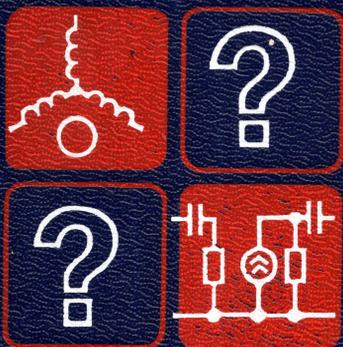


# СБОРНИК ЗАДАЧ

*ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ  
И ОСНОВАМ  
ЭЛЕКТРОНИКИ*



*Учебное пособие  
для вузов*



# **СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ И ОСНОВАМ ЭЛЕКТРОНИКИ**

*Под редакцией В.Г. Герасимова*

**ИЗДАНИЕ ЧЕТВЕРТОЕ,  
ПЕРЕРАБОТАННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ**

*Допущено  
Министерством высшего и среднего  
специального образования СССР  
в качестве учебного пособия  
для студентов неэлектротехнических  
специальностей вузов*



**МОСКВА «ВЫСШАЯ ШКОЛА» 1987**

ББК 31.2  
С 23  
УДК 621.3

Рецензент — кафедра электротехники и электроники  
Московского химико-технологического института  
им. Д. И. Менделеева (зав. кафедрой — д-р техн. наук, проф. Г. Г. Рекус)

**Сборник задач по электротехнике и основам электроники:**  
С 23 Учеб. пособие для неэлектротехн. спец. вузов / В. Г. Герасимов, Х. Э. Зайдель, В. В. Коген-Далин и др.; Под ред. В. Г. Герасимова. — 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. шк., 1987. — 288 с.: ил.

В сборнике задачи классифицируются по типам, по каждому типу приводится общий алгоритм решения с реализацией на конкретных примерах. Первые задачи каждого типа имеют подробное решение, остальные снабжены указаниями и ответами. По сравнению с 3-м изданием часть задач обновлена. Содержание задач соответствует новой учебной программе. Ряд задач снабжен программами для их решения на ЭВМ.

С  $\frac{2302010000-116}{001(01)-87}$  175—87

ББК 31.2  
6П2.1

© Издательство «Высшая школа», 1979

© Издательство «Высшая школа», 1987, с изменениями

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее учебное пособие является четвертым, полностью переработанным изданием «Сборника задач по общей электротехнике и основам электроники», под редакцией проф. В. С. Пантюшина.

Авторы изменили структуру и содержание всех разделов пособия в соответствии с новой программой по электротехническим дисциплинам для неэлектротехнических специальностей, утвержденной Минвузом СССР в 1984 г.

Для облегчения работы с задачами каждая глава содержит внутреннюю рубрику, соответствующую разделам программы. Так же как и в третьем издании, для активизации самостоятельной работы студентов в большинстве глав помещены измененные и дополненные типовые многовариантные задачи (отмечены звездочками). В связи с необходимостью более широкого использования вычислительной техники при изучении электротехники и основ электроники в ряде разделов помещены задачи, снабженные программой для решения их с помощью ЭВМ.

Авторы стремились строго придерживаться правила, чтобы каждая новая типовая задача была снабжена подробным решением и пояснениями, что облегчает самостоятельную работу студентов над последующими аналогичными задачами. Поэтому предлагаемый сборник может быть полезен для студентов-заочников, а также для студентов вузов, где практические занятия по электротехнике и основам электроники предусмотрены в малом объеме.

Работа по написанию сборника распределена между авторами следующим образом: гл. 1—Я. А. Шнейберг, гл. 2—О. В. Николаева, В. Г. Хлебников, гл. 3—Я. А. Шнейберг, В. Г. Хлебников, гл. 4—М. С. Цепляева, О. В. Николаева, гл. 5—М. С. Цепляева, Я. А. Шнейберг, гл. 6—М. С. Цепляева, О. В. Николаева, гл. 7—Х. Э. Зайдель, В. В. Крымов, гл. 8—Х. Э. Зайдель, В. В. Коген-Далин, гл. 9—В. Г. Герасимов, Э. В. Кузнецов, гл. 10—Х. Э. Зайдель, Э. В. Кузнецов, гл. 11, 12 и 13—В. Л. Шатуновский, гл. 14—А. Я. Шихин, раздел «Расчеты электрических цепей синусоидального тока комплексным методом на программируемых микрокалькуляторах»—Э. В. Кузнецов.

Авторы выражают благодарность рецензентам—коллективу кафедры Московского химико-технологического института им. Д. И. Менделеева, возглавляемой проф. Г. Г. Рекусом.

Авторы будут благодарны читателям, которые пришлют свои пожелания и замечания по адресу: 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14, издательство «Высшая школа».

*Авторы*

## ГЛАВА 1

### ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

#### ГЕНЕРИРУЮЩИЕ И ПРИЕМНЫЕ УСТРОЙСТВА, ИХ СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ И ХАРАКТЕРИСТИКИ

1.1. На рис. 1.1. изображена схема замещения генератора постоянного тока параллельного возбуждения. Номинальные данные генератора заданы:  $U_{\text{ном}} = 230$  В,  $I_{\text{я}} = 29,6$  А, внутреннее сопротивление якоря  $R_{\text{я}} = 0,7$  Ом. При номинальном режиме общее сопротивление обмотки возбуждения  $R_{\text{в}} + R_{\text{р}} = 230$  Ом. Определить э. д. с.  $E_{\text{я}}$ , ток возбуждения  $I_{\text{ном}}$  и мощность, выделяемую в нагрузку.

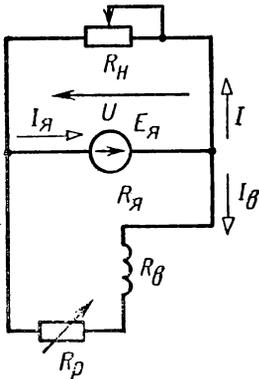


Рис. 1.1

Решение. Уравнение электрического состояния генератора выражается формулой, составленной по второму закону Кирхгофа:

$$U = E_{\text{я}} - R_{\text{я}} I_{\text{я}}$$

Отсюда

$$\begin{aligned} E_{\text{я}} &= U + R_{\text{я}} I_{\text{я}} = 230 + 0,7 \cdot 29,6 = 250,7 \text{ В}, \\ I_{\text{в. ном}} &= U_{\text{ном}} / (R_{\text{в}} + R_{\text{р}}) = 230 / 230 = 1 \text{ А}, \\ P_{\text{ном}} &= U_{\text{ном}} I_{\text{ном}}; \quad I_{\text{ном}} = I_{\text{я}} - I_{\text{в. ном}} = 28,6 \text{ А}, \\ P_{\text{н}} &= 30 \cdot 28,6 = 6578 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

1.2. В условиях предыдущей задачи построить внешнюю характеристику генератора  $U(I)$ , определить напряжение и мощность, выделяемую на нагрузке при  $I = 24$  А.

Ответ:  $U = 235$  В;  $P_{\text{н}} = 6740$  Вт.

1.3. Внешняя характеристика источника э. д. с. задана на рис. 1.3, а. Составить схему замещения цепи и определить  $E$ ,  $R_{\text{вт}}$  и  $R_{\text{н}}$ , если ток  $I = 2$  А.

Решение. Схема замещения цепи (рис. 1.3, б):

$$E = U_{\text{х}} = 120 \text{ В}; \quad \text{при } I = 2 \text{ А } U = 115 \text{ В}.$$

В соответствии с уравнением электрического состояния  $U = E - R_{\text{вт}} I$  определяем  $R_{\text{вт}} = (U - E) / I = (120 - 115) / 2 = 2,5$  Ом,  $U = R_{\text{н}} I$ , откуда  $R_{\text{н}} = U / I = 115 / 2 = 57,5$  Ом.

1.4. На рис. 1.4 изображена внешняя характеристика источника питания. Составить схемы замещения цепи с источником э. д. с. и тока и определить их параметры.

Ответ:  $E = U_{\text{х}} = 40$  В;  $J = 4$  А;  $R_{\text{вт}} = 10$  Ом;  $G_{\text{вт}} = 0,1$  См.

1.5. Определить напряжение на зажимах источника тока в схеме рис. 1.5, если  $J = 0,1 \text{ А}$ ,  $G_{\text{вт}} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ СМ}$ ,  $I = 90 \text{ мА}$ .

Ответ:  $U = 10 \text{ В}$ .

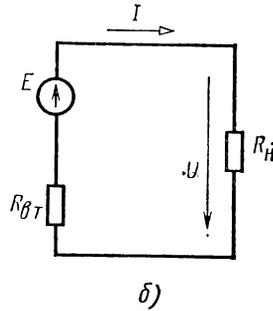
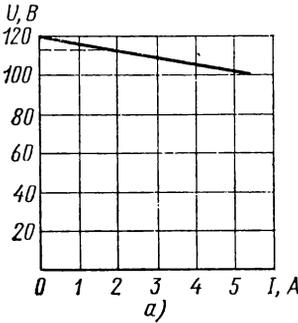


Рис. 1.3

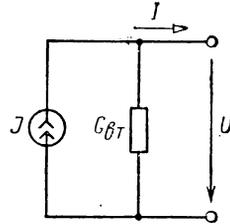
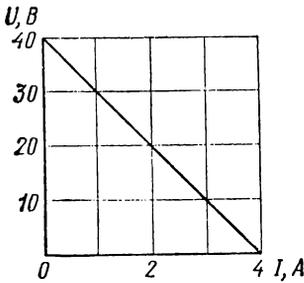


Рис. 1.4

Рис. 1.5

1.6. На рис. 1.6 изображена мостовая схема с фотодиодом и указаны токи в двух плечах моста:  $I_{ac} = 100 \text{ мкА}$  и  $I_{ad} = 3 \text{ мА}$ . Определить ток  $I$ .

Ответ: в соответствии с первым законом Кирхгофа  $I_a = I_{ac} + I_{ad} = 0,1 + 3 = 3,1 \text{ мА}$ . Отсюда  $I = -I_a = -3,1 \text{ мА}$ , т. е. истинное направление тока  $I$  противоположно указанному на схеме.

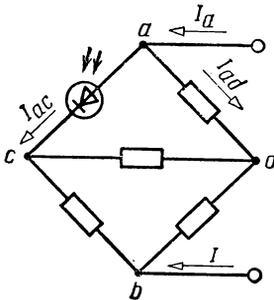


Рис. 1.6

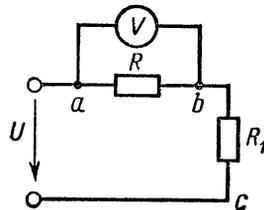


Рис. 1.7

1.7. Два резистора с сопротивлениями  $R$  и  $R_1$  (рис. 1.7) подсоединены последовательно к источнику постоянного напряжения  $U = \text{const}$ . Определить (качественно), как изменятся показания вольтметра при подключении резистора  $R_2$  к точкам  $bc$ ,  $abi$  или  $ac$ .

Ответ: увеличится; уменьшится; не изменится.

1.8. При последовательном соединении двух резисторов с сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  полное сопротивление  $R_{12} = 50$  Ом, а при параллельном соединении тех же резисторов эквивалентное сопротивление  $R_{\text{эк}} = 12$  Ом.

Определить значения сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$ .

Ответ:  $R_1 = 30$  Ом;  $R_2 = 20$  Ом.

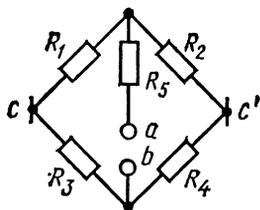


Рис. 1.9

1.9. Определить входное сопротивление  $R_{\text{вх } ab}$  цепи, схема которой изображена на рис. 1.9.

Решение. Поскольку точки  $c$  и  $c'$  цепи заземлены, их можно объединить в одну общую точку и тогда резистивные элементы с сопротивлениями  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ ,  $R_4$  будут соединены параллельно, а их эквивалентные сопротивления  $R_{12} = R_{34} = R/2$  — последовательно. При этом  $R_{\text{вх } ab} = R_{12} + R_{34} + R_5 = 2R$ .

1.10\*. Определить входные сопротивления  $R_{ab}$  цепей, схемы которых изображены на рис. 1.10.

Ответ: а)  $R_{ab} = R$ ; б)  $R_{ab} = 2/3R$ ; в)  $R_{ab} = R/3$ ; г)  $R_{ab} = 2R$ .

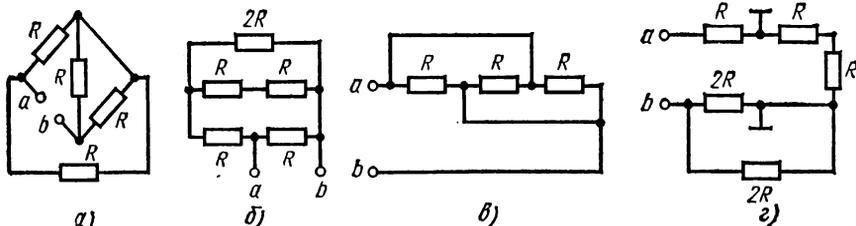


Рис. 1.10

1.11. Изменятся ли входное сопротивление в схеме цепи рис. 1.11, а и мощность каждого резистора цепи, если резисторы с сопротивлениями  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$  будут соединены по схеме рис. 1.11, б?

Ответ: не изменятся.

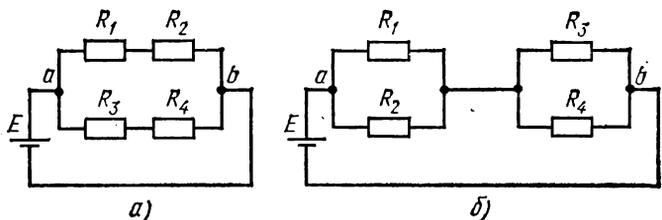


Рис. 1.11

**ЦЕПИ С ОДНИМ ИСТОЧНИКОМ ПИТАНИЯ.  
РЕЖИМЫ РАБОТЫ ИСТОЧНИКОВ ПИТАНИЯ**

1.12. Для электрической цепи, схема которой приведена на рис. 1.12, а, построить кривые изменения напряжения  $U_2$ , мощности источника питания  $P_1$ , мощности приемников  $P_2$  и к. п. д.  $\eta$  в зависимости от тока  $I$  при изменении эквивалентного сопротивления приемников  $R_2$  от бесконечности (холостой ход) до нуля (короткое замыкание). Э. д. с. источника питания  $E = 220$  В, а сопротивление

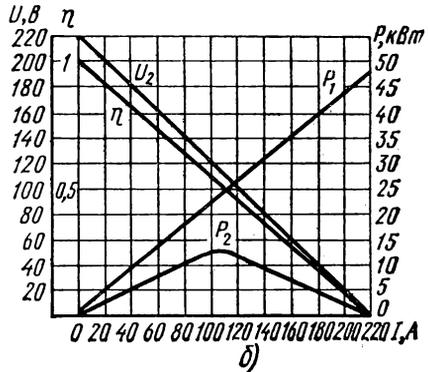
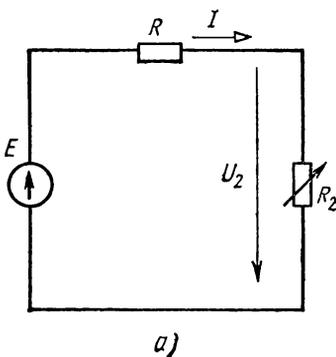


Рис. 1.12

$R = 1$  Ом включает внутреннее сопротивление источника питания и сопротивление проводов, соединяющих источник питания и приемники энергии.

Ответ: на рис. 1.12, б построены графики  $U_2$ ,  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $\eta(I)$ .

1.13. На рис. 1.13 показана схема электрической цепи с резисторами, сопротивления которых  $R_1 = 18$  Ом,  $R_2 = 30$  Ом,  $R_3 = 20$  Ом. Определить токи ветвей, если напряжение  $U = 120$  В.

