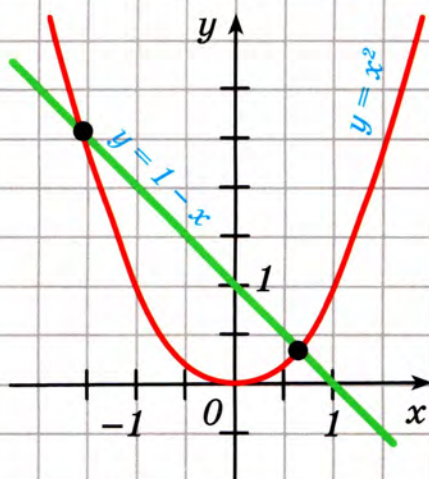


# СБОРНИК ЗАДАЧ ПО АЛГЕБРЕ

- Все разделы школьного курса
- Задания трёх уровней сложности
- Соответствие требованиям ФГОС

Графически определите число  
решений системы:  $\begin{cases} y - x^2 = 0, \\ x + y = 1. \end{cases}$



Ответ: 2 решения.

**9**

класс

А. Н. РУРУКИН,  
Н. Н. ГУСЕВА, Е. А. ШУВАЕВА

# **СБОРНИК ЗАДАЧ ПО АЛГЕБРЕ**

**9 класс**

УДК 373.5  
ББК 22.14  
Р87



Издание допущено к использованию в образовательном процессе на основании приказа Министерства образования и науки РФ от 14.12.2009 № 729 (в ред. от 13.01.2011).

**Рурукин А.Н., Гусева Н.Н., Шуваева Е.А.**

**Р87      Сборник задач по алгебре. 9 класс. – М.: ВАКО, 2016. – 80 с.**

**ISBN 978-5-408-02745-3**

Пособие составлено в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта и программы по математике для 9 класса общеобразовательной школы. В сборнике приведены задачи трех уровней сложности – от элементарных и базовых до задач повышенной сложности, конкурсных и олимпиадных. Ко всем задачам приведены ответы, к наиболее сложным задачам даны и методические указания.

Пособие предназначено для учащихся и преподавателей общеобразовательных школ, подходит для классной и домашней работы, проведения самостоятельных, контрольных и зачетных работ, подготовки к олимпиадам.

УДК 373.5  
ББК 22.14

---

*Учебное издание*

**Рурукин Александр Николаевич  
Гусева Наталья Николаевна  
Шуваева Елена Акимовна**

## **СБОРНИК ЗАДАЧ ПО АЛГЕБРЕ**

**9 класс**

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93-953000.  
Издательство «ВАКО»

Подписано в печать 29.03.2016. Формат 70×100/16.  
Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Печать офсетная.  
Усл. печ. листов 6,48. Тираж 5000 экз. Заказ № 8055/16.

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами  
в ООО «ИПК Парето-Принт».

170546, Тверская область, Промышленная зона Боровлево-1,  
комплекс № 3А, [www.pareto-print.ru](http://www.pareto-print.ru)

ISBN 978-5-408-02745-3

© ООО «ВАКО», 2016

# Предисловие

Пособие составлено в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта и программы по алгебре для 9 класса общеобразовательной школы. В сборник включены задачи по всем разделам алгебры, изучаемым в 9 классе средней школы. Содержит более 500 задач трех уровней сложности. В уровень А включены простые задачи, предназначенные для отработки элементарных навыков решения задач. В уровне В представлены базовые задачи, соответствующие обязательному уровню программы. В уровень С входят задачи повышенной сложности, олимпиадные и конкурсные задачи.

Как правило, представлены парные задачи, позволяющие отрабатывать пройденный материал в школе и закреплять его дома. В конце пособия приведены ответы, к наиболее сложным задачам даны и методические указания.

Все задачи данного сборника сгруппированы по темам:

I. Квадратичная функция.

1. Функции и их свойства.
2. Квадратный трехчлен.
3. Квадратичная функция и ее график.
4. Степенная функция. Корень  $n$ -й степени.

II. Уравнения и неравенства с одной переменной.

5. Уравнения с одной переменной.
6. Неравенства с одной переменной.

III. Уравнения и неравенства с двумя переменными.

7. Уравнения с двумя переменными и их системы.
8. Неравенства с двумя переменными и их системы.

IV. Арифметическая и геометрическая прогрессии.

9. Арифметическая прогрессия.
10. Геометрическая прогрессия.

V. Элементы комбинаторики и теории вероятностей.

11. Элементы комбинаторики.
12. Начальные сведения из теории вероятностей.

Задачник предназначен для учеников и учителей общеобразовательных и профильных школ. Наличие в пособии задач разного уровня сложности позволяет использовать его для классной и домашней работы, проведения самостоятельных, контрольных и зачетных работ, подготовки к олимпиадам и ОГЭ. Сборник задач апробирован в общеобразовательных классах и в классах с углубленным изучением математики.

# І. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ

## 1. Функции и их свойства

### Уровень А

1. Найдите  $f(-1)$ ,  $f(0)$  и  $f(2)$ , если:

а)  $f(x) = 2x + 3$ ;

г)  $f(x) = x^2 + 3x$ ;

б)  $f(x) = 2 - 3x$ ;

д)  $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ;

в)  $f(x) = x^2 - 4$ ;

е)  $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ .

2. а) Даны функции  $f(x) = \frac{3}{x} - 4x$  и  $h(x) = 2x - 5$ . Сравните:

1)  $f(1)$  и  $h(1)$ ;      2)  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  и  $h(4)$ ;      3)  $f(-2)$  и  $h(1)$ .

б) Даны функции  $y(x) = 2x - \frac{6}{x}$  и  $z(x) = 4x - 3$ . Сравните:

1)  $y(-1)$  и  $z(0)$ ;      2)  $y(2)$  и  $z\left(-\frac{1}{2}\right)$ ;      3)  $y(3)$  и  $z(2)$ .

3. а) Найдите значение  $x$ , при котором функция, заданная формулой  $f(x) = 5 - 3x$ , принимает значение:

1) 2;      2) -1;      3) 8.

б) Найдите значение  $x$ , при котором функция, заданная формулой  $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$ , принимает значение:

1) -1;      2) 3;      3) 0.

4. Определите, существует ли значение  $x$ , при котором значение функции равно 2; 1; 0.

а)  $g(x) = \frac{3}{x+1}$ ;

б)  $g(x) = \frac{5}{2+x}$ .

5. Найдите значение  $x$ , при котором  $h(x) = 0$ :

а)  $h(x) = -3(x+1)(x-2)$ ;

в)  $h(x) = \frac{x+2}{5-x}$ ;

б)  $h(x) = 2(x-3)(x-5)$ ;

г)  $h(x) = \frac{4-2x}{x+1}$ .

6. а) Из множества чисел  $\{-3; -1; 0; 2; 3; 7\}$  выпишите числа:

1) входящие в область определения функции  $f(x) = \sqrt{2x-3}$ ;

2) не входящие в область определения функции  $g(x) = \sqrt{2-3x}$ .

б) Из множества чисел  $\{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$  выпишите числа:

1) входящие в область определения функции  $f(x) = \sqrt{3x+4}$ ;

2) не входящие в область определения функции  $g(x) = \sqrt{-4x-3}$ .

7. Постройте график функции, заданной формулой:

а)  $y = 2x - 4$ ;

в)  $y = \frac{2}{x}$ ;

б)  $y = 6 - 2x$ ;

г)  $y = -\frac{3}{x}$ .

8. Найдите область определения функции:

- |                          |                              |
|--------------------------|------------------------------|
| а) $y = 3x - 6$ ;        | д) $y = \frac{2x+3}{2-x}$ ;  |
| б) $y = 1 - 2x$ ;        | е) $y = \frac{7x+10}{x+1}$ ; |
| в) $y = 2x^2 + 3x - 1$ ; | ж) $y = \sqrt{x-11}$ ;       |
| г) $y = -x^2 + 7x + 2$ ; | з) $y = \sqrt{10-x}$ .       |

9. а) Найдите область определения и множество значений функции  $y = f(x)$ , график которой изображен на рисунке 1. Чему равно  $f(1)$ ;  $f(2)$ ;  $f(4)$ ?

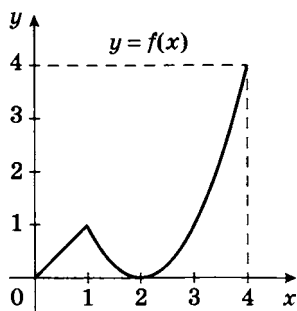


Рис. 1

б) Найдите область определения и множество значений функции  $y = g(x)$ , график которой изображен на рисунке 2. Чему равно  $g(1)$ ;  $g(2)$ ;  $g(4)$ ?

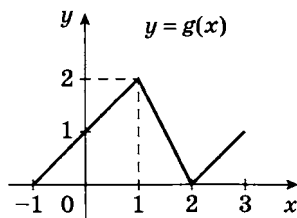


Рис. 2

10. Не выполняя построения, найдите точки пересечения графика функции с осями координат:

- |                                |                                |
|--------------------------------|--------------------------------|
| а) $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$ ; | в) $f(x) = \frac{2-x}{x-1}$ ;  |
| б) $f(x) = 3x + 15$ ;          | г) $f(x) = \frac{x+3}{3-2x}$ . |

11. а) Постройте график функции  $f(x) = 2x - 4$  на отрезке  $[-2; 3]$ . Пользуясь графиком, найдите:

- 1) множество значений функции;
- 2) нули функции;
- 3) промежутки, в которых функция принимает отрицательные значения;
- 4) промежутки, в которых функция принимает положительные значения;
- 5) наибольшее и наименьшее значения функции;
- 6) промежутков возрастания функции.

б) Постройте график функции  $g(x) = 6 - 3x$  на отрезке  $[-1; 3]$ . Пользуясь графиком, найдите:

- 1) множество значений функции;
- 2) нули функции;

3) промежутки, в которых функция принимает отрицательные значения;

4) промежутки, в которых функция принимает положительные значения;

5) наибольшее и наименьшее значения функции;

6) промежутки убывания функции.

12. а) На рисунке 3 изображен график функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[-5; 5]$ .

Пользуясь графиком, найдите:

1) область определения функции;

2) множество значений функции;

3) наименьшее и наибольшее значения функции;

4) нули функции;

5) промежутки, в которых функция принимает положительные значения;

6) промежутки, в которых функция принимает отрицательные значения;

7) промежутки, на которых функция возрастает;

8) промежутки, на которых функция убывает.

б) На рисунке 4 изображен график функции  $y = h(x)$  на отрезке  $[-1; 4]$ .

Пользуясь графиком, найдите:

1) область определения функции;

2) множество значений функции;

3) наименьшее и наибольшее значения функции;

4) нули функции;

5) промежутки, в которых функция принимает положительные значения;

6) промежутки, в которых функция принимает отрицательные значения;

7) промежутки, на которых функция возрастает;

8) промежутки, на которых функция убывает.

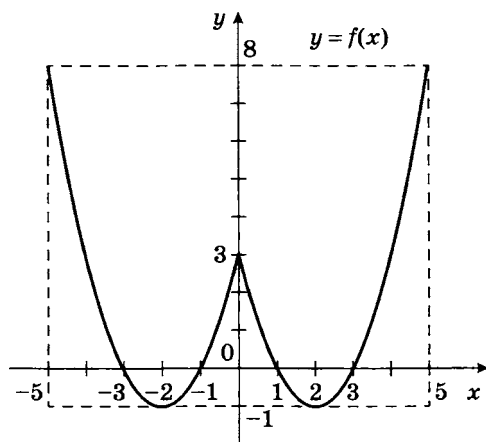


Рис. 3

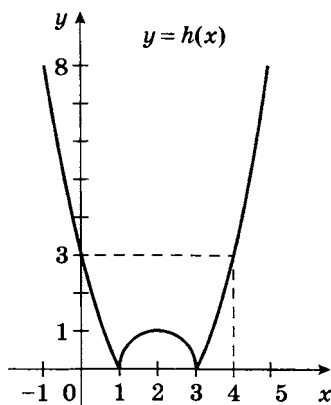


Рис. 4

13. а) Из следующего набора функций:  $y = 2x - 3$ ;  $y = 3 - 7x$ ;  $y = \frac{1}{2}x + 3$ ;

$y = 3$ ;  $y = -10x + 1$ ;  $y = 0,01x + 1$  выпишите:

1) возрастающие функции;

2) убывающие функции.

б) Из следующего набора функций:  $y = 5x + 8$ ;  $y = -2$ ;  $y = 10 - 3x$ ;  
 $y = 0,001x + 2$ ;  $y = -100x - 3$ ;  $y = -x + 1$  выпишите:

1) возрастающие функции;

2) убывающие функции.

14. Установите соответствие между функциями и множествами, являющимися их областями определения.

а) А)  $f(x) = 3 - 2x$       Б)  $g(x) = \sqrt{2x - 3}$       В)  $h(x) = \sqrt{-2x - 3}$

1)  $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$       2)  $(-\infty; +\infty)$       3)  $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right]$

б) А)  $f(x) = 4x - 10$       Б)  $g(x) = \sqrt{4x + 10}$       В)  $h(x) = \sqrt{10 - 4x}$

1)  $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right]$       2)  $\left[-\frac{5}{2}; +\infty\right)$       3)  $(-\infty; +\infty)$

15. Найдите нули функции (если они существуют):

а)  $y = \frac{1}{2}x - 10$ ;

г)  $y = (x - 1)(x - 5)$ ;

б)  $y = -0,4x + 8$ ;

д)  $y = -15$ ;

в)  $y = x(x + 2)$ ;

е)  $y = 12$ .

16. Опишите свойства функций:

а)  $y(x) = -0,5x + 3$ ;

г)  $y(x) = -\frac{3}{x}$ ;

б)  $y(x) = 0,2x - 4$ ;

д)  $y(x) = \sqrt{x - 1}$ ;

в)  $y(x) = \frac{2}{x}$ ;

е)  $y(x) = \sqrt{x + 2}$ .

17. Задайте формулой какую-нибудь функцию, нулями которой являются числа:

а)  $-5$ ;

б)  $4$ ;

в)  $-3$ ;  $2$ ;

г)  $-1$ ;  $4$ .

18. Задайте формулой какую-нибудь функцию, областью определения которой является:

а) множество всех чисел;

б) множество всех чисел, кроме  $-1$ ;

в) множество всех чисел, кроме  $3$ ;

г) множество  $[2; +\infty)$ ;

д) множество  $(-\infty; -3]$ .

19. Найдите все значения  $x$ , при которых функция  $f(x)$ :

а)  $f(x) = 2x - 7$ ;

в)  $f(x) = \frac{7}{x}$ ;

б)  $f(x) = 5x + 9$ ;

г)  $f(x) = -\frac{5}{x}$

1) принимает отрицательные значения;

2) принимает положительные значения.



20. а) Дана функция  $f(x) = -3x + 1$ , где  $-2 \leq x \leq 3$ . Найдите область значений функции.

б) Дана функция  $f(x) = 2x - 3$ , где  $-3 \leq x \leq 2$ . Найдите область значений функции.

21. а) Дана функция  $y = 4x - 3$ . Найдите зависимость переменной  $x$  от величины  $y$ .

б) Дана функция  $y = -3x + 2$ . Найдите зависимость переменной  $x$  от величины  $y$ .

22. Высота подъема  $h$  (м) тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0$  (м/с), вычисляется по формуле  $h = \frac{v_0^2}{2g}$  ( $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). Определите, при какой скорости  $v_0$  высота подъема  $h$  равна:

а) 20 м;

б) 80 м.

### Уровень В

23. Найдите  $f(1) - f(-2)$ , если:

а)  $f(x) = \frac{3x - x^2}{x + 1}$ ;

в)  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2}$ ;

б)  $f(x) = \frac{2x + x^2}{x + 3}$ ;

г)  $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 4}$ .

24. Найдите область определения функции:

а)  $f(x) = 1 + \frac{1}{4 - \frac{1}{x}}$ ;

г)  $f(x) = 5 + \frac{2}{2x - \frac{8}{x}}$ ;

б)  $f(x) = 2 + \frac{1}{5 - \frac{2}{x}}$ ;

д)  $f(x) = \frac{\sqrt{x - 5}}{x^2 - 14x + 48}$ ;

в)  $f(x) = 4 + \frac{3}{x - \frac{1}{x}}$ ;

е)  $f(x) = \frac{\sqrt{1 - x}}{x^2 + 5x + 6}$ .

25. Найдите нули функций (если они есть):

а)  $f(x) = \frac{3(x + 5)(x - 4)}{x^2 - 16}$ ;

в)  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4x + 3}$ ;

б)  $f(x) = \frac{3x^2(1 - x)}{2x - 4x^2}$ ;

г)  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - x - 2}$ .

26. Укажите промежутки возрастания и убывания для следующих функций:

а)  $f(x) = \frac{4x - 3}{x - 1}$ ;

в)  $f(x) = 2|x| - 1$ ;

б)  $f(x) = \frac{2x + 3}{x + 1}$ ;

г)  $f(x) = 3 - 2|x|$ .

27. Найдите множество значений функции:

а)  $f(x) = \frac{5}{6x - 2} - 3$ ;

б)  $f(x) = \frac{7}{2x - 5} + 2$ ;

$$\text{в) } f(x) = 3 - \frac{x}{2-x};$$

$$\text{д) } f(x) = \sqrt{4-x^2};$$

$$\text{г) } f(x) = 1 - \frac{x}{5-x};$$

$$\text{е) } f(x) = \sqrt{9-x^2}.$$

**28. Найдите наибольшее значение функции:**

$$\text{а) } f(x) = 5 - |x-1|;$$

$$\text{в) } f(x) = 6 - \sqrt{x-4};$$

$$\text{б) } f(x) = 4 - |x+3|;$$

$$\text{г) } f(x) = 3 - \sqrt{x+1}.$$

**29. Найдите наименьшее значение функции:**

$$\text{а) } f(x) = |x-2| - 3;$$

$$\text{в) } f(x) = 3\sqrt{x-1} + 5;$$

$$\text{б) } f(x) = 2|x+1| + 4;$$

$$\text{г) } f(x) = 10\sqrt{x+2} + 15.$$

**30. Найдите значение  $x$ , при которых функция:**

$$\text{а) } f(x) = |x-1| - 2;$$

$$\text{в) } f(x) = \sqrt{x-1} - 1;$$

$$\text{б) } f(x) = -|x+1| + 3;$$

$$\text{г) } f(x) = 2 - \sqrt{x+1}$$

1) принимает положительные значения;

2) принимает отрицательные значения.

**31. Найдите области определения и значений функции:**

$$\text{а) } y = \sqrt{2x-4} + 3;$$

$$\text{б) } y = \sqrt{6-3x} - 4.$$

**32. а) Дана функция  $f(x) = x^2 + 3$ , где  $-2 \leq x \leq 3$ . Найдите область значений функции.**

**б) Дана функция  $f(x) = 1 - x^2$ , где  $-3 \leq x \leq 2$ . Найдите область значений функции.**

**33. а) Дана функция  $y = \frac{x+3}{1-x}$ . Найдите зависимость переменной  $x$  от величины  $y$ .**

**б) Дана функция  $y = \frac{3-x}{x+1}$ . Найдите зависимость  $x$  от величины  $y$ .**

**34. а) Поезд сначала ехал 2 ч со скоростью 50 км/ч, а затем еще 3 ч со скоростью 70 км/ч. Задайте зависимость пройденного пути  $S$  (км) от времени движения  $t$  (ч) (где  $0 \leq t \leq 5$ ).**

**б) Поезд сначала ехал 3 ч со скоростью 50 км/ч, а затем еще 2 ч со скоростью 70 км/ч. Задайте зависимость пройденного пути  $S$  (км) от времени движения  $t$  (ч) (где  $0 \leq t \leq 5$ ).**

**35. Найдите площадь треугольника, ограниченного осями координат и прямой:**

$$\text{а) } y = 3x - 6;$$

$$\text{б) } y = 4 - 2x.$$

**36. Найдите площадь треугольника, ограниченного осью абсцисс и графиком функции:**

$$\text{а) } y = 4 - |x|;$$

$$\text{б) } y = |x| - 2.$$

**37. Найдите  $f(f(x))$ , если:**

$$\text{а) } f(x) = x + 2;$$

$$\text{в) } f(x) = 3 - 2x;$$

$$\text{б) } f(x) = 3 - x;$$

$$\text{г) } f(x) = 3x - 2.$$

**38. Найдите  $f(x)$ , если:**

$$\text{а) } f(x+3) = 2x - 1;$$

$$\text{в) } f(2x-1) = 3x + 2;$$

$$\text{б) } f(2-x) = 2 - 3x;$$

$$\text{г) } f(2-3x) = 4 - 5x.$$

39. Постройте график функции:

а)  $y = \frac{3x^2 + 2x}{x}$ ;

б)  $y = \frac{3x - 2x^2}{x}$ ;

в)  $y = \frac{x^3}{|x|}$ ;

г)  $y = -\frac{x^3}{|x|}$ ;

д)  $y = 2x + |x| + 1$ ;

е)  $y = -2x + |x| - 1$ ;

ж)  $y = \frac{x^2 - 9}{x + 3}$ ;

з)  $y = \frac{4 - x^2}{x - 2}$ ;

и)  $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$ ;

к)  $y = \frac{-x^2 + 4x - 4}{x - 2}$ ;

л)  $y = \frac{x - 3}{3x - x^2}$ ;

м)  $y = \frac{x + 2}{x^2 + 2x}$ ;

н)  $y = \frac{x^2 - 6x + 9}{|x - 3|}$ ;

о)  $y = \frac{4x - x^2 - 4}{|x - 2|}$ .

### Уровень С

40. а) Найдите значение выражения  $\frac{f(-6) + f(-1)}{f(3)}$ , если

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6}{x}, & \text{если } x \leq -2, \\ 5x - 7, & \text{если } -2 < x \leq 0, \\ 7 - x^2, & \text{если } x > 0; \end{cases}$$

б) найдите значение выражения  $\frac{g(-2) + g(0)}{g(5) - 0,6}$ , если

$$g(x) = \begin{cases} -x^2 - 1, & \text{если } x < -1, \\ -\frac{4}{x^2 + 1}, & \text{если } -1 \leq x < 3, \\ 2x - 6,4, & \text{если } x \geq 3; \end{cases}$$

в) найдите значение  $h(a^2 - 1)$  при  $a \in (-1; 1)$ , если  $h(x) = x + |x|$ ;

г) найдите значение  $s(a^2 - 4a + 3)$  при  $a \in (1; 3)$ , если  $s(x) = \frac{|x|}{x}$ .

41. Найдите количество целых чисел, входящих в область определения функции:

а)  $f(x) = \sqrt{5 - |3 - x|}$ ;

в)  $f(x) = \sqrt{\frac{1 - |x - 3|}{|x + 2| - 2}}$ ;

б)  $f(x) = \sqrt{2 - |5 - x|}$ ;

г)  $f(x) = \sqrt{\frac{2 - |x - 5|}{|x + 1| - 3}}$ .

42. Найдите множество значений функции:

а)  $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 3}$ ;

б)  $y = \frac{x^2 + x - 5}{x - 2}$ .

43. а) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2 + 4x + 4}$  на отрезке  $[-3; 4]$ ;

б) найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = \sqrt{4x^2 - 4x + 1} + 2\sqrt{x^2 + 10x + 25}$  на отрезке  $[-6; 1]$ .

44. Постройте график функции:

а)  $y = x + |x - 2|$ ;

е)  $y = \frac{4 - x^2}{x + 2} + 3x - 1$ ;

б)  $y = 2x - |x - 3|$ ;

ж)  $\frac{y + x - 1}{x + 2} = 3$ ;

в)  $y = |x - 1| + |x + 2|$ ;

з)  $\frac{2y - x - 2}{y + x} = 1$ ;

г)  $y = |x - 1| - |x + 2|$ ;

и)  $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + 2x$ ;

д)  $y = \frac{x^2 - 9}{3 - x} + 2x + 1$ ;

к)  $y = 3x - \sqrt{x^2 + 4x + 4}$ .

45. Найдите функцию  $y(x)$ , если известно значение:

а)  $y(6 - x) = 5 + x$ ;

г)  $y(6 - x) = 2 - |x + 3|$ ;

б)  $y(6 - x) = \frac{2x + 1}{3x - 2}$ ;

д)  $y(6 - x) = \frac{3|x - 1| + 2}{2x - 1}$ .

в)  $y(6 - x) = 2x^2 - 3x + 4$ ;

46. Найдите функцию  $y(x)$ , если известно значение:

а)  $y(2x - 4) = 3 - 2x$ ;

г)  $y(2x - 4) = 4x - 2|x + 1|$ ;

б)  $y(2x - 4) = \frac{2x - 1}{4x + 2}$ ;

д)  $y(2x - 4) = \frac{2|x + 1| + 3}{4|x| - 8}$ .

в)  $y(2x - 4) = 4x^2 + 2x - 7$ ;

47. Найдите функцию  $y(x)$ , если выполнено равенство:

а)  $2y(x) + 3y(-x) = 4x^2 - 7x + 5$ ;

б)  $3y(x) - 2y(-x) = -x^2 + 8x + 3$ ;

в)  $2y(x - 3) - 5y(3 - x) = x^2 - 3x + 1$ ;

г)  $y(x - 5) - 2y(5 - x) = -x^2 + 2x - 1$ ;

д)  $2y(x) - 3y\left(\frac{1}{x}\right) = 5x^2 - \frac{3}{x^2}$ ;

е)  $y(x) + 2y\left(\frac{1}{x}\right) = -x + \frac{7}{x} + 1$ .

48. Найдите  $f(f(x))$ , если:

а)  $f(x) = -3x + 5$ ;

г)  $f(x) = \frac{2x - 1}{x + 1}$ ;

б)  $f(x) = 2x - 1$ ;

д)  $f(x) = x^2 + x$ ;

в)  $f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$ ;

е)  $f(x) = 3x - x^2$ .

49. Найдите  $y_1 = f(h(x))$  и  $y_2 = h(f(x))$ , если:

а)  $f(x) = 3x - 2$ ,  $h(x) = 1 - 2x$ ;

г)  $f(x) = x - x^2$ ,  $h(x) = x^2 + 2x$ ;

б)  $f(x) = 2x + 1$ ,  $h(x) = 2 - 3x$ ;

д)  $f(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$ ,  $h(x) = x^2 + x$ ;

в)  $f(x) = x^2 + x$ ,  $h(x) = 2x - x^2$ ;

е)  $f(x) = 2x - x^2$ ,  $h(x) = \frac{x + 1}{1 - x}$ .

50. Постройте график функции  $g(x) = f(|x|)$  и опишите свойства функции  $y = g(x)$ , если:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} 1 - x, & \text{если } x \in [0; 3], \\ x - 5, & \text{если } x \in (3; 4], \\ 2x - 9, & \text{если } x \in (4; +\infty); \end{cases}$$

$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{если } x \in [0; 2], \\ -2x + 7, & \text{если } x \in (2; 5), \\ x - 8, & \text{если } x \in [5; +\infty). \end{cases}$$

## 2. Квадратный трехчлен

### Уровень А

51. Из каждого набора многочленов выпишите квадратные трехчлены:

а)  $x^2 - 4x^4 + 3$ ;  $x - x^2 + 6$ ;  $-x^2 + 2x$ ;  $x^2 - 5$ ;  $x - x^3$ ;  $x^2 + 1 - x^2$ ;

б)  $x^2 - 6x + 9$ ;  $x^2 - 3x - x^2$ ;  $x^2 - 3x^5 + x$ ;  $2x + x^2$ ;  $x^2 + 9$ ;  $3x + 1 + x^2$ .

52. а) Какие из чисел  $-3$ ;  $-1$ ;  $1$ ;  $2$ ;  $3$  являются корнями многочлена  $x^2 - 4x + 3$ ?

б) Какие из чисел  $-5$ ;  $-1$ ;  $1$ ;  $3$ ;  $5$  являются корнями многочлена  $x^2 - 6x + 5$ ?

в) Какие из чисел  $-2$ ;  $-\frac{1}{2}$ ;  $1$ ;  $\frac{1}{2}$ ;  $2$  являются корнями многочлена  $2x^2 - 5x + 2$ ?

г) Какие из чисел  $-3$ ;  $-1$ ;  $-\frac{1}{3}$ ;  $\frac{1}{3}$ ;  $3$  являются корнями многочлена  $3x^2 + 10x + 3$ ?

53. Установите соответствие между многочленом и его корнями.

а)	А) $x - x^2$	Б) $x^2 - 6x + 8$	В) $x^2 - 9$
	1) $-3$ ; $3$	2) $0$ ; $1$	3) $2$ ; $4$

б)	А) $x^2 + 5x + 6$	Б) $x^2 - 16$	В) $4x + 2x^2$
	1) $0$ ; $-2$	2) $-4$ ; $4$	3) $-2$ ; $-3$

54. Определите количество корней у квадратного трехчлена:

а) $2x^2 + 5x + 4$ ;	г) $3x^2 - 10x + 3$ ;
б) $3x^2 - 2x + 4$ ;	д) $2x^2 + 8x + 8$ ;
в) $2x^2 + 5x + 2$ ;	е) $3x^2 - 6x + 3$ .

55. Найдите корни квадратного трехчлена:

а) $2x^2 - 7x + 3$ ;	г) $x^2 - 3x - 4$ ;
б) $3x^2 - 7x + 2$ ;	д) $4x^2 - 36$ ;
в) $x^2 - 2x - 3$ ;	е) $5x^2 - 80$ .

56. Из каждого набора квадратных трехчленов выпишите те, которые можно разложить на множители:

а)  $2x^2 + 7x + 10$ ;  $x^2 - 7x + 12$ ;  $x^2 + 4$ ;  $3x^2 + 12x + 12$ ;  $2x^2 - 2x - 12$ ;  
 $x^2 + 2x - 2$ ;

б)  $x^2 - 4x + 1$ ;  $3x^2 - 5x + 4$ ;  $x^2 + 8x + 12$ ;  $2x^2 + 10$ ;  $2x^2 + 8x + 8$ ;  $3x^2 + 3x - 18$ .

57. Установите соответствие между квадратными трехчленами и их разложениями на множители.

- |    |                     |                     |                     |
|----|---------------------|---------------------|---------------------|
| а) | А) $x^2 - 3x + 2$   | Б) $x^2 + 3x + 2$   | В) $-x^2 + 3x - 2$  |
|    | 1) $(x + 1)(x + 2)$ | 2) $(1 - x)(x - 2)$ | 3) $(x - 1)(x - 2)$ |
| б) | А) $x^2 - 4x + 3$   | Б) $-x^2 + 4x - 3$  | В) $x^2 + 4x + 3$   |
|    | 1) $(3 - x)(x - 1)$ | 2) $(x - 1)(x - 3)$ | 3) $(x + 1)(x + 3)$ |

58. Разложите на множители квадратный трехчлен:

- |                       |                      |
|-----------------------|----------------------|
| а) $x^2 - 10x + 21$ ; | г) $x^2 - x - 30$ ;  |
| б) $x^2 - 9x + 18$ ;  | д) $2x^2 - 7x + 3$ ; |
| в) $x^2 + x - 12$ ;   | е) $3x^2 - 7x + 2$ . |

59. Запишите разложение приведенного квадратного трехчлена на множители, если корни этого квадратного трехчлена равны:

- |                       |                                     |
|-----------------------|-------------------------------------|
| а) 3 и 5;             | д) -3 и -2;                         |
| б) 2 и 4;             | е) -5 и -1;                         |
| в) $\frac{1}{2}$ и 2; | ж) $-\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$ ; |
| г) $\frac{1}{3}$ и 3; | з) $-\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{2}$ . |

60. Какое выражение надо подставить вместо многоточия, чтобы получилось верное равенство?

- |                                     |                                       |
|-------------------------------------|---------------------------------------|
| а) $x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(...)$ ;  | г) $x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(...)$ ;   |
| б) $x^2 - 7x + 12 = (x - 4)(...)$ ; | д) $2x^2 - 5x + 2 = (2x - 1)(...)$ ;  |
| в) $x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(...)$ ;  | е) $3x^2 - 10x + 3 = (3x - 1)(...)$ . |

61. Сократите дробь:

- |                                    |                                    |
|------------------------------------|------------------------------------|
| а) $\frac{x^2 - 7x + 10}{x - 2}$ ; | в) $\frac{x + 1}{x^2 - 6x - 7}$ ;  |
| б) $\frac{x^2 - 9x + 18}{x - 6}$ ; | г) $\frac{x + 2}{x^2 - 3x - 10}$ . |

62. а) Найдите значение дроби  $\frac{x^2 - 11x - 26}{9x + 18}$  при  $x = 9013$ .

б) Найдите значение дроби  $\frac{x^2 - 8x - 33}{10x + 30}$  при  $x = 10\,011$ .

63. Выделите квадрат двучлена из квадратного трехчлена:

- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| а) $x^2 - 4x + 5$ ;  | в) $x^2 + 8x - 1$ ;  |
| б) $x^2 - 6x + 10$ ; | г) $x^2 + 10x - 3$ . |

64. а) Докажите, что квадратный трехчлен:

- 1)  $x^2 - 12x + 37$  принимает только положительные значения;
- 2)  $x^2 - 10x + 27$  принимает только положительные значения.

б) Докажите, что квадратный трехчлен:

- 1)  $-x^2 - 8x - 20$  принимает только отрицательные значения;
- 2)  $-x^2 - 14x - 55$  принимает только отрицательные значения.

65. Найдите корни квадратного трехчлена:

а)  $10x^2 - 7\sqrt{3}x + 3$ ;

в)  $x^2 - (3 - 2\sqrt{3})x + 5 - 3\sqrt{3}$ ;

б)  $6x^2 - 5\sqrt{5}x + 5$ ;

г)  $x^2 - (5 - 2\sqrt{5})x + 11 - 5\sqrt{5}$ .

66. Определите, при каких значениях параметра  $a$  можно разложить на множители квадратный трехчлен:

а)  $2x^2 + 7x - a$ ;

в)  $ax^2 + 4x + 8$ ;

б)  $3x^2 + 5x + 2a$ ;

г)  $ax^2 - 3x + 3$ .

67. Сократите дробь:

а)  $\frac{x^2 + 2x - 15}{4x - x^2 - 3}$ ;

в)  $\frac{4x^2 - 7x - 2}{11x - 4x^2 + 3}$ ;

б)  $\frac{6 - x - x^2}{x^2 - 7x + 10}$ ;

г)  $\frac{2x^2 + 3x - 2}{7x - 2x^2 - 3}$ .

68. Постройте график функции:

а)  $y = \frac{2x^2 + 3x - 2}{x + 2}$ ;

в)  $y = \frac{5x^2 + 4x - 1}{x + 1} - \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ ;

б)  $y = \frac{2x^2 - 3x - 2}{x - 2}$ ;

г)  $y = \frac{2x^2 + x - 3}{x - 1} - \frac{x^2 - 4}{x + 2}$ .

69. а) При каком значении  $x$  квадратный трехчлен  $2x^2 - 4x - 5$  принимает наименьшее значение? Чему оно равно?

б) При каком значении  $x$  квадратный трехчлен  $-3x^2 + 6x - 7$  принимает наибольшее значение? Чему оно равно?

70. Определите, при каком наименьшем значении параметра  $a$  можно сократить дробь:

а)  $\frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 - a}$ ;

б)  $\frac{x^2 + 2x - 48}{x^2 - a}$ .

71. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых можно сократить дробь:

а)  $\frac{x^2 + 3x - 28}{x^2 + ax + 16}$ ;

б)  $\frac{x^2 + 5x - 14}{x^2 + ax + 4}$ .

72. Запишите многочлен  $P(x)$  по степеням величины  $x - 3$ :

а)  $P(x) = 3x^2 - 7x - 1$ ;

б)  $P(x) = -2x^2 + 5x + 3$ .

73. Запишите многочлен  $P(x)$  по степеням величины  $5 - 2x$ :

а)  $P(x) = 4x^2 - 6x + 1$ ;

б)  $P(x) = -8x^2 + 2x - 7$ .

74. Напишите квадратный трехчлен с целыми коэффициентами, который имеет корни:

а)  $-\frac{1}{2}$  и  $\frac{2}{3}$ ;

б)  $-\frac{2}{3}$  и  $\frac{1}{4}$ .

75. Квадратный трехчлен  $3x^2 + 5x - 4$  имеет корни  $x_1$  и  $x_2$ . Напишите квадратный трехчлен с целыми коэффициентами, который имеет корни:

а)  $2x_1$  и  $2x_2$ ;

в)  $x_1 + 1$  и  $x_2 + 1$ ;

б)  $-3x_1$  и  $-3x_2$ ;

г)  $x_1 - 2$  и  $x_2 - 2$ .

76. Найдите связь между переменными  $x$  и  $y$ , если выполнено равенство:

а)  $2x^2 + 3xy - 20y^2 = 0$ ;

в)  $\frac{10x^2 - 13xy + 3y^2}{2x^2 - 3y^2} = 4$ ;

б)  $3x^2 - 13xy + 4y^2 = 0$ ;

г)  $\frac{9x^2 - 8xy - 3y^2}{2x^2 - 3y^2} = 2$ .

77. Разложите на множители многочлен:

а)  $x^9 - 5x^8 + 6x^7$ ;

г)  $x^4 - 13x^2 + 36$ ;

б)  $x^7 + 9x^6 + 20x^5$ ;

д)  $5x^2 - 2ax - 3a^2$ ;

в)  $x^4 - 5x^2 + 4$ ;

е)  $7x^2 + 3ax - 10a^2$ .

