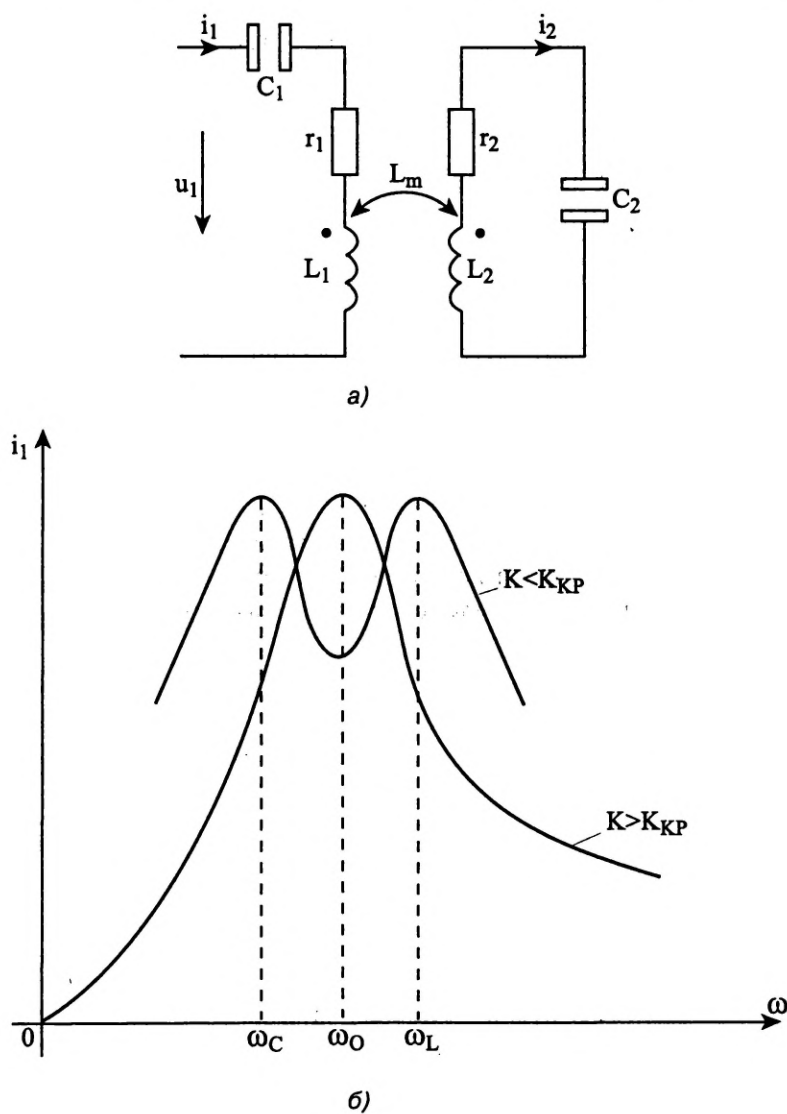


Рис. 2.4.6

Полное реактивное сопротивление относительно входных зажимов при незначительном активном сопротивлении вторичной цепи рассчитывается по уравнению:

$$x \approx \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{\omega^2 L_m^2}{\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}} \quad (2.4.22)$$

Из уравнения (2.4.22) следует, что на резонансной частоте полное реактивное сопротивление равно ∞ , ток равен нулю и в цепи имеет место резонанс токов. Наличие активного сопротивления в контурах приводит к тому, что этот ток несколько отличается от нуля $I_{\text{L.min}} > 0$. При выполнении равенства:

$$(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1})(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}) = \omega^2 L_m^2 \quad (2.4.23)$$

полное реактивное сопротивление будет равно нулю, т. е. в цепи имеет место резонанс напряжений. Из уравнений (2.4.21), (2.4.22) можно найти частоты, при которых будет иметь место резонанс напряжений:

$$\omega_1 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+k}}, \quad \omega_2 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-k}}. \quad (2.4.24)$$

Уравнения (2.4.24) свидетельствуют о том, что изменяя коэффициент связи контуров, можно изменять частотную характеристику магнитосвязанной цепи. При значениях « k » меньше критического частотная характеристика аналогична одиночной последовательной резонансной цепи (рис. 2.4.6, б). При значениях « k » больше критического, резонансные частоты начинают разниться, и частотная характеристика становится двугорбой (рис. 2.4.6, а).

2.5. Трёхфазные цепи [7, 10]

Трёхфазной электрической цепью называется совокупность трёх однофазных электрически связанных между собой цепей, в которых действует эдс одной и той же частоты и амплитуды, сдвинутые относительно друг друга на одну треть периода.

Применяют два способа связывания цепей — по схеме «звезда» или «треугольник». Способ связывания источников эдс не предпрещает способа связывания нагрузок.

При расчёте и эксплуатации трёхфазных цепей большое значение имеет определённый порядок следования фаз в этих цепях, т. е. расположение векторов напряжения, эдс и токов в этих цепях. Различают прямой и обратный порядок следования фаз. При прямом порядке следования фаз вектор напряжения каждой фазы отстаёт от напряжения предыдущих фаз, в порядке следования букв, как показано на рис. 2.5.1, а.

При обратном порядке следования фаз векторов напряжения (или тока) опережают друг друга, как показано на **рис. 2.5.1, б**. Значения эдс для прямого следования фаз записываются выражениями:

$$\begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t; \\ e_B &= E_m \sin(\omega t - 120^\circ); \\ e_C &= E_m \sin(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (2.5.1)$$

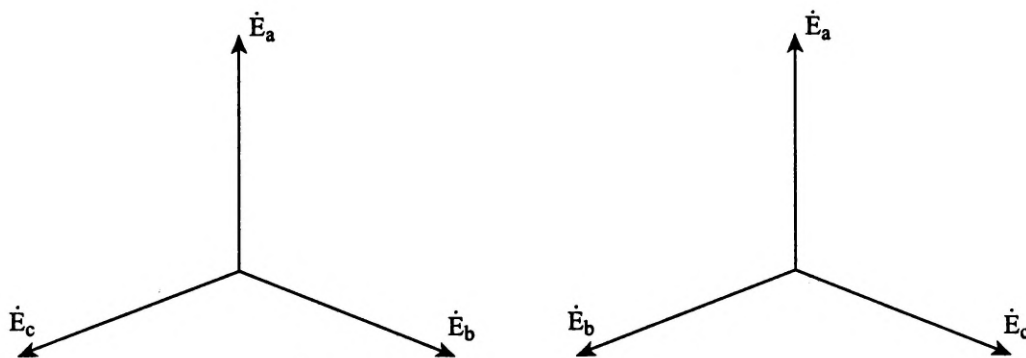


Рис. 2.5.1

2.5.1. Соединение приемников звездой

Соединение, выполненное звездой, представляет собой такое включение фаз генератора или приёмника, при котором все концы фаз соединены в один узел, называемый нулевой, или нейтральной, точкой. На **рис. 2.5.2** показано соединение звездой фаз генератора и комплексных соединений приёмника.

Провода, соединяющие фазы генератора и приемника, называются линейными, токи в них — линейными токами I_A, I_B, I_C . Направление этих токов условно принято указывать от генератора к приёмнику, так же как направление эдс от концов к началу. Напряжение между концом и началом принято называть фазными и обозначать U_A, U_B, U_C . Напряжение между началами фаз называются линейными и обозначаются U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} .

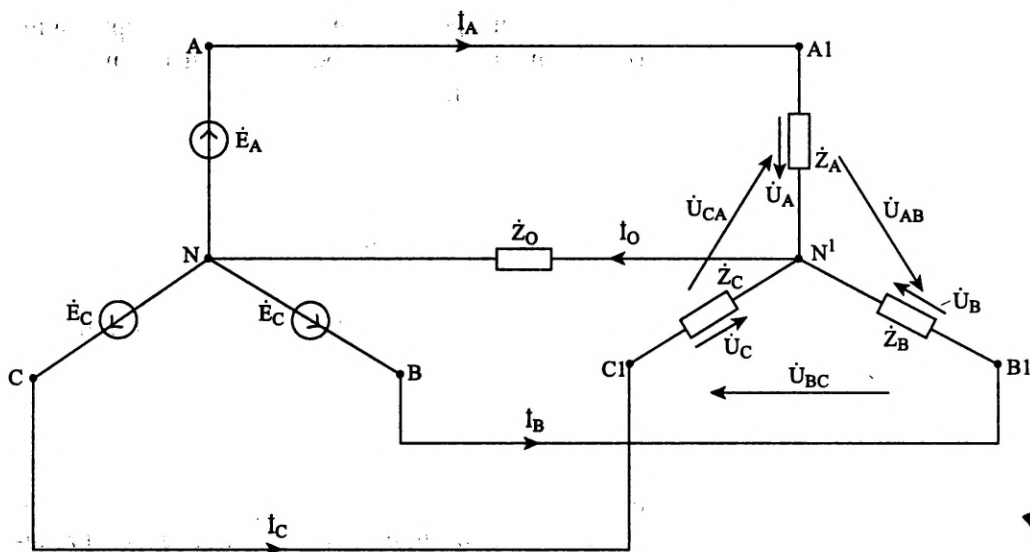


Рис. 2.5.2

Полные комплексные сопротивления фаз приемника равны:

$$\dot{Z}_A = R_A + jx_A; \quad \dot{Z}_B = R_B + jx_B; \quad \dot{Z}_C = R_C + jx_C; \quad \dot{Z}_O = R_O + jx_O. \quad (2.5.2)$$

Направление тока в нулевом проводе условно указывается от приёмника к генератору.

Линейные и фазные напряжения приемника связаны соотношениями:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A. \quad (2.5.3)$$

Напряжение в нейтральной ветви равно:

$$\dot{U}_0 = \frac{\dot{E}_A \dot{Y}_A + \dot{E}_B \dot{Y}_B + \dot{E}_C \dot{Y}_C}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C + \dot{Y}_0}, \quad \text{где } \dot{Y}_A = \frac{1}{\dot{Z}_A}; \quad \dot{Y}_B = \frac{1}{\dot{Z}_B}; \quad \dot{Y}_C = \frac{1}{\dot{Z}_C}; \quad \dot{Y}_0 = \frac{1}{\dot{Z}_0}. \quad (2.5.4)$$

Если известны эдс генератора и сопротивления фаз приёмника, то фазные напряжения приёмника определяют выражениями

$$\dot{U}_A = \dot{E}_A - \dot{U}_0; \quad \dot{U}_B = \dot{E}_B - \dot{U}_0; \quad \dot{U}_C = \dot{E}_C - \dot{U}_0. \quad (2.5.5)$$

При этом токи в фазах приёмника и в нейтральной ветви равны:

$$\dot{I}_A = \dot{U}_A \dot{Y}_A; \quad \dot{I}_B = \dot{U}_B \dot{Y}_B; \quad \dot{I}_C = \dot{U}_C \dot{Y}_C; \quad \dot{I}_0 = \dot{U}_0 \dot{Y}_0.$$

Выражения (2.5.2)–(2.5.6) универсальны и справедливы при наличии и отсутствии нейтрального (нулевого) провода. При наличии нулевого провода $\dot{Y}_0 = \infty$; $\dot{U}_0 = 0$, сила тока в нулевом проводе равна сумме фазных токов

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{I}_0. \quad (2.5.7)$$

При отсутствии нулевого провода $\dot{Y}_0 = 0$, $\dot{I}_0 = 0$.

Рассмотрим различные режимы работы трёхфазной системы при соединении генераторов и приемников звездой с нулевым или без нулевого провода.

Равномерная нагрузка

При равномерной нагрузке фаз генератора проводимости $\dot{Y}_A = \dot{Y}_B = \dot{Y}_C$ и, следовательно, напряжение в нейтральной ветви (уравнение 2.5.4) равно нулю как при наличии, так и при отсутствии нулевого провода (в последнем случае ток нулевого провода также равен нулю). Фазные напряжения приёмника (уравнение 2.5.5) равны фазным эдс генератора:

$$\dot{U}_A = \dot{E}_A; \dot{U}_B = \dot{E}_B; \dot{U}_C = \dot{E}_C. \quad (2.5.8)$$

Векторная диаграмма при равномерной нагрузке фаз генератора приведена на **рис. 2.5.3, а**. При симметричной системе эдс генератора величины линейных и фазных напряжений связаны соотношением $U_\lambda = \sqrt{3}U_\phi$, а линейные токи равны фазным $I_\lambda = I_\phi$.

При равномерной нагрузке фаз генератор нулевой провод можно устранить без изменения силы тока и напряжения приёмников.

Неравномерная нагрузка

Если трёхфазная система имеет нулевой провод, то при неравномерной нагрузке фаз $\dot{Y}_A \neq \dot{Y}_B \neq \dot{Y}_C$ ток в нём определяется выражением (2.5.7). Фазные напряжения на приемнике равны фазным напряжениям генератора. Векторная диаграмма для этого случая представлена на **рис. 2.5.3, б**. Если трёхфазная система не имеет нулевого провода $\dot{Y}_0 = 0$, то напряжение между нулевыми точками генератора и приёмника определяется выражением

$$\dot{U}_0 = \frac{\dot{E}_A \dot{Y}_A + \dot{E}_B \dot{Y}_B + \dot{E}_C \dot{Y}_C}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C}. \quad (2.5.9)$$

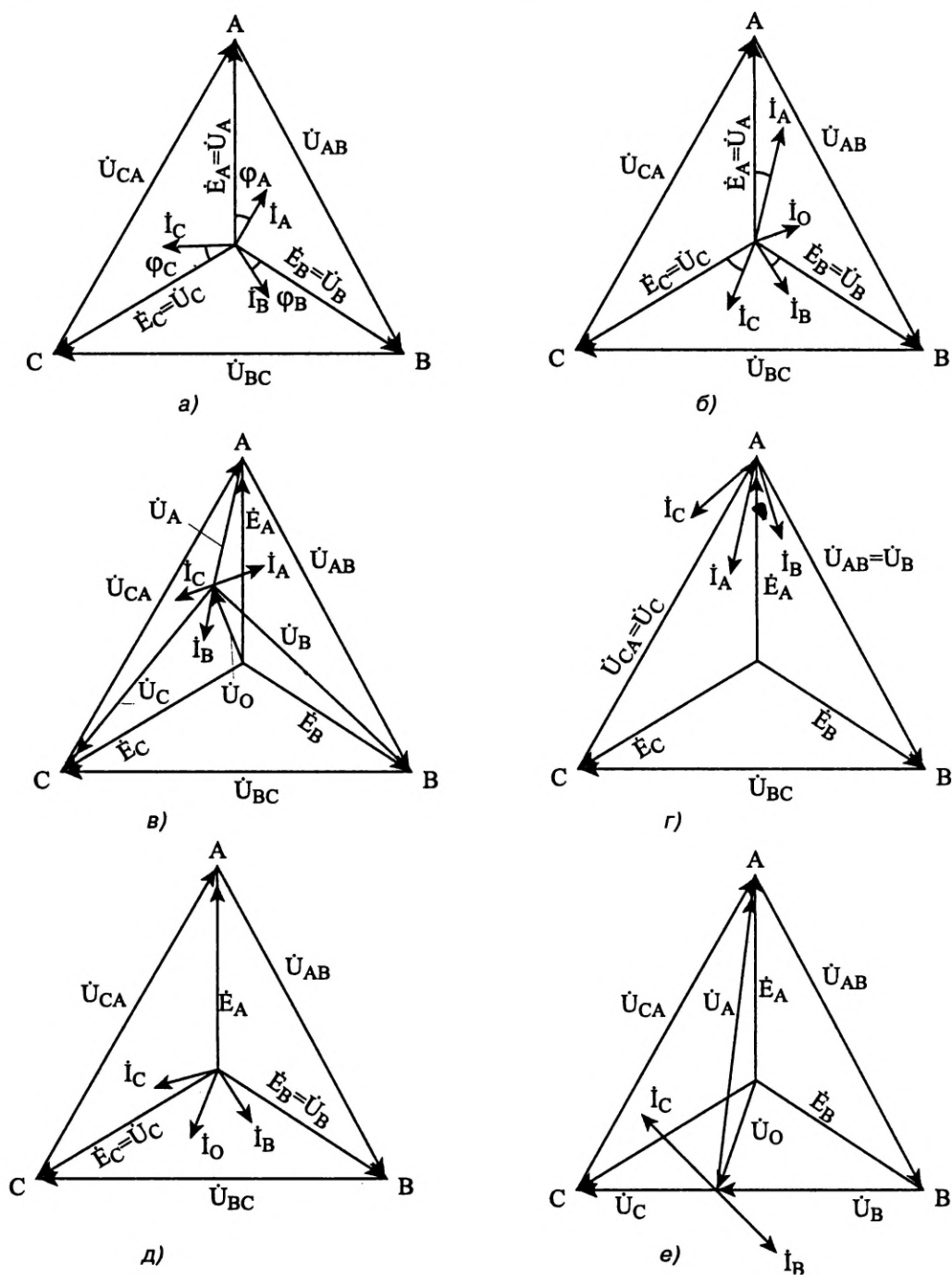


Рис. 2.5.3

При этом фазные напряжения приемника не равны фазным напряжениям генератора и определяются выражениями (2.5.5). Векторная диаграмма для этого случая приведена на **рис. 2.5.3, в**. Если известны линейные напряжения \dot{U}_{AB} , \dot{U}_{BC} , \dot{U}_{CA} , то фазные напряжения можно определить по формулам:

$$\dot{U}_A = \frac{\dot{U}_{AB}\dot{Y}_B - \dot{U}_{CA}\dot{Y}_C}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C}; \quad \dot{U}_B = \frac{\dot{U}_{BC}\dot{Y}_C - \dot{U}_{AB}\dot{Y}_A}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C}; \quad \dot{U}_C = \frac{\dot{U}_{CA}\dot{Y}_A - \dot{U}_{BC}\dot{Y}_B}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C}. \quad (2.5.10)$$

Короткое замыкание фазы приемника

Короткое замыкание фазы приемника является частным случаем неравномерной нагрузки фаз. При наличии нулевого провода короткое замыкание любой фазы приводит к аварии, так как ток в этой фазе резко увеличивается.

Короткое замыкание одной из фаз приемника при отсутствии нулевого провода не вызывает аварии, так как линейные напряжения сети воспринимаются двумя другими фазами. Так, например, при коротком замыкании фазы *A* напряжение на ней уменьшается до нуля, а напряжение двух других фаз становится равным линейным напряжениям, т. е. увеличивается в $\sqrt{3}$ раз (**рис. 2.5.3, з**).

Соответственно во столько же раз увеличивается и значение токов в этих фазах. Комплексные значения напряжений на фазах приёмников в соответствии с выражением (2.5.5) равны:

$$\dot{U}_0 = \dot{E}_A; \quad \dot{U}_A = 0; \quad \dot{U}_B = \dot{U}_{AB}; \quad \dot{U}_C = \dot{U}_{CA}. \quad (2.5.11)$$

Векторная диаграмма для этого случая изображена на **рис. 2.5.3, з**.

Обрыв линейного провода

Если в трехфазной системе с нулевым проводом произойдет обрыв одного линейного провода, то это вызовет исчезновение тока и напряжения на этой фазе. Напряжение на неповрежденных фазах не изменяется. Сила тока в нулевом проводе при обрыве фазы *A* $\dot{I}_A = 0$, будет равна $\dot{I}_0 = \dot{I}_B + \dot{I}_C$.

Векторная диаграмма для этого случая показана на **рис. 2.5.3, д**.

При обрыве линейного провода в трехфазной системе без нулевого провода неповрежденные фазы оказываются соединенными последовательно и подключенными к одному линейному напряжению.

Так, например, при обрыве фазы A неповрежденные фазы B и C оказываются подключенными к напряжению U_{BC} . При этом напряжения на фазах B и C распределяются пропорционально их сопротивлениям. Векторная диаграмма для этого случая показана на рис. 2.5.3, e .

2.5.2. Соединение приемников треугольником

Соединение, выполненное треугольником, представляет собой такое включение фаз генератора или приёмника, при котором начало одной фазы соединяется с другой и т. д.

На рис. 2.5.4 показано соединение звездой фаз генератора и треугольником фаз приёмника.

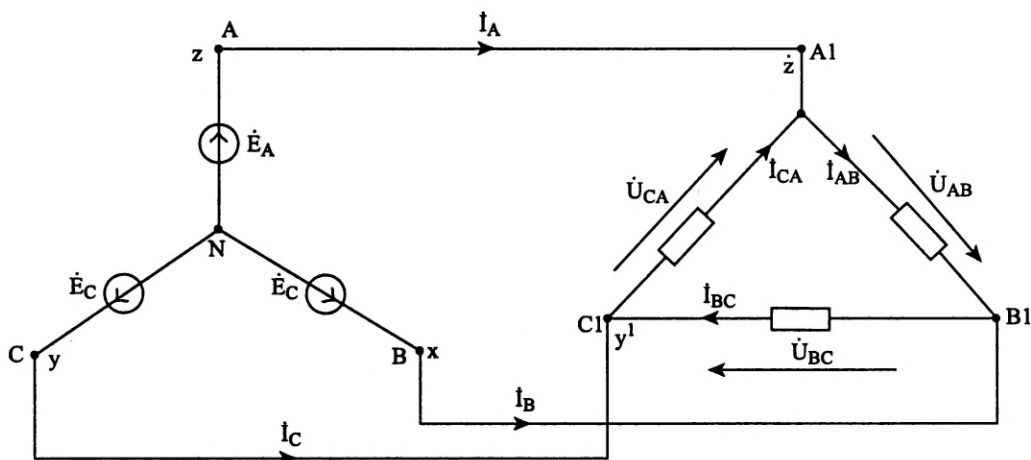


Рис. 2.5.4

При соединении приемника треугольником фазные напряжения равны линейным, а линейные токи равны геометрической разности двух фазных токов, подходящих к вершине треугольника. Поэтому для направлений токов, указанных на рис. 2.5.4, справедливы соотношения:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}; \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}; \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}. \quad (2.5.12)$$

Фазные токи рассчитываются по известным линейным напряжениям и проводимости фаз приёмника:

$$\dot{I}_{AB} = \dot{U}_{AB} \dot{Y}_{AB}; \quad \dot{I}_{BC} = \dot{U}_{BC} \dot{Y}_{BC}; \quad \dot{I}_{CA} = \dot{U}_{CA} \dot{Y}_{CA}. \quad (2.5.13)$$

Рассмотрим различные режимы работы трёхфазной системы при соединении генератора звездой, а приемника — треугольником (соединение «звезда-треугольник»).

Равномерная нагрузка фаз генератора

При симметричной системе эдс генератора и равномерной нагрузке фаз $\dot{Y}_A = \dot{Y}_B = \dot{Y}_C$ действующие значения фазных токов равны между собой, поэтому величина линейного тока связана с величиной фазного тока соотношением: $I_\lambda = \sqrt{3}I_\phi$.

Векторная диаграмма напряжений и токов для этого случая показана на рис. 2.5.5, а.

Неравномерная нагрузка фаз генератора

При симметричной системе эдс генератора и неравномерной нагрузке фаз $\dot{Y}_{AB} \neq \dot{Y}_{BC} \neq \dot{Y}_{CA}$ действующие значения токов в фазах пропорциональны их проводимостям в соответствии с выражением (2.5.13). Векторная диаграмма для этого случая приведена на рис. 2.5.5, б.

Обрыв одной фазы приемника

При обрыве одной фазы приемника, ток в ней будет равен нулю. Ток двух других фаз не изменяется, так же как и фазные напряжения. Линейные токи двух фаз станут равным фазным. В случае обрыва фазы AC , $I_{AC} = 0$, получим:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB}; \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}; \dot{I}_C = -\dot{I}_{BC}. \quad (2.5.14)$$

Векторная диаграмма для этого случая приведена на рис. 2.5.5, в.

Обрыв двух фаз приёмника

При обрыве двух фаз приемника, токи в них будут равны нулю. Сила тока в неповрежденной фазе не изменяется. Сила тока в линейном проводе, подходящем к оборванным фазам, будет равна нулю, а токи в других линейных проводах будут равными фазным.

Так, например, при обрыве фаз AB и CA $I_{AB} = I_{CA} = 0$, получим:

$\dot{I}_A = 0; \dot{I}_B = \dot{I}_{BC}; \dot{I}_C = -\dot{I}_{BC}$. Векторная диаграмма для этого случая приведена на рис. 2.5.5, г.

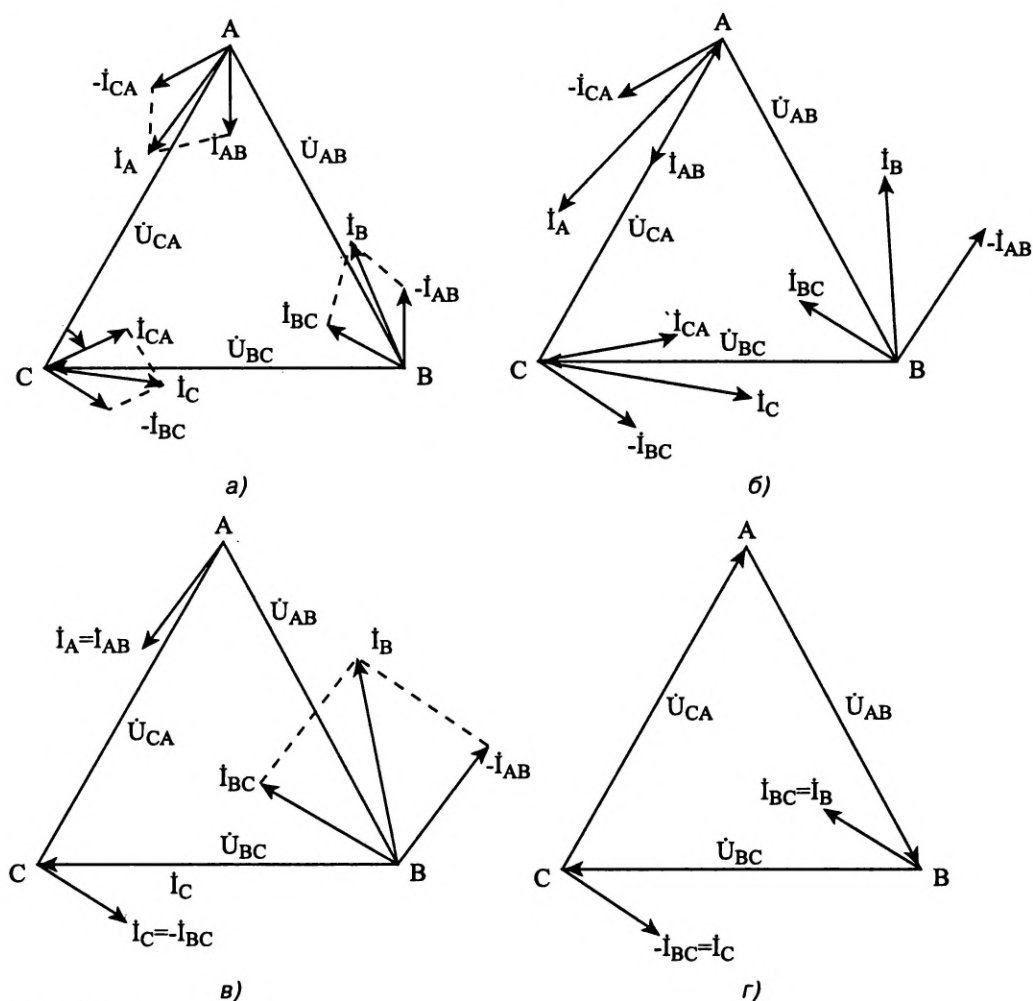


Рис. 2.5.5

2.6. Электрические цепи при несинусоидальных напряжениях и токах [7, 11]

Любая несинусоидальная периодическая функция $f(x)$ с периодом 2π (рис. 2.6.1), где $x = \omega t = 2\pi ft = \frac{2\pi t}{T}$ может быть разложена в ряд Фурье вида:

$$f(x) = A_0 + A_1 \sin x + A_2 \sin 2x + \dots + A_k \sin kx + B_1 \cos x + B_2 \cos 2x + \dots + B_k \cos kx. \quad (2.6.1)$$

Ряд Фурье считается определенным, если известны все коэффициенты в разложении (2.6.1).

Эти коэффициенты определяются по выражениям:

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cdot dx, \quad A_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin kx \cdot dx, \quad B_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos kx \cdot dx. \quad (2.6.2)$$

Ряд Фурье (2.6.1) может быть представлен в ином виде:

$$f(x) = A_0 + \sum_1^k C_k \sin(kx + \varphi_k), \quad (2.6.3)$$

$$\text{где } C_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}; \varphi_k = \arctg \frac{B_k}{A_k}.$$

В таком представлении разложение в ряд Фурье называется разложением на гармоники. Гармоника представляет собой синусоидальную функцию времени со своей амплитудой (C_k), начальной фазой (φ_k) и частотой ($k\omega$). Значение « k » определяет номер гармоники. Слагаемое A_0 называется постоянной составляющей.

2.6.1. Свойства симметрии периодических несинусоидальных функций

Разложение периодических несинусоидальных функций упрощается, если учитывать их свойства симметрии:

1. Функция симметричная относительно оси абсцисс (нечетная функция). Пример такой функции показан на **рис. 2.6.1, а**, ее математическая запись имеет вид: $f(x) = -f(x + \pi)$.

В разложении таких функций отсутствует постоянная составляющая и все четные гармоники ($A_0 = 0$; $C_k = 0$ при четных k).

2. Функция симметрична относительно оси ординат (четная функция). Пример такой функции показан на **рис. 2.6.1, з**, ее математическая запись имеет вид: $f(x) = f(-x)$. В разложении таких функций отсутствуют все синусные слагаемые ($A_k = 0$).

Функция симметричная относительно начала координат. Пример такой функции показан на **рис. 2.6.1, в**, ее математическая запись имеет вид: $f(x) = -f(-x)$. В разложении таких функций отсутствуют постоянная составляющая и все косинусные слагаемые ($A_0 = 0$, $B_k = 0$).

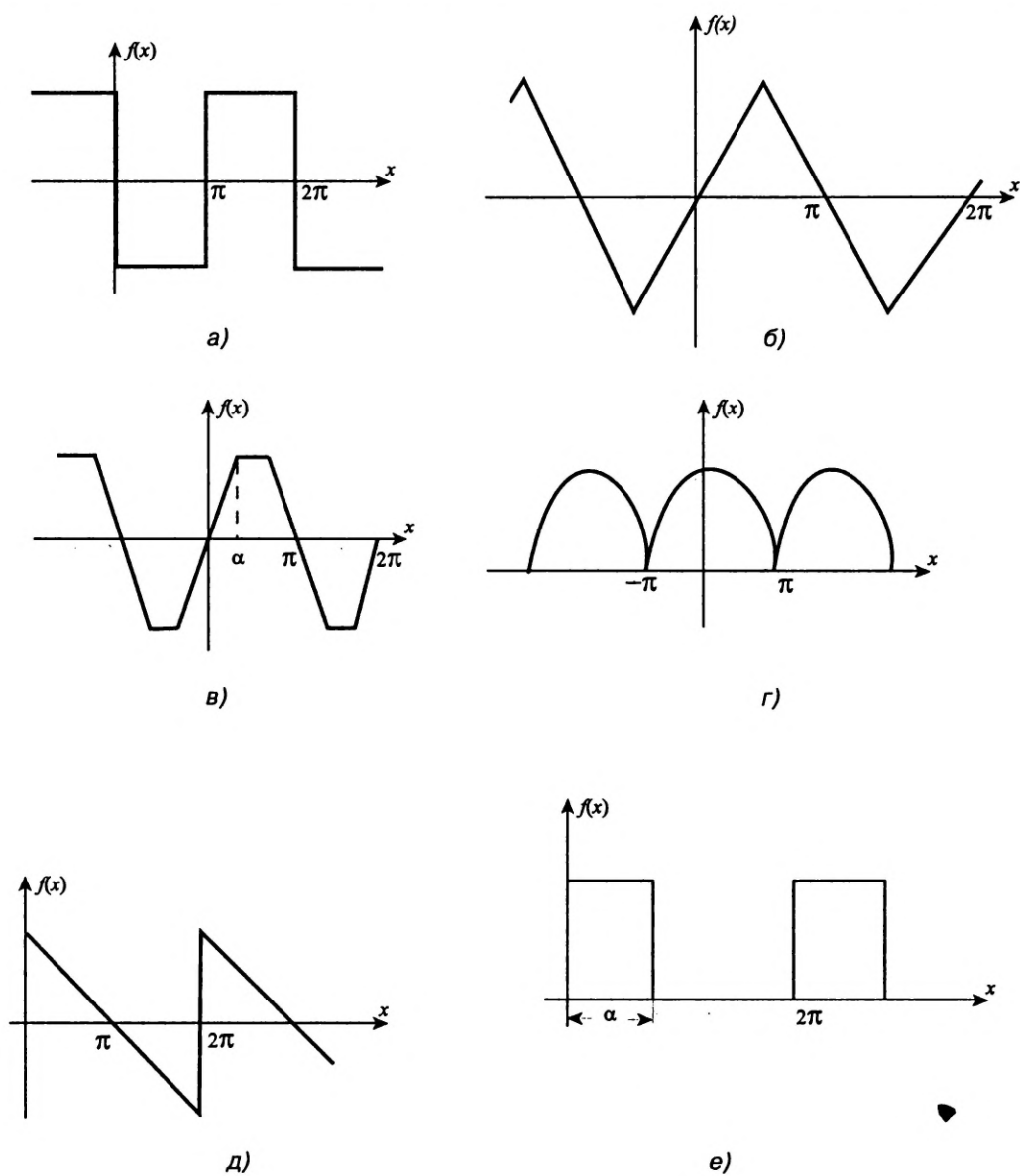
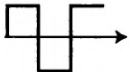


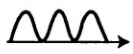

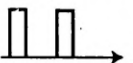


Рис. 2.6.1

На рис. 2.6.1 показаны несинусоидальные периодические функции, которые наиболее часто встречаются в электрических цепях, а в таблице 2.6.1 приведены их разложения на гармоники.