Решение. Решение проводим методом «свертывания». Эквивалентное сопротивление разветвленного участка цепи

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{30 \cdot 20}{30 + 20} = 12 \text{ Ом.}$$

Общее сопротивление цепи

$$R = R_1 + R_{23} = 18 + 12 = 30 \text{ Ом.}$$

В соответствии с законом Ома ток

$$I_1 = U/R = 120/30 = 4 \text{ А.}$$

Напряжение на зажимах параллельных ветвей

$$U_{ab} = R_{23} I_1 = 12 \cdot 4 = 48 \text{ В,}$$

или на основании второго закона Кирхгофа

$$U_{ab} = U - R_1 I_1 = 120 - 18 \cdot 4 = 48 \text{ В.}$$

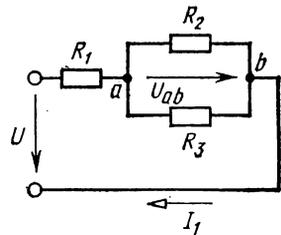


Рис. 1.13

Токи ветвей

$$I_2 = U_{ab}/R_2 = 48/30 = 1,6 \text{ А}, \quad I_3 = U_{ab}/R_3 = 48/20 = 2,4 \text{ А}.$$

Эти токи можно определить с помощью формул разброса, согласно которым ток в одной из параллельных ветвей равен произведению тока в неразветвленной части цепи и отношения сопротивления другой ветви к сумме сопротивлений параллельных ветвей:

$$I_2 = I_1 \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 4 \cdot \frac{20}{30 + 20} = 1,6 \text{ А}, \quad I_3 = I_1 \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 4 \cdot \frac{30}{30 + 20} = 2,4 \text{ А}.$$

1.14. Определить ток, напряжение и мощности цепи (см. рис. 1.13), если заданы сопротивления резисторов  $R_1 = 12 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 30 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 20 \text{ Ом}$  и ток  $I_2 = 2 \text{ А}$ .

Ответ:  $I_1 = 5 \text{ А}$ ;  $I_3 = 3 \text{ А}$ ;  $U = 120 \text{ В}$ ;  $P = 600 \text{ Вт}$ .

1.15. Найти распределение токов в схеме цепи рис. 1.15, если  $R_1 = R_2 = 0,5 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 6 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 6 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = R_6 = 1 \text{ Ом}$ ,  $R_7 = 2 \text{ Ом}$ , а напряжение на входе  $U = 120 \text{ В}$ .

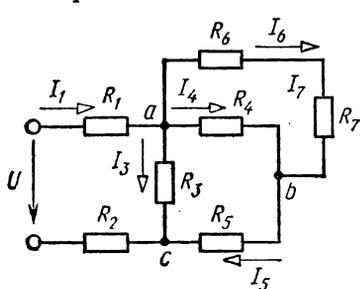


Рис. 1.15

Решение. Определяем общее сопротивление цепи, заменяя отдельные участки ее эквивалентными сопротивлениями:

$$R_{ab} = \frac{(R_6 + R_7) R_4}{R_6 + R_7 + R_4} = 2 \text{ Ом};$$

$$R_{ac} = \frac{(R_{ab} + R_5) R_3}{R_{ab} + R_5 + R_3} = 2 \text{ Ом}.$$

Общее или входное сопротивление цепи  $R_{вх} = R_{ac} + R_1 + R_2 = 3 \text{ Ом}$ .

Ток в неразветвленной части цепи, т. е. на участках с резисторами  $R_1$  и

$$R_2, \quad I_1 = 120/3 = 40 \text{ А}.$$

Напряжение  $U_{ac}$  можно определить двумя способами:

1) Согласно второму закону Кирхгофа,  $U_{ac} = U - (R_1 + R_2) I_1 = 80 \text{ В}$ ; 2)  $U_{ac} = R_{ac} I_1 = 80 \text{ В}$ .

В резисторе  $R_3$  ток определяется по закону Ома:

$$I_3 = U_{ac}/R_3 = 13,33 \text{ А}.$$

В резисторе  $R_5$  ток

$$I_5 = U_{ac}/(R_{ab} + R_5) = 26,7 \text{ А}.$$

Проверка:  $I_1 = I_3 + I_5$ , или  $40 = 13,3 + 26,7 \text{ А}$ .

Напряжение на участке  $ab$   $U_{ab} = R_{ab} I_5 = 53,4 \text{ В}$  или  $U_{ab} = U_{ac} - R_5 I_5 = 80 - 26,7 = 53,3 \text{ В}$ .

В резисторе  $R_4$  ток

$$I_4 = U_{ab}/R_4 = 8,9 \text{ А}.$$

В резисторах  $R_6$  и  $R_7$  ток

$$I_6 = U_{ab}/(R_6 + R_7) = 17,8 \text{ А}.$$

Проверка:  $I_5 = I_4 + I_6$ , или  $26,7 = 8,9 + 17,8$ .

1.16. Найти токи в схеме рис. 1.15, пользуясь методом подобия. Решение. Задаем ток  $I'_6 = 1$  А, тогда  $U'_{ab} = (R_6 + R_7)I'_6 = 3$  В,  $I'_4 = U'_{ab}/R_4 = 0,5$  А.

По первому закону Кирхгофа,  $I'_5 = I'_6 + I'_4 = 1,5$  А. Напряжение  $U'_{ac} = (R_5 + R_{ab})I'_5 = (1 + 2)1,5 = 4,5$  В. Токи  $I'_3 = U'_{ac}/R_3 = 4,5/6 = 0,75$  А и  $I'_1 = I'_3 + I'_5 = 0,75 + 1,5 = 2,25$  А.

Тогда  $U' = (R_1 + R_2)I'_1 + U'_{ac} = 2,25 + 4,5 = 6,75$  В.

Коэффициент подобия  $K = U/U' = 120/6,75 = 17,77$ .

Зная  $K$ , определяем истинные токи:  $I_6 = KI'_6 = 17,77 \cdot 1 \approx 17,8$  А,  $I_5 = 17,77 \cdot 1,5 = 26,66$  А,  $I_4 = 17,77 \cdot 0,5 = 8,88$  А,  $I_3 = 17,77 \cdot 0,75 = 13,32$  А,  $I_1 = 17,77 \cdot 2,25 = 39,98$  А.

Сравнивая полученные токи с соответствующими токами в задаче 1.15, убеждаемся, что погрешность получается незначительной и объясняется дробным значением коэффициента подобия.

1.17. Пользуясь методом подобия, найти токи в схеме цепи рис. 1.17, если  $E = 10$  В,  $R_1 = 7,6$  Ом,  $R_2 = 7$  Ом,  $R_3 = 1,9$  Ом,  $R_4 = 7$  Ом,  $R_5 = 3$  Ом.

Ответ:  $I_1 = 1$  А;  $I_2 = 0,4$  А;  $I_3 = 0,6$  А;  $I_4 = 0,18$  А;  $I_5 = 0,42$  А.

Эту задачу можно решить методом эквивалентных преобразований на микрокалькуляторе МК-54 (МК-56) по программе

```

П→X 4 F IX П→X 5 F IX + F IX X→П 6 П→X 3 + X→П 7 F
IX П→X 2 F IX + F IX X→П 8 П→X 1 + X→П 9 c/n П→X 0
П→X 9 ÷ X→П 9 П→X 8 x X→П 8 П→X 2 ÷ X→П a l-/ П→X 9
+ X→П b П→X 6 x X→П 7 П→X 4 ÷ X→П c l-/ П→X b + X→П d c/n
    
```

Исходные данные вводят в регистры:  $E = \text{PГО}$ ,  $R_1 = \text{PГ1}$ ,  $R_2 = \text{PГ2}$ ,  $R_3 = \text{PГ3}$ ,  $R_4 = \text{PГ4}$ ,  $R_5 = \text{PГ5}$ . После первого автоматического останова значения эквивалентных сопротивлений участков цепи размещаются в регистрах  $\text{PГ6} = R_{4-5}$ ,  $\text{PГ7} = R_{3-5}$ ,  $\text{PГ8} = R_{2-5}$ ,  $\text{PГ9} = R_{\text{эк}}$ . После записи этих результатов и повторного пуска производят вычисления токов и напряжений. Их значения размещаются в регистрах:  $\text{PГ7} = U_{bc}$ ,  $\text{PГ8} = U_{ac}$ ,  $\text{PГ9} = I_1$ ,  $\text{PГa} = I_2$ ,  $\text{PГb} = I_3$ ,  $\text{PГc} = I_4$ ,  $\text{PГd} = I_5$ .

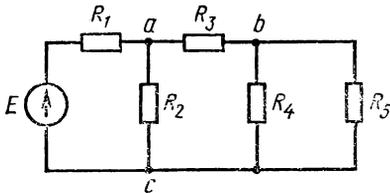


Рис. 1.17

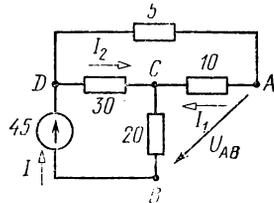


Рис. 1.18

1.18. В схеме цепи рис. 1.18 определить напряжение  $U_{AB}$ . Значения э. д. с. и сопротивлений указаны соответственно в вольтах и омах.

Решение. Для определения  $U_{AB}$  нужно найти токи  $I$  и  $I_1$ . Применяя метод свертывания, найдем  $R_{\text{эк} DB}$ . Очевидно, резистивные элементы с сопротивлениями 5 и 10 Ом соединены последова-

тельно, а с сопротивлением 30 Ом — параллельно:

$$R_{DC} = \frac{15 \cdot 30}{15 + 30} = 10 \text{ Ом}, R_{\text{ак } DB} = R_{DC} + R_{CB} = 10 + 20 = 30 \text{ Ом}.$$

Тогда  $I = 45/30 = 1,5 \text{ А}$ . Так как соотношение сопротивлений двух параллельных ветвей с сопротивлениями 30 и 15 Ом 2:1, то

ток  $I_1 = 1 \text{ А}$  и будет вдвое больше тока  $I_2$ . Зная токи  $I_1$  и  $I$ , находим контур  $ABCA$  (мысленно замыкая его) и составляем уравнение по второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} - 20I - 10I_1 = 0;$$

$$U_{AB} = 20 \cdot 1,5 + 10 \cdot 1 = 40 \text{ В}.$$

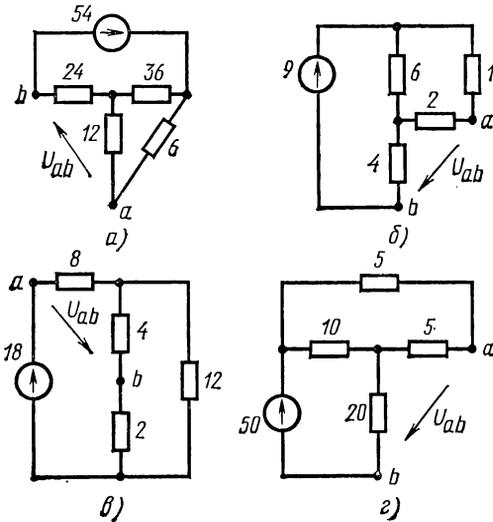


Рис. 1.19

**1.19\***. Найти напряжение  $U_{ab}$  в схеме цепей рис. 1.19.

Ответ: а)  $U_{ab} = 48 \text{ В}$ ;  
 б)  $U_{ab} = 8 \text{ В}$ ; в)  $U_{ab} = 16 \text{ В}$ ;  
 г)  $U_{ab} = 45 \text{ В}$ .

**1.20.** В схеме цепи рис. 1.20 определить ток  $I_{cd}$  (по значению и направлению), если  $E = 48 \text{ В}$ ,

$R_1 = R_3 = 8 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = R_6 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = R_4 = 4 \text{ Ом}$ .  
 Ответ:  $I_{cd} = 10 \text{ А}$ .

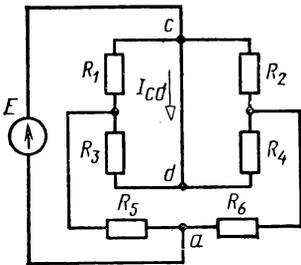


Рис. 1.20

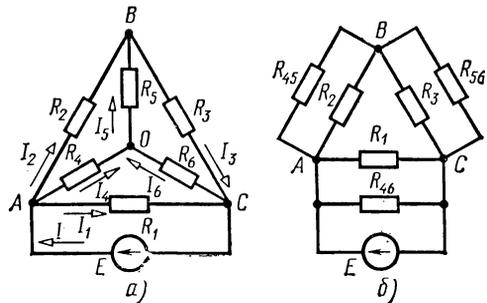


Рис. 1.21

**1.21.** В схеме цепи рис. 1.21, а заданы э. д. с.  $E = 20 \text{ В}$  и резисторы с сопротивлениями  $R_1 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 1 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 1 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 5 \text{ Ом}$ . Определить токи ветвей. Составить баланс мощностей.

Указание. Расчет токов целесообразно осуществлять, преобразуя предварительно звезду  $R_4 R_5 R_6$  в треугольник по схеме рис.

1.21, б. В соответствии с формулами преобразования звезды в треугольник

$$R_{45} = R_4 + R_5 + \frac{R_4 R_5}{R_6}, \quad R_{46} = R_4 + R_6 + \frac{R_4 R_6}{R_5}, \quad R_{56} = R_5 + R_6 + \frac{R_5 R_6}{R_4}.$$

Токи в ветвях  $R_1, R_{46}$  определяются по закону Ома:

$$I_1 = E/R_1, \quad I_{46} = E/R_{46}$$

и временно их можно исключить из схемы. Ветви  $R_{45}, R_2$ , так же как и ветви  $R_{36}$  и  $R_3$ , соединены параллельно, а эквивалентные им ветви  $R_{AB}$  и  $R_{BC}$ —последовательно, и их общий ток  $I_{ABC} = E/R_{ABC}$ .

Зная токи, можно определить напряжения  $U_{AB} = R_{AB}I_{ABC}$  и  $U_{BC} = R_{BC}I_{ABC}$ . Тогда токи  $I_2$  и  $I_3$  в схеме цепи рис. 1.21, а определяются по закону Ома:  $I_2 = U_{AB}/R_2$ ,  $I_3 = U_{BC}/R_3$ , а токи  $I_4, I_5, I_6$ —из уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа для узлов А, В, С, например  $I_5 = I_3 - I_2$  и т. д.

Ток в ветви с источником э. д. с. определяется по первому закону Кирхгофа для узла А:  $I = I_1 + I_2 + I_4$ .

Ответ:  $I = 18,03$  А;  $I_1 = 5$  А;  $I_2 = 9,63$  А;  $I_3 = 10,35$  А;  $I_4 = 3,4$  А;  $I_5 = 0,72$  А;  $I_6 = -2,68$  А.

Баланс мощностей для всей цепи:

$$EI = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 + R_6 I_6^2,$$

$$20 \cdot 18,03 = 4 \cdot 5^2 + 1 \cdot 9,63^2 + 1 \cdot 10,35^2 + 2 \cdot 3,4^2 + 4 \cdot 0,72^2 + 5 \cdot 2,68^2, \\ 360,6 \text{ Вт} \approx 358,62 \text{ Вт}.$$

1.22. Для определения параметров активного двухполюсника (рис. 1.22) были проведены два опыта: холостого хода (рис. 1.22, а) и короткого замыкания (рис. 1.22, б). При этом приборы показали: вольтметр  $U = 20$  В, амперметр  $I_k = 10$  А. Определить  $E$  и  $R_{вТ}$ .

Решение и ответ:  $E = U_x = 20$  В;  $R_{вТ} = E/I_k = 20/10 = 2$  Ом.

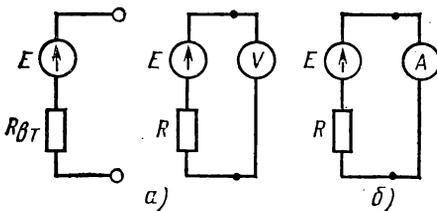


Рис. 1.22

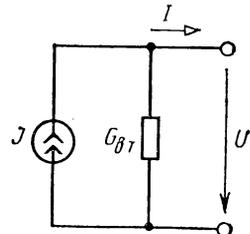


Рис. 1.23

1.23. Определить параметры активного двухполюсника (рис. 1.23)  $J$  и  $G_{вТ}$ , если при проведении опытов холостого хода и короткого замыкания приборы показали:  $U = 10$  В,  $I_k = 2$  А.