78. Найдите наибольшее значение выражения  $A$ . При каких значениях  $x$  и  $y$  оно достигается?

а)  $A = \frac{7}{(x-2)^2 + (y+3)^2 + 1}$ ;

в)  $A = \frac{10}{x^2 + y^2 + 4x - 6y + 14}$ ;

б)  $A = \frac{5}{2(x-1)^2 + 3(y+2)^2 + 5}$ ;

г)  $A = \frac{8}{x^2 + y^2 - 2x - 10y + 30}$ .

79. Постройте график функции:

а)  $y = \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$ ;

б)  $y = \frac{x^2 - 2x - 8}{x + 2}$ .

80. а) Периметр прямоугольника равен 48 см. Найдите его площадь, если она наибольшая из всех возможных.

б) Периметр прямоугольника равен 56 см. Найдите его площадь, если она наибольшая из всех возможных.

81. Упростите выражение:

а)  $\left( \frac{2}{x-2} + \frac{3x-21}{x^2+x-6} + \frac{2x}{x+3} \right) \cdot \frac{x}{2x-5}$ ;

б)  $\left( \frac{3}{x-4} + \frac{4x-6}{x^2-3x-4} + \frac{2x}{x+1} \right) \cdot \frac{x}{2x-3}$ .

82. а) При каких значениях параметра  $a$  трехчлен  $3x^2 + (2a - 1)x + 12 - 6a$  имеет корни противоположных знаков?

б) При каких значениях параметра  $a$  трехчлен  $2x^2 - (a - 3)x + 12 + 4a$  имеет корни противоположных знаков?

### Уровень С

83. Найдите наибольшее значение выражения  $A$ . При каких значениях  $x$  и  $y$  оно достигается?

а)  $A = 6y - 4x - x^2 - y^2$ ;

б)  $A = 10x - 2y - x^2 - y^2 + 3$ ;

в)  $A = 4x + 5 - 3x^2 - y^2 - 2xy$ ;

г)  $A = 6 + 4y + 2xy - x^2 - 2y^2$ .

84. а) Найдите наибольшее значение выражения  $A = 5x^2 + 4xy - 5y^2$ , если  $2x - y = 1$ .

б) Найдите наибольшее значение выражения  $A = x^2 - 4xy + y^2$ , если  $x - y = 3$ .



85. При каких значениях  $x$  выражение  $A$  принимает наименьшее значение?

а)  $A = x^2(3x - 2)^2 - 2x(3x - 2) - 3$ ; б)  $A = x^2(2x - 5)^2 - 6x(2x - 5) - 5$ .

86. а) Стороны прямоугольника равны 11 см и 7 см. Большую его сторону уменьшили на  $a$  см, меньшую – увеличили на такое же число сантиметров. Найдите площадь полученного прямоугольника, если она наибольшая из всех возможных.

б) Стороны прямоугольника равны 13 см и 9 см. Большую его сторону уменьшили на  $a$  см, меньшую – увеличили на такое же число сантиметров. Найдите площадь полученного прямоугольника, если она наибольшая из всех возможных.

87. Постройте график функции:

а)  $y = \frac{x^2 - 5x + 6}{2 - x}$ ;

г)  $y = \frac{-x^3 + 3x^2 - 2x}{x^2 - 2x}$ ;

б)  $y = \frac{-x^2 + 6x - 8}{2 - x}$ ;

д)  $y = \frac{(x - 1)(x^2 - x - 6)}{x^2 + x - 2}$ ;

в)  $y = \frac{x^3 - x^2 - 2x}{2x - x^2}$ ;

е)  $y = \frac{(x + 3)(x^2 - 3x + 2)}{x^2 + x - 6}$ .

88. Разложите на множители выражение:

а)  $x^2 - (2a + 1)x + a^2 + a - 2$ ;

е)  $x^2 - 2ax - 2x - 6a - 15$ ;

б)  $x^2 - 2ax - 3a^2 + 4a - 1$ ;

ж)  $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) - 15$ ;

в)  $2a^2 - x^2 - ax - a + x$ ;

з)  $(x + 3)(x - 2)(x + 1)x + 8$ ;

г)  $x^2 - 2a^2 - ax - x - a$ ;

и)  $x^4 + 4$ ;

д)  $x^2 + 3ax + 4x - 6a - 12$ ;

к)  $4x^4 + 1$ .

89. Сократите дробь:

а)  $\frac{2x^2 + xy - 6y^2}{3y - 2x}$ ;

в)  $\frac{10y^2 + 9y - 9}{6y^2 + 11y + 3}$ ;

б)  $\frac{3y^2 + 2xy - 8x^2}{4x - 3y}$ ;

г)  $\frac{9y^2 - 6y - 8}{6y^2 - 5y - 4}$ .

90. а) Сократите дробь  $\frac{x^2 + 3xy - 4y^2}{x^2 - 9xy + 8y^2}$  и вычислите ее значение при  $\frac{x}{y} = 2$ .

б) Сократите дробь  $\frac{x^2 + 3xy + y^2}{2x^2 - 5xy + 2x^2}$  и вычислите ее значение при  $\frac{x}{y} = 3$ .

91. Найдите значение выражения  $\frac{x}{y}$ , если:

а)  $\frac{10x^2 - 13xy + 3y^2}{2x^2 - 3y^2} = 4$ ;

в)  $\frac{7x - y}{6x + 5y} = \frac{6x + 5y}{7x - y}$  и  $xy < 0$ ;

б)  $\frac{9x^2 - 8xy - 3y^2}{2x^2 - 3y^2} = 2$ ;

г)  $\frac{5x - 3y}{3x + 5y} = \frac{3x + 5y}{5x - 3y}$  и  $xy < 0$ .

**92.** Найдите значение выражения:

а)  $16a^2 - 24ab + 9b^2 - 4a + 3b$ , если  $a = \frac{3}{4}b$ ;

б)  $9a^2 + 30ab + 25b^2 + 3a + 5b$ , если  $a = -\frac{5}{3}b$ ;

в)  $25a^2 - 40ab + 16b^2 + 5a - 4b$ , если  $a = \frac{4b-1}{5}$ ;

г)  $9a^2 + 12ab + 4b^2 + 9a + 6b$ , если  $a = -\frac{2b+3}{3}$ .

**93.** Упростите выражение:

а)  $\left(\frac{4x}{x^2-3x+2} + \frac{2}{x^2-1}\right) : \frac{2x+4}{x^2-x-2} - \frac{x}{x-1}$ ;

б)  $\left(\frac{6x}{x^2-x-2} + \frac{9}{x^2-4}\right) : \frac{2x+1}{x^2+3x+2} - \frac{x+13}{x-2}$ .

**94.** Решите уравнение при всех значениях параметра  $a$ :

а)  $(a^2 - a - 56)x = a^2 - 64$ ;

б)  $(a^2 + 2a - 8)x = a^2 - 4$ ;

в)  $(a^2 + 5a - 24)x = 2a^2 - 5a - 3$ ;

г)  $(2a^2 - 5a - 3)x = 3a^2 - 10a + 3$ .

**95.** Пусть  $x_1$  и  $x_2$  – корни квадратного трехчлена  $2x^2 + 5x + 1$ . Найдите значение выражения:

а)  $x_1 + x_2$ ;

д)  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ ;

б)  $x_1x_2$ ;

е)  $x_1^3 + x_2^3$ ;

в)  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ ;

ж)  $|x_1 - x_2|$ .

г)  $x_1^2 + x_2^2$ ;

**96.** Решите предыдущую задачу для квадратного трехчлена  $ax^2 + bx + c$ .

**97.** Пусть  $x_1$  и  $x_2$  – корни квадратного трехчлена  $3x^2 - 5x + 1$ . Напишите квадратный трехчлен с целыми коэффициентами, корни которого равны:

а)  $2x_1$  и  $2x_2$ ;

б)  $x_1 + 2$  и  $x_2 + 2$ ;

в)  $x_1 + x_2$  и  $x_1x_2$ .

**98.** Решите предыдущую задачу для квадратного трехчлена  $ax^2 + bx + c$  (где  $a, b, c$  – целые числа).

**99.** а) Найдите сумму корней многочлена  $A(x) = 5p^2(x) + 4p(x)q(x) - q^2(x)$ , если  $p(x) = \frac{x^2}{6} + \frac{x}{6} - \frac{29}{6}$ ,  $q(x) = -\frac{x^2}{6} + \frac{5x}{6} + \frac{71}{6}$ .

б) Найдите сумму корней многочлена  $A(x) = 8p^2(x) + 7p(x)q(x) - q^2(x)$ , если  $p(x) = \frac{x^2}{9} + \frac{x}{9} - \frac{13}{9}$ ,  $q(x) = -\frac{x^2}{9} + \frac{8x}{9} + \frac{40}{9}$ .

**100.** а) Найдите произведение корней многочлена  $A(x) = 12p^2(x) - 11p(x)q(x) - q^2(x)$ , если  $p(x) = \frac{x^2}{13} + \frac{x}{13} - \frac{3}{13}$ ,  $q(x) = \frac{x^2}{13} - \frac{12x}{13} - \frac{81}{13}$ .

б) Найдите произведение корней многочлена  $A(x) = 10p^2(x) + 9p(x)q(x) - q^2(x)$ , если  $p(x) = \frac{x^2}{11} + \frac{x}{11} - \frac{41}{11}$ ,  $q(x) = -\frac{x^2}{11} + \frac{10x}{11} - \frac{14}{11}$ .

101. а) Найдите все значения, которые может принимать выражение  $A = 9x^2 - 12xy + 4y^2 - 12x + 8y - 4$  при произвольных значениях  $x$  и  $y$ .

б) Найдите все значения, которые может принимать выражение  $A = 4x^2 + 12xy + 9y^2 - 12x - 18y - 3$  при произвольных значениях  $x$  и  $y$ .

102. Найдите все значения, которые может принимать выражение  $A = x^2 + y^2$ , если:

а)  $x - y = 1$ ;

б)  $x + y = 2$ .

103. а) Найдите все значения параметра  $p$ , при которых квадратные трехчлены  $2x^2 - (3p + 2)x + 12$  и  $14x^2 - (9p - 2)x + 36$  имеют хотя бы один общий корень.

б) Найдите все значения параметра  $p$ , при которых квадратные трехчлены  $(1 - 2p)x^2 - 6px - 1$  и  $px^2 - x + 1$  имеют хотя бы один общий корень.

### 3. Квадратичная функция и ее график

#### Уровень А

104. а) Дана функция  $y = \frac{1}{5}x^2$ . Заполните таблицу.

$x$	0	$\pm 1$	$\pm 2$	$\pm 3$	$\pm 4$	$\pm 5$
$y$						

Постройте график этой функции. Найдите наименьшее значение этой функции, а также промежутки ее возрастания и убывания.

б) Дана функция  $y = -\frac{1}{4}x^2$ . Заполните таблицу.

$x$	0	$\pm 1$	$\pm 2$	$\pm 3$	$\pm 4$
$y$					

Постройте график этой функции. Найдите наибольшее значение этой функции, а также промежутки ее возрастания и убывания.

105. а) Постройте в одной системе координат графики функций  $y = x^2$ ;  $y = \frac{1}{2}x^2$  и  $y = 2x^2$  и сравните значения этих функций при  $x = -2$  и  $x = 2$ .

Каково множество значений каждой из этих функций?

б) Постройте в одной системе координат графики функций  $y = -x^2$ ;  $y = -\frac{1}{3}x^2$  и  $y = -3x^2$  и сравните значения этих функций при  $x = -3$  и  $x = 3$ . Каково множество значений каждой из этих функций?

106. а) Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения графика функции  $y = \frac{1}{2}x^2$  и прямой:

1)  $y = 8$ ;

3)  $y = 2x - 2$ ;

2)  $y = 50$ ;

4)  $y = \frac{1}{2}x + 1$ .

б) Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения графика функции  $y = -\frac{1}{3}x^2$  и прямой:

1)  $y = -27$ ;

3)  $y = 2x + 3$ ;

2)  $y = -75$ ;

4)  $y = \frac{1}{3}x - 2$ .

107. а) Определите, принадлежит ли графику функции  $y = -5x^2$  точка:

1)  $(2; -20)$ ;

4)  $(-0,2; 0,2)$ ;

2)  $(0,4; -0,8)$ ;

5)  $(-3; -45)$ ;

3)  $(-3; 45)$ ;

6)  $(-0,2; -0,2)$ .

б) Определите, принадлежит ли графику функции  $y = -10x^2$  точка:

1)  $(3; -90)$ ;

4)  $(-0,5; 2,5)$ ;

2)  $(0,1; -0,1)$ ;

5)  $(-2; -40)$ ;

3)  $(-2; -40)$ ;

6)  $(-0,5; -2,5)$ .

108. а) С помощью параллельного переноса графика функции  $y = x^2$  вдоль оси  $Oy$  постройте графики функций:

1)  $y = x^2 - 4$ ;

3)  $y = x^2 + 1$ ;

2)  $y = x^2 - 1$ ;

4)  $y = x^2 + 3$ .

б) С помощью параллельного переноса графика функции  $y = -x^2$  вдоль оси  $Oy$  постройте графики функций:

1)  $y = 2 - x^2$ ;

3)  $y = -x^2 - 1$ ;

2)  $y = -x^2 + 3$ ;

4)  $y = -x^2 - 4$ .

109. а) С помощью параллельного переноса графика функции  $y = x^2$  вдоль оси  $Ox$  постройте графики функций:

1)  $y = (x + 2)^2$ ;

3)  $y = (x - 1)^2$ ;

2)  $y = (x + 3)^2$ ;

4)  $y = (x - 4)^2$ .

б) С помощью параллельного переноса графика функции  $y = -x^2$  вдоль оси  $Ox$  постройте графики функций:

1)  $y = -(x + 4)^2$ ;

3)  $y = -(x - 2)^2$ ;

2)  $y = -(x + 3)^2$ ;

4)  $y = -(x - 1)^2$ .

110. а) С помощью двух параллельных переносов графика функции  $y = \frac{1}{3}x^2$  постройте графики функций:

1)  $y = \frac{1}{3}(x - 3)^2 - 1$ ;

3)  $y = \frac{1}{3}(x + 3)^2 - 2$ ;

2)  $y = \frac{1}{3}(x + 3)^2 + 1$ ;

4)  $y = \frac{1}{3}(x - 3)^2 + 2$ .

б) С помощью двух параллельных переносов графика функции  $y = 2x^2$  постройте графики функций:

1)  $y = 2(x - 1)^2 - 3$ ;

3)  $y = 2(x + 1)^2 - 2$ ;

2)  $y = 2(x + 1)^2 + 1$ ;

4)  $y = 2(x - 1)^2 + 4$ .

111. Определите, в каких координатных четвертях расположен график функции:

а)  $y = -(x - 1)^2 + 1$ ;

в)  $y = -(x + 2)^2 + 3$ ;

б)  $y = (x - 3)^2 - 1$ ;

г)  $y = (x + 2)^2 - 2$ .

112. Определите координаты вершины параболы:

а)  $y = x^2 - 10x + 20$ ;

в)  $y = -x^2 + 4x + 15$ ;

б)  $y = x^2 + 6x - 11$ ;

г)  $y = -x^2 + 8x + 3$ .

113. Напишите уравнение оси симметрии параболы:

а)  $y = x^2 - 6x + 5$ ;

в)  $y = -x^2 + 2x + 8$ ;

б)  $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 8$ ;

г)  $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$ .

114. Постройте схематически график функции:

а)  $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ;

в)  $f(x) = 6x - 2x^2$ ;

б)  $f(x) = x^2 - 4x - 12$ ;

г)  $f(x) = 4x - 2x^2$ .

Найдите:

1) нули функции;

2) промежутки знакопостоянства;

3) множество значений функции;

4) наибольшее и наименьшее значения функции;

5) промежутки возрастания и убывания.

115. Найдите точки пересечения параболы с осями координат:

а)  $y = -x^2 - 2x + 3$ ;

в)  $y = 2x^2 - 3x + 1$ ;

б)  $y = x^2 + 4x + 3$ ;

г)  $y = -x^2 + 5x - 6$ .

## Уровень В

116. Постройте параболу с вершиной в точке  $A(x_0, y_0)$  и проходящую через точку  $B(x_1, y_1)$ , если:

а)  $A(0; -3)$ ;  $B(3; 24)$ ;

б)  $A(0; 4)$ ;  $B(-5; -46)$ .

117. а) Постройте график функции  $y = 3x^2 - 6x + a$ , если наименьшее значение этой функции равно:

1)  $-2$ ;

2)  $10$ .

б) Постройте график функции  $y = -2x^2 - 4x + a$ , если наибольшее значение этой функции равно:

1)  $-5$ ;

2)  $7$ .

118. а) Постройте график функции  $y = -x^2 - x + 6$  при  $x \in [-2; 3]$  и найдите, используя график, наибольшее и наименьшее значения функции на этом отрезке.

б) Постройте график функции  $y = x^2 - 2x + 3$  при  $x \in [0; 3]$  и найдите, используя график, наибольшее и наименьшее значения функции на этом отрезке.

119. Постройте график функции:

а)  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 3, & -4 < x < 2, \\ 5, & x \leq -4; x \geq 2; \end{cases}$

б)  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x - 5, & 0 < x < 4, \\ -5, & x \leq 0; x \geq 4. \end{cases}$

120. а) Найдите, при каких значениях параметра  $a$  график функции  $y = f(x)$  расположен в первой и второй координатных четвертях:

1)  $y = 2x^2 - 3x + a$ ;

2)  $y = 0,4x^2 + 5x - a$ .

б) Найдите, при каких значениях параметра  $a$  график функции  $y = f(x)$  расположен в третьей и четвертой координатных четвертях:

1)  $y = -2x^2 - 5x - a$ ;

2)  $y = -0,5x^2 + 3x + a$ .

**121.** Изобразите схематически график квадратичной функции  $y = ax^2 + bx + c$  с дискриминантом  $D$ , если:

- а)  $a < 0$ ;  $D > 0$ ;  $c < 0$ ;  $-\frac{b}{2a} > 0$ ;      г)  $a > 0$ ;  $D = 0$ ;  $-\frac{b}{2a} < 0$ ;  
 б)  $a > 0$ ;  $D > 0$ ;  $c > 0$ ;  $-\frac{b}{2a} < 0$ ;      д)  $a > 0$ ;  $D < 0$ ;  $-\frac{b}{2a} > 0$ ;  
 в)  $a < 0$ ;  $D = 0$ ;  $-\frac{b}{2a} > 0$ ;      е)  $a < 0$ ;  $D < 0$ ;  $-\frac{b}{2a} < 0$ .

**122.** Определите значение параметра  $a$ , при котором парабола  $y(x)$  касается оси абсцисс. Найдите координаты точки касания.

- а)  $y(x) = x^2 - 6x + a$ ;      б)  $y(x) = -x^2 - 4x + a$ .

**123.** Определите значения параметра  $a$ , при которых парабола  $y(x)$  касается оси абсцисс. Найдите координаты точки касания.

- а)  $y(x) = 2x^2 + ax + 18$ ;      б)  $y(x) = -3x^2 + ax - 3$ .

**124.** Постройте график функции:

- а)  $y = |x - 3|(x + 1)$ ;      г)  $y = \frac{-x^3 - 2x^2 + 3x + 6}{x + 2}$ ;  
 б)  $y = |x + 1|(x - 3)$ ;      д)  $y = (|x| - 3)(x + 1)$ ;  
 в)  $y = \frac{x^3 - x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ ;      е)  $y = (|x| + 1)(x - 3)$ .

**125.** Дана функция  $y = ax^2 + bx + c$ . Определите знаки коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , если парабола  $y(x)$ :

- а) расположена выше оси абсцисс и ее вершина находится в первой координатной четверти;  
 б) расположена ниже оси абсцисс и ее вершина находится в четвертой координатной четверти.

**126.** Найдите площадь треугольника, вершинами которого являются точки пересечения графика функции  $y(x)$  с осями координат:

- а)  $y(x) = 2x^2 + x - 3$ ;      б)  $y(x) = 2x^2 - x - 10$ .

## Уровень С

**127.** Постройте график функции:

- а)  $y = \frac{|x|}{x}(x^2 - x - 2)$ ;      е)  $y = \frac{(x^2 - 3x + 8)(x^2 - 7x + 12)}{x^2 - 4x + 3}$ ;  
 б)  $y = \frac{|x|}{x}(x^2 + 2x - 3)$ ;      ж)  $y = \begin{cases} 2 - |x|, & \text{если } |x| \geq 2, \\ x^2 - 4, & \text{если } |x| < 2; \end{cases}$   
 в)  $y = x^2 + x \frac{|x + 1|}{x + 1} - 6$ ;      з)  $y = \begin{cases} |x| - 3, & \text{если } |x| \leq 3, \\ 9 - x^2, & \text{если } |x| > 3; \end{cases}$   
 г)  $y = x^2 + 8x \frac{|x - 3|}{x - 3} - 9$ ;      и)  $y = \max(x - 2; -x^2)$ ;  
 д)  $y = \frac{(x + 4)(x^2 + 3x + 2)}{x + 1}$ ;      к)  $y = \min(-5x - 4; x^2)$ .

128. На рисунке 5 приведен график функции  $y = ax^2 + bx + c$ . По виду графика определите знак выражения:

- а)  $a + b + c$ ;
- б)  $a - b - c$ ;
- в)  $4a + 2b + c$ ;
- г)  $4a - 2b + c$ .

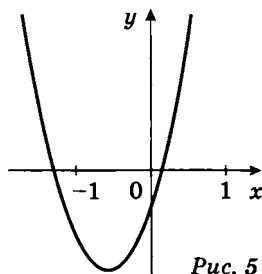


Рис. 5

129. График квадратичной функции проходит через точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Задайте функцию формулой и постройте ее график, если:

- а)  $A(4; 0)$ ,  $B(6; 0)$ ,  $C(5; -1)$ ;
- б)  $A(-3; 0)$ ,  $B(-1; 0)$ ,  $C(-2; -4)$ ;
- в)  $A(-3; 33)$ ,  $B(1; -3)$ ,  $C(0; -6)$ ;
- г)  $A(-3; 23)$ ,  $B(1; 3)$ ,  $C(0; -1)$ .

130. а) Определите значение параметра  $a$ , при котором прямая  $y = ax - 4$  касается параболы  $y = x^2 + (a - 8)x + a$ . Найдите координаты точки касания.

б) Определите значение параметра  $a$ , при котором прямая  $y = ax - 5$  касается параболы  $y = x^2 + (a + 6)x + a$ . Найдите координаты точки касания.

131. Через точку  $A$  проведены касательные к параболе  $y(x)$ . Напишите уравнения этих касательных, если:

- а)  $A(0; -2)$ ,  $y(x) = x^2 - 3x + 2$ ;
- б)  $A(0; 2)$ ,  $y(x) = x^2 + x + 3$ .

132. а) Прямая, параллельная прямой  $y = 6x$ , касается параболы  $y = x^2$ . Найдите координаты точки касания.

б) Прямая, параллельная прямой  $y = -4x$ , касается параболы  $y = x^2 + 1$ . Найдите координаты точки касания.

133. Найдите наибольшее значение функции:

- а)  $y = \frac{x^2 + 8}{x^2 + 6}$ ;
- б)  $y = \frac{x^2 + 5}{x^2 + 4}$ ;
- в)  $y = \frac{3x^2 - 6x + 23}{x^2 - 2x + 5}$ ;
- г)  $y = \frac{5x^2 + 10x + 27}{x^2 + 2x + 4}$ ;
- д)  $y = 5 - 4|x^2 - 7x + 6|$ ;
- е)  $y = 6 - 5|x^2 - 4x + 3|$ ;
- ж)  $y = 2\sqrt{x+2} - x - 1$ ;
- з)  $y = 4\sqrt{x-3} - x - 2$ ;
- и)  $y = \sqrt{x^2 + 169} - \sqrt{x^2 + 16}$ ;
- к)  $y = \sqrt{x^2 + 225} - \sqrt{x^2 + 16}$ .

134. Найдите наименьшее значение функции:

- а)  $y = \sqrt{2x^2 - 7x + 3} + \sqrt{x^2 + 2x - 15}$ ;
- б)  $y = \sqrt{x^2 - 4x + 5} + \sqrt{2x^2 - 8x + 17}$ ;
- в)  $y = \sqrt{x^2 - 2x - 8} + \sqrt{3x^2 + 12x + 28}$ ;
- г)  $y = \sqrt{2x^2 + 12x + 27} + \sqrt{x^2 - 2x - 15}$ .

135. Найдите множество значений функции:

а)  $y = \frac{3x^2 + 2x}{4x - 3}$ ;

в)  $y = \frac{(x-1)^2}{x^2 + 1}$ ;

б)  $y = \frac{4x^2 - x}{3x - 1}$ ;

г)  $y = \frac{(x+1)^2}{x^2 + 4}$ .

136. а) Графики функций  $y = 2x - x^2$  и  $y = 2x^2 - 20x + 48$ , построенные в одной системе координат, пересечены прямой  $y = a$ . Найдите число точек пересечения в зависимости от значений параметра  $a$ .

б) Графики функций  $y = x^2 + 2x - 4$  и  $y = -3x^2 - 18x - 25$ , построенные в одной системе координат, пересечены прямой  $y = a$ . Найдите число точек пересечения в зависимости от значений параметра  $a$ .

137. а) Найдите все значения параметра  $a$ , при которых нули  $x_1$  и  $x_2$  квадратичной функции  $f(x) = 4x^2 - (3a + 2)x + a - 1$  удовлетворяют неравенству  $x_1 < 3 < x_2$ .

б) Найдите все значения параметра  $a$ , при которых нули  $x_1$  и  $x_2$  квадратичной функции  $f(x) = -2x^2 - (2a - 1)x + 3a + 2$  удовлетворяют неравенству  $x_1 < 2 < x_2$ .

в) Найдите все значения параметра  $a$ , при которых нули  $x_1$  и  $x_2$  квадратичной функции  $f(x) = 4x^2 - (3a + 2)x + a - 1$  удовлетворяют неравенству  $x_1 < 2 < x_2 < 3$ .

г) Найдите все значения параметра  $a$ , при которых нули  $x_1$  и  $x_2$  квадратичной функции  $f(x) = -2x^2 - (2a - 1)x + 3a + 2$  удовлетворяют неравенству  $x_1 < 2 < x_2 < 3$ .

## 4. Степенная функция. Корень $n$ -й степени

### Уровень А

138. а) Сравните с нулем значение функции  $y = x^{68}$  при:

1)  $x = -15$ ;

2)  $x = 19$ ;

3)  $x = 0$ .

б) Сравните с нулем значение функции  $y = x^{71}$  при:

1)  $x = 17$ ;

2)  $x = -25$ ;

3)  $x = 0$ .

139. а) Функция задана формулой  $f(x) = x^8$ . Сравните:

1)  $f(2,4)$  и  $f(3,8)$ ;

3)  $f(-9,6)$  и  $f(9,6)$ ;

2)  $f(-8,1)$  и  $f(-9,6)$ ;

4)  $f(-0,8)$  и  $f(0,4)$ .

б) Функция задана формулой  $g(x) = x^{12}$ . Сравните:

1)  $g(5,8)$  и  $g(4,9)$ ;

3)  $g(-0,3)$  и  $g(0,3)$ ;

2)  $g(-12,3)$  и  $g(-15,1)$ ;

4)  $g(1,4)$  и  $g(-2,1)$ .

в) Функция задана формулой  $h(x) = x^{15}$ . Сравните:

1)  $h(3,4)$  и  $h(5,2)$ ;

3)  $h(4,1)$  и  $h(-4,1)$ ;

2)  $h(-0,35)$  и  $h(-0,24)$ ;

4)  $h(0,6)$  и  $h(-5)$ .

г) Функция задана формулой  $\varphi(x) = x^{19}$ . Сравните:

1)  $\varphi(6,2)$  и  $\varphi(7,3)$ ;

3)  $\varphi(-7,5)$  и  $\varphi(7,5)$ ;

2)  $\varphi(-0,13)$  и  $\varphi(-0,17)$ ;

4)  $\varphi(-3,5)$  и  $\varphi(2,4)$ .



140. Сравните:

а)  $3,5^4$  и  $2,9^4$ ;

б)  $(-8,1)^4$  и  $(-6,5)^4$ ;

в)  $1,4^6$  и  $1$ ;

г)  $(-0,18)^6$  и  $(0,14)^6$ ;

д)  $9,4^3$  и  $7,8^3$ ;

е)  $(-4,7)^3$  и  $(-4,2)^3$ .

141. а) Определите, принадлежит ли графику функции  $y = x^5$  точка:

1)  $A(-2; -32)$ ;

3)  $C\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{243}\right)$ ;

2)  $B(-1; 1)$ ;

4)  $D(0,1; -0,00001)$ .

б) Определите, проходит ли график функции  $y = x^4$  через точку:

1)  $A(-5; 625)$ ;

3)  $C(-10; -10\,000)$ ;

2)  $B(0,3; 0,0081)$ ;

4)  $D(2; -16)$ .

142. Определите, в каких координатных четвертях расположен график функции:

а)  $y = x^{48}$ ;

б)  $y = x^{52}$ ;

в)  $y = x^{49}$ ;

г)  $y = x^{51}$ .

143. Постройте график функции:

а)  $y = x^3$ ;

в)  $y = x^4$ ;

д)  $y = \sqrt[3]{x}$ ;

б)  $y = x^5$ ;

г)  $y = x^6$ ;

е)  $y = \sqrt[5]{x}$ .

144. Определите, верно ли равенство:

а)  $\sqrt[3]{27} = 3$ ;

б)  $\sqrt[5]{32} = 2$ ;

в)  $\sqrt[4]{625} = -5$ ;

г)  $\sqrt[6]{729} = -3$ .

145. Определите, имеет ли смысл выражение:

а)  $\sqrt[4]{1000}$ ;

в)  $\sqrt[4]{-100}$ ;

д)  $\sqrt[6]{0}$ ;

б)  $\sqrt[3]{69}$ ;

г)  $\sqrt[6]{-32}$ ;

е)  $\sqrt[7]{0}$ .

146. Вычислите:

а)  $\sqrt[3]{64}$ ;

в)  $\sqrt[5]{32}$ ;

д)  $\sqrt{1,21}$ ;

б)  $\sqrt[3]{125}$ ;

г)  $\sqrt[7]{128}$ ;

е)  $\sqrt{3,24}$ .

147. Найдите значение выражения:

а)  $0,2\sqrt[3]{1000}$ ;

в)  $\frac{3}{5}\sqrt[4]{625}$ ;

д)  $\sqrt[4]{625} - \sqrt[5]{243}$ ;

б)  $0,6\sqrt[3]{8000}$ ;

г)  $\frac{5}{3}\sqrt[4]{81}$ ;

е)  $\sqrt[3]{216} - \sqrt[7]{128}$ .

148. Выразите корень  $n$ -й степени из отрицательного числа через арифметический корень той же степени:

а)  $\sqrt[7]{-38}$ ;

в)  $\sqrt[9]{-0,01}$ ;

д)  $\sqrt[5]{-1\frac{3}{7}}$ ;

б)  $\sqrt[17]{-3}$ ;

г)  $\sqrt[7]{-0,15}$ ;

е)  $\sqrt[15]{-5\frac{1}{3}}$ .

149. Вычислите значение корня:

а)  $\sqrt[7]{-128}$ ;

в)  $\sqrt[9]{-512}$ ;

д)  $\sqrt[3]{-0,001}$ ;

б)  $\sqrt[3]{-216}$ ;

г)  $\sqrt[5]{-1024}$ ;

е)  $\sqrt[5]{-0,00001}$ .

150. Найдите значение выражения:

а)  $(\sqrt[4]{13})^4$ ;

в)  $(-\sqrt[4]{2})^4$ ;

д)  $(-\sqrt[5]{4})^5$ ;

б)  $(\sqrt[6]{21})^6$ ;

г)  $(-\sqrt[6]{3})^6$ ;

е)  $(-\sqrt[3]{5})^3$ .

151. Установите соответствие между выражением и его значением.

- |    |   |                                       |  |
|----|---|---------------------------------------|--|
| а) | А) $\sqrt[3]{27} + \sqrt[4]{16}$        | Б) $\frac{3}{5}(\sqrt[3]{5})^3$       | В) $0,9 \cdot \sqrt[3]{1000}$          |
|    | 1) 3                                    | 2) 5                                  | 3) 9                                   |
| б) | А) $\sqrt[5]{32} - \sqrt{4}$            | Б) $\frac{2}{3}(\sqrt[4]{3})^4$       | В) $0,1 \cdot \sqrt[4]{10\,000}$       |
|    | 1) 1                                    | 2) 2                                  | 3) 0                                   |
| в) | А) $\frac{3}{4}\sqrt[3]{64}$            | Б) $\sqrt[3]{125} \cdot \sqrt[5]{64}$ | В) $\frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[4]{16}}$ |
|    | 1) 3                                    | 2) 1,5                                | 3) 10                                  |
| г) | А) $\frac{\sqrt[5]{32}}{\sqrt[4]{625}}$ | Б) $\frac{7}{3}\sqrt[4]{81}$          | В) $\sqrt[3]{216} \cdot \sqrt[7]{128}$ |
|    | 1) 12                                   | 2) 7                                  | 3) 0,4                                 |

152. а) Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = (x - 2)^3$  на отрезке  $x \in [-1; 4]$ .

б) Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = -(x + 1)^3$  на отрезке  $x \in [-3; 2]$ .

153. а) Дана функция  $f(x) = 2(x - 1)^4$ . Найдите значение выражения  $2f(0) - 3f(1) + 4f(2)$ .

б) Дана функция  $f(x) = 3(x + 1)^4$ . Найдите значение выражения  $3f(-2) - 5f(-1) + 2f(0)$ .

154. Найдите значение выражения:

а)  $10\sqrt[4]{\frac{16}{625}} - (2\sqrt[3]{3})^3 + (\sqrt{7})^0$ ;      б)  $10\sqrt[3]{\frac{8}{125}} - (2\sqrt[4]{3})^4 + (\sqrt{5})^0$ .

155. Решите уравнение:

а)  $(4x^2 - 3x)^5 = (3x)^5$ ;      б)  $(3x^2 - 2x)^5 = (2x)^5$ .

### Уровень В

156. а) Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = 3(x + 1)^4 - 5$  на отрезке  $x \in [-2; 1]$ .

б) Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = -2(x - 3)^4 + 7$  на отрезке  $x \in [2; 5]$ .

157. Вычислите значение корня:

а)  $\sqrt[3]{27 + (7\sqrt{2})^2}$ ;      в)  $\sqrt[3]{(8\sqrt{10})^2 + (6\sqrt{10})^2}$ ;  
 б)  $\sqrt[7]{100 + (2\sqrt{7})^2}$ ;      г)  $\sqrt[4]{(10\sqrt{3})^2 + (5\sqrt{13})^2}$ .

158. Найдите значение выражения:

а)  $0,7\sqrt[4]{10\,000} - \frac{4}{3}\sqrt[5]{243}$ ;      г)  $\sqrt[3]{-216} + 4(\sqrt[6]{5})^6 - 3\sqrt[10]{1024}$ ;  
 б)  $0,6\sqrt[3]{8000} - \frac{5}{3}\sqrt[4]{81}$ ;      д)  $6\sqrt[4]{7\frac{58}{81}} + 4\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}} + (\sqrt[5]{7})^0$ ;  
 в)  $\sqrt[9]{512} + 2(\sqrt[7]{7})^7 - 6\sqrt[4]{81}$ ;      е)  $4\sqrt[4]{5\frac{1}{16}} + 6\sqrt[3]{-2\frac{10}{27}} + (\sqrt[6]{3})^0$ .

159. Укажите два последовательных целых числа, между которыми расположено число:

а)  $\sqrt[3]{20}$ ;

в)  $\sqrt[4]{0,5}$ ;

д)  $\sqrt[4]{1,6}$ ;

б)  $\sqrt[3]{30}$ ;

г)  $\sqrt[4]{0,9}$ ;

е)  $\sqrt[4]{3,1}$ .

160. а) Оцените значение  $\sqrt[5]{x}$ , если:

1)  $32 \leq x \leq 1024$ ;

2)  $-100\,000 < x < 243$ .

б) Оцените значение  $x$ , если:

1)  $-2 \leq \sqrt[3]{x} \leq 6$ ;

2)  $2 < \sqrt[4]{x} < 4$ .

161. Найдите корни уравнения:

а)  $x^7 = 128$ ;

д)  $(x - 2)^6 = 64$ ;

б)  $x^9 = 512$ ;

е)  $(x - 5)^4 = 256$ ;

в)  $(x - 4)^3 = 125$ ;

ж)  $(2x - 3)^7 + (2x - 1)^{14} = 0$ ;

г)  $(x + 3)^3 = 27$ ;

з)  $(2x + 5)^{18} + (2x + 3)^9 = 0$ .

162. Решите уравнение:

а)  $\sqrt[4]{x} - 5 = 0$ ;

в)  $\frac{1}{3}\sqrt[3]{x} + 3 = 0$ ;

д)  $\sqrt[6]{3x - 2} = 2$ ;

б)  $\sqrt[4]{x} - 6 = 0$ ;

г)  $\frac{1}{2}\sqrt[3]{x} + 3 = 0$ ;

е)  $\sqrt[5]{4x + 3} = 3$ .