Табл. 2.6.1

График функции	Разложение в ряд Фурье функции $f(x); x = \omega t$
Меандр 	$\frac{4A_m}{\pi} \left(\sin x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{5} \sin 5x + \dots + \frac{1}{k} \sin kx \right)$
Падающая пила 	$\frac{2A_m}{\pi} \left(\sin x + \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x + \dots + \frac{1}{k} \sin kx \right)$
Трапеция 	$\frac{4A_m}{\alpha\pi} \left[\sin \alpha \sin x + \frac{1}{9} \sin 3\alpha \sin 3x + \dots + \frac{1}{k^2} \sin k\alpha \sin kx \right], k — \text{нечетные}$
2-х полуп. выпрямл., 	$\frac{4A_m}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cos 2x + \frac{1}{15} \cos 4x + \dots + \frac{1}{k^2 - 1} \cos kx \right), k — \text{четные}$
Симметричная пила 	$\frac{8A_m}{\pi^2} \left(\sin x - \frac{1}{9} \sin 3x + \frac{1}{25} \sin 5x - \dots + \frac{(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{k^2} \sin kx \right), k — \text{нечетные}$
Импульсная 	$\frac{A_m \alpha}{2\pi} + \frac{2A_m}{\pi} \left(\sin \frac{\alpha}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin \frac{2\alpha}{2} \cos 2x + \frac{1}{3} \sin \frac{3\alpha}{2} \cos 3x + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{1}{k} \sin \frac{k\alpha}{2} \cos kx \right)$

2.6.2. Выделение гармонических составляющих в реальных электрических цепях

Разложение в ряд Фурье не является математической абстракцией. В реальных электрических цепях при несинусоидальных периодических токах (напряжениях) эти гармоники присутствуют и могут быть выделены при помощи резонансных цепей.

Это выделение основано на том, что на резонансной частоте последовательная L, C цепь представляет собой нулевое сопротивление, а

параллельная — бесконечное сопротивление. Если включить эти цепи так, как показано на рис. 2.6.2, а, подать на входные зажимы несинусоидальное напряжение и подобрать параметры L, C так, чтобы резонанс в цепи возникал на k -ой гармонике, то напряжение этой гармоники выделится на параллельной L, C цепи. Настраивая цепь по очереди в резонанс на каждую гармонику, можно их определить. Иногда вместо последовательной L, C цепи включается большое активное сопро-

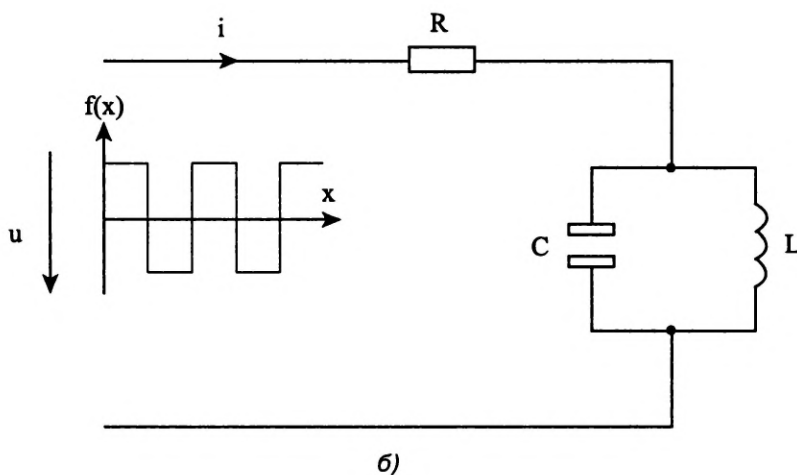
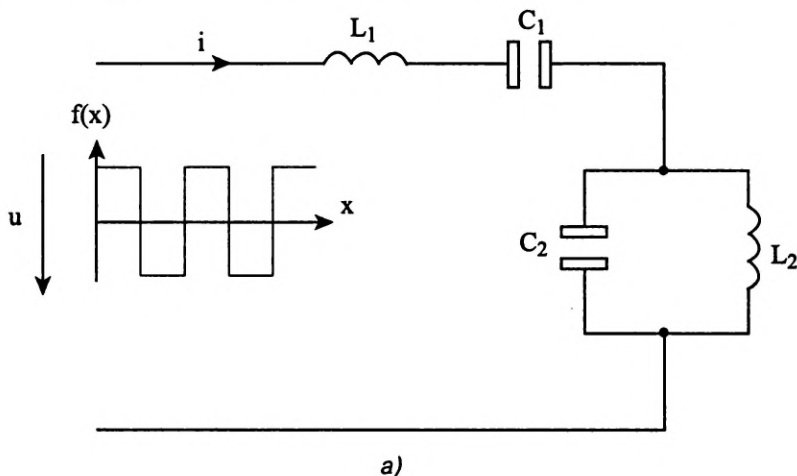


Рис. 2.6.2

тивление (рис. 2.6.2, б). Тогда напряжение на выходе определится из уравнения

$$\dot{U}_2 = \frac{\dot{Z}_2}{R_1 + \dot{Z}_2} \dot{U}_1 = \frac{\dot{U}_1}{1 + R_1 \dot{Y}_2}.$$

При резонансе $\dot{Y}_2 = G_2 = \frac{1}{R_2}$, поэтому если $R_2 \gg R_1$, то на этой резо-

нансной частоте $\dot{U}_2 \approx \dot{U}_1$. Настраивая резонансный контур поочередно на каждую гармонику, можно измерить гармонический состав входного напряжения.

2.7. Переходные процессы в линейных электрических цепях [7, 11]

Переходные процессы в электрических цепях возникают при коммутациях. Коммутацией называется скачкообразное изменение параметров или топологии электрической цепи. Для того чтобы на электрической схеме показать процесс коммутации, используют специальные элементы — переключатели. На рис. 2.7.1, а показано, как с помощью переключателя изменяется параметр электрической цепи, а на рис. 2.7.1, б показано изменение топологии электрической цепи. Следует подчеркнуть, что в реальной электрической цепи далеко не всегда ее изменение вызвано внешними причинами (подключение, отключение участков с помощью переключателей). Часто переходные процессы вызываются внутренними причинами. Например, пробой изоляции обмотки двигателя или трансформатора, перегорание реостата или любого иного устройства, включенного в электрическую цепь. Однако все внутренние причины всегда можно представить коммутацией с помощью переключателей.

Переходные процессы обусловлены тем обстоятельством, что запас энергии в электрической цепи не может измениться скачком. Элементами, запасующими энергию в электрической цепи, являются индуктивность и емкость. Индуктивность — это элемент, запасующий энер-

гию в магнитном поле равную $W_L = \frac{Li^2}{2}$, а емкость — это элемент,

запасующий энергию в электрическом поле равную $W_C = \frac{Cu^2}{2}$. Обычно

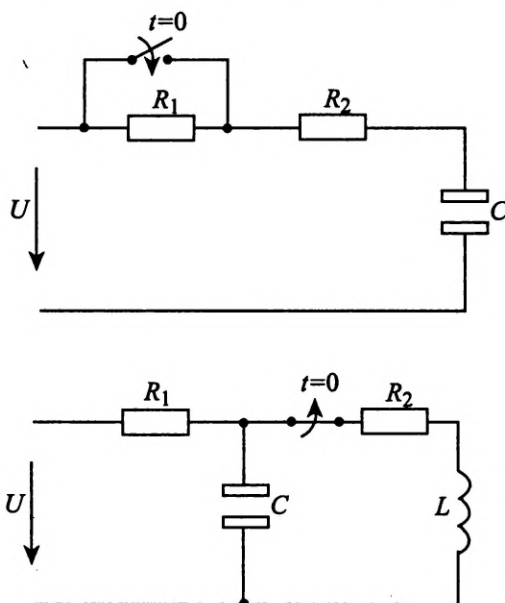


Рис. 2.7.1

при расчете переходных процессов считается, что коммутация происходит в момент $t = 0$. То обстоятельство, что запас энергии в электрической цепи не может измениться скачком, приводит к двум основным законам коммутации:

1. Ток в индуктивности не может измениться скачком, поэтому ток в индуктивности до коммутации равен току в индуктивности сразу после коммутации, т. е. ток индуктивности в момент коммутации не изменяется. Математически первый закон коммутации записывается в виде: $i_L(0-) = i_L(0+)$.
2. Напряжение на конденсаторе не может измениться скачком, поэтому напряжение на конденсаторе до коммутации равно напряжению на конденсаторе сразу после коммутации, т. е. напряжение на конденсаторе в момент коммутации не изменяется. Математически второй закон коммутации записывается в виде $u_C(0-) = u_C(0+)$.

Ток в индуктивности и напряжение на конденсаторе, являющиеся количественной мерой запасенной энергии в электрической цепи, называются **переменными состояниями** электрической цепи.

Рассмотрим два примера.

На рис. 2.7.2, а показана простейшая электрическая R, C цепь, в которой при $t = 0$ происходит коммутация, цепь подключается к источнику постоянного напряжения U . Ясно, что до коммутации напряжение на конденсаторе было равно нулю, в момент коммутации оно не изменится $u_C(0-) = u_C(0+)$ (рис. 2.7.2, б), а спустя какое-то время t_1 конденсатор зарядится до U (рис. 2.7.2, б). Задача расчета переходного процесса состоит в нахождении зависимости напряжения на конденсаторе от времени в промежутке времени от 0 до t_1 .

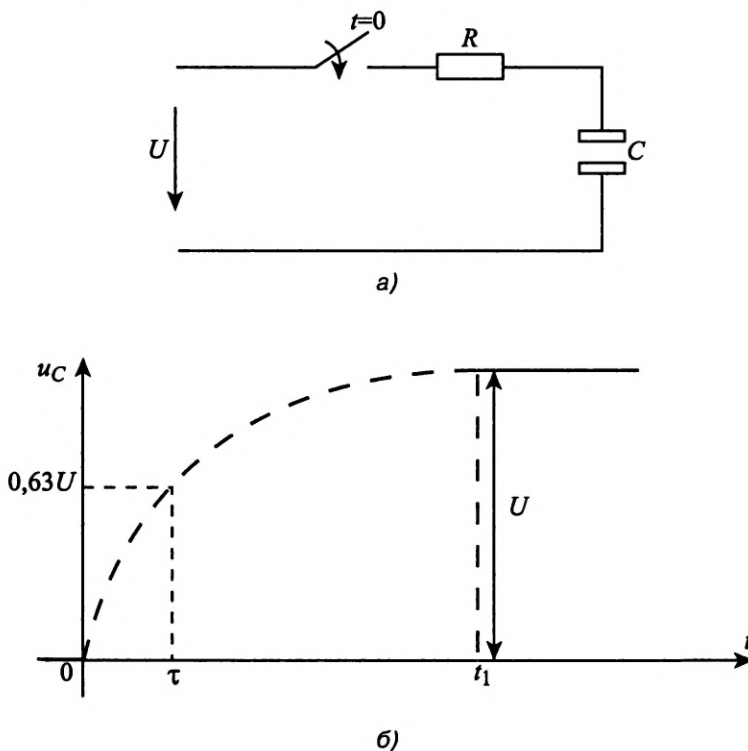
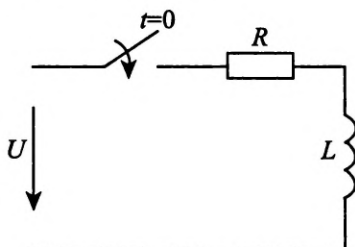


Рис. 2.7.2

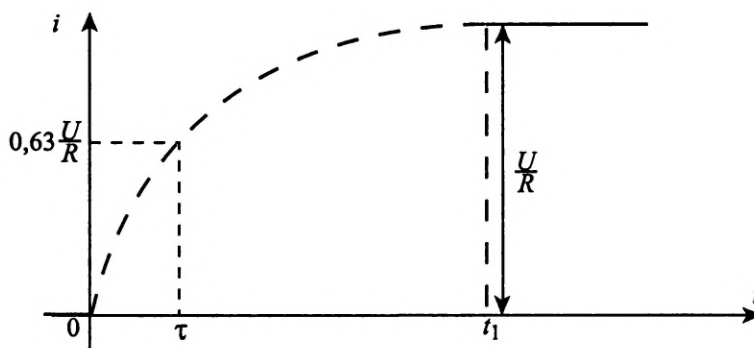
Во втором примере простейшая R, L цепь подключается к источнику постоянного напряжения U (рис. 2.7.3, а). До коммутации и в момент коммутации ток в индуктивности равен нулю $i_L(0-) = i_L(0+)$ (рис. 2.7.3, б), а спустя какое-то время t_1 , ток в цепи станет равным $i_L(t_1) = \frac{U}{R}$. Задача расчета переходного процесса состоит в нахожде-

нии зависимости тока в цепи от времени в промежутке времени от 0 до t_1 .

Существует много методов расчета переходных процессов в электрических цепях. Ниже рассмотрен только один — классический метод расчета переходных процессов.



а)



б)

Рис. 2.7.3

2.7.1. Классический метод расчета переходных процессов в линейных электрических цепях

Рассмотрим расчет переходного процесса для первого примера (рис. 2.7.2, а).

1. Составляем уравнение Кирхгофа относительно мгновенного значения переменной состояния для послекоммутационной цепи

$$Ri + u_c = U, \text{ поскольку } i = C \frac{du_c}{dt}, \text{ то } RC \frac{du_c}{dt} + u_c = U. \quad (2.7.1)$$

2. Определяем начальное значение (при $t = 0$) переменной состояния.

$$u_C(0) = 0.$$

3. Решение неоднородного (с правой частью) дифференциального уравнения (2.7.1) ищется в виде суммы двух составляющих свободной $u_{C.св}$ и вынужденной $u_{C.вын}$. Свободная составляющая является решением однородного (без правой части) дифференциального уравнения (2.7.1):

$$u_{C.св} = Ae^{-\frac{t}{RC}}. \quad (2.7.2)$$

Вынужденная составляющая определяется из (2.7.1) при подстановке $\frac{du_C}{dt} = 0$.

$$u_{C.вын} = U.$$

Решение уравнения (2.7.1) запишется в виде:

$$u_C = Ae^{-\frac{t}{RC}} + U. \quad (2.7.3)$$

4. Незвестная постоянная A в уравнении (2.7.3) находится на основании закона коммутации при подстановке в уравнение (2.7.3) $t = 0$.

$$u_C(0) = A + U, \text{ т. к. } u_C(0) = 0, \text{ то } A = -U. \quad (2.7.4)$$

5. При подстановке найденного значения A в уравнение (2.7.3) получаем окончательное решение задачи:

$$u_C = U(1 - e^{-\frac{t}{RC}}). \quad (2.7.5)$$

Таким образом, напряжение на конденсаторе в функции времени увеличивается по экспоненте от 0 до напряжения источника U .

Оценим время протекания переходного процесса в рассмотренной цепи. Будем считать, что он закончится, когда напряжение на конденсаторе достигнет 0,98 от установившейся величины, тогда из (2.7.5):

$$0,98 = 1 - e^{-\frac{t_1}{RC}}; \quad t_1 = RC \cdot \ln 30 \approx 3,9RC, \quad (2.7.6)$$

произведение RC , имеющее размерность секунды, называется постоянной времени цепи и обозначается через $\tau = RC$. Считается, что переходной процесс заканчивается за время, равное $t_1 \approx (3+5)\tau$.

Зависимость напряжения на конденсаторе от времени, рассчитанная по (2.7.5) показана на рис. 2.7.2, б пунктирной линией. Постоянную времени можно определить по напряжению на конденсаторе при $t = \tau$.

$$u_c(\tau) = U(1 - e^{-1}) = 0,63U. \quad (2.7.7)$$

Расчет переходного процесса для второго примера (включение R, L цепи на постоянное напряжение) не будем сопровождать лишними комментариями. Алгоритм расчета остается без изменения:

$$\begin{aligned} 1. \quad & L \frac{di_L}{dt} + Ri = U; \\ 2. \quad & i_L(0) = 0; \\ 3. \quad & i_{L,ce} = Ae^{-\frac{tR}{L}}; i_{L,вын} = \frac{U}{R}; i_L = Ae^{-\frac{tR}{L}} + \frac{U}{R}; \\ 4. \quad & i_L(0) = A + \frac{U}{R}; A = -\frac{U}{R}; \\ 5. \quad & i_L = \frac{U}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}), \end{aligned} \quad (2.7.8)$$

где $\tau = \frac{L}{R}$ (с) — постоянная времени цепи. Зависимость тока от времени, построенная по (2.7.8), показана на рис. 2.7.3, б пунктирной линией.

В цепях с одним реактивным элементом расчет переходных процессов в соответствии с вышеприведенным алгоритмом не представляет труда. В цепях с двумя реактивными элементами, емкостью и индуктивностью, алгоритм остается без изменения, но определенную трудность представляют шаги 2, 3 и 4 алгоритма.

Рассмотрим случай включения R, L, C цепи на постоянное напряжение (рис. 2.7.4, а).

1. Составляем дифференциальное уравнение для послекоммутационной цепи

$$Ri + L \frac{di}{dt} + u_c = U, \quad (2.7.9)$$

заметим при этом, что в рассматриваемой цепи через все элементы протекает один и тот же ток, т. е. $i = i_L = C \frac{du_C}{dt}$.

2. Начальные значения при $t = 0$

$$u_C(0) = 0; i(0) = 0; L \frac{di}{dt}(0) = U. \quad (2.7.10)$$

3. Продифференцируем дифференциальное уравнение (2.7.8) и умножим на C , тогда получим:

$$CR \frac{di}{dt} + CL \frac{d^2 i}{dt^2} + i = 0. \quad (2.7.11)$$

С учетом того, что $i_{\text{вын}} = 0$, решение дифференциального уравнения (2.7.11) запишется в виде:

$$i = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}, \quad (2.7.12)$$

где A_1, A_2 — неизвестные постоянные интегрирования, а p_1, p_2 — корни характеристического уравнения, составленного по дифференциальному уравнению (2.7.11) путем замены производных оператором дифференцирования p . Это характеристическое уравнение имеет вид:

$$CLp^2 + CRp + 1 = 0, \quad (2.7.13)$$

$$\text{откуда: } p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}. \quad (2.7.14)$$

4. Для нахождения постоянных интегрирования предварительно продифференцируем уравнение (2.7.12).

$$\frac{di}{dt} = A_1 p_1 e^{p_1 t} + A_2 p_2 e^{p_2 t}, \quad (2.7.15)$$

тогда из уравнений (2.7.8), (2.7.12), (2.7.15) при $t = 0$ получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 0 = A_1 + A_2 \\ \frac{U}{L} = A_1 p_1 + A_2 p_2 \end{cases}, \quad (2.7.16)$$

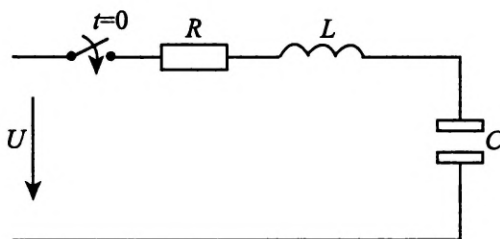
$$\text{откуда: } A_1 = \frac{U}{L} \frac{1}{p_1 - p_2}; A_2 = -\frac{U}{L} \frac{1}{p_1 - p_2}. \quad (2.7.17)$$

5. Решение дифференциального уравнения (2.7.12) запишется в виде:

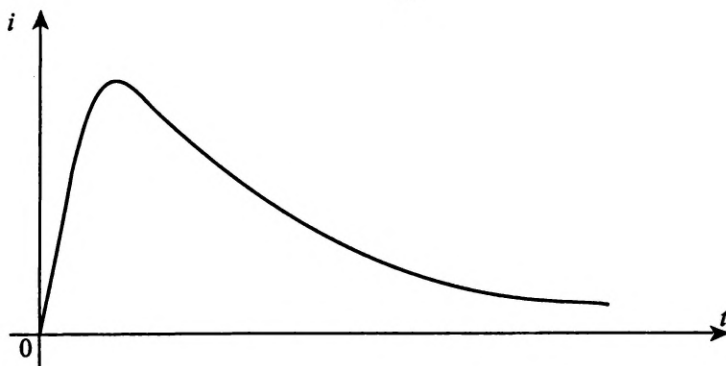
$$i = \frac{U}{L} \frac{1}{p_1 - p_2} e^{p_1 t} - \frac{U}{L} \frac{1}{p_1 - p_2} e^{p_2 t}. \quad (2.7.18)$$

Характер переходного процесса зависит от соотношения δ — коэффициента затухания и ω_0 — резонансной частоты цепи. При $\delta > \omega_0$ корни характеристического уравнения отрицательные, вещественные и разные (см. уравнение 2.7.14). Ток в течение переходного процесса определяется из уравнения:

$$i = \frac{U}{2L\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}). \quad (2.7.19)$$



a)



б)

Рис. 2.7.4, а, б

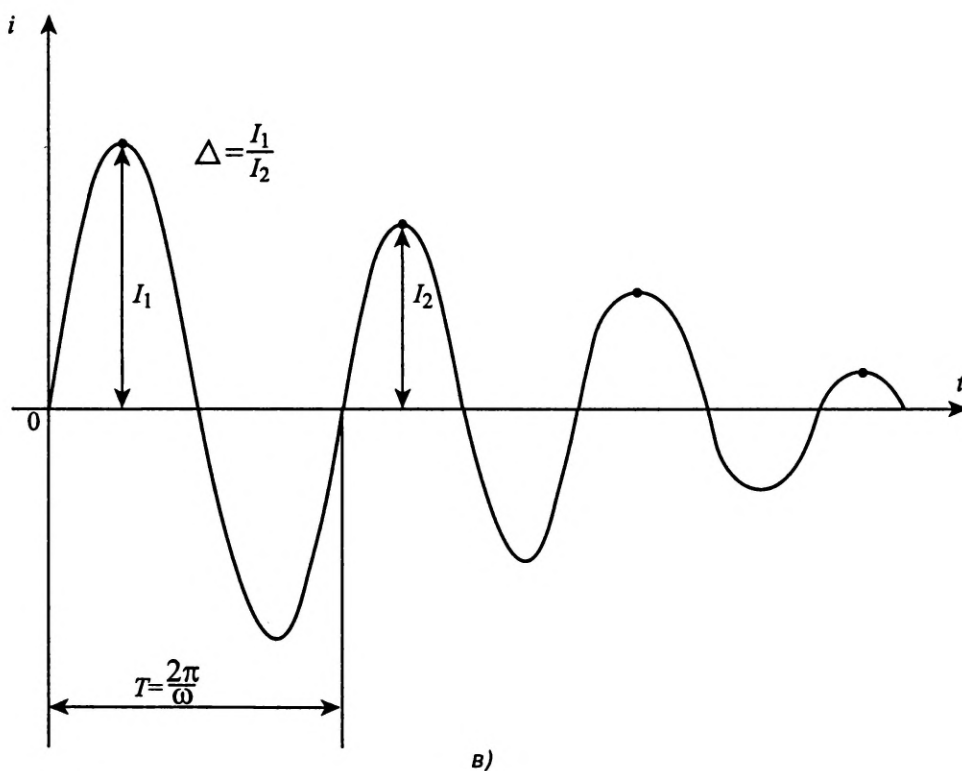


Рис. 2.7.4, в

В этом случае переходный процесс носит аperiodический характер (рис. 2.7.4, б). При $\delta < \omega_0$ корни характеристического уравнения комплексно-сопряженные. Ток в течение переходного процесса определяется из уравнения:

$$i = \frac{U}{\omega L} e^{-\delta t} \sin \omega t, \quad (2.7.20)$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ — собственная частота контура с учетом затухания.

Переходный процесс для этого случая представлен на рис. 2.7.4, в, он носит колебательный характер.

Отношение мгновенного значения величины тока к значению этой величины через период ($T = \frac{2\pi}{\omega}$) характеризует колебательные свойства цепи и носит название декремента колебания. Декремент колебания определяется из уравнения:

$$\Delta = e^{\delta T}. \quad (2.7.21)$$

На рис. 2.7.4, в показан графический способ определения декремента колебания сравнением двух амплитудных значений тока в переходном режиме.

Глава 3

**ИССЛЕДОВАНИЕ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ
В ВИРТУАЛЬНОЙ ЛАБОРАТОРИИ**

Лабораторная работа №1.

Исследование линейных цепей синусоидального тока

1. Цель работы

Исследование основных величин, характеризующих синусоидальные переменные токи и напряжения; исследование линейных электрических цепей синусоидального тока, проверка законов Кирхгофа в цепях синусоидального тока.

2. Указание к выполнению работы

К выполнению лабораторной работы следует приступить после изучения разделов 2.1.1–2.1.13. В качестве дополнительной литературы можно воспользоваться работами [7, 9, 12].

3. Содержание работы

- 3.1. Исследование источников напряжения и тока; исследование основных величин, характеризующих синусоидальный ток.
- 3.2. Исследование резистора в цепи синусоидального тока.
- 3.3. Исследование индуктивности в цепи синусоидального тока.
- 3.4. Исследование ёмкости в цепи синусоидального тока.
- 3.5. Исследование последовательного соединения резистора и индуктивности в цепи синусоидального тока.
- 3.6. Исследование последовательного соединения резистора и ёмкости в цепи синусоидального тока.
- 3.7. Исследование последовательного соединения резистора, индуктивности и ёмкости в цепи синусоидального тока.
- 3.8. Исследование параллельного соединения резистора и индуктивности в цепи синусоидального тока.
- 3.9. Исследование параллельного соединения резистора и ёмкости в цепи синусоидального тока.

3.10 Исследование смешанного соединения резистора, индуктивности и емкости в цепи синусоидального тока.

3.11 Законы Кирхгофа в цепи синусоидального тока.

4. Виртуальные приборы и оборудование

Виртуальные приборы и оборудование для проведения лабораторной работы представлены на **рис. 3.1.1**. Они содержат источник синусоидального напряжения (AC Voltage Source), источник синусоидального тока (AC Current Source), последовательные и параллельные RLC-цепи (Series RLC, Parallel RLC), измерительные приборы (Voltage Measurement, Current Measurement, Multimeter, powergui, Active and Reactive Power, Display) и элементы соединения (Ground input, Ground output).

Все виртуальные приборы и оборудование (кроме дисплея) являются блоками пакета расширения Power System Blockset. Дисплей (Display) является блоком основной библиотеки Simulink.

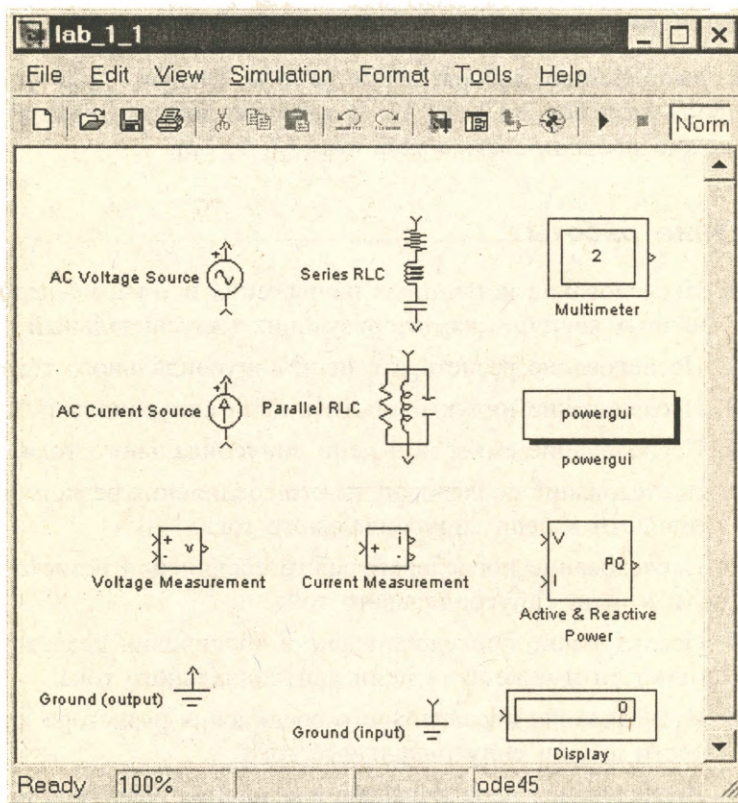


Рис. 3.1.1. Библиотечные виртуальные блоки к лабораторной работе №1

5. Порядок выполнения работы

Исследование источника синусоидального напряжения реализуется с помощью модели, представленной на **рис. 3.1.2**. Окно задания параметров источника показано на **рис. 3.1.3**. Это окно содержит три поля, в которых последовательно задаются амплитуда напряжения на выходе источника в вольтах, начальная фаза в градусах и частота в герцах. В четвертом поле задается величина шага выборки. В последнем поле задается параметр, который нужно измерить измерительным прибором Multimeter. При выборе параметра Voltage из выпадающего меню поля Measurement, в левом поле окна настройки блока Multimeter (**рис. 3.1.4**) появляется название измеряемого параметра и название блока, в котором этот параметр измеряется. Кнопкой Select измеряемый параметр перемещается в правое поле для дальнейшей обработки в последующих блоках, а также для вывода на экран результатов моделирования. В этом случае следует включить флажок Display signal at simulation stop (**рис. 3.1.4**).

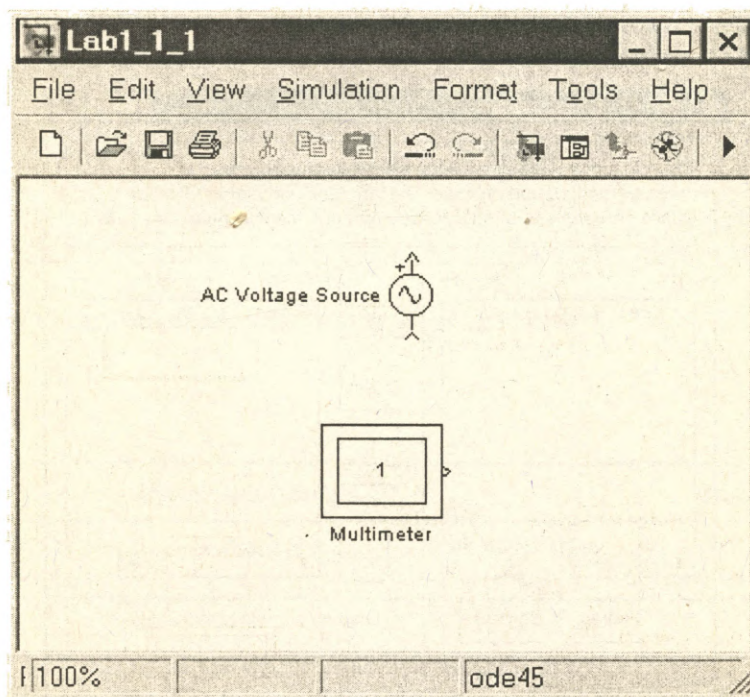


Рис. 3.1.2. Модель для исследования источника синусоидального напряжения

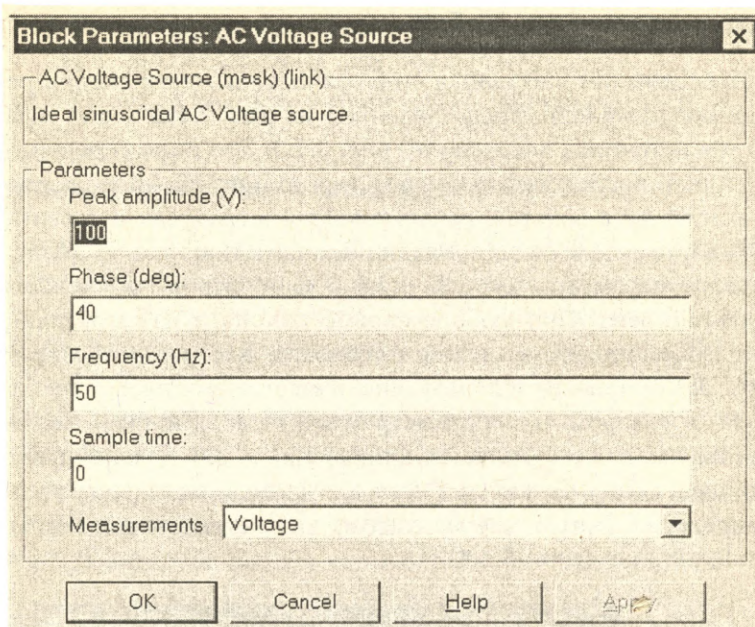


Рис. 3.1.3. Окно настройки параметров источника синусоидального напряжения

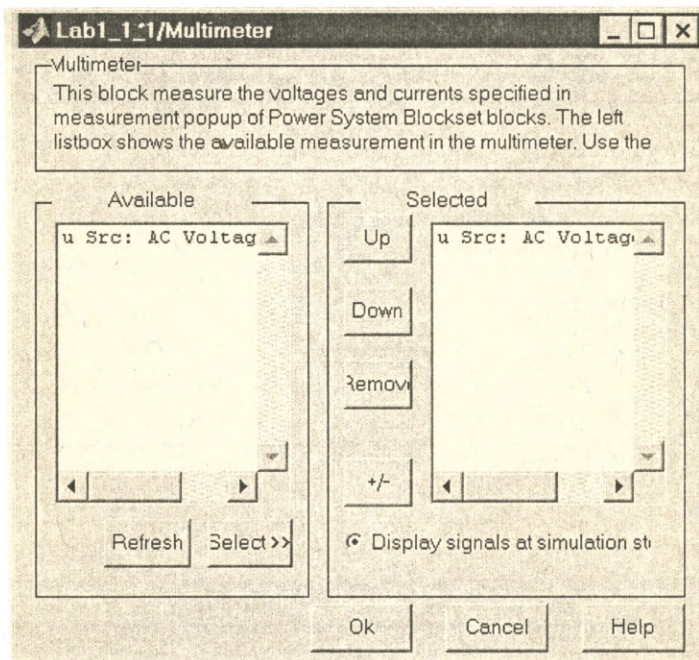


Рис. 3.1.4. Окно настройки измерительного прибора Multimeter

Параметры моделирования задаются в окне Simulation Parameters (рис. 3.1.5). Результаты моделирования показаны на рис. 3.1.6. Выполнение этого пункта лабораторной работы осуществляется после получения от преподавателя (или выбора при самостоятельной работе) параметров источника синусоидального напряжения. Эти параметры заносятся в табл. 3.1.1, они должны оставаться неизменными при выполнении всех последующих пунктов лабораторной работы.