Ответ:  $J = 2$  А;  $G_{вТ} = 0,2$  См.

## СВОЙСТВА ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ.

### ПРИНЦИПЫ СУПЕРПОЗИЦИИ, КОМПЕНСАЦИИ И ВЗАИМНОСТИ

1.24. Определить токи в ветвях цепи, схема которой изображена на рис. 1.24, если  $E_1 = 24$  В,  $E_2 = 96$  В,  $E_3 = 48$  В,  $R_2 = 16$  Ом,  $R_3 = 8$  Ом,  $R_4 = 16$  Ом,  $R_5 = 8$  Ом. Найти значения мощностей источников и приемников.

Ответ:  $I_1 = 0$ ;  $I_2 = I_3 = I_4 = I_5 = 3$  А. Мощности источников и приемников равны 432 Вт.

1.25. Как изменятся токи в схеме цепи рис. 1.24, если э. д. с.  $E_3$  будет увеличена вдвое, т. е.  $E'_3 = 96$  В?

Решение. В этом случае для определения токов целесообразно воспользоваться принципом суперпозиции. При этом достаточно определить токи в ветвях цепи рис. 1.25 от источника э. д. с.  $E''_3 = E'_3 - E_3 = 48$  В, имеющей то же направление, что и э. д. с.  $E_3$  в

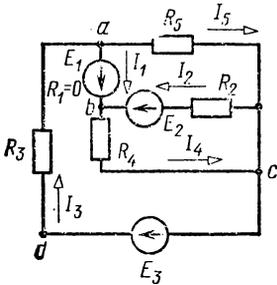


Рис. 1.24

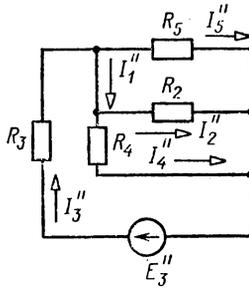


Рис. 1.25

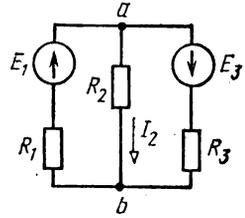


Рис. 1.26

схеме цепи рис. 1.25, и наложить токи этой цепи на токи соответствующих ветвей цепи рис. 1.24.

Определяем эквивалентное сопротивление цепи рис. 1.25:

$$R_{\text{эк}} = R_3 + \frac{R_2 R_4 R_5}{R_2 R_5 + R_5 R_4 + R_4 R_2} = 12 \text{ Ом.}$$

Общий ток

$$I''_3 = E''_3 / R_{\text{эк}} = 48 / 12 = 4 \text{ А.}$$

В резисторах  $R_5$ ,  $R_2$  и  $R_4$  токи от источника э. д. с. будут равны  $I''_5 = 2$  А;  $I''_4 = I''_2 = 1$  А;  $I''_1 = 2$  А.

Результирующие токи заданной схемы:

$$I'_1 = 0 + I''_1 = 2 \text{ А; } I'_2 = I_2 - I''_2 = 3 - 1 = 2 \text{ А; } I'_3 = I_3 + I''_3 = 3 + 4 = 7 \text{ А; } I'_4 = I_4 + I''_4 = 3 + 1 = 4 \text{ А; } I'_5 = I_5 + I''_5 = 3 + 2 = 5 \text{ А.}$$

1.26. В соответствии с принципом компенсации заменить ветвь с резистивным элементом  $R_2$  (рис. 1.26) источником э. д. с. и определить ее значение и направление.

Решение. В соответствии с принципом компенсации пассивный элемент может быть заменен источником э. д. с., значение которой равно напряжению на элементе и которая направлена против тока  $I_2$ . Напряжение на резисторе  $R_2$  можно определить по

формуле узлового напряжения:

$$U_{ab} = \frac{G_1 E_1 - G_3 E_3}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{26/2 - 20/4}{1/2 + 1/4 + 1/4} = 8 \text{ В.}$$

Следовательно, э. д. с.  $E = 8 \text{ В}$  и направлена от точки  $b$  к точке  $a$ .

При  $n$ -м количестве ветвей с источниками э. д. с.  $E_k$  и резисторами с сопротивлениями  $R_k$  междуузловое напряжение  $U_{ab}$  удобно рассчитывать на микрокалькуляторе МК-54 (МК-56) по программе

0 X → П 3 X → П 4 П → X 0 с/п П → X 1 П → X 2 ÷ П → X 3 + X → П 3 П → X 2  
F 1/X П → X 4 + X → П 4 F L 0 03 П → X 4 F 1/X X → П 4 П → X 3 x X → П 3 с/п

Исходные данные вводят в регистры  $E_k = \text{PG1}$ ,  $R_k = \text{PG2}$  поочередно для каждой ветви, номер которой находят на индикаторе после промежуточного останова. Число ветвей  $n = \text{PG0}$  вводят вначале один раз. После ввода параметров всех ветвей вычисляют  $U_{ab}$  ( $\text{PG3}$  и индикатор) и  $R_{\text{эк}}$  ( $\text{PG4}$ ).

1.27. В соответствии с принципом компенсации заменить в предыдущей задаче пассивный элемент с сопротивлением  $R_2$  источником тока и определить его значение и направление.

Ответ: ток  $I_k = I_2 = U_{ab}/R_2 = 8/4 = 2 \text{ А}$  и направлен от точки  $a$  к точке  $b$ .

1.28. Пользуясь принципом взаимности, определить ток  $I_3$  в схеме цепи рис. 1.25, если источник э. д. с.  $E_3''$  будет включен в ветвь с резистивным элементом  $R_5$  (рис. 1.28).

Решение. Определяем сопротивление  $R_{\text{эк}}$  цепи:

$$R_{\text{эк}} = \frac{R_2 R_3 R_4}{R_2 R_4 + R_2 R_3 + R_4 R_3} + R_5 = 4 + 8 = 12 \text{ Ом.}$$

Тогда

$$I_5 = E_3''/R_{\text{эк}} = 48/12 = 4 \text{ А; } U_{ba} = E_3'' - R_5 I_5 = 48 - 8 \cdot 4 = 16 \text{ В;}$$

$$I_3 = U_{ba}/R_3 = 16/8 = 2 \text{ А.}$$

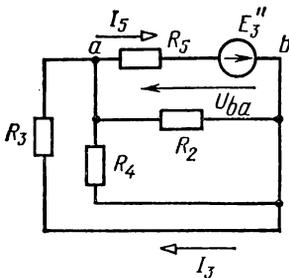


Рис. 1.28

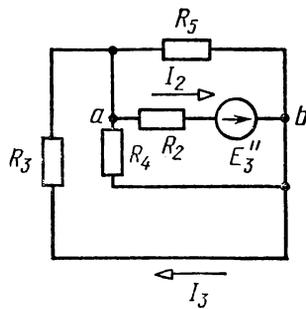


Рис. 1.29

1.29. Пользуясь принципом взаимности, определить ток  $I_3$  в схеме цепи рис. 1.25, если источник э. д. с.  $E_3''$  будет включен в ветвь с резистивным элементом  $R_2$  (рис. 1.29).

Ответ: ток  $I_3 = 1 \text{ А}$  и направлен одинаково с током  $I_3''$ .

**АНАЛИЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ  
НЕРАЗВЕТВЛЕННЫХ И РАЗВЕТВЛЕННЫХ ЦЕПЕЙ  
С НЕСКОЛЬКИМИ ИСТОЧНИКАМИ ЭНЕРГИИ**

**1.30.** Найти ток в схеме цепи рис. 1.30 и определить, в каком режиме работает каждый из аккумуляторов. Составить баланс мощностей. Э. д. с. аккумуляторов и их внутренние сопротивления заданы:

$$E_1 = 12 \text{ В}, R_1 = 2 \text{ Ом}, E_2 = 30 \text{ В}, R_2 = 2 \text{ Ом}, E_3 = 7,2 \text{ В}, R_3 = 1,2 \text{ Ом}, \\ E_4 = 12 \text{ В}, R_4 = 1 \text{ Ом}.$$

*Ответ:* ток  $I$  определяется по закону Ома:  $I = \sum E / \sum R = 37,2/6,2 = 6 \text{ А}$ . Аккумуляторы  $E_1$  и  $E_3$  находятся в режиме короткого замыкания, поэтому развиваемые ими мощности равны мощностям, выделяемым во внутренних сопротивлениях:  $E_1 I^2 = 72 \text{ Вт}$  и  $R_1 I^2 = 72 \text{ Вт}$ ,  $E_3 I = 43,2 \text{ Вт}$  и  $R_3 I^2 = 43,2 \text{ Вт}$ .

Аккумулятор  $E_2$  генерирует энергию. Его мощность  $E_2 I = 180 \text{ Вт}$ , а мощность, выделяемая во внутреннем сопротивлении,  $R_2 I^2 = 72 \text{ Вт}$ .

Аккумулятор  $E_4$  работает в режиме приемника (заряжается). Мощность аккумулятора  $E_4 I + R_4 I^2 = 108 \text{ Вт}$ .

Баланс мощностей:

$$E_2 I + E_1 I + E_3 I = E_4 I + (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) I^2, \\ 30 \cdot 6 + 12 \cdot 6 + 7,2 \cdot 6 = 12 \cdot 6 + (2 + 2 + 1,2 + 1) \cdot 36; 295,2 \text{ Вт} = 295,2 \text{ Вт}.$$

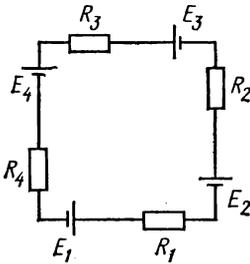


Рис. 1.30

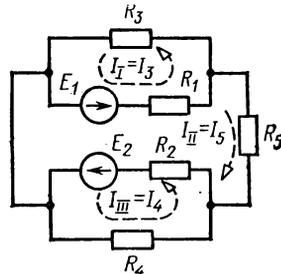


Рис. 1.31

**1.31.** Определить токи всех ветвей в схеме цепи рис. 1.31, если э. д. с.  $E_1 = E_2 = 30 \text{ В}$  и сопротивления  $R_1 = R_2 = 1 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 3 \text{ Ом}$ .

*Решение.* Цепь содержит пять ветвей. Следовательно, имеется пять неизвестных токов. Выбираем условно-положительные направления токов (на схеме указаны стрелками), для определения которых по законам Кирхгофа необходимо составить пять уравнений. Число узлов цепи равно трем, поэтому по первому закону Кирхгофа составляем два уравнения:

$$I_1 = I_3 + I_5, \quad I_2 = I_4 + I_5.$$

Для составления недостающих трех уравнений разбиваем цепь на три независимых контура и составляем для каждого из них

уравнение по второму закону Кирхгофа:

$$\begin{aligned} E_1 &= R_1 I_1 + R_3 I_3, \\ E_2 &= R_2 I_2 + R_4 I_4, \\ 0 &= R_3 I_3 + R_4 I_4 - R_5 I_5. \end{aligned}$$

В результате совместного решения этих уравнений и подстановки в них числовых значений получаем:

$$I_1 = 14 \text{ A}, \quad I_2 = 16,67 \text{ A}, \quad I_3 = 4 \text{ A}, \quad I_4 = 6,67 \text{ A}, \quad I_5 = 10 \text{ A}.$$

1.32. На рис. 1.32, *a* приведена схема соединения аккумуляторной батареи и генератора постоянного тока, включенных параллельно приемнику, сопротивление которого непрерывно изменяется от  $R=0$  до  $R=\infty$ . Составить схему замещения цепи и построить кривые зависимости тока  $I$  от сопротивления  $R$  и напряжения  $U$  от тока  $I$  при  $E_1=120 \text{ В}$ ,  $E_2=130 \text{ В}$  и  $R_1+R_2=0,5 \text{ Ом}$ . Найти токи  $I_1$  и  $I_2$  при  $R=1 \text{ Ом}$ .

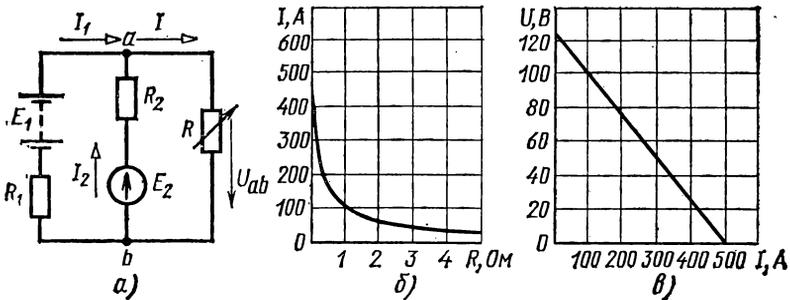


Рис. 1.32

Решение. Определяем напряжение между узлами  $a$  и  $b$ :

$$U = U_{ab} = \frac{G_1 E_1 + G_2 E_2}{G_1 + G_2 + G} = \frac{120/0,5 + 130/0,5}{1/0,5 + 1/0,5 + 1/R} = \frac{125R}{0,25 + R}.$$

Подставляя вместо  $R$  его значение  $R=U/I$ , получаем  $U = 125 - 0,25 I$ .

Ток приемника  $I = U/R = 125/(0,25 + R)$ .

На рис. 1.32, *б, в* построены кривые  $I(R)$  и  $U(I)$ , при этом максимальное значение тока  $I$  равно току короткого замыкания  $I_k = 125/0,25 = 500 \text{ А}$ .

При  $R=1 \text{ Ом}$   $U_{ab} = 125/1,25 = 100 \text{ В}$ . Токи  $I_1$  и  $I_2$  определяются по закону Ома для активного участка цепи. Так, в соответствии с выбранными условно-положительными направлениями направлений токов

$$I_1 = (E_1 - U_{ab})/R_1 = (120 - 100)/0,5 = 40 \text{ А}; \quad I_2 = (E_2 - U_{ab})/R_2 = (130 - 100)/0,5 = 60 \text{ А}.$$

1.33. В условиях задачи 1.32 определить значение э.д.с.  $E_1$  аккумуляторной батареи, если при сопротивлении приемника  $R =$

$= 9,5 \text{ Ом}$  ток  $I_1 = 0$ . Э. д. с.  $E_2$  и внутреннее сопротивление обоих источников остаются неизменными.

Ответ:  $E_1 = 123,5 \text{ В}$ .

1.34. Определить значение э. д. с.  $E_2$  (рис. 1.34) при условии, что ток в резистивном элементе  $R$  равен нулю, внутренние сопротивления источников  $R_1 = 0,2 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 0,6 \text{ Ом}$ , э. д. с.  $E_1 = 6 \text{ В}$ . В каких режимах работают источники  $E_1$  и  $E_2$ ?

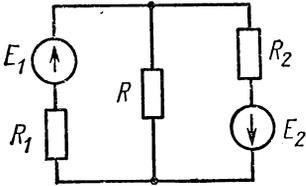


Рис. 1.34

Ответ:  $E_2 = 18 \text{ В}$ ; в режиме короткого замыкания.

1.35. Определить токи в схеме рис. 1.35, если  $E_1 = 11 \text{ В}$ ,  $E_2 = 2 \text{ В}$ ,  $R_1 = 1 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 2 \text{ Ом}$  и  $J = 3 \text{ А}$ .

Решение. С помощью формулы узлового напряжения находим

$$U_{ab} = (G_1 E_1 + G_2 E_2 - J_k) / (G_1 + G_2) = 6 \text{ В}.$$

Токи  $I_1$  и  $I_2$  определяются по закону Ома для активного участка цепи:

$$I_1 = (E_1 - U_{ab}) / R_1 = 5 \text{ А}; \quad I_2 = (E_2 - U_{ab}) / R_2 = -2 \text{ А},$$

т. е. ток  $I_2$  направлен от точки  $a$  к точке  $b$ .

Проверка:  $I_1 + I_2 = J_k = 5 - 2 = 3$ .