163. Докажите, что выражение не зависит от переменной, и найдите значение этого выражения:

а)  $2\sqrt{x}\left(\frac{1}{\sqrt{x}-5} + \frac{1}{\sqrt{x}+5}\right) + \frac{100}{25-x}$ ;

б)  $3\sqrt{x}\left(\frac{1}{\sqrt{x}-4} + \frac{1}{\sqrt{x}+4}\right) + \frac{96}{16-x}$ .

164. Упростите выражение:

а)  $\sqrt{67 - 16\sqrt{3}}$ ;

г)  $\sqrt{21 + 4\sqrt{5}} + \sqrt{21 - 4\sqrt{5}}$ ;

б)  $\sqrt{69 - 16\sqrt{5}}$ ;

д)  $\left(\frac{1}{3-\sqrt{5}} - \frac{1}{3+\sqrt{5}}\right)(\sqrt{5} + \sqrt{45})$ ;

в)  $\sqrt{13 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{13 - 4\sqrt{3}}$ ;

е)  $\left(\frac{1}{2-\sqrt{3}} - \frac{1}{2+\sqrt{3}}\right)(\sqrt{12} - \sqrt{75})$ .

165. Упростите выражение:

а)  $\frac{x + 6\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} + 1} - \frac{x + 6\sqrt{x-1} + 4}{\sqrt{x-1} + 1}$ ;

б)  $\frac{x + 6\sqrt{x} + 8}{\sqrt{x} + 4} - \frac{x + 6\sqrt{x-2} + 6}{\sqrt{x-2} + 4}$ .

## Уровень С

166. Найдите значение выражения:

а)  $3(-\sqrt[10]{18})^{10} - 1,4\sqrt[3]{1000\,000} + \left(\frac{1}{2}\sqrt[4]{80}\right)^4$ ;

б)  $2(-\sqrt[12]{12})^{12} - 30\sqrt[3]{0,001} + \left(\frac{1}{2}\sqrt[5]{96}\right)^5$ ;

в)  $\sqrt[5]{0,00032} + \frac{1}{3}(-3\sqrt[6]{0,5})^6 + 5\sqrt[13]{0,4^{13}}$ ;

$$г) \sqrt[8]{0,00000256} + 54\left(-\frac{1}{3}\sqrt[3]{4}\right)^3 + 6\sqrt[8]{1,5^8};$$

$$д) (-\sqrt[3]{17})^3 + \sqrt[15]{32^3} - \sqrt[6]{729} + 2\sqrt[3]{-216} + \sqrt[6]{14^6} - 10\sqrt[3]{0,008};$$

$$е) (-\sqrt[5]{18})^5 + \sqrt[10]{4^5} - 2\sqrt[3]{-125} + \sqrt[9]{12^9} - 100\sqrt[4]{0,0625}.$$

167. Упростите выражение:

$$а) \sqrt{18 - 4\sqrt{14}} + \sqrt{18 + 4\sqrt{14}};$$

$$д) \frac{8 \cdot 100^n}{2^{2n+1} \cdot 5^{2n-2}};$$

$$б) \sqrt{21 - 4\sqrt{17}} + \sqrt{21 + 4\sqrt{17}};$$

$$е) \frac{4 \cdot 36^n}{3^{2n-3} \cdot 2^{2n+2}};$$

$$в) \frac{\sqrt{8 - 2\sqrt{7}}}{\sqrt{161 - 72\sqrt{5}}} - \frac{\sqrt{8 + 2\sqrt{7}}}{\sqrt{161 + 72\sqrt{5}}};$$

$$ж) \frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n};$$

$$г) \frac{\sqrt{12 - 2\sqrt{11}}}{\sqrt{17 - 12\sqrt{2}}} - \frac{\sqrt{12 + 2\sqrt{11}}}{\sqrt{17 + 12\sqrt{2}}};$$

$$з) \frac{2^{n+1} + 2^{n-1}}{10 \cdot 2^n}.$$

168. Упростите выражение:

$$а) \frac{x-15}{\sqrt{x+1}-4} - \frac{x-3}{2+\sqrt{x+1}};$$

$$б) \frac{x-4}{\sqrt{x-3}+1} - \frac{x-12}{3+\sqrt{x-3}};$$

$$в) \frac{2-2\sqrt{y}-\sqrt{xy}+y\sqrt{x}}{\sqrt{y}-1} + \frac{8+4\sqrt{x}+2y\sqrt{x}+xy}{\sqrt{x}+2};$$

$$г) \frac{2-\sqrt{y}-2\sqrt{xy}+y\sqrt{x}}{\sqrt{y}-2} + \frac{5+5\sqrt{x}+y\sqrt{x}+xy}{\sqrt{x}+1};$$

$$д) \left( \frac{x\sqrt{x}-27}{x-9} + \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \right) : \left( -1 - \frac{6}{\sqrt{x}-3} \right);$$

$$е) \left( \frac{x\sqrt{x}-64}{x-16} + \frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} \right) : \left( -1 - \frac{8}{\sqrt{x}-4} \right);$$

$$ж) \sqrt{x-18\sqrt{x}-81} - \sqrt{x+18\sqrt{x}-81} \text{ при } x > 165;$$

$$з) \sqrt{x-22\sqrt{x}-21} - \sqrt{x+22\sqrt{x}-121} \text{ при } x > 244.$$

169. Определите, сколько корней в зависимости от значений параметра  $a$  имеет уравнение:

$$а) x^{10} = a - 3;$$

$$в) x^8 = a^2 - 6a + 5;$$

$$б) x^{20} = a + 4;$$

$$г) x^{16} = a^2 + 7a - 8.$$

170. Решите уравнение при всех значениях параметра  $a$ :

$$а) (a-1)\sqrt[8]{x} = 0;$$

$$г) \sqrt[5]{(a-1)x} = 0;$$

$$б) a\sqrt[8]{x-1} = 0;$$

$$д) (a+2)\sqrt[4]{x} = a+2;$$

$$в) \sqrt[6]{a(x-1)} = 0;$$

$$е) a\sqrt[6]{x-1} = a.$$

171. Найдите корни уравнения при всех значениях параметра  $a$ :

$$а) x^{10} = 49 - a^2;$$

$$в) ax^8 = 6;$$

$$б) x^4 = a^2 + 3a;$$

$$г) (a-3)x^{10} = 8.$$

## II. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

### 5. Уравнения с одной переменной

#### Уровень А

172. Определите степень уравнения:

а)  $3x^4 - 6x^7 + 2 = 0$ ;

г)  $2x^2(x - 1)^2 - 2x(x^3 + 3) = 0$ ;

б)  $-x + x^4 - 2x^5 + 3 = 0$ ;

д)  $(3x - 2)^3 - 27x(x^2 + 2) = 0$ ;

в)  $6x^4 - 2x^3 - 1 = 0$ ;

е)  $(x + 2)^5 - (x + 1)^5 + x^3 = 0$ .

173. Докажите, что уравнение не имеет корней:

а)  $x^8 + x^6 + 7 = 0$ ;

б)  $x^{10} + x^4 + 3x^2 + 5 = 0$ .

174. Докажите, что уравнение не может иметь отрицательные корни:

а)  $x^9 + 2x^5 + 3x^7 + x = 235$ ;

б)  $11x^7 + 3x^5 + 17x = 178$ .

175. Решите линейные уравнения:

а)  $(2x - 3)(4x + 1) - 2(2x - 5)^2 = 72$ ;

б)  $3x(x - 7) - 3(x - 4)^2 + 12 = 27$ ;

в)  $\frac{4x - 1}{5} + \frac{2 - 3x}{10} = 3 - \frac{1 - 2x}{5}$ ;

г)  $\frac{2x + 7}{3} - \frac{4 - 5x}{6} = 1 + \frac{3 - x}{2}$ .

176. Решите квадратные уравнения:

а)  $(3x - 5)(2x + 7) = 0$ ;

г)  $(4x + 3)(2x - 5) = 0$ ;

б)  $(3x - 5)(2x + 7) = 1$ ;

д)  $(4x + 3)(2x - 5) = 1$ ;

в)  $(3x - 5)(2x + 7) = 2x + 7$ ;

е)  $(4x + 3)(2x - 5) = 4x + 3$ .

177. Решите квадратные уравнения, используя обратную теорему Виета.

а)  $2x^2 + 3x - 5 = 0$ ;

д)  $x^2 + 7x + 12 = 0$ ;

б)  $x^2 + x - 6 = 0$ ;

е)  $x^2 + 14x + 33 = 0$ ;

в)  $x^2 + 3x - 10 = 0$ ;

ж)  $3x^2 - 7x - 10 = 0$ ;

г)  $2x^2 + 7x - 9 = 0$ ;

з)  $3x^2 - 11x - 14 = 0$ .

178. Найдите корни уравнения:

а)  $2y^3 - 14y^2 = 0$ ;

г)  $16y^6 - y^4 = 0$ ;

б)  $y^4 - 16y^2 = 0$ ;

д)  $3y^5 - 8y^4 - 11y^3 = 0$ ;

в)  $3y^7 - 27y^5 = 0$ ;

е)  $y^6 - y^5 - 30y^4 = 0$ .

179. Определите, в какой системе счисления:

а) число 74 запишется как 134;

б) число 71 запишется как 153;

в) число 73 запишется как 243.

180. Решите биквадратные уравнения:

а)  $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$ ;

г)  $x^4 + 2x^2 - 63 = 0$ ;

б)  $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$ ;

д)  $x^4 - 8x^2 + 15 = 0$ ;

в)  $x^4 - 4x^2 - 32 = 0$ ;

е)  $2x^4 - 11x^2 + 5 = 0$ .

181. Найдите абсциссы точек пересечения с осью  $Ox$  графика функции:

а)  $y = x^3 - 6x^2 - 7x$ ;

в)  $y = x^4 - 3x^3 - 18x^2$ ;

б)  $y = x^4 - 10x^2 + 9$ ;

г)  $y = x^4 - 13x^2 + 36$ .

182. Решите уравнение:

а)  $(2x + 5)^3 = (3x - 7)^3$ ;

в)  $(3x + 2)^5 = (5 - 4x)^5$ ;

б)  $(2x + 5)^4 = (3x - 7)^4$ ;

г)  $(3x + 2)^2 = (5 - 4x)^2$ .

183. Найдите меньший корень уравнения:

а)  $\frac{1}{11}x^2 = 4\frac{5}{11}$ ;

г)  $(3x - 5)^4 = (3x - 5)^2$ ;

б)  $\frac{1}{9}x^2 = 7\frac{1}{9}$ ;

д)  $\frac{1}{17}x^4 = 4\frac{13}{17}x^2$ ;

в)  $(2x + 3)^4 = (2x + 3)^2$ ;

е)  $\frac{1}{7}x^4 = 5\frac{1}{7}x^2$ .

184. Решите уравнение, используя разложение на множители:

а)  $x^4 - 4x^2 - 3(x^2 - 2x) = 0$ ;

б)  $x^4 - 9x^2 - 10(x^2 + 3x) = 0$ ;

в)  $(2x + 1)^4 - 12x^2 - 12x - 3 = 0$ ;

г)  $(2x + 3)^4 - 20x^2 - 60x - 45 = 0$ .

185. Решите уравнение, используя замену переменной:

а)  $(x^2 + 2x)^2 - 10(x^2 + 2x) + 21 = 0$ ;

б)  $(x^2 - 3x)^2 - 2(x^2 - 3x) - 8 = 0$ ;

в)  $(2x^2 + 5x)^2 - 5(2x^2 + 5x) - 14 = 0$ ;

г)  $(3x^2 + 2x)^2 - 4(3x^2 + 2x) - 5 = 0$ .

186. Найдите координаты общих точек графиков функций:

а)  $f(x) = x^3 - 2x$  и  $g(x) = 4x - x^2$ ;

б)  $f(x) = x^3 + 2x$  и  $g(x) = 3x^2 + 6x$ ;

в)  $f(x) = -x^3 - x^2$  и  $g(x) = 3x^2 + 4x$ ;

г)  $f(x) = -2x^3 - 9x^2$  и  $g(x) = 2x^3 + 3x^2 + 9x$ .

187. Определите, при каких значениях  $x$  равно нулю значение дроби:

а)  $\frac{3x^3 - 12x}{2x^2 - 3x - 14}$ ;

в)  $\frac{(x+1)^3 - 4x - 4}{3x^2 + 10x + 3}$ ;

б)  $\frac{4x^5 - 36x^3}{x^2 - 11x + 24}$ ;

г)  $\frac{(x+2)^4 - 9x^2 - 36x - 36}{5x^2 + 18x - 35}$ .

188. Найдите больший корень уравнения:

а)  $\frac{x+5}{3x-2} = \frac{x+5}{2x+7}$ ;

в)  $\frac{2x-3}{3x+8} = \frac{2x-3}{4x-1}$ ;

б)  $\frac{x-3}{4x-5} = \frac{x-3}{3x+2}$ ;

г)  $\frac{3x-2}{5x+11} = \frac{3x-2}{6x+4}$ .

189. Решите уравнение:

а)  $\frac{x+3}{2x-7} = 4$ ;

в)  $\frac{3x-1}{2x+5} = 4$ ;

д)  $\frac{2\left(x - \frac{1}{4}\right)}{3x+5} = 3$ ;

б)  $\frac{2x-5}{x+4} = 3$ ;

г)  $\frac{x-7}{3x+11} = 2$ ;

е)  $\frac{3\left(x - \frac{7}{18}\right)}{2x+1} = \frac{2}{3}$ .

**190.** Найдите корни уравнения:

а)  $\frac{3x^2 - 11x + 8}{3x - 5} - 1 = \frac{2}{5 - 3x}$ ;

в)  $\frac{2}{x+1} - \frac{3}{5-x} - \frac{1}{4} = 0$ ;

б)  $\frac{2x^2 - 7x + 5}{2x - 3} - 1 = \frac{1}{3 - 2x}$ ;

г)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{2x} = 0$ .

**191.** Найдите координаты общих точек графиков функций:

а)  $f(x) = \frac{3(x-11)}{x} + 4$  и  $g(x) = x - \frac{33}{x}$ ;

б)  $f(x) = \frac{2(x-1)}{x} - 2x$  и  $g(x) = \frac{x-3}{x}$ .

**192.** Определите, при каких значениях  $x$ :

а) сумма дробей  $\frac{x+6}{6-x}$  и  $\frac{x-6}{x+6}$  равна дроби  $\frac{6}{36-x^2}$ ;

б) разность дробей  $\frac{x-4}{x+4}$  и  $\frac{x+4}{x-4}$  равна дроби  $\frac{4}{16-x^2}$ .

**193.** Докажите, что графики функций не имеют общих точек:

а)  $f(x) = \frac{1}{x-3} + \frac{4}{x+1}$  и  $g(x) = \frac{4}{x^2 - 2x - 3}$ ;

б)  $f(x) = \frac{x}{x-1} - \frac{1}{x+1}$  и  $g(x) = \frac{2}{x^2 - 1}$ .

**194.** Решите уравнение, используя замену переменной:

а)  $\frac{x^2+1}{x^2-1} + 6\frac{x^2-1}{x^2+1} - 5 = 0$ ;

б)  $5\left(\frac{x+2}{x-2}\right)^2 - 3\left(\frac{x+2}{x-2}\right) - 2 = 0$ .

### Уровень В

**195.** Решите уравнение:

а)  $|x| + 3 = 5x - 1$ ;

г)  $|x+1| = -\frac{1}{3}x$ ;

б)  $|x| - 2 = 2x + 1$ ;

д)  $|x-2| + x = 2$ ;

в)  $|x-1| = \frac{1}{2}x$ ;

е)  $|x+3| - x = 3$ .

**196.** При всех значениях параметра  $a$  решите уравнение:

а)  $(a-1)x = a^2 - 1$ ;

д)  $x^2 - (a+3)x + 3a = 0$ ;

б)  $(a+2)x = a^2 - 4$ ;

е)  $x^2 - (a-2)x - 2a = 0$ ;

в)  $(a^2 - 9)x = a + 3$ ;

ж)  $x^2 - 2ax + a^2 - 1 = 0$ ;

г)  $(16 - a^2)x = a + 4$ ;

з)  $x^2 - 4ax + 4a^2 - 9 = 0$ .

**197.** а) Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых решения уравнения  $(x-6a)^2 + (x-2a)^2 = 128$  симметричны относительно точки  $x = 12$ .

б) Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых решения уравнения  $(x-2a)^2 + (x-4a)^2 = 242$  симметричны относительно точки  $x = -3$ .

**198.** а) Определите все значения параметра  $a$ , при которых отношение дискриминанта уравнения  $ax^2 - 3x + 1 = 0$  к квадрату разности его корней равно  $8a - 7$ .

б) Определите все значения параметра  $a$ , при которых отношение дискриминанта уравнения  $ax^2 + 3x + 5 = 0$  к квадрату разности его корней равно  $5a + 6$ .

**199.** Решите уравнение, используя введение новой переменной:

а)  $(x + 3)^4 - 13(x^2 + 6x + 7) + 10 = 0$ ;

б)  $(2x - 1)^4 - 4x^2 + 4x - 13 = 0$ ;

в)  $(x^2 - 2x + 1)^2 - x^2 + 2x - 73 = 0$ ;

г)  $(x^2 + 4x + 4)^2 + 2x^2 + 8x - 16 = 0$ .

**200.** Решите уравнение, используя разложение на множители:

а)  $x^3 + 2x^2 + x + 2 = 0$ ;

в)  $x^3 + 2x^2 - 3x - 10 = 0$ ;

б)  $x^3 - 7x + 6 = 0$ ;

г)  $3x^3 - 5x^2 - x - 2 = 0$ .

**201.** Найдите корни уравнения:

а)  $2x^5 + x^4 - 6x^3 - 3x^2 + 8x + 4 = 0$ ;

б)  $3x^5 + 2x^4 - 24x^3 - 16x^2 + 27x + 18 = 0$ .

**202.** Найдите абсциссы точек пересечения с осью  $Ox$  графика функции:

а)  $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$ ;

б)  $f(x) = 2x^3 + 7x^2 + 7x + 2$ ;

в)  $f(x) = x^2(x - 8)^2 - 2(x^2 - 8x) - 63$ ;

г)  $f(x) = x^2(x - 5)^2 - 20(x^2 - 5x) + 84$ .

**203.** Найдите все значения  $x$ , при которых:

а) произведение выражений  $\frac{x^2 - 3x}{2} + 3$  и  $\frac{x^2 - 3x}{2} - 4$  равно  $-10$ ;

б) произведение выражений  $2x^2 + x - 1$  и  $2x^2 + x - 4$  равно  $-2$ ;

в) произведение выражений  $x^2 + 7x - 1$  и  $2x^2 + 14x + 1$  равно  $-1$ ;

г) произведение выражений  $4x^2 + 10x - 7$  и  $8x^2 + 20x - 11$  равно  $-1$ .

**204.** Решите уравнение:

а)  $1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{x + \frac{1}{2}}} = \frac{8x + 6}{6x + 5}$ ;

в)  $\frac{1}{1 + \frac{6}{x}} + \frac{2}{1 - \frac{6}{x}} = \frac{45}{x^2 - 36}$ ;

б)  $1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{x + \frac{1}{2}}} = \frac{2x + 1}{6x + 5}$ ;

г)  $\frac{1}{1 + \frac{2}{x}} + \frac{2}{1 - \frac{2}{x}} = \frac{5}{x^2 - 4}$ .

**205.** Найдите корни уравнения:

а)  $\frac{x}{x + 1} - \frac{x}{x + 2} = \frac{x^2 - 2}{x^2 + 3x + 2}$ ;

в)  $\frac{2 - x^2}{(2 - x)^2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{8 - 2x(4 - x)}$ ;

б)  $\frac{x^2 + 1}{x - 1} - \frac{3x + 2}{x + 5} = \frac{3x + 9}{x^2 + 4x - 5}$ ;

г)  $\frac{3 - x^2}{(3 - x)^2} - \frac{1}{3} = \frac{2}{27 - 3x(6 - x)}$ .

**206.** Решите уравнение, используя введение новой переменной:

а)  $\frac{1}{x^2 - 2x + 2} + \frac{1}{x^2 - 2x + 3} = \frac{9}{2(x^2 - 2x + 4)}$ ;

б)  $\frac{1}{x^2 - 3x + 3} + \frac{2}{x^2 - 3x + 4} = \frac{6}{x^2 - 3x + 5}$ .



**207.** Решите уравнение, используя введение новой переменной  $y = x + \frac{1}{x}$ :

а)  $7\left(x + \frac{1}{x}\right) = 9 + 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$ ;      в)  $x^2 + \frac{1}{x^2} - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 6 = 0$ ;

б)  $x^2 + \frac{1}{x^2} - 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 13 = 0$ ;      г)  $x^2 + \frac{1}{x^2} - 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 1 = 0$ .

**208.** Найдите все значения  $x$ , при которых:

а) сумма дробей  $\frac{x^2 + x - 5}{x}$  и  $\frac{3x}{x^2 + x - 5}$  равна  $-4$ ;

б) разность дробей  $\frac{2x^2 + 5x + 2}{2x + 1}$  и  $\frac{6x + 3}{2x^2 + 5x + 2}$  равна  $\frac{1}{2}$ ;

в) разность дробей  $\frac{x - 1}{x + 2}$  и  $\frac{x - 2}{x + 3}$  равна разности дробей  $\frac{x - 4}{x + 5}$  и  $\frac{x - 5}{x + 6}$ ;

г) разность дробей  $\frac{x^2 - x}{x^2 - x + 1}$  и  $\frac{x^2 - x + 2}{x^2 - x - 2}$  равна  $1$ .

**209.** Решите уравнение:

а)  $\frac{8}{|x + 2|} = -x$ ;

в)  $\frac{1}{|x^2 - 2x|} + \frac{5}{(x^2 - 2x)^2} = 6$ ;

б)  $\frac{9}{|x + 8|} = -x$ ;

г)  $\frac{4}{(x^2 + 2x)^2} - \frac{1}{|x^2 + 2x|} = 3$ .

**210.** При всех значениях параметра  $a$  решите уравнение:

а)  $\frac{a + 2}{x - 2} = a - 1$ ;

в)  $\frac{a + 1}{x - a} - \frac{2a}{a + 2} = 0$ ;

б)  $\frac{a - 3}{x + 1} = 2a + 1$ ;

г)  $\frac{a - 1}{x + a} - \frac{2a}{a + 2} = 0$ .

## Уровень С

**211.** Решите уравнение:

а)  $|5x - 24| = x^2 + 2x + 6$ ;

з)  $|x^2 + 10x| = x^2 + 10x + 18$ ;

б)  $|3x - 19| = x^2 - x + 4$ ;

и)  $2|x - 3| + |x + 1| = 8$ ;

в)  $|5x^2 - 7x + 3| = 2x - 1$ ;

к)  $3|x - 1| + 2|x + 3| = 15$ ;

г)  $|8x^2 - 10x + 3| = 2 - x$ ;

л)  $|x^2 + 5x - 14| = -5x - x^2 + 14$ ;

д)  $4|5x + 8| - 25x^2 = 80x + 64$ ;

м)  $|x^2 - 2x - 15| = 2x - x^2 + 15$ ;

е)  $2|4x + 9| - 16x^2 = 72x + 81$ ;

н)  $|x^2 - 4| + |x^2 - 9| = 2x^2 - 13$ ;

ж)  $|x^2 - 8x| = x^2 - 8x + 24$ ;

о)  $|x^2 - 1| + |x^2 - 16| = 2x^2 - 17$ .

**212.** При всех значениях параметра  $a$  решите уравнение:

а)  $x^2 - (3a + 2)x + 2a^2 + 7a - 15 = 0$ ;

б)  $x^2 + (a + 2)x - 2a^2 + 7a - 3 = 0$ ;

в)  $x^2 - (14a - 9)x + 49a^2 - 63a + 20 = 0$ ;

г)  $x^2 - (14a - 3)x + 49a^2 - 21a + 2 = 0$ .

**213.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых больший корень уравнения:

а)  $x^2 - (20a - 3)x + 100a^2 - 30a = 0$  в 6 раз больше его меньшего корня;

б)  $x^2 - (8a - 7)x + 16a^2 - 28a = 0$  в 10 раз больше его меньшего корня.

**214.** Для каждого значения параметра  $a$  найдите число решений уравнения:

а)  $9(3x - 1)a^2 - (21x - 19)a + 2(x - 1) = 0$ ;

б)  $2(4x - 1)a^2 - (14x - 11)a + 5(x - 1) = 0$ .

**215.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение:

а)  $|4x + 9a + 5| = |10x + 8a - 3|$  имеет два различных корня, равноудаленных от точки  $x = 5$ ;

б)  $|10x + 7a - 5| = |3x + 2a - 1|$  имеет два различных корня, равноудаленных от точки  $x = -7$ .

**216.** Решите уравнение:

а)  $(x - 2)^3 + (x - 4)^3 = 2(x - 3)^3$ ;      в)  $(x + 3)^4 + (x + 5)^4 = 16$ ;

б)  $(x - 3)^3 + (x - 5)^3 = 2(x - 4)^3$ ;      г)  $(x + 2)^4 + x^4 = 82$ .

**217.** Найдите корни уравнения:

а)  $(x^2 - 4x - 12)^2 + (x^2 + 4x - 12)^2 = 2(x^2 - 4)(x^2 - 36)$ ;

б)  $(x^2 - 2x - 15)^2 + (x^2 + 2x - 15)^2 = 2(x^2 - 9)(x^2 - 25)$ ;

в)  $(x^2 - 7x + 13)^2 - (x - 3)(x - 4) = 1$ ;

г)  $(x^2 - 5x + 7)^2 - (x - 3)(x - 2) = 1$ ;

д)  $(x - 2)(x - 1)(x + 2)(x + 3) = 60$ ;

е)  $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) = 120$ ;

ж)  $2x^4 - x^2(x + 2) - (x + 2)^2 = 0$ ;

з)  $3x^4 + 2x^2(x - 2) - (x - 2)^2 = 0$ .

**218.** Докажите, что уравнение:

а)  $(x^2 + 2x + 2)(x^2 - 4x + 5) = 1$  не имеет корней;

б)  $(2x^2 - 4x + 3)(x^2 - 2x + 2) = 1$  имеет единственный корень  $x = 1$ .

**219.** Дана функция  $f(x)$ . Решите уравнение:

а)  $f(f(x)) = 76$ , если  $f(x) = 5x^2 - x$ ;

б)  $f(f(x)) = 33$ , если  $f(x) = 4x^2 - x$ ;

в)  $f(f(x^2)) = -14x$ , если  $f(x) = 3x - 2$ ;

г)  $f(f(x^2)) = -9x$ , если  $f(x) = 2x - 3$ ;

д)  $f(f(x) + 1) = 63$ , если  $f(x) = 3x^2 + 4x - 1$ ;

е)  $f(f(x) + 1) = 50$ , если  $f(x) = 3x^2 + 8x - 1$ .

**220.** Решите уравнение:

а)  $\frac{12}{(x+1)(x+5)} + \frac{15}{(x+2)(x+4)} = 2$ ;

б)  $\frac{1}{(x+1)(x+3)} + \frac{9}{(x-1)(x+5)} = -1$ ;

в)  $\left(\frac{3x-2}{4x+3}\right)^2 + \left(\frac{3x+2}{4x-3}\right)^2 = 2\frac{9x^2-4}{16x^2-9}$ ;

г)  $\left(\frac{2x-3}{3x+4}\right)^2 + \left(\frac{2x+3}{3x-4}\right)^2 = 2\frac{4x^2-9}{9x^2-16}$ ;

д)  $\frac{2x+1}{x-3} + \frac{5}{x+4} = \frac{7}{x-3} + \frac{x+9}{x+4} + \frac{12}{x^3+x^2-12x+12}$ ;

е)  $\frac{2x-1}{x+3} + \frac{5}{x-4} = -\frac{7}{x+3} + \frac{x+1}{x-4} + \frac{11}{x^3-x^2-12x+11}$ .

**221.** Решите уравнение, используя введение новой переменной:

а)  $18x^2 + \frac{2}{x^2} = 16 - 3x - \frac{1}{x}$ ;

д)  $x^4 + 5x^3 + 2x^2 + 5x + 1 = 0$ ;

б)  $4x^2 + \frac{1}{x^2} = 2x + 6 - \frac{1}{x}$ ;

е)  $2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 3x + 2 = 0$ ;

в)  $x^2 + \frac{4}{x^2} = x + 10 - \frac{2}{x}$ ;

ж)  $x^4 = \frac{11x - 6}{6x - 11}$ ;

г)  $\frac{7x}{3} + \frac{21}{x} - 9 = \frac{2x^2}{9} + \frac{18}{x^2}$ ;

з)  $x^5 = \frac{133x - 78}{133 - 78x}$ .

**222.** Выделяя в левой части уравнения полный квадрат, найдите корни:

а)  $x^2 + \frac{81x^2}{(9+x)^2} = 40$ ;

б)  $x^2 + \frac{9x^2}{(3+x)^2} = 7$ .

**223.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых не имеет решений уравнение:

а)  $\frac{(x-1)(x-2) - (a-1)(a-2)}{(x-a)(x-3)} = 0$ ;

б)  $\frac{(x+1)(x-3) - (a+1)(a-3)}{(x+2)(x-a)} = 0$ .

**224.** Решите уравнение относительно переменной  $x$  при всех значениях параметра  $a$ :

а)  $\frac{6x - 3a - a^2}{ax} = 1 + a$ ;

б)  $\frac{5-x}{ax-x} - \frac{2ax-3}{ax} = 1$ .

**225.** Определите, при каких значениях  $a \neq 0$  положительны абсциссы всех общих точек графиков функций:

а)  $f(x) = \frac{7}{x^2 + 8x}$  и  $g(x) = \frac{7a}{x}$ ;

б)  $f(x) = \frac{8}{x^2 + 3x}$  и  $g(x) = \frac{4a}{x}$ .

**226.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых имеют хотя бы один общий корень уравнения:

а)  $\frac{2x}{x+5a} = 5a$  и  $\frac{10a}{x+5a} = x$ ;

в)  $\frac{6}{x} = \frac{1}{6}ax$  и  $\frac{7}{x-a} = \frac{1}{6}ax$ ;

б)  $\frac{3x}{x+2a} = 2a$  и  $\frac{6a}{x+2a} = x$ ;

г)  $\frac{7}{x} = -\frac{3}{7}ax$  и  $\frac{8}{x+3a} = -\frac{3}{7}ax$ .

**227.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых имеет хотя бы одно решение уравнение:

а)  $\frac{x^2 + 4x + 9}{x^2 + 5x + 9} = a$ ;

б)  $\frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 - 2x + 2} = a$ .

## 6. Неравенства с одной переменной

### Уровень А

**228.** Решите неравенство:

а)  $9x^2 + 30x + 25 > 0$ ;

г)  $9x^2 - 12x + 4 \geq 0$ ;

б)  $25x^2 + 30x + 9 \leq 0$ ;

д)  $x^2 - 9x + 14 < 0$ ;

в)  $4x^2 - 12x + 9 < 0$ ;

е)  $x^2 - 9x + 18 \geq 0$ .

**229.** Найдите множество решений неравенства:

а)  $3x^2 + 8x - 11 \geq 0$ ;

д)  $-2x^2 + 5x - 3 \geq 0$ ;

б)  $5x^2 + 7x - 12 \leq 0$ ;

е)  $-3x^2 + 7x - 4 \leq 0$ ;

в)  $4x^2 - 5x - 9 < 0$ ;

ж)  $-3x^2 + 10x - 3 < 0$ ;

г)  $6x^2 - 19x - 25 > 0$ ;

з)  $-2x^2 + 5x - 2 > 0$ .

**230.** Определите, при каких значениях  $x$ :

а) трехчлен  $2x^2 + 7x - 9$  принимает положительные значения;

б) трехчлен  $-x^2 + 5x + 24$  принимает неотрицательные значения;

в) трехчлен  $-3x^2 + 8x - 5$  принимает отрицательные значения;

г) трехчлен  $x^2 - 15x + 36$  принимает неположительные значения.

**231.** Найдите область определения функции:

а)  $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 24}$ ;

в)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{5x^2 + 7x - 12}}$ ;

б)  $f(x) = \sqrt{-2x^2 + 9x - 10}$ ;

г)  $f(x) = \frac{3x + 2}{\sqrt{15x - 4x^2 - 14}}$ .

**232.** Найдите наименьшее целое решение неравенства:

а)  $x^2 + 4x + 2 < 0$ ;

в)  $4x - x^2 - 1 \geq 0$ ;

б)  $x^2 - 6x + 4 < 0$ ;

г)  $10x - x^2 - 18 \geq 0$ .

**233.** Решите неравенство, используя метод интервалов:

а)  $(x - 5)(x + 3)(x - 7) \geq 0$ ;

в)  $(3 - x)(x + 5)(2x - 7) > 0$ ;

б)  $(2x - 3)(x + 4)(x - 8) < 0$ ;

г)  $(4 - x)(x + 9)(3x - 2) \leq 0$ .

**234.** Решите неравенство:

а)  $x(3x - 8)(x + 2) > 0$ ;

в)  $x(2x + 7)(x - 9) > 0$ ;

б)  $(4 - x)(2x + 7)(11 - x) < 0$ ;

г)  $(2 - x)(5x + 12)(7 - x) < 0$ .

**235.** Решите рациональное неравенство, используя метод интервалов:

а)  $\frac{-3x - 2}{4x + 17} < 0$ ;

в)  $\frac{2x}{3x + 14} \leq 0$ ;

д)  $\frac{2x + 17}{x - 3} > 0$ ;

б)  $\frac{5x - 11}{-2x + 9} \geq 0$ ;

г)  $\frac{7 - x}{-x - 5} > 0$ ;

е)  $\frac{2x - 5}{x - 8} < 0$ .

**236.** Найдите множество решений неравенства:

а)  $\frac{x^2 - 9}{x + 5} < 0$ ;

г)  $\frac{x^2 - 36}{4x - 10} > 0$ ;

б)  $\frac{4x^2 - 25}{7 - x} \leq 0$ ;

д)  $\frac{(x - 1)(x^2 + 5)}{(x - 3)(x + 7)} \geq 0$ ;

в)  $\frac{x^2 - 16}{5 - x} \geq 0$ ;

е)  $\frac{(x + 2)(x^2 + 7)}{(x - 8)(2x + 3)} < 0$ .

**237.** Решите неравенство:

а)  $\frac{3x + 2}{x - 3} > 1$ ;

г)  $\frac{x - 1}{x - 2} > 3$ ;

б)  $\frac{3 + 2x}{4 - x} > 2$ ;

д)  $\frac{5}{3 - 2x - x^2} < 1$ ;

в)  $\frac{5x - 7}{2x - 8} > 2$ ;

е)  $\frac{-6}{4 - 3x - x^2} > 1$ .

238. Определите, при каких значениях  $x$  имеет смысл выражение:

а)  $\frac{\sqrt{(x-2)(3x+18)}}{x^2-9}$ ;

г)  $\frac{\sqrt{x^2+4x+4}}{\sqrt{(x-2)(x+3)(x-5)}}$ ;

б)  $\frac{(2x+5)(x^2+3)}{\sqrt{(x-7)(2x+11)}}$ ;

д)  $\sqrt{\frac{(x-4)(x+5)}{2x-17}}$ ;

в)  $\frac{\sqrt{10-3x-x^2}}{\sqrt{x^2+6x+9}}$ ;

е)  $\sqrt{\frac{3x+21}{(x-6)(2x+25)}}$ .

239. Определите, при каких значениях  $x$ :

а) значение дроби  $\frac{x+1}{x+5}$  больше 2;

б) значение дроби  $\frac{5x-1}{2-x}$  не больше 1;

в) значение дроби  $\frac{3-2x}{4+3x}$  больше 1;

г) значение дроби  $\frac{7x-5}{3x+1}$  меньше 2.

240. Найдите наибольшее целое решение неравенства:

а)  $\frac{3x}{x^2-x-2} < 0$ ;

г)  $\frac{7x-5}{3x+1} < 2$ ;

б)  $\frac{x^2-x-6}{x^2-5x+4} < 0$ ;

д)  $\frac{3x}{x+3} < 2$ ;

в)  $\frac{x+1}{5-x} > 2$ ;

е)  $\frac{2x+3}{x} < 1$ .

241. Решите систему неравенств:

а)  $\begin{cases} x^2 - x - 3 > x, \\ 3x + 5 \leq -1; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} x^2 + 2x > x + 2, \\ 2x - 3 > 0; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} 2x^2 + 6x - 2 > x - x^2, \\ 4x + 3 < 4; \end{cases}$

д)  $\begin{cases} 2x + 3 \geq x^2, \\ 3x^2 - 4x + 4 > 4x; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} 3x^2 - 5x \leq 6x - 6, \\ 2x + 1 > 5; \end{cases}$

е)  $\begin{cases} x^2 - 2x \leq 2 - x, \\ 2x^2 - 7x + 3 < 0. \end{cases}$

242. Определите, при каких значениях  $x$ :

а) функции  $f(x) = \frac{5x-10}{3-x}$  и  $g(x) = x^2 - 5x + 4$  одновременно принимают отрицательные значения;

б) функции  $f(x) = \frac{3x-9}{x-5}$  и  $g(x) = x^2 - x - 2$  одновременно принимают положительные значения;

в) функции  $f(x) = \frac{-x-11}{x+5}$  и  $g(x) = x^2 + 8x + 7$  одновременно принимают неположительные значения;

г) функции  $f(x) = \frac{-2x-3}{2x-3}$  и  $g(x) = -x^2 + x + 2$  одновременно принимают неотрицательные значения.