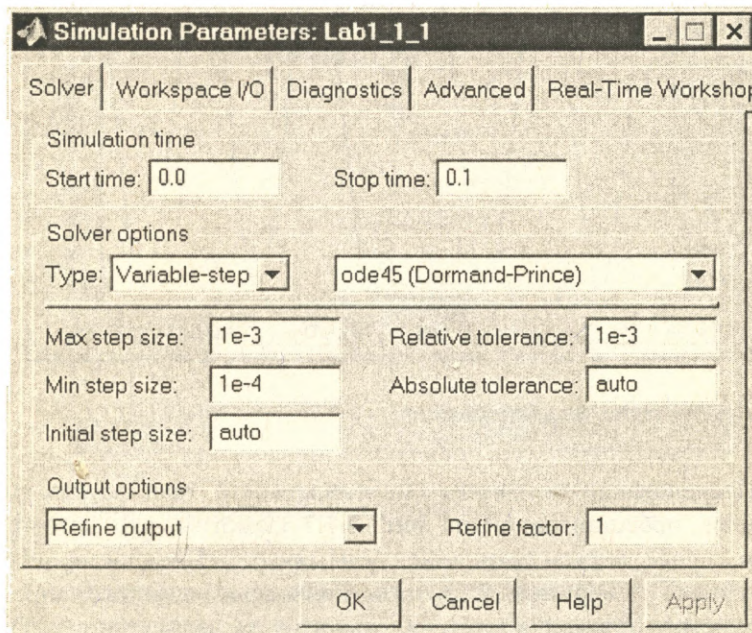


Рис. 3.1.5. Окно настройки параметров моделирования

Таблица 3.1.1.

Измерения (установка)			Вычисления
Амплитуда напряжения (В)	Частота (Гц)	Начальная фаза (град)	Действующее напряжение (В)

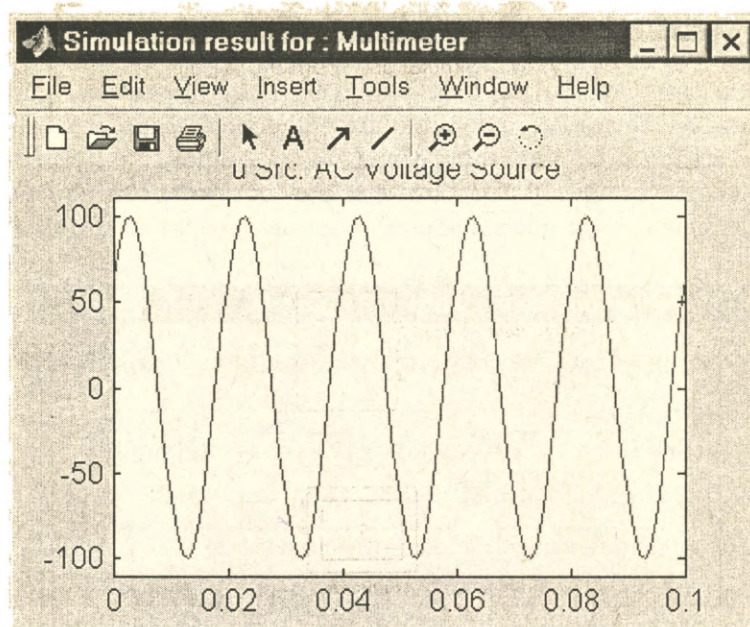


Рис. 3.1.6. Результаты моделирования

Исследование источника синусоидального тока осуществляется на модели, представленной на рис. 3.1.7 (заметим, что источник тока в этом случае должен быть замкнут накоротко). Порядок проведения этого пункта лабораторной работы полностью повторяет предыдущий. Параметры источника синусоидального тока заносятся в таблицу 3.1.2. В дальнейшем, при использовании источника тока в лабораторной работе (пп. 3.8, 3.9) его параметры должны остаться неизменными.

Таблица 3.1.2.

Измерения (установка)			Вычисления
Амплитуда тока (A)	Частота (Гц)	Начальная фаза (град)	Действующий ток (A)

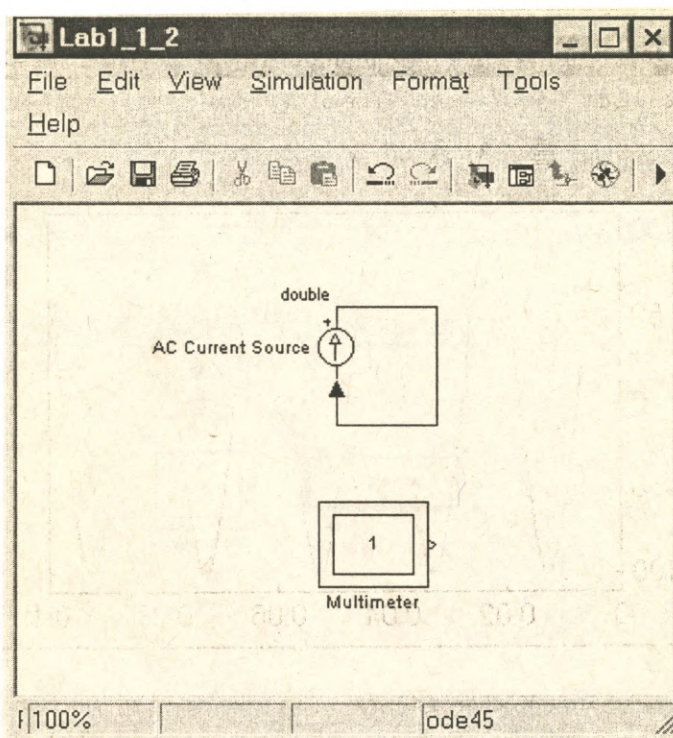


Рис. 3.1.7. Модель для исследования источника синусоидального тока

Исследование одиночных и последовательно соединенных пассивных RLC -элементов по пунктам 3.2–3.7 осуществляется на модели рис. 3.1.8. Отдельного пояснения здесь требуют блоки Series RLC и Powergui.

В окне настройки блока Series RLC имеется четыре поля (рис. 3.1.9). В трех первых полях задаются параметры пассивных RLC -элементов. При этом для получения нулевого индуктивного сопротивления ($x_L = \omega L = 2\pi fL$) необходимо в поле Inductance $L(H)$ записать 0, а

для получения нулевого емкостного сопротивления ($x_C = \frac{1}{\omega C}$) в поле

Capacitance $C(F)$ записать “inf” (от англ. infinite — бесконечность). Графическое изображение блока зависит от выбранных параметров. В частности, на рис. 3.1.8 показан случай чисто резистивной нагрузки, когда $L = 0$, $C = \text{inf}$. В поле Measurement выбираются величины, подлежащие измерению блоком Multimeter. В выпадающем меню этого поля (рис. 3.1.9) можно задать измерение только напряжения, только тока, напряжения и тока, а можно вообще отказаться от измерений.

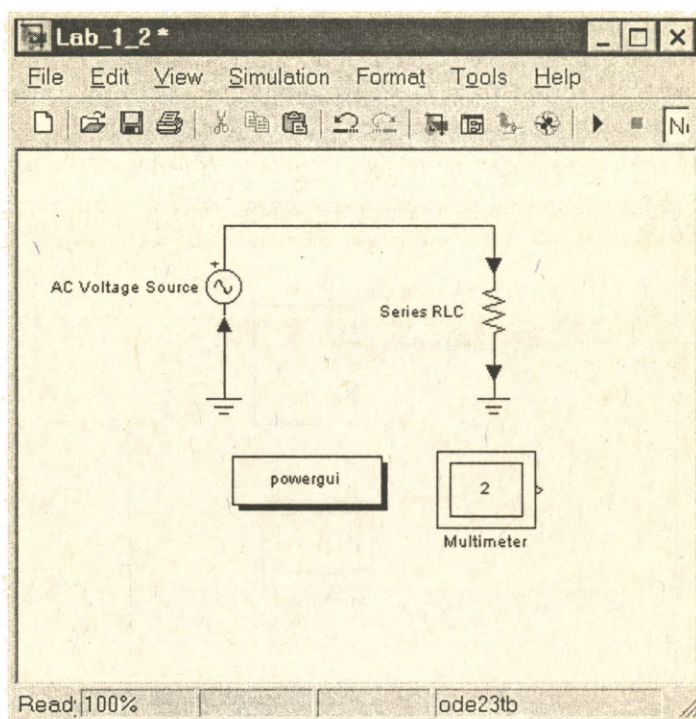


Рис. 3.1.8. Модель для исследования цепи при последовательном соединении пассивных элементов в цепи синусоидального тока

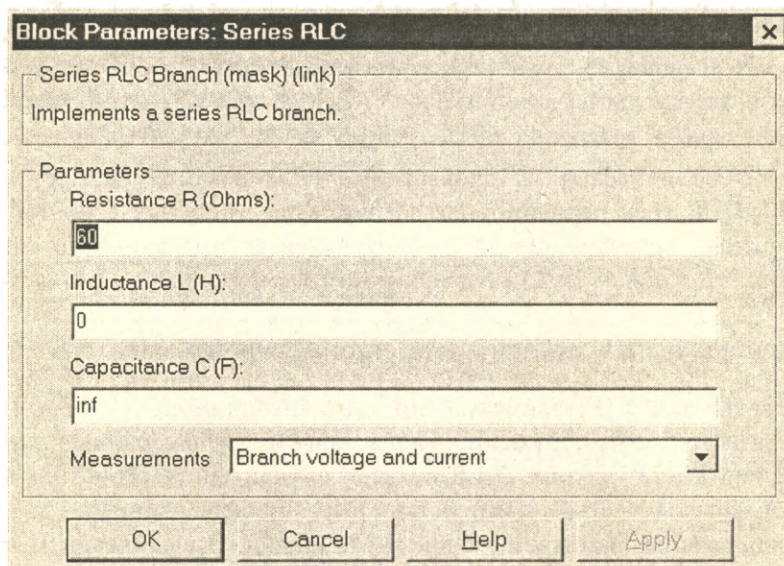


Рис. 3.1.9. Окно настройки параметров последовательной RLC-цепи

Окно блока графического интерфейса пользователя (powergui) показано на **рис. 3.1.10**. При включенном флажке Measurement в поле блока отражаются те из измеряемых величин, которые измеряет блок Multimeter. В частности, на **рис. 3.1.10** представлены результаты измерения действующего напряжения и тока при резистивной нагрузке.

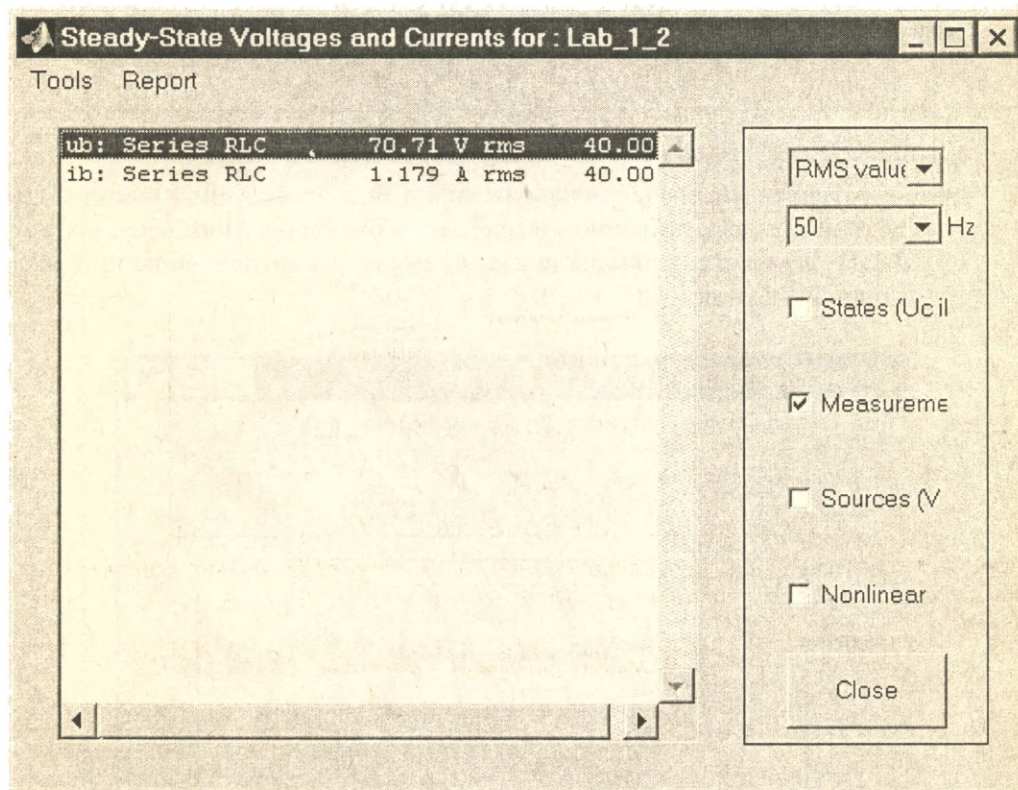


Рис. 3.1.10. Окно блока графического интерфейса пользователя

При включенном флажке Source блок измеряет параметры источника в цепи.

При выполнении пунктов 3.2–3.7 лабораторной работы параметры пассивных элементов задаются преподавателем. В случае самостоятельной работы рекомендуется эти параметры выбирать в пределах: $R = 30\text{--}100\ \Omega$, $L = 50\text{--}100\text{mH}$, $C = 30\text{--}100\text{mkF}$. Напряжение и ток измеряются в действующих значениях (*RMS* — Root Means Square), которые выбираются из выпадающего меню поля настройки в блоке Powergui. В левом поле окна блока Powergui в первой колонке высвечиваются измеряемые величины вместе с названиями блоков, в кото-

рых производится измерение, во второй колонке — значения величин, в третьей — начальные фазы измеренных величин.

Результаты измерений и вычислений заносятся в таблицу 3.1.3.

Таблица 3.1.3

Параметры			Измерения				Вычисления				
R	L	C	U	φ_U	I	φ_I	P	Q	S	Z	X
Ом	Гн	Ф	В	град	А	град	Вт	ВАР	ВА	Ом	Ом

Мгновенные значения напряжения и тока исследуемой цепи наблюдаются при рассмотренной выше настройке блока Multimeter. На **рис. 3.1.11**, в качестве примера показаны исследуемые величины при резистивной нагрузке.

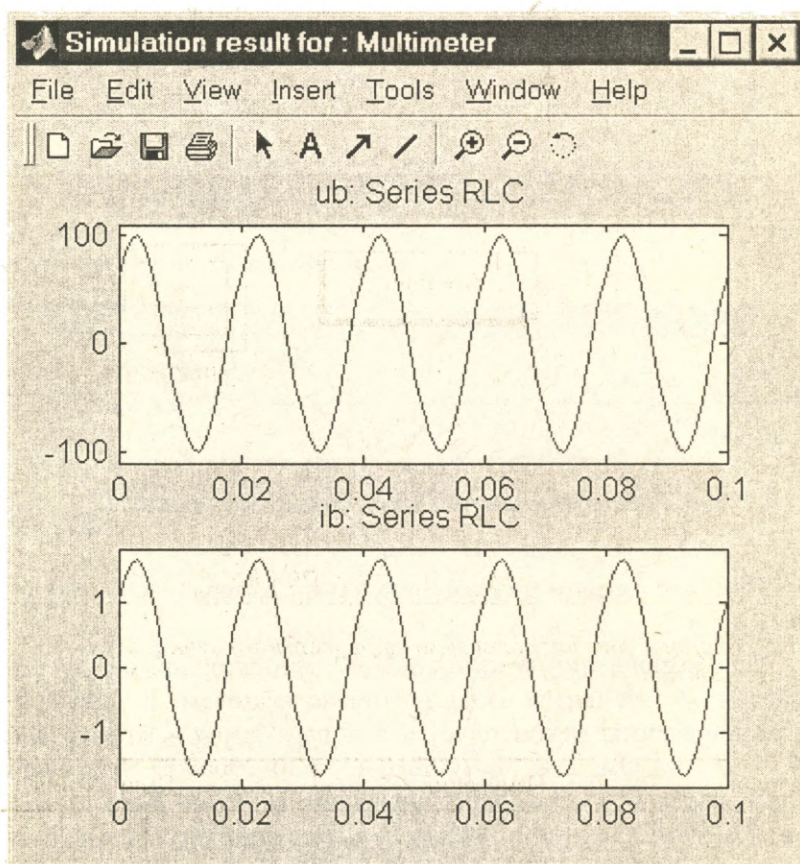


Рис. 3.1.11. Напряжение и ток в цепи при резистивной нагрузке

Модель для исследования параллельных соединений пассивных элементов в соответствии с п.п. 3.8, 3.9 представлена на **рис. 3.1.12**.

Здесь в качестве источника использован источник синусоидального тока. Измерения и вычисления заносятся в таблицу 3.1.4.

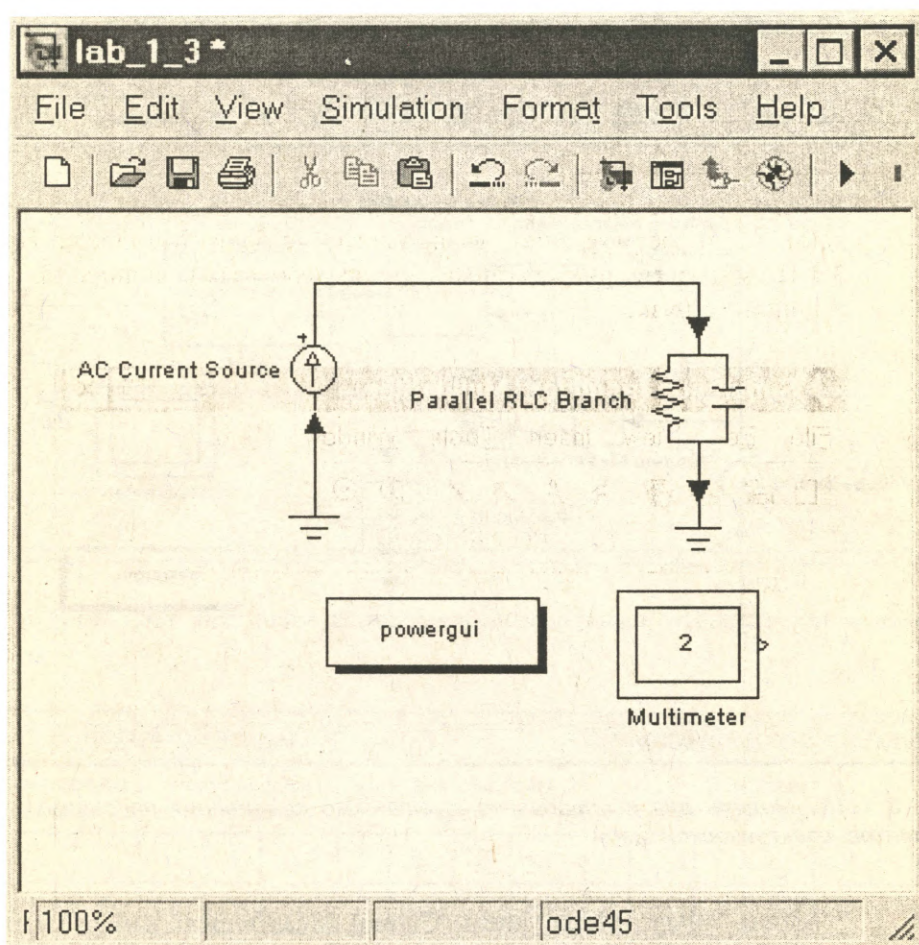


Рис. 3.1.12. Модель для исследования параллельного соединения пассивных элементов

Таблица 3.1.4

Параметры			Измерения				Вычисления				
R	L	C	U	φ_U	I	φ_I	P	Q	S	Y	X
Ом	Гн	Ф	В	град	А	град	Вт	ВАР	ВА	Сим	Сим

Модель для исследования смешанного соединения пассивных элементов электрической цепи в соответствии с п. 3.10 представлена на рис. 3.1.13. Здесь по сравнению с предыдущими пунктами лабораторной работы добавлены блоки для измерения мощности.

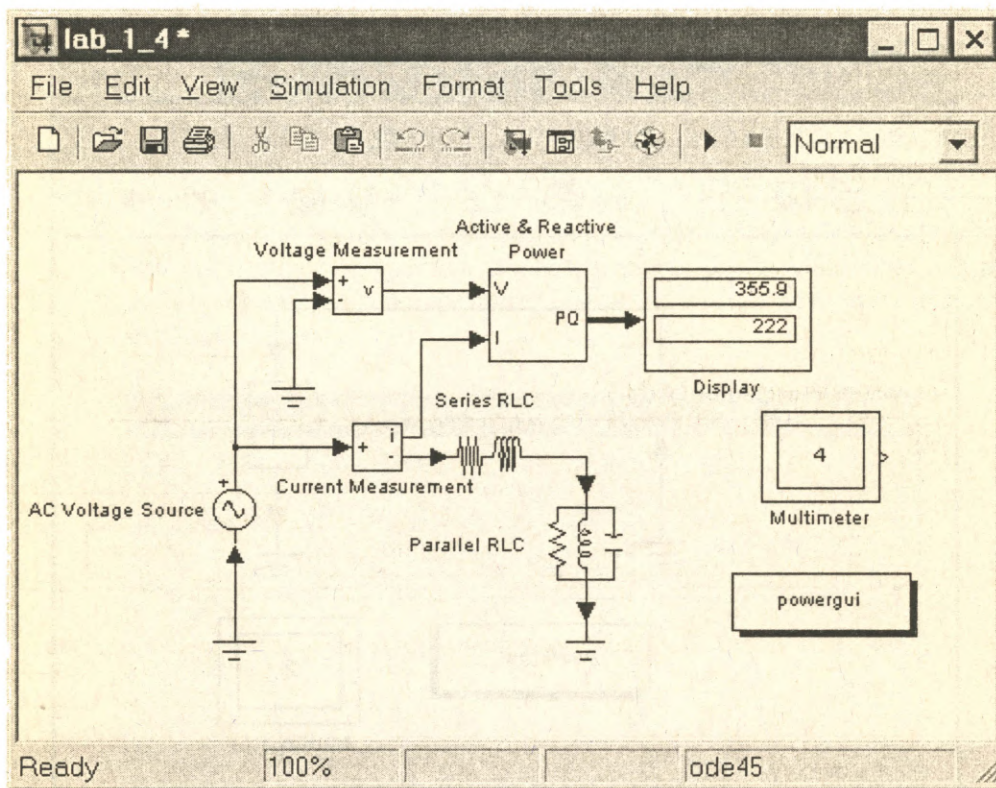


Рис. 3.1.13. Модель для исследования смешанного соединения пассивных элементов электрической цепи

Блоки Voltage Measurement, Current Measurement измеряют мгновенные значения напряжения и тока на входе цепи. Эти значения подаются на соответствующие входы блока Active and Reactive Power, который измеряет активную и реактивную мощности на входе цепи. В окне настройки этого блока (рис. 3.1.14) указывается только частота, на которой производится измерение. В полях дисплея вначале выводится значение активной мощности, а затем — значение реактивной мощности (рис. 3.1.13).

Порядок выполнения лабораторной работы по этому пункту остается без изменения. Результаты измерения заносятся в таблицу 3.1.5.

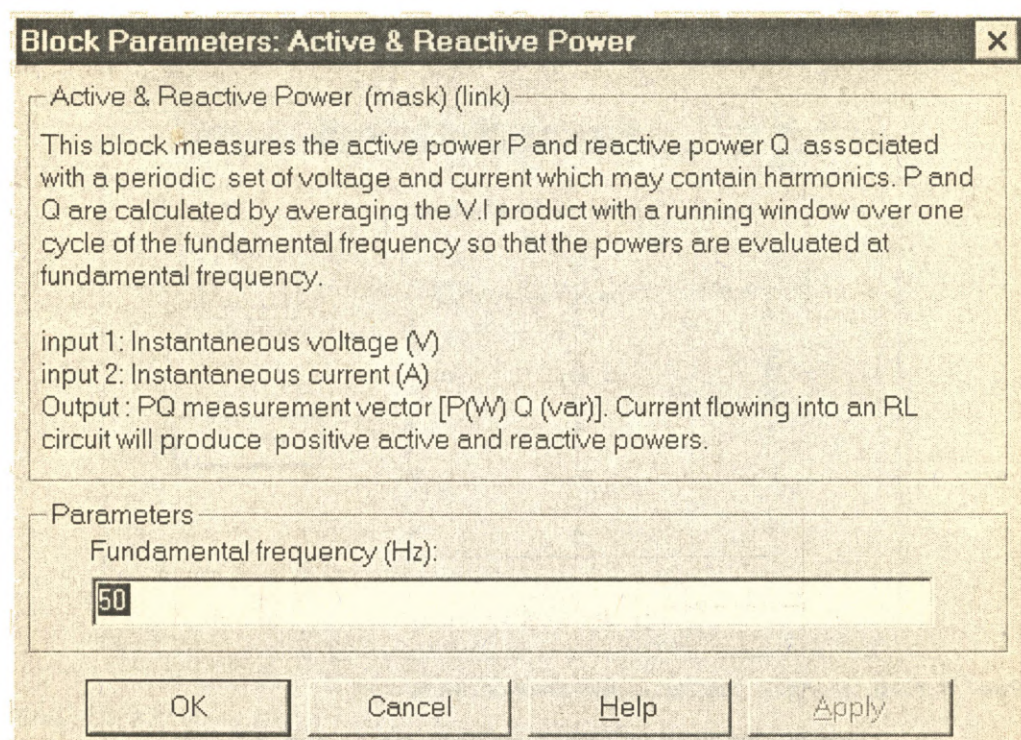


Рис. 3.1.14. Окно настройки блока измерения активной и реактивной мощности

Таблица 3.1.5.

Параметры						Измерения									
Последовательная ветвь цепи			Параллельная ветвь цепи			Последовательная ветвь цепи				Параллельная ветвь цепи					
R	L	C	R	L	C	U	φ_U	I	φ_I	U	φ_U	I	φ_I	P	Q
Ом	Гн	Ф	Ом	Гн	Ф	В	град	А	град	В	град	А	град	Вт	ВАР

Проведение лабораторной работы по п. 3.11 осуществляется на модели, представленной на рис. 3.1.15. Параметры источников и элементов цепи задаются преподавателем. Поля Measurement RLC-блоков задаются таким образом, чтобы напряжения измерялись в ветвях 3, 4, 5, а токи измерялись во всех ветвях схемы. Это видно из окна настройки блока Multimeter (рис. 3.1.16). В окне блока Powergui (рис. 3.1.17) отражены все измеряемые величины. Первый закон Кирхгофа проверяется для узлов 1, 2, 3 (рис. 3.1.15), а второй — для контура: E3, Z3, Z4, Z5, E5. Записываются мгновенные значения всех измеряемых величин.

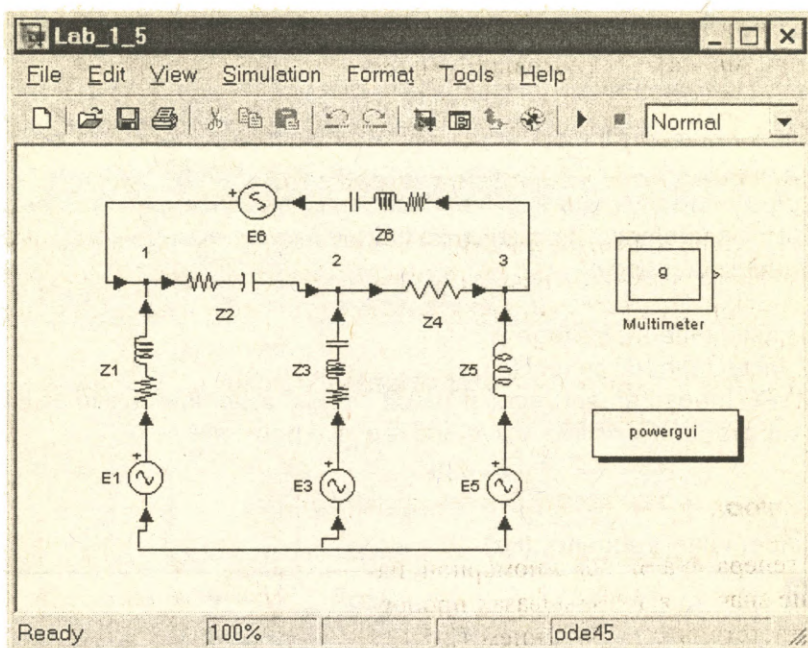


Рис. 3.1.15. Модель для проверки законов Кирхгофа

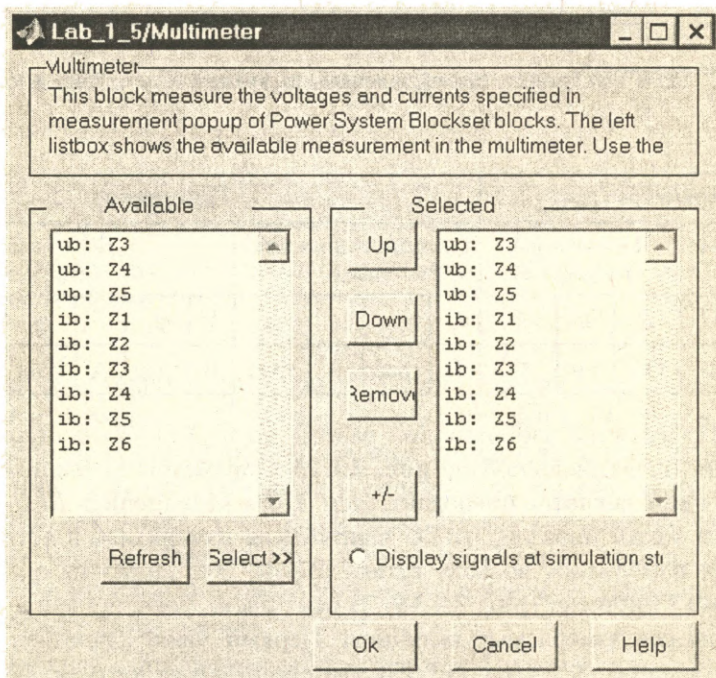


Рис. 3.1.16. Окно настройки измерительного прибора Multimeter

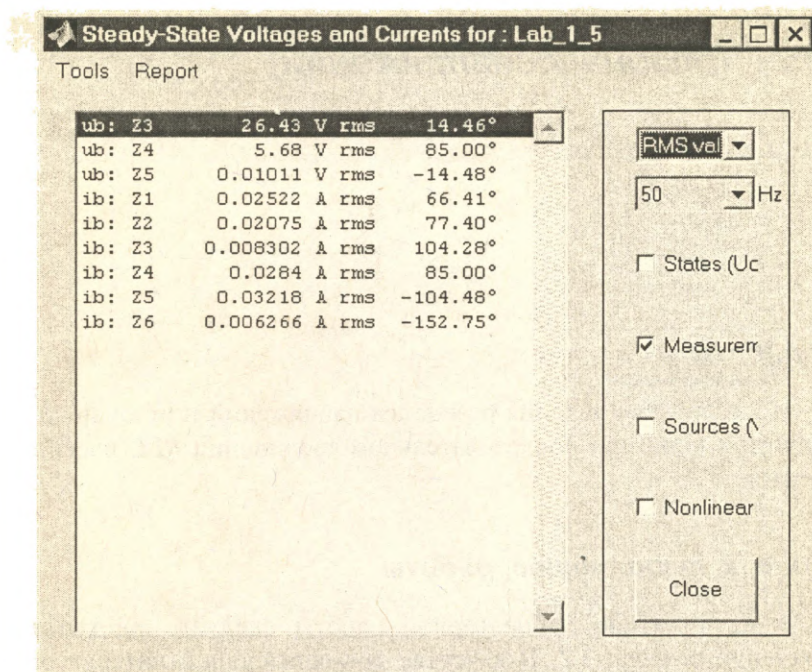


Рис. 3.1.17. Окно блока графического интерфейса пользователя

6. Содержание отчета

- 6.1. Модели с характеристикой виртуальных измерительных приборов.
- 6.2. Расчетные формулы.
- 6.3. Заполненные таблицы.
- 6.4. Треугольники сопротивлений, проводимостей и мощностей для всех пунктов работы.
- 6.5. Векторные диаграммы для всех пунктов работы.
- 6.6. Выводы по работе.

Лабораторная работа №2.

Исследование резонанса в последовательной RLC -цепи (резонанс напряжений)

1. Цель работы

Исследование явления резонанса напряжений и резонансных характеристик цепи при последовательном соединении RLC пассивных элементов.

2. Указание к выполнению работы

К выполнению лабораторной работы следует приступить после изучения раздела 2.2. В качестве дополнительной литературы можно воспользоваться [7, 9, 12].

3. Содержание работы

- 3.1 Снятие частотной характеристики последовательной RLC -цепи и определение резонансной частоты.
- 3.2 Проведение измерений при резонансе.
- 3.3 Снятие частотных зависимостей напряжений на пассивных элементах резонансной цепи.
- 3.4 Определение зависимости параметров резонансной цепи от величины активного сопротивления.

4 Виртуальные приборы и оборудование

Виртуальные приборы и оборудование для проведения лабораторной работы представлены на рис. 3.1.1.

5. Порядок выполнения работы

Модель для исследования резонанса напряжений в электрической цепи представлена на рис. 3.2.1.