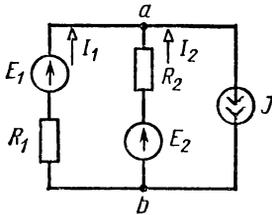


Рис. 1.35

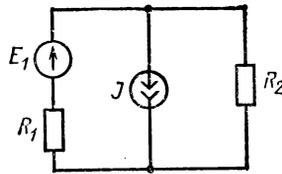


Рис. 1.36

1.36. В схеме цепи рис. 1.36 заданы:  $E_1 = 20 \text{ В}$ ,  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 5 \text{ Ом}$ ,  $J = 30 \text{ А}$ . Определить токи в ветвях цепи.

Ответ:  $I_1 = 22 \text{ А}$ ;  $I_2 = 8 \text{ А}$ .

1.37. На рис. 1.37, а показана схема цепи, э. д. с. источников и сопротивления резисторов которой заданы равными  $E_1 = 120 \text{ В}$ ,

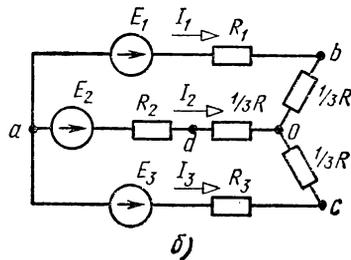
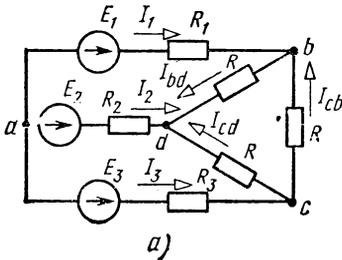


Рис. 1.37

$E_2 = 60 \text{ В}$ ,  $E_3 = 140 \text{ В}$ ,  $R_1 = 1 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 0,5 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 0,4 \text{ Ом}$ ,  $R = 3 \text{ Ом}$ .  
 Определить токи в ветвях цепи.

*Указание.* Для решения задачи целесообразно преобразовать треугольник  $bcd$  в эквивалентную звезду (рис. 1.37, б). Тогда по формуле узлового напряжения можно определить напряжение  $U_{ao}$  и токи в ветвях.

*Ответ:*  $I_1 = 6,8 \text{ А}$ ;  $I_2 = -30,9 \text{ А}$ ;  $I_3 = 24,1 \text{ А}$ ;  $I_{bd} = 12,6 \text{ А}$ ;  $I_{cd} = 18,3 \text{ А}$ ;  $I_{cb} = 5,8 \text{ А}$ .

### РЕЖИМ РАБОТЫ АКТИВНЫХ ДВУХПОЛЮСНИКОВ. МЕТОД ЭКВИВАЛЕНТНОГО АКТИВНОГО ДВУХПОЛЮСНИКА

1.38. В схеме рис. 1.38  $E_{\text{эк}} = 100 \text{ В}$ ,  $R_{\text{эк}} = 2 \text{ Ом}$ ,  $I = 3 \text{ А}$ . Определить напряжение  $U_{ab}$  и режим работы активного элемента  $E_{\text{эк}}$ .

*Решение.* Для принятых условно-положительных направлений тока  $I$  и напряжения  $U_{ab}$  уравнение электрического состояния имеет вид  $U_{ab} = E_{\text{эк}} - R_{\text{эк}} I_1$ . Отсюда  $U_{ab} = 100 - 2 \cdot 3 = 94 \text{ В}$ . Активный элемент работает в режиме источника  $E_{\text{эк}} > U_{ab}$ , направление тока совпадает с направлением э. д. с., но противоположно направлению напряжения. Энергия источника передается во внешнюю цепь и частично преобразуется в теплоту в резистивном элементе  $R_{\text{эк}}$ . Это следует из уравнения баланса мощности:

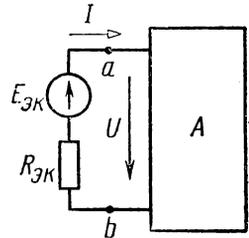


Рис. 1.38

$$R_{\text{эк}} I = U_{ab} I + R_{\text{эк}} I^2,$$

$$300 \text{ Вт} = 282 + 18 = 300 \text{ Вт}.$$

1.39. Определить напряжение  $U_{ab}$  и режим работы активного элемента в предыдущей задаче, если истинное направление тока изменится на противоположное (рис. 1.39).

*Решение.*  $U_{ab} = E_{\text{эк}} + R_{\text{эк}} I = 106 \text{ В}$ . Активный элемент работает в режиме приемника, при этом направления тока и напряжения совпадают, энергия из внешней цепи преобразуется в активном элементе в другие виды энергии и в теплоту в элементе  $R_{\text{эк}}$ , что следует из уравнения баланса мощности:

$$U_{ab} I = E_{\text{эк}} I + R_{\text{эк}} I^2,$$

$$318 \text{ Вт} = 300 + 18 = 318 \text{ Вт}.$$

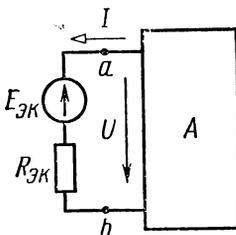


Рис. 1.39

1.40. Определить ток  $I_5$  в измерительной диагонали неуравновешенного моста (рис. 1.40, а), воспользовавшись методом эквивалентного генератора, если  $E = 6 \text{ В}$ ,  $R_1 = R_2 = 1 \text{ кОм}$ ,  $R_3 = 4 \text{ кОм}$ ,  $R_4 = 2 \text{ кОм}$  и  $R_5 = 2,17 \text{ кОм}$ .

*Решение.* В соответствии с теоремой об эквивалентном генераторе воздействие всей цепи на рассматриваемую ветвь с резисто-

ром  $R_5$  можно заменить воздействием эквивалентного генератора (рис. 1.40, б), у которого  $E_{\text{эк}} = U_{ab \text{ вк}}$ ;  $R_{\text{эк}} = R_{ab \text{ вк}}$ .

Для определения напряжения  $U_{ab \text{ вк}}$  разомкнем ветвь  $ab$  с резистором  $R_5$  (рис. 1.40, в):

$$U_{ab \text{ вк}} = R_3 I_{3\text{к}} - R_1 I_{1\text{к}} = \frac{R_3}{R_3 + R_4} E - \frac{R_1}{R_1 + R_2} E = \frac{4}{4+2} \cdot 6 - \frac{1}{1+1} \cdot 6 = 1 \text{ В.}$$

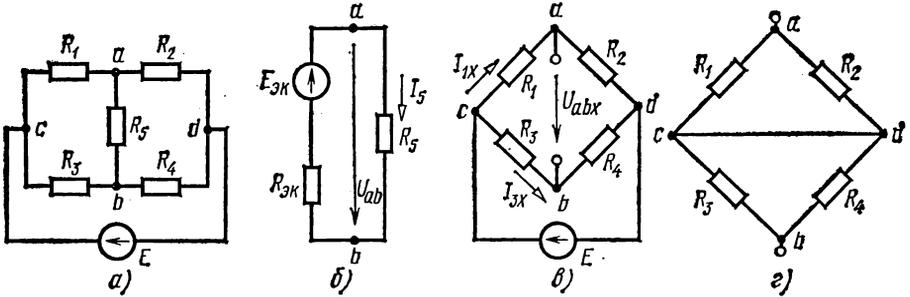


Рис. 1.40

Сопротивление  $R_{ab \text{ вк}}$  определяем по схеме рис. 1.40, г:

$$R_{ab \text{ вк}} = R_{\text{эк}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{1 \cdot 1}{1+1} + \frac{4 \cdot 2}{4+2} = 1,83 \text{ кОм.}$$

Ток диагонали находим из схемы рис. 1.40, б:

$$I_5 = E_{\text{эк}} / (R_{\text{эк}} + R_5) = 1 / (1,83 + 2,17) = 0,25 \text{ мА.}$$

Ответ:  $I_5 = 0,25 \text{ мА}$ .

1.41. При каком значении сопротивления резистивного элемента  $R_3$  в схеме цепи рис. 1.41 в нем выделяется максимальная мощность, если  $R_1 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 8 \text{ Ом}$ , а напряжение  $U = 110 \text{ В}$ ?

Ответ:  $R_3 = 3,43 \text{ Ом}$ .

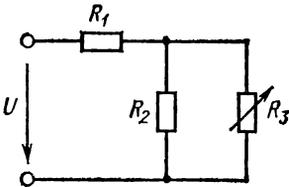


Рис. 1.41

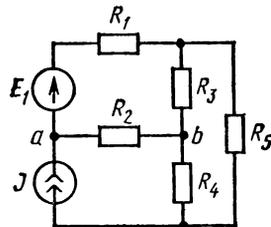


Рис. 1.42

1.42. Определить ток в ветви  $ab$  (рис. 1.42), если  $E_1 = 20 \text{ В}$ ,  $J = 10 \text{ А}$ ,  $R_1 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 10 \text{ Ом}$ .

Указание и ответ: при размыкании ветви  $ab$  токи  $I_3 = I_5 = J_k / 2 = 5 \text{ А}$ ;  $U_{ab \text{ вк}} = 50 \text{ В}$ ;  $R_{ab \text{ вк}} = 8,2 \text{ Ом}$ ;  $I_{ab} = 4,9 \text{ А}$ .

1.43. Определить токи в термочувствительном элементе  $R_t$  и в измерительной диагонали моста с сопротивлением  $R_4$  (рис. 1.43) при

температуре  $t = 180^\circ \text{C}$ , если заданы э. д. с.  $E = U_{\text{вх}} = 1 \text{ В}$  и сопротивления  $R_1 = 100 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 1000 \text{ Ом}$ ; термочувствительный элемент выполнен из меди и при  $t = 0^\circ \text{C}$  имеет сопротивление  $R_0 = 53 \text{ Ом}$ , температурный коэффициент сопротивления  $\alpha = 0,000427 \text{ Ом}/^\circ \text{C}$ . Сопротивление  $R_2$  определяется из условий равновесия моста при  $t = 0$ , а сопротивление  $R_4$  равно выходному сопротивлению моста при  $t = 0$ .

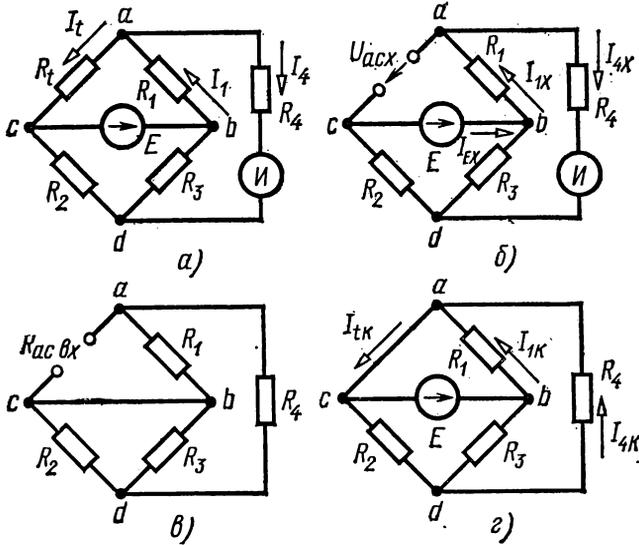


Рис. 1.43

Решение. В соответствии с указанными условиями определяем  $R_2$  и  $R_4$ :

$$R_2 = (R_t R_3) / R_1 = (53 \cdot 1000) / 100 = 530 \text{ Ом},$$

$$R_4 = \frac{R_t R_1}{R_t + R_1} + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{53 \cdot 100}{53 + 100} + \frac{530 \cdot 1000}{530 + 1000} = 380,6 \text{ Ом}.$$

Для определения тока  $I_t$  воспользуемся методом эквивалентного генератора. Разомкнем ветвь  $ac$  (рис. 1.43, б) и определим напряжение холостого хода  $U_{acx}$ :

$$U_{acx} = E - R_1 I_{1x}, \quad I_{1x} = \frac{R_2}{R_3 + R_1 + R_4} I_{Ex},$$

$$I_{Ex} = \frac{E}{R_2 + \frac{R_3(R_1 + R_4)}{R_3 + R_1 + R_4}} = \frac{1}{530 + \frac{1000(100 + 380,6)}{1000 + 100 + 380,6}} = 1,17 \text{ мА},$$

$$I_{1x} = \frac{1000}{1000 + 100 + 380,6} \cdot 1,17 = 0,79 \text{ мА},$$

$$U_{acx} = 1 - 100 \cdot 0,79 \cdot 10^{-3} = 0,92 \text{ В}.$$

Из схемы рис. 1.43, в определяем сопротивление  $R_{acvx}$ :

$$R_{acvx} = \frac{\left( \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_4 \right) R_1}{\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_4 + R_1} = \frac{\left( \frac{530 \cdot 1000}{530 + 1000} + 380,6 \right) 100}{\frac{530 \cdot 1000}{530 + 1000} + 380,6 + 100} = 87 \text{ Ом}.$$

Сопротивление и ток термочувствительного элемента при  $t=80^\circ\text{C}$

$$R_t = R_0(1 + \alpha t) = 53(1 + 0,000427 \cdot 80) = 71 \text{ Ом},$$

$$I_t = U_{ac \text{ вх}} / (R_{ac \text{ вх}} + R_t) = 0,92 / (87 + 71) = 5,8 \text{ мА}.$$

Для определения тока  $I_4$  найдем ток  $I_1$ :

$$I_1 = \frac{E - R_t I_t}{R_1} = \frac{1 - 71 \cdot 5,8 \cdot 10^{-3}}{100} = 5,9 \text{ мА}, \quad I_4 = I_1 - I_t = 5,9 - 5,8 = 0,1 \text{ мА}.$$

Если бы источник питания  $E$  имел внутреннее сопротивление, то, зная ток  $I_t$ , можно было бы определить ток  $I_4$ , воспользовавшись принципом линейности. По этому принципу ток  $I_n$  ветви  $n$  и ток  $I_m$  ветви  $m$  связаны линейным уравнением

$$I_n = a + b I_m, \quad (1)$$

где  $a$  и  $b$  — постоянные, значения которых определяются из опытов холостого хода и короткого замыкания ветви  $m$ .

Так, если ветвь  $m$  находится в режиме холостого хода, то ток  $I_{mx} = 0$ , а ток  $I_{nx} = a$ . Тогда уравнение (1) можно записать в виде

$$I_n = I_{nx} + b I_m. \quad (2)$$

Если же ветвь  $m$  находится в режиме короткого замыкания, то токи  $I_{nk}$  и  $I_{mk}$  ветвей будут связаны уравнением

$$I_{nk} = I_{nx} + b I_{mk}. \quad (3)$$

По известным токам  $I_{nk}$ ,  $I_{nx}$  и  $I_{mk}$  можно определить постоянную  $b$ :

$$b = (I_{nk} - I_{nx}) / I_{mk}. \quad (4)$$

Подставляя это значение постоянной в уравнение (2), получаем

$$I_n = I_{nx} + \frac{I_{nk} - I_{nx}}{I_{mk}} I_m. \quad (5)$$

Для схемы рис. 1.43, *a* ток измерительной ветви пусть будет неизвестным током  $I_4 = I_n$ , а ток ветви с термочувствительным элементом  $I_1 = I_m = 5,8 \text{ мА}$ . Тогда уравнение (5) можно записать в виде

$$I_4 = I_{4x} + (I_{4k} - I_{4x}) I_t / I_{tk}, \quad (6)$$

где  $I_{4x}$  и  $I_{4k}$  — токи ветви с сопротивлением  $R_4$  при холостом ходе и при коротком замыкании ветви с сопротивлением  $R_t$ .

Значение тока  $I_{4x}$  было определено ранее при рассмотрении схемы рис. 1.43, *б*:  $I_{4x} = I_{1x} = 0,79 \text{ мА}$ . Для определения токов короткого замыкания  $I_{4k}$  и  $I_{tk}$  замкнем накоротко ветвь с сопротивлением  $R_t$  (рис. 1.43, *в*):

$$I_{4k} = \frac{E}{\frac{R_4 R_2}{R_4 + R_2} + R_3} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_4} = \frac{1}{\frac{380,6 \cdot 530}{380,6 + 530} + 1000} \cdot \frac{530}{530 + 380,6} = 0,47 \text{ мА},$$

$$I_{1k} = E / R_1 = 1 / 100 = 10 \text{ мА},$$

$$I_{tk} = I_{1k} + I_{4k} = 10 + 0,47 = 10,47 \text{ мА}.$$

Подставляя полученные значения токов в уравнение (6), находим ток в измерительной диагонали:

$$I_4 = I_{4x} + (-I_{4к} - I_{4к}) I_1 / I_{1к} = 0,79 + (-0,47 - 0,79) 5,8 / 10,47 = 0,093 \text{ мА.}$$

**1.44.** Определить токи в измерительной диагонали моста предыдущей задачи при сопротивлениях термочувствительного элемента  $R_1 = 76$  и  $87 \text{ Ом}$ .