**243.** Найдите все значения  $x$ , удовлетворяющие двойному неравенству:

а)  $\frac{7x-15}{3x+3} \leq 0 \leq \frac{x}{3-x};$

в)  $\frac{3x+2}{x-3} \geq 1 \geq \frac{5x-1}{2-x};$

б)  $\frac{(x+1)(x-3)}{x+5} \geq 0 \geq \frac{2x+3}{1-x};$

г)  $\frac{7x-5}{3x+1} \leq 2 \leq \frac{3x}{x+3}.$

**244.** Решите систему неравенств:

а)  $\begin{cases} \frac{(x-2)(x+3)}{2x-7} > 0, \\ x^2 - 3x - 10 \leq 0; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} \frac{x+1}{x-5} \geq -2, \\ \frac{(x-2)x}{3x+7} \leq 0; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} \frac{(x+5)(x-4)}{x^2-6x+9} \leq 0, \\ x^2 + x - 6 \geq 0; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} \frac{3x+5}{x^2-x-2} \geq 0, \\ \frac{x+2}{2x+5} \geq \frac{2}{5}. \end{cases}$

**245.** Найдите область определения функции:

а)  $f(x) = \sqrt{35-2x-x^2} + \frac{x+2}{\sqrt{x^2+x-12}};$

б)  $f(x) = \frac{3}{\sqrt{(2x+5)(3x-22)}} - \sqrt{(11-x)(x+8)}.$

**246.** Установите соответствие между неравенством и множеством его решений.

А)  $x^2 - 2x \leq 15$

Б)  $\frac{x+3}{x-5} \geq 0$

В)  $2x - x^2 < -15$

1)  $(-\infty; -3] \cup (5; +\infty)$

3)  $(-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$

2)  $[-3; 5]$

4)  $[-3; 5)$

**247.** Установите соответствие между неравенством и множеством его решений.

А)  $\frac{3x}{x^2-x-2} \leq 0$

Б)  $\frac{x+2-x^2}{3x} < 0$

В)  $x(x+1)(x-2) < 0$

1)  $(-\infty; -1] \cup (0; 2)$

3)  $(-1; 0) \cup (2; +\infty)$

2)  $(-\infty; -1) \cup (0; 2)$

4)  $(-\infty; -1) \cup [0; 2)$

**248.** Найдите наибольшее целое значение  $x$ , удовлетворяющее двойному неравенству:

а)  $x^2 + 7x + 11 \leq -1 \leq \frac{1}{x};$

в)  $5 \leq 2x + 1 \leq -3x^2 + 13x - 5;$

б)  $x^2 + 6x + 8 \leq 0 \leq \frac{1}{x} + 1;$

г)  $-x^2 + x + 6 \leq 0 \leq \frac{x-3}{x+1} - 2.$

**249.** Найдите все целые решения системы неравенств:

а)  $\begin{cases} x^2 - 9x + 14 < 0, \\ \frac{2x-7}{x-5} \geq 0; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} x^2 + 4x - 5 \geq 0, \\ \frac{2x-3}{x+7} < 0; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} 6 - x - x^2 \geq 0, \\ \frac{x+1}{2-x} < 0; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} x^2 - 6x - 7 < 0, \\ \frac{3-x}{x-5} \leq 0. \end{cases}$

## Уровень В

**250.** Решите неравенство:

а)  $\frac{12}{x} > \frac{x+4}{x-1}$ ;

в)  $\frac{x+11}{x+1} > x-1$ ;

б)  $x \geq \frac{7x-3}{x+3}$ ;

г)  $\frac{x+5}{x-1} \leq x+1$ .

**251.** Определите, при каких значениях  $x$ :

а) значения дроби  $\frac{1}{4x-3}$  больше соответствующих значений дроби  $\frac{1}{4-3x}$ ;

б) значения дроби  $\frac{1}{5-3x}$  больше соответствующих значений дроби  $\frac{1}{2x+1}$ .

**252.** Найдите наименьшее целое решение неравенства:

а)  $\frac{1-2x}{x+4} < 3x+4$ ;

в)  $\frac{8-3x}{4x-3} < x+4$ ;

б)  $\frac{6-5x}{x+3} < x-6$ ;

г)  $\frac{3x+9}{-2x-9} < x+7$ .

**253.** Решите неравенство:

а)  $x^3 - x > x - x^2$ ;

б)  $x^3 - x > x^2 + x$ ;

в)  $(x^2 - 2x + 1)(x^2 - 2x - 3)(x^2 + x + 4) \geq 0$ ;

г)  $(x^2 + 4x + 4)(x^2 + 4x - 5)(x^2 - x + 3) < 0$ .

**254.** Определите, при каких значениях  $a$ :

а) уравнение  $(a+1)x^2 + 2ax + 2 = 0$  имеет два различных корня;

б) уравнение  $(3a-1)x^2 + 2ax + 3a-2 = 0$  имеет два различных корня.

**255.** Найдите область определения функции:

а)  $f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x+4}} + 2 + \frac{1}{\sqrt{x^2+2x-3}}$ ;

б)  $f(x) = \sqrt{\frac{(x-3)(4-x)}{(x-1)(x+2)(x-5)}}$ .

**256.** Найдите множество решений неравенства:

а)  $\frac{4x-4}{x^2+x-2} \geq 1$ ;

в)  $\frac{5-4x}{x^2-2x-3} \geq 1$ ;

б)  $\frac{x^2-2x+3}{x^2-1} \geq 1$ ;

г)  $\frac{x-3}{x^2-x-2} > 1$ .

**257.** Решите систему неравенств:

а) 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} > \frac{6}{x^3}, \\ \frac{2x+3}{x-1} \geq 0; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} -\frac{15}{x^2} - \frac{16}{x^4} < -1, \\ \frac{3x}{x^2-x-2} < 0. \end{cases}$$

**258.** Решите неравенство:

а)  $x^2 + \frac{9}{x^2} \geq 10$ ;

в)  $x - \frac{10}{x} + \frac{9}{x^3} \leq 0$ ;

б)  $(2x)^3 - \frac{1}{x^3} + 7 \geq 0$ ;

г)  $\frac{9}{x} - x^2 - \frac{8}{x^4} \leq 0$ .

### Уровень С

**259.** Определите, при каких значениях параметра  $a$ :

а) все решения неравенства  $\frac{2x+a}{7} - \frac{x+2}{6} \geq 2$  принадлежат промежутку  $(16; +\infty)$ ;

б) все решения неравенства  $\frac{x+6}{4} + \frac{a-x}{3} < 3$  принадлежат промежутку  $[14; +\infty)$ ;

в) промежуток  $(-1; +\infty)$  принадлежит множеству решений неравенства  $\frac{7x-a}{11} - \frac{x+1}{2} \geq 0$ ;

г) промежуток  $(-\infty; -19)$  принадлежит множеству решений неравенства  $\frac{x+a}{5} - \frac{x-3a}{4} \geq 0$ .

**260.** Определите, при каких значениях параметра  $a$ :

а) каждое решение неравенства  $2(x-5) < -5a$  будет являться решением неравенства  $a - 12,5x(1 - 0,5x) \leq (2,5x - 3)^2$ ;

б) каждое решение неравенства  $4x^2(2x+9) - a > (2x+3)^3$  будет являться решением неравенства  $a - 2x > 8$ .

**261.** Решите неравенство:

а)  $\frac{x-2}{|x-3|} > 1$ ;

г)  $\left| \frac{x+3}{x-27} \right| < 1$ ;

б)  $\frac{3x-4}{|x-3|} > 2$ ;

д)  $\frac{|x-3|}{x^2-5x+6} \geq 2$ ;

в)  $\left| \frac{x+1}{x-9} \right| < 1$ ;

е)  $\frac{x^2-5x+6}{|x|-7} < 0$ .

**262.** Найдите множество решений неравенства:

а)  $\frac{(2\sqrt{3}-3,5)(x^2-4x-12)}{(x^2+4x+4)(x-9)} \geq 0$ ;

б)  $\frac{(4,5-\sqrt{21})(x^2-3x-10)}{x^2-x-20} < 0$ .

**263.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых при любых значениях  $x$  справедливо неравенство:

а)  $(a+5)x^2 + 12x + a \leq 0$ ;

в)  $6 - 2a - 8x - ax^2 \geq 0$ ;

б)  $(3-a)x^2 - 4x - a \geq 0$ ;

г)  $(1-2a)x^2 + x - a + 0,25 \geq 0$ .

**264.** Определите, при каких значениях  $a$  абсциссы всех общих точек графиков функций:

а)  $f(x) = x^2 + 6x + a^2$  и  $g(x) = x^2 - ax + 36$  больше  $a^2$  (если  $a \neq -6$ );

б)  $f(x) = x^2 + 8x + 4a^2$  и  $g(x) = x^2 + 2ax + 64$  не больше  $a^2$  (если  $a \neq 4$ ).



265. Найдите значения параметра  $a$ , при которых решением неравенства  $f(x) < 0$  является объединение двух непересекающихся интервалов, если:

$$\text{а) } f(x) = \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - (a - 4)x - 4a};$$

$$\text{в) } f(x) = \frac{x^2 - (a + 6)x + 6a}{x^2 - (a - 3)x - 3a};$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 - (a - 1)x - a};$$

$$\text{г) } f(x) = \frac{x^2 - (a - 1)x - a}{x^2 - (a - 5)x - 5a}.$$

266. Для каждого значения параметра  $a$  решите неравенство:

$$\text{а) } \frac{6}{x - a} > a;$$

$$\text{в) } \frac{3}{ax + a} > \frac{1}{5};$$

$$\text{б) } \frac{5}{x - 4a} > 4a;$$

$$\text{г) } \frac{1}{ax - a} > \frac{3}{4}.$$

267. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых функция  $f(x)$  определена на всей числовой оси и принимает только положительные значения, если:

$$\text{а) } f(x) = \frac{2x^2 + 7x + 7}{12x^2 - (9a - 8)x + 12};$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{12x^2 + 3x + 5}{2x^2 - (10a - 9)x + 2}.$$

### III. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

#### 7. Уравнения с двумя переменными и их системы

##### Уровень А

268. а) Из множества пар чисел: (1; 24); (3; -4); (4; 3); (-12; 13); (-3; -4); (20; 5); (-4; 3) выпишите те, которые являются решениями уравнения  $x^2 + y^2 = 25$ .

б) Из множества пар чисел: (100; 69); (12; 5); (-12; -5); (85; -84); (-12; 5); (160; 9); (5; -12) выпишите те, которые являются решениями уравнения  $x^2 + y^2 = 169$ .

269. а) Из множества уравнений выпишите те, для которых пара чисел (3; 4) является решением.

$$1) 3x + 4y = 25;$$

$$4) xy - 4x - 3y + 12 = 0;$$

$$2) x^3 - y^3 = 37;$$

$$5) x^2 + y^2 = 25;$$

$$3) xy - 3x + y = 0;$$

$$6) y^3 - x^3 = 37.$$

б) Из множества уравнений выпишите те, для которых пара чисел (-2; 5) является решением.

$$1) xy + x^2 - y^2 + 1 = 0;$$

$$4) 5x + 2y = 0;$$

$$2) y^3 - x^3 = 117;$$

$$5) xy - 5x + 2y - 10 = 0;$$

$$3) x^2 + y^2 = 29;$$

$$6) x^3 + y^3 = 117.$$

270. Определите степень уравнения:

$$\text{а) } x + xy + x^2y + xy^2 = 10;$$

$$\text{в) } (x + y)^2 - xy = 0;$$

$$\text{б) } x^3 - 2y^2 + 3x - 4 = 0;$$

$$\text{г) } (2x + y)^2 + xy + y + 3 = 0.$$

**271.** Установите соответствие между уравнением с двумя переменными и парой чисел, являющейся его решением.

- |    |                      |                         |                     |
|----|----------------------|-------------------------|---------------------|
| а) | А) $x^2 - y + 1 = 0$ | Б) $x^2 - y^2 - 5 = 0$  | В) $x - y^3 = 1$    |
|    | 1) (3; 2)            | 2) (-2; 5)              | 3) (9; 2)           |
| б) | А) $x - y^2 + 2 = 0$ | Б) $x^2 + y^2 - 20 = 0$ | В) $x^3 + y^3 = 19$ |
|    | 1) (3; -2)           | 2) (-4; -2)             | 3) (14; -4)         |

**272.** Найдите два каких-нибудь решения уравнения:

- |                     |                           |
|---------------------|---------------------------|
| а) $x + 3y = 4$ ;   | г) $(x + 1)y = 12$ ;      |
| б) $3x + y = 5$ ;   | д) $(x + 1)(y - 3) = 0$ ; |
| в) $x(y - 1) = 6$ ; | е) $(x - 3)(y + 2) = 0$ . |

**273.** Постройте график уравнения:

- |                                 |                           |
|---------------------------------|---------------------------|
| а) $2x + 0 \cdot y = 6$ ;       | в) $(x + 1)(y - 2) = 0$ ; |
| б) $-3x + 0 \cdot y - 12 = 0$ ; | г) $(x + 3)(y - 4) = 0$ . |

**274.** а) Найдите, какие из данных пар чисел: (-1; 3); (-4; 10); (3; 4);

(3; 3); (-4; 5) являются решениями системы  $\begin{cases} x^2 - y = 6, \\ x + y = 6. \end{cases}$

б) Найдите, какие из данных пар чисел: (2; 3); (2; -4); (2; 4); (4; -2); (4; 2) являются решениями системы  $\begin{cases} xy = 8, \\ x + y = 6. \end{cases}$

**275.** Установите соответствие между системой и парой чисел, являющейся ее решением.

- |    |  |  |   |
|----|--|--|---|
| а) | А) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 100, \\ 3x + 2y - 2 = 0 \end{cases}$ | Б) $\begin{cases} x^2 - 3y + 12 = 0, \\ y = x + 4 \end{cases}$   | В) $\begin{cases} xy + x^2 = 4, \\ y = x + 2 \end{cases}$ |
|    | 1) (1; 3)  | 2) (6; -8)   | 3) (3; 7)   |
| б) | А) $\begin{cases} 4y + x = 0, \\ x^2 + y^2 - 17 = 0 \end{cases}$   | Б) $\begin{cases} xy + 42 = 0, \\ x^2 - 2y - 61 = 0 \end{cases}$ | В) $\begin{cases} xy + x^2 = 4, \\ y = x + 2 \end{cases}$ |
|    | 1) (-2; 0)   | 2) (7; -6)   | 3) (-4; 1)  |

**276.** Графически определите число решений системы:

- |   |   |
|---|---|
| а) $\begin{cases} y - x^2 = 0, \\ x + y = 1; \end{cases}$           | в) $\begin{cases} xy = 1, \\ x^2 + y^2 = 4; \end{cases}$  |
| б) $\begin{cases} y + (x - 1)^2 = 0, \\ y - x + 1 = 0; \end{cases}$ | г) $\begin{cases} xy = 6, \\ x^2 + y^2 = 25. \end{cases}$ |

**277.** а) Из данного списка:  $y = -x$ ;  $y = 0$ ;  $y = x^2$ ;  $y = x$  выберите второе уравнение для системы  $\begin{cases} xy = 6, \\ \dots \end{cases}$  так, чтобы система имела два решения.

б) Из данного списка:  $y = 2$ ;  $y = x^2 + 6$ ;  $y = 1$ ;  $y = 10 - x$  выберите второе уравнение для системы  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ \dots \end{cases}$  так, чтобы система имела два решения.

**278.** Установите соответствие между системой и количеством ее решений. Используйте графические представления.

- а)      А)  $\begin{cases} y = x^2 + 1, \\ y = 1 \end{cases}$       Б)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y = x \end{cases}$       В)  $\begin{cases} xy = 3, \\ x + y = 0 \end{cases}$   
           1) нет решений      2) одно решение      3) два решения
- б)      А)  $\begin{cases} y = 2 - x^2, \\ y = 1 \end{cases}$       Б)  $\begin{cases} xy = 1, \\ y = 0 \end{cases}$       В)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = 2 \end{cases}$   
           1) нет решений      2) два решения      3) одно решение

**279.** Докажите графически, что система не имеет решений:

- а)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ 3x + 0 \cdot y = 9; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} y - (x + 1)^2 = 0, \\ 0 \cdot x + 2y = -6; \end{cases}$   
 б)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ 0 \cdot x + 3y = 12; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} y - (x - 2)^2 = 0, \\ 0 \cdot x - 4y = 20. \end{cases}$

**280.** Решите систему уравнений способом подстановки:

- а)  $\begin{cases} x = 2 + y, \\ y^2 - 2xy = 3; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} x^2 - xy + y = 16, \\ 3y - x = 14; \end{cases}$   
 б)  $\begin{cases} y = 4 - x, \\ x^2 + 3xy = 18; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} x^2 + xy - 3y = -1, \\ 4x - y = 3. \end{cases}$

**281.** Найдите все решения системы уравнений:

- а)  $\begin{cases} x + y = 7, \\ xy = 12; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} x - 5y = 3, \\ x^2 - 2xy - y^2 = -1; \end{cases}$   
 б)  $\begin{cases} x + y = -5, \\ xy = -14; \end{cases}$       д)  $\begin{cases} 5x + y = -7, \\ (x + 4)(y - 5) = -4; \end{cases}$   
 в)  $\begin{cases} y + 4x = 6, \\ x^2 + 3xy - y^2 = 3; \end{cases}$       е)  $\begin{cases} 6x + y = 5, \\ (x - 3)(y + 5) = 2. \end{cases}$

**282.** Найдите сумму  $x_0 + y_0$ , если пара чисел  $(x_0, y_0)$  является решением системы:

- а)  $\begin{cases} 2y - x = -1, \\ y^2 - 2x = -6; \end{cases}$       б)  $\begin{cases} 2x - y = -5, \\ x^2 + 4y = 4. \end{cases}$

**283.** Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения:

- а) прямой  $y = x - 3$  и параболы  $y = x^2 - 4x + 3$ ;  
 б) прямой  $y = 1 - 5x$  и параболы  $y = x^2 + x - 6$ ;  
 в) прямой  $x - 2y + 5 = 0$  и окружности  $x^2 + (y - 1)^2 = 5$ ;  
 г) прямой  $x - y - 5 = 0$  и окружности  $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 13$ .

**284.** Сумма двух чисел равна 17, а их произведение равно 72. Найдите эти числа.

**285.** Сумма двух чисел равна 15, а их произведение равно 54. Найдите эти числа.

- 286.** Одно натуральное число на 5 больше другого, а их произведение равно 66. Найдите эти числа.
- 287.** Одно натуральное число на 8 больше другого, а их произведение равно 48. Найдите эти числа.
- 288.** Диагональ прямоугольника равна 20, а его периметр равен 56. Найдите стороны прямоугольника.
- 289.** Диагональ прямоугольника равна 13, а его периметр равен 34. Найдите стороны прямоугольника.
- 290.** Площадь прямоугольника равна 48, а его периметр равен 28. Найдите стороны прямоугольника.
- 291.** Периметр прямоугольника равен 34, а его площадь равна 60. Найдите стороны прямоугольника.
- 292.** Один из катетов прямоугольного треугольника на 2 больше другого. Найдите катеты треугольника, если его гипотенуза равна 10.
- 293.** Один из катетов прямоугольного треугольника на 7 меньше другого. Найдите катеты треугольника, если его гипотенуза равна 13.
- 294.** Периметр прямоугольного треугольника равен 62, а его гипотенуза равна 25. Найдите площадь этого треугольника.
- 295.** Периметр прямоугольного треугольника равен 60, а его гипотенуза равна 26. Найдите площадь этого треугольника.
- 296.** Периметр прямоугольника равен 14, а сумма площадей квадратов, построенных на его сторонах, равна 50. Найдите стороны прямоугольника.
- 297.** Периметр прямоугольника равен 18, а сумма площадей квадратов, построенных на его сторонах, равна 82. Найдите стороны прямоугольника.

## Уровень В

**298.** Постройте график уравнения:

а)  $4x^2 - y^2 = 0$ ;

б)  $x^2 - 4y^2 = 0$ ;

в)  $x^2 + 7y^2 = 0$ ;

г)  $2x^2 + 5y^2 = 0$ ;

д)  $x^2 + y + 4x + 3 = 0$ ;

е)  $x^2 - y - 2x + 2 = 0$ ;

ж)  $x^2 - 2x + y^2 + 10y + 10 = 0$ ;

з)  $x^2 + 4x + y^2 - 2y + 1 = 0$ .

**299.** Определите графически количество решений системы уравнений:

а)  $\begin{cases} y = x^2 - 1, \\ x = y^2 - 1; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} y = 1 - x^2, \\ x = 1 - y^2; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ (x - 6)^2 + y^2 = 9; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ x^2 + (y - 8)^2 = 16; \end{cases}$

д)  $\begin{cases} y = \sqrt{-x}, \\ (x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 1; \end{cases}$

е)  $\begin{cases} y = -\sqrt{-x}, \\ (x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 1. \end{cases}$

**300.** Найдите все решения системы уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x^3 + y^3 = 7, \\ x^2 - xy + y^2 = 7; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} x^2 + 25y^2 = 29, \\ xy = 2; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^3 - y^3 = 26, \\ x^2 + xy + y^2 = 13; \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{5}{2}, \\ 2x - 3y = 3; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 4x^2 + y^2 = 13, \\ xy = -13; \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{15}{4}, \\ 2x - 5y = 9. \end{cases}$$

**301.** Решите симметрическую систему:

$$\text{а) } \begin{cases} x + y - xy = 2, \\ xy(x + y) = 48; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x^2 + y^2 + 5(x + y) + 3xy = 15, \\ x^2 + y^2 + xy = 1 + x + y; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x + y + xy = -19, \\ xy(x + y) = -20; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2(x^2 + y^2) + xy + 1 = 3(x + y), \\ x^2 + y^2 + 3xy = 1 + 2(x + y). \end{cases}$$

**302.** Решите однородную систему:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 - 5xy + 6y^2 = 0, \\ 3x^2 + 2xy - y^2 = 15; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 3x^2 - 2xy - y^2 = 7, \\ x^2 + xy + 8y^2 = 14; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + 3xy - 10y^2 = 0, \\ x^2 + 2xy - y^2 = 28; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2x^2 + xy - 3y^2 = 3, \\ x^2 - 4xy - 3y^2 = 9. \end{cases}$$

**303.** Имеет ли решение система уравнений? В случае, если система имеет решение, найдите его.

$$\text{а) } \begin{cases} 3x - 2y = 7, \\ 4x + 3y = -2, \\ x^2 + 3xy - 2y^2 - x - 4y = -6; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 4x + 3y = 1, \\ 5x - 4y = -22, \\ x^2 + xy + 2y^2 + 4x = 8. \end{cases}$$

**304.** Катер проходит 66 км по течению реки и 54 км против течения за 6 ч, а 44 км по течению – на 3 ч быстрее, чем 90 км против течения. Найдите собственную скорость катера и скорость течения.

**305.** Чтобы пройти 60 км против течения реки и 54 км в стоячей воде, пароходу необходимо 4 ч 30 мин. Для преодоления 162 км в стоячей воде пароходу необходимо времени на 3 ч больше, чем для преодоления 72 км против течения этой же реки. Найдите собственную скорость парохода и скорость течения.

**306.** Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить заказ за 12 дней. Проработав вместе 10 дней, один из них заболел. Тогда другой рабочий закончил заказ через 5 дней, работая один. За сколько дней каждый рабочий может выполнить данный заказ, работая самостоятельно?

**307.** Две бригады, работая одновременно, могут отремонтировать дорогу за 6 ч 40 мин. Если же сначала одна бригада самостоятельно отремонтирует  $\frac{1}{3}$  дороги, а потом другая – оставшуюся часть, то весь

ремонт будет выполнен за 14 ч. За какое время может отремонтировать дорогу каждая бригада, работая самостоятельно?

**308.** Если некоторое двузначное число разделить на сумму его цифр, то в частном получится 7, а если разделить это число на произведение цифр, то в частном получится 3 и в остатке 9. Найдите данное число.

**309.** Если некоторое двузначное число разделить на сумму его цифр, то в частном получится 4, а в остатке 6. Если разделить это число на произведение цифр, то в частном получится 1 и в остатке 22. Найдите данное число.

### Уровень С

**310.** Постройте график уравнения:

а)  $|x - 1| + |y + 2| = 4;$

б)  $|x + 2| - 2|y - 1| = 4;$

в)  $|y| = |x^2 - 3|x| + 2|;$

г)  $(|x| - 1)^2 + (|y| - 2)^2 = 9;$

д)  $|x - y| + |x + y| = 4;$

е)  $|x| + |y| + |1 - x - y| = 1.$

**311.** Определите графически количество решений системы уравнений:

а) 
$$\begin{cases} y + |x^2 + 6x + 8| = 0, \\ (y + 1)^2 = (x + 3)^2; \end{cases}$$

в) 
$$\begin{cases} x + 5y = 4, \\ y = \sqrt{|x + 2|}; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} y + |x^2 + 6x + 5| = 0, \\ x^2 + 6x + 9y + 45 = 0; \end{cases}$$

г) 
$$\begin{cases} y + 5x = 12, \\ ||y - 1| = (x - 1)^2. \end{cases}$$

**312.** Решите систему уравнений:

а) 
$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 - 4x + 2y = 1, \\ 3x^2 - 2y^2 - 6x - 4y = 5; \end{cases}$$

г) 
$$\begin{cases} y^2 - |xy| + 2 = 0, \\ 8 - x^2 = (x + 2y)^2; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 - 3x + 5y = 3, \\ 4,5x^2 + 3y^2 - 3x + 8y = 7; \end{cases}$$

д) 
$$\begin{cases} x^3 + x^3y^3 + y^3 = 12, \\ x + xy + y = 0; \end{cases}$$

в) 
$$\begin{cases} |xy - 2| = 6 - x^2, \\ 2 + 3y^2 = 2xy; \end{cases}$$

е) 
$$\begin{cases} (x^2 + 1)(y^2 + 1) = 10, \\ (x + y)(xy - 1) = 3. \end{cases}$$

**313.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система имеет единственное решение:

а) 
$$\begin{cases} x - y = a(1 + xy), \\ 2 + x + y + xy = 0; \end{cases}$$

в) 
$$\begin{cases} x^2 + ay = 1, \\ 3x + 2y = 3; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} a(x + y) - xy + 1 = 0, \\ xy - x + y = 2; \end{cases}$$

г) 
$$\begin{cases} ax^2 + y = 2, \\ x + y = 1. \end{cases}$$

**314.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений имеет два решения:

а) 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(1 + a), \\ (x + y)^2 = 14; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} (x - y)^2 = 6a - 14, \\ x^2 + y^2 = 3(2 + a). \end{cases}$$

**315.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений имеет бесконечно много решений:

а)  $\begin{cases} |x| + |y| = 1, \\ |x + y| = a; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} |x - y| = 1, \\ |x - a| + |y| = 1. \end{cases}$

**316.** Если двузначное число увеличить на 46, то получится число, произведение цифр которого равно 6. Найдите искомое число при условии, что сумма его цифр равна 14.

**317.** Цифры трехзначного числа являются тремя последовательными членами геометрической прогрессии. Если в его записи поменять местами цифры сотен и единиц и вычесть новое число из искомого, то разность будет равна 297. Найдите трехзначное число.

## 8. Неравенства с двумя переменными и их системы

### Уровень А

**318.** Определите, является ли пара чисел (1; 2) решением неравенства:

а)  $2x - 3y > -5$ ;

г)  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 \leq 9$ ;

б)  $3x + 4y > 15$ ;

д)  $xy > 12$ ;

в)  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 \leq 1$ ;

е)  $xy < 10$ .

**319.** а) Из приведенного множества пар чисел: (0; 2); (1; 0); (1; 2); (-2; 1); (1; 1);  $(1; \frac{1}{2})$  выпишите те, которые являются решением неравенства  $x^2 - xy + 2y^2 > 3$ .

б) Из приведенного множества пар чисел: (0; 0); (1; 1); (3; -2); (2; 0); (0; 3); (4; -1) выпишите те, которые являются решением неравенства  $3x^2 - 2xy - 4y^2 < 1$ .

**320.** Установите соответствие между неравенством и парой чисел, являющейся его решением.

а) А)  $xy - 6 > 0$

Б)  $x^2 + (y - 1)^2 < 1$

В)  $x + y + 2 \leq 0$

1) (-1; -1)

2) (0; 1)

3) (4; 2)

б) А)  $y - x^2 - 1 > 0$

Б)  $y - 5x + 15 < 0$

В)  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 2$

1) (0; 5)

2) (0; 0)

3) (3; -2)

**321.** Найдите два каких-нибудь решения неравенства:

а)  $y > 5 - 2x$ ;

г)  $y \leq 2 - x^2$ ;

б)  $y < 3x + 7$ ;

д)  $x^2 + y^2 \leq 16$ ;

в)  $y \geq x^2 + 4$ ;

е)  $x^2 + y^2 \geq 25$ .

**322.** Изобразите на координатной плоскости множество точек, задаваемое неравенством:

а)  $y \geq x + 1$ ;

д)  $1 \leq x \leq 2$ ;

б)  $y \leq 2x - 4$ ;

е)  $-3 \leq x \leq -2$ ;

в)  $y \leq x^2 - 1$ ;

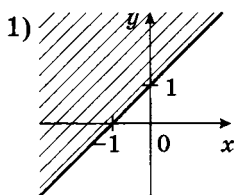
ж)  $-1 \leq y \leq 2$ ;

г)  $y \geq x^2 + 2$ ;

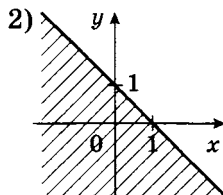
з)  $-2 \leq y \leq 1$ .

**323.** Установите соответствие между неравенством и множеством точек на координатной плоскости, задаваемое этим неравенством.

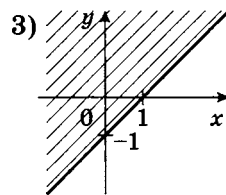
а) А)  $x + y \leq 1$



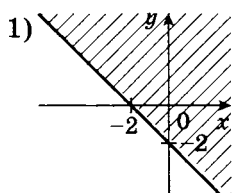
Б)  $y \geq x + 1$



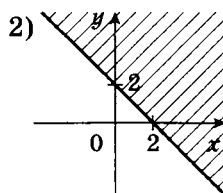
В)  $y \geq x - 1$



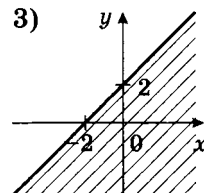
б) А)  $y \leq x + 2$



Б)  $y + x \geq 2$



В)  $y \geq -2 - x$



**324.** а) Постройте прямую  $y = 2x - 4$  и определите знак выражения  $y - 2x + 4$  в каждой из образовавшихся полуплоскостей.

б) Постройте прямую  $y = 6 - 3x$  и определите знак выражения  $y + 3x - 6$  в каждой из образовавшихся полуплоскостей.

**325.** а) Задайте неравенством полуплоскость, расположенную выше прямой  $y = 2x - 1$ , включая границу.

б) Задайте неравенством полуплоскость, расположенную ниже прямой  $y = 3x - 2$ , включая границу.

**326.** Определите, является ли пара чисел (2; 3) решением системы неравенств:

а) 
$$\begin{cases} y \geq x - 2, \\ y \geq -x + 2; \end{cases}$$

в) 
$$\begin{cases} y \geq 1, \\ y \geq (x - 1)^2; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} x + 2 \leq 0, \\ y + x \geq -2; \end{cases}$$

г) 
$$\begin{cases} y \geq (x - 2)^2, \\ 2y \geq x - 1. \end{cases}$$

**327.** а) Из приведенного множества пар чисел: (0; 0); (-1; -1); (2; 3); (-1; 5); (1; -2); (3; 0) выпишите те, которые являются решением системы неравенств

$$\begin{cases} 2y + x \leq 2, \\ y - x \leq 1. \end{cases}$$

б) Из приведенного множества пар чисел: (3; -2); (3; 1); (-1; 1); (-2; 2); (0; 0); (0; 3) выпишите те, которые являются решением системы неравенств

$$\begin{cases} y - x \leq 2, \\ y - x \geq -3. \end{cases}$$

**328.** Найдите два каких-нибудь решения системы неравенств:

а) 
$$\begin{cases} x \geq -1, \\ y \geq 2x; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} x \leq 1 + y, \\ y \geq -1; \end{cases}$$

в) 
$$\begin{cases} x \geq y - 1, \\ y \leq 2; \end{cases}$$

г) 
$$\begin{cases} x \leq 2, \\ y \leq 2x - 1. \end{cases}$$



**329.** Установите соответствие между системой неравенств и парой чисел, являющейся ее решением.

- а) А)  $\begin{cases} y \geq 2 - x, \\ y \leq 2x + 2 \end{cases}$       Б)  $\begin{cases} y \leq 2 - x, \\ y \geq 2x + 2 \end{cases}$       В)  $\begin{cases} y \leq 2 - x, \\ y \leq 2x + 2 \end{cases}$   
 1)  $(-1; 1)$       2)  $(2; 2)$       3)  $(0; 0)$
- б) А)  $\begin{cases} y \leq x + 3, \\ y \geq x - 5 \end{cases}$       Б)  $\begin{cases} y \geq x + 3, \\ y \geq x - 5 \end{cases}$       В)  $\begin{cases} y \geq x + 3, \\ y \leq -x - 5 \end{cases}$   
 1)  $(0; 0)$       2)  $(-6; 0)$       3)  $(-3; 3)$

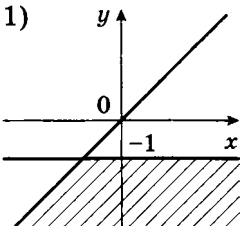
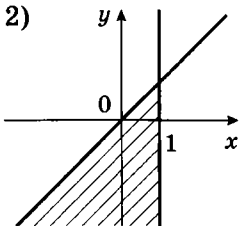
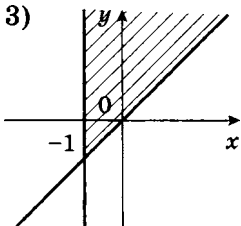
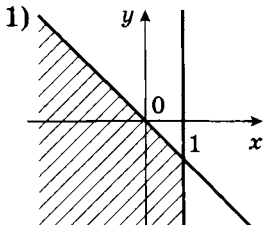
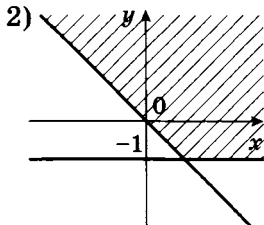
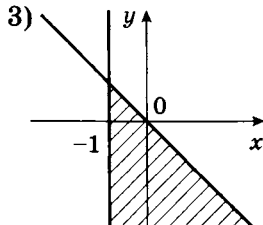
**330.** Изобразите на координатной плоскости множество решений системы неравенств:

- а)  $\begin{cases} y + x \geq 2, \\ y - x \geq 0; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1, \\ y + x \leq 0; \end{cases}$   
 б)  $\begin{cases} y + x \leq -1, \\ y - x \geq 1; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4, \\ y + x \geq 0. \end{cases}$

**331.** Задайте системой неравенств:

- а) вторую координатную четверть, включая оси координат;  
 б) четвертую координатную четверть, включая оси координат.

**332.** Установите соответствие между системой неравенств и множеством точек на координатной плоскости, задаваемым этой системой.

- а) А)  $\begin{cases} y \leq x, \\ y + 1 \leq 0 \end{cases}$       Б)  $\begin{cases} y \geq x, \\ x + 1 \geq 0 \end{cases}$       В)  $\begin{cases} y \leq x, \\ x - 1 \leq 0 \end{cases}$   
 1)       2)       3) 
- б) А)  $\begin{cases} y + x \leq 0, \\ x + 1 \geq 0 \end{cases}$       Б)  $\begin{cases} y + x \geq 0, \\ y + 1 \leq 0 \end{cases}$       В)  $\begin{cases} y + x \leq 0, \\ x - 1 \leq 0 \end{cases}$   
 1)       2)       3) 

**333.** Определите, какую фигуру на плоскости задает система неравенств:

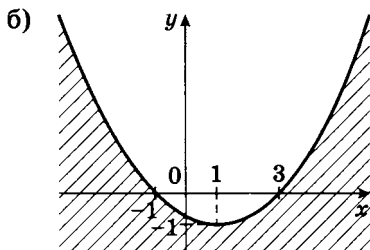
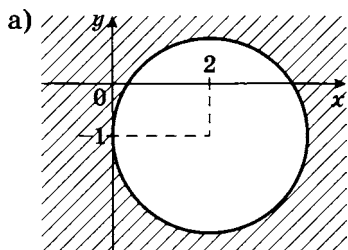
- а)  $\begin{cases} -1 \leq x \leq 1, \\ 0 \leq y \leq 2; \end{cases}$       б)  $\begin{cases} 4 \leq x \leq 5, \\ -3 \leq y \leq -2; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} 1 \leq x \leq 3, \\ -2 \leq y \leq 1; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} -2 \leq x \leq -1, \\ 2 \leq y \leq 5. \end{cases}$

## Уровень В

**334. а)** Задайте неравенством полуплоскость (включая ее границу), расположенную выше прямой, проходящей через точки  $A(1; 2)$  и  $B(-2; 5)$ .

**б)** Задайте неравенством полуплоскость (включая ее границу), расположенную ниже прямой, проходящей через точки  $A(2; 5)$  и  $B(1; -3)$ .