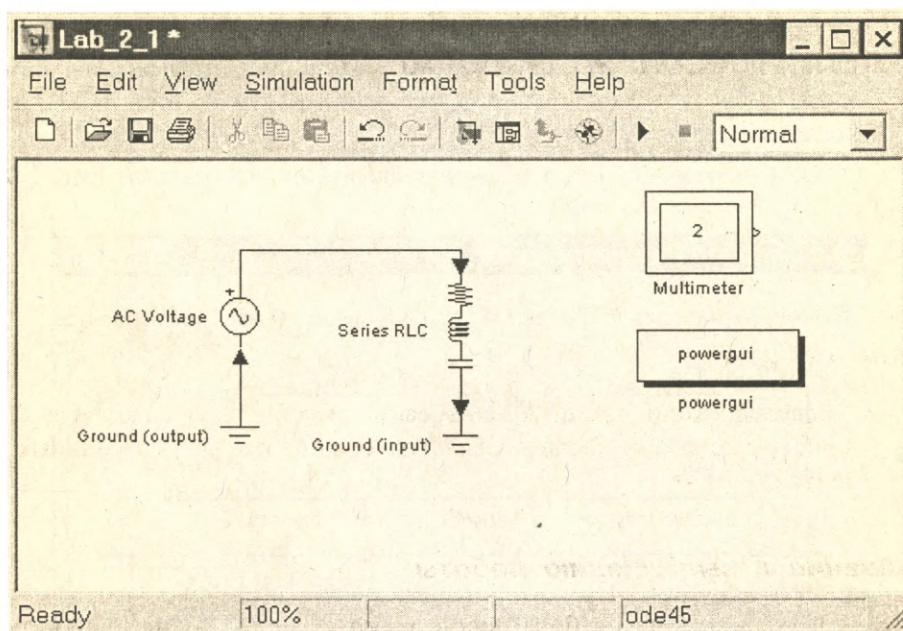


Рис. 3.2.1. Модель для исследования резонанса напряжений в электрической цепи

Параметры источника напряжения берутся из лабораторной работы №1, параметры последовательной RLC -цепи задаются преподавателем, либо принимаются значения, рекомендованные в лабораторной работе

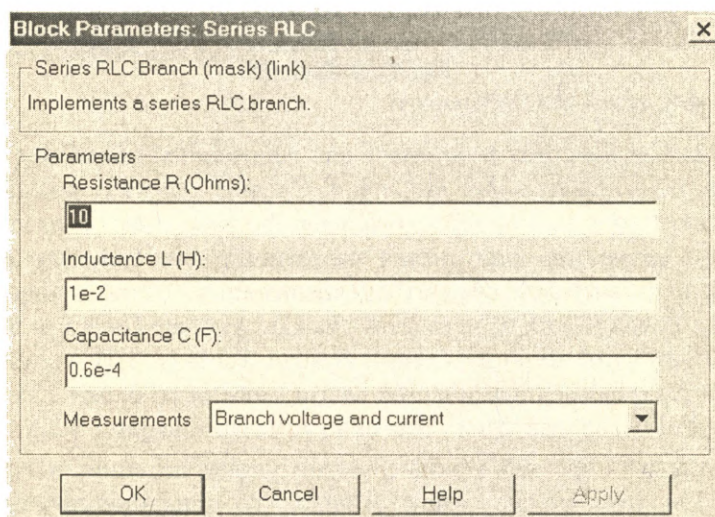


Рис. 3.2.2. Параметры последовательной RLC -цепи

№1. На рис. 3.2.2 показано окно настройки цепи, в полях которого проставлены значения параметров и величины, подлежащие измерению. После установки параметров моделирования (рис. 3.2.3) производится запуск модели.

Окно измерительного прибора Multimeter показано на рис. 3.2.4.

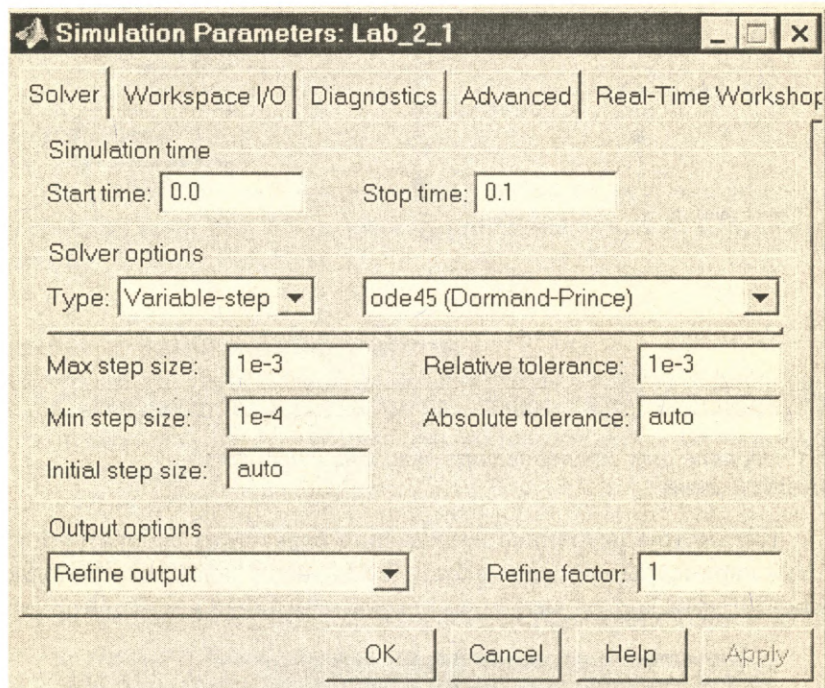


Рис. 3.2.3. Параметры моделирования

Прибор измеряет и передает для дальнейшей обработки напряжение и ток последовательной RLC -цепи. Следует обратить внимание на последовательность, в которой реализовано измерение: в начале напряжение, а затем ток. Для снятия частотной характеристики исследуемой цепи в дальнейшем следует последовательно открыть окно настройки блока Powergui, на панели меню нажать кнопку Tools и в выпадающем меню выбрать команду Control System Toolbox (LTI Viewer) при этом откроется окно динамической связи модели и блока LTI Viewer для линейного анализа цепи. Это окно показано на рис. 3.2.5.

В левом поле этого окна (System) указан источник входного сигнала. При этом следует иметь в виду, что при линейном анализе программа генерирует стандартный входной сигнал напряжением один вольт независимо от установленных параметров источника напряжения

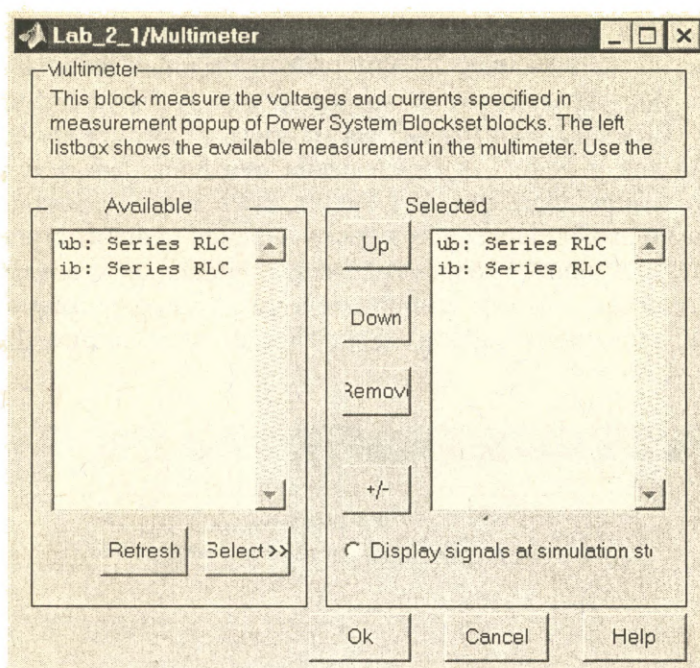


Рис. 3.2.4. Окно настройки измерительного прибора Multimeter

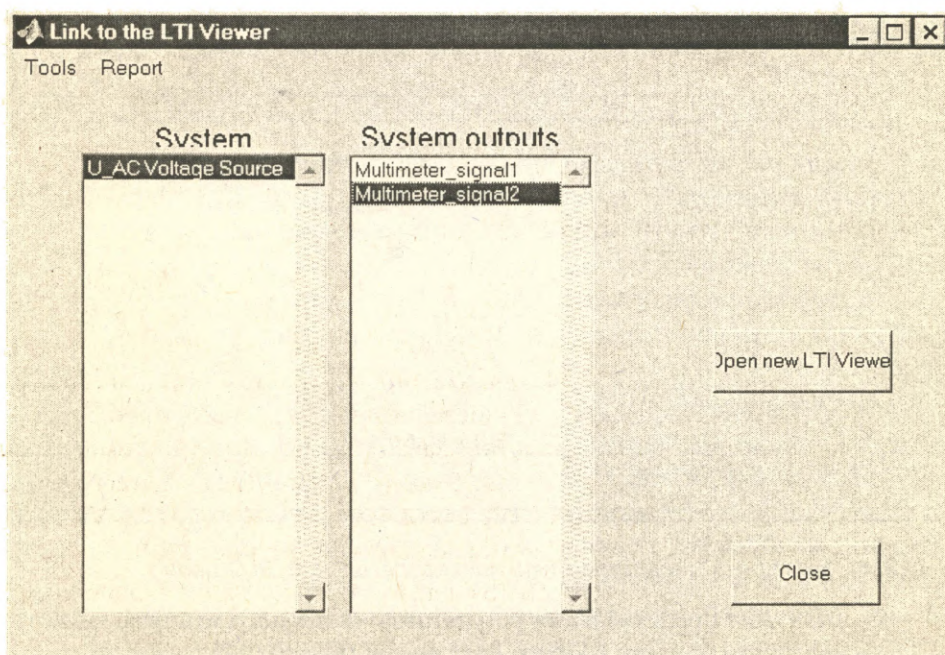


Рис. 3.2.5. Окно связи модели и блока LTI Viewer

в модели. В правом поле (System Outputs) указываются сигналы, измеряемые блоком Multimeter, при этом последовательность их соответствует последовательности представления в блоке Multimeter (рис. 3.2.4). Выходным сигналом для анализа в рассматриваемом случае выбран ток в цепи. Для проведения линейного анализа необходимо нажать кнопку Open new LTI Viewer, затем в поле появившегося окна щелкнуть правой кнопкой и в раскрывшемся меню из строки Plot Type выбрать тип линейного анализа Bode, при котором реализуется анализ частотной зависимости амплитуды и фазы рассматриваемой цепи. Результат частотного анализа модели представлен на рис. 3.2.6.

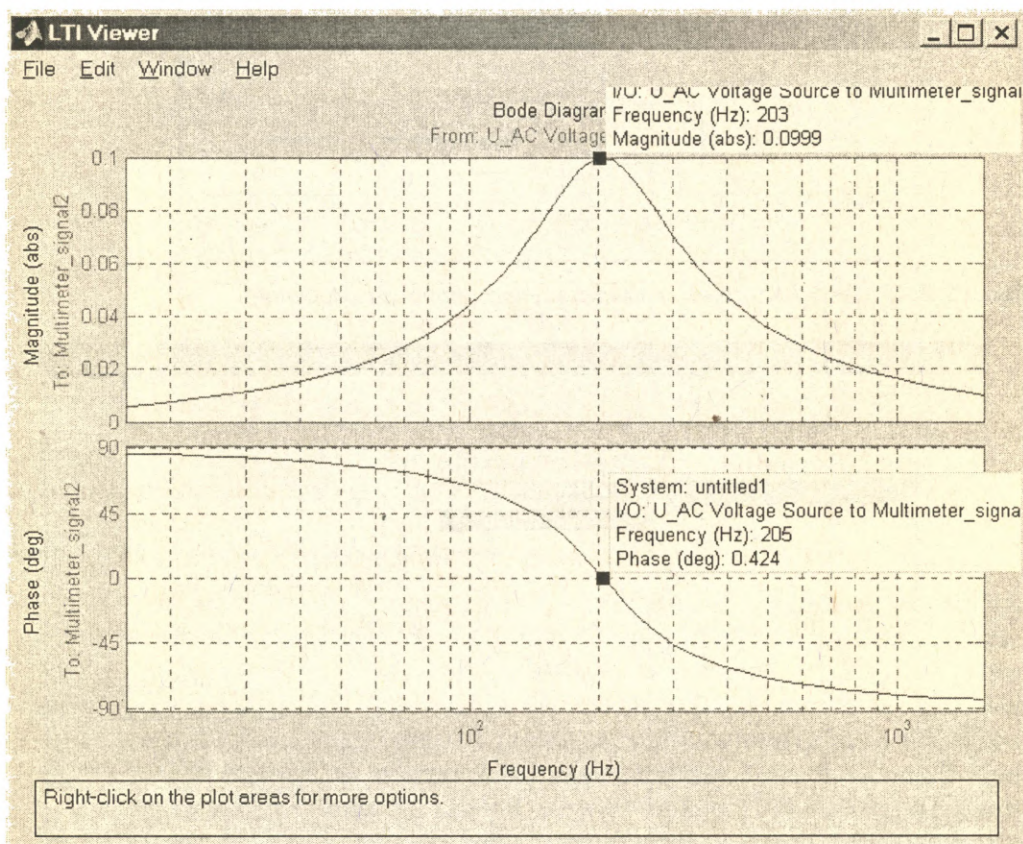


Рис. 3.2.6. Частотные характеристики последовательной RLC-цепи

Способы представления результатов частотного анализа задаются в окне Control System Toolbox Preferences (рис. 3.2.7), которое открывается последовательным нажатием Edit и Viewer Preferences.

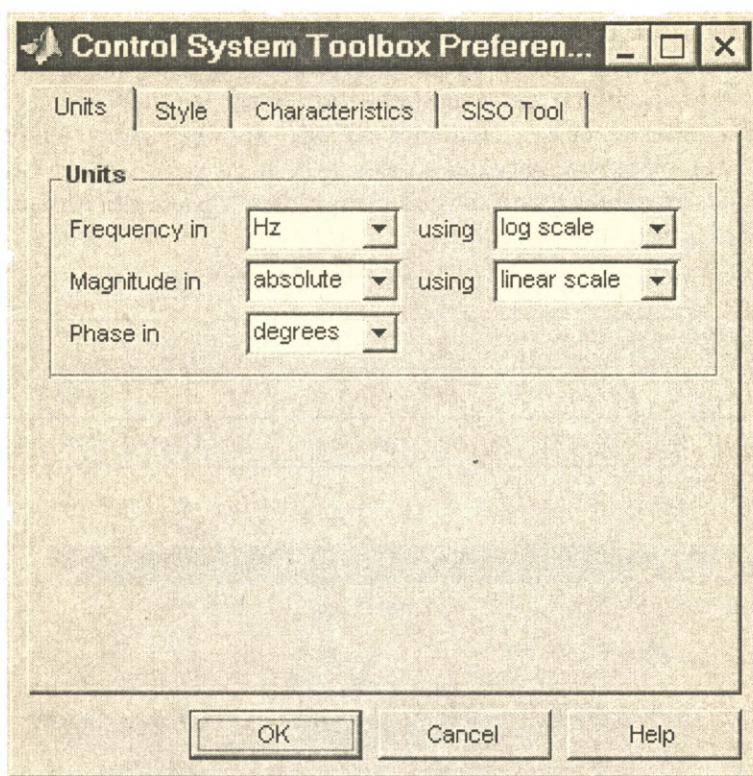


Рис. 3.2.7. Окно установки параметров графика

Для определения резонансной частоты необходимо навести курсор на кривую, нажать левую кнопку мыши и, удерживая ее, постараться найти максимальное значение амплитуды, а затем минимальное (лучше нулевое) значение фазы. Результаты такого поиска видны из рис. 3.2.6, откуда можно заключить, что резонансная частота равна 204 Гц. Значение этой частоты принимается за основу при проведении лабораторной работы по пп. 3.2, 3.3, 3.4.

Для проведения всех измерений при резонансе используется модель, представленная на рис. 3.2.8. Отличие этой модели от рассмотренной состоит в том, что здесь использованы три отдельные RLC -цепи, соединенные последовательно. В каждой из этих цепей оставлен только один элемент R , L и C , причем значения их параметров берутся из предыдущего пункта лабораторной работы. Окно настройки параметров источника напряжения модели показано на рис. 3.2.9. Частота напряжения источника принята равной резонансной частоте цепи, определенной в предыдущем пункте лабораторной работы.

Блок Multimeter последовательно измеряет и передает для дальнейшей обработки напряжение на емкости, напряжение на индуктивности, напряжение и ток сопротивления (рис. 3.2.10). Результаты измерений перечисленных величин видны в окне блока Powergui (рис. 3.2.11). Обратим внимание, что в поле окна фигурируют действующие значения напряжений и тока. Результаты измерений и расчетов заносятся в таблицу 3.2.1.

Таблица 3.2.1.

Параметры			Измерения								Вычисления
R	L	C	U_R	φ_R	U_L	φ_L	U_C	φ_C	I	φ_I	Q
Ом	Гн	Ф	В	град	В	град	В	град	А	град	ВАР

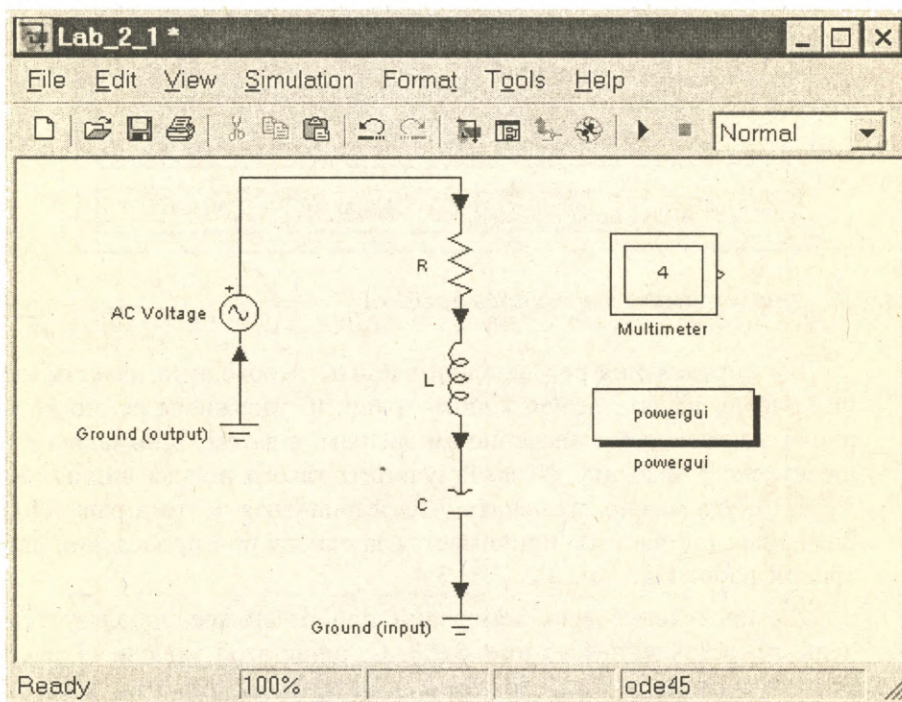


Рис. 3.2.8. Модель последовательной RLC-цепи

Для проведения частотного анализа цепи в соответствии с п. 3.3 содержания работы открывается окно динамической связи модели и LTI Viewer (рис. 3.2.12). В правом поле выбираются выходные величины, подлежащие исследованию.

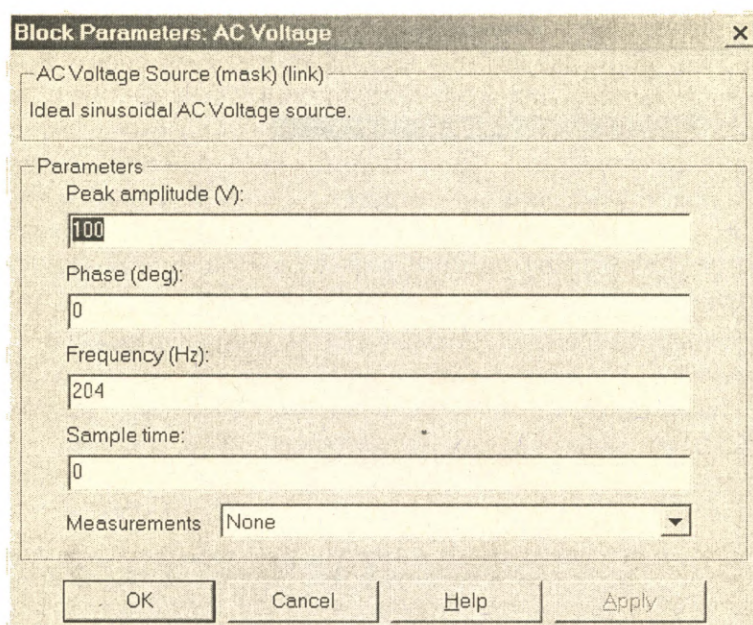


Рис. 3.2.9. Окно настройки параметров источника питания

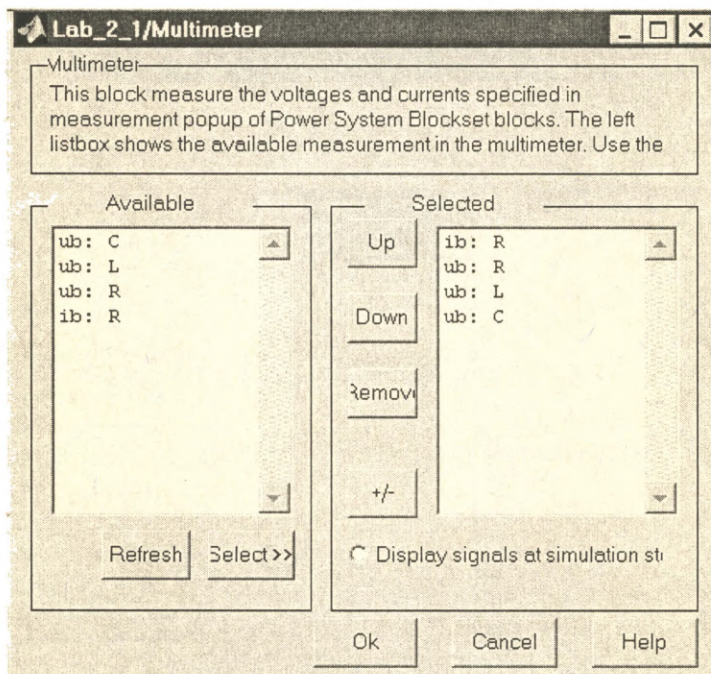


Рис. 3.2.10. Окно настройки блока Multimeter

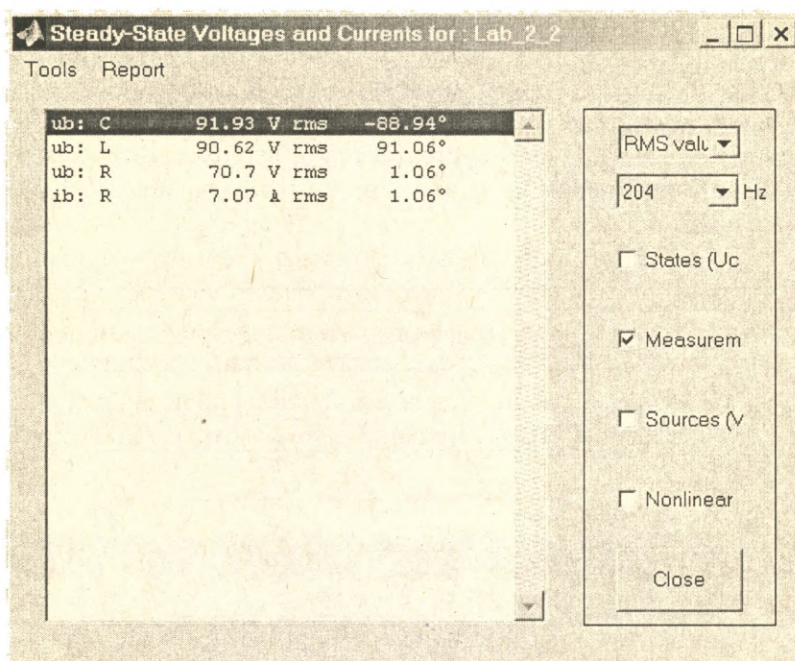


Рис. 3.2.11. Окно блока графического интерфейса пользователя

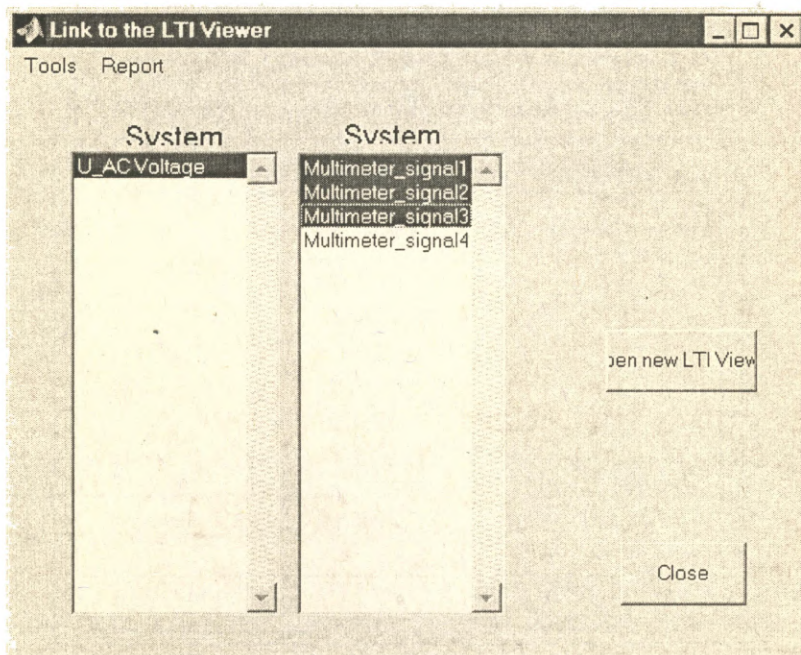


Рис. 3.2.12. Окно связи модели и блока LTI Viewer

Результаты моделирования представлены на рис. 3.2.13, при этом в окне LTI Viewer в раскрывшемся меню из строки Plot Type следует выбрать тип линейного анализа Bode Mag, при котором реализуется анализ частотной зависимости амплитуды рассматриваемой цепи. Обратим внимание на то обстоятельство, что частотный анализ производится при стандартном входном сигнале, равном 1В. Поэтому для определения реальных значений величин результаты моделирования необходимо умножить на коэффициент, равный величине напряжения источника (в данном конкретном случае этот коэффициент равен 100).

Определение зависимости параметров резонансной цепи от величины активного сопротивления в соответствии с п. 3.4 производится на модели (рис. 3.2.8) для двух значений сопротивления: в десять раз большим и в десять раз меньшим его значения в предыдущем пункте работы.

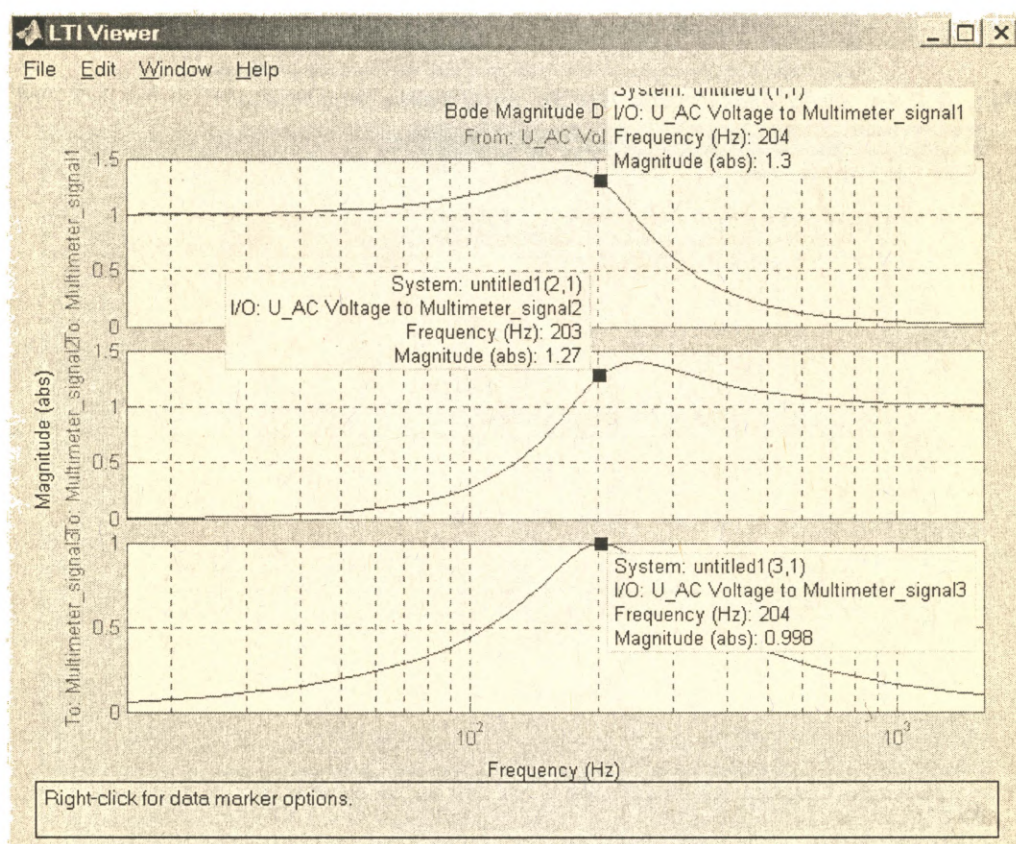


Рис. 3.2.13. Амплитудно-частотные характеристики RLC-цепи

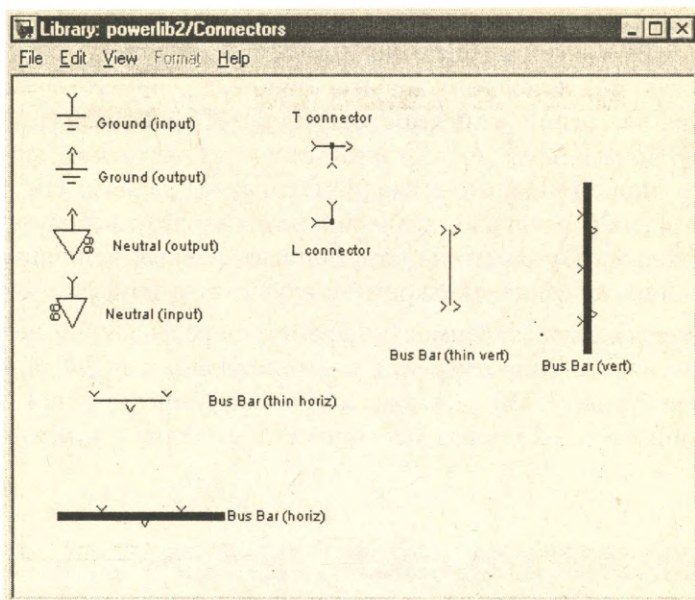


Рис. 3.2.14. Окно блока графического интерфейса пользователя

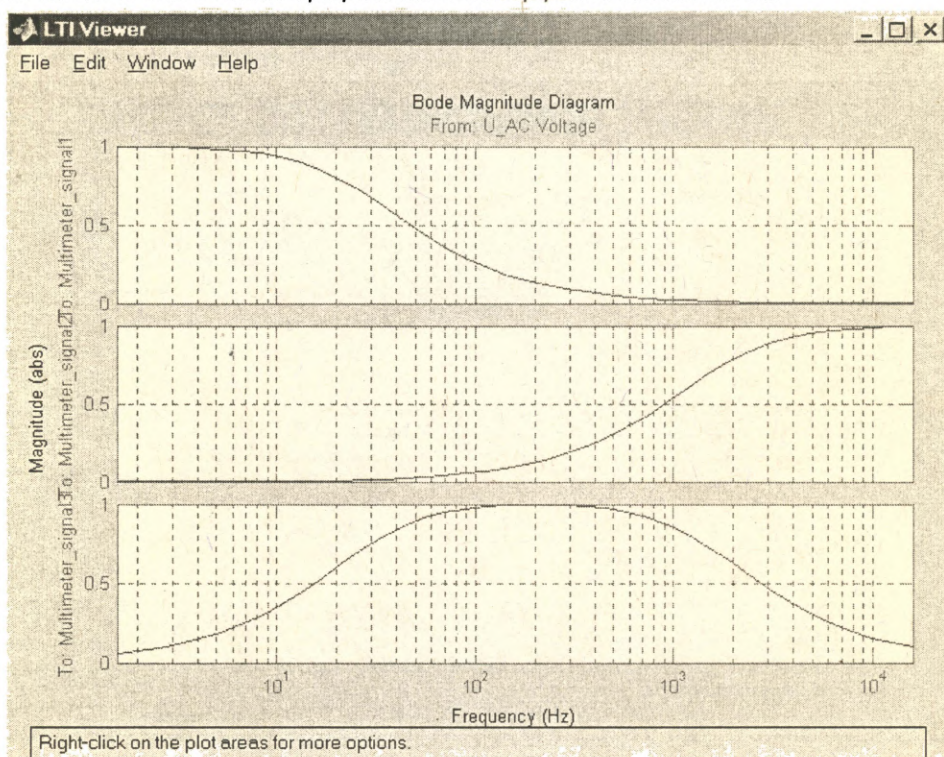


Рис. 3.2.15. Амплитудно-частотные характеристики RLC-цепи

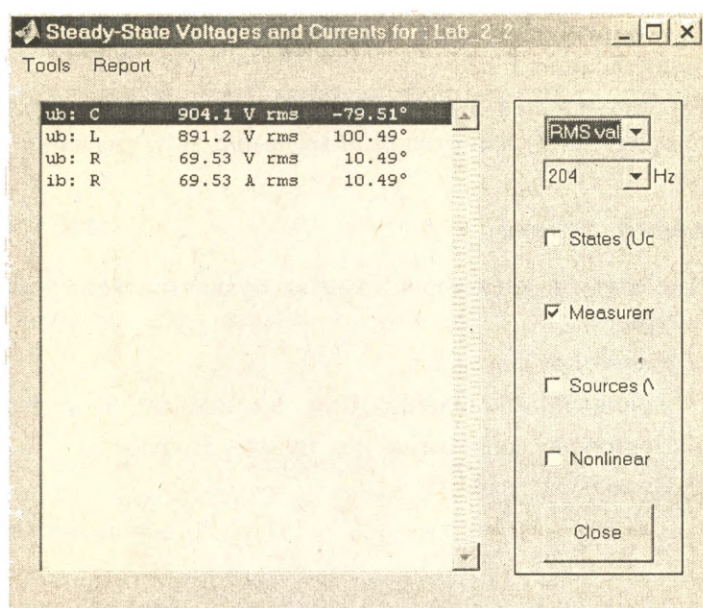


Рис. 3.2.16. Окно блока графического интерфейса пользователя

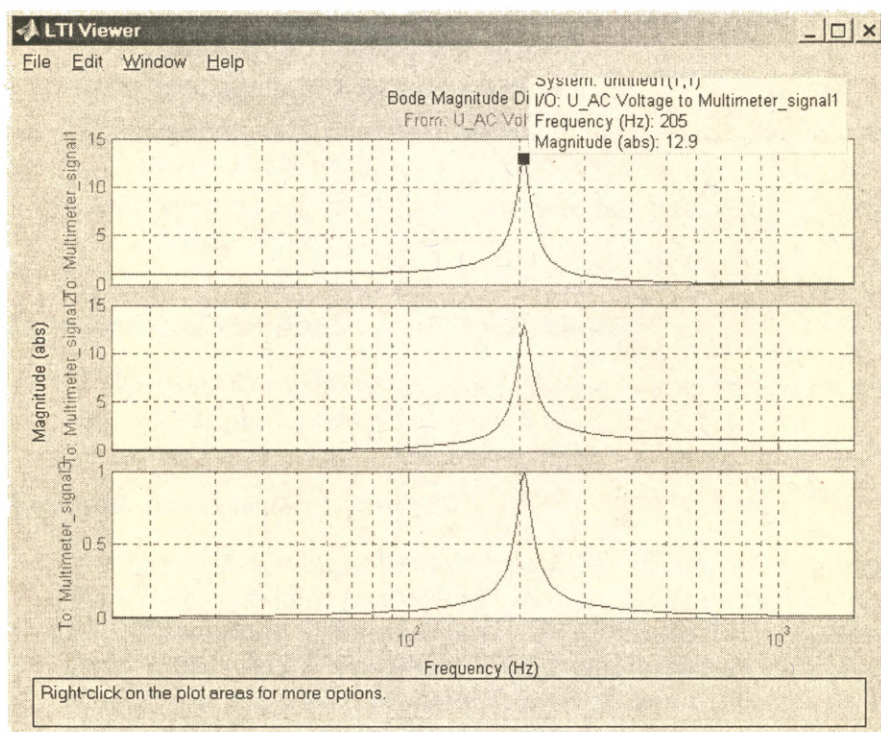


Рис. 3.2.17. Амплитудно-частотные характеристики RLC-цепи

Результаты измерений и вычислений заносятся в таблицу, аналогичную таблице 3.2.1.