*Указание.* В том случае, когда требуется определить зависимость тока в одной ветви от переменного сопротивления в другой, формулу (5) целесообразно преобразовать следующим образом: согласно методу эквивалентного генератора, ток

$$I_m = E_{\text{эк}} / (R_{\text{эк}} + R_m).$$

Обозначим ток в термочувствительном элементе через  $I_m$ . Тогда

$$I_m = U_{ac \text{ вх}} / (R_{ac \text{ вх}} + R_t), \quad I_{mk} = E_{\text{эк}} / R_{ac \text{ вх}} = U_{ac \text{ вх}} / R_{ac \text{ вх}}.$$

Но  $I_m / I_{mk} = R_{ac \text{ вх}} / (R_{ac \text{ вх}} + R_t)$  и выражение для тока  $I_n$  можно записать в виде

$$I_n = I_{nx} + (I_{nk} - I_{nx}) R_{ac \text{ вх}} / (R_{ac \text{ вх}} + R_t). \quad (7)$$

При этом токи  $I_{nk}$  и  $I_{nx}$  считаем совпадающими по направлению.

В соответствии с формулой (7) уравнение для тока  $I_4$  в измерительной диагонали моста в зависимости от сопротивления будет иметь вид

$$I_4 = I_{4x} + (I_{4к} - I_{4к}) R_{ac \text{ вх}} / (R_{ac \text{ вх}} + R_t).$$

Значение входного сопротивления  $R_{ac \text{ вх}}$  определим из рис. 1.43, в.

*Ответ:*  $I_4 = 0,12$  и  $0,16 \text{ мА}$ .

**1.45.** Определить токи в кремниевом тензодатчике  $R_D$  и в измерительной диагонали моста (рис. 1.45), если заданы напряжение  $U = 15 \text{ В}$  и сопротивления  $R_2 = R_4 = 270 \text{ Ом}$ ,  $R_1 = 30 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 54 \text{ Ом}$ . Сопротивление датчика с учетом деформации  $R_D = 40 \text{ Ом}$ .

*Ответ:*  $I_D = 45 \text{ мА}$ ,  $I_5 = 49 \text{ мА}$ .

**1.46.** Методом эквивалентного генератора найти ток в одной из ветвей схемы цепи рис. 1.46, зная который можно с помощью за-

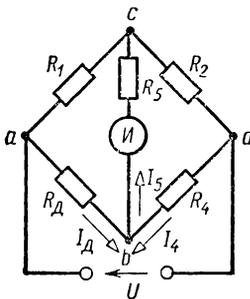


Рис. 1.45

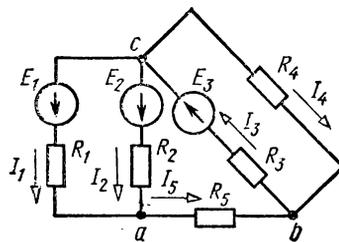


Рис. 1.46

конов Кирхгофа и Ома определить токи во всех остальных ветвях. Задано:  $E_1 = E_3 = 48 \text{ В}$ ,  $E_2 = 24 \text{ В}$ ,  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 8 \text{ Ом}$ .  
 Ответ:  $I_1 = 3,37 \text{ А}$ ;  $I_2 = 0,37 \text{ А}$ ;  $I_3 = 4,87 \text{ А}$ ;  $I_4 = 1,12 \text{ А}$ ;  $I_5 = 3,75 \text{ А}$ .

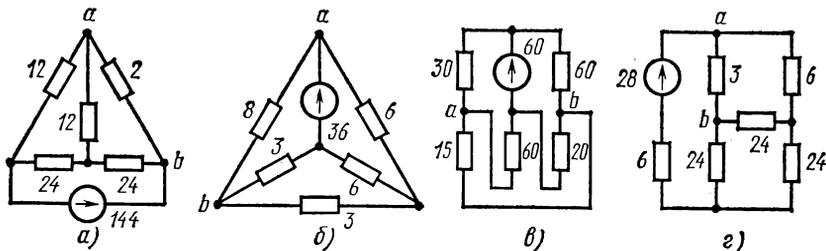


Рис. 1.47

1.47\*. Определить ток в ветви  $ab$ . Значения э. д. с. на рис. 1.47 указаны в вольтах, сопротивлений резисторов — в омах.

Ответ: а) 12 А; б) 3 А; в) 0,7 А; г) 1/3 А.

**ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА И ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МОСТОВЫХ ЦЕПЕЙ, ДЕЛИТЕЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЯ И ТОКА**

1.48. Напряжение  $U_{ab} = 1/8 \text{ В}$ . При каком значении  $U_{вх}$  мост будет уравновешен (рис. 1.48)?

Решение. При равновесии моста  $6R = 3 \cdot 2$ ,  $R = 1 \text{ Ом}$ . Тогда  $I_{ab} = U_{ab}/R = I_{bc} = 1/8 \text{ А}$ ,  $U_{вх} = U_{ab} + 2I_{bc} = 1/8 + 2/8 = 3/8 \text{ В}$ .

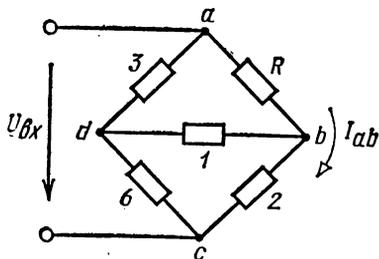


Рис. 1.48

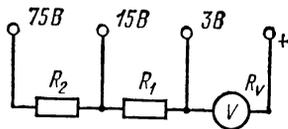


Рис. 1.49

1.49. Вольтметр на номинальное напряжение 3 В имеет внутреннее сопротивление 400 Ом (рис. 1.49). Определить сопротивление добавочных резисторов, которые нужно подключить к вольтметру, чтобы расширить пределы измерения до 15 и 75 В.

Решение. Ток в вольтметре при полном отклонении стрелки

$$I_V = U_{\text{ном}}/R_V = 3/400 \text{ А} = 7,5 \text{ мА}.$$

Добавочные резисторы  $R_1$  и  $R_2$  при включении вольтметра на напряжения 15 и 75 В должны быть подобраны так, чтобы ток полного отклонения оставался равным 7,5 мА. Тогда  $R_1 = 1000 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 8000 \text{ Ом}$ .

1.50. Для регулирования напряжения приемника с сопротивлением  $R = 10 \text{ Ом}$  включен реостат (рис. 1.50). Определить токи в цепи и напряжения приемника  $U_n$  для различных положений рукоятки реостата, если сопротивление каждой его секции  $R_0 = 5 \text{ Ом}$ , а напряжение сети  $U = 120 \text{ В}$ .

Ответ:  $I \text{ (А): } 4; 4,8; 6; 8; 12; U \text{ (В): } 40; 48; 60; 80; 120.$

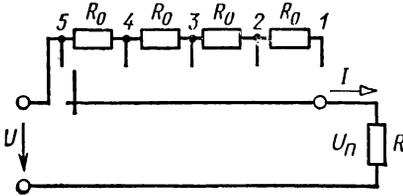


Рис. 1.50

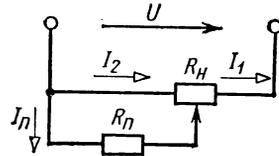


Рис. 1.51

1.51. Напряжение приемника с сопротивлением  $R_n = 100 \text{ Ом}$  нужно плавно регулировать в пределах от 10 до 100 В. Напряжение сети  $U = 110 \text{ В}$ . Можно ли воспользоваться для этого реостатом с номинальными величинами  $R_{\text{ном}} = 200 \text{ Ом}$  и  $I_{\text{ном}} = 0,6 \text{ А}$ , включив его в качестве делителя напряжения (рис. 1.51)?

Ответ: нельзя, так как ток  $I_1$  может быть больше номинального тока реостата.

1.52. Миллиамперметр на номинальный ток  $I_{\text{ном}} = 30 \text{ мА}$  имеет нормированное падение напряжения  $U = 75 \text{ В}$  и ток полного отклонения системы  $3 \text{ мА}$ . Определить внутреннее сопротивление прибора. Какое сопротивление должен иметь наружный шунт к этому прибору для расширения предела измерения по току до  $I = 3 \text{ А}$ ?

Решение. Внутреннее сопротивление прибора

$$R_n = U/I_{\text{ном}} = (75 \cdot 10^{-3}) / (30 \cdot 10^{-3}) = 2,5 \text{ Ом}.$$

Ток шунта  $I_{\text{ш}} = I - I_{\text{ном}} = 3 - 0,03 = 2,97 \text{ А}$ .

Сопротивление шунта

$$R_{\text{ш}} = U/I_{\text{ш}} = (75 \cdot 10^{-3}) / 2,97 = 25,3 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}.$$

1.53. Подобрать проволочный реостат (рис. 1.53) для регулирования напряжения приемника в пределах от 60 до 100 В, если сопротивление приемника 100 Ом, а напряжение сети 110 В.

Указание и решение. На реостатах указываются их сопротивление и допустимый ток. Следовательно, выбор реостата сводится к определению сопротивления и тока.

При напряжении на приемнике  $U_n = 60 \text{ В}$  ток  $I = 60/100 = 0,6 \text{ А}$ . Напряжение на реостате  $U_p = 50 \text{ В}$ , а его сопротивление  $R'_p = 50/0,6 = 83,5 \text{ Ом}$ . Аналогично, при  $U_n = 100 \text{ В}$  ток  $I = 1 \text{ А}$  и сопротивление  $R''_p = 10 \text{ Ом}$ .

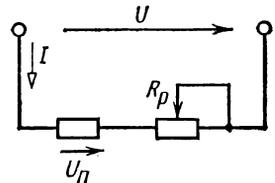


Рис. 1.53

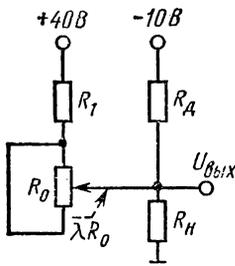


Рис. 1.54

Следовательно, нужно взять реостат, сопротивление которого должно быть не менее 83,5 Ом, а номинальный ток — не менее 1 А.

1.54. Определить выходное напряжение линейного потенциометра (рис. 1.54) при  $\lambda=0,5$ , если  $R_1=3\text{ кОм}$ ,  $R_0=R_H=4\text{ кОм}$ ,  $R_D=2\text{ кОм}$ .

Ответ:  $U_{\text{вых}}=5\text{ В}$ .

1.55. Определить выходное напряжение линейного потенциометра (рис. 1.55, а) при  $\lambda=0,6$ , если  $R_0=1\text{ кОм}$ ,  $R_H=0,5\text{ кОм}$ .

Решение. Рассматриваемому потенциометру соответствует схема замещения (рис. 1.55, б).

Напряжение  $U_{AB} = R_H I$  определяется по формуле узлового напряжения:

$$U_{AB} = \frac{G_0(E_1 + E_2 - E_3)}{3G_0 + G_H} = \frac{1 \cdot 10^{-3}(20 + 15 - 5)}{3 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-3}} = 6\text{ В}.$$

Следовательно,  $U_{\text{вых}} = \lambda R_H \frac{U_{AB}}{R_H} = \lambda U_{AB} = 0,6 \cdot 6 = 3,6\text{ В}$ .

Ответ:  $U_{\text{вых}} = 3,6\text{ В}$ .

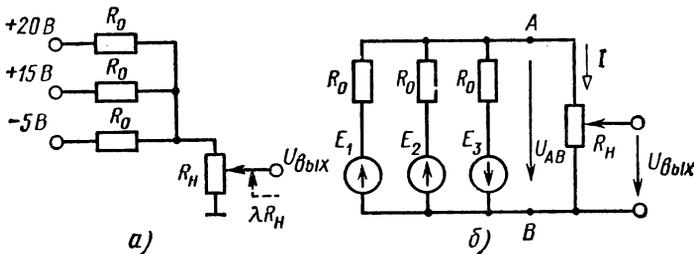


Рис. 1.55

1.56. Типовой расчет. Нелинейная мостовая цепь постоянного тока.

### Цель работы

Расчет градуировочной кривой электрического термометра

### Исходные данные

Схема замещения электрического термометра приведена на рис. 1.56, а. Параметры элементов схемы зависят от номера учебной группы  $K$  и номера студента в группе  $J$ :  $E = (5 + K)\text{ В}$ ,  $R_E = 200\text{ Ом}$ ,  $U(I, t^\circ) = e^{2I^\circ}\text{ В}$ ,  $R_1 = (300 + 43J)\text{ Ом}$ ,  $R_2 = R_3 = 500\text{ Ом}$ ,  $R_H = 1\text{ кОм}$ ,  $t^\circ = 50 \div 150^\circ\text{ С}$ .

## Содержание работы

1. Найти параметры эквивалентного активного двухполюсника ( $E_{эк}$ ,  $R_{эк}$ ), отображающего участок цепи, который выделен пунктиром на рис. 1.56, а.

2. С помощью готовой программы решения нелинейного алгебраического уравнения рассчитать на ЭВМ зависимости тока  $I(t^\circ)$  и напряжение  $U(t^\circ)$  терморезистора от температуры.

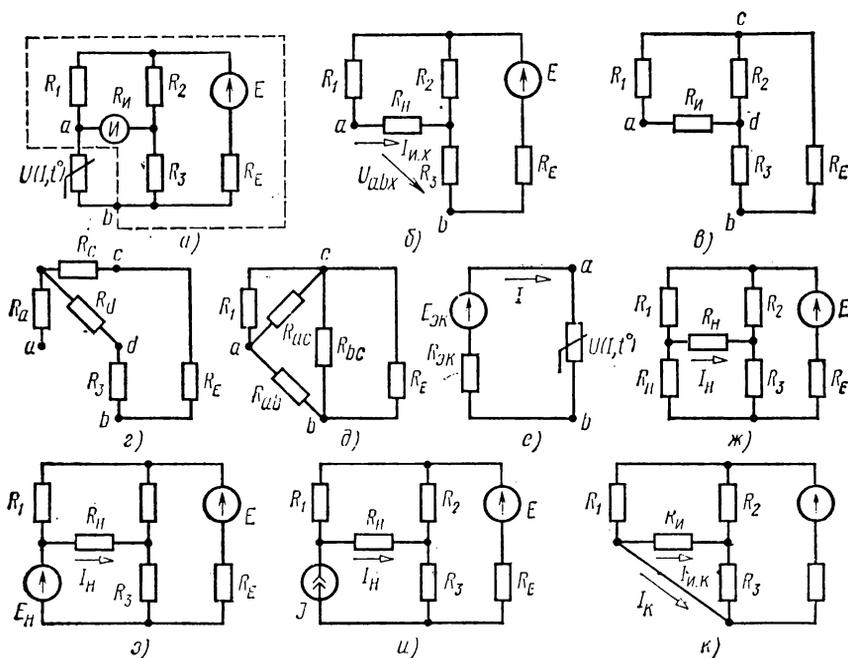


Рис. 1.56

3. Рассчитать и построить зависимости тока индикатора термометра  $I_n(t^\circ)$ .

4. Для температуры  $t^\circ = 50^\circ \text{C}$  найти все токи цепи и проверить правильность результатов расчета по уравнению баланса мощностей источника и приемников.

### Методические указания

1. Расчет  $E_{эк}$  производят по схеме замещения рис. 1.56, б ( $E_{эк} = U_{ab \text{ x}}$ ).