**335.** Задайте неравенством область, показанную на рисунке штриховкой.



**336.** Изобразите на плоскости множество точек, удовлетворяющих неравенству:

**а)**  $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 12 \leq 0;$

**в)**  $(x + 1)(y - 1) \geq 1;$

**б)**  $x^2 + y^2 - 4x + 10y + 28 \geq 0;$

**г)**  $(x - 1)(y + 2) \leq 2.$

**337.** Изобразите на плоскости множество точек, удовлетворяющих системе неравенств:

**а)** 
$$\begin{cases} xy \geq 6, \\ y^2 - x \geq 0; \end{cases}$$

**б)** 
$$\begin{cases} y \geq 1 - (x - 1)^2, \\ (x - 1)^2 + (y - 2)^2 \leq 9. \end{cases}$$

**338.** Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств:

**а)** 
$$\begin{cases} y \geq 3, \\ y - x - 2 \leq 0, \\ y - 2x + 3 \geq 0; \end{cases}$$

**б)** 
$$\begin{cases} x - 1 \geq 0, \\ y - x \leq 0, \\ y - 2x + 4 \geq 0. \end{cases}$$

**339.** Найдите среди точек плоскости, координаты которых удовлетворяют системе неравенств:

**а)** 
$$\begin{cases} y - x^2 + 4x + 5 \geq 0, \\ y - 2x + 5 \leq 0; \end{cases}$$

**б)** 
$$\begin{cases} y + x^2 - 4x + 3 \leq 0, \\ y - 2x + 3 \geq 0, \end{cases}$$

1) точки с наибольшей и наименьшей абсциссой;

2) точки с наибольшей и наименьшей ординатой.

**340.** Задайте системой неравенств треугольник с вершинами:

**а)**  $A(-2; 3); B(2; 1); C(3; 5);$

**б)**  $A(1; -3); B(5; -1); C(-2; 1).$

## Уровень С

**341.** Изобразите на координатной плоскости фигуру, заданную неравенством:

**а)**  $|x| + |y| + |x - y| \leq 2;$

**б)**  $|x - 1| + |y + 1| + |x + y| \leq 2.$

**342.** Найдите площадь фигуры, заданной неравенством:

**а)**  $2|x| + |y| \leq 2;$

**б)**  $x^2 + y^2 + 1 \leq 2(|x| + |y|).$

**343.** Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 + y^2 \leq -4(x + y + 1), \\ y \geq |x + 2|; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} |x + 1| + |y + 1| \geq 1, \\ |x + 2| + |y + 2| \leq 2. \end{cases}$$

**344.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система имеет единственное решение:

$$\text{а) } \begin{cases} y \geq |x - 2|, \\ 2y - x \leq 0, \\ y = ax - 2; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x \geq |y - 1|, \\ y \geq 2x - 3, \\ y = a(x - 8) + 1. \end{cases}$$

**345.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система неравенств задает 1) круг; 2) сегмент.

$$\text{а) } \begin{cases} (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 1, \\ y - a \leq x - 4; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} (x + 1)^2 + (y + 1)^2 \leq 1, \\ y + 1 \geq a(x - 2). \end{cases}$$

**346.** Определите, при каких значениях параметра  $a$  площадь фигуры, заданной системой неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} y^2 + x^2 - 2ax \leq 36 - a^2, \\ (x + 2)^2 \leq 36 \end{cases} \quad \text{равна } 18\pi;$$

$$\text{б) } \begin{cases} y^2 + x^2 - 2ax \leq 4 - a^2, \\ (x + 1)^2 \leq 25 \end{cases} \quad \text{равна } 2\pi.$$

**347. а)** Определите, при каких значениях  $a$  неравенство  $x^2 - 2ax + y^2 + (2 - 2a)y + 2a^2 - 2a + 1 \leq 0$  выполняется для всех пар  $(x; y)$ , для которых  $2 \leq x$ ,  $2 \leq y$ ,  $x + y \leq 6$ .

**б)** Определите, при каких значениях  $a$  неравенство  $x^2 - 2ax + y^2 - 2(a + 1)y + 2a^2 + 2a + 1 \leq 0$  выполняется для всех пар  $(x; y)$ , для которых  $x + y \geq 4$ ,  $x \leq 5$ ,  $y \geq 2$ .

## IV. АРИФМЕТИЧЕСКАЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИИ

### 9. Арифметическая прогрессия

#### Уровень А

**348.** По заданной формуле  $n$ -го члена последовательности вычислите первые три члена последовательности:

а)  $a_n = 3n - 5$ ;

д)  $a_n = 3^{n-2}$ ;

и)  $a_n = n^2 + 3$ ;

б)  $a_n = -5n + 7$ ;

е)  $a_n = 2^{3-n}$ ;

к)  $a_n = 5 - n^2$ ;

в)  $a_n = \frac{3}{2n-1}$ ;

ж)  $a_n = \frac{2n-1}{2n+1}$ ;

л)  $a_n = n^3 + 1$ ;

г)  $a_n = \frac{5}{4-3n}$ ;

з)  $a_n = \frac{3-n}{3n+1}$ ;

м)  $a_n = 2 - n^3$ .

**349.** Напишите одну из возможных формул  $n$ -го члена последовательности:

а) 3; 5; 7; 9; 11; ...;

г)  $5; \frac{5}{3}; \frac{5}{9}; \frac{5}{27}; \frac{5}{81}; \dots$ ;

б) 5; 2; -1; -4; -7; ...;

д) -9; 3; -1;  $\frac{1}{3}$ ;  $-\frac{1}{9}$ ; ...;

в) 3; 6; 12; 24; 48; ...;

е)  $2; -1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \dots$ .

**350.** Является ли число  $A$  членом последовательности  $(a_n)$ ? Если является, то найдите номер этого члена последовательности:

а)  $A = -111, a_n = 17 - 8n$ ;

д)  $A = -\frac{102}{85}, a_n = \frac{3 - 5n}{4n + 1}$ ;

б)  $A = 117, a_n = 6n + 15$ ;

е)  $A = -\frac{101}{92}, a_n = \frac{5 + 3n}{4 - 3n}$ ;

в)  $A = 162, a_n = 2 \cdot 3^{n-3}$ ;

ж)  $A = -10, a_n = n^2 + 3n - 50$ ;

г)  $A = \frac{3}{16}, a_n = 3 \cdot 2^{2-n}$ ;

з)  $A = 50, a_n = n^2 - 2n - 13$ .

**351.** Докажите, что последовательность  $(a_n)$  является возрастающей:

а)  $a_n = 3n - 2$ ;

в)  $a_n = 3n^2 - 1$ ;

б)  $a_n = 7n + 1$ ;

г)  $a_n = 2n^3 - 3$ .

**352.** Докажите, что последовательность  $(a_n)$  является убывающей:

а)  $a_n = 5 - 2n$ ;

в)  $a_n = 4 - 3n^2$ ;

б)  $a_n = -3 - 4n$ ;

г)  $a_n = 5 - 4n^3$ .

**353.** Напишите первые пять членов последовательности  $(a_n)$ , заданной рекуррентно ( $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ ):

а)  $a_1 = 3, a_n = a_{n-1} - 4$ ;

д)  $a_1 = 2, a_n = 3a_{n-1}$ ;

б)  $a_1 = 5, a_n = a_{n-1} + 3$ ;

е)  $a_1 = 3, a_n = -2a_{n-1}$ ;

в)  $a_1 = 4, a_n = -a_{n-1} + 2$ ;

ж)  $a_1 = 4, a_n = na_{n-1}$ ;

г)  $a_1 = 7, a_n = -a_{n-1} + 5$ ;

з)  $a_1 = 2, a_n = -na_{n-1}$ .

**354.** Определите, является ли последовательность арифметической прогрессией:

а) 3; 5; 8; 11; 14; ...;

г) 3; 3; 3; 3; 3; ...;

б) -8; -12; -16; -20; -24; ...;

д) 3; 6; 8; 10; 12; ...;

в) -7; -7; -7; -7; -7; ...;

е) 1; -2; -5; -8; -10; ... .

**355.** Напишите формулу  $n$ -го члена и найдите десятый член арифметической прогрессии:

а) -6; -4; -2; 0; 2; ...;

г) 8; 4; 0; -4; -8; ...;

б) 7; 11; 15; 19; 23; ...;

д)  $3\sqrt{2}; 3\sqrt{2} - 4; 3\sqrt{2} - 8; \dots$ ;

в) 6; 3; 0; -3; -6; ...;

е)  $2\sqrt{7} + 3; 2\sqrt{7} + 6; 2\sqrt{7} + 9; \dots$ .

**356.** Запишите формулу  $n$ -го члена и найдите седьмой член арифметической прогрессии, если:

а)  $a_1 = 8, d = -3$ ;

г)  $a_1 = 5 - 4\sqrt{3}, d = -2\sqrt{3}$ ;

б)  $a_1 = 6, d = 2$ ;

д)  $a_1 = 5 - 3\sqrt{5}, d = -2$ ;

в)  $a_1 = 3 + 7\sqrt{2}, d = 4\sqrt{2}$ ;

е)  $a_1 = -4 + 7\sqrt{2}, d = 3$ .

**357.** Найдите разность арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если:

а)  $a_1 = 4, a_7 = 40$ ;

в)  $a_7 = -40, a_{17} = -50$ ;

б)  $a_1 = -20, a_8 = -69$ ;

г)  $a_8 = -22, a_{20} = -58$ .

**358.** Найдите первый член арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если:

а)  $a_7 = 9, d = 4$ ;

в)  $a_{14} = -6\sqrt{5}, d = -\sqrt{5}$ ;

б)  $a_{26} = -68, d = -3$ ;

г)  $a_{19} = 26\sqrt{3}, d = 2\sqrt{3}$ .

**359.** Найдите первый член и разность арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если:

а)  $a_3 = 2, a_9 = 20$ ;

в)  $a_4 = 16, a_{10} = -8$ ;

б)  $a_5 = 3, a_{11} = 15$ ;

г)  $a_5 = 13, a_{12} = -8$ .

**360.** Между числами  $A$  и  $B$  вставьте число  $C$  таким образом, чтобы эти три числа ( $A, C$  и  $B$ ) являлись последовательными членами арифметической прогрессии:

а)  $A = 13$  и  $B = 29$ ;

в)  $A = 17,1$  и  $B = 28,3$ ;

б)  $A = -25$  и  $B = -47$ ;

г)  $A = -21,4$  и  $B = -32,8$ .

**361.** Число  $A$  является членом арифметической прогрессии  $(a_n)$ . Найдите номер этого члена.

а)  $A = 253, a_n = -8 + 3n$ ;

г)  $A = -665, (a_n): 7; -1; -9; \dots$ ;

б)  $A = -365, a_n = 7 - 4n$ ;

д)  $A = -544, a_n = a_{n-1} - 7, a_1 = 16$ ;

в)  $A = 457, (a_n): -5; 1; 7; \dots$ ;

е)  $A = 388, a_n = a_{n-1} + 5, a_1 = -2$ .

**362.** Для арифметической прогрессии  $(a_n)$  найдите число отрицательных членов:

а)  $a_n = -287 + 3n$ ;

г)  $(a_n): -391; -386; -381; \dots$ ;

б)  $a_n = -562 + 4n$ ;

д)  $a_n = a_{n-1} + 6, a_1 = -423$ ;

в)  $(a_n): -256; -252; -248; \dots$ ;

е)  $a_n = a_{n-1} + 7, a_1 = -518$ .

**363.** Для арифметической прогрессии  $(a_n)$  найдите число положительных членов:

а)  $a_n = 481 - 5n$ ;

г)  $(a_n): 405; 399; 393; \dots$ ;

б)  $a_n = 516 - 3n$ ;

д)  $a_n = a_{n-1} - 7, a_1 = 483$ ;

в)  $(a_n): 317; 313; 309; \dots$ ;

е)  $a_n = a_{n-1} - 4, a_1 = 372$ .

**364.** В арифметической прогрессии  $(a_n)$  найдите:

а)  $a_{12}$ , если  $a_{11} = 15$  и  $a_{10} = 34$ ;

г)  $a_{13}$ , если  $a_5 = 31$  и  $a_{21} = 19$ ;

б)  $a_{17}$ , если  $a_{18} = 25$  и  $a_{19} = 39$ ;

д)  $a_6$ , если  $a_9 = 63$  и  $a_{12} = 28$ ;

в)  $a_9$ , если  $a_3 = 17$  и  $a_{15} = 29$ ;

е)  $a_{20}$ , если  $a_8 = 51$  и  $a_{14} = 36$ .

**365.** Найдите значения  $x$ , при которых числа  $A, B$  и  $C$  являются тремя последовательными членами арифметической прогрессии:

а)  $A = x, B = 4x - 2, C = 4x + 2$ ;

б)  $A = 3x + 1, B = 5x, C = 8x + 2$ .

**366.** Найдите сумму  $S_n$  первых  $n$  членов арифметической прогрессии  $(a_n)$ :

а)  $a_1 = -1, a_{40} = 87, S_{40}$ ;

г)  $a_1 = 2, d = 3, S_{50}$ ;

б)  $a_1 = -3, a_{20} = -57, S_{20}$ ;

д)  $a_n = 3 + 5n, S_{24}$ ;

в)  $a_1 = 3, d = -4, S_{30}$ ;

е)  $a_n = 7 - 4n, S_{28}$ .

**367.** Найдите сумму всех двузначных чисел, которые:

а) кратны 3;

б) кратны 7.

**368.** Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые:

а) при делении на 5 дают в остатке 3;

б) при делении на 8 дают в остатке 5.

**369.** В арифметической прогрессии  $(a_n)$ :

а)  $a_3 + a_{17} = -58$ , найдите  $a_1 + a_{19}$ ;

б)  $a_1 + a_{25} = 37$ , найдите  $a_{10} + a_{16}$ ;

в)  $a_9 + a_{11} = 38$ ,  $a_{19} + a_{21} = 74$ , найдите  $a_{10} + a_{20}$ ;

г)  $a_{14} + a_{16} = -18$ ,  $a_{29} + a_{31} = -28$ , найдите  $a_{15} + a_{30}$ .

## Уровень В

**370.** Напишите первые четыре члена последовательности  $(a_n)$ , заданной рекуррентно ( $n \in N$ ):

а)  $a_n = 3a_{n-1} - 1$ ,  $a_1 = 1$  ( $n \geq 2$ );

б)  $a_n = 4a_{n-1} + 3$ ,  $a_1 = 2$ ;

в)  $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}$ ,  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 2$  ( $n \geq 3$ );

г)  $a_n = a_{n-1} - 2a_{n-2}$ ,  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 1$ ;

д)  $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$ ,  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 2$ ;

е)  $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}$ ,  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 1$ .

**371.** Докажите ограниченность последовательности  $(a_n)$ :

а)  $a_n = \frac{2n-1}{n+1}$ ;

в)  $a_n = \frac{n+5}{n}$ ;

б)  $a_n = \frac{1-3n}{n+2}$ ;

г)  $a_n = \frac{3-2n}{n+1}$ .

**372.** Определите монотонность последовательности  $(a_n)$ :

а)  $a_n = \frac{3n+2}{n+1}$ ;

з)  $a_n = n^2 - 8n + 20$ ;

б)  $a_n = (-1)^n \cdot n$ ;

и)  $a_n = a_{n-1} + 7$ ,  $a_1 = 2$ ;

в)  $a_n = \frac{5-2n}{n+2}$ ;

к)  $a_n = a_{n-1} - 3$ ,  $a_1 = 8$ ;

г)  $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$ ;

л)  $a_n = \sqrt{3}a_{n-1}$ ,  $a_1 = 2$ ;

д)  $a_n = \frac{3n-4}{n+3}$ ;

м)  $a_n = \frac{a_{n-1}}{\sqrt{2}}$ ,  $a_1 = 4$ ;

е)  $a_n = \frac{3-n}{n+1}$ ;

н)  $a_n = a_{n-1} + (-3)^n$ ,  $a_1 = 5$ ;

ж)  $a_n = n^2 + 4n + 10$ ;

о)  $a_n = (-2)^n a_{n-1}$ ,  $a_1 = 4$ .

**373.** Составьте одну из возможных формул  $n$ -го члена последовательности по нескольким первым ее членам:

а)  $\frac{2}{3}; \frac{4}{5}; \frac{6}{7}; \frac{8}{9}; \frac{10}{11}; \dots$ ;

г)  $\frac{2}{5}; -\frac{4}{10}; \frac{8}{15}; -\frac{16}{20}; \frac{32}{25}; \dots$ ;

б)  $\frac{1}{3}; \frac{3}{5}; \frac{5}{7}; \frac{7}{9}; \frac{9}{11}; \dots$ ;

д)  $\sqrt{3}; \frac{5}{3}; \frac{7}{3\sqrt{3}}; 1; \frac{11}{9\sqrt{3}}; \dots$ ;

в)  $-\frac{2}{2}; \frac{4}{5}; -\frac{6}{8}; \frac{8}{11}; -\frac{10}{14}; \dots$ ;

е)  $-\sqrt{2}; \frac{2}{3}; -\frac{2\sqrt{2}}{5}; \frac{4}{7}; -\frac{4\sqrt{2}}{9}; \dots$ .

**374.** Найдите первые три члена последовательности  $(a_n)$ :

а)  $a_n = (-2)^n + 4$ ;

г)  $a_n = (-2)^{n+1} - (-2)^n$ ;

б)  $a_n = (-3)^{n+1} - 9$ ;

д)  $a_n = (-2)^{n-1} \cdot n$ ;

в)  $a_n = (-2)^{n+1} + (-2)^{n-1}$ ;

е)  $a_n = (-2)^n \cdot (n-1)$ .

**375.** Найдите первый член  $a_1$  и разность  $d$  арифметической прогрессии  $(a_n)$ :

а)  $a_n = -\frac{3n-1}{4}$ ;

е)  $a_7 = 20, a_{15} = 40$ ;

б)  $a_n = \frac{5n-2}{3}$ ;

ж)  $a_9 = -30, a_{19} = -45$ ;

в)  $a_n = \frac{4\sqrt{3}-7n}{3}$ ;

з)  $a_5 = 0,2, a_{16} = -7,5$ ;

г)  $a_n = \frac{\sqrt{7}+3n}{7}$ ;

и)  $a_6 = 13 + 3\sqrt{2}, a_{11} = 23 + 8\sqrt{2}$ ;

д)  $a_5 = 15, a_{12} = 29$ ;

к)  $a_7 = 2 - 4\sqrt{3}, a_{13} = 8 - 10\sqrt{3}$ .

**376.** Число  $A$  является членом арифметической прогрессии  $(a_n)$ . Найдите номер этого члена.

а)  $A = 4,5, a_n = -2,7 + 0,4n$ ;

б)  $A = -2,8, a_n = 4,1 - 0,3n$ ;

в)  $A = 2\sqrt{2} - 5, a_n = 7\sqrt{2} - n(\sqrt{2} + 1)$ ;

г)  $A = -3\sqrt{3} - 16, a_n = 5\sqrt{3} - n(\sqrt{3} + 2)$ ;

д)  $A = 6 - \sqrt{3}, a_1 = 5\sqrt{3}, d = 1 - \sqrt{3}$ ;

е)  $A = 13\sqrt{2} - 2, a_1 = 5 - \sqrt{2}, d = 2\sqrt{2} - 1$ .

**377.** Между числами  $A$  и  $B$  вставьте четыре числа так, чтобы вместе с данными числами они образовали арифметическую прогрессию:

а)  $A = 6$  и  $B = 17$ ;

б)  $A = 7$  и  $B = -10$ .

**378.** Укажите наиболее близкий к нулю член арифметической прогрессии  $(a_n)$ :

а) 22,7; 21,4; 20,1; ...;

б) -15,1; -14,4; -13,7; ... .

**379.** Дана арифметическая прогрессия  $(a_n)$ . Найдите:

а)  $a_3 + a_7 + a_{11}$ , если  $a_5 + a_9 = 40$ ;

б)  $a_2 + a_5 + a_8$ , если  $a_4 + a_6 = 38$ ;

в)  $a_1 + a_{11} + a_{14} + a_{24}$ , если  $a_5 + a_{20} = 26$ ;

г)  $a_1 + a_{11} + a_{12} + a_{22}$ , если  $a_3 + a_{20} = 24$ .

**380.** Найдите все значения  $x$ , при которых числа  $A, B, C$  в указанном порядке являются последовательными членами арифметической прогрессии:

а)  $A = -6x^2, B = x + 1, C = 14 + 4x^2$ ;

б)  $A = 4x^2, B = 5x + 10, C = 12 - 6x^2$ ;

в)  $A = x - 4, B = \sqrt{x-3}, C = x - 6$ ;

г)  $A = 4x + 6, B = \sqrt{5-4x}, C = -x - 1$ .

**381.** Укажите наименьший номер, начиная с которого все члены заданной арифметической прогрессии ( $a_n$ ) будут больше заданного числа  $A$ .

а)  $a_n = 7n - 121\sqrt{3}$ ,  $A = 4\sqrt{3}$ ;

в)  $a_n = n\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$ ,  $A = 24$ ;

б)  $a_n = 5n - 16,7$ ,  $A = 3 + 2\sqrt{5}$ ;

г)  $a_n = n(\sqrt{5} - 1) - 7\sqrt{5}$ ,  $A = 8$ .

**382.** а) Найдите сумму всех отрицательных членов арифметической прогрессии  $-7, 1; -6, 3; -5, 5; \dots$ .

б) Найдите сумму всех положительных членов арифметической прогрессии  $6, 3; 5, 8; 5, 3; \dots$ .

**383.** а) Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 200, которые не делятся на 6.

б) Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 250, которые не делятся на 7.

**384.** а) Найдите сумму членов арифметической прогрессии с тридцатого по сороковую включительно, если  $a_n = 3n + 5$ .

б) Найдите сумму членов арифметической прогрессии с двадцатого по тридцатый включительно, если  $a_n = 4n + 3$ .

**385.** а) В арифметической прогрессии второй член равен 7, сумма двадцати двух первых членов равна 2035. Найдите первый член и разность этой прогрессии.

б) В арифметической прогрессии второй член равен 3, сумма восемнадцати первых членов равна 1539. Найдите первый член и разность этой прогрессии.

**386.** а) Сумма первых пяти членов арифметической прогрессии равна 27,5, сумма следующих пяти ее членов равна 90. Найдите сумму членов этой прогрессии с одиннадцатого по пятнадцатый включительно.

б) Сумма первых десяти членов арифметической прогрессии равна 95, сумма следующих десяти ее членов равна 295. Найдите сумму членов этой прогрессии с двадцать первого по тридцатый включительно.

**387.** а) При любом  $n$  сумма  $n$  первых членов арифметической прогрессии равна  $5n^2 - 8n$ . Найдите первый член, разность и шестой член этой прогрессии.

б) При любом  $n$  сумма  $n$  первых членов арифметической прогрессии равна  $4n^2 + 3n$ . Найдите первый член, разность и пятый член этой прогрессии.

**388.** а) В арифметической прогрессии семнадцатый член равен 94, сорок первый равен  $-2$ , а сумма первых  $n$  членов равна 0. Найдите  $n$ .

б) В арифметической прогрессии девятнадцатый член равен  $-35$ , тридцать седьмой равен 1, а сумма первых  $n$  членов равна 0. Найдите  $n$ .

**389.** а) Второй член арифметической прогрессии равен 10, разность равна 3, а сумма  $n$  первых членов равна 282. Найдите  $n$ .

б) Второй член арифметической прогрессии равен 5, разность равна 3, а сумма  $n$  первых членов равна 222. Найдите  $n$ .



## Уровень С

- 390.** Найдите первый член  $a_1$  арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если:
- а)  $a_{28} = 32 + 27m$ ,  $d = 1 + m$ ;      б)  $a_{20} = -6 + 38m$ ,  $d = 2m - 1$ .
- 391.** Найдите разность  $d$  арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если:
- а)  $a_1 = 17 + 5m$ ,  $a_9 = 1 + 5m$ ;      в)  $a_3 = 2 + 7m$ ,  $a_{10} = 16 + 7m$ ;  
б)  $a_1 = 2 - 3m$ ,  $a_{17} = 50 - 3m$ ;      г)  $a_5 = 3 - 8m$ ,  $a_{15} = 43 - 8m$ .
- 392.** а) Сумма трех чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 2, а сумма квадратов этих же чисел равна  $\frac{14}{9}$ . Найдите эти числа.
- б) Сумма трех чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 3, а сумма квадратов этих же чисел равна 3,5. Найдите эти числа.
- 393.** а) Дана арифметическая прогрессия  $(a_n)$ . Найдите:
- а)  $\frac{a_{57}}{a_{17}}$ , если  $\frac{a_3}{a_8} = 2$ ;      б)  $\frac{a_{51}}{a_{15}}$ , если  $\frac{a_3}{a_9} = 4$ .
- 394.** а) Найдите разность арифметической прогрессии, в которой первый член равен 66, а произведение второго и двенадцатого членов является наименьшим из возможных.
- б) Найдите разность арифметической прогрессии, в которой первый член равен 28, а произведение второго и восьмого членов является наименьшим из возможных.
- 395.** а) Сумма первых четырех членов арифметической прогрессии на 32 меньше суммы следующих четырех ее членов. На сколько сумма первых десяти членов этой прогрессии меньше суммы следующих десяти ее членов?
- б) Сумма первых пяти членов арифметической прогрессии на 200 больше суммы следующих пяти ее членов. На сколько сумма первых десяти членов этой прогрессии больше суммы следующих десяти ее членов?
- 396.** а) Найдите сумму первых двадцати совпадающих членов двух арифметических прогрессий 3; 8; 13; ... и 4; 11; 18; ... .
- б) Найдите сумму первых десяти совпадающих членов двух арифметических прогрессий 3; 7; 11; ... и 1; 10; 19; ... .
- 397.** Вычислите сумму чисел:
- а)  $50^2 - 49^2 + 48^2 - 47^2 + \dots + 2^2 - 1^2$ ;  
б)  $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + 99^2 - 100^2$ .
- 398.** Найдите сумму всех четных трехзначных чисел, которые:
- а) кратны 3, но не кратны 5;  
б) кратны 5, но не кратны 3.
- 399.** Решите уравнение:
- а)  $(x + 1) + (x + 5) + (x + 9) + \dots + (x + 157) = 3200$ ;  
б)  $(x + 248) + (x + 243) + (x + 238) + \dots + (x + 3) = 6225$ ;  
в)  $\frac{x}{(x+1)^2} + \frac{x-1}{(x+1)^2} + \frac{x-2}{(x+1)^2} + \dots + \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{19}{40}$ ;  
г)  $\frac{x-1}{x^2} + \frac{x-2}{x^2} + \frac{x-3}{x^2} + \dots + \frac{1}{x^2} = \frac{7}{15}$ .

**400.** Докажите, что если числа  $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$  в заданном порядке являются тремя последовательными членами арифметической прогрессии, то выполняется равенство:

a)  $ab + bc + ac = 3ac$ ;

$$6) \frac{b}{c} + \frac{b}{a} = 2.$$

**401. а) Найдите четыре последовательных целых четных числа, для которых куб большего равен сумме кубов остальных.**

б) Найдите четыре последовательных целых числа, делящихся на 3, для которых куб большего равен сумме кубов остальных.

**402.** Три положительных целых числа являются последовательными членами арифметической прогрессии. Найдите эти числа, если сумма их попарных произведений равна:

a) 39:

6) 47.

403. а) Определите, при каких значениях  $a$  решения уравнения  $(x - 3a + 5)(x^2 + (a + 2)x + 13a - 15 - 2a^2) = 0$  являются тремя последовательными членами арифметической прогрессии.

б) Определите, при каких значениях  $a$  решения уравнения  $(x - 3a - 5)(x^2 - (a + 2)x + 16a - 24 - 2a^2) = 0$  являются тремя последовательными членами арифметической прогрессии.

404. а) Определите, при каких значениях  $a$  четыре корня уравнения  $x^4 + (a - 3)x^2 + (a + 10)^2 = 0$  являются последовательными членами арифметической прогрессии.

б) Определите, при каких значениях  $a$  четыре корня уравнения  $x^4 + (a - 2)x^2 + (a + 11)^2 = 0$  являются последовательными членами арифметической прогрессии.

## 10. Геометрическая прогрессия

## Уровень А

**405. Определите, является ли последовательность геометрической прогрессией:**

a) 2; 4; 8; 16; 32; ...;

д)  $-\frac{1}{14}; \frac{1}{7}; -\frac{2}{7}; \frac{4}{7}; -\frac{8}{7}; \dots;$

6)  $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \frac{1}{81}; \frac{1}{243}; \dots;$

e)  $\frac{1}{6}; -\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{9}{2}; \frac{27}{2}; \dots;$

в)  $1; -3; 9; -27; 81; \dots;$

ж)  $\frac{1}{6}; \frac{1}{3}; 1; 3; 9; \dots;$

г)  $-4; 2; -1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{4}; \dots;$

3)  $8; -4; 2; -1; \frac{1}{4}; \dots$

**406.** Напишите формулу  $n$ -го члена геометрической прогрессии ( $b_n$ ):

a)  $\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; 2; 4; \dots;$

г)  $b_3 = 2, b_4 = 6$ ;

6)  $6; -3; \frac{3}{2}; -\frac{3}{4}; \frac{3}{8}; \dots;$

д)  $b_n = \frac{3}{2}b_{n-1}, b_1 = 8;$

$$\text{в) } b_2 = 2, b_3 = \frac{2}{3};$$

e)  $b_n = -\frac{1}{2}b_{n-1}, b_1 = 4.$

**407.** Укажите возрастающие и убывающие геометрические прогрессии  $(b_n)$ :

а)  $b_n = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^{n-1}$ ;

г)  $(b_n)$ : 5; 6;  $\frac{36}{5}$ ; ...;

б)  $b_n = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{1-n}$ ;

д)  $(b_n)$ : -4; 2; -1; ...;

в)  $(b_n)$ :  $\frac{3}{2}$ ;  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{6}$ ; ...;

е)  $(b_n)$ : 3; 3; 3; ... .

**408.** Напишите формулу  $n$ -го члена геометрической прогрессии и найдите ее пятый член:

а)  $b_{12} = \frac{1}{4}$ ,  $q = 2$ ;

г)  $\frac{1}{10}$ ;  $-\frac{1}{5}$ ;  $\frac{2}{5}$ ;

б)  $b_1 = 9$ ,  $q = -\frac{1}{3}$ ;

д)  $b_n = -\frac{3}{2}b_{n-1}$ ,  $b_1 = 4$ ;

в) 6; 2;  $\frac{2}{3}$ ; ...;

е)  $b_n = 2b_{n-1}$ ,  $b_1 = \frac{1}{16}$ .

**409.** Найдите первый член  $b_1$  и знаменатель  $q$  геометрической прогрессии  $(b_n)$ :

а)  $b_n = \frac{1}{2} \cdot 3^{2-n}$ ;

д)  $b_2 = \frac{7}{2}$ ,  $b_3 = \frac{7}{6}$ ;

б)  $b_n = \frac{1}{3} \cdot 4^{n-3}$ ;

е)  $b_3 = \frac{32}{3}$ ,  $b_4 = \frac{128}{3}$ ;

в)  $b_n = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-3}$ ;

ж)  $b_3 = 5$ ,  $b_4 = 10$ ;

г)  $b_n = 7 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2-n}$ ;

з)  $b_2 = \frac{21}{2}$ ,  $b_3 = \frac{7}{2}$ .

**410.** Является ли число  $B$  членом геометрической прогрессии  $(b_n)$ ? Если является, то найдите номер этого члена прогрессии.

а)  $b_1 = \frac{1}{3}$ ,  $q = \frac{1}{3}$ ,  $B = \frac{1}{729}$ ;

д)  $b_n = 0,002 \cdot (\sqrt{5})^{n-4}$ ,  $B = 0,25$ ;

б)  $b_1 = 256$ ,  $q = \frac{1}{2}$ ,  $B = 2$ ;

е)  $b_n = \frac{7}{9} \cdot 3^{n-8}$ ,  $B = 63$ ;

в)  $b_1 = 2,5$ ,  $q = \frac{1}{5}$ ,  $B = 4 \cdot 10^{-3}$ ;

ж)  $b_n = \frac{1}{7}(\sqrt{7})^{n-2}$ ,  $B = 49$ ;

г)  $b_1 = \frac{1}{343}$ ,  $q = -7$ ,  $B = -2401$ ;

з)  $b_n = 9 \cdot (\sqrt{3})^{3-n}$ ,  $B = 3$ .

**411.** Между числами  $A$  и  $B$  вставьте положительное число  $C$  так, чтобы получились три последовательных члена  $A$ ,  $C$  и  $B$  геометрической прогрессии:

а)  $A = 18$ ,  $B = 2$ ;

в)  $A = \frac{1}{3}$ ,  $B = 27$ ;

б)  $A = 16$ ,  $B = 64$ ;

г)  $A = 9$ ,  $B = \frac{1}{3}$ .

**412.** Найдите те значения переменной  $x$ , при которых числа  $A$ ,  $B$  и  $C$  являются последовательными членами геометрической прогрессии:

а)  $A = x$ ,  $B = 4x$ ,  $C = 8$ ;

в)  $A = x - 1$ ,  $B = \sqrt{3x}$ ,  $C = 6x$ ;

б)  $A = -81$ ,  $B = 3x$ ,  $C = -1$ ;

г)  $A = x - 2$ ,  $B = \sqrt{5x}$ ,  $C = x$ .

**413.** Найдите сумму  $S_n$  первых  $n$  членов геометрической прогрессии:

а)  $b_1 = \frac{1}{5}, q = 2, S_4;$

г)  $b_n = -\frac{3\sqrt{3}}{4} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{n-1}, S_4;$

б)  $b_1 = \frac{81}{11}, q = \frac{1}{3}, S_5;$

д)  $b_n = -3b_{n-1}, b_1 = -\frac{1}{10}, S_4;$

в)  $b_n = \frac{1}{7} \cdot (-\sqrt{2})^{n-1}, S_6;$

е)  $b_n = 2b_{n-1}, b_1 = \frac{1}{21}, S_4.$

### Уровень В

**414.** Найдите первый член и знаменатель геометрической прогрессии  $(b_n)$ :

а)  $b_n = \frac{2}{5} \cdot 3^{n+2};$

г)  $b_n = \frac{7}{5 \cdot (-3)^{2-n}};$

б)  $b_n = \frac{3}{7}(-2)^{3-n};$

д)  $b_n = 3 \cdot 2^{n+3} - 5 \cdot 2^{n+1};$

в)  $b_n = \frac{2}{3 \cdot (-5)^{n-1}};$

е)  $b_n = 5 \cdot 3^{n+2} - 7 \cdot 3^n.$

**415.** Укажите наименьший номер, начиная с которого все члены геометрической прогрессии  $(b_n)$  будут больше числа  $B$ .

а)  $b_n = 4 \cdot 3^{n-3}, B = 324;$

г)  $b_n = \frac{2}{5}(\sqrt{3})^{n+1}, B = 32,4;$

б)  $b_n = 2 \cdot 5^{n-2}, B = 1250;$

д)  $b_n = 5 \cdot 3^{n-7}, B = 395;$

в)  $b_n = 3,5 \cdot (\sqrt{2})^{n-5}, B = 14;$

е)  $b_n = 2,5(\sqrt{2})^{n-1}, B = 150.$

**416.** Между числами  $A$  и  $B$  вставьте три числа так, чтобы получилась геометрическая прогрессия:

а)  $A = 2$  и  $B = 18;$

б)  $A = 3, B = 12.$

**417.** Дана геометрическая прогрессия  $(b_n)$ . Найдите первые три члена прогрессии, если:

а)  $b_1 + b_2 = 45, b_2 + b_3 = 30;$

б)  $b_1 + b_2 = 140, b_2 + b_3 = 105.$

**418.** В геометрической прогрессии  $(b_n)$ , знаменатель которой положительное число, найдите первые четыре члена, если:

а)  $b_1 b_2 = 27, b_3 b_4 = \frac{1}{3};$

б)  $b_1 b_2 = \frac{1}{2}, b_3 b_4 = 8.$

**419.** Найдите  $x$ , если числа  $A, B, C$  в указанном порядке являются последовательными членами геометрической прогрессии:

а)  $A = x - 3, B = \sqrt{5}x, C = x + 16;$

б)  $A = x - 2, B = \sqrt{6}x, C = x + 5.$

**420.** Найдите сумму квадратов первых шести членов геометрической прогрессии  $(b_n)$ :

а)  $b_1 = 5, q = \sqrt{2};$

г)  $b_1 = \sqrt{8}, q = \frac{1}{\sqrt{2}};$

б)  $b_1 = \sqrt{7}, q = \sqrt{3};$

д)  $b_n = \sqrt{\frac{2}{3}} b_{n-1}, b_1 = 3;$

в)  $b_1 = 9\sqrt{3}, q = \frac{1}{\sqrt{3}};$

е)  $b_n = -\sqrt{\frac{3}{2}} b_{n-1}, b_1 = 4.$

**421.** Найдите сумму чисел:

а)  $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^7$ ;

г)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^8}$ ;

б)  $1 - 3 + 3^2 - \dots + 3^8$ ;

д)  $3 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots$ ;

в)  $\frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} - \dots + \frac{1}{3^7}$ ;

е)  $4 - 2 + 1 - \frac{1}{2} + \dots$ .