На рис. 3.2.14–3.2.17 представлены результаты моделирования цепи (рис. 3.2.8) для оговоренных выше двух значений резистора.

6. Содержание отчета

- 6.1 Модели с характеристикой виртуальных измерительных приборов.
- 6.2 Расчетные формулы.
- 6.3 Заполненные таблицы.
- 6.4 Векторные диаграммы для пункта 3.2 работы.
- 6.5 Выводы по работе.

Лабораторная работа 3.

Исследование резонанса

в параллельной RLC -цепи (резонанс токов)

1. Цель работы

Исследование явления резонанса тока и резонансных характеристик цепи при параллельном соединении R , L , C пассивных элементов.

2. Указание к выполнению работы

К выполнению лабораторной работы следует приступить после изучения раздела 2.3. В качестве дополнительной литературы можно воспользоваться [7, 9, 12].

3. Содержание работы

- 3.1. Снятие частотной характеристики параллельной RLC -цепи и определение резонансной частоты.
- 3.2. Проведение измерений при резонансе.
- 3.3. Снятие частотных зависимостей токов в пассивных элементах резонансной цепи.
- 3.4. Определение зависимости параметров резонансной цепи от величины резистора.

4. Виртуальные приборы и оборудование

Виртуальные приборы и оборудование для проведения лабораторной работы представлены на рис. 3.1.1.

5. Порядок выполнения работы

Модель для исследования частотной зависимости резонансной цепи и определения резонансной частоты (п. 3.1) представлена на рис. 3.3.1. Параметры RLC -цепи показаны на рис. 3.3.2. Последовательная ветвь (Series RLC) учитывает внутреннее сопротивление источника напряжения. Величину сопротивления этой ветви следует задавать на порядок меньше, чем величину сопротивления параллельной ветви. Частотная характеристика, полученная способом, описанным в лабо-

раторной работе №2, показана на рис. 3.3.3. На частотной характеристике определена резонансная частота.

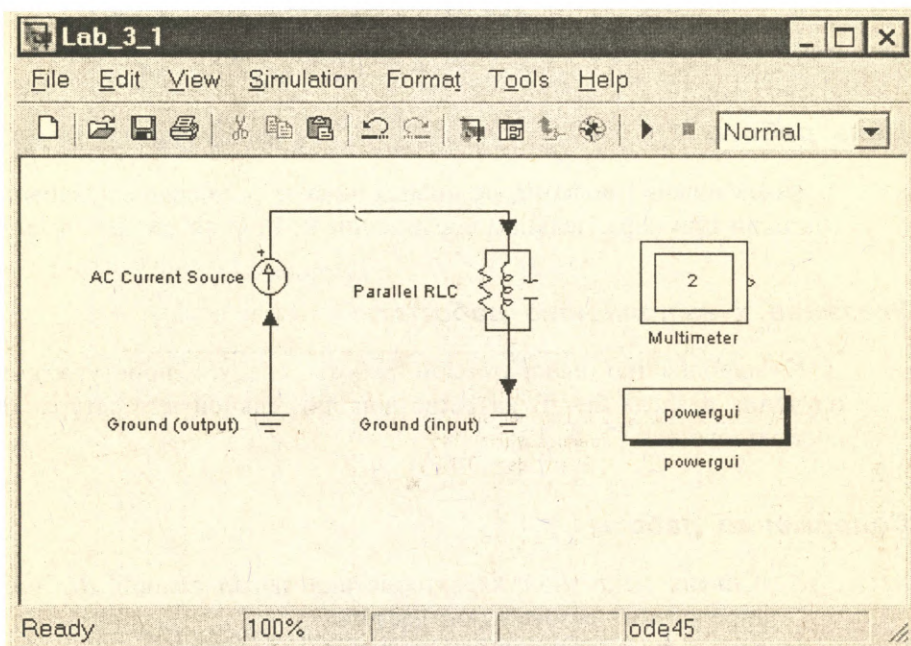


Рис. 3.3.1. Модель для исследования резонанса токов

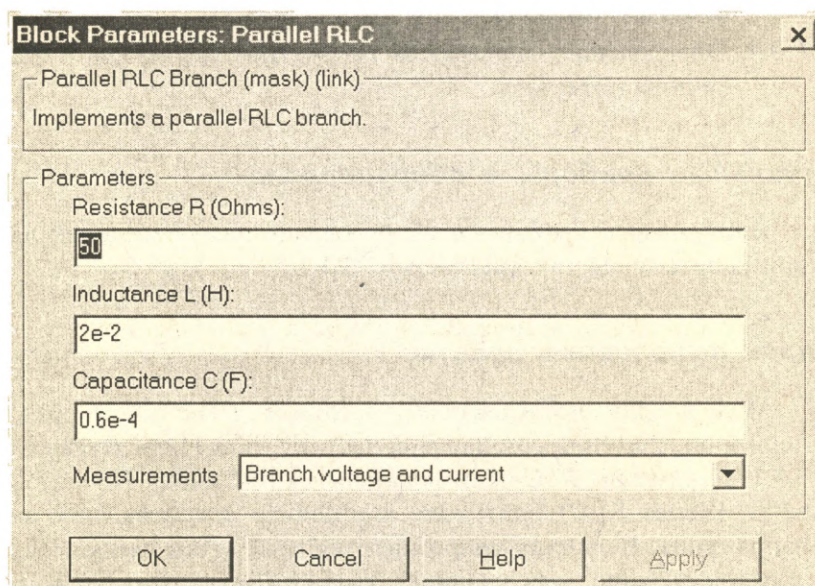


Рис. 3.3.2. Окно настройки параметров параллельной RLC-цепи

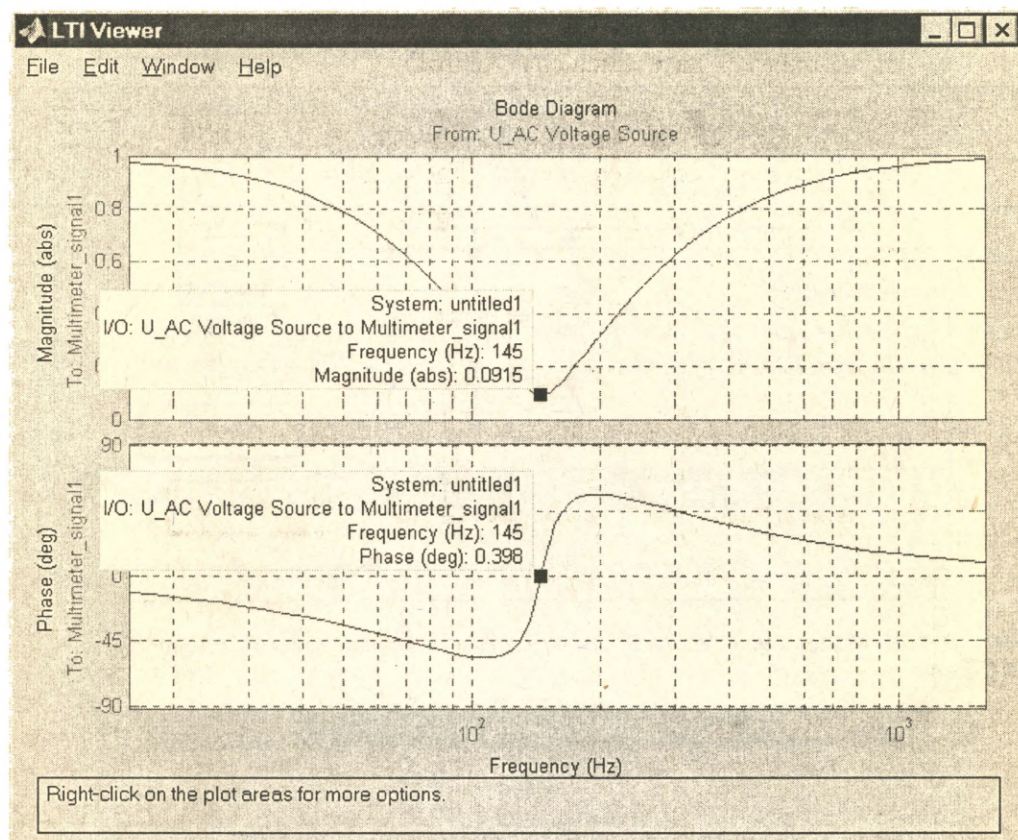


Рис. 3.3.3. Частотные характеристики параллельной RLC-цепи

Выполнение п.п. 3.2, 3.3, 3.4 осуществляется на модели **рис. 3.3.4**. Отличие этой модели от рассмотренной состоит в том, что здесь использованы три отдельные RLC-цепи, соединенные параллельно. В каждой из этих цепей оставлен только один элемент R, L и C, причем значения их параметров берутся из предыдущего пункта лабораторной работы. Окно настройки параметров источника напряжения модели показано на **рис. 3.3.5**. Частота источника принята равной резонансной частоте цепи, определенной в предыдущем пункте лабораторной работы.

Блок Multimeter последовательно измеряет и передает для дальнейшей обработки ток на входе и токи в элементах (**рис. 3.3.6**). Результаты измерений перечисленных величин видны в окне блока Powergui (**рис. 3.3.7**). Обратим внимание, что в поле окна фигурируют действующие значения токов. Результаты измерений и расчетов заносятся в таблицу 3.3.1.

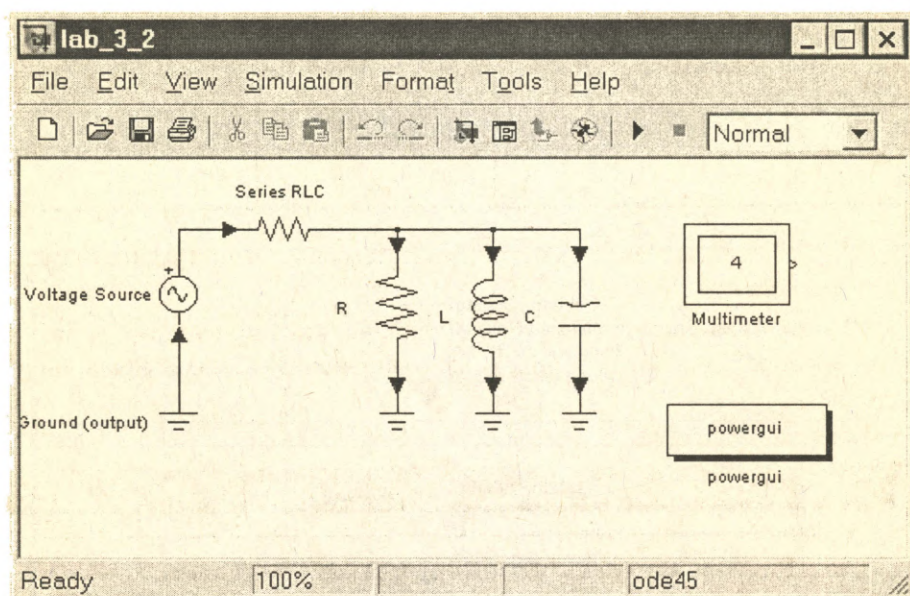


Рис. 3.3.4. Модель для исследования частотных характеристик параллельной RLC-цепи

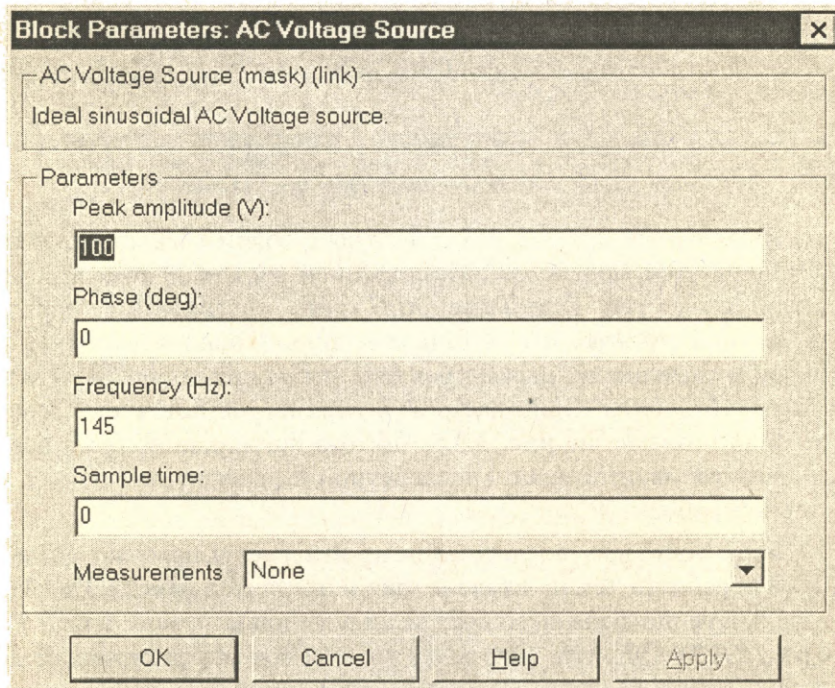


Рис. 3.3.5. Окно настройки источника питания

Таблица 3.3.1.

Параметры			Измерения								Вычисления
R	L	C	I_R	φ_R	I_L	φ_L	I_C	φ_C	U	φ_U	Q
Ом	Гн	Ф	А	град	А	град	А	град	В	град	

Частотные зависимости токов в емкости и индуктивности показаны на рис. 3.3.8.

Выполнение п.п. 3.3, 3.4 с заполнением соответствующих таблиц производится аналогично с их выполнением в лабораторной работе №2.

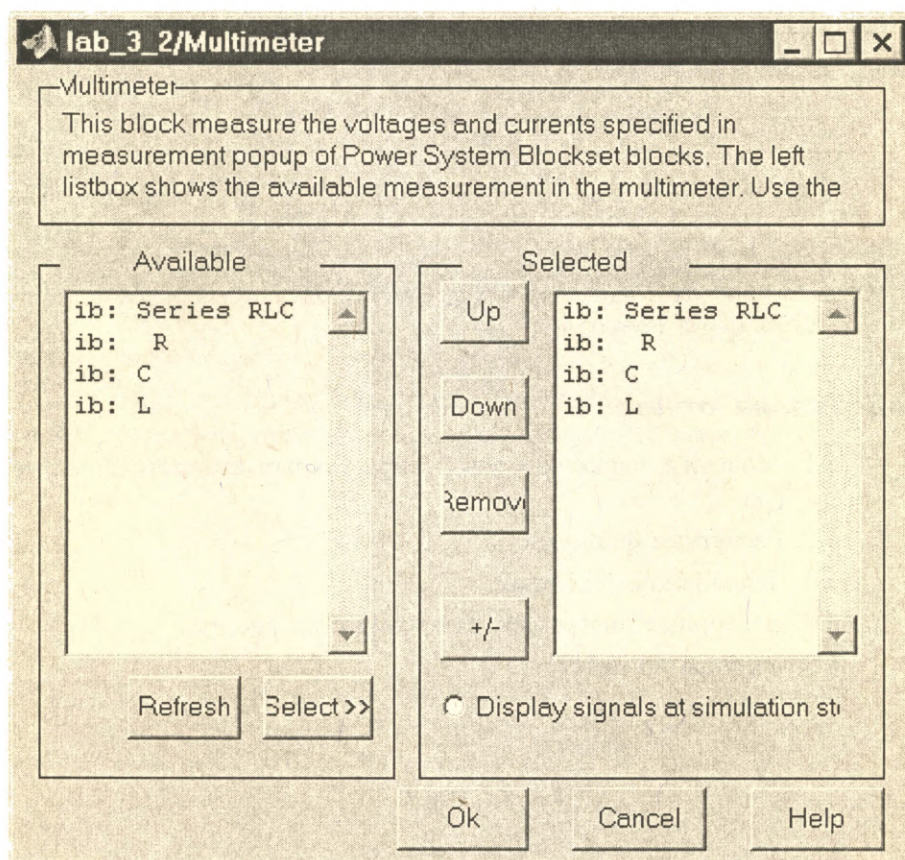


Рис. 3.3.6. Окно настройки блока Multimeter

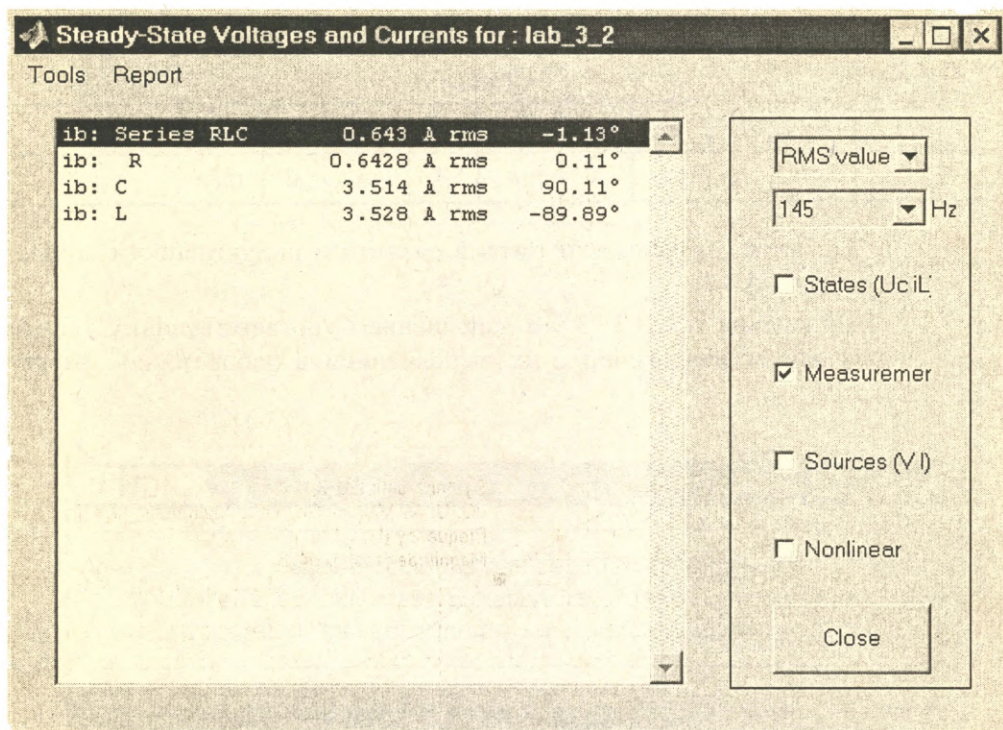


Рис. 3.3.7. Окно блока Powergui

6. Содержание отчета

- 6.1. Модели с характеристикой виртуальных измерительных приборов.
- 6.2. Расчетные формулы.
- 6.3. Заполненные таблицы.
- 6.4. Векторные диаграммы для пункта 3.2 работы.
- 6.5. Выводы по работе.

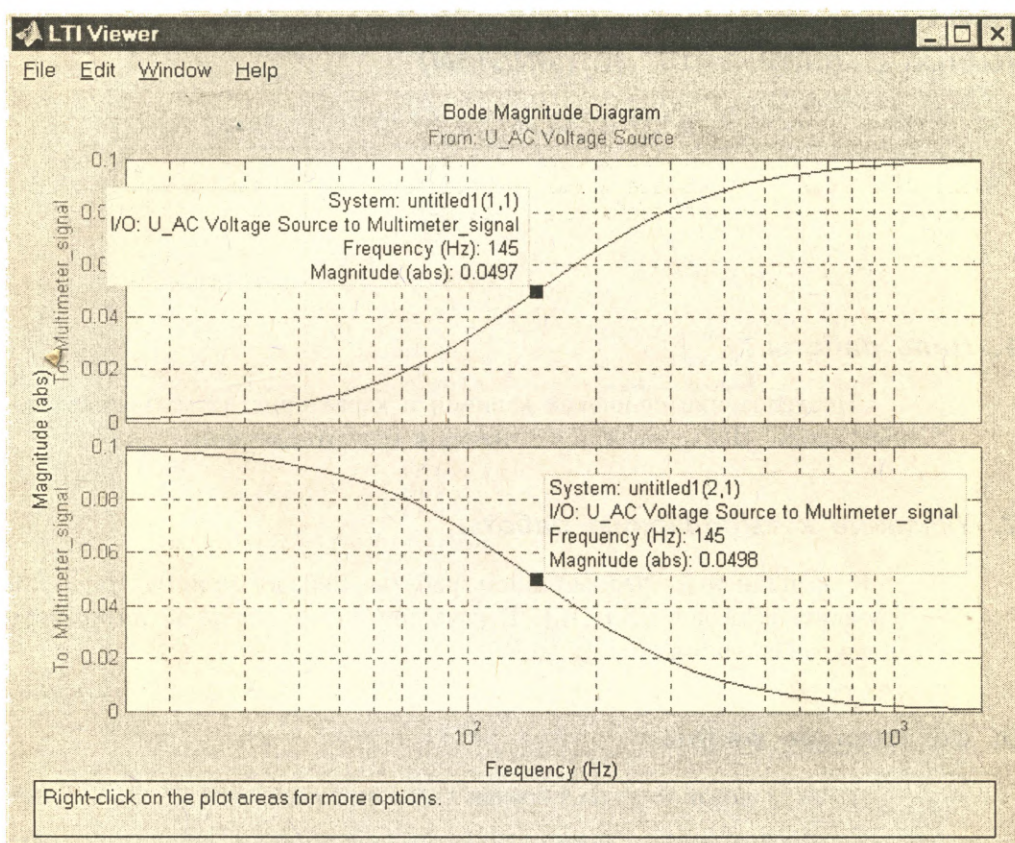


Рис. 3.3.8. Частотные характеристики параллельной RLC-цепи

Лабораторная работа №4.

Исследование магнитосвязанных цепей

(цепи с взаимной индукцией)

1. Цель работы

Исследование основных величин и характеристик магнитосвязанных цепей. Исследование резонанса в магнитосвязанных цепях.

2. Указание к выполнению работы

К выполнению лабораторной работы следует приступить после изучения разделов 2.4, 2.4.1. В качестве дополнительной литературы можно воспользоваться [7,10,12].

3. Содержание работы

- 3.1. Исследование явления взаимной индукции.
- 3.2. Исследование согласного последовательного включения двух магнитосвязанных катушек.
- 3.3. Исследование встречного последовательного включения двух магнитосвязанных катушек.
- 3.4. Исследование согласного параллельного включения двух магнитосвязанных катушек.
- 3.5. Исследование встречного параллельного включения двух магнитосвязанных .
- 3.6. Исследование резонанса в индуктивно магнитосвязанных катушках.

4. Виртуальные приборы и оборудование

Виртуальные приборы и оборудование для проведения лабораторной работы представлены на рис. 3.4.1. Они содержат все уже известные «приборы» за исключением катушки с взаимной индукцией (Mutual Inductance).

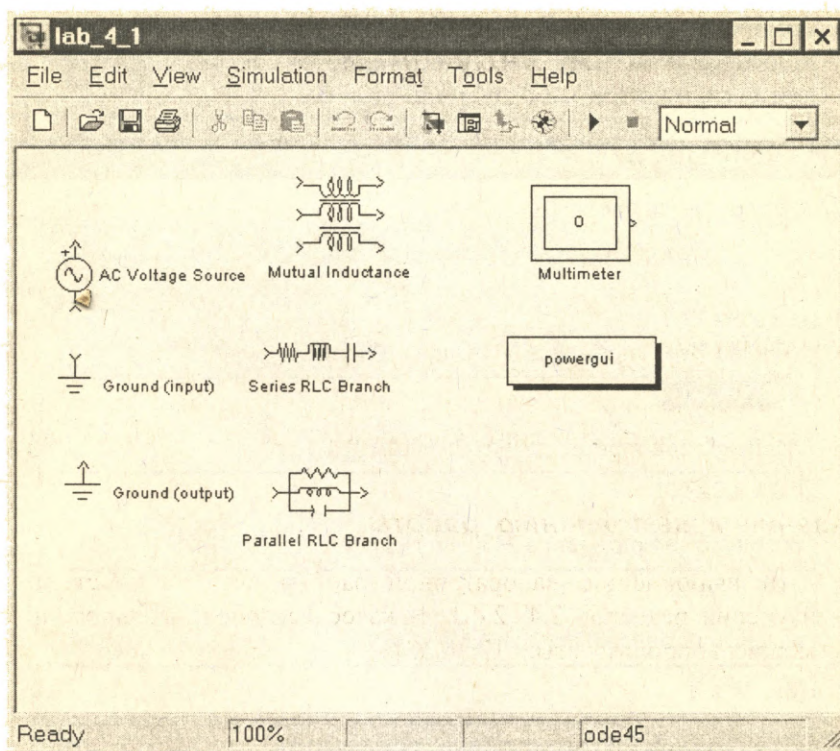


Рис. 3.4.1. Виртуальные блоки для проведения лабораторной работы

Этот виртуальный блок, как видно из его графического изображения, содержит три индуктивно связанные катушки. В лабораторной работе используются только две из них (первая и вторая). Окно для настройки параметров индуктивно связанных катушек показано на рис. 3.4.2. В поля настройки вводятся:

- сопротивление и индуктивность первой катушки;
- сопротивление и индуктивность второй катушки;
- сопротивление и индуктивность третьей катушки;
- сопротивление и индуктивность ветви взаимоиндукции;
- измеряемые блоком Multimeter величины.

Параметры катушки задаются преподавателем. При самостоятельном обучении рекомендуется эти параметры задать такими, как на рис. 3.4.2 и оставлять их неизменными (за исключением взаимоиндуктивности) при выполнении всех пунктов лабораторной работы. Параметры источника питания при самостоятельной работе рекомендуется

выбирать в диапазоне $U = 50\text{--}100\text{В}$, $f = 100\text{--}1000\text{Гц}$. Эти параметры заносятся в таблицу 3.4.1 и остаются неизменными при выполнении всех пунктов лабораторной работы.

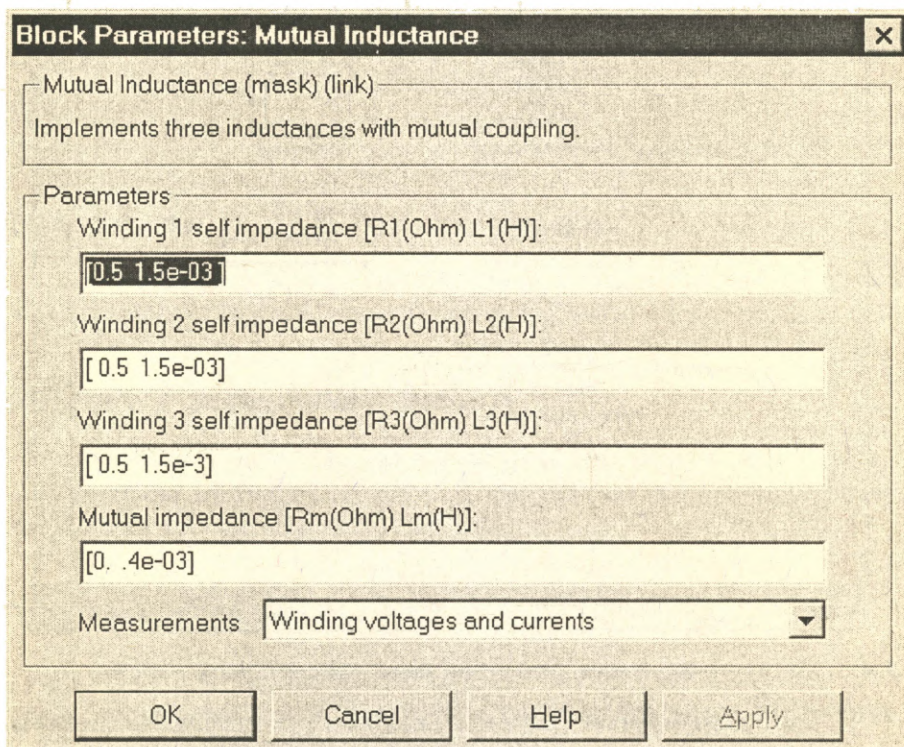


Рис. 3.4.2. Окно настройки параметров катушки с взаимной индукцией

Таблица 3.4.1.

Тип источника	Амплитуда	Частота	Начальная фаза
			☞

5. Порядок выполнения работы

Исследование явления взаимной индукции по п. 3.1 осуществляется на модели, представленной на рис. 3.4.3. На этой модели производится несколько опытов (6–10) при изменении величины взаимоиндуктивности (поле Mutual impedance — (рис. 3.4.2)) от нуля до 0,8 L_1 и измеряются при использовании блоков Multimeter и Powergui напряжения и токи первой и второй катушек. Заполняется таблица по форме 3.4.2.

Таблица 3.4.2.

L_m	U_1	φ_{U1}	U_2	φ_{U2}	I_1	φ_I	I_2	φ_I
Гн	В	град	В	град	А	град	А	град

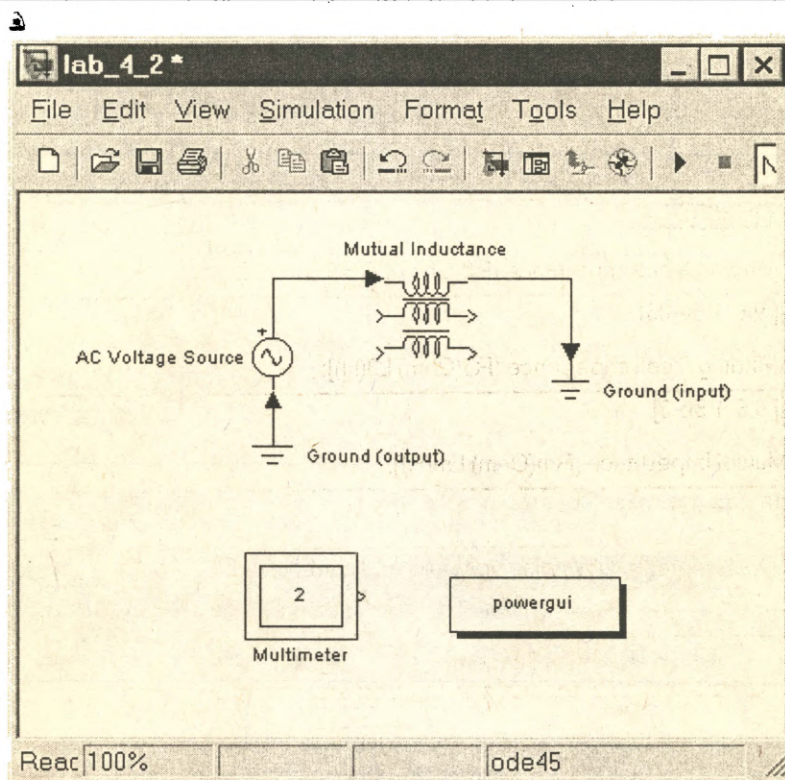


Рис. 3.4.3. Модель для исследования явления взаимной индукции

На рис. 3.4.4, в качестве примера, показано окно блока Powergui с измеренными значениями отмеченных величин для магнитосвязанных катушек, приведенных на рис. 3.4.2. Заметим, что все измерения осуществляются в действующих значениях.