2. Для расчета  $R_{эк}$  используют схемы замещения рис. 1.56, в, г ( $R_{эк} = R_{ab \text{ вк}}$ ). В исходной схеме (рис. 1.56, в) необходимо произвести

одно из эквивалентных преобразований и перейти к схеме рис. 1.56, з, д. Формулы для расчета сопротивлений элементов в преобразованной схеме приведены в [1].

3. Вычисления на ЭВМ проводят по готовой программе решения нелинейного уравнения вида  $a = bx + y(x)$  итерационным методом половинного сечения. Найденные параметры эквивалентного активного двухполюсника  $E_{\text{эк}}$  и  $R_{\text{эк}}$  позволяют использовать для расчета тока и напряжения нелинейного элемента схему замещения рис. 1.56, е. Исходные данные для вычислений на ЭВМ готовят по приводимому образцу:

|  |              |
|--|--------------|
| T5-82                                  | Иванов И. И. |
| K = 5                                  | J = 13       |
| Найти решения нелинейного уравнения    |              |
| $5,7377 = 537,3687x + e^{2xt}$         |              |
| с относительной ошибкой $10^{-3}$ .    |              |
| Параметр $t = 50 \div 150$ с шагом 10. |              |

Образец распечатки результатов расчета на ЭВМ приведен в следующей таблице:

|           |             |              |
|-----------|-------------|--------------|
|           | K = 5       | J = 13       |
|           | E = 5,7377  | R = 537,3687 |
| T = 50    | I = 0,00418 | U = 1,5191   |
| . . . . . | . . . . .   | . . . . .    |
| . . . . . | . . . . .   | . . . . .    |
| . . . . . | . . . . .   | . . . . .    |
| T = 150   | I = 0,00281 | U = 2,3216   |

4. Ток индикатора термометра  $I_n$  для заданной температуры может быть вычислен одним из следующих способов:

а) терморезистор в схеме замещения заменяют (рис. 1.56, ж) резистивным элементом с сопротивлением  $R_n = U/I$ , где  $U$  и  $I$  — величины, взятые из таблицы;

б) терморезистор в схеме замещения заменяют (рис. 1.56, з) идеальным источником э. д. с.  $E_n = U$ , где  $U$  — величина, взятая из таблицы;

в) терморезистор в схеме замещения заменяют (рис. 1.56, и) идеальным источником тока  $J = I$ , где  $I$  — величина, взятая из таблицы; далее удобно применить метод эквивалентного активного двухполюсника;

г) используют свойство линейной зависимости токов и напряжения участков линейной цепи:  $I_{\text{н}} = A + BU$  или  $I_{\text{н}} = C + DI$ , где  $U$  и  $I$  — величины, взятые из таблицы.

Постоянные коэффициенты  $A$  и  $B$  (или  $C$  и  $D$ ) можно определить по схемам замещения рис. 1.56, б, к. В схеме рис. 1.56, б  $U = 0$  и  $I_{\text{н}} = I_{\text{н.к}}$ , а в схеме рис. 1.56, к  $U = U_{\text{абх}}$  и  $I_{\text{н}} = I_{\text{н.х}}$ . Из линейной зависимости следует

$$A = I_{\text{н.к}} \text{ и } B = (I_{\text{н.х}} - A) / U_{\text{абх}}.$$

Аналогично определяют коэффициенты  $C$  и  $D$ :  $C = I_{\text{н.х}}$  (рис. 1.56, б),  $D = (I_{\text{н.к}} - C) / I_{\text{абк}}$ , где  $I_{\text{н.к}}$  — ток в схеме рис. 1.56, к.

5. Расчет остальных токов цепи производят по найденным значениям  $I$ ,  $U$ ,  $I_{\text{н}}$  в схеме замещения рис. 1.56, а с помощью законов Кирхгофа.

**ОДНОФАЗНЫЕ ЦЕПИ  
СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА**

**СПОСОБЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ СИНУСОИДАЛЬНЫХ  
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН**

2.1. Прямоугольная рамка, закрепленная на оси, вращается в равномерном магнитном поле, имеющем индукцию  $B = 0,7$  Тл, с постоянной частотой вращения  $n = 3000$  об/мин. Стороны рамки, параллельные плоскости чертежа (рис. 2.1, а), имеют длину  $a = 16$  см и делятся осью вращения, перпендикулярной направлению линий магнитного поля, пополам; стороны рамки, перпендикулярные плоскости чертежа, имеют длину  $l = 32$  см. Число витков рамки  $\omega = 4$ .

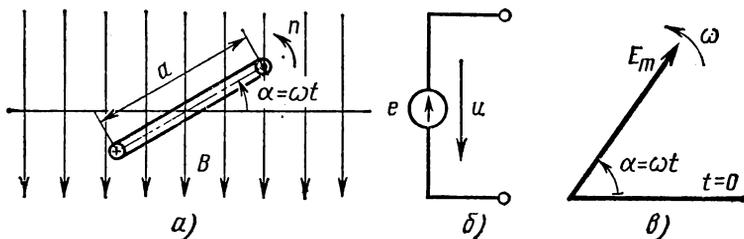


Рис. 2.1

Определить период  $T$ , частоту  $f$  и угловую частоту  $\omega$  э. д. с., индуцированной в витках рамки. Записать уравнение для мгновенной э. д. с. рамки. Изобразив вращающуюся рамку в виде генератора синусоидальной э. д. с., составить эквивалентную схему и построить векторную диаграмму.

Решение. Рамка, вращающаяся с постоянной частотой в равномерном магнитном поле, пронизывается потоком [1]

$$\Phi = BS \cos \alpha = Bal \cos \alpha.$$

При повороте рамки на угол  $d\alpha$  магнитный поток изменяется на величину

$$d\Phi = - Bal \sin \alpha d\alpha.$$

Э. д. с., индуцированная в рамке,

$$e = -\omega \frac{d\Phi}{dt} = \omega Bal \sin \alpha \frac{d\alpha}{dt}.$$

Угол поворота рамки  $\alpha = \Omega t = \omega t$ , так как в рассматриваемой задаче магнитное поле создается двумя полюсами электромагнита

или постоянного магнита, а угловая частота индуцированной э. д. с. равна угловой скорости вращения рамки:

$$\omega = \Omega = 2\pi n/60.$$

Тогда мгновенная э. д. с. рамки

$$e = \omega B a l \omega \sin \omega t = E_m \sin \omega t.$$

Амплитуда э. д. с.  $E_m = \omega B a l \omega = 51,4$  В. Частота изменения э. д. с.  $f = \omega/(2\pi) = n/60 = 50$  Гц. Период  $T = 1/f = 0,02$  с.

Эквивалентная схема и векторная диаграмма приведены на рис. 2.1, б, в. Таким образом, при вращении рамки в равномерном магнитном поле в ней индуцируется э. д. с., являющаяся синусоидальной функцией времени.

Приведенные соотношения справедливы и в том случае, когда рамка неподвижна, а вращаются магниты.

Отметим, что неподвижные полюсы и вращающиеся обмотки, в которых индуцируются э. д. с., применяются главным образом в машинах постоянного тока, а неподвижные обмотки и вращающиеся полюсы — в машинах переменного тока.

2.2. На рис. 2.2, а представлена осциллограмма тока и напряжения пассивного двухполюсника. Записать выражения для мгновенных напряжения и тока, приняв за начало отсчета точку  $O$ . Найти напряжение и ток для момента времени  $t_1 = T/12$ . Записать комплексные амплитуды напряжения и тока. Построить векторную диаграмму на комплексной плоскости.

Решение. Угловая частота  $\omega = 2\pi f = 2\pi/T = 314$  рад/с,  $f = 50$  Гц. В момент времени  $t = 0$  напряжение проходит нулевую фазу, т. е. начальная фаза напряжения равна нулю:  $\psi_u = 0$ . Начало синусоиды тока сдвинуто вправо от начала отсчета времени, значение начальной фазы тока, отсчитываемое от начала синусоиды до оси, отрицательно:  $\psi_i = -\pi/4$ .

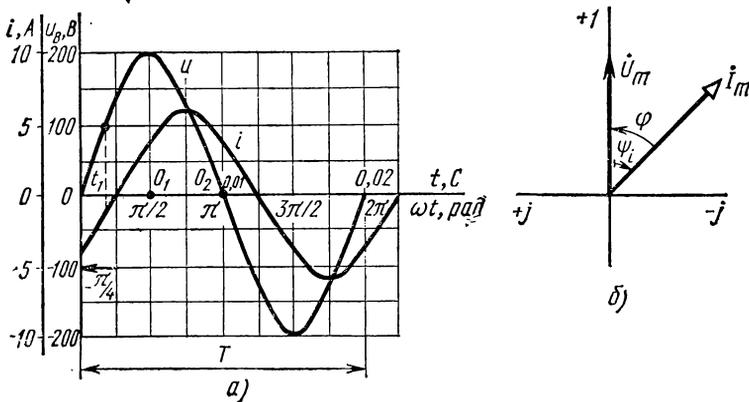


Рис. 2.2

## Мгновенные напряжение и ток

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u) = 200 \sin 314t \text{ В}, \quad i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) = 6 \sin(314t - \pi/4) \text{ А}.$$

При  $t_1 = T/12$  угол  $\alpha = \omega t = \pi/6$ . Напряжение  $u = 200 \sin \pi/6 = 100 \text{ В}$ , ток  $i = 6 \sin(-\pi/12) = -1,55 \text{ А}$ .

Комплексные амплитуды напряжения и тока в показательной форме

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u} = 200 \text{ В}, \quad \dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i} = 6e^{-j\pi/4} \text{ А}.$$

Комплексные амплитуды напряжения и тока в алгебраической форме

$$\begin{aligned} \dot{U}_m &= U_m e^{j\psi_u} = U_m (\cos \psi_u + j \sin \psi_u) = 200 \text{ В}, \quad \dot{I}_m = \\ &= I_m (\cos \psi_i + j \sin \psi_i) = 6 [\cos(-\pi/4) + j \sin(-\pi/4)] = \\ &= 6 (\sqrt{2}/2 - j\sqrt{2}/2) = (3\sqrt{2} - j3\sqrt{2}) \text{ А}. \end{aligned}$$

Векторная диаграмма представлена на рис. 2.2, б. Длины векторов пропорциональны в выбранном масштабе модулям комплексных амплитуд.

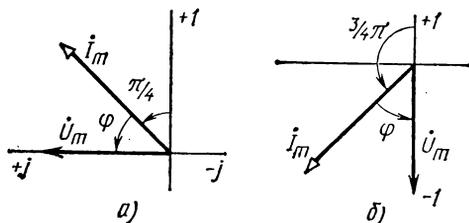


Рис. 2.3

Начальная фаза напряжения  $\psi_u = 0$ , поэтому вектор напряжения направлен по оси  $+1$ , начальная фаза тока  $\psi_i = -\pi/4$  отложена от оси  $+1$  по направлению часовой стрелки.

2.3. Выполнить задания к задаче 2.2, приняв за начало отсчета времени точки  $O_1$  и  $O_2$  (рис. 2.2, а).

Ответ: для начала отсчета времени в точке  $O_1$

$$u_1 = 200 \sin(314t + \pi/2) \text{ В}, \quad i_1 = 6 \sin(314t + \pi/4) \text{ А}, \quad \dot{U}_{1m} = 200e^{j\pi/2} = j200 \text{ В}, \quad \dot{I}_{1m} = 6e^{j\pi/4} = (3\sqrt{2} + j3\sqrt{2}) \text{ А};$$

для начала отсчета времени в точке  $O_2$

$$u_2 = 200 \sin(314t + \pi) \text{ В}, \quad i_2 = 6 \sin\left(314t + \frac{3}{4}\pi\right) \text{ А},$$

$$\dot{U}_{2m} = 200e^{j\pi} = -200 \text{ В}, \quad \dot{I}_{2m} = 6e^{j3/4\pi} = (-3\sqrt{2} + j3\sqrt{2}) \text{ А}.$$

Векторные диаграммы представлены на рис. 2.3, а, б.

2.4\*. Записать выражения для комплексных действующих значений синусоидальных величин, графики мгновенных значений которых изображены на рис. 2.4, а—г.

Ответы приведены в табл. 2.4.

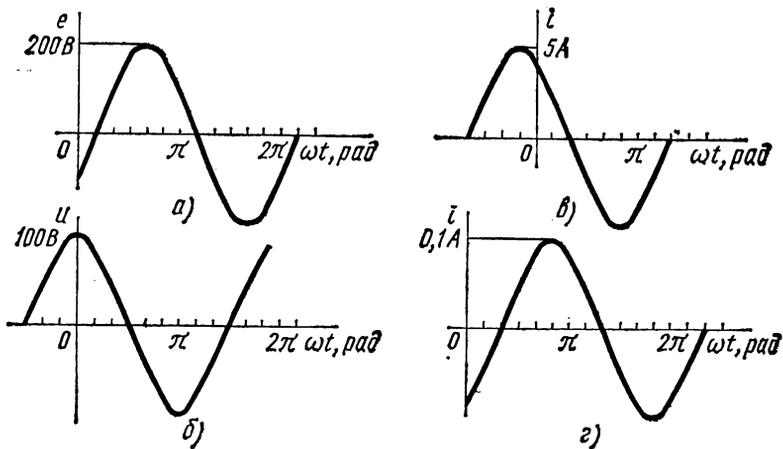


Рис. 2.4

Таблица 2.4

| $\dot{A}$ — комплексное действительное значение | Схема  |   |  |   |
|---|--|---|--|---|
|   | а  | б   | в  | г                                       |
| Показательная форма                             | $\dot{E} = \frac{200}{\sqrt{2}} e^{-j\pi/8} \text{ В}$ | $\dot{U} = \frac{100}{\sqrt{2}} e^{j\pi/2} \text{ В}$ | $\dot{i} = \frac{5}{\sqrt{2}} e^{j\frac{2}{3}\pi} \text{ А}$ | $\dot{i} = 70,7 e^{-j\pi/3} \text{ мА}$ |
| Алгебраическая форма                            | $\dot{E} = (123 - j70,7) \text{ В}$                    | $\dot{U} = j70,7 \text{ В}$                           | $\dot{i} = (-1,8 + j4,3) \text{ А}$                          | $\dot{i} = (35,35 - j61,16) \text{ мА}$ |

2.5. Напряжение и ток пассивного двухполюсника равны  $\dot{U} = (20 + j40) \text{ В}$ ,  $\dot{I} = (5 + j3) \text{ А}$ . Построить векторную диаграмму на комплексной плоскости. Найти мгновенные напряжение и ток.

Решение. На комплексной плоскости с осями  $+1$  и  $+j$  строим векторы комплексных тока  $\dot{I}$  и напряжения  $\dot{U}$  (рис. 2.5). Длины векторов пропорциональны в выбранном масштабе модулям комплексных действительных значений напряжения и тока:

$$U = \sqrt{20^2 + 40^2} = 44,7 \text{ В},$$

$$I = \sqrt{5^2 + 3^2} = 5,83 \text{ А}.$$

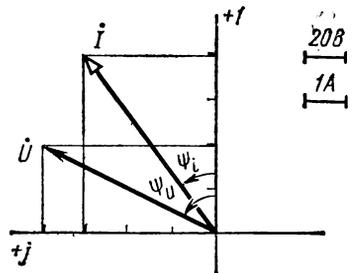


Рис. 2.5

Их начальные фазы:

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \psi_u &= 40/20 = 2, & \psi_u &= 63^\circ 25', \\ \operatorname{tg} \psi_i &= 3/5 = 0,6, & \psi_i &= 31^\circ.\end{aligned}$$

Комплексные действующие напряжение и ток в показательной форме

$$\dot{U} = U e^{j\psi_u} = 44,7 e^{j63^\circ 25'} \text{ В}, \quad \dot{I} = I e^{j\psi_i} = 5,83 e^{j31^\circ} \text{ А}.$$

Комплексные амплитуды напряжения и тока

$$\dot{U}_m = \sqrt{2} U e^{j\psi_u} = 63,3 e^{j63^\circ 25'} \text{ В}, \quad \dot{I}_m = \sqrt{2} I e^{j\psi_i} = 8,25 e^{j31^\circ} \text{ А}.$$

Мгновенные напряжение и ток

$$\begin{aligned}u &= U_m \sin(\omega t + \psi_u) = 63,3 \sin(\omega t + 1,11) \text{ В}, & i &= I_m \sin(\omega t + \psi_i) = \\ &= 8,25 \sin(\omega t + 0,54) \text{ А}.\end{aligned}$$

**2.6\*.** Заданы комплексные действующие значения напряжений и токов цепи:

- а)  $\dot{U} = (-20 + j40) \text{ В}$  и  $\dot{I} = (-5 + j3) \text{ А}$ ,
- б)  $\dot{U} = (-20 - j40) \text{ В}$  и  $\dot{I} = (-5 - j3) \text{ А}$ ,
- в)  $\dot{U} = (20 - j40) \text{ В}$  и  $\dot{I} = (5 - j3) \text{ А}$ ,
- г)  $\dot{U} = (20 - j40) \text{ В}$  и  $\dot{I} = (-5 - j3) \text{ А}$ .