**422.** Найдите сумму величин:

а)  $1 + x + x^2 + \dots + x^{49}$ ,  $x \neq 1$ ;

г)  $x - 1 + \frac{1}{x} - \dots + \frac{1}{x^{17}}$ ,  $x \neq -1$ ; 0;

б)  $x - x^3 + x^5 - \dots + x^{37}$ ;

д)  $\frac{1}{x^2} + 1 + x^2 + \dots$ ,  $|x| < 1$ ,  $x \neq 0$ ;

в)  $1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \dots + \frac{1}{x^{29}}$ ,  $x \neq 0$ ; 1;

е)  $x^2 - x^4 + x^6 - \dots$ ,  $|x| < 1$ .

**423.** Решите уравнение ( $|x| < 1$ ):

а)  $2x + 1 + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + \dots = \frac{13}{6}$ ;

б)  $\frac{1}{x} + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + \dots = \frac{7}{2}$ .

**424.** а) Сумма бесконечной геометрической прогрессии со знаменателем  $|q| < 1$  равна 16, а сумма квадратов членов этой же прогрессии равна 153,6. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.

б) Сумма бесконечной геометрической прогрессии со знаменателем  $|q| < 1$  равна 4, а сумма кубов членов этой же прогрессии равна 192. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.

**425.** а) Найдите знаменатель  $q$  бесконечной геометрической прогрессии ( $|q| < 1$ ), у которой каждый член в четыре раза больше суммы всех ее последующих членов.

б) Найдите знаменатель  $q$  бесконечной геометрической прогрессии ( $|q| < 1$ ), у которой каждый член в шесть раз больше суммы всех ее последующих членов.

## Уровень С

**426.** Дана возрастающая геометрическая прогрессия ( $b_n$ ). Найдите знаменатель и первые три члена этой прогрессии, если:

а)  $b_1 = \sqrt{3}$ ,  $b_9 = 81\sqrt{3}$ ;

б)  $b_1 = 15$ ,  $b_3 = 30$ .

**427.** а) Найдите знаменатель геометрической прогрессии, если разность ее шестнадцатого и тринадцатого членов в 12 раз больше суммы двенадцатого, тринадцатого и четырнадцатого членов.

б) Найдите знаменатель геометрической прогрессии, если разность ее тридцатого и двадцать седьмого членов в 30 раз больше суммы двадцать шестого, двадцать седьмого и двадцать восьмого членов.

**428.** Найдите знаменатель геометрической прогрессии, отношение сумм первых четырех членов которой к сумме первых двух членов равно:

а)  $\frac{82}{81}$ ;

б)  $\frac{26}{25}$ .

429. а) Сумма четырнадцатого и второго членов геометрической прогрессии равна 16, а сумма их квадратов равна 200. Найдите восьмой член прогрессии.

б) Сумма одиннадцатого и третьего членов геометрической прогрессии равна 14, а сумма их квадратов равна 130. Найдите седьмой член прогрессии.

430. а) Разность пятого и третьего членов геометрической прогрессии равна 4, а разность седьмого и пятого членов равна 12. Найдите разность девятого и седьмого членов этой прогрессии.

б) Разность седьмого и четвертого членов геометрической прогрессии равна 3, а разность десятого и седьмого членов равна 6. Найдите разность тринадцатого и десятого членов этой прогрессии.

431. а) Пусть  $x_1$  и  $x_2$  – корни уравнения  $x^2 - x + a = 0$  и  $x_3$  и  $x_4$  – корни уравнения  $x^2 - 4x + b = 0$ . Известно, что числа  $x_1, x_2, x_3, x_4$  в указанном порядке образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Решите уравнения и найдите числа  $a$  и  $b$ .

б) Пусть  $x_1$  и  $x_2$  – корни уравнения  $x^2 - 3x + a = 0$  и  $x_3$  и  $x_4$  – корни уравнения  $x^2 - 12x + b = 0$ . Известно, что числа  $x_1, x_2, x_3, x_4$  в указанном порядке образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Решите уравнения и найдите числа  $a$  и  $b$ .

432. а) Решите уравнение  $x^3 + 3x^2 - 6x + a = 0$ , зная, что оно имеет три различных корня, образующих геометрическую прогрессию.

б) Решите уравнение  $x^3 - 3x^2 - 6x + a = 0$ , зная, что оно имеет три различных корня, образующих геометрическую прогрессию.

433. а) Сумма любых пяти последовательных членов убывающей геометрической прогрессии в  $\frac{211}{36}$  раза больше третьего из них. Найдите  $b_9$  член прогрессии, если  $b_7 = 3$ .

б) Сумма любых пяти последовательных членов возрастающей геометрической прогрессии в  $\frac{121}{9}$  раза больше третьего из них. Найдите  $b_{19}$  член прогрессии, если  $b_{21} = 2$ .

434. а) Найдите знаменатель возрастающей геометрической прогрессии с положительными членами  $b_n$ , которые при  $n > 1$  удовлетворяют условию 
$$\frac{b_{n-1}^2 + b_{n-1}b_{n+1} - 5b_{n+1}^2}{b_{n-1}^2 - 6b_{n-1}b_{n+1}} = \frac{75}{23}.$$

б) Найдите знаменатель геометрической прогрессии с положительными членами  $b_n$ , которые при  $n > 1$  удовлетворяют условию 
$$\frac{\sqrt{3b_{n-1}^2 + 16b_{n+1}^2 + 2b_{n+1}}}{2b_{n-1} + b_{n+1}} = \frac{10}{9}.$$

435. а) Три числа образуют возрастающую арифметическую прогрессию, а их квадраты составляют геометрическую прогрессию. Найдите эти числа, если их сумма равна 42.

б) Три числа образуют убывающую арифметическую прогрессию, а их квадраты составляют геометрическую прогрессию. Найдите эти числа, если их сумма равна 36.

**436. а)** Сумма трех чисел, составляющих убывающую арифметическую прогрессию, равна 60. Если от первого числа отнять 10, от второго отнять 8, а третье оставить без изменения, то полученные числа составят геометрическую прогрессию. Найдите эти числа.

**б)** Сумма трех чисел, составляющих возрастающую арифметическую прогрессию, равна 63. Если к первому числу прибавить 10, ко второму числу прибавить 3, а третье оставить без изменения, то полученные числа составят геометрическую прогрессию. Найдите эти числа.

**437. а)** Три числа образуют геометрическую прогрессию. Если среднее из них удвоить, то получится арифметическая прогрессия. Чему равен знаменатель  $q$  этой прогрессии, если  $|q| < 1$ ?

**б)** Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если последнее из них уменьшить вдвое, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель этой прогрессии.

**438. а)** Три различных числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  образуют геометрическую прогрессию, а числа  $a + b$ ,  $b + c$ ,  $a + c$  образуют арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

**б)** Три положительных числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  образуют геометрическую прогрессию, а числа  $a - b$ ,  $b + c$ ,  $b - c$  образуют арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

**439.** Три неравных между собой целых числа  $x$ ,  $y$  и  $z$  в указанном порядке являются тремя последовательными членами арифметической прогрессии. Известно, что их можно переставить так, что они станут последовательными членами геометрической прогрессии. Найдите эти числа, если:

**а)**  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 480$ ;

**б)**  $2x^2 - 3y^2 - 4z^2 = 117$ .

## **V. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

### **11. Элементы комбинаторики**

#### **Уровень А**

**440.** Из четырех юношей и трех девушек надо выбрать двоих (одного юношу и одну девушку) для участия в смешанной эстафете по биатлону. Сколькими способами это можно сделать?

**441.** Из пяти девочек-фигуристок и четырех мальчиков-фигуристов тренер хочет выбрать двоих (одного мальчика и одну девочку) для участия в показательных выступлениях. Сколькими способами он может это сделать.

**442.** Из цифр 1; 2; 3 составляются всевозможные двузначные числа. Сколько всего таких чисел можно составить?

- 443.** Алфавит племени Мумбо-Юмбо состоит из букв А, Б, О, К, М, Е, В, Р, Д, У, слова составляются только из двух букв. Сколько всего слов может быть в языке племени Мумбо-Юмбо?
- 444.** Сколько существует трехзначных чисел, в записи которых встречаются только цифры 3; 5; 7, причем ровно по одному разу?
- 445.** Сколькими способами можно выложить в ряд белый, красный, синий и зеленый шарики?
- 446.** Сколькими способами можно разместить на полке 10 книг различных авторов?
- 447.** Сколько слов можно получить, переставляя буквы в слове «вектор»?
- 448.** В 9 классе в пятницу пять уроков: русский язык, история, алгебра, физкультура и химия. Сколькими способами может быть составлено расписание на пятницу?
- 449.** Сколькими способами восемь спортсменов, вышедших в финал заплыва на 100 м брассом, могут быть распределены по восьми плавательным дорожкам?
- 450.** Сколькими способами пять различных открыток могут быть распределены по пяти различным конвертам, если в каждый конверт кладется ровно одна открытка?
- 451.** В турнире участвуют шесть человек. Сколькими способами могут быть распределены места между ними?
- 452.** Сколькими способами из 30 учеников класса можно выбрать старосту и представителя класса в школьном ученическом совете?
- 453.** Ученики 9 класса изучают 10 различных предметов. Первого сентября в классе должно быть четыре урока. Сколькими способами можно составить расписание уроков для этого класса на 1 сентября, чтобы в этот день было четыре различных предмета?
- 454.** В конкурсе научных проектов приняли участие 12 девятиклассников. Сколькими способами им может быть присуждены первая, вторая и третья премии?
- 455.** Сколькими способами из семи учеников, увлекающихся работой на компьютере, учитель информатики может выбрать трех учеников, из которых одного – для создания алгоритма решения задачи, второго – для разработки компьютерной программы, третьего – для набора текста?
- 456.** Сколькими способами можно составить трехцветный флаг с горизонтальными полосами, если есть ткань пяти цветов?
- 457.** Сколько трехзначных чисел с различными цифрами можно составить из цифр 1; 3; 5; 7; 9?
- 458.** Сколькими способами из 30 учеников класса можно выбрать двух дежурных?
- 459.** В секции по теннису 12 человек. Сколькими способами можно выбрать из них четыре человека для участия в соревнованиях?



**460.** В коробке находятся семь шаров: белый, желтый, красный, синий, зеленый, оранжевый и черный. Сколькими способами можно выбрать пять шаров?

**461.** В вазе лежат девять конфет: «Белочка», «Мишка косолапый», «Мишка на севере», «Красная шапочка», «Огни Москвы», «Маска», «Ласточка», «Кара-Кум», «Цитрон». Сколькими способами можно выбрать из них три конфеты?

**462.** Имеются 11 различных точек: 10 точек лежат на одной прямой, а еще одна точка не лежит на этой прямой. Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках?

**463.** В латинском алфавите 26 букв. Из них выбирают три для обозначения вершин треугольника. Сколько всего треугольников можно обозначить различным образом?

## Уровень В

**464.** Сколькими способами можно поставить на шахматную доску белую и черную ладьи так, чтобы они не били друг друга?

**465.** Сколько диагоналей в выпуклом двадцатиугольнике?

**466.** Сколько различных бус можно сделать из пятнадцати разноцветных бусин?

**467.** Сколько существует четырехзначных чисел, в записи которых есть хотя бы одна четная цифра?

**468.** У одного школьника шесть марок с олимпийской символикой, а у другого – восемь. Сколькими способами они могут обменять три марки одного на три марки другого?

**469.** Сколькими способами можно разделить 22 человека на две футбольные команды по 11 человек в каждой?

**470.** Труппа театра состоит из 20 артистов. Сколькими способами можно выбирать из нее в течение двух вечеров по 6 человек для участия в спектаклях так, чтобы ни один артист не участвовал в двух спектаклях?

**471.** Из группы, состоящей из восьми мужчин и четырех женщин, надо выбрать шесть человек так, чтобы среди них было не менее двух женщин. Сколькими способами это можно сделать?

**472.** Сколько различных слов можно получить, переставляя буквы в слове: а) «парабола», 2) «математика»?

**473.** Сколькими способами можно поселить шесть студентов в две комнаты: двухместную и четырехместную?

## Уровень С

**474.** Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые можно записать с помощью цифр 1; 2; 3; 4 (цифры могут повторяться).

**475.** Сколькими способами можно разделить 10 человек на пары?

**476.** Кузнечик сидит на левом поле клетчатой полоски  $1 \times 20$  и за ход может сдвинуться на любое количество клеток вправо. Сколькими способами кузнечик может добраться до крайнего правого поля?

**477.** Каких семизначных чисел больше: тех, в записи которых есть число 7, или остальных?

**478.** На полке стоят 12 книг. Сколькими способами можно выбрать из них пять книг, никакие две из которых не стоят рядом?

**479.** В коробке лежат 10 пар перчаток. Определите, сколькими способами можно выбрать восемь перчаток, так, чтобы:

а) среди них не оказалось ни одной пары;

б) среди них оказалась ровно одна пара.

## **12. Начальные сведения из теории вероятностей**

### **Уровень А**

**480.** В серии из 50 выстрелов стрелок попал в цель 45 раз. Какова относительная частота попадания в цель этим стрелком?

**481.** Из 30 посаженных семян огурцов проросли 27. Какова всхожесть семян огурцов?

**482.** Из 1000 произведенных калькуляторов три оказались бракованными. Какова относительная частота появления бракованных калькуляторов?

**483.** Баскетболист бросал мяч в корзину с линии штрафных бросков 20 раз и попал 17 раз. Какова относительная частота попадания баскетболиста?

**484.** Определите, какова вероятность того, что при броске игрального кубика выпадет:

а) одно или два очка;

б) меньше пяти очков.

**485.** Саша называет произвольное число от 1 до 10. Найдите вероятность того, что он назовет 3, 5 или 7.

**486.** В конференц-зале 100 мест. Прибывшие на конференцию журналисты рассаживаются произвольным образом. Какова вероятность попасть в первый ряд, если в нем всего 10 мест?

**487.** В школьной научной конференции подготовили доклады 3 человека из девятых классов, 3 человека из 10 «А» класса, 4 человека из 10 «Б» класса, 6 человек из 11 «А» и 4 человека из 11 «Б» классов. Школьники выступают с докладами в произвольном порядке. Найдите вероятность того, что первым выступит девятиклассник.

**488.** Из 100 произведенных пар мужских ботинок 92 пары не имеют дефектов. Найдите вероятность того, что случайно купленная пара мужских ботинок не имеет дефектов.

**489.** Алексеева, Борисова и Волкова в случайном порядке учитель вызывает к доске. Какова вероятность того, что Волкова вызовут перед Алексеевым?

**490.** В ящике лежат 12 белых и 8 красных одинаковых на ощупь шаров. Вынули наугад один шар. Какова вероятность того, что он красный?

**491.** В ящике лежат 30 деталей первого сорта и 10 деталей второго сорта. Наугад вынимают одну деталь. Найдите вероятность того, что она первого сорта.

**492.** Ученик пытается с помощью калькулятора перемножить два числа. Однако знаки действий («+», «-», «×», «:») оказались стертыми, и ученик нажимает кнопку случайным образом. Найдите вероятность того, что ему действительно удастся перемножить числа.

**493.** Четырех учеников, Антонова, Богданова, Васильева и Грачева, учитель случайным образом рассаживает за две парты. Найдите вероятность того, что Васильев и Грачев окажутся за одной партой.

### Уровень В

**494.** Замок открывается только при наборе шифра – пятизначного номера, который можно составить из цифр 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Какова вероятность того, что замок откроется, если шифр набран случайно?

**495.** Имеются пять отрезков длиной 1; 3; 4; 7 и 9 см. Найдите вероятность того, что из трех наугад взятых отрезков (из этих пяти) можно построить треугольник.

**496.** Куб, все грани которого окрашены, распилен на 1000 равных кубиков. Найдите вероятность того, что наугад выбранный кубик имеет ровно две окрашенные грани.

**497.** Какова вероятность того, что в августе наугад выбранного года окажется пять воскресений?

**498.** При броске двух игральных кубиков вычислите вероятность следующих событий:

- а) разность выпавших очков равна 2;
- б) сумма выпавших очков больше произведения.

### Уровень С

**499.** В группе спортсменов, едущих на сборы, четыре лыжника, четыре конькобежца, четыре биатлониста и четыре фигуриста. Для них взяты билеты в четыре купе одного вагона, которые распределяются случайным образом. Найдите вероятность того, что:

- а) в каждом купе едут спортсмены, занимающиеся разными видами спорта;
- б) в каждом купе едут спортсмены, занимающиеся одним видом спорта.

**500.** В купейный вагон (9 купе по 4 места) семи пассажирам продали семь билетов. Найдите вероятность того, что пассажиры попали в два купе, если:

а) пассажиры покупают билеты в разное время и независимо друг от друга;

б) пассажиры едут вместе, и один покупает билеты всей группе.

**501.** Для проведения очередного этапа чемпионата мира по футболу 36 национальных сборных команд разбиты на шесть групп по шесть команд в каждой. Найдите вероятность того, что команды Франции и Великобритании окажутся в третьей группе, а команды Германии и России соответственно в первой и пятой группах.

**502.** В копилке находятся только двухрублевые монеты. Из копилки взяли 15 двухрублевых монет и взамен положили 30 рублевых монет. После этого вероятность вынуть из копилки наудачу двухрублевую монету стала равна  $\frac{11}{26}$ . Сколько монет было в копилке?

**503.** В копилке находятся только двухрублевые монеты. Из копилки взяли 7 двухрублевых монет и взамен положили 14 рублевых монет. После этого вероятность вынуть из копилки наудачу двухрублевую монету стала равна  $\frac{31}{45}$ . Сколько монет было в копилке?

**504.** Среди сотрудников офиса, в котором работают пять мужчин и три женщины, разыгрывают по жребию два билета в театр. С какой вероятностью в театр пойдут мужчина и женщина?

**505.** Среди сотрудников офиса, в котором работают шесть мужчин и четыре женщины, разыгрывают по жребию два билета в театр. С какой вероятностью в театр пойдут мужчина и женщина?

**506.** Из цифр 0; 1; 4; 8; 9 случайным образом составляют трехзначное число (повторения цифр допускаются). Какова вероятность того, что получится четное число?

**507.** Из цифр 0; 2; 3; 6; 9 случайным образом составляют трехзначное число (повторения цифр допускаются). Какова вероятность того, что получится нечетное число?

**508.** Номера студенческих дипломов состоят из шести цифр. С какой вероятностью случайно выбранный номер читается одинаково слева направо и справа налево (например, 083380)?

**509.** Номера студенческих дипломов состоят из восьми цифр. С какой вероятностью случайно выбранный номер читается одинаково слева направо и справа налево (например, 05311350)?

**510.** На пяти карточках выписаны буквы слова «гамак». Карточки перемешивают и выкладывают в ряд случайным образом. Найдите вероятность того, что получится то же самое слово.

**511.** На пяти карточках выписаны буквы слова «хохот». Карточки перемешивают и выкладывают в ряд случайным образом. Найдите вероятность того, что получится то же самое слово.

**512.** Мишень представляет собой круг, в который вписан правильный треугольник. Стрелок выстрелил не целясь и попал в мишень. Найдите вероятность того, что он не попал в треугольник.

**513.** Мишень представляет собой правильный треугольник, в который вписан круг. Стрелок выстрелил не целясь и попал в мишень. Найдите вероятность того, что он не попал в круг.

**514.** Центр окружности радиусом 5 находится в точке с координатами (6; 8). Найдите вероятность того, что случайная прямая, проходящая через начало координат, пересекает окружность.

**515.** Центр окружности радиусом 5 находится в точке с координатами (6; 8). Найдите вероятность того, что случайный луч, выходящий из начала координат, пересекает окружность.

**516.** Коля и Витя договорились встретиться в парке с 14.00 до 15.00. Пришедший первым ждет другого в течение 20 мин, после чего уходит. Какова вероятность того, что они встретятся?

**517.** Коля и Витя договорились встретиться в парке с 15.00 до 16.00. Пришедший первым ждет другого в течение 30 мин, после чего уходит. Какова вероятность того, что они встретятся?

## I. Квадратичная функция

1. а) 1; 3; 7; б) 5; 2; -4; в) -3; -4; 0; г) -2; 0; 10; д)  $\frac{1}{2}$ ; 0; 2; е) 0;  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{3}{4}$ .
2. а) 1)  $f(1) > h(1)$ ; 2)  $f\left(\frac{1}{2}\right) > h(4)$ ; 3)  $f(-2) > h(1)$ ; б) 1)  $y(-1) > z(0)$ ; 2)  $y(2) > z\left(-\frac{1}{2}\right)$ ; 3)  $y(3) < z(2)$ . 3. а) 1) 1; 2) 2; 3) -1; б) 1) -8; 2) 0; 3) -6. 4. а) Да,  $x = \frac{1}{2}$ ; да,  $x = 2$ ; нет; б) да,  $x = \frac{1}{2}$ ; да,  $x = 3$ ; нет. 5. а)  $x = -1$ ;  $x = 2$ ; б)  $x = 3$ ;  $x = 5$ ; в)  $x = -2$ ; г)  $x = 2$ .
6. а) 1) 2; 3; 7; 2) 2; 3; 7; б) 1) -1; 0; 1; 2; 3; 2) 0; 1; 2; 3. 8. а)  $(-\infty; +\infty)$ ; б)  $(-\infty; +\infty)$ ; в)  $(-\infty; +\infty)$ ; г)  $(-\infty; +\infty)$ ; д)  $x \neq 2$ ; е)  $x \neq -1$ ; ж)  $[11; +\infty)$ ; з)  $(-\infty; 10]$ . 9. а)  $D(f) = [0; 4]$ ;  $E(f) = [0; 4]$ ;  $f(1) = 1$ ;  $f(2) = 0$ ;  $f(4) = 4$ ; б)  $D(g) = [-1; 3]$ ;  $E(g) = [0; 2]$ ;  $g(1) = 2$ ;  $g(2) = 0$ ;  $g(3) = 1$ . 10. а) (6; 0); (0; -3); б) (-5; 0); (0; 15); в) (2; 0); (0; -2); г) (-3; 0); (0; 1). 11. а) 1)  $[-2; 3]$ ; 2) 2; 3)  $[-2; 2]$ ; 4) (2; 3]; 5)  $f_{\text{наим}} = -8$ ,  $f_{\text{наиб}} = 2$ ; б)  $[-2; 3]$ ; 6) 1)  $[-1; 3]$ ; 2) 2; 3)  $[-1; 2]$ ; 4) (2; 3]; 5)  $g_{\text{наим}} = -3$ ,  $g_{\text{наиб}} = 9$ ; 6)  $[-1; 3]$ . 12. а) 1)  $[-5; 5]$ ; 2)  $[-1; 8]$ ; 3)  $f_{\text{наим}} = -1$ ,  $f_{\text{наиб}} = 8$ ; 4)  $\pm 1$ ;  $\pm 3$ ; 5)  $[-5; -3]$ ;  $(-1; 1)$ ; (3; 5); 6)  $(-3; -1)$ ; (1; 3); 7)  $[-2; 0]$ ;  $[2; 5]$ ; 8)  $[-5; -2]$ ;  $[0; 2]$ ; б) 1)  $[-1; 4]$ ; 2)  $[0; 8]$ ; 3)  $h_{\text{наим}} = 0$ ;  $h_{\text{наиб}} = 8$ ; 4) 1; 3; 5)  $[-1; 1]$ ; (1; 3); (3; 4); 6)  $\emptyset$ ; 7)  $[1; 2]$ ;  $[3; 4]$ ; 8)  $[-1; 1]$ ;  $[2; 3]$ .
13. а) 1)  $y = 2x - 3$ ;  $y = \frac{1}{2}x + 3$ ;  $y = 0,01x + 1$ ; 2)  $y = 3 - 7x$ ;  $y = -10x + 1$ ; б) 1)  $y = 5x + 8$ ;  $y = 0,001x + 2$ ; 2)  $y = 10 - 3x$ ;  $y = -100x - 3$ ;  $y = -x + 1$ . 14. а) А - 2, Б - 1, В - 3; б) А - 3, Б - 2, В - 1. 15. а) 20; б) 20; в) 0; -2; г) 1; 5; д) нет; е) нет.
16. а)  $D(y) = (-\infty; +\infty)$ ;  $E(y) = (-\infty; +\infty)$ ; нули:  $x = 6$ ; убывает на  $(-\infty; +\infty)$ ;  $y(x) > 0$  при  $x \in (-\infty; 6)$ ;  $y(x) < 0$  при  $x \in (6; +\infty)$ ; наименьшего и наибольшего значений нет; б)  $D(y) = (-\infty; +\infty)$ ;  $E(y) = (-\infty; +\infty)$ ; нули:  $x = 20$ ; возрастает на  $(-\infty; +\infty)$ ;  $y(x) < 0$  при  $x \in (-\infty; 20)$ ;  $y(x) > 0$  при  $x \in (20; +\infty)$ ; наименьшего и наибольшего значений нет; в)  $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ;  $E(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ; нулей нет;  $y(x) < 0$  при  $x \in (-\infty; 0)$ ;  $y(x) > 0$  при  $x \in (0; +\infty)$ ; убывает на  $(-\infty; 0)$ ; (0;  $+\infty$ ); наименьшего и наибольшего значений нет; г)  $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ;  $E(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ; нулей нет;  $y(x) < 0$  при  $x \in (0; +\infty)$ ;  $y(x) > 0$  при  $x \in (-\infty; 0)$ ; возрастает на  $(-\infty; 0)$ ; (0;  $+\infty$ ); наименьшего и наибольшего значений нет; д)  $D(y) = [1; +\infty)$ ;  $E(y) = [0; +\infty)$ ; нули:  $x = 1$ ;  $y(x) > 0$  при  $x \in (1; +\infty)$ ; возрастает на  $[1; +\infty)$ ;  $y_{\text{наим}} = 0$ ; наибольшего значения нет; е)  $D(y) = [-2; +\infty)$ ;  $E(y) = [0; +\infty)$ ; нули:  $x = -2$ ;  $y(x) > 0$  при  $x \in (-2; +\infty)$ ; возрастает на  $[-2; +\infty)$ ;  $y_{\text{наим}} = 0$ ; наибольшего значения нет. 17. а)  $y = x + 5$ ; б)  $y = x - 4$ ; в)  $y = (x + 3)(x - 2)$ ; г)  $y = (x + 1)(x - 4)$ . 18. а)  $y = x$ ; б)  $y = \frac{1}{x+1}$ ; в)  $y = \frac{1}{x-3}$ ; г)  $y = \sqrt{x-2}$ ; д)  $y = \sqrt{3-x}$ . 19. а) 1)  $(-\infty; 3,5)$ ; 2)  $(3,5; +\infty)$ ; б) 1)  $(-\infty; -1,8)$ ; 2)  $(-1,8; +\infty)$ ; в) 1)  $(-\infty; 0)$ ; 2)  $(0; +\infty)$ ; г)  $(-\infty; 0)$ ; 2)  $(0; +\infty)$ . 20. а)  $E(f) = [-8; 7]$ ; б)  $E(f) = [-9; 1]$ . 21. а)  $x = \frac{y+3}{4}$ ; б)  $x = \frac{2-y}{3}$ . 22. а) 20 м/с; б) 40 м/с. 23. а) -9; б)  $\frac{3}{4}$ ; в)  $-\frac{1}{2}$ ; г)  $-\frac{21}{40}$ . 24. а)  $(-\infty; 0) \cup \left(0; \frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$ ; б)  $(-\infty; 0) \cup \left(0; \frac{2}{5}\right) \cup \left(\frac{2}{5}; +\infty\right)$ ; в)  $(-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; +\infty)$ ; г)  $(-\infty; -2) \cup (-2; 0) \cup (0; 2) \cup (2; +\infty)$ ; д)  $[5; 6) \cup (6; 8) \cup (8; +\infty)$ ; е)  $(-\infty; -3) \cup (-3; -2) \cup (-2; 1]$ . 25. а) -5; б) 1; в) 3; г) 2. 26. а) Убывает на  $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ ; б) убывает на  $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ ; в) убывает на  $(-\infty; 0]$ ; возрастает на  $[0; +\infty)$ ; г) возрастает на  $(-\infty; 0]$ ; убывает на  $[0; +\infty)$ . 27. а)  $(-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$ ; б)  $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ ; в)  $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$ ; г)  $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ ; д)  $[0; 2]$ ; е)  $[0; 3]$ . 28. а) 5; б) 4; в) 6; г) 3. 29. а) -3; б) 4; в) 5; г) 15. 30. а) 1)  $(-\infty; -1)$ ; (3;  $+\infty$ ); 2)  $(-1; 3)$ ; б) 1)  $(-4; 2)$ ; 2)  $(-\infty; -4)$ ; (2;  $+\infty$ ); в) 1) (2;  $+\infty$ ); 2)  $[1; 2)$ ; г) 1)  $[-1; 3)$ ; 2) (3;  $+\infty$ ). 31. а)  $D(y) = [2; +\infty)$ ,  $E(y) = [3; +\infty)$ ; б)  $D(y) = (-\infty; -2]$ ,  $E(y) = [-4; +\infty)$ . 32. а)  $E(f) = [3; 12]$ ; б)  $E(f) = [-8; 1]$ . 33. а)  $x = \frac{y-3}{y+1}$ ; б)  $x = \frac{3-y}{y+1}$ . 34. а)  $S = 50t$  при

$t \in [0; 2]$ ,  $S = 70t - 40$  при  $t \in (2; 5]$ ; 6)  $S = 50t$  при  $t \in [0; 3]$ ,  $S = 70t - 60$  при  $t \in (3; 5]$ . 35. а) 6; б) 4. 36. а) 16; б) 4. 37. а)  $y = x + 4$ ; б)  $y = x$ ; в)  $y = 4x - 3$ ; г)  $y = 9x - 8$ . 38. а)  $f(x) = 2x - 7$ ; б)  $f(x) = 3x - 4$ ; в)  $f(x) = \frac{3x+7}{2}$ ; г)  $f(x) = \frac{5x+2}{3}$ . 40. а) 6,5; б) -3; в) 0; г) -1. 41. а) 6; б) 10; в) 11; г) 5. 42. а)  $(-\infty; -6] \cup [-2; +\infty)$ ; б)  $(-\infty; 3] \cup [7; +\infty)$ . **Указание.** Получите квадратное уравнение для нахождения  $x$ , найдите его дискриминант  $D$  и решите неравенство  $D \geq 0$ . 43. а)  $f_{\text{наим}} = -5$ ;  $f_{\text{наиб}} = 5$ ; б)  $f_{\text{наим}} = 11$ ;  $f_{\text{наиб}} = 15$ . 45. а)  $y(x) = 11 - x$ ; б)  $y(x) = \frac{13-2x}{16-3x}$ ; в)  $y(x) = 2x^2 - 21x + 58$ ; г)  $y(x) = 2 - |x - 9|$ ; д)  $y(x) = \frac{3|x-5|+2}{11-2x}$ . **Указание.** Пусть  $z = 6 - x$ , тогда  $x = 6 - z$  и запишем данную функцию для переменной  $z$ . 46. а)  $y(x) = -x - 1$ ; б)  $y(x) = \frac{x+3}{2x+10}$ ; в)  $y(x) = x^2 + 9x + 13$ ; г)  $y = 2x + 8 - |x + 6|$ ; д)  $y(x) = \frac{|x+6|+3}{2|x+4|-8}$ . **Указание.** Пусть  $z = 2x - 4$ , тогда  $x = \frac{z+4}{2}$  и запишем данную функцию для переменной  $z$ . 47. а)  $y(x) = \frac{4}{5}x^2 + 7x + 1$ ; б)  $y(x) = -\frac{7}{5}x^2 + \frac{8}{5}x + 3$ . **Указание.** Данное равенство запишем еще и для аргумента  $-x$ , обозначьте  $a = y(x)$ ,  $b = y(-x)$  и из полученной системы уравнений найдите  $a$ ; в)  $y(x) = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{9}{7}x - \frac{41}{7}$ ; г)  $y(x) = x^2 - \frac{8}{3}x + 16$ ; д)  $y(x) = -\frac{1}{5}x^2 - \frac{9}{5x^2}$ ; е)  $y(x) = -\frac{13}{3}x - \frac{3}{x} + \frac{1}{3}$ . 48. а)  $y = 9x - 10$ ; б)  $y = 4x - 3$ ; в)  $y = x$ ; г)  $y = \frac{3x-3}{x}$ ; д)  $y = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x$ ; е)  $y = -x^4 + 6x^3 - 12x^2 + 9x$ . 49. а)  $y_1 = -6x + 1$ ,  $y_2 = -6x + 5$ ; б)  $y_1 = -6x + 5$ ,  $y_2 = -6x - 1$ ; в)  $y_1 = x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 2x$ ,  $y_2 = -x^4 - 2x^3 + x^2 + 2x$ ; г)  $y_1 = -x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 2x$ ,  $y_2 = x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x$ ; д)  $y_1 = \frac{x^2+x-1}{x^2+x+1}$ ,  $y_2 = \frac{2x^2-2x}{(x+1)^2}$ ; е)  $y_1 = \frac{-3x^2-2x+1}{(1-x)^2}$ ,  $y_2 = \frac{-x^2-2x+1}{(1-x)^2}$ . 50. а)  $D(g) = (-\infty; +\infty)$ ;  $E(g) = [-2; +\infty)$ ; нули:  $\pm 1$ ;  $\pm 4$ ;  $f(x) < 0$  на  $(-\frac{9}{2}; -1) \cup (1; \frac{9}{2})$ ;  $f(x) > 0$  на  $(-\infty; -\frac{9}{2}) \cup (-1; 1) \cup (\frac{9}{2}; +\infty)$ ,  $f(x)$  убывает на  $(-\infty; -3] \cup [0; 3]$ ;  $f(x)$  возрастает на  $[-3; 0]$ ;  $[3; +\infty)$ ,  $f_{\text{наим}} = -2$ ; наибольшего значения нет; б)  $D(g) = (-\infty; +\infty)$ ;  $E(g) = [-3; +\infty)$ ; нули:  $\pm \frac{7}{2}$ ;  $\pm 8$ ,  $f(x) < 0$  на  $(-8; -\frac{7}{2}) \cup (\frac{7}{2}; 8)$ ;  $f(x) > 0$  на  $(-\infty; -8) \cup (-\frac{7}{2}; \frac{7}{2}) \cup (8; +\infty)$ ;  $f(x)$  убывает на  $(-\infty; -5] \cup [-2; 0] \cup [2; 5]$ ;  $f(x)$  возрастает на  $[-5; -2] \cup [0; 2] \cup [5; +\infty)$ ,  $f_{\text{наим}} = -3$ ; наибольшего значения нет. 51. а)  $x - x^2 + 6$ ;  $-x^2 + 2x$ ;  $x^2 - 5$ ; б)  $x^2 - 6x + 9$ ;  $2x + x^2$ ;  $x^2 + 9$ ;  $3x + 1 + x^2$ . 52. а) 1; 3; б) 1; 5; в)  $\frac{1}{2}$ ; 2; г) -3;  $-\frac{1}{3}$ . 53. а) А - 2, Б - 3, В - 1; б) А - 3, Б - 2, В - 1. 54. а) 0; б) 0; в) 2; г) 2; д) 1; е) 1. 55. а)  $\frac{1}{2}$ ; 3; б) 2;  $\frac{1}{3}$ ; в) -1; 3; г) -1; 4; д)  $\pm 3$ ; е)  $\pm 4$ . 56. а)  $x^2 - 7x + 12$ ;  $3x^2 + 12x + 12$ ;  $2x^2 - 2x - 12$ ; б)  $x^2 - 4x + 1$ ;  $x^2 + 8x + 12$ ;  $2x^2 + 8x + 8$ ;  $3x^2 + 3x - 18$ . 57. а) А - 3, Б - 1, В - 2; б) А - 2, Б - 1, В - 3. 58. а)  $(x-3)(x-7)$ ; б)  $(x-3)(x-6)$ ; в)  $(x+4)(x-3)$ ; г)  $(x+5)(x-6)$ ; д)  $2(x - \frac{1}{2})(x-3)$ ; е)  $3(x - \frac{1}{3})(x-2)$ . 59. а)  $(x-3)(x-5)$ ; б)  $(x-2)(x-4)$ ; в)  $(x - \frac{1}{2})(x-2)$ ; г)  $(x - \frac{1}{3})(x-3)$ ; д)  $(x+2)(x+3)$ ; е)  $(x+1)(x+5)$ ; ж)  $(x + \frac{1}{2})(x - \frac{1}{3})$ ; з)  $(x + \frac{1}{5})(x - \frac{1}{2})$ . 60. а)  $x - 2$ ; б)  $x - 3$ ; в)  $x + 2$ ; г)  $x + 3$ ; д)  $x - 2$ ; е)  $x - 3$ . 61. а)  $x - 5$ ; б)  $x - 3$ ; в)  $\frac{1}{x-6}$ ; г)  $\frac{1}{x-5}$ . 62. а) 1000; б) 1000. 63. а)  $(x-2)^2 + 1$ ; б)  $(x-3)^2 + 1$ ; в)  $(x+4)^2 - 17$ ; г)  $(x+5)^2 - 28$ . 65. а)  $\frac{\sqrt{3}}{5}$ ;  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ;  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ; в)  $1 - \sqrt{3}$ ;  $2 - \sqrt{3}$ ; г)  $2 - \sqrt{5}$ ;  $3 - \sqrt{5}$ . 66. а)  $[-\frac{49}{8}; +\infty)$ ; б)  $(-\infty; \frac{25}{24}]$ ; в)  $(-\infty; 0) \cup (0; \frac{1}{2}]$ ; г)  $(-\infty; 0) \cup (0; \frac{3}{4}]$ . 67. а)  $\frac{x+5}{1-x}$ ; б)  $\frac{x+3}{5-x}$ ;