Исследование согласного последовательного включения двух катушек с взаимной индукцией по п. 3.2 осуществляется на модели, представленной на рис. 3.4.5. Порядок выполнения этого пункта лабораторной работы аналогичен предыдущему. Изменяется величина взаимной индуктивности в диапазоне 0–0,8 L_1 и для каждого значения L_m измеряются все перечисленные в предыдущем пункте величины. Кроме того, измеряются параметры источника питания. Для этого в блоке Powergui после измерения напряжений и токов на первой и второй

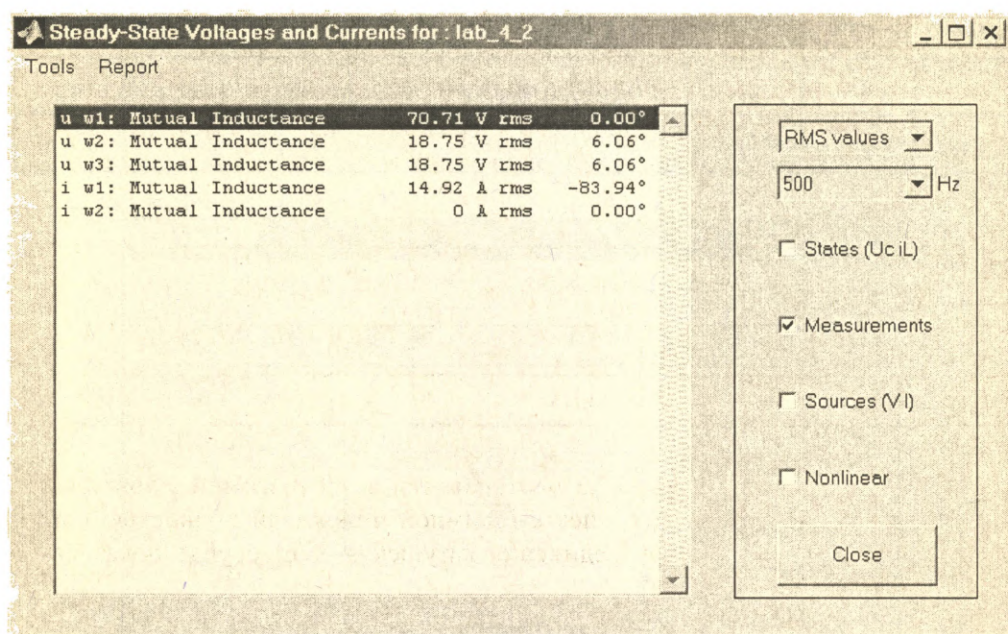


Рис. 3.4.4. Окно блока Powergui

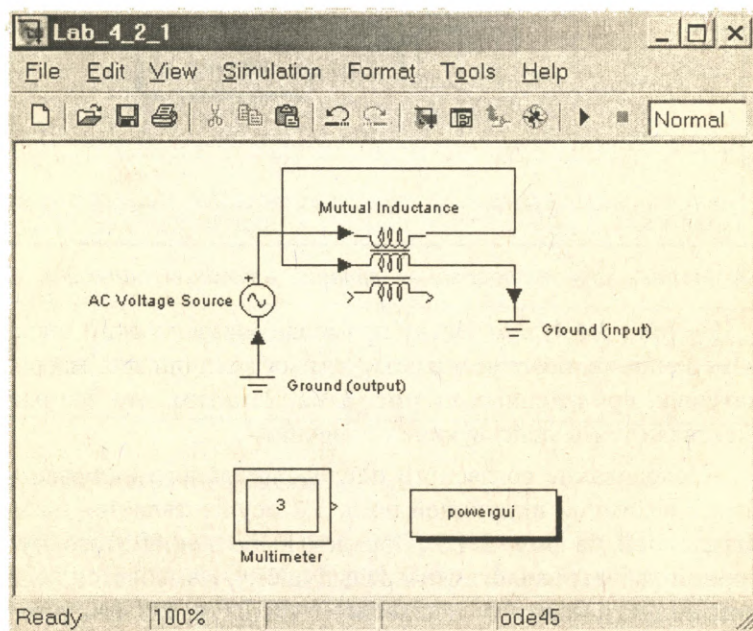


Рис. 3.4.5. Модель для исследования согласного последовательного включения двух катушек с взаимной индукцией

катушках (аналогично рис. 3.4.4) необходимо включить флажок Measurement и измерить напряжение (в действующих значениях) и начальную фазу источника (рис. 3.4.6).

При измерениях заполняется таблица 3.4.3. Заметим, что в этом опыте через катушки течет один и тот же ток.

Таблица 3.4.3.

метры	Измерения									Вычисления		
L_m	U	φ_U	f	U_1	φ_{U_1}	U_2	φ_{U_2}	$I_1=I_2$	φ_I	Z	x	R
Гн	В	град	Гц	В	град	В	град	А	град	Ом	Ом	Ом

Выполнение пункта 3.3 исследования встречного последовательно-го включения двух катушек с взаимной индукцией полностью совпадает с п. 3.2. Схема соединения катушек в этом случае показана на рис. 3.4.7.

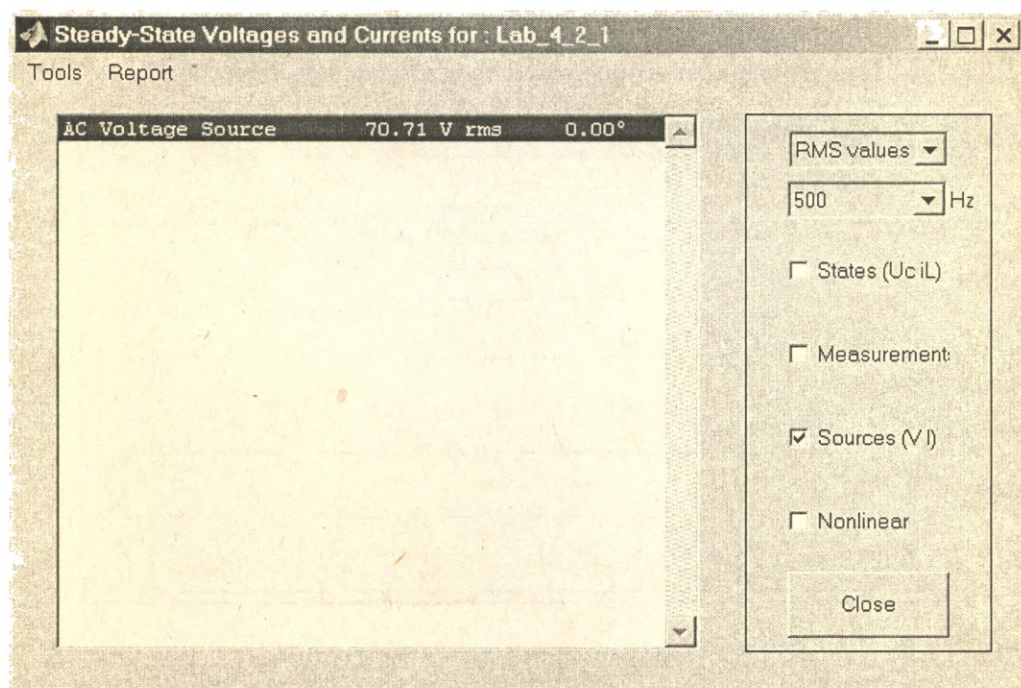


Рис. 3.4.6. Окно блока Powergui при измерении параметров источника

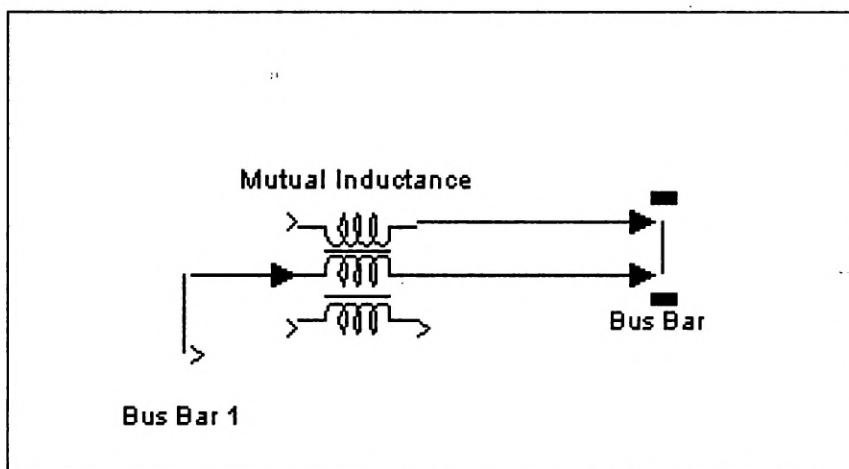


Рис. 3.4.7. Модель при встречном включении катушек

Здесь использованы два дополнительных блока Bus Bar из библиотеки Connectors.

В первом из них (Bus Bar рис. 3.4.8) задано только два входных порта, а во втором (Bus Bar1) — два выходных.

При измерениях заполняется таблица аналогичная 3.4.3.

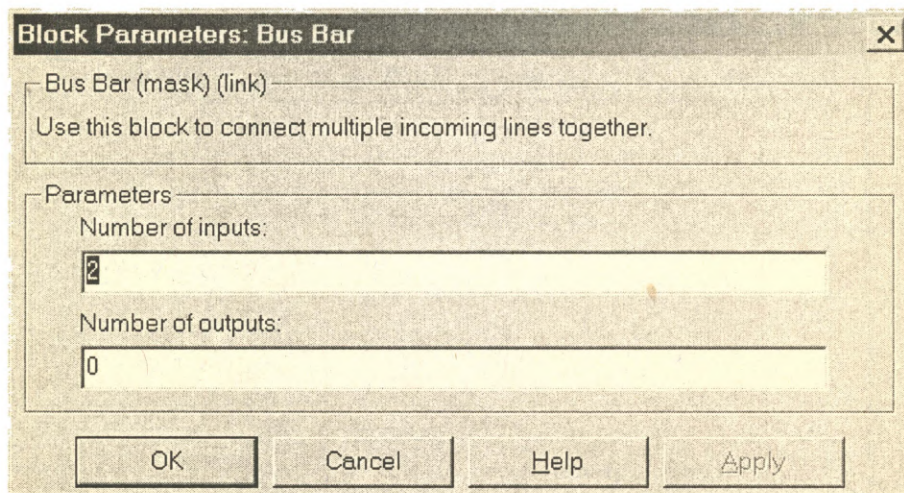


Рис. 3.4.8. Окно блока Bus Bar

Исследование согласного параллельного включения двух магнитосвязанных катушек в соответствии с п 3.4 осуществляется на модели, представленной на рис. 3.4.9.

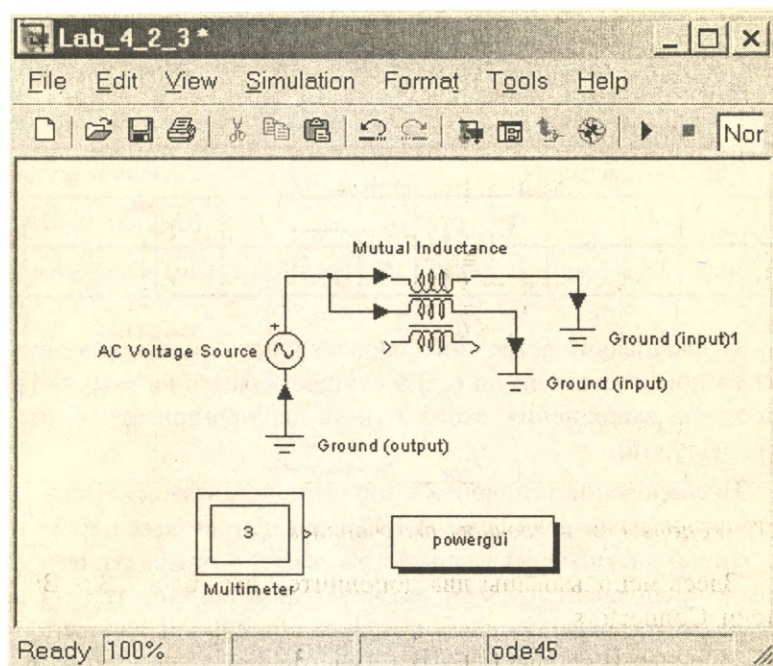


Рис. 3.4.9. Модель при параллельном, согласном включении катушек

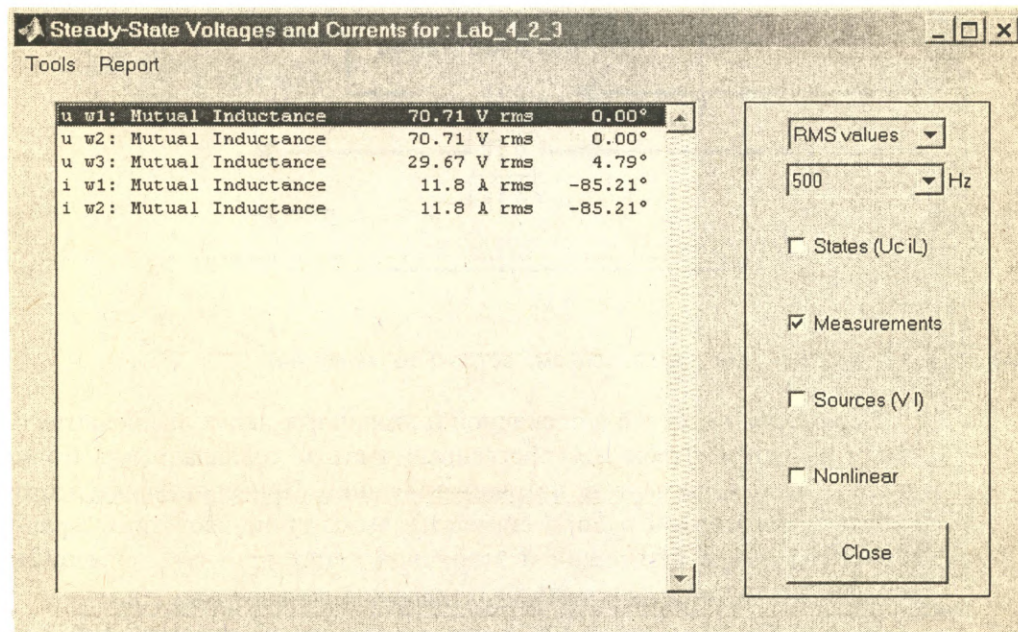


Рис. 3.4.10. Окно блока Powergui

Так же как и в предыдущих пунктах изменяется взаимоиндуктивность и результаты измерения (рис. 3.4.10) заносятся в таблицу 3.4.4.

Таблица 3.4.4.

Измерения								Вычисления						
L_m	U	φ_U	f	φ_{U1}	I_1	φ_{I_2}	I_2	φ_{I_2}	$Y1$	$b1$	$G1$	$Y2$	$b2$	$G2$
Гн	В	град	Гц	град	В	град	А	град	Сим	Сим	Сим	Сим	Сим	Сим

Исследование встречного параллельного включения двух катушек с взаимной индукцией по п. 3.5 осуществляется на модели (рис. 3.4.11), порядок выполнения этого пункта лабораторной работы повторяет предыдущий.

Исследование резонанса в индуктивно связанных катушках осуществляется на модели (рис. 3.4.12) при одинаковых параметрах первой и второй катушки. Эти параметры, как и в предыдущих опытах, задаются преподавателем или выбираются в соответствии с вышеприведенными рекомендациями при самостоятельной работе.

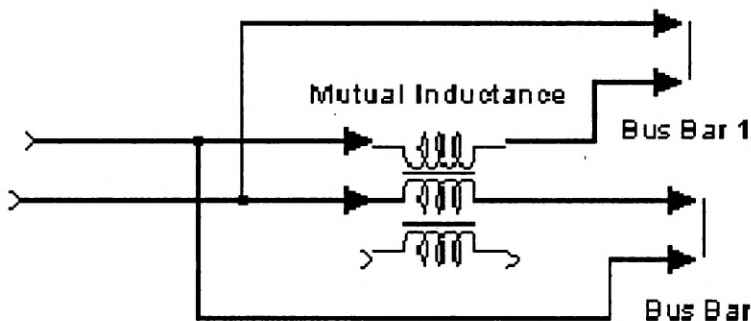


Рис. 3.4.11. Модель при параллельном, встречном включении

Параметры емкостей в первичной и вторичных цепях выбираются с таким расчетом, чтобы их собственные частоты совпадали или были достаточно близки частоте источника питания. При проведении этого пункта лабораторной работы снимается амплитудно-частотная характеристика тока в первичной и вторичной цепях при двух значениях коэффициента связи « k » меньше и больше критического.

На рис. 3.4.13 и рис. 3.4.14 показаны эти характеристики для тока в первичной цепи (верхняя кривая) и тока во вторичной цепи (нижняя

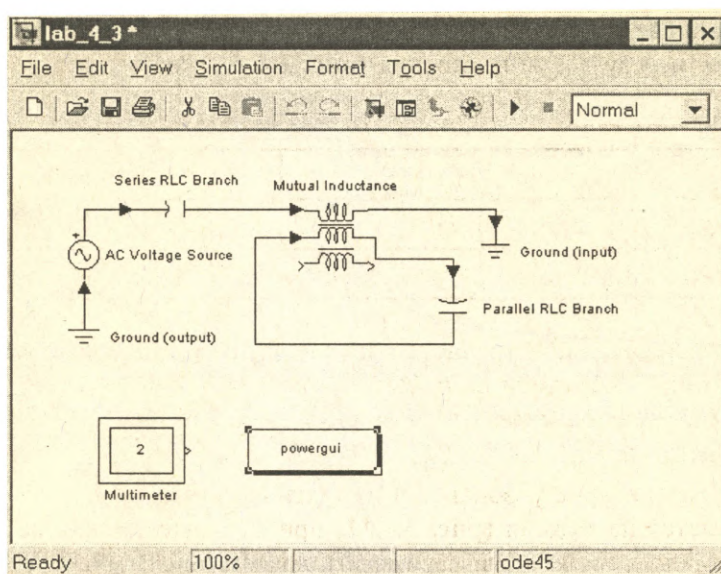


Рис. 3.4.12. Модель для исследования резонанса в магнитно-связанных катушках

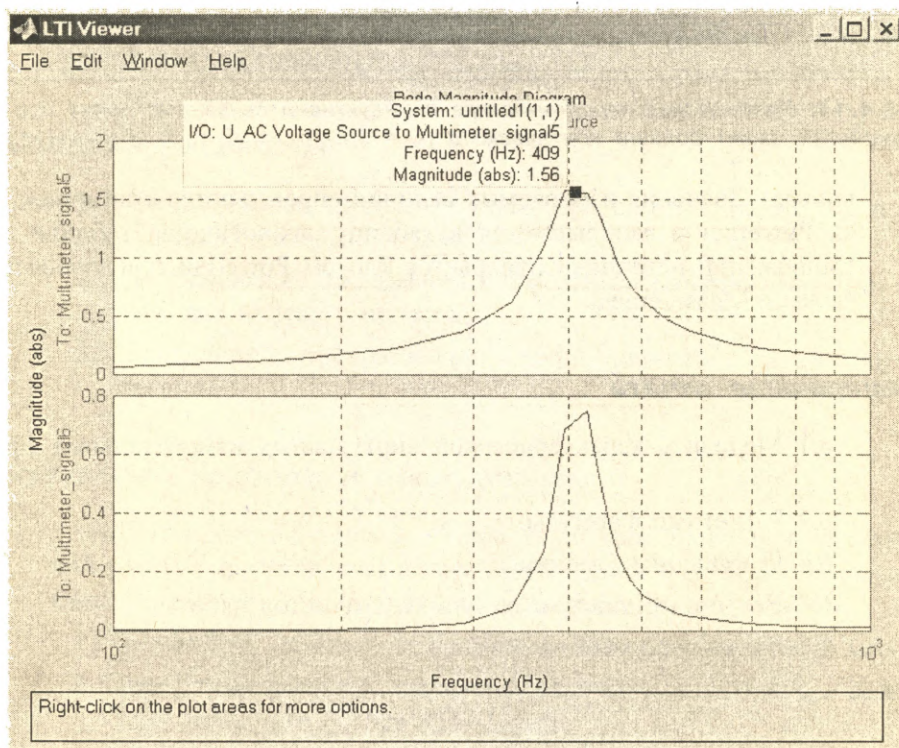


Рис. 3.4.13. Резонансная характеристика в индуктивно связанных цепях при коэффициенте связи меньше критического ($\kappa = 0,07$)

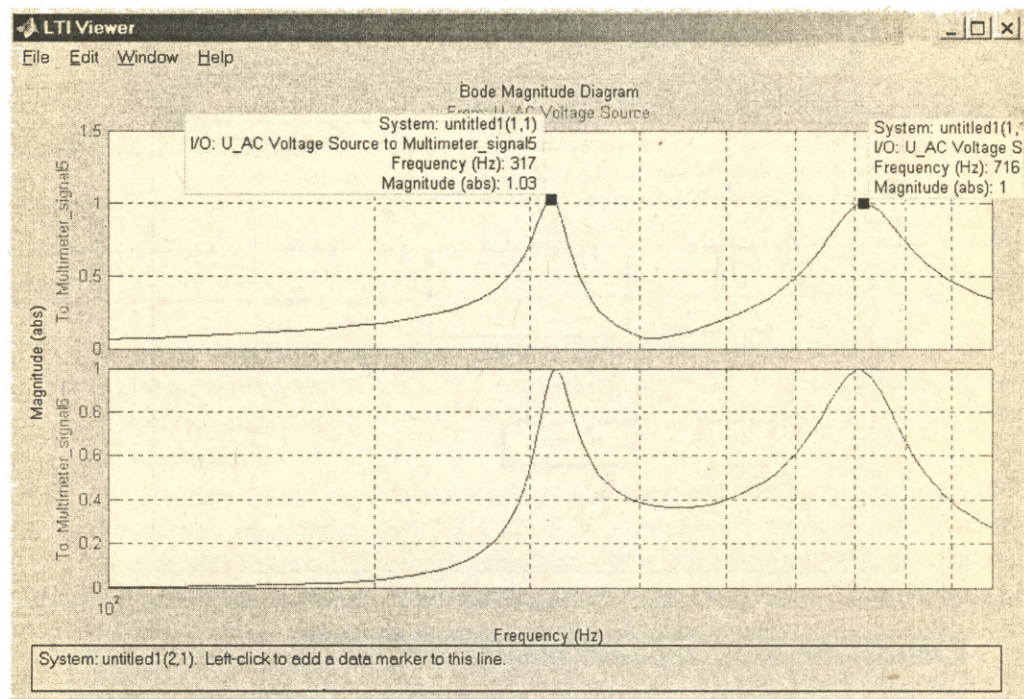


Рис. 3.4.14. Резонансная характеристика в индуктивно связанных цепях при коэффициенте связи больше критического ($\kappa = 0,8$)

кривая). Значения измеряемых величин определяются с помощью блока Powergui и записываются в таблицу, аналогичную таблице 3.4.2. Напряжение источника измеряется блоком Powergui при включенном флажке Measurement.

6. Содержание отчета

- 6.1 Модели с характеристикой виртуальных измерительных приборов.
- 6.2 Расчетные формулы.
- 6.3 Заполненные таблицы.
- 6.4 Векторные диаграммы для всех пунктов работы.
- 6.5 Выводы по работе.

Лабораторная работа 5.

Исследование трехфазных цепей

1. Цель работы

Проверка основных соотношений в трехфазной системе при соединении приемников звездой и треугольником при равномерной и неравномерной нагрузке.

2. Указание к выполнению работы

К выполнению лабораторной работы следует приступить после изучения разделов 2.5, 2.5.1, 2.5.2. В качестве дополнительной литературы можно воспользоваться [7, 10, 12].

3. Содержание работы

- 3.1. Исследование трехфазной цепи при соединении нагрузки звездой с нулевым проводом.
- 3.2. Исследование трехфазной цепи при соединении нагрузки звездой без нулевого провода.
- 3.3. Исследование трехфазной цепи при соединении нагрузки треугольником.

4. Виртуальные приборы и оборудование

Виртуальные приборы и оборудование для проведения лабораторной работы представлены на **рис. 3.5.1**. Здесь в отличие от предыдущих лабораторных работ использованы три новых блока.

1. Трехфазный источник напряжения (Inductive source with neutral).
2. Однофазная нагрузка, задаваемая величинами активной и реактивной мощности (Series RLC Load).
3. Блок измерения трехфазных напряжений и токов (Three-Phase V-I Measurement).

Окно настройки параметров трехфазного источника питания показано на **рис. 3.5.2**. В полях окна задаются амплитуда напряжения, начальная фаза напряжения фазы A, частота и внутренние параметры источника (сопротивление и индуктивность). Эти параметры задаются преподавателем и не изменяются при выполнении всех пунктов лабораторной работы. При самостоятельном изучении рекомендуется сохранить значения параметров такими, как на **рис. 3.5.2**.

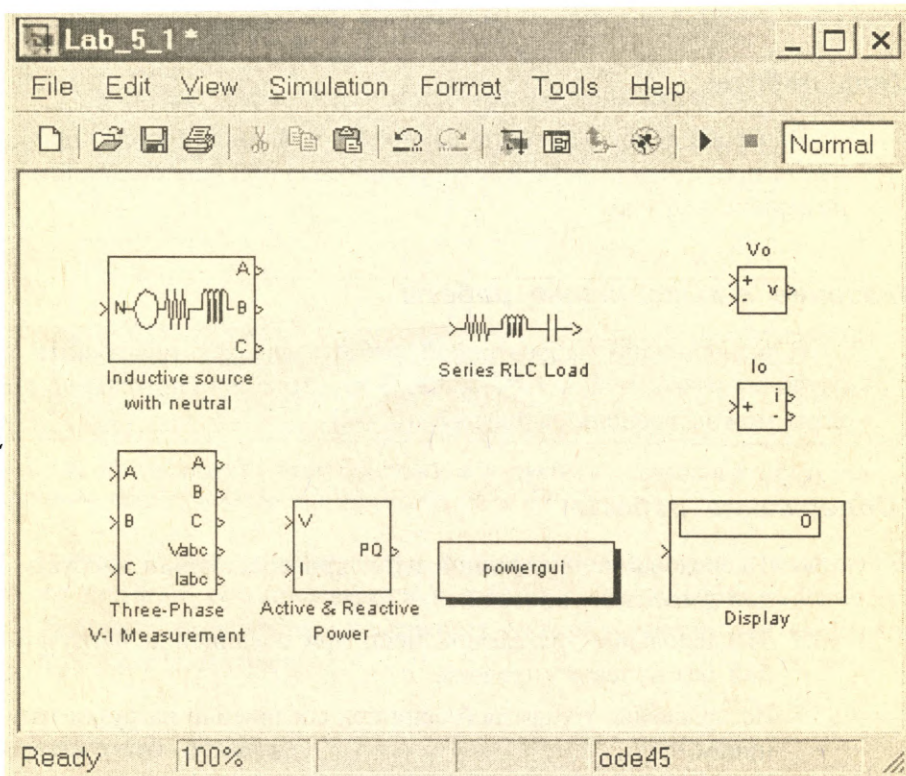


Рис. 3.5.1. Виртуальные блоки для проведения лабораторной работы по трехфазным цепям

Окно настройки параметров блока измерения показана на **рис. 3.5.3**. Как следует из описания блока (**рис. 3.5.3**), для представления измеряемых значений в относительных величинах необходимо включить соответствующие флажки. Важнейшей особенностью применения данного блока является то, что измеренные им величины наблюдаются в блоке Powergui, т.е. этот блок может для определенных задач заменить блок Multimeter.

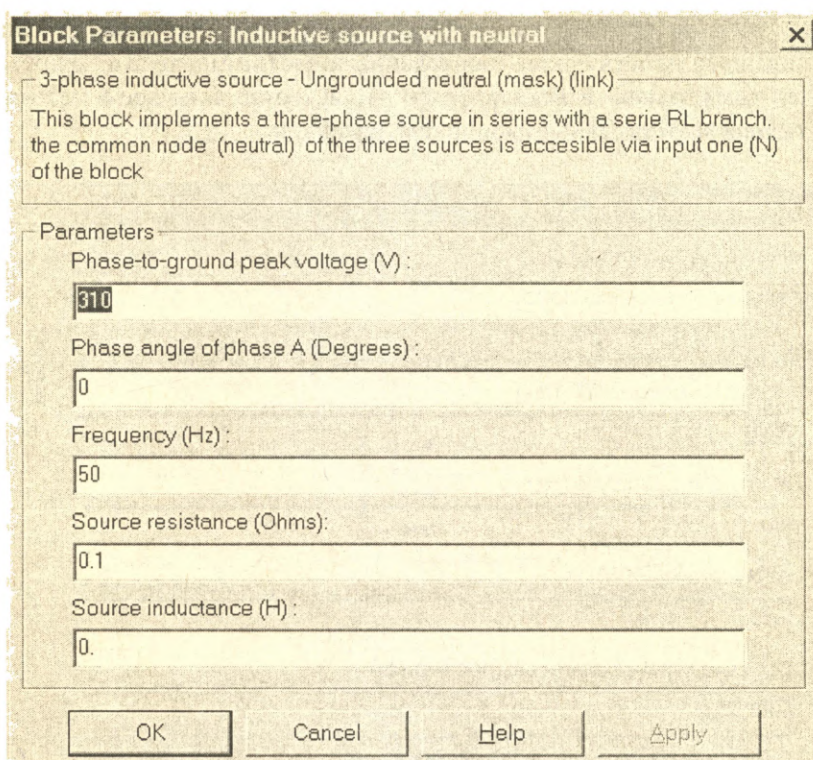


Рис. 3.5.2. Окно настройки трехфазного источника питания

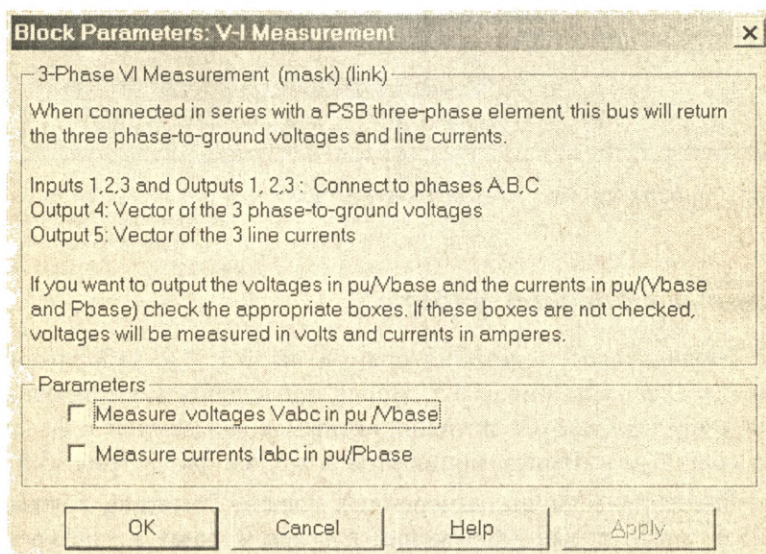


Рис. 3.5.3. Окно настройки блока измерения в трехфазных цепях

Окно настройки параметров нагрузки показано на рис. 3.5.4. Здесь задаются действующее напряжение и частота нагрузки, которые должны быть равны действующему напряжению и частоте источника, активная и реактивные мощности нагрузки.

Block Parameters: RL LoadA [X]

Series RLC Load (mask) (link)
Implements a series RLC load.

Parameters

Nominal voltage V_n (Vrms):
220

Nominal frequency f_n (Hz):
50

Active power P (W):
500

Inductive reactive power Q_L (positive var):
300

Capacitive reactive power Q_C (negative var):
0

Measurements: None

OK Cancel Help Apply

Рис. 3.5.4. Окно настройки параметров нагрузки

5. Порядок выполнения работы.

Модель для проведения опытов пп. 3.1, 3.2 лабораторной работы представлена на рис. 3.5.5. После проведения моделирования на дисплее высвечиваются значения активных мощностей в фазах A , B , C и значения реактивных мощностей в тех же фазах (рис. 3.5.5).

Значения величин, измеренных блоком Powergui, показаны на рис. 3.5.6. Здесь кроме напряжений и токов в фазах нагрузки измеряются напряжение U_0 и ток I_0 . Проведение всех опытов по пунктам работы 3.1, 3.2 осуществляются в соответствии с таблицей 3.5.1. Параметры

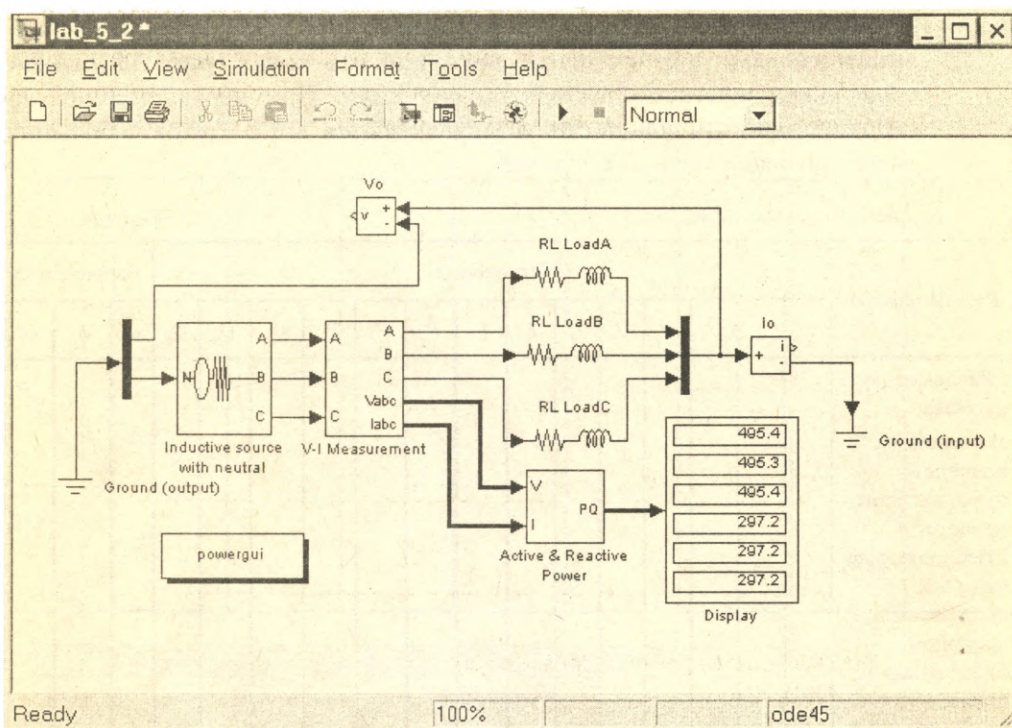


Рис. 3.5.5. Модель исследования трехфазной цепи при соединении звезда-звезда

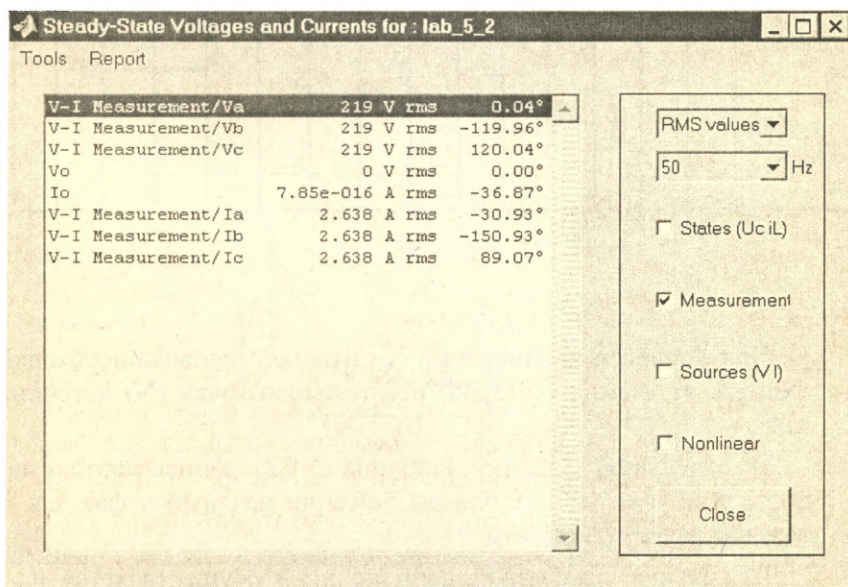


Рис. 3.5.6. Окно блока Powergui

источника питания и нагрузки задаются преподавателем или выбираются равными или близкими, показанным в окнах (рис. 3.5.2, 3.5.4) значениям при самостоятельном изучении. При неравномерной нагрузке в фазе А мощности устанавливаются в 1,2–1,8 раза большие, чем при равномерной нагрузке.