Записать выражения для мгновенных токов и напряжений.

*Ответ:*

- а)  $u = 63,3 \sin(\omega t + 2,03) \text{ В}$  и  $i = 8,25 \sin(\omega t + 2,6) \text{ А}$ ,
- б)  $u = 63,3 \sin(\omega t + 4,25) \text{ В}$  и  $i = 8,25 \sin(\omega t + 3,68) \text{ А}$ ,
- в)  $u = 63,3 \sin(\omega t - 1,11) \text{ В}$  и  $i = 8,25 \sin(\omega t - 0,54) \text{ А}$ ,
- г)  $u = 63,3 \sin(\omega t - 1,11) \text{ В}$  и  $i = 8,25 \sin(\omega t + 3,7) \text{ А}$ .

### ЦЕПИ С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ СОЕДИНЕНИЕМ ЭЛЕМЕНТОВ

**2.7.** В сеть напряжением  $U = 220 \text{ В}$  и частотой  $f = 50 \text{ Гц}$  включаются поочередно реостат с сопротивлением  $10 \text{ Ом}$ , индуктивная катушка с индуктивностью  $L = 32 \text{ мГн}$  и конденсатор емкостью  $317 \text{ мкФ}$ . Определить для каждого случая токи в приемниках, построить векторные диаграммы.

**Решение.** Схемы замещения цепей представлены на рис. 2.7, а — в. Комплексные сопротивления

$$\begin{aligned}\underline{Z}_a &= 10 \text{ Ом}, & \underline{Z}_b &= jL\omega = j32 \cdot 10^{-3} \cdot 314 = j10 \text{ Ом}, \\ \underline{Z}_c &= -j \frac{1}{C\omega} = -j \frac{10^6}{317 \cdot 314} = -j10 \text{ Ом}.\end{aligned}$$

Направление вектора  $\dot{U}$  на комплексной плоскости выбираем по оси  $+1$ , тогда  $\dot{U} = 220 e^{j0} = 220 \text{ В}$ .

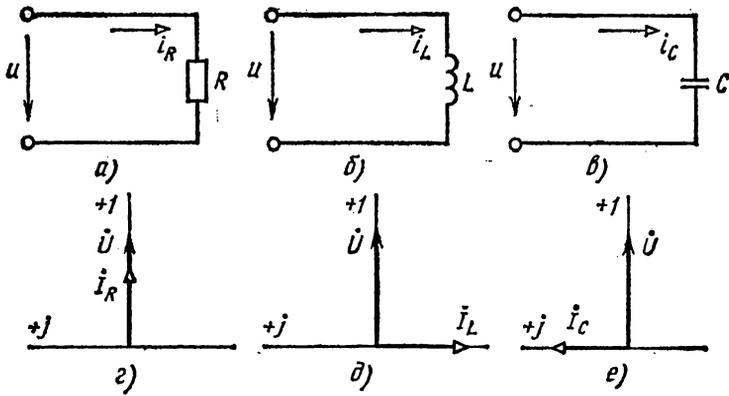


Рис. 2.7

Комплексные действующие значения токов

$$I_R = \dot{U}/R = 220/10 = 22 \text{ A}, \quad I_L = \dot{U}/jX_L = 220/(j10) = -j22 = 22e^{-j\pi/2} \text{ A}, \quad I_C = \dot{U}/(-jX_C) = 220/(-j10) = j22 = 22e^{j\pi/2} \text{ A}.$$

Мгновенные значения токов

$$i_R = 22\sqrt{2} \sin \omega t \text{ A}, \quad i_L = 22\sqrt{2} \sin(\omega t - \pi/2) \text{ A}, \quad i_C = 22\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi/2) \text{ A}.$$

Векторные диаграммы построены на рис. 2.7,  $e-e$ .

2.8. В сеть напряжением  $U = 120 \text{ В}$  и частотой  $f = 50 \text{ Гц}$  включена индуктивная катушка сопротивлением  $R = 12 \text{ Ом}$  и индуктивностью  $L = 66,2 \text{ мГн}$ . Ее последовательная схема замещения изображена на рис. 2.8,  $a$ . Определить комплексный ток, значения полной, активной и реактивной мощностей. Построить топографическую диаграмму напряжений, треугольники сопротивлений и мощностей.

Решение. Индуктивное сопротивление катушки

$$X_L = L\omega = 66,2 \cdot 10^{-3} \cdot 314 = 20,8 \text{ Ом}.$$

Комплексное сопротивление

$$\underline{Z} = R + jX_L = 12 + j20,8 = 24e^{j60^\circ} \text{ Ом}, \quad \varphi = 60^\circ.$$

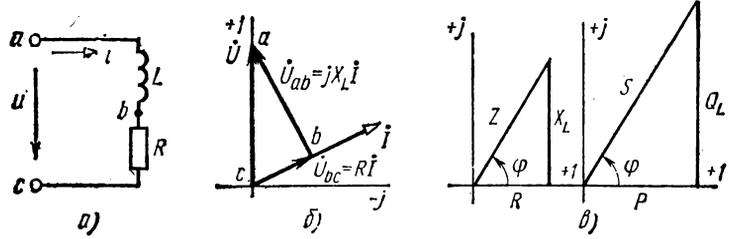


Рис. 2.8

### Комплексный ток

$$\underline{I} = \underline{U} / \underline{Z} = 120 / 24 e^{j60^\circ} = 5e^{-j60^\circ} \text{ А.}$$

### Комплексная мощность

$$\begin{aligned} \underline{S} = \underline{U}\underline{I}^* &= 120 \cdot 5e^{j60^\circ} = 600e^{j60^\circ} = 600 \cos 60^\circ + \\ &+ j600 \sin 60^\circ = (300 + j520) \text{ В} \cdot \text{А,} \end{aligned}$$

откуда  $P = 300$  Вт,  $Q = 520$  вар,  $S = 600$  В·А. Эти мощности могут быть найдены иначе.

Полная мощность  $S = UI = 600$  ВА.

Активная мощность  $P = UI \cos \varphi = RI^2 = 300$  Вт.

Реактивная индуктивная мощность  $Q_L = UI \sin \varphi = X_L I^2 = 520$  вар.

Напряжение на активном элементе  $\dot{U}_{bc} = RI = 60e^{-j60^\circ}$  В.

Напряжение на индуктивном элементе  $\dot{U}_{ab} = \dot{U}_L = jX_L I = 104e^{j30^\circ}$  В.

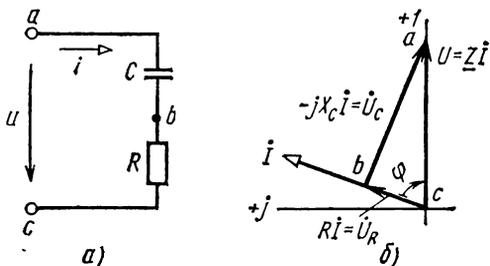


Рис. 2.9

Вектор тока и топографическая диаграмма напряжений построены на рис. 2.8, б, треугольники сопротивлений и мощностей—на рис. 2.8, в.

2.9. В сеть напряжением  $U = 220$  В и частотой  $f = 50$  Гц включены последовательно соединенные батарея конденсаторов емкостью  $C = 290$  мкФ и резистор с сопротивлением  $R = 5$  Ом (рис. 2.9, а).

Определить комплексный ток, полную, активную и реактивную мощности. Построить векторную диаграмму.

Решение. Комплексное сопротивление

$$\underline{Z} = R - j \frac{1}{C\omega} = 5 - j \frac{10^6}{290 \cdot 314} = 5 - j11 = 12,08e^{-j65,6^\circ} \text{ Ом.}$$

Комплексные напряжение и ток

$$\dot{U} = 220 \text{ В, } \dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{220}{12,08e^{-j65,6^\circ}} = 18,2e^{j65,6^\circ} \text{ А.}$$

Комплексная мощность

$$\underline{S} = \underline{U}\underline{I}^* = 220 \cdot 18,2e^{-j65,6^\circ} = 4006,6e^{-j65,6^\circ} = (1657,9 - j3647,5) \text{ В} \cdot \text{А.}$$

Полная, активная и реактивная мощности:  $S = 4006,6$  В·А,  $P = 1657,9$  Вт,  $Q_C = 3647,5$  вар. Векторная диаграмма построена на рис. 2.9, б. Вектор напряжения  $\dot{U}_{bc} = RI = 91e^{j65,6^\circ}$  В совпадает с вектором тока, вектор напряжения  $\dot{U}_{ab} = -jX_C I = 200e^{-j24,5^\circ}$  В отстает от вектора тока на  $90^\circ$ .

2.10\*. Для цепей, схемы которых приведены на рис. 2.10, а—г, найти комплексные сопротивления, токи и мощности, если напря-

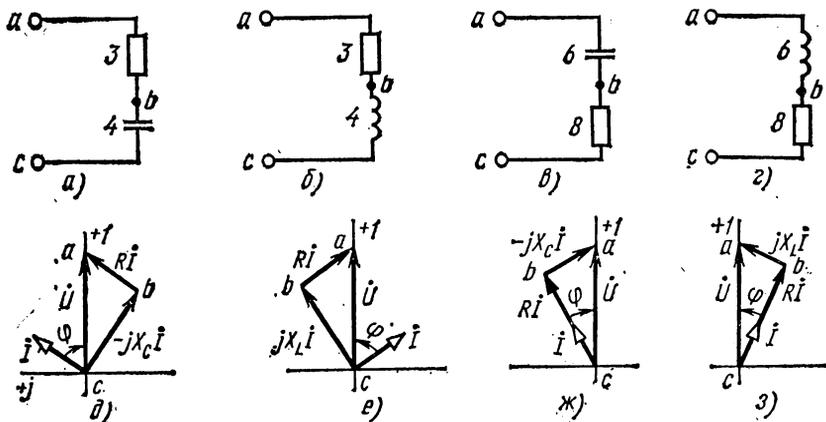


Рис. 2.10

жение сети  $U = 100$  В. Значения сопротивлений на схемах указаны в омах. Построить топографические диаграммы напряжений.

Ответы даны в табл. 2.10. Векторные диаграммы приведены на рис. 2.10, д—з.

Таблица 2.10

| Значения параметров    | Схема                          |                               |                                |                               |
|------------------------|--------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
|                        | а                              | б                             | в                              | г                             |
| $\underline{Z}$ , Ом   | $3 - j4 = 5e^{-j53^\circ}$     | $3 + j4 = 5e^{j53^\circ}$     | $8 - j6 = 10e^{-j37^\circ}$    | $8 + j6 = 10e^{j37^\circ}$    |
| $\underline{I}$ , А    | $20e^{j53^\circ} = 12 + j16$   | $20e^{-j53^\circ} = 12 - j16$ | $10e^{j37^\circ} = 8 + j6$     | $10e^{-j37^\circ} = 8 - j6$   |
| $\underline{S}$ , кВ·А | $2e^{-j53^\circ} = 1,2 - j1,6$ | $2e^{j53^\circ} = 1,2 + j1,6$ | $1e^{-j37^\circ} = 0,8 - j0,6$ | $1e^{j37^\circ} = 0,8 + j0,6$ |

2.11\*. Найти напряжение  $U_{ab}$  в цепях, схемы замещения которых представлены на рис. 2.11, а—г, если  $U_{cb} = 80$  В,  $U_{ac} = 60$  В.

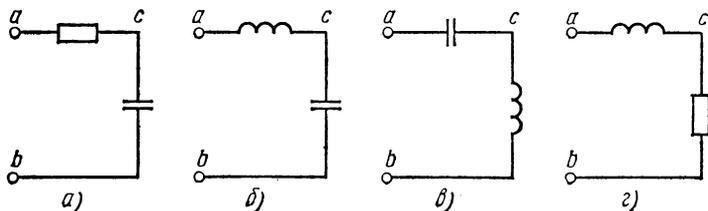


Рис. 2.11

| Значение напряжения | Схема |    |    |     |
|---------------------|-------|----|----|-----|
|                     | а     | б  | в  | г   |
| $U_{ab}$ , В        | 100   | 20 | 20 | 100 |

2.12. Катушка с активным сопротивлением  $R = 6$  Ом и индуктивностью  $L = 25,5$  мГн соединена последовательно с конденсатором, емкость которого  $C = 1590$  мкФ (рис. 2.12, а). Найти ток и напряжение на катушке и конденсаторе, если напряжение на входе цепи  $U = 220$  В и частота  $f = 50$  Гц. Построить топографическую диаграмму напряжений.

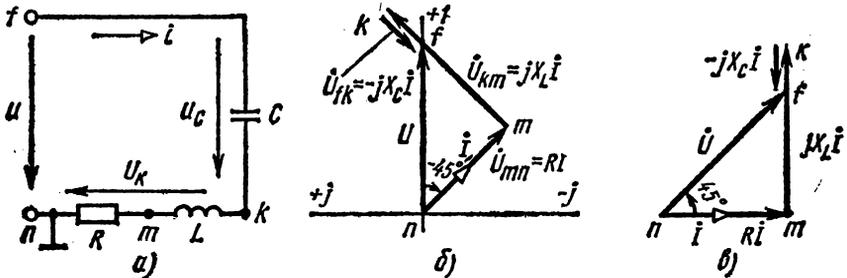


Рис. 2.12

Решение. Сопротивления элементов схемы  
 $X_L = L\omega = 25,5 \cdot 10^{-3} \cdot 314 = 8$  Ом,  $X_C = 1/(C\omega) = 10^6/(1590 \cdot 314) = 2$  Ом.  
 Комплексные сопротивления

$$Z_{вх} = R + jX_L - jX_C = 6 + j8 - j2 = 6 + j6 = 8,5e^{j45^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_k = R + jX_L = 6 + j8 = 10e^{j53^\circ 10'} \text{ Ом}.$$

Комплексный ток

$$\underline{i} = \underline{U}/\underline{Z}_{вх} = 25,9e^{-j45^\circ} = (18,3 - j18,3) \text{ А}.$$

Известный ток в цепи позволяет найти напряжение на отдельных участках цепи, потенциалы отдельных точек. Пусть  $\dot{V}_n = 0$ , тогда

$$\dot{V}_m = R\underline{i} = 155,4e^{-j45^\circ} = (109,8 - j109,8) \text{ В}, \quad \dot{V}_k = \dot{V}_m + jX_L \underline{i} =$$

$$= (109,8 - j109,8) + j8(18,3 - j18,3) = (256,6 - j36,6) = 259e^{-j8^\circ} \text{ В},$$

$$\dot{V}_f = \dot{V}_k - jX_C \underline{i} = (256,6 - j36,6) - j2(18,3 - j18,3) = 220 \text{ В}.$$

В таком же порядке (начиная с  $\dot{V}_e$  по контуру в направлении, противоположном направлению тока) строим на комплексной пло-

скости топографическую диаграмму напряжений (рис. 2.12, б). Эта же диаграмма может быть построена относительно вектора тока, общего для всех элементов схемы (рис. 2.12, в).

2.13. При замкнутом и разомкнутом выключателе  $B$  в цепи рис. 2.13 амперметр показывает одно и то же значение тока  $I=5,55$  А. Определить сопротивления  $R$  и  $X_L$  цепи, если напряжение источника питания  $U=100$  В, частота  $f=50$  Гц, а емкость конденсатора  $C=159$  мкФ.