- в)  $\frac{x-2}{3-x}$ ; г)  $\frac{x+2}{x-3}$ . 69. а) При  $x = 1; -7$ ; б) при  $x = 1; -4$ . 70. а) 4; б) 36. 71. а)  $-8$ ; б)  $\frac{65}{7}$ ;  
 б)  $-4$ ; в)  $\frac{53}{7}$ . 72. а)  $3(x-3)^2 + 11(x-3) + 3$ ; б)  $-2(x-3)^2 - 7(x-3)$ . Указание. Пусть  $z = x - 3$ , тогда  $x = z + 3$  и запишем многочлен для переменной  $z$ . 73. а)  $(5-2x)^2 - 7(5-2x) + 11$ ; б)  $-(5-2x)^2 + 19(5-2x) - 52$ . 74. а)  $6x^2 - x - 2$ ; б)  $12x^2 + 5x - 2$ .  
 75. а)  $3x^2 + 10x - 16$ ; б)  $x^2 - 5x - 12$ ; в)  $3x^2 - x - 6$ ; г)  $3x^2 + 17x + 18$ . 76. а)  $x = 2, 5y$ ,  
 $x = -4y$ ; б)  $x = 4y$ ,  $x = \frac{y}{3}$ ; в)  $x = 5y$ ,  $x = 1, 5y$ ; г)  $x = y$ ,  $x = \frac{3}{5}y$ . 77. а)  $x^7(x-2)(x-3)$ ;  
 б)  $x^5(x+4)(x+5)$ ; в)  $(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$ ; г)  $(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)$ ;  
 д)  $(x-a)(5x+3a)$ ; е)  $(x-a)(7x+10a)$ . 78. а)  $A = 7$ ,  $x = 2$ ,  $y = -3$ ; б)  $A = 1$ ,  $x = 1$ ,  
 $y = -2$ ; в)  $A = 10$ ,  $x = -2$ ,  $y = 3$ ; г)  $A = 2$ ,  $x = 1$ ,  $y = 5$ . 80. а)  $144 \text{ см}^2$ ; б)  $196 \text{ см}^2$ .  
 81. а)  $\frac{x}{x-2}$ ; б)  $\frac{x}{x-4}$ . 82. а)  $a > 2$ ; б)  $a < -3$ . 83. а)  $A = 13$ ,  $x = 2$ ,  $y = 3$ ; б)  $A = 29$ ,  $x = 5$ ,  
 $y = -1$ ; в)  $A = 7$ ,  $x = 1$ ,  $y = -1$ ; г)  $A = 10$ ,  $x = 2$ ,  $y = 2$ . 84. а)  $A = 2$ ; б)  $A = 13,5$ .  
 85. а)  $x = -\frac{1}{3}$ ,  $x = 1$ ; б)  $x = -\frac{1}{2}$ ,  $x = 3$ . 86. а)  $81 \text{ см}^2$ ; б)  $121 \text{ см}^2$ . 88.  $(x-a+1)(x-a-2)$ ;  
 б)  $(x-3a+1)(x+a-1)$ ; в)  $(a-x)(2a+x-1)$ ; г)  $(x+a)(x-2a-1)$ ; д)  $(x-2)(x+3a+6)$ ;  
 е)  $(x+3)(x-2a-5)$ ; ж)  $(x^2+3x-3)(x^2+3x+5)$ ; з)  $(x^2+x-2)(x^2+x-4)$ ; и)  $(x^2+2x+2)(x^2-2x+2)$ ;  
 к)  $(2x^2+2x+1)(2x^2-2x+1)$ . Указание. ж, з) Измените порядок умножения скобок; и, к) Выделите полный квадрат суммы. 89. а)  $-x-2y$ ;  
 б)  $-2x-y$ ; в)  $\frac{5y-3}{3y+1}$ ; г)  $\frac{3y+2}{2y+1}$ . 90. а)  $-1$ ; б)  $0,2$ . 91. а)  $5$  и  $1,5$ ; б)  $1$  и  $0,6$ ; в)  $-\frac{4}{13}$ ;  
 г)  $-\frac{1}{4}$ . 92. а-г)  $0$ . 93. а)  $1$  при  $x \neq \pm 1; \pm 2$ ; б)  $2$  при  $x \neq \pm 2; -1; -\frac{1}{2}$ . 94. а) При  $a = -7$   
 $\emptyset$ ; при  $a = 8$   $x \in (-\infty; +\infty)$ ; при  $a \neq -7; a \neq 8$   $x = \frac{a+8}{a+7}$ ; б) при  $a = -4$   $\emptyset$ ; при  $a = 2$   
 $x \in (-\infty; +\infty)$ ; при  $a \neq -2; a \neq -4$   $x = \frac{a+2}{a+4}$ ; в) при  $a = -8$   $\emptyset$ ; при  $a = 3$   $x \in (-\infty; +\infty)$ ;  
 при  $a \neq -8; a \neq 3$   $x = \frac{2a+1}{a+8}$ ; г) при  $a = -\frac{1}{2}$   $\emptyset$ ; при  $a = 3$   $x \in (-\infty; +\infty)$ ; при  $a \neq -\frac{1}{2}$ ;  
 $a \neq 3$   $x = \frac{3a-1}{2a+1}$ . 95. а)  $-\frac{5}{2}$ ; б)  $\frac{1}{2}$ ; в)  $-5$ ; г)  $\frac{21}{4}$ ; д)  $\frac{21}{2}$ ; е)  $-\frac{95}{8}$ ; ж)  $\frac{\sqrt{17}}{2}$ . 96. а)  $-\frac{b}{a}$ ; б)  $\frac{c}{a}$ ;  
 в)  $-\frac{b}{c}$ ; г)  $\frac{b^2-2ac}{a^2}$ ; д)  $\frac{b^2-2ac}{ac}$ ; е)  $-\frac{b}{a^3}(b^2-4ac)$ ; ж)  $\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{|a|}$ . 97. а)  $3x^2 - 10x + 4$ ;  
 б)  $3x^2 - 17x + 15$ ; в)  $9x^2 - 18x + 5$ . 98. а)  $ax^2 + 2bx + 4c$ ; б)  $ax^2 + (b-4a)x + (c-2b+4a)$ ;  
 в)  $a^2x^2 + (b-c)ax - bc$ . 99. а)  $-7$ ; б)  $-3$ . 100. а)  $54$ ; б)  $-180$ . 101. а)  $A \geq -8$ ; б)  $A \geq -12$ .  
 102. а)  $A \geq \frac{1}{2}$ ; б)  $A \geq 2$ . 103. а)  $3$ ; б)  $\frac{2}{9}$ .

104. а)  $y_{\text{наим}} = 0$ ; возрастает на  $[0; +\infty)$ ; убывает на  $(-\infty; 0]$ .

$x$	0	$\pm 1$	$\pm 2$	$\pm 3$	$\pm 4$	$\pm 5$
$y$	0	0,2	0,8	1,8	3,2	5

б)  $y_{\text{наиб}} = 0$ ; возрастает на  $(-\infty; 0]$ ; убывает на  $[0; +\infty)$ .

$x$	0	$\pm 1$	$\pm 2$	$\pm 3$	$\pm 4$
$y$	0	$-\frac{1}{4}$	-1	$-\frac{9}{4}$	-4

105. а)  $[0; +\infty)$ ; б)  $(-\infty; 0]$ . 106. а) 1)  $(\pm 4; 8)$ ; 2)  $(\pm 10; 50)$ ; 3)  $(2; 2)$  4)  $(-1; \frac{1}{2})$ ;  $(2; 2)$ ;  
 б) 1)  $(\pm 9; -27)$ ; 2)  $(\pm 15; -75)$ ; 3)  $(-3; -3)$ ; 4)  $(-3; -3)$ ;  $(2; -\frac{4}{3})$ . 107. а) 1) Да; 2) да;  
 3) нет; 4) нет; 5) да; 6) да; б) 1) да; 2) да; 3) нет; 4) нет; 5) да; 6) да. 111. а) I, III  
 и IV; б) II, III и IV; в) I, II и IV; г) I, II и III. 112. а)  $(5; -5)$ ; б)  $(-3; -20)$ ; в)  $(2; 19)$ ;  
 г)  $(4; 19)$ . 113. а)  $x = 3$ ; б)  $x = -2$ ; в)  $x = 1$ ; г)  $x = -3$ . 114. а) 1)  $1; -3$ ; 2)  $f(x) < 0$  при  
 $x \in (-3; 1)$ ;  $f(x) > 0$  при  $x \in (-\infty; -3)$  и  $x \in (1; +\infty)$ ; 3)  $E(f) = [-4; +\infty)$ ; 4)  $f_{\text{наим}} = -4$ ;



наибольшего значения нет; 5) убывает на  $(-\infty; -1]$ ; возрастает на  $[-1; +\infty)$ ;  
 6) 1)  $-2$ ; 6) 2)  $f(x) < 0$  при  $x \in (-2; 6)$ ;  $f(x) > 0$  при  $x \in (-\infty; -2)$  и  $x \in (6; +\infty)$ ;  
 3)  $E(f) = (-16; +\infty)$ ; 4)  $f_{\text{наим}} = -16$ ; наибольшего значения нет; 5) убывает на  $(-\infty; 2]$ ;  
 возрастает на  $[2; +\infty)$ ; в) 1) 0; 3) 2)  $f(x) < 0$  при  $x \in (-\infty; 0)$  и  $x \in (3; +\infty)$ ,  $f(x) > 0$  при  
 $x \in (0; 3)$ ; 3)  $E(f) = (-\infty; \frac{9}{2}]$ ; 4)  $f_{\text{наиб}} = \frac{9}{2}$ ; наименьшего значения нет; 5) убывает  
 на  $[\frac{3}{4}; +\infty)$ ; возрастает на  $(-\infty; \frac{3}{4}]$ ; г) 1) 0; 2) 2)  $f(x) < 0$  при  $x \in (-\infty; 0)$  и  $x \in (2; +\infty)$ ,  
 $f(x) > 0$  при  $x \in (0; 2)$ ; 3)  $E(f) = (-\infty; 2]$ ; 4)  $f_{\text{наиб}} = 2$ ; наименьшего значения нет;  
 5) убывает на  $[1; +\infty)$ ; возрастает на  $(-\infty; 1]$ . 115. а)  $(-3; 0)$ ; (1; 0) (0; 3); 6)  $(-3; 0)$ ;  
 $(-1; 0)$ ; (0; 3); в) (1; 0)  $(\frac{1}{2}; 0)$ ; (0; 1); г) (2; 0); (3; 0) (0;  $-6$ ). 116. а)  $y = 3x^2 - 3$ ;  
 6)  $y = -2x^2 + 4$ . 117. а) 1)  $y = 3x^2 - 6x + 1$ ; 2)  $y = 3x^2 - 6x + 13$ ; 6) 1)  $y = -2x^2 - 4x - 7$ ;  
 2)  $y = -2x^2 - 4x + 5$ . 118. а)  $y_{\text{наим}} = -6$ ;  $y_{\text{наиб}} = \frac{25}{4}$ ; 6)  $y_{\text{наим}} = 2$ ;  $y_{\text{наиб}} = 6$ . 120. а) 1)  $[\frac{9}{8}; +\infty)$ ;  
 2)  $(-\infty; -\frac{125}{8}]$ ; 6) 1)  $[\frac{25}{8}; +\infty)$ ; 2)  $(-\infty; -\frac{9}{2}]$ . 122. а) 9; 6)  $-4$ . 123. а)  $\pm 12$ ; 6)  $\pm 6$ .  
 125. а)  $a > 0, b < 0, c > 0$ ; 6)  $a < 0, b < 0, c < 0$ . 126. а)  $\frac{15}{4}$ ; 6)  $\frac{45}{4}$ . 128. а) Положитель-  
 ный; б) отрицательный; в, г) положительный. 129. а)  $y = \frac{1}{7}x^2 - \frac{10}{7}x + \frac{24}{7}$ ;  
 6)  $y = 4x^2 + 16x + 12$ ; в)  $y = 4x^2 - x - 6$ ; г)  $y = 3x^2 + x - 1$ . 130. а) (4; 44); 6)  $(-3; -17)$ .  
 131. а)  $y = x - 2, y = -7x - 2$ ; 6)  $y = 3x + 2, y = -x + 2$ . 132. а) (3; 9); 6)  $(-2; 5)$ .  
 133. а)  $\frac{4}{3}$ ; 6)  $\frac{5}{4}$ ; в) 5; г)  $\frac{22}{3}$ ; д) 5; е) 6; ж) 2; з)  $-1$ . Указание. ж, з) Обозначьте корень  
 новой переменной и выразите  $x$ ); и) 9; к) 11. Указание. и, к) Избавьтесь от ирра-  
 циональности в правой части равенства. 134. а) 0; 6) 4; в) 4; г) 3. Указание. Рас-  
 смотрите подкоренные выражения. 135. а)  $(-\infty; \frac{1}{4}] \cup [1; +\infty)$ ; б)  $(-\infty; \frac{1}{9}] \cup [1; +\infty)$ ;  
 в)  $[0; 2]$ ; г)  $[0; \frac{5}{4}]$ . Указание. Получите квадратное уравнение для нахождения  $x$ ,  
 вычислите его дискриминант  $D$  и решите неравенство  $D \geq 0$ . 136. а) При  $a < -2$  –  
 две точки; при  $a = -2$  – три точки; при  $a \in (-2; 1)$  – четыре точки; при  $a = 1$  – три  
 точки; при  $a > 1$  – две точки; 6) при  $a < 2$  – две точки; при  $a = 2$  – одна точка; при  
 $a \in (2; 3) - \emptyset$ ; при  $a = 3$  – одна точка; при  $a > 3$  – две точки. 137. а)  $(-\frac{31}{8}; +\infty)$ ;  
 б)  $(-\infty; -4)$ ; в)  $(\frac{11}{5}; \frac{31}{8})$ ; г)  $(-\frac{13}{3}; -4)$ . 138. а) 1) Больше 0; 2) больше 0; 3) равно 0;  
 6) 1) больше 0; 2) меньше 0; 3) равно 0. 139. а) 1)  $f(2,4) < f(3,8)$ ; 2)  $f(-8,1) < f(-9,6)$ ;  
 3)  $f(-9,6) = f(9,6)$ ; 4)  $f(-0,8) > f(0,4)$ ; 6) 1)  $g(5,8) > g(4,9)$ ; 2)  $g(-12,3) < g(-15,1)$ ;  
 3)  $g(-0,3) = g(0,3)$ ; 4)  $g(1,4) < g(-2,1)$ ; в) 1)  $h(3,4) < h(5,2)$ ; 2)  $h(-0,35) < h(-0,24)$ ;  
 3)  $h(4,1) > h(-4,1)$ ; 4)  $h(0,6) > h(-5)$ ; г)  $\phi(6,2) < \phi(7,3)$ ; 2)  $\phi(-0,13) > \phi(-0,17)$ ;  
 3)  $\phi(-7,5) < \phi(7,5)$ ;  $\phi(-3,5) < \phi(2,4)$ . 140. а)  $3,5^4 > 2,9^4$ ; 6)  $(-8,1)^4 > (-6,5)^4$ ; в)  $1,4^6 > 1$ ;  
 г)  $(-0,18)^6 > (0,14)^6$ ; д)  $9,4^3 > 7,8^3$ ; е)  $(-4,7)^3 < (-4,2)^3$ . 141. а) 1) Да; 2) нет; 3) да;  
 4) нет; 6) 1) да; 2) да; 3) нет; 4) нет. 142. а) I и II; 6) I и II; в) I и III; г) I и III.  
 144. а) Да; 6) да; в) нет; г) нет. 145. а) Да; 6) да; в) нет; г) нет; д) да; е) да. 146. а) 4;  
 6) 5; в) 2; г) 2; д) 1,1; е) 1,8. 147. а) 2; 6) 12; в) 3; г) 5; д) 2; е) 4. 148. а)  $-\sqrt[7]{38}$ ;  
 б)  $-\sqrt[3]{3}$ ; в)  $-\sqrt[3]{0,01}$ ; г)  $-\sqrt[3]{0,15}$ ; д)  $-5\sqrt[3]{\frac{3}{7}}$ ; е)  $-15\sqrt[3]{\frac{5}{3}}$ . 149. а)  $-2$ ; 6)  $-6$ ; в)  $-2$ ; г)  $-4$ ; д)  $-0,1$ ;  
 е)  $-0,1$ . 150. а) 13; 6) 21; в) 2; г) 3; д)  $-4$ ; е)  $-5$ . 151. а) А – 2, Б – 1, В – 3; 6) А – 3,  
 Б – 2, В – 1; в) А – 1, Б – 3, В – 2; г) А – 3, Б – 2, В – 1. 152. а)  $y_{\text{min}} = -27, y_{\text{max}} = 8$ ;  
 6)  $y_{\text{min}} = -27, y_{\text{max}} = 8$ . 153. а) 12; 6) 15. 154. а)  $-19$ ; 6)  $-43$ . 155. а) 0;  $\frac{3}{2}$ ; 6) 0;  $\frac{4}{3}$ .  
 156. а)  $y_{\text{min}} = -5, y_{\text{max}} = 43$ ; 6)  $y_{\text{min}} = -25, y_{\text{max}} = 7$ . 157. а) 5; 6) 2; в) 10; г) 5. 158. а) 3;  
 6) 7; в)  $-2$ ; г) 8; д) 5; е)  $-1$ . 159. а) 2 и 3; 6) 3 и 4; в) 0 и 1; г) 0 и 1; д) 1 и 2; е) 1 и 2.  
 160. а) 1)  $2 \leq x \leq 4$ ; 2)  $-10 < x < 3$ ; 6) 1)  $-8 \leq x \leq 216$ ; 2)  $16 < x \leq 256$ . 161. а) 2; 6) 2;

в) 9; г) 0; д) 0 и 4; е) 1 и 9; ж)  $-\frac{1}{2}$  и 1; з)  $-\frac{7}{2}$  и -2. 162. а) 625; б) 1296; в) -729; г) -216; д) 22; е) 60. 163. а) 4; б) 6. 164. а)  $8 - \sqrt{3}$ ; б)  $8 - \sqrt{5}$ ; в)  $4\sqrt{3}$ ; г)  $4\sqrt{5}$ ; д) 10; е) -18. 165. а)  $\sqrt{x} - \sqrt{x-1}$ ; б)  $\sqrt{x} - \sqrt{x-2}$ . 166. а) -81; б) 24; в) 123,7; г) 1,2; д) -24; е) -44. 167. а)  $2\sqrt{14}$ ; б)  $2\sqrt{17}$ ; в)  $8\sqrt{35} - 18$ ; г)  $4\sqrt{22} - 6$ ; д) 100; е) 27; ж)  $\frac{12}{5}$ ; з)  $\frac{1}{4}$ . 168. а) 6; б) 2; в)  $\sqrt{xy} + y\sqrt{x} + 2$ ; г)  $\sqrt{xy} + y\sqrt{x} + 4$ ; д)  $3 - \sqrt{x}$ ; е)  $4 - \sqrt{x}$ ; ж) -18; з) -22. 169. а) При  $a < 3$   $\emptyset$ ; при  $a = 3$  - один корень; при  $a > 3$  - два корня; б) при  $a < -4$   $\emptyset$ ; при  $a = -4$  - один корень; при  $a > -4$  - два корня; в) при  $a \in (1; 5)$   $\emptyset$ ; при  $a = 1$  или  $a = 5$  - один корень; при  $a \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$  - два корня; г) при  $a \in (-8; 1)$   $\emptyset$ ; при  $a = -8$  или  $a = 1$  - один корень; при  $a \in (-\infty; -8) \cup (1; +\infty)$  - два корня. 170. а) При  $a = 1$   $x \in [0; +\infty)$ ; при  $a \neq 1$   $x = 0$ ; б) при  $a = 0$   $x \in [1; +\infty)$ ; при  $a \neq 0$   $x = 1$ ; в) при  $a = 0$   $x \in (-\infty; +\infty)$ ; при  $a \neq 0$   $x = 1$ ; г) при  $a = 1$   $x \in (-\infty; +\infty)$ ; при  $a \neq 1$   $x = 0$ ; д) при  $a = -2$   $x \in [0; +\infty)$ ; при  $a \neq -2$   $x = 1$ ; е) при  $a = 0$   $x \in [1; +\infty)$ ; при  $a \neq 0$   $x = 1$ . 171. а) При  $a \in (-\infty; -7) \cup (7; +\infty)$   $\emptyset$ ; при  $a = \pm 7$   $x = 0$ ; при  $a \in (-7; 7)$   $x = \pm \sqrt[10]{49 - a^2}$ ; б) при  $a \in (-3; 0)$   $\emptyset$ ; при  $a = 0$ ;  $a = -3$   $x = 0$ ; при  $a \in (-\infty; -3) \cup (0; +\infty)$   $x = \pm \sqrt[4]{a^2 + 3a}$ ; в) при  $a \in (-\infty; 0]$   $\emptyset$ ; при  $a \in (0; +\infty)$   $x = \pm \sqrt[8]{\frac{6}{a}}$ ; г) при  $a \in (-\infty; 3]$   $\emptyset$ ; при  $a \in (3; +\infty)$   $x = \pm \sqrt[10]{\frac{8}{a-3}}$ .

## II. Уравнения и неравенства с одной переменной

172. а) 7; б) 5; в) 4; г) 3; д) 2; е) 4. 173. Не имеет корней. 174. Не может иметь отрицательные корни. 175. а) 2,5; б) 21; в) 28; г)  $\frac{5}{12}$ . 176. а) -3,5;  $\frac{5}{3}$ ; б)  $\frac{-11 \pm \sqrt{985}}{12}$ ; в) -3,5; 2; г)  $-\frac{3}{4}$ ; 2,5; д)  $\frac{7 \pm \sqrt{177}}{8}$ ; е)  $-\frac{3}{4}$ . 3. 177. а) 1; -2,5; б) -3; 2; в) -5; 2; г) 1; -4,5; д) -4; 3; е) -3; -11; ж) -1;  $\frac{10}{3}$ ; з) 11;  $\frac{14}{3}$ . 178. а) 0; 7; б) -4; 0; 4; в) -3; 0; 3; г)  $-\frac{1}{4}$ ; 0;  $\frac{1}{4}$ ; д) -1; 0;  $\frac{11}{3}$ ; е) -6; 0; 5. 179. В системе счисления с основанием: а) 7; б) 6; в) 5. 180. а) -2;  $-\sqrt{2}$ ;  $\sqrt{2}$ ; 2; б) -4; -3; 3; 4; в)  $-2\sqrt{2}$ ;  $2\sqrt{2}$ ; г)  $-\sqrt{7}$ ;  $\sqrt{7}$ ; д)  $-\sqrt{5}$ ;  $-\sqrt{3}$ ;  $\sqrt{3}$ ;  $\sqrt{5}$ ; е)  $-\sqrt{5}$ ;  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ ;  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ;  $\sqrt{5}$ . 181. а) -1; 0; 7; б) -3; -1; 1; 3; в) -3; 0; 6; г) -3; -2; 2; 3. 182. а) 12; б) 12;  $\frac{2}{5}$ ; в)  $\frac{3}{7}$ ; г)  $\frac{3}{7}$ ; 7. 183. а) -7; б) -8; в) -2; г)  $\frac{4}{3}$ ; д) -9; е) -6. 184. а) -3; 0; 1; 2; б) -3; -2; 0; 5; в)  $-\frac{1}{2}$ ;  $\frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$ ; г)  $-\frac{3}{2}$ ;  $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$ . 185. а) -3; 1;  $-1 \pm 2\sqrt{2}$ ; б) -1; 4; 1; 2; в) 1; -7; -2;  $-\frac{1}{2}$ ; г) 1;  $-\frac{5}{3}$ . 186. а) (-3; -21); (0; 0); (2; 4); б) (-1; -3); (0; 0); (4; 72); в) (-2; 4); (0; 0); г) (-1,5; -13,5); (0; 0). 187. а) 0; 2; б) -3; 0; в) -1;  $-\frac{1}{3}$ ; г) -2; 1. 188. а) 9; б) 7; в) 9; г) 7. 189. а)  $\frac{31}{7}$ ; б) -17; в) -4,2; г) -5,8; д)  $-\frac{31}{14}$ ; е) 1,1. 190. а) 3; б) 3; в) 1; 23; г)  $-2 \pm \sqrt{3}$ . 191. а)  $(7; \frac{16}{7})$ ; б)  $(-\frac{1}{2}; 3)$ ; (1; -2). 192. а)  $\frac{1}{4}$ ; б)  $\frac{1}{4}$ . 193. Графики функций не имеют общих точек. 194. а)  $\pm\sqrt{3}$ ;  $\pm\sqrt{2}$ ; б)  $-\frac{6}{7}$ . 195. а) 1; б) -1; в)  $\frac{2}{3}$ ; 2; г)  $-\frac{3}{2}$ ; д)  $(-\infty; 2]$ ; е)  $(-\infty; -3]$ . 196. а) При  $a \neq 1$   $x = a + 1$ , при  $a = 1$   $x \in (-\infty; +\infty)$ ; б) при  $a \neq -2$   $x = a - 2$ , при  $a = -2$   $x \in (-\infty; +\infty)$ ; в) при  $a \neq \pm 3$   $x = \frac{1}{a-3}$ , при  $a = -3$   $x \in (-\infty; +\infty)$ , при  $a = 3$   $x \in \emptyset$ ; г) при  $a \neq \pm 4$   $x = \frac{1}{4-a}$ , при  $a = -4$   $x \in (-\infty; +\infty)$ , при  $a = 4$   $x \in \emptyset$ ; д) 3; а; е) -2; а; ж)  $a - 1$ ;  $a + 1$ ; з)  $2a - 3$ ;  $2a + 3$ . 197. а) 3; б) 1. 198. а) 1; б)  $-\frac{3}{2}$ . 199. а) -6; -5; -1; 0; б)  $-\frac{1}{2}$ ;  $\frac{3}{2}$ ; в) -2; 4; г) -4; 0. 200. а) -2; б) -3; 1; 2; в) 2; г) 2. 201. а) -2; -1;  $-\frac{1}{2}$ ; 1; 2; б) -3; -1;  $-\frac{2}{3}$ ; 1; 3. 202. а) -2; -1; 2; б) -2; -1;  $-\frac{1}{2}$ ; в) -1; 1; 7; 9; г) -2; -1; 6; 7. 203. а) -1; 1; 2; 4; б)  $-\frac{3}{2}$ ;

1;  $\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$ ; в)  $-7$ ; 0;  $\frac{-7 \pm \sqrt{51}}{2}$ ; г)  $-3$ ;  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{-5 \pm \sqrt{51}}{4}$ . 204. а)  $x$  – любое число, кроме  $-\frac{1}{2}$ ;  $-\frac{5}{6}$ ; б)  $\emptyset$ ; в)  $-5$ ; 3; г)  $-\frac{5}{3}$ ; 1. 205. а) 2; б)  $-2$ ;  $-1$ ; в)  $\frac{1}{3}$ ; 1; г)  $\frac{1}{2}$ ; 1. 206. а) 1; б) 1; 2. 207. а)  $\frac{1}{2}$ ; 2; б)  $\frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$ ;  $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$ ; в)  $2 \pm \sqrt{3}$ ; г)  $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ . 208. а)  $-5$ ; 1;  $-1 \pm \sqrt{6}$ ; б)  $-3, 5$ ; 0; в)  $-4$ ;  $-\frac{1}{2}$ ; г) 0; 1. 209. а)  $-4$ ; б)  $-4 \pm \sqrt{7}$ ;  $-9$ ; в)  $1 \pm \sqrt{2}$ ; 1; г)  $-1 \pm \sqrt{2}$ ;  $-1$ . 210. а) При  $a \neq -2$  и  $a \neq 1$   $x = \frac{3a}{a-1}$ , при  $a = -2$  или  $a = 1$   $x \in \emptyset$ ; б) при  $a \neq -\frac{1}{2}$  и  $a \neq 3$   $x = -\frac{a+4}{2a+1}$ , при  $a = -\frac{1}{2}$  или  $a = 3$   $x \in \emptyset$ ; в) при  $a \neq -2$ ;  $-1$ ; 0  $x = \frac{3a^2 + 3a + 2}{2a}$ , при  $a = -2$  или  $a = -1$  или  $a = 0$   $x \in \emptyset$ ; г) при  $a \neq -2$ ; 0; 1  $x = \frac{-a^2 + a - 2}{2a}$ , при  $a = -2$  или  $a = 0$  или  $a = 1$   $x \in \emptyset$ . 211. а)  $-9$ ; 2; б)  $-5$ ; 3; в)  $\frac{4}{5}$ ; 1; г)  $\frac{1}{8}$ ; 1; д)  $-\frac{8}{5}$ ;  $-\frac{12}{5}$ ;  $-\frac{4}{5}$ ; е)  $-\frac{11}{4}$ ;  $-\frac{9}{4}$ ;  $-\frac{7}{4}$ ; ж) 2; 6; з)  $-9$ ;  $-1$ ; и)  $-1$ ;  $\frac{13}{3}$ ; к)  $-\frac{18}{5}$ ; 3; л)  $[-7; 2]$ ; м)  $[-3; 5]$ ; н)  $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$ ; о)  $(-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$ . 212. а)  $2a - 3$ ;  $a + 5$ ; б)  $a - 3$ ;  $1 - 2a$ ; в)  $7a - 4$ ;  $7a - 5$ ; г)  $7a - 1$ ;  $7a - 2$ . 213. а)  $\frac{9}{25}$ ; б)  $\frac{35}{18}$ . 214. а) При  $a \neq \frac{1}{9}$  или  $a \neq \frac{2}{3}$  – один корень; при  $a = \frac{1}{9}$  – бесконечное множество корней; при  $a = \frac{2}{3}$  – нет корней; б) при  $a \neq \frac{1}{2}$  и  $a \neq \frac{5}{4}$  – один корень; при  $a = \frac{1}{2}$  – бесконечное множество корней; при  $a = \frac{5}{4}$  – нет корней. 215. а)  $-\frac{185}{22}$ ; б)  $-\frac{51}{8}$ . 216. а) 3. Указание. Замена  $y = x - 3$ ; б) 4. Указание. Замена  $y = x - 4$ ; в)  $-5$ ;  $-3$ . Указание. Замена  $y = x + 4$ ; г)  $-3$ ; 1. Указание. Замена  $y = x + 1$ . 217. а) 0; б) 0. Указание. а, б) Разложите все многочлены на множители; в) 3; 4; г) 2; 3. Указание. Перемножьте скобки и введите новую переменную; д)  $-4$ ; 3; е)  $-5$ ; 2. Указание. Перемножьте крайние и средние множители и введите новую переменную; ж) 2;  $-1$ ; з) 1;  $-2$ . Указание. Введите две новые переменные и получите однородное уравнение. 219. а)  $-\frac{4}{5}$ ; 1; б)  $-\frac{3}{4}$ ; 1; в)  $-2$ ;  $\frac{4}{9}$ ; г)  $-3$ ;  $\frac{3}{4}$ ; д)  $-2$ ;  $\frac{2}{3}$ ; е)  $-3$ ;  $\frac{1}{3}$ . Указание. Сделайте замену. 220. а)  $-7$ ; 1;  $\frac{-6 + \sqrt{10}}{2}$ ; б)  $-2 \pm \sqrt{3}$ ; в) 0; г) 0; д) 0; е) 0. 221. а)  $-1$ ;  $-\frac{1}{3}$ ;  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{2}{3}$ ; б)  $-1$ ;  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$ ; в)  $\frac{1}{2}$ ; 2; г)  $\frac{3}{2}$ ; 6; д)  $\frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$ ; е) 2;  $-1$ ; 1;  $\frac{1}{2}$ ; ж)  $-1$ ;  $\frac{1}{2}$ ; 2; з)  $-1$ ;  $\frac{2}{3}$ ; 1;  $\frac{3}{2}$ . Указание. Учтите, что уравнение возвратное, и сделайте замену. 222. а)  $1 \pm \sqrt{19}$ ; б)  $\frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$ . 223. а) 0;  $\frac{3}{2}$ ; б) 0; 1. 224. а) При  $a \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 0; 2\}$   $x = \frac{-a}{a-2}$ , при  $a = -3$   $x$  – любое число, кроме 0; при  $a = 0$  или  $a = 2$  – решений нет; б) при  $a \in \mathbb{R} \setminus \{0; \frac{2}{3}; \frac{3}{8}; 1\}$   $x = \frac{8a-3}{a(3a-2)}$ , при  $a \in \{0; \frac{2}{3}; \frac{3}{8}; 1\}$  – решений нет. 225. а)  $(0; \frac{1}{8}]$ ; б)  $(0; \frac{2}{3}]$ . 226. а)  $\frac{1}{5}$ ; б)  $\frac{3}{4}$ ; в) 1; г)  $-\frac{1}{3}$ . 227. а)  $[\frac{10}{11}; 2]$ ; б)  $[-2; 1)$ . 228. а)  $(-\infty; -\frac{5}{3}) \cup (-\frac{5}{3}; \infty)$ ; б)  $\{-\frac{3}{5}\}$ ; в)  $\emptyset$ ; г)  $(-\infty; +\infty)$ ; д) (2; 7); е)  $(-\infty; 3] \cup [6; +\infty)$ . 229. а)  $(-\infty; -\frac{11}{3}) \cup [1; +\infty)$ ; б)  $[-\frac{12}{5}; 1]$ ; в)  $(-1; \frac{9}{4})$ ; г)  $(-\infty; -1) \cup (\frac{25}{6}; +\infty)$ ; д)  $[1; \frac{3}{2}]$ ; е)  $(-\infty; 1] \cup [\frac{4}{3}; +\infty)$ ; ж)  $(-\infty; \frac{1}{3}) \cup (3; +\infty)$ ; з)  $(\frac{1}{2}; 2)$ . 230. а)  $(-\infty; -4, 5) \cup (1; +\infty)$ ; б)  $[-3; 8]$ ; в)  $(-\infty; 1) \cup (\frac{5}{3}; +\infty)$ ; г)  $[3; 12]$ . 231. а)  $(-\infty; -6] \cup [4; +\infty)$ ; б)  $[2; 2, 5]$ ; в)  $(-\infty; -\frac{12}{5}) \cup (1; +\infty)$ ; г)  $(\frac{7}{4}; 2)$ . 232. а)  $-3$ ; б) 1;