Таблица 3.5.1.

Режим работы	Измерения															Вычисления		
	U_0	I_0	U_A	U_B	U_C	I_A	I_B	I_C	P_A	P_B	P_C	Q_A	Q_B	Q_C	φ_A	φ_B	φ_C	
1.Равномерная нагрузка:																		
а) с нулевым проводом;																		
б) без нулевого провода.																		
2.Неравномерная нагрузка:																		
а) с нулевым проводом;																		
б) без нулевого провода.																		
3.Обрыв линейного провода:																		
а) с нулевым проводом;																		
б) без нулевого провода.																		
4. Короткое замыкание фазы без нулевого провода.																		

При проведении измерений без нулевого провода необходимо отсоединить от «земли» (ground) нейтральную точку (N) источника питания.

В отдельную таблицу (таблица 3.5.2) записываются начальные фазы всех измеряемых блоком Powergui начальных фаз для построения векторных диаграмм.

Испытание трехфазной цепи по п.3.3 осуществляется на модели, показанной на рис. 3.5.7.

Таблица 3.5.2

Режим работы	Измерения							
	φ_{U0}	φ_{I0}	φ_{UA}	φ_{UB}	φ_{UC}	φ_{IA}	φ_{IB}	φ_{IC}
1:								
а)								
б)								
2:								
а)								
б)								
3:								
а)								
б)								
4.								

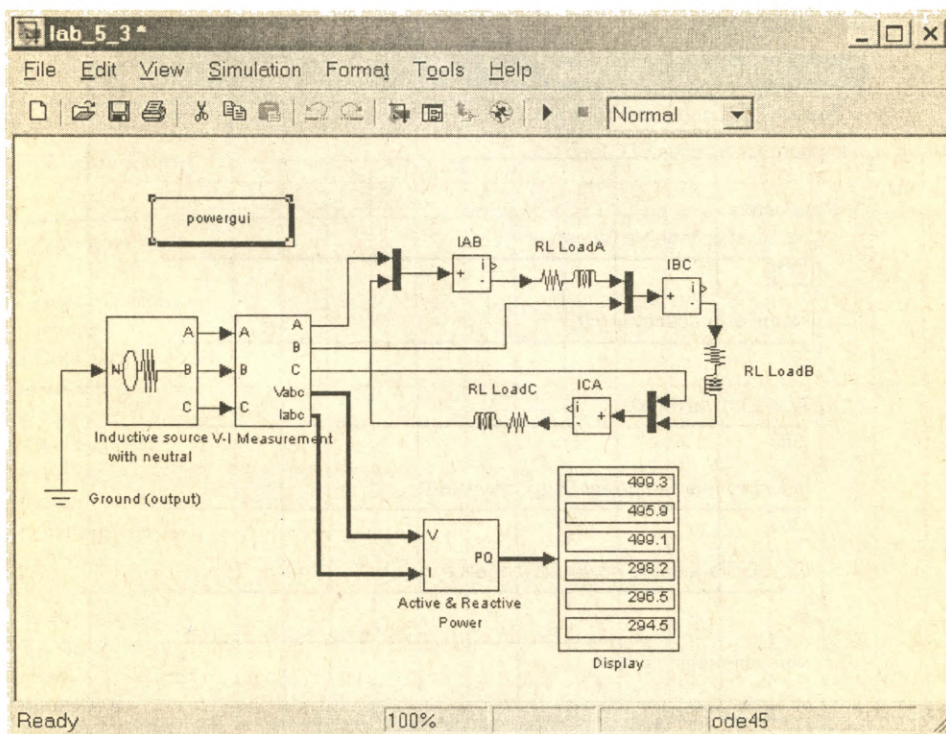


Рис. 3.5.7. Модель исследования трехфазной цепи при соединении звезда-треугольник

Здесь нагрузка соединена по схеме треугольника с включенными блоками измерения фазных токов (I_{AB} , I_{BC} , I_{CA}) для блока Powergui. Окно настройки параметров нагрузки показано на рис. 3.5.8. Следует еще раз напомнить, что в первом поле следует ввести значение напряжения, приложенного к нагрузке. Здесь, как видно из рис. 3.5.8, введено значение линейного напряжения источника питания. Активные и реактивные мощности в фазах нагрузки высвечиваются на экране дисплея после проведения моделирования (рис. 3.5.7). Фазные напряжения и токи, а также линейные токи определяются с помощью блока Powergui, окно которого показано на рис. 3.5.9.

Проведение всех опытов по пункту работы 3.3 осуществляется в соответствии с таблицей 3.5.3. Параметры источника питания и нагрузки задаются преподавателем или выбираются равными или близкими показанным в окне (рис. 3.5.8) значениям при самостоятельном изучении. При неравномерной нагрузке в фазе A мощности устанавливаются в 1,2–1,8 раза большие, чем при равномерной нагрузке. В отдельную таблицу (таблица 3.5.4) записываются начальные фазы всех измеряемых блоком Powergui начальных фаз для построения векторных диаграмм.

Block Parameters: RL LoadA [X]

Series RLC Load (mask) (link)
Implements a series RLC load.

Parameters

Nominal voltage V_n (Vrms):
380

Nominal frequency f_n (Hz):
50

Active power P (W):
500

Inductive reactive power Q_L (positive var):
300

Capacitive reactive power Q_c (negative var):
0

Measurements: None [v]

OK Cancel Help Apply

Рис. 3.5.8. Окно настройки параметров нагрузки

Таблица 3.5.4

Режим работы	Измерения								
	φ_{Ua}	φ_{Ub}	φ_{Uc}	φ_{IAB}	φ_{IBC}	φ_{ICA}	φ_{IA}	φ_{IB}	φ_{IC}
1									
2									
3									
а)									
б)									
4									
5									

6. Содержание отчета

- 6.1. Модели с характеристикой виртуальных измерительных приборов.
- 6.2. Расчетные формулы.
- 6.3. Заполненные таблицы.
- 6.4. Векторные диаграммы для всех пунктов работы.
- 6.5. Выводы по работе.

Лабораторная работа № 6.

Исследование электрических цепей периодического несинусоидального тока

1. Цель работы

Измерение гармонических составляющих (спектра) периодических напряжений различной формы, выделение гармонических составляющих из периодических напряжений различной формы при помощи резонансных цепей.

2. Указание к выполнению работы

К выполнению лабораторной работы следует приступить после изучения разделов 2.6, 2.6.1, 2.6.2. В качестве дополнительной литературы можно воспользоваться [7, 11, 12].

3. Содержание работы

- 3.1. Измерение гармонических составляющих периодических напряжений прямоугольной, пилообразной и импульсной формы
- 3.2. Измерение гармонических составляющих периодических напряжений, имеющих форму искаженной синусоиды, получены с использованием нелинейных преобразователей.
- 3.3. Измерение гармонических составляющих периодических напряжений путем их выделения резонансными цепями.

4. Виртуальные приборы и оборудование

Виртуальные приборы и оборудование для проведения лабораторной работы представлены на **рис. 3.6.1**. Здесь в отличие от предыдущих лабораторных работ широко использованы приборы основной библиотеки пакета расширения Simulink (генераторы Signal Generator, Repeating Sequence, Pulse Generator, нелинейные блоки Saturation, Abs, осциллоскоп Scope, Display).

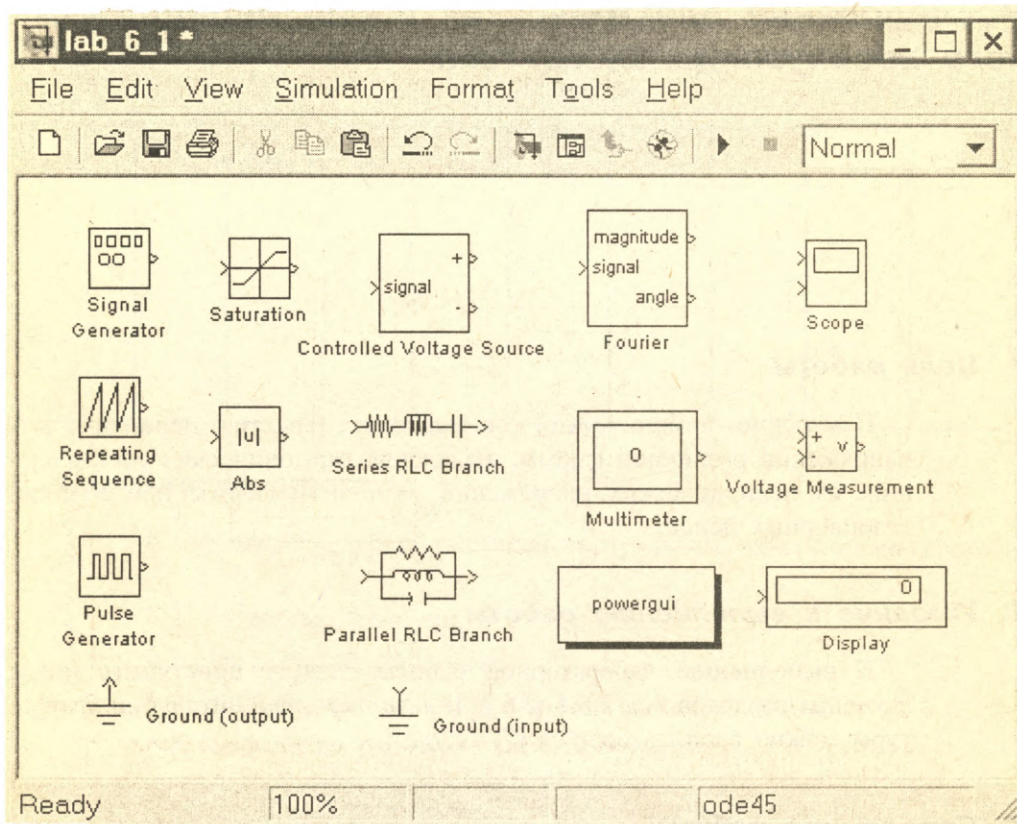


Рис. 3.6.1. Виртуальные блоки для проведения лабораторной работы по исследованию цепей несинусоидального тока

Описание этих блоков будет дано ниже при рассмотрении порядка проведения пунктов лабораторной работы.

5. Порядок выполнения работы

Выполнение п. 3.1 лабораторной работы осуществляется на моделях, представленных на рис. 3.6.2, 3.6.9, 3.6.11 (модель задается преподавателем) при самостоятельном изучении рекомендуется работа на всех моделях. В схеме рис. 3.6.2 в качестве генератора несинусоидального периодического напряжения используется блок Signal Generator.

Окно настройки параметров блока показано на рис. 3.6.3. Это окно содержит три поля. В первом поле (Wave form) задается форма напряжения на выходе генератора. Из выпадающего меню (рис. 3.6.3) следует, что генератор обеспечивает четыре вида выходных сигналов:

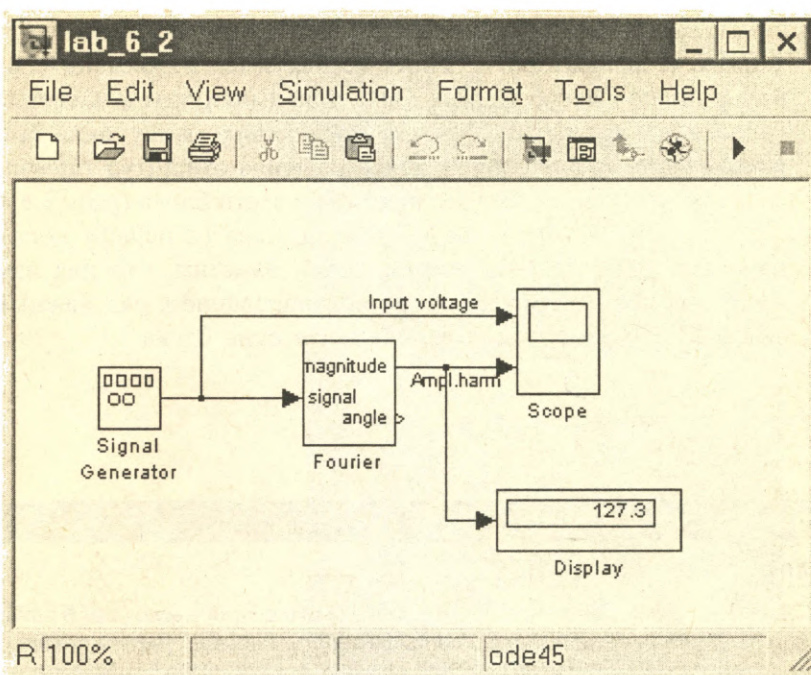


Рис. 3.6.2. Модель для гармонического анализа несинусоидальных напряжений

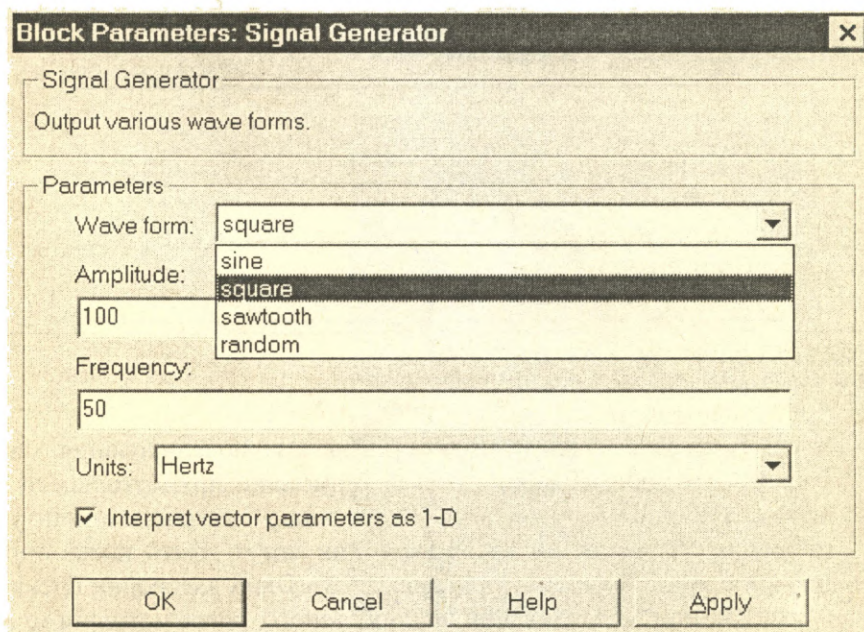


Рис. 3.6.3. Окно настройки блока Signal Generator

синусоидальный, прямоугольный, пилообразный и сигнал случайной формы. В лабораторной работе исследуются напряжения прямоугольной и пилообразной формы. Величина амплитуды и частоты выходного сигнала устанавливаются в следующих полях окна (рис. 3.6.3). Блок Fourier предназначен для выделения амплитуд гармоник из исследуемого сигнала. В окне настройки этого блока (рис. 3.6.4) задаются основная частота исследуемого сигнала (в первом поле) и номер измеряемой гармоники (второе поле). Заметим, что для измерения k гармоник необходимо провести моделирование k раз, каждый раз указывая номер измеряемой гармоники в окне блока.

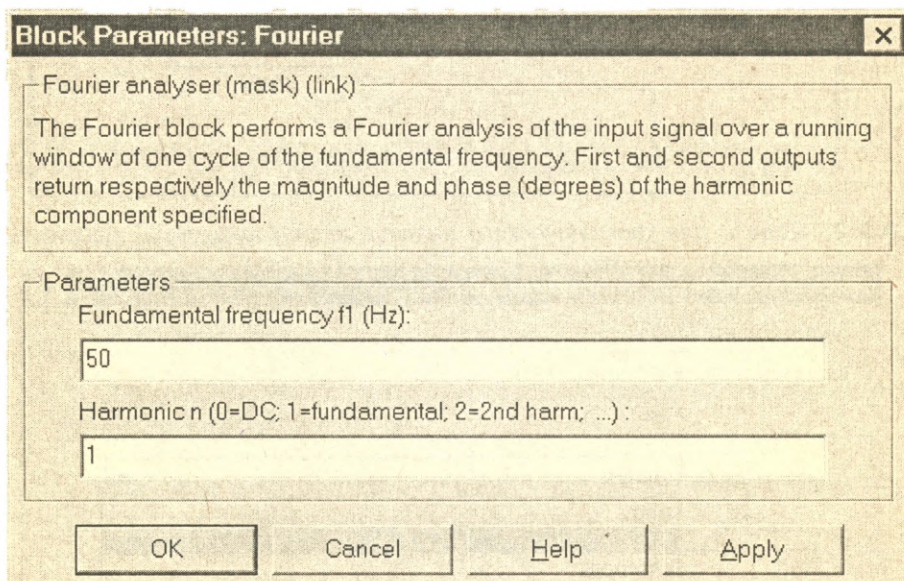


Рис. 3.6.4. Окно настройки блока Fourier

На рис. 3.6.5, 3.6.6 показаны результаты моделирования, снятые с блока Scope для первой и третьей гармоники прямоугольного напряжения. На нижнем поле блока Scope видны значения амплитуд этих гармоник. Значения амплитуд гармоник могут быть также определены с помощью блока Display (рис. 3.6.2). Окно настройки блока Signal Generator при исследовании пилообразного несимметричного напряжения показано на рис. 3.6.7, а результаты этого исследования — на рис. 3.6.8.

Рис. 3.6.5. Прямоугольное напряжение и амплитуда его первой гармоники

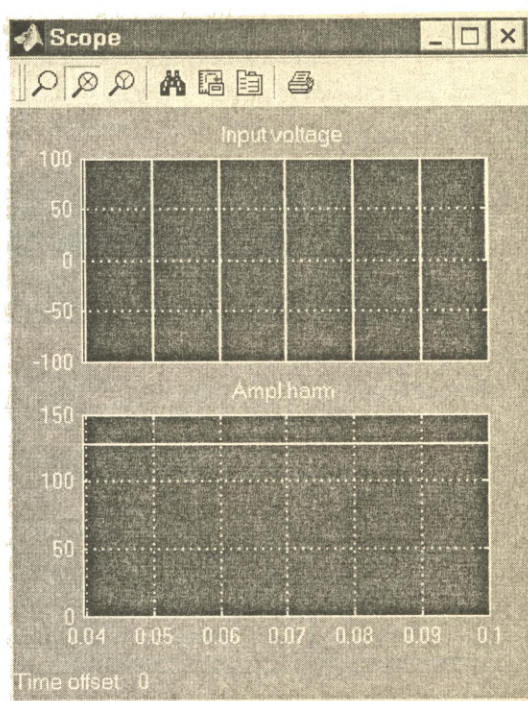
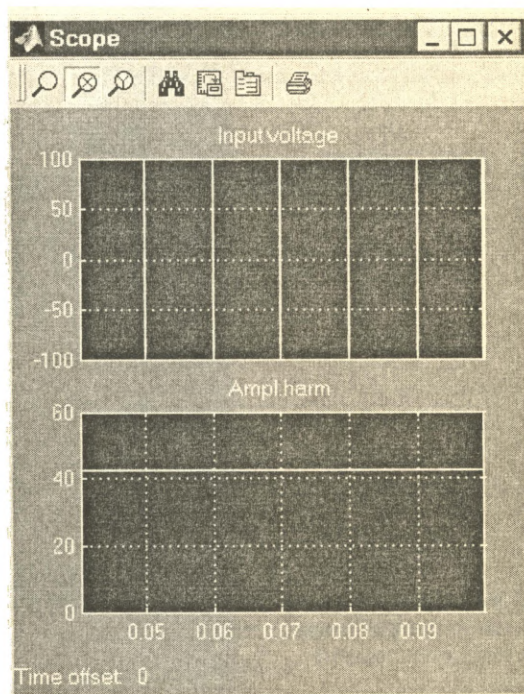


Рис. 3.6.6. Прямоугольное напряжение и амплитуда его третьей гармоники



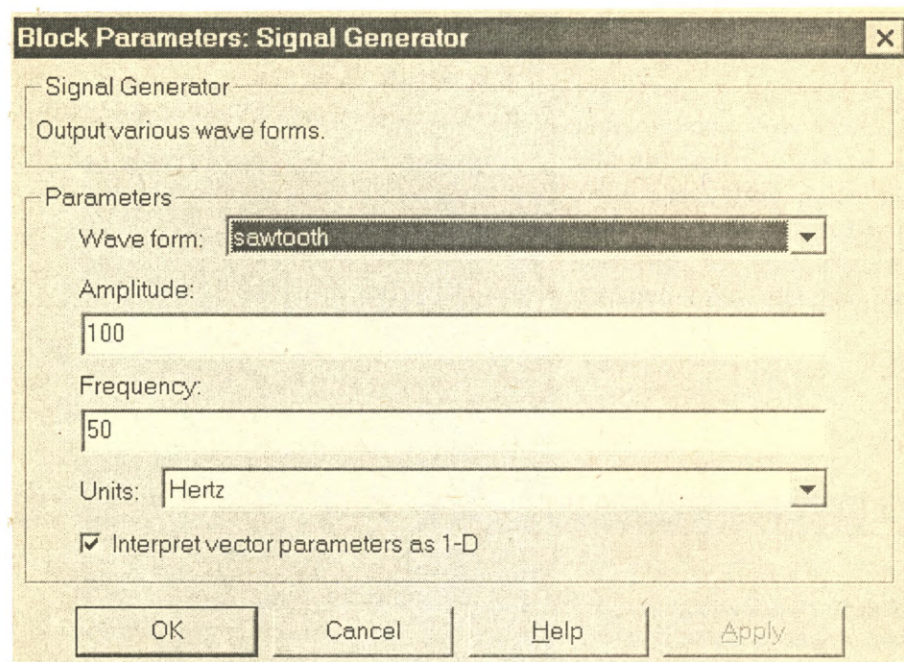


Рис. 3.6.7. Окно
настройки блока
Signal Generator

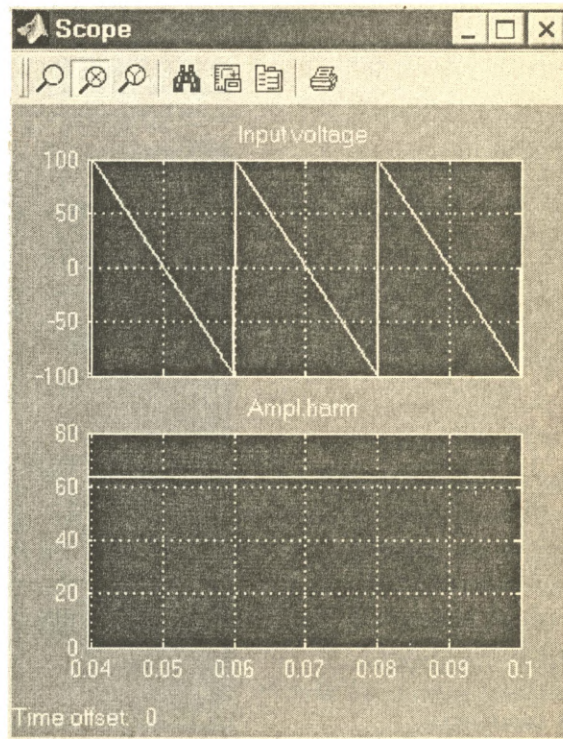


Рис. 3.6.8. Несимметричное
пилообразное напряжение
и амплитуда его первой
гармоники

При исследовании симметричного пилообразного напряжения применяется блок Repeating Sequence. Модель для этого случая показана на рис. 3.6.9. Окно настройки параметров блока Repeating Sequence показано на рис. 3.6.10. В первом поле задаются временные моменты

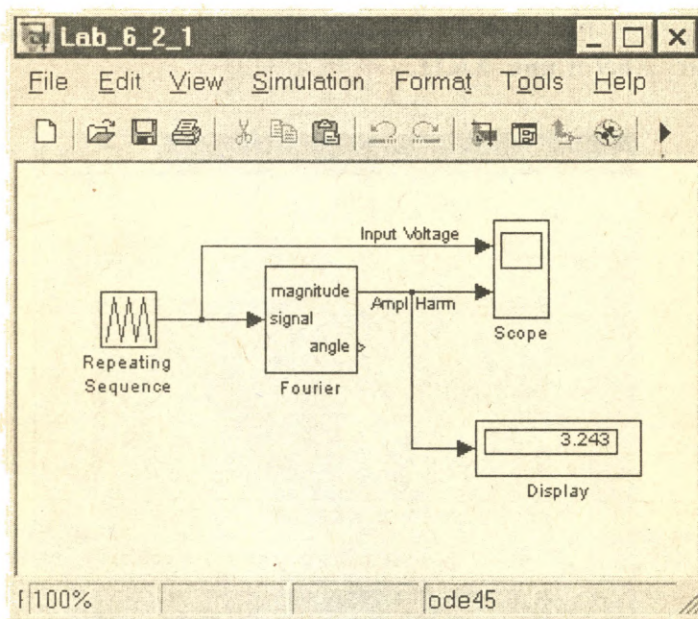


Рис. 3.6.9. Модель для гармонического анализа симметричного пилообразного напряжения

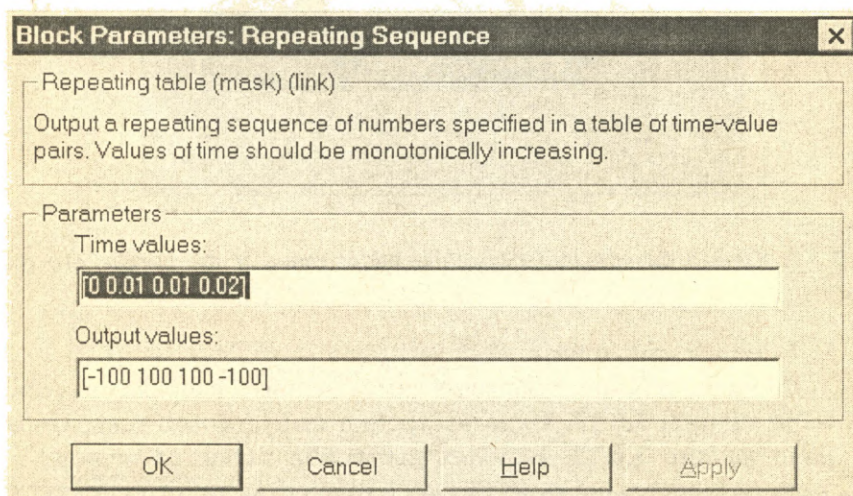


Рис. 3.6.10. Окно настройки блока Repeating Sequence

на периоде выходного напряжения, где скачком изменяется производная выходного напряжения (сигнала). Во втором поле — значения выходного напряжения в эти моменты. Из **рис. 3.6.10** видно, что весь период равен 0,02с ($f = 50$ Гц), а напряжение изменяется от -100 В до $+100$ В в первом полупериоде и от $+100$ В до -100 В — во втором полупериоде. Результаты моделирования для пятой гармоники видны из **рис. 3.6.9** и **рис. 3.6.11**.

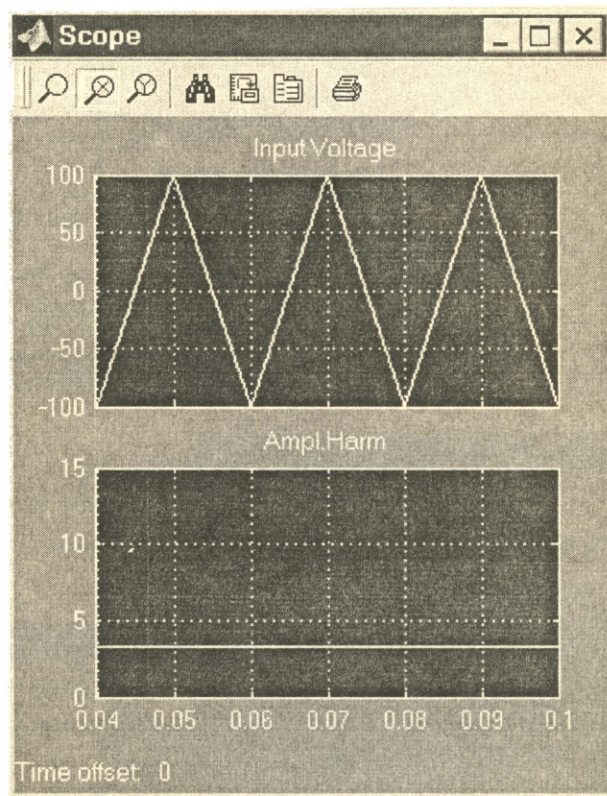


Рис. 3.6.11. Симметричное пилообразное напряжение и амплитуда его пятой гармоники

Модель для исследования импульсного напряжения представлена на **рис. 3.6.12**. Окно настройки импульсного генератора показано на **рис. 3.6.13**. В полях настройки задаются период, относительная длительность импульса в процентах по отношению к периоду и амплитуда.

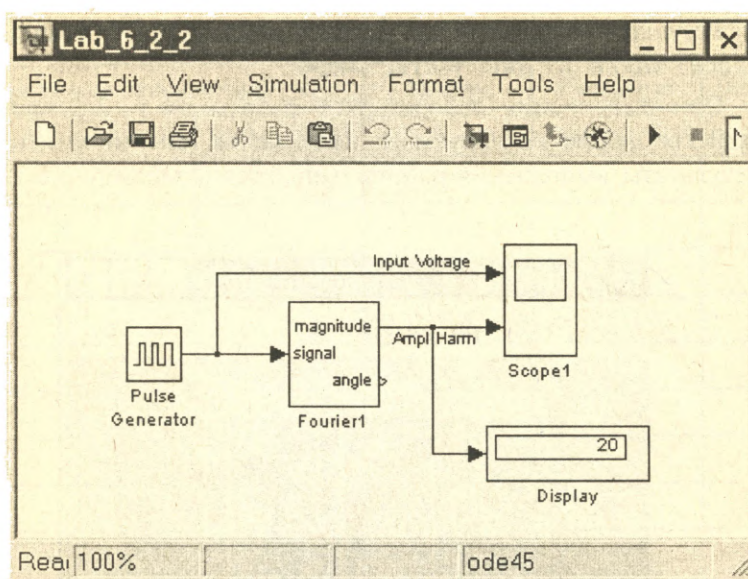


Рис. 3.6.12. Модель для исследования импульсного напряжения

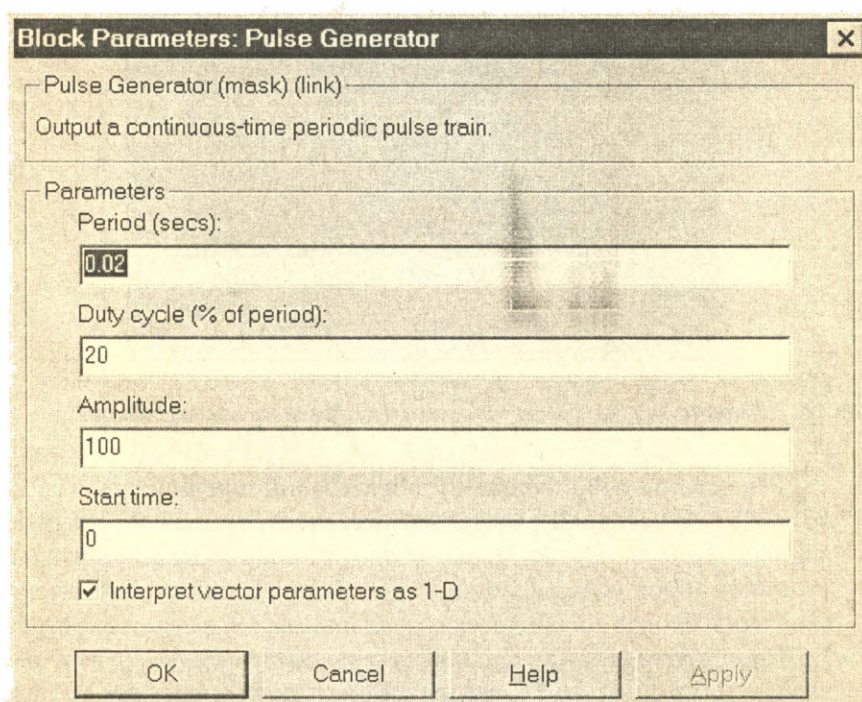


Рис. 3.6.13. Окно настройки параметров блока Pulse Generator

Результаты исследования нулевой гармоники (постоянной составляющей) видны из **рис. 3.6.12, 3.6.14**.

При выполнении лабораторной работы по п. 3.1 преподавателем задается форма исследуемого напряжения, его частота и амплитуда. Результаты выполнения работы заносятся в таблицу 3.6.1.