в) 0; г) 3. **233.** а)  $[-3; 5] \cup [7; +\infty)$ ; б)  $(-\infty; -4) \cup \left(\frac{3}{2}; 8\right)$ ; в)  $(-\infty; -5) \cup (3; 3,5)$ ;  
 г)  $\left[-9; \frac{2}{3}\right] \cup [4; +\infty)$ . **234.** а)  $(-2; 0) \cup \left(\frac{8}{3}; +\infty\right)$ ; б)  $(-\infty; -3,5) \cup (4; 11)$ ; в)  $(-3,5; 0) \cup (9; +\infty)$ ;  
 г)  $(-\infty; -2,4] \cup (2; 7)$ . **235.** а)  $\left(-\infty; -\frac{17}{4}\right) \cup \left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$ ; б)  $\left[\frac{11}{5}; \frac{9}{2}\right]$ ; в)  $\left(-\frac{14}{3}; 0\right]$ ;  
 г)  $(-\infty; -5) \cup (7; +\infty)$ ; д)  $(-\infty; -8,5) \cup (3; +\infty)$ ; е)  $(2,5; 8)$ . **236.** а)  $(-\infty; -5) \cup (-3; 3)$ ;  
 б)  $[-2,5; 2,5] \cup (7; +\infty)$ ; в)  $(-\infty; -4] \cup [4; 5)$ ; г)  $(-6; 2,5) \cup (6; +\infty)$ ; д)  $(-7; 1] \cup (3; +\infty)$ ;  
 е)  $(-\infty; -2) \cup (-1,5; 8)$ . **237.** а)  $(-\infty; -2,5) \cup (3; +\infty)$ ; б)  $\left(\frac{5}{4}; 4\right)$ ; в)  $(-\infty; -9) \cup (4; +\infty)$ ;  
 г)  $(2; 2,5)$ ; д)  $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$ ; е)  $(-5; -4) \cup (1; 2)$ . **238.** а)  $(-\infty; -6] \cup [2; 3) \cup (3; +\infty)$ ;  
 б)  $(-\infty; -5,5) \cup (7; +\infty)$ ; в)  $[-5; -3) \cup (-3; 2]$ ; г)  $(-3; 2) \cup (5; +\infty)$ ; д)  $[-5; 4] \cup (8,5; +\infty)$ ;  
 е)  $(-12,5; -7] \cup (6; +\infty)$ . **239.** а)  $(-9; -5)$ ; б)  $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup (2; +\infty)$ ; в)  $\left(-\frac{4}{3}; -\frac{1}{5}\right)$ ; г)  $\left(-\frac{1}{3}; 7\right)$ .  
**240.** а) 1; б) 0; в) 4; г) 6; д) 5; е) -1. **241.** а)  $(-\infty; -2]$ ; б)  $(-\infty; -2)$ ; в)  $(2; 3]$ ; г)  $(2; +\infty)$ ;  
 д)  $(2; 3] \cup \left[-1; \frac{2}{3}\right]$ ; е)  $\left(\frac{1}{2}; 2\right]$ . **242.** а)  $(1; 2) \cup (3; 4)$ ; б)  $(-\infty; -1) \cup (2; 3) \cup (5; +\infty)$ ;  
 в)  $(-5; -1]$ ; г)  $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ . **243.** а)  $\left[0; \frac{15}{7}\right]$ ; б)  $\left(-5; -\frac{3}{2}\right) \cup [3; +\infty)$ ; в)  $(-\infty; -2,5] \cup (3; +\infty)$ ;  
 г)  $[6; 7]$ . **244.** а)  $[-2; 2) \cup (3,5; 5]$ ; б)  $[-5; -3] \cup [2; 3) \cup (3; 4]$ ; в)  $\left(-\infty; -\frac{7}{3}\right) \cup [0; 2]$ ;  
 г)  $(2; +\infty)$ . **245.** а)  $[-7; -4) \cup (3; 5]$ ; б)  $[-8; -2,5) \cup \left(\frac{22}{3}; 11\right]$ . **246.** А - 2; Б - 1; В - 3.  
**247.** А - 4; Б - 2; В - 3. **248.** а) -3; б) -2; в) 3; г) -2. **249.** а)  $\{3; 6\}$ ; б)  $\{-3; -2\}$ ;  
 в)  $\{-6; -5; 1\}$ ; г)  $\{0; 1; 2; 3; 6\}$ . **250.** а)  $(0; 1) \cup (2; 6)$ ; б)  $(-3; 1] \cup [3; +\infty)$ ;  
 в)  $(-\infty; -3) \cup (-1; 4)$ ; г)  $(-2; 1) \cup (3; +\infty)$ . **251.** а)  $\left(\frac{3}{4}; 1\right) \cup \left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$ ; б)  $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{4}{5}; \frac{5}{3}\right)$ .  
**252.** а) 0; б) -5; в) -4; г) -8. **253.** а)  $(-2; 0) \cup (1; +\infty)$ ; б)  $(-1; 0) \cup (2; +\infty)$ ;  
 в)  $(-\infty; -1] \cup \{1\} \cup [3; +\infty)$ ; г)  $[-5; -2) \cup (-2; 1]$ . **254.** а)  $(-\infty; -1) \cup (-1; 1 - \sqrt{3}) \cup (1 + \sqrt{3}; +\infty)$ ;  
 б)  $\left(\frac{9 - \sqrt{17}}{16}; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; \frac{9 + \sqrt{17}}{16}\right)$ . **255.** а)  $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$ ; б)  $(-\infty; -3] \cup (-2; 1) \cup [4;$   
**5).** **256.** а)  $(-2; 1) \cup (1; 2]$ ; б)  $(-\infty; -1) \cup (1; 2]$ ; в)  $[-4; -1) \cup [2; 3)$ ; г)  $(-1; 1) \cup (1; 2)$ .  
**257.** а)  $\left(-3; -\frac{3}{2}\right) \cup (2; +\infty)$ ; б)  $(-4; -1) \cup (0; 2)$ . **258.** а)  $(-\infty; -3] \cup [1; 0) \cup (0; 1] \cup [3; +\infty)$ ;  
 б)  $[-1; 0) \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ ; в)  $(-\infty; -3] \cup [-1; 0) \cup [1; 3]$ ; г)  $(-\infty; 0) \cup (0; 1] \cup [2; +\infty)$ .  
**259.** а)  $\left(-\infty; \frac{41}{3}\right)$ ; б)  $(8; +\infty)$ ; в)  $(-\infty; -6)$ ; г)  $(-1; +\infty)$ . **260.** а)  $\left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$ ; б)  $\left(\frac{27}{4}; +\infty\right)$ .  
**261.** а)  $\left(\frac{5}{2}; 3\right) \cup (3; +\infty)$ ; б)  $(2; 3) \cup (3; +\infty)$ ; в)  $(-\infty; 4)$ ; г)  $(-\infty; 12)$ ; д)  $\left[\frac{3}{2}; 2\right]$ ;  
 е)  $(-7; 2) \cup (3; 7)$ . **262.** а)  $(-\infty; -2) \cup [6; 9)$ ; б)  $(-\infty; -4) \cup (-2; 5) \cup (5; +\infty)$ .  
**263.** а)  $(-\infty; -9]$ ; б)  $(-\infty; -1]$ ; в)  $\left(-\infty; \frac{3 - \sqrt{41}}{2}\right]$ ; г)  $(-\infty; 0]$ . **264.** а)  $(-3; 2)$ ; б)  $[-2; 4)$ .  
**265.** а)  $(-\infty; -4)$ ; б)  $(-\infty; -1)$ ; в)  $(-3; 6)$ ; г)  $(-5; -1)$ . **266.** а) При  
 $a \in (-\infty; 0) x \in \left(-\infty; a + \frac{6}{a}\right) \cup (a; +\infty)$ ; при  $a = 0 x \in (0; +\infty)$ ; при  $a \in (0; +\infty) x \in \left(a; a + \frac{6}{a}\right)$ ;  
 б) при  $a \in (-\infty; 0) x \in \left(-\infty; 4a + \frac{5}{4a}\right) \cup (4a; +\infty)$ ; при  $a = 0 x \in (0; +\infty)$ ; при  
 $a \in (0; +\infty) x \in \left(4a; 4a + \frac{5}{4a}\right)$ ; в) при  $a \in (-\infty; 0) x \in \left(-1 + \frac{15}{a}; -1\right)$ ; при  $a = 0 x \in \emptyset$ ;  
 при  $a \in (0; +\infty) x \in \left(-1; -1 + \frac{15}{a}\right)$ ; г) при  $a \in (-\infty; 0) x \in \left(1 + \frac{4}{3a}; 1\right)$ ; при  $a = 0 x \in \emptyset$ ;  
 при  $a \in (0; \infty) x \in \left(1; 1 + \frac{4}{3a}\right)$ . **267.** а)  $\left(-\frac{16}{9}; \frac{32}{9}\right)$ ; б)  $\left(\frac{1}{2}; \frac{13}{10}\right)$ .

### III. Уравнения и неравенства с двумя переменными

268. а) (3; -4); (4; 3); (-3; -4); (-4; 3); 6) (12; 5); (-12; -5); (-12; 5); (5; -12).  
 269. а)  $3x + 4y = 25$ ;  $xy - 4x - 3y + 12 = 0$ ;  $x^2 + y^2 = 25$ ;  $y^3 - x^3 = 37$ ; 6)  $x^2 + y^2 = 29$ ;  $5x + 2y = 0$ ;  $xy - 5x + 2y - 10 = 0$ ;  $x^3 + y^3 = 117$ . 270. а) 3; 6) 3; в) 2; г) 2. 271. а) А - 2, Б - 1, В - 3; 6) А - 3, Б - 2, В - 1. 272. а) (1; 1); (4; 0); 6) (1; 2); (0; 5); в) (2; 4); (1; 7); г) (3; 3); (1; 6); д) (-1; 0); (0; 3); е) (3; 1); (1; -2). 274. а) (-4; 10); (3; 3); 6) (2; 4); (4; 2). 275. а) А - 2, Б - 3, В - 1; 6) А - 3, Б - 2, В - 1. 276. а) 2; 6) 2; в) 4; г) 4. 277. а)  $y = x$ ; 6)  $y = 1$ . 278. а) А - 2, Б - 3, В - 1; 6) А - 2, Б - 1, В - 3. 279. Система не имеет решений. 280. а) (1; -1); (-1; -3); 6) (3; 1); в) (-2; 4); (8; 5); 7; 5); г) (1; 1); (2; 5). 281. а) (3; 4); (4; 3); 6) (-7; 2); (2; -7); в) (1; 2);  $\left(\frac{13}{9}; \frac{2}{9}\right)$ ; г) (-2; -1);  $\left(-\frac{4}{7}; -\frac{5}{7}\right)$ ; д) (-2; 3);  $\left(-\frac{22}{5}; 15\right)$ ; е) (2; -7);  $\left(\frac{8}{3}; -11\right)$ . 282. а) 7; 6) -7. 283. а) (3; 0); (2; -1); 6) (1; -4); (-7; 36); в) (1; 3);  $\left(-\frac{11}{5}; \frac{7}{5}\right)$ ; г) (1; -4); (6; 1). 284. 8 и 9. 285. 6 и 9. 286. 6 и 11. 287. 4 и 12. 288. 12 и 16. 289. 12 и 5. 290. 6 и 8. 291. 12 и 5. 292. 6 и 8. 293. 12 и 5. 294. 168. 295. 240. 296. 3 и 4. 297. 4 и 5. 299. а) 4; 6) 4; в) 1; г) 1; д) 2; е) 2. 300. а) (-1; 2); (2; -1); 6) (3; 1); (-1; 3); в) (1; -3);  $\left(\frac{3}{2}; -2\right)$ ; (-1; 3);  $\left(-\frac{3}{2}; 2\right)$ ; г)  $\left(5; \frac{2}{5}\right)$ ; (2; 1); (-2; -1);  $\left(-5; -\frac{2}{5}\right)$ ; д) (6; 3);  $\left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{2}\right)$ ; е) (12; 3);  $\left(\frac{9}{22}; -\frac{18}{11}\right)$ . 301. а)  $(4 + \sqrt{10}; 4 - \sqrt{10})$ ;  $(4 - \sqrt{10}; 4 + \sqrt{10})$ ;  $(-3 + \sqrt{17}; -3 - \sqrt{17})$ ;  $(-3 - \sqrt{17}; -3 + \sqrt{17})$ ; 6)  $(-10 + 3\sqrt{11}; -10 - 3\sqrt{11})$ ;  $(-10 - 3\sqrt{11}; -10 + 3\sqrt{11})$ ; (5; -4); (-4; 5); в) (1; 1); г) (1; 1). 302. а) (2; 1); (-2; -1);  $\left(\frac{3}{4}\sqrt{\frac{15}{2}}; \frac{1}{4}\sqrt{\frac{15}{2}}\right)$ ;  $\left(-\frac{3}{4}\sqrt{\frac{15}{2}}; -\frac{1}{4}\sqrt{\frac{15}{2}}\right)$ ; 6)  $(5\sqrt{2}; -2\sqrt{2})$ ;  $(-5\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$ ; (4; 2); (-4; -2); в) (2; 1); (-2; -1);  $\left(\frac{\sqrt{7}}{2}; -\frac{\sqrt{7}}{2}\right)$ ;  $\left(-\frac{\sqrt{7}}{2}; \frac{\sqrt{7}}{2}\right)$ ; г) (-2; 1); (2; -1). 303. а) Да (1; -2); 6) да (-2; 3). 304. 20; 2. 305. 27; 3. 306. 20 и 30. 307. 15 ч и 2 ч или 9 ч 20 мин и 23 ч 20 мин. 308. 63. 309. 42. 311. а) 5; 6) 3; в) 3; г) 4. 312. а)  $(1 + \sqrt{2}; -1)$ ;  $(1 - \sqrt{2}; -1)$ ; 6) (2; -1);  $\left(\frac{12}{7}; -\frac{1}{7}\right)$ ; в)  $\left(\sqrt{6}; \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$ ;  $\left(-\sqrt{6}; -\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$ ; г)  $(2\sqrt{2}; -\sqrt{2})$ ;  $(-2\sqrt{2}; \sqrt{2})$ ; д)  $(1 + \sqrt{3}; 1 - \sqrt{3})$ ;  $(1 - \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3})$ ; е) (1; 2); (2; 1); (1; -2); (-2; 1); (-3; 0); (0; 3). **Указание.**  $(x^2 + 1)(y^2 + 1) = (x + y)^2 + (xy - 1)^2$ . 313. а)  $\pm 1$ ;  $\pm \frac{2}{\sqrt{5}}$ ; 6)  $\pm 1$ ;  $\pm \frac{\sqrt{5}}{2}$ ; в)  $\frac{4}{3}$ ; г) 0;  $-\frac{1}{4}$ . 314. а)  $\frac{5}{2}$ ; 6)  $\frac{7}{3}$ . 315. а) 1; 6) 0;  $\pm 2$ . 316. 77 или 86. 317. 421. 318. а) Да; 6) нет; в) нет; г) да; д) нет; е) да. 319. а) (0; 2); (1; 2); (-2; 1); 6) (0; 0); (1; 1); (0; 3). 320. а) А - 3, Б - 2, В - 1; 6) А - 1, Б - 3, В - 2. 321. а) (0; 6); (1; 4); 6) (0; 6); (-1; 3); в) (0; 4); (1; 5); г) (0; 0); (1; 1); д) (0; 0); (1; 2); е) (5; 1); (-4; -3). 323. а) А - 2, Б - 1, В - 3; 6) А - 3, Б - 2, В - 1. 325. а)  $y \geq 2x - 1$ ; 6)  $y \leq 3x - 2$ . 326. а) Да; 6) нет; в) нет; г) да. 327. а) (0; 0); (-1; -1); (1; -2); 6) (3; 1); (-1; 1); (0; 0). 328. а) (0; 3); (-1; 2); 6) (1; 0); (0; 1); в) (1; 2); (1; 1); г) (2; 0); (1; -1). 329. а) А - 2, Б - 1, В - 3; 6) А - 1, Б - 3, В - 2. 331. а)  $\begin{cases} x \leq 0, \\ y \geq 0; \end{cases}$  6)  $\begin{cases} x \geq 0, \\ y \leq 0. \end{cases}$  332. а) А - 1, Б - 3, В - 2; 6) А - 3, Б - 2, В - 1. 333. а) Квадрат; 6) квадрат; в) прямоугольник; г) прямоугольник. 334. а)  $y + x - 3 \geq 0$ ; 6)  $8x - y - 11 \geq 0$ . 335. а)  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 \geq 4$ ; 6)  $y \leq \frac{1}{4}(x - 1)^2 - 1$ . 338. а) 4; 6) 4,5. 339. а) 1)  $x_{\text{наим}} = 0$ ;  $x_{\text{наиб}} = 6$ ; 2)  $y_{\text{наим}} = -9$ ;  $y_{\text{наиб}} = 7$ ; 6)  $x_{\text{наим}} = 0$ ;  $x_{\text{наиб}} = 2$ ; 2)  $y_{\text{наим}} = -3$ ;  $y_{\text{наиб}} = 1$ . 340. а)  $\begin{cases} y - 4x + 7 \geq 0, \\ 2y + x - 4 \geq 0, \\ 2x - 5y + 19 \geq 0; \end{cases}$  342. а) 4. **Указание.** Фигура является ромбом; б) 4π. **Указание.**

Фигура состоит из четырех кругов с радиусом 1. 343. а)  $4 + 2\pi$ ; б) 7. 344. а) 2; 3; б)  $-1; \frac{1}{5}$ . 345. а) 1)  $a \geq 6 + \sqrt{2}$ ; 2)  $6 - \sqrt{2} < a < 6 + \sqrt{2}$ ; б) 1)  $a \geq \frac{1}{2\sqrt{2}}$ ; 2)  $-\frac{1}{2\sqrt{2}} < a < \frac{1}{2\sqrt{2}}$ . 346. а)  $-8; 4$ ; б)  $-6; 4$ . 347. а)  $[3; 3,5]$ ; б)  $[1,5; 5]$ . Указание. Из неравенства выразите  $x$  и  $y$  через  $a$ .

#### IV. Арифметическая и геометрическая прогрессии

348. а)  $-2; 1; 4$ ; б)  $2; -3; -8$ ; в)  $3; 1; \frac{3}{5}$ ; г)  $5; -\frac{5}{2}; -1$ ; д)  $\frac{1}{3}; 1; 3$ ; е)  $4; 2; 1$ ; ж)  $\frac{1}{3}; \frac{3}{5}; \frac{5}{7}$ ; з)  $\frac{1}{2}; \frac{1}{7}; 0$ ; и)  $4; 7; 12$ ; к)  $4; 1; -4$ ; л)  $2; 9; 28$ ; м)  $1; -6; -25$ . 349. а)  $a_n = 2n + 1$ ; б)  $a_n = 8 - 3n$ ; в)  $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$ ; г)  $a_n = 5 \cdot 3^{1-n}$ ; д)  $a_n = (-3)^{3-n}$ ; е)  $a_n = -(-2)^{2-n}$ . 350. а)  $n = 16$ ; б)  $n = 17$ ; в)  $n = 7$ ; г)  $n = 6$ ; д)  $n = 21$ ; е)  $n = 32$ ; ж)  $n = 5$ ; з)  $n = 9$ . 351. Последовательность  $a_n$  является возрастающей. 352. Последовательность  $a_n$  является убывающей. 353. а)  $3; -1; -5; -9; -13$ ; б)  $5; 8; 11; 14; 17$ ; в)  $4; -2; 4; -2$ ; г)  $7; -12; 7; -12; 7$ ; д)  $2; 6; 18; 54; 162$ ; е)  $3; -6; 12; -24; 48$ ; ж)  $4; 8; 24; 96; 480$ ; з)  $2; -4; 12; -48; 240$ . 354. а-г) Арифметическая прогрессия. 355. а)  $a_n = 2n - 8$ ,  $a_{10} = 12$ ; б)  $a_n = 4n + 3$ ,  $a_{10} = 43$ ; в)  $a_n = 9 - 3n$ ,  $a_{10} = -21$ ; г)  $a_n = 12 - 4n$ ,  $a_{10} = -28$ ; д)  $a_n = 4 + 3\sqrt{2} - 4n$ ,  $a_{10} = 3\sqrt{2} - 36$ ; е)  $a_n = 2\sqrt{7} + 3n$ ,  $a_{10} = 2\sqrt{7} + 30$ . 356. а)  $a_n = 11 - 3n$ ,  $a_7 = -10$ ; б)  $a_n = 4 + 2n$ ,  $a_7 = 18$ ; в)  $a_n = 3 + 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2}n$ ,  $a_7 = 3 + 31\sqrt{2}$ ; г)  $a_n = 5 - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3}n$ ,  $a_7 = 5 - 16\sqrt{3}$ ; д)  $a_n = 7 - 3\sqrt{5} - 2n$ ,  $a_7 = -7 - 3\sqrt{5}$ ; е)  $a_n = -7 + 7\sqrt{2} + 3n$ ,  $a_7 = 14 + 7\sqrt{2}$ . 357. а) 6; б)  $-7$ ; в)  $-1$ ; г)  $-3$ . 358. а)  $-15$ ; б) 7; в)  $7\sqrt{5}$ ; г)  $-10\sqrt{3}$ . 359. а)  $a_1 = -4$ ;  $d = 3$ ; б)  $a_1 = -5$ ;  $d = 2$ ; в)  $a_1 = 28$ ;  $d = -4$ ; г)  $a_1 = 25$ ;  $d = -3$ . 360. а) 21; б)  $-36$ ; в) 22,7; г)  $-27,1$ . 361. а)  $n = 87$ ; б)  $n = 93$ ; в)  $n = 78$ ; г)  $n = 85$ ; д)  $n = 81$ ; е)  $n = 79$ . 362. а) 95; б) 140; в) 64; г) 79; д) 71; е) 74. 363. а) 96; б) 171; в) 80; г) 68; д) 69; е) 93. 364. а)  $-4$ ; б) 11; в) 23; г) 25; д) 98; е) 21. 365. а) 2; б)  $-3$ . 366. а) 1720; б)  $-600$ ; в)  $-1650$ ; г) 3775; д) 1572; е)  $-1428$ . 367. а) 1665; б) 728. 368. а) 99 090; б) 62 037. 369. а)  $-58$ ; б) 37; в) 56; г)  $-23$ . 370. а)  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 2$ ,  $a_3 = 5$ ,  $a_4 = 14$ ; б)  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 11$ ,  $a_3 = 47$ ,  $a_4 = 191$ ; в)  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 2$ ,  $a_3 = 3$ ,  $a_4 = 4$ ; г)  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 1$ ,  $a_3 = -3$ ,  $a_4 = -5$ ; д)  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 2$ ,  $a_3 = 4$ ,  $a_4 = 8$ ; е)  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 1$ ,  $a_3 = 4$ ,  $a_4 = 9$ . 371. а)  $\frac{1}{2} \leq a_n \leq 2$ ; б)  $-3 \leq a_n \leq -\frac{2}{3}$ ; в)  $1 \leq a_n \leq 6$ ; г)  $-2 \leq a_n \leq \frac{1}{2}$ . 372. а, д, ж, и, л) Возрастающая последовательность; в, е, к, м) убывающая последовательность; б, г, з, н, о) немонотонная последовательность. 373. а)  $a_n = \frac{2n}{2n+1}$ ; б)  $a_n = \frac{2n-1}{2n+1}$ ; в)  $a_n = (-1)^n \cdot \frac{2n}{3n-1}$ ; г)  $a_n = (-1)^{n+1} \cdot \frac{2^n}{5n}$ ; д)  $a_n = \frac{2n+1}{(\sqrt{3})^n}$ ; е)  $a_n = (-1)^n \cdot \frac{(\sqrt{2})^n}{2n-1}$ . 374. а)  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 8$ ,  $a_3 = -4$ ; б)  $a_1 = 0$ ,  $a_2 = -36$ ,  $a_3 = 72$ ; в)  $a_1 = 5$ ,  $a_2 = -10$ ,  $a_3 = 20$ ; г)  $a_1 = 6$ ,  $a_2 = -12$ ,  $a_3 = 24$ ; д)  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = -4$ ,  $a_3 = 12$ ; е)  $a_1 = 0$ ,  $a_2 = 4$ ,  $a_3 = -16$ . 375. а)  $a_1 = -\frac{1}{2}$ ,  $d = -\frac{3}{4}$ ; б)  $a_1 = 1$ ,  $d = \frac{5}{3}$ ; в)  $a_1 = \frac{4\sqrt{3}-7}{3}$ ,  $d = -\frac{7}{3}$ ; г)  $a_1 = \frac{\sqrt{7}+3}{7}$ ,  $d = \frac{3}{7}$ ; д)  $a_1 = 7$ ,  $d = 2$ ; е)  $a_1 = 5$ ,  $d = 2,5$ ; ж)  $a_1 = -18$ ,  $d = -1,5$ ; з)  $a_1 = 3$ ,  $d = -0,7$ ; и)  $a_1 = 3 - 2\sqrt{2}$ ,  $d = 2 + \sqrt{2}$ ; к)  $a_1 = -4 + 2\sqrt{3}$ ,  $d = 1 - \sqrt{3}$ . 376. а)  $n = 18$ ; б)  $n = 23$ ; в)  $n = 5$ ; г)  $n = 8$ ; д)  $n = 7$ ; е)  $n = 8$ . 377. а) 6; 8,2; 10,4; 12,6; 14,8; 17; б) 7; 3,6; 0,2;  $-3,2$ ;  $-6,6$ ;  $-10$ . 378. а) 0,6; б) 0,3. 379. а) 60; б) 57; в) 52; г) 48. 380. а)  $x = -3$  и  $x = 2$ ; б)  $x = -4$  и  $x = -1$ ; в)  $x = 7$ ; г)  $x = -\frac{1}{9}$ . 381. а)  $n = 31$ ; б)  $n = 18$ ; в)  $n = 31$ ; г)  $n = 20$ . 382. а)  $-35,1$ ; б) 42,9. 383. а) 16 530; б) 26 713. 384. а) 1210; б) 1133. 385. а)  $a_1 = -2$ ,  $d = 9$ ; б)  $a_1 = -8$ ;  $d = 11$ . 386. а) 152,5; б) 495. 387. а)  $a_1 = -3$ ,  $d = 10$ ,  $a_6 = 47$ ; б)  $a_1 = 7$ ,  $d = 8$ ,  $a_5 = 39$ . 388. а)  $n = 80$ ; б)  $n = 72$ . 389. а)  $n = 12$ ; б)  $n = 12$ . 390. а) 5; б) 13. 391. а)  $-2$ ; б) 3; в) 2; г) 4. 392. а)  $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1$ ; б)  $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}$ . 393. а) 11; б) 10.

394. а) -36; б) -16. 395. а) 200; б) 800. 396. а) 7010; б) 1810. *Указание.* Разность новой прогрессии равна произведению разностей исходных прогрессий. 397. а) 1275; б) -5050. *Указание.* Используйте формулу разности квадратов. 398. а) 65 700; б) 32 400. *Указание.* Найдите суммы трехзначных чисел, кратных 6 и кратных 30. 399. а)  $x = 1$ ; б)  $x = -1$ ; в)  $x = 19$ ; г)  $x = 15$ . 400. *Указание.* Выразите  $b$  через  $a$  и  $c$ . 401. а) 6; 8; 10; 12; б) 9; 12; 15; 18. 402. а) 1; 4; 7; б) 3; 4; 5. 403. а)  $\frac{8}{7}$ ; 2; 8; б)  $-\frac{8}{5}$ ;  $\frac{11}{7}$ ; 9,5. *Указание.* Решите уравнение и используйте характеристическое свойство арифметической прогрессии. 404. а) -7;  $-\frac{109}{7}$ ; б)  $-\frac{116}{7}$ ;  $-\frac{106}{13}$ . *Указание.* Для биквадратного уравнения используйте формулы Виета. 405. а-е) Геометрическая прогрессия. 406. а)  $b_n = 2^{n-3}$ ; б)  $b_n = 6 \cdot (-2)^{1-n}$ ; в)  $b_n = 2 \cdot 3^{2-n}$ ; г)  $b_n = 2 \cdot 3^{n-3}$ ; д)  $b_n = 8 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$ ; е)  $b_n = 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ . 407. а, г) Возрастающая геометрическая прогрессия; б, в) убывающая геометрическая прогрессия. 408. а)  $b_n = 2^{n-3}$ ,  $b_5 = 4$ ; б)  $b_n = 9 \cdot (-3)^{1-n}$ ,  $b_5 = \frac{1}{9}$ ; в)  $b_n = 6 \cdot 3^{1-n}$ ,  $b_5 = \frac{2}{27}$ ; г)  $b_n = \frac{1}{10} \cdot (-2)^{n-1}$ ,  $b_5 = \frac{8}{5}$ ; д)  $b_n = 4 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}$ ,  $b_5 = \frac{81}{4}$ ; е)  $b_n = 2^{n-5}$ ,  $b_5 = 1$ . 409. а)  $b_1 = \frac{3}{2}$ ,  $q = \frac{1}{3}$ ; б)  $b_1 = \frac{1}{48}$ ,  $q = 4$ ; в)  $b_1 = 20$ ,  $q = \frac{1}{2}$ ; г)  $b_1 = \frac{7}{3}$ ,  $q = 3$ ; д)  $b_1 = \frac{7}{2}$ ,  $q = \frac{1}{3}$ ; е)  $b_1 = \frac{2}{3}$ ,  $q = 4$ ; ж)  $b_1 = \frac{5}{4}$ ,  $q = 2$ ; з)  $b_1 = \frac{63}{2}$ ,  $q = \frac{1}{3}$ . 410. а)  $n = 6$ ; б)  $n = 8$ ; в)  $n = 5$ ; г)  $n = 8$ ; д)  $n = 10$ ; е)  $n = 12$ ; ж)  $n = 8$ ; з)  $n = 5$ . 411. а) 6; б) 32; в) 3; г)  $\sqrt{3}$ . 412. а)  $\frac{1}{2}$ ; б)  $\pm 3$ ; в)  $\frac{3}{2}$ ; г) 7. 413. а) 3; б) 11; в)  $1 - \sqrt{2}$ ; г)  $\sqrt{3} - 1$ ; д) 2; е) 1,5. 414. а)  $b_1 = \frac{54}{5}$ ,  $q = 3$ ; б)  $b_1 = \frac{12}{7}$ ,  $q = -\frac{1}{2}$ ; в)  $b_1 = \frac{2}{3}$ ,  $q = -\frac{1}{5}$ ; г)  $b_1 = -\frac{7}{15}$ ,  $q = -3$ ; д)  $b_1 = 28$ ;  $q = 2$ ; е)  $b_1 = 114$ ,  $q = 3$ . 415. а)  $n = 8$ ; б)  $n = 7$ ; в)  $n = 10$ ; г)  $n = 8$ ; д)  $n = 11$ ; е)  $n = 13$ . 416. а) 2,  $\pm 2\sqrt{3}$ , 6,  $\pm 6\sqrt{3}$ , 18; б) 3,  $\pm 3\sqrt{2}$ , 6,  $\pm 6\sqrt{2}$ , 12. 417. а)  $b_1 = 27$ ,  $b_2 = 18$ ,  $b_3 = 12$ ; б)  $b_1 = 80$ ,  $b_2 = 60$ ,  $b_3 = 45$ . 418. а)  $b_1 = \pm 9$ ,  $b_2 = \pm 3$ ,  $b_3 = \pm 1$ ,  $b_4 = \pm \frac{1}{3}$ ; б)  $b_1 = \pm \frac{1}{2}$ ,  $b_2 = \pm 1$ ,  $b_3 = \pm 2$ ,  $b_4 = \pm 4$ . 419. а)  $x = 4$ ; б)  $x = 5$ . 420. а) 175; б) 91; в) 351; г) 14; д) 19; е) 76. 421. а) 255; б)  $\frac{1}{4}(3^9 + 1)$ ; в)  $\frac{1}{4}\left(1 + \frac{1}{3^7}\right)$ ; г)  $\frac{255}{256}$ ; д) 4,5; е)  $\frac{8}{3}$ . 422. а)  $\frac{x^{50} - 1}{x - 1}$ ; б)  $\frac{x(x^{38} + 1)}{x^2 + 1}$ ; в)  $\frac{x^{30} - 1}{x^{29}(x - 1)}$ ; г)  $\frac{x^2(x^{19} + 1)}{x + 1}$ ; д)  $\frac{1}{x^2(1 - x^2)}$ ; е)  $\frac{x^2}{1 + x^2}$ . 423. а)  $x = -\frac{7}{9}$  и  $x = \frac{1}{2}$ ; б)  $x = \frac{1}{3}$  и  $x = \frac{2}{3}$ . 424. а)  $b_1 = 12$ ,  $q = \frac{1}{4}$ ; б)  $b_1 = 6$ ,  $q = -\frac{1}{2}$ . 425. а)  $\frac{1}{5}$ ; б)  $\frac{1}{7}$ . 426. а)  $q = \sqrt{3}$ ,  $b_1 = \sqrt{3}$ ,  $b_2 = 3$ ,  $b_3 = 3\sqrt{3}$ ; б)  $q = \sqrt{2}$ ,  $b_1 = 15$ ,  $b_2 = 15\sqrt{2}$ ,  $b_3 = 30$ . 427. а)  $q = -3$  и  $q = 4$ ; б)  $q = -5$  и  $q = 6$ . 428. а)  $q = \pm \frac{1}{9}$ ; б)  $q = \pm \frac{1}{5}$ . 429. а)  $\pm 2\sqrt{7}$ ; б)  $\pm \sqrt{33}$ . 430. а) 36; б) 12. 431. а)  $x_1 = \frac{1}{3}$ ,  $x_2 = \frac{2}{3}$ ,  $x_3 = \frac{4}{3}$ ,  $x_4 = \frac{8}{3}$ ,  $a = \frac{2}{9}$ ,  $b = \frac{32}{9}$ ; б)  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 2$ ,  $x_3 = 4$ ,  $x_4 = 8$ ,  $a = 2$ ,  $b = 32$ . 432. а) -4; -1; 2; б) -2; 1; 4. 433. а)  $\frac{4}{3}$ ; б)  $\frac{2}{9}$ . 434. а) 2; б)  $\sqrt{3}$ . 435. а)  $14 - 14\sqrt{2}$ ; 14;  $14 + 14\sqrt{2}$ ; б)  $12 + 12\sqrt{2}$ ; 12;  $12 - 12\sqrt{2}$ . 436. а) 34; 20; б) 6; 21; 36. 437. а)  $q = 2 - \sqrt{3}$ ; б)  $q = 2 + \sqrt{2}$ . 438. а)  $q = -2$ ; б)  $q = \frac{1}{3}$ . 439. а) 16, 4, -8; -16, -4, 8; б) 12, 3, -6; -12, -3, 6. *Указание.* Учесть характеристическое свойство геометрической прогрессии и найти связь между  $x$  и разностью арифметической прогрессии.

## V. Элементы комбинаторики и теории вероятностей

440. 12. 441. 20. 442. 9. 443. 100. 444. 6. 445. 24. 446.  $10!$  447. 720. 448. 120. 449.  $8!$  450. 120. 451. 720. 452. 870. 453. 5040. 454. 1320. 455. 210. 456. 60. 457. 60. 458.  $C_{30}^2$ . 459.  $C_{12}^4$ . 460.  $C_7^5$ . 461.  $C_9^3$ . 462.  $C_{10}^2$ . 463.  $C_{26}^3$ . 464. 3136. 465. 170. 466.  $\frac{14!}{2}$ . 467. 8375. 468. 1120. 469.  $\frac{C_{22}^{11}}{2}$ . 470.  $C_{20}^6 \cdot C_{14}^6$ . 471.  $C_4^2 \cdot C_8^4 + C_4^3 \cdot C_8^3 + C_4^4 \cdot C_8^2$ . 472. а)  $\frac{8!}{3!}$ ; б)  $\frac{10!}{3!2!2!}$ . 473.  $\frac{6!}{2!4!}$ . 474. 17 760. *Указание.* На каждом месте каждая из цифр встречается  $4^2 = 16$  раз. 475. 945. 476.  $2^{18}$ . *Указание.* Он может побывать или не побывать на каждом из 18 не крайних полей. 477. Чисел с 7 больше ( $8 \cdot 9^6 < 9 \cdot 10^6 - 8 \cdot 9^6$ ). 478.  $C_8^5$ . *Указание.* Рассмотрите 7 оставшихся на полке книг. Между каждыми двумя соседними (справа и слева от крайних) либо есть пустое место (от одной вынутой книги), либо нет. Набор пустых мест однозначно определяет комплект вынутых книг. 479. а)  $2^8 \cdot C_{10}^8$ ; б)  $10 \cdot 2^6 \cdot C_9^6$ . 480. 0,9. 481. 0,9. 482. 0,003. 483. 0,85. 484. а)  $\frac{1}{3}$ ; б)  $\frac{2}{3}$ . 485. 0,3. 486. 0,1. 487. 0,3. 488. 0,92. 489. 0,5. 490. 0,4. 491. 0,75. 492. 0,25. 493.  $\frac{1}{3}$ . 494.  $\frac{1}{7^5}$ . 495.  $\frac{1}{5}$ . 496.  $\frac{12}{125}$ . 497.  $\frac{3}{7}$ . 498. а)  $\frac{2}{9}$ ; б)  $\frac{11}{36}$ . 499. а)  $\frac{(4!)^8}{16!}$ ; б)  $\frac{(4!)^5}{16!}$ . 500. а)  $\frac{C_9^8 \cdot C_8^7}{C_{36}^7} = \frac{1}{28985}$ ; б)  $\frac{8}{15}$ . 501.  $\frac{6^3 \cdot 5 \cdot 32!}{36!}$ . 502. 37. 503. 38. 504.  $\frac{5 \cdot 3}{C_8^2} = \frac{15}{28}$ . 505.  $\frac{6 \cdot 4}{C_{10}^2} = \frac{8}{15}$ . 506.  $\frac{3}{5}$ . 507.  $\frac{2}{5}$ . 508.  $10^{-3}$ . 509.  $10^{-4}$ . 510.  $\frac{1}{60}$ . 511.  $\frac{1}{30}$ . 512.  $\frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{4\pi} \approx 0,6$ . 513.  $\frac{9 - \pi\sqrt{3}}{9} \approx 0,4$ . 514.  $\frac{1}{3}$ . 515.  $\frac{1}{6}$ . 516.  $\frac{5}{9}$ . 517.  $\frac{3}{4}$ .



## Содержание

|   |           |
|---|-----------|
| Предисловие .....   | 3         |
| <b>I. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ .....</b>                          | <b>4</b>  |
| 1. Функции и их свойства .....                                | 4         |
| 2. Квадратный трехчлен .....                                  | 12        |
| 3. Квадратичная функция и ее график .....                     | 18        |
| 4. Степенная функция. Корень $n$ -й степени .....             | 23        |
| <b>II. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ .....</b>   | <b>28</b> |
| 5. Уравнения с одной переменной .....                         | 28        |
| 6. Неравенства с одной переменной .....                       | 34        |
| <b>III. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ .....</b> | <b>40</b> |
| 7. Уравнения с двумя переменными и их системы .....           | 40        |
| 8. Неравенства с двумя переменными и их системы .....         | 46        |
| <b>IV. АРИФМЕТИЧЕСКАЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИИ .....</b>   | <b>50</b> |
| 9. Арифметическая прогрессия .....                            | 50        |
| 10. Геометрическая прогрессия .....                           | 57        |
| <b>V. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ .....</b>  | <b>62</b> |
| 11. Элементы комбинаторики .....                              | 62        |
| 12. Начальные сведения из теории вероятностей .....           | 65        |
| <b>ОТВЕТЫ .....</b>   | <b>69</b> |

Пособие составлено в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта и программы по математике для 9 класса общеобразовательной школы. В сборнике приведены задачи трех уровней сложности – от элементарных и базовых до задач повышенной сложности, конкурсных и олимпиадных. Ко всем задачам приведены ответы, к наиболее сложным задачам даны и методические указания.

Пособие предназначено для учащихся и преподавателей общеобразовательных школ, подходит для классной и домашней работы, проведения самостоятельных, контрольных и зачетных работ, подготовки к олимпиадам.

Издательство



выпустило пособия



**9**  
класс