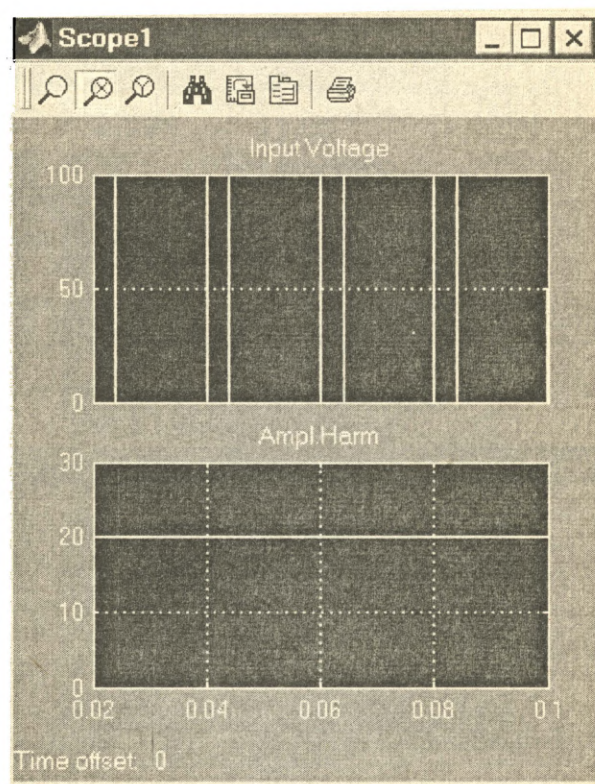


Рис. 3.6.14. Импульсное напряжение и его постоянная составляющая

Реализация нелинейных преобразований синусоидального сигнала по п.3.2 лабораторной работы осуществляется с использованием нелинейных блоков Deade Zone (блок с зоной нечувствительности), Saturation (блок с насыщением), Abs (блок абсолютного значения). На вход этих блоков подается синусоидальный сигнал с генератора (**рис. 3.6.15**). Результаты преобразования, осуществленные этими блоками, показаны на **рис. 3.6.16**. Исследование гармонического состава этих напряжений, осуществляется аналогично п. 3.1. В результате проведения работы заполняется таблица аналогичная таблице 3.6.1.

Таблица 3.6.1

Исследуемое напряжение			№ гарм	Измерение	Вычисление
Форма	Амплитуда (В)	Частота (Гц)	k	Амплитуда гармоники (В)	
			0		
			1		
			2		
			3		
			4		
			5		
			6		
			7		

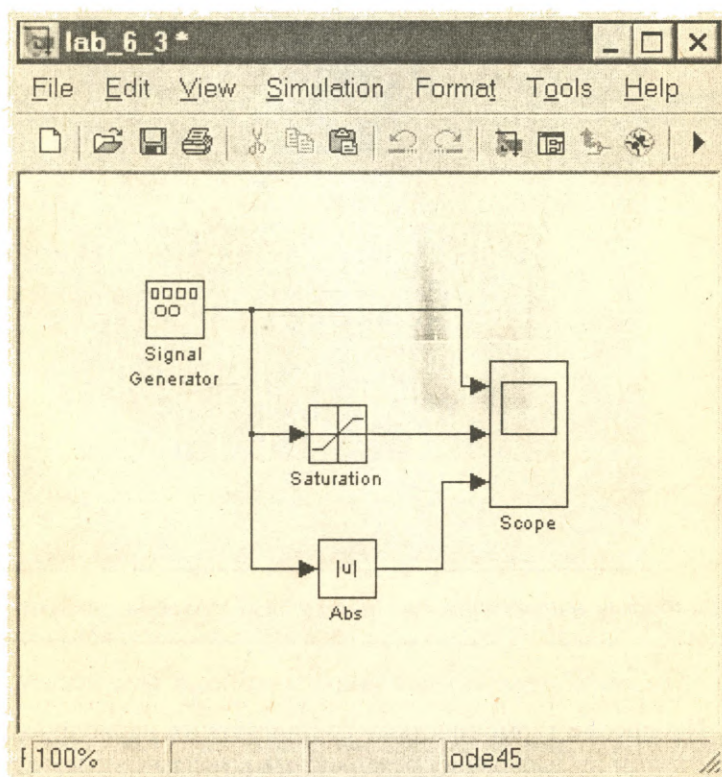


Рис. 3.6.15. Модели получения несинусоидального напряжения с нелинейными преобразователями

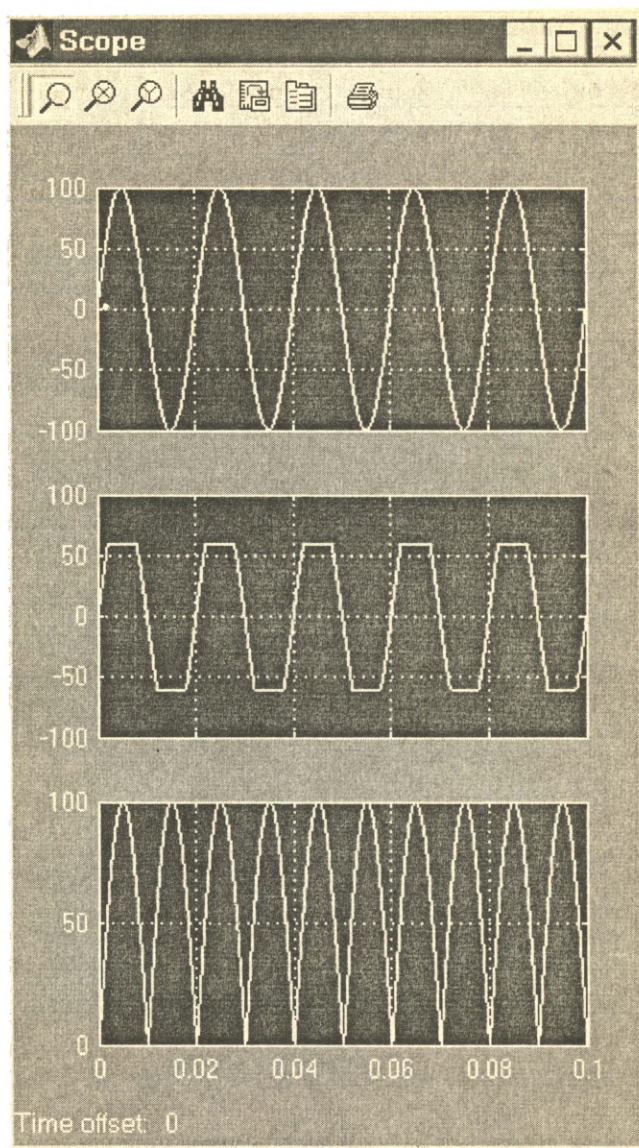


Рис. 3.6.16. Формы напряжений при нелинейных преобразованиях

Измерение гармонических составляющих периодических напряжений путем их выделения резонансными цепями в соответствии с п. 3.3 содержания лабораторной работы реализуется на модели, представленной на **рис. 3.6.17**. Модель содержит генератор несинусоидального

напряжения, реализованный одним из способов, описанных выше при выполнении пп. 3.1, 3.2. В модели рис. 3.6.17, в частности, генератор несинусоидального напряжения реализован способом преобразования синусоидального сигнала с блока Signal Generator нелинейным блоком Saturation. Связь блоков основной библиотеки Simulink с блоками библиотеки Power System Blockset осуществляется при помощи блока Controlled Voltage Source (управляемый источник напряжения). Выделение соответствующей гармоники основывается на том, что на резонансной частоте ($f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$) реактивное сопротивление параллельно включенных L и C равно бесконечности и напряжение, измеряемое

блоком Out. V (выходное напряжение) равно $U_2 = U_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2}$, где U_1 — напряжение, измеряемое блоком Input. V, R_1 , R_2 видны на схеме модели. На всех других частотах реактивное сопротивление параллельно включенных L и C очень мало, все входное напряжение падает на R_1 , а на выходе практически равно нулю.

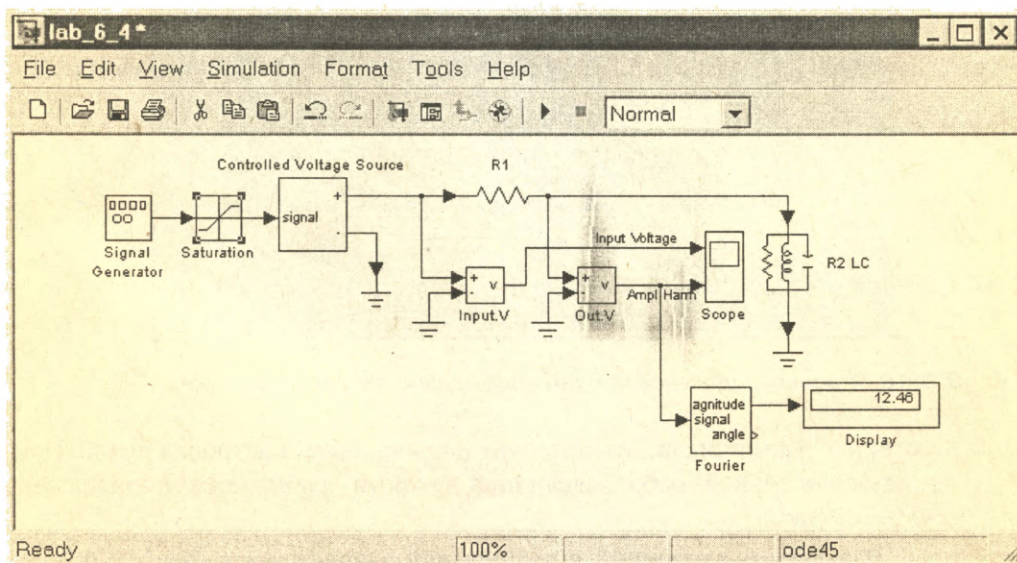


Рис. 3.6.17. Модель для выделения гармонических составляющих

На рис. 3.6.17 (на экране дисплея) и на рис. 3.6.18 приведены результаты моделирования при настройке LC -цепи на третью гармонику. При перестройке LC -цепи параметры емкости задаются преподавателем, а величина индуктивности рассчитывается учащимся в соответ-

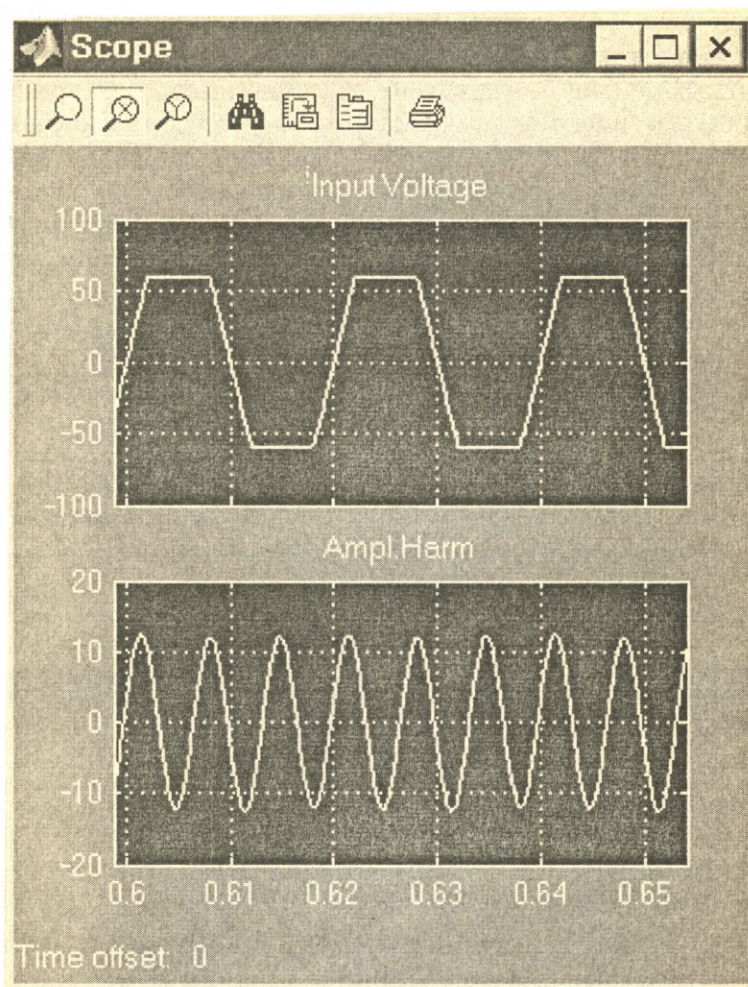


Рис. 3.6.18. Несинусоидальное напряжение и его третья гармоника

ствии с гармоникой, на которую должна быть настроена цепь. При самостоятельной работе величина емкости выбирается в диапазоне 50–100 мкФ.

Результаты измерений и вычислений заносятся в таблицу 3.6.2.

Таблица 3.6.2

Исследуемое напряжение			№ гарм	Вычисления	Измерения
Форма	Амплитуда (В)	Частота (Гц)	k	$L(\text{Гн}), C(\text{Ф})$	Амплитуда выходного напряжения для k -ой гармоники (В)
			0		
			1		
			2		
			3		
			4		
			5		
			6		
			7		

6. Содержание отчета

- 6.1. Модели с характеристикой виртуальных измерительных приборов.
- 6.2. Расчетные формулы.
- 6.3. Заполненные таблицы.
- 6.4. Спектры исследуемых напряжений для всех пунктов работы.
- 6.5. Выводы по работе.

Лабораторная работа № 7.

Исследование переходных процессов в линейных электрических цепях

1. Цель работы

Исследование переходных процессов в простейших электрических цепях первого и второго порядков при включении на постоянное напряжение.

2. Указание к выполнению работы

К выполнению лабораторной работы следует приступить после изучения разделов 2.7, 2.7.1. В качестве дополнительной литературы можно воспользоваться [7,11,12].

3. Содержание работы

- 3.1. Исследование переходного процесса в RL -цепи.
- 3.2. Исследование переходного процесса в RLC -цепи при отрицательных вещественных корнях.
- 3.3. Исследование переходного процесса в RLC -цепи при комплексно-сопряженных корнях.

4. Виртуальные приборы и оборудование

Виртуальные приборы и оборудование для проведения лабораторной работы известны из предыдущих лабораторных работ.

5. Порядок выполнения работы

Исследование переходного процесса по п. 3.1 осуществляется на модели рис. 3.7.1. Параметры RL -цепи и источника постоянного напряжения задаются преподавателем. Блоком Multimeter измеряется только ток в цепи (рис. 3.7.2).

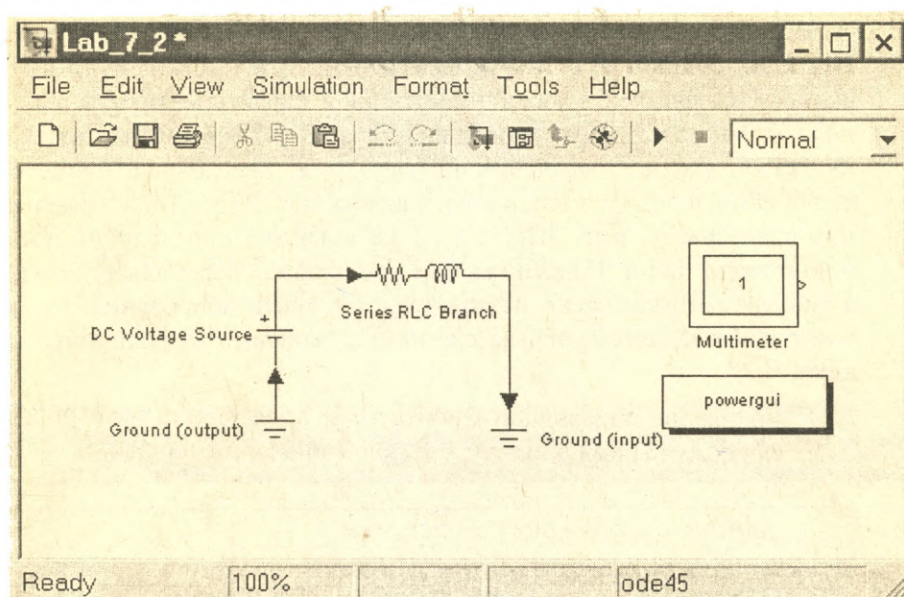


Рис. 3.7.1. Модель для исследования переходного процесса в RL -цепи

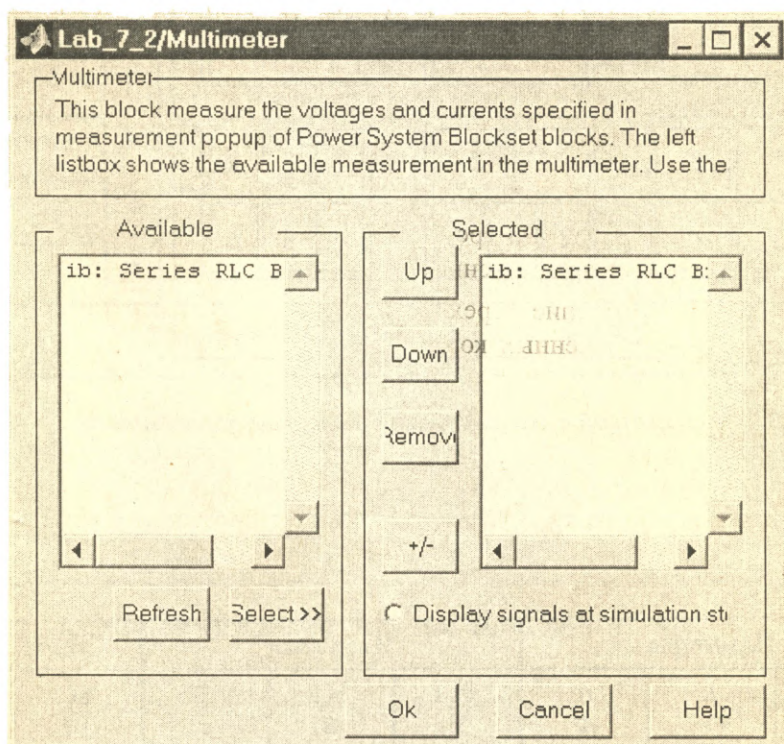


Рис. 3.7.2. Окно настройки блока Multimeter

На выпадающем меню Edit блока LTI Viewer выбирается команда Plot Configuration и в открывшемся окне (рис. 3.7.3), в левом поле включается флажок выбора только одной характеристики, а в правом поле — вид этой характеристики. На рис. 3.7.3 выбран отклик цепи на скачок входного воздействия (step), т. е. переходный процесс при включении цепи на постоянное напряжение. Результаты моделирования показаны на рис. 3.7.4. Здесь же показано определение постоянной времени цепи. Напомним, что при анализе переходных процессов в модели автоматически осуществляется масштабирование, т.е. входной сигнал задается равным единице независимо от величины источника.

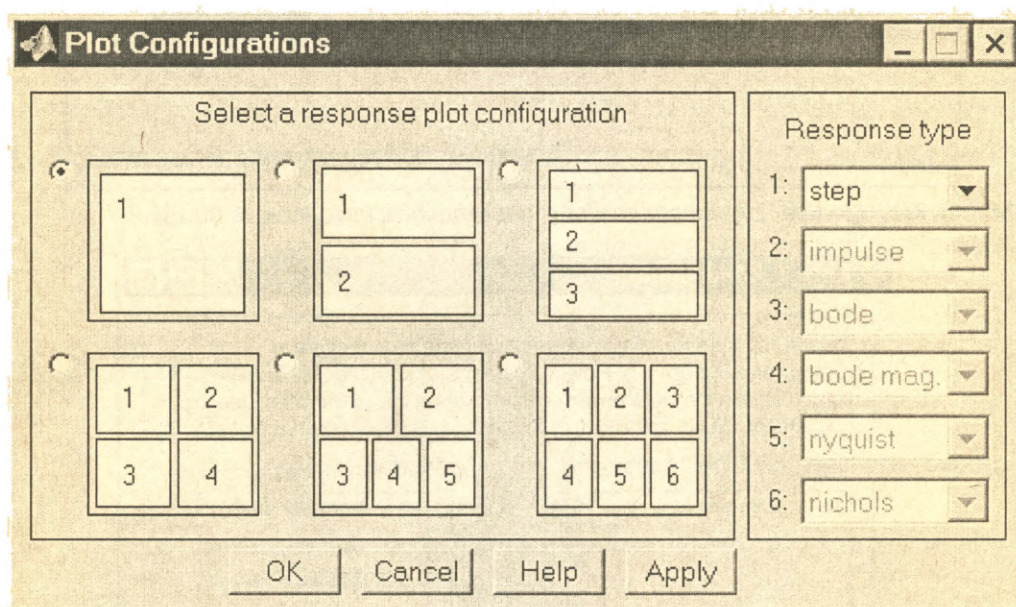


Рис. 3.7.3. Окно настройки конфигурации выходных характеристик

Таблица 3.7.1

Параметры			Измерения			Вычисления	
R Ом	L Гн	C Ф	$U_m 1$ В	$U_m 2$ В	T с	ω_0 1/с	δ

Исследование RLC -цепи по пунктам 3.2, 3.3 лабораторной работы осуществляется на модели **рис. 3.7.5**. Параметры RLC -цепи для случая отрицательных вещественных корней и для случая комплексносопряженных корней задаются преподавателем. Результаты моделирования, соответствующие этим случаям, показаны на **рис. 3.7.6, 3.7.7**. Значения параметров RLC в омах, генри и фарадах видны сверху, эти, или близкие к этим, значения следует выбирать при самостоятельном изучении материала. По результатам исследований, проведенных по пункту 3.3, определяются собственная частота колебаний и коэффициент затухания цепи. При этом заполняется таблица 3.7.1.

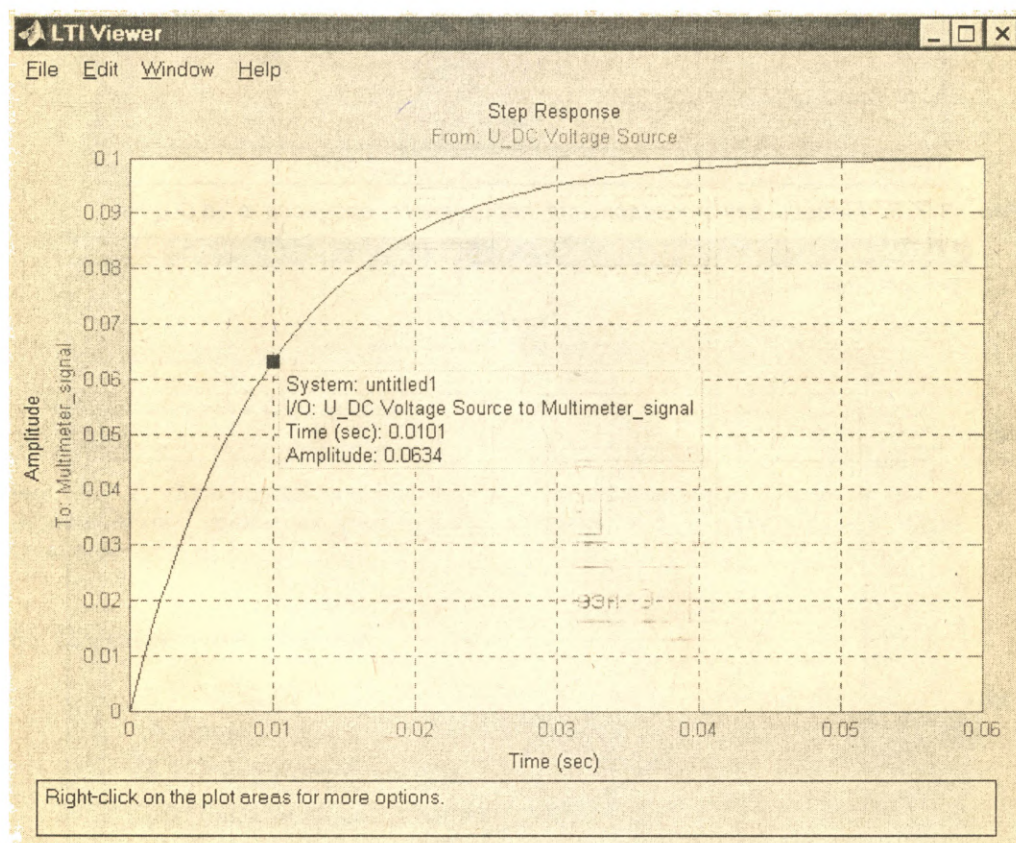


Рис. 3.7.4. Переходной процесс по току при включении RL -цепи

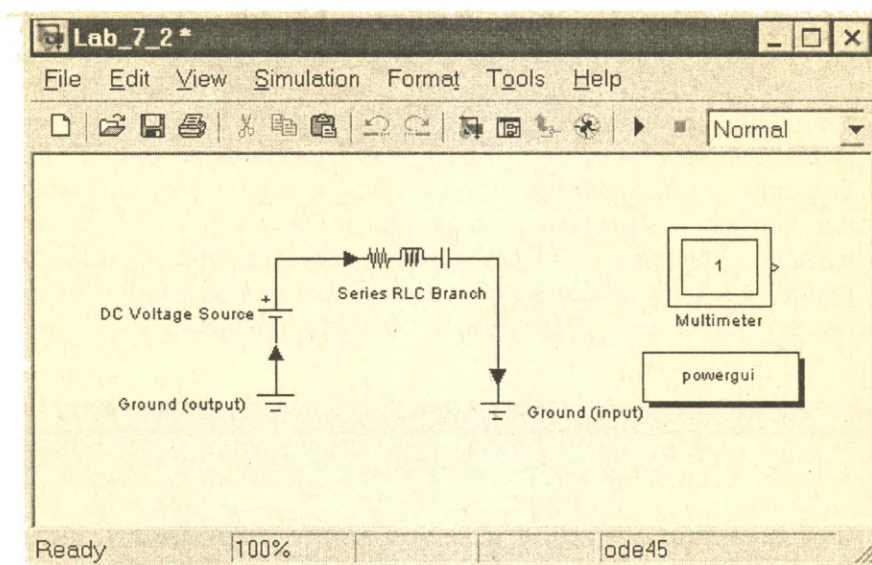


Рис. 3.7.5. Модель для исследования переходного процесса в RLC-цепи

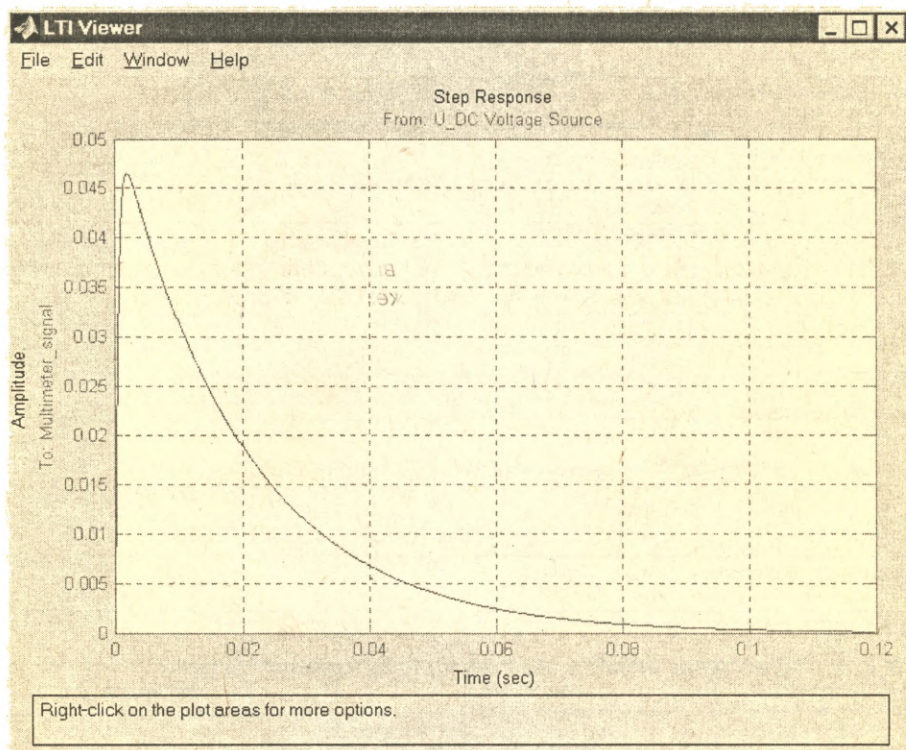


Рис. 3.7.6. Переходной процесс по току при включении RLC-цепи (корни характеристического уравнения вещественные, отрицательные, разные)

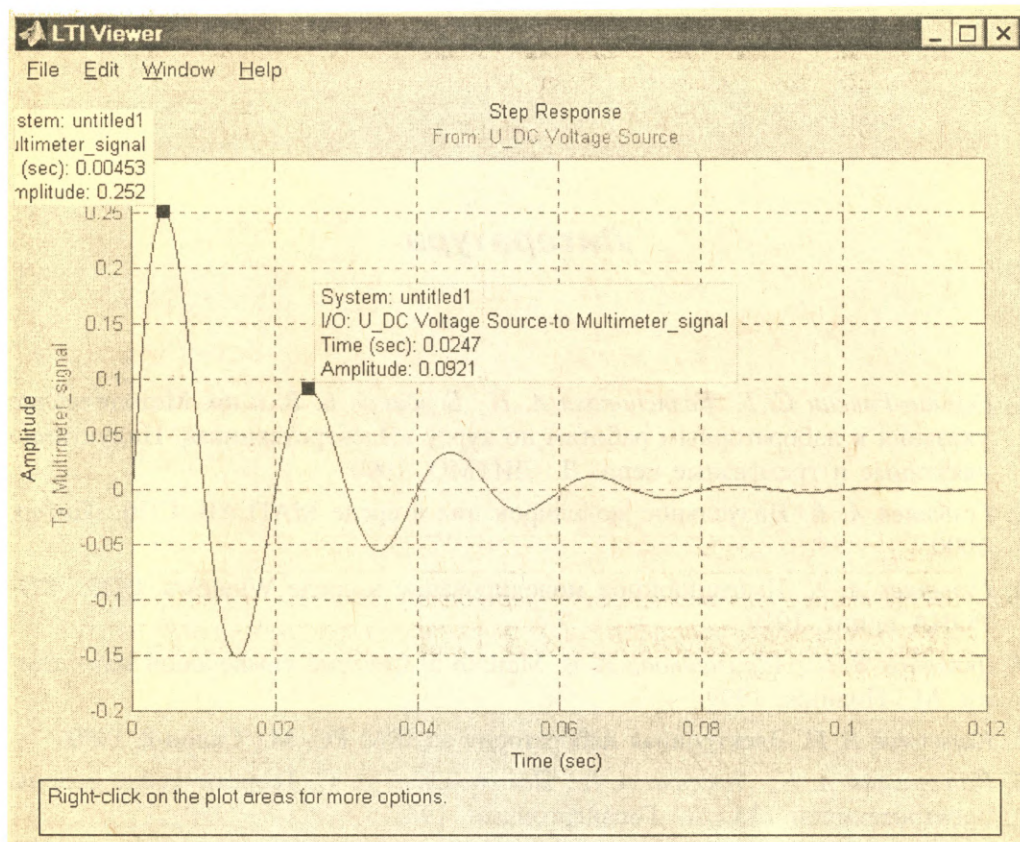


Рис. 3.7.7. Переходной процесс по току при включении RLC-цепи (корни характеристического уравнения комплексные, сопряженные, с отрицательной вещественной частью)

6. Содержание отчета

- 6.1. Модели с характеристикой виртуальных измерительных приборов.
- 6.2. Расчетные формулы.
- 6.3. Заполненные таблицы.
- 6.4. Осциллограммы переходных процессов.
- 6.5. Выводы по работе.

Литература

1. Герман-Галкин С. Г., Балясникова А. Н., Богданов Б. В. и др. Методические указания к лабораторным работам по курсу «Электротехника». Индуктивно связанные и трехфазные цепи. Л.: ЛИТМО, 1990.
2. Гульяев А. К. Визуальное моделирование в среде MATLAB. СПб.: Питер, 2000.
3. Гульяев А. К. Имитационное моделирование в среде Windows. СПб.: КОРОНА принт, 1999.
4. Дьяконов В. П., Абраменкова И. В. MatLab 5. Система символьной математики. М.: Нолидж, 1999.
5. Карлацук В. И. Электронная лаборатория на IBM PC. М.: Салон-Р, 1999.
6. Каплянский А. Е., Лысенко А. П., Полотовский Л. С. Теоретические основы электротехники. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1961.
7. Кротенко В. В., Коровниченко Б. А., Певзнер Е. М. и др. Методические указания к лабораторным работам по курсу «Электротехника». Несинусоидальные токи и переходные процессы. Л.: ЛИТМО, 1987.
8. Лазарев Ю. MatLab 5.x. Киев: «Ирина», ВНУ, 2000.
9. Матханов П. Н. Основы анализа электрических цепей. Линейные цепи. М.: Высшая школа, 1990.
10. Медведев В. С., Потемкин В. Г. Control System Toolbox. MatLab 5 для студентов. М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 1999.
11. Прянишников В. А., Коровниченко Б. А., Петров Е. А. Методические указания к лабораторным работам по курсу «Электротехника». Линейные двухполюсники. Л.: ЛИТМО, 1972.
12. Прянишников В. А., Петров Е. А., Осипов Ю. М. Электротехника и ТОЭ в примерах и задачах. СПб.: КОРОНА принт. 2001

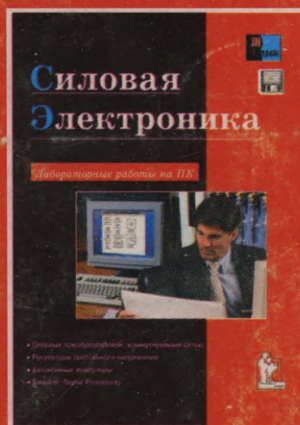


Издательский центр "Учитель и ученик"
и издательство "КОРОНА принт"



предлагают практические пособия для студентов

Лабораторные работы на ПК



ISBN 5-7931-0190-X



Internet: www.crown.spb.ru

E-mail: coronapr@online.ru

Оптовая торговля: (812) 251-33-94,
(812) 259-68-17, (812) 259-66-10, (095) 148-35-12

Книга-почтой: 191119, СПб., а/я 55 для КП



IN

- компьютеры
- комплектующие
- оргтехника
- ремонт
- вычислительные сети

tech®

тел. 533-43-00 пр. Науки д.19
тел. 327-23-06 Московский пр. д. 2
тел. 224-17-81 шоссе Революции д. 31
Санкт-Петербург www.intechgroup.ru