Ответ:  $R=15$  Ом,  $X_L=10$  Ом.

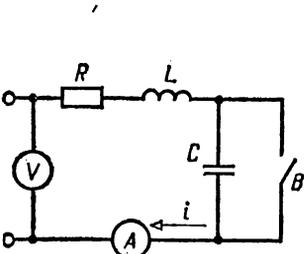


Рис. 2.13

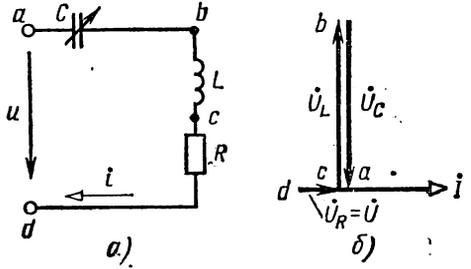


Рис. 2.14

2.14. В сеть напряжением 220 В включены последовательно катушка с активным сопротивлением 10 Ом и индуктивностью 159 мГн, а также батарея конденсаторов. Определить емкость батареи, при которой в цепи установится резонанс напряжений. Найти ток в цепи и напряжения на индуктивном и емкостном элементах. Построить топографическую диаграмму напряжений.

Решение. Схема замещения цепи представлена на рис. 2.14, а. Сопротивления ее реактивных элементов при резонансе равны [1]  $L\omega = 1/(C_{рез}\omega)$ . Отсюда  $C_{рез} = 1/(L\omega^2) = 63,5$  мкФ и  $X_L = X_C = 50$  Ом.

Комплексное входное сопротивление схемы при резонансе будет чисто активным:

$$\underline{Z}_{вх} = R + jX_L - jX_C = R = 10 \text{ Ом.}$$

Ток

$$I_{рез} = \dot{U}/R = 22 \text{ А.}$$

Напряжения на индуктивном и емкостном элементах равны между собой и значительно превышают входное напряжение:

$$U_L = U_C = XI = 50 \cdot 22 = 1100 \text{ В.}$$

Поэтому внезапное установление резонанса напряжений в цепях может вызвать аварийную ситуацию, привести к пробое изоляции и т. д. Топографическая диаграмма напряжений при резонансе приведена на рис. 2.14, б.

2.15. В сеть напряжением 220 В и частотой 50 Гц включены последовательно катушка с активным сопротивлением  $R=10$  Ом и индуктивностью  $L=0,1$  Гн, а также конденсатор емкостью 290 мкФ. При какой частоте наступит резонанс в цепи? Каковы при этом будут ток в цепи, напряжения на катушке и конденсаторе, реактив-

ные: мощности катушки и конденсатора, а также активная и реактивная мощности цепи?

Ответ:  $f_{рез} = 30,2$  Гц,  $I = 22$  А,  $U_L \approx 457$  В,  $U_C \approx 400$  В,  $Q_L = X_L I^2 = 8800$  вар,  $Q_C = -X_C I^2 = -8800$  вар,  $P = R I^2 = 4840$  Вт,  $Q = Q_L + Q_C = 0$ .

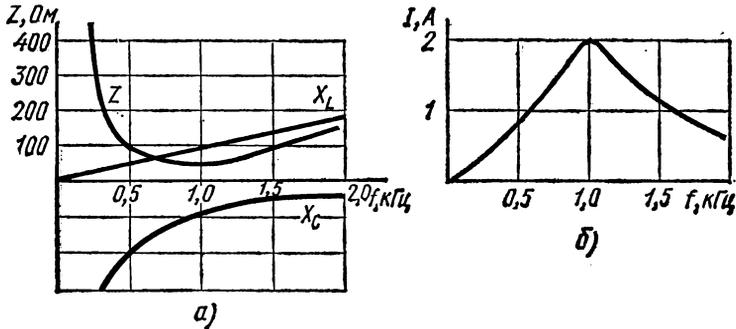


Рис. 2.16

2.16. Цепь, состоящая из последовательно соединенных катушки с активным сопротивлением  $R=50$  Ом и индуктивностью  $L=14,9$  мГн, а также конденсатора емкостью  $C=1,7$  мкФ, подключена к источнику синусоидального напряжения, амплитуда которого неизменна, а частота может плавно изменяться в пределах  $0 < f_0 < 2f_{рез}$ .

Построить частотные характеристики элементов и всей цепи, а также зависимость  $I(f)$ , если  $U = 100$  В.

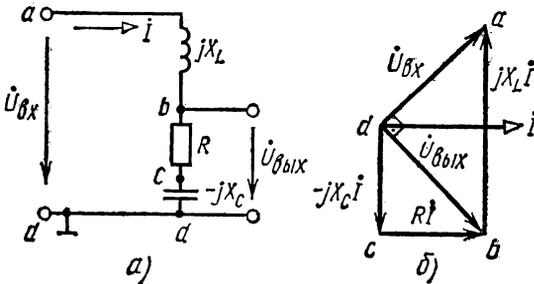


Рис. 2.17

Ответ: зависимости  $X_L(f)$ ,  $X_C(f)$  и  $Z(f)$  представлены на рис. 2.16, а, а зависимость  $I(f)$  — на рис. 2.16, б;  $f_{рез} = 1$  кГц.

2.17. Для цепи рис. 2.17, а найти выходное напряжение. Параметры

цепи:  $U_{вх} = 10$  В,  $R = X_C = 10$  Ом,  $X_L = 20$  Ом.

Решение. Для последовательной цепи имеем

$$\dot{U}_{ад} / \dot{U}_{ба} = \underline{Z}_{ад} / \underline{Z}_{ба}.$$

Отсюда

$$\dot{U}_{ба} = \dot{U}_{ад} \frac{\underline{Z}_{ба}}{\underline{Z}_{ад}} = 10 \frac{10 - j10}{10 + j10} = 10 \frac{10 \sqrt{2} e^{-j\pi/4}}{10 \sqrt{2} e^{j\pi/4}} = 10 e^{-j\pi/2} = -j10 \text{ В.}$$

Выходное напряжение отстает от входного напряжения на угол  $\pi/2$ . Топографическая диаграмма напряжений (рис. 2.17, б) построена в следующем порядке:

- 1) строим вектор тока  $\dot{I}$ ;
- 2) принимаем  $\dot{V}_a = 0$  и помещаем точку  $d$  в начало координат;

3) потенциалы точек  $c$ ,  $b$  и  $a$  равны  $\dot{V}_c = -jX_C \dot{I} = \dot{U}_{cd}$ ,  $\dot{V}_b = \dot{V}_c + R\dot{I}$ ,  $\dot{V}_a = \dot{V}_b + jX_L \dot{I}$ , поэтому вектор  $\dot{U}_{cd}$  отстает от вектора тока на угол  $\pi/2$ , вектор  $\dot{U}_{bc}$  совпадает с вектором тока, а вектор  $\dot{U}_{ab}$  опережает вектор тока на угол  $\pi/2$ ;

4) входное напряжение  $\dot{U}_{ad} = \dot{U}_{cd} + \dot{U}_{bc} + \dot{U}_{ab}$ , а выходное напряжение  $\dot{U}_{bd} = \dot{U}_{cd} + \dot{U}_{bc}$ .

Вектор выходного напряжения отстает на угол  $\pi/2$  от вектора входного напряжения, а их модули равны.

С целью определения зависимостей модуля и аргумента напряжения  $\dot{U}_{вых}$  от параметров элементов цепи можно использовать программу для микрокалькулятора МК-54 (МК-56)

$F \pi 2 \times \Pi \rightarrow X 6 \times X \rightarrow \Pi 9 \Pi \rightarrow X 1 \times X \rightarrow \Pi 7 \Pi \rightarrow X 9 \Pi \rightarrow X 2 \times F 1/X X \rightarrow \Pi 8 -$   
 $X \rightarrow \Pi 0 F X^2 \Pi \rightarrow X 3 F X^2 + F \sqrt{\quad} \Pi \rightarrow X 4 \leftrightarrow \div \Pi \rightarrow X 3 F X^2 \Pi \rightarrow X 8 F X^2 +$   
 $F \sqrt{\quad} \times X \rightarrow \Pi a \Pi \rightarrow X 5 \Pi \rightarrow X 0 \Pi \rightarrow X 3 \div F \text{tg}^{-1} - \Pi \rightarrow X 8 \Pi \rightarrow X 3 \div F \text{tg}^{-1} -$   
 $X \rightarrow \Pi b \Pi \rightarrow X a \text{ c/n}$

Исходные данные вводятся в регистры:  $L = \text{PГ1}$ ,  $C = \text{PГ2}$ ,  $R = \text{PГ3}$ ,  $U_{вх м} = \text{PГ4}$ ,  $\psi_{вх} = \text{PГ5}$ ,  $f = \text{PГ6}$ .

Результаты вычислений размещены в регистрах:  $\text{PГ7} = X_L$ ,  $\text{PГ8} = X_C$ ,  $\text{PГ9} = \omega$ ,  $\text{PГ0} = X_L - X_C$ ,  $\text{PГa} = U_{вых м}$ ,  $\text{PГb} = \psi_{вых}$ .

2.18\*. Определить выходные напряжения в схемах цепей рис. 2.18,  $a - z$ , построить топографические диаграммы напряжений, если  $U_{вх} = 10 \text{ В}$ . Значения сопротивлений на схемах указаны в омах.

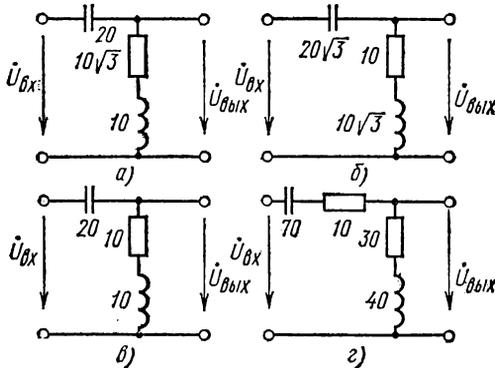


Рис. 2.18

Ответы приведены в табл. 2.18.

Таблица 2.18

| Значение напряжения        | Схема             |                    |                   |                   |
|----------------------------|-------------------|--------------------|-------------------|-------------------|
|                            | а                 | б                  | в                 | г                 |
| $\dot{U}_{вых}, \text{ В}$ | $10e^{j60^\circ}$ | $10e^{j120^\circ}$ | $10e^{j90^\circ}$ | $10e^{j90^\circ}$ |

2.19. На рис. 2.19, а изображена схема замещения фазы синхронного двигателя, представляющего собой активный двухполюсник, имеющий противо-э. д. с.  $\dot{E}_0$  и внутреннее индуктивное сопротивление  $X$ . Параметры двигателя:  $U=6$  кВ,  $X=9,75$  Ом, а вектор  $\dot{E}_0$  отстает от вектора  $\dot{U}$  на угол  $\theta=30^\circ$ . Найти значения э. д. с.  $E_0$  и активной мощности  $P$ , потребляемой двигателем из сети, если он работает с  $\cos \varphi=1$ .

Решение. Уравнение электрического состояния двигателя имеет вид  $\dot{U}=\dot{E}_0+jXI$ . По этому уравнению построена векторная диаграмма рис. 2.19, б, из которой видно, что если ток совпадает

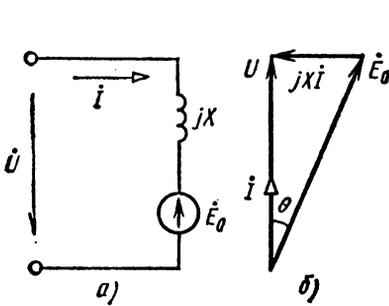


Рис. 2.19

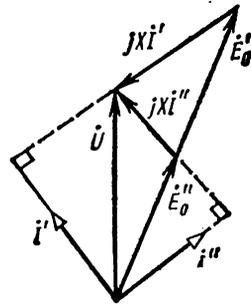


Рис. 2.20

по фазе с напряжением ( $\cos \varphi=1$ ), а  $\theta=30^\circ$ , то  $E_0=U/\cos 30^\circ=6,93$  кВ.

Ток, потребляемый двигателем из сети,

$$I=\frac{\dot{U}-\dot{E}}{jX}=\frac{6-6,93e^{-j30^\circ}}{j9,75}=0,355 \text{ кА}=355 \text{ А.}$$

Активная мощность

$$P=UI \cos \varphi=6 \cdot 355=2130 \text{ кВт.}$$

Реактивная мощность

$$Q=UI \sin \varphi=0.$$

Изменяя значение э. д. с.  $E_0$ , можно регулировать коэффициент мощности синхронных двигателей, что является их важной особенностью.

2.20. Как изменятся ток статора  $I$  и его фаза при изменении значения э. д. с.  $E_0$  синхронного двигателя задачи 2.19?

Указание и ответ. Изменение тока статора и его фазы можно показать, построив векторные диаграммы рис. 2.20.

При возрастании э. д. с.  $E_0$  двигатель работает с опережающим током, при уменьшении э. д. с.  $E_0$  — с отстающим током. Обычно синхронные двигатели работают с опережающим током при  $\cos \varphi \approx 0,8$ . При этом реактивная емкость составляющая тока двигателя компенсирует реактивные составляющие токов индуктивных приемников (асинхронных двигателей, трансформаторов и др.), что приводит к уменьшению тока и потерь в линиях.

## ЦЕПИ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ СОЕДИНЕНИЕМ ВЕТВЕЙ

2.21. В сеть напряжением  $U = 100$  В включены резистор, индуктивная катушка и конденсатор (рис. 2.21, а). Определить токи, если параметры цепи равны  $R = X_C = 2X_L = 20$  кОм. Построить векторную диаграмму токов.

Решение. Комплексные сопротивления ветвей

$$\underline{Z}_1 = R = 20 \text{ кОм},$$

$$\underline{Z}_2 = jX_L = j10 \text{ кОм},$$

$$\underline{Z}_3 = -jX_C = -j20 \text{ кОм}.$$

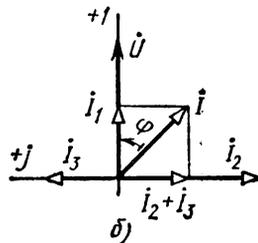
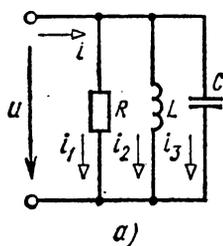


Рис. 2.21

Комплексные токи ветвей

$$\underline{I}_1 = \underline{U} / \underline{Z}_1 = 5 \text{ мА}, \quad \underline{I}_2 = \underline{U} / \underline{Z}_2 = -j10 \text{ мА} = 10e^{-j\pi/2} \text{ мА},$$

$$\underline{I}_3 = \underline{U} / \underline{Z}_3 = j5 \text{ мА} = 5e^{j\pi/2} \text{ мА}.$$

Комплексный ток в неразветвленной части цепи

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 5 - j10 + j5 = (5 - j5) = 5\sqrt{2}e^{-j\pi/4} \text{ мА}.$$

Комплексный ток  $I$  может быть найден также через комплексные проводимости ветвей:

$$\underline{I} = \underline{Y}_{\text{эк}} \underline{U} = (\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3) \underline{U} = (0,05 - j0,1 + j0,05) 100 = (5 - j5) \text{ мА}.$$

Построение векторной диаграммы удобно начинать с вектора напряжения  $\underline{U}$ , так как оно является общим для трех параллельных ветвей (рис. 2.21, б). Вектор тока первой ветви, содержащей резистивный элемент, совпадает по фазе с вектором напряжения. Вектор тока второй ветви, содержащей индуктивный элемент, отстает от вектора напряжения на угол  $\varphi_2 = \pi/2$ . Вектор тока в ветви с емкостью опережает вектор напряжения на угол  $\varphi_3 = -\pi/2$ . Вектор тока неразветвленного участка  $\underline{I}$  найдем путем сложения векторов токов ветвей. Он отстает от вектора напряжения на угол  $\varphi = \pi/4$ .

2.22\*. Найти ток  $I_1$  в цепях, схемы которых изображены на рис. 2.22, а—г, если  $I_2 = 6$  А,  $I_3 = 8$  А.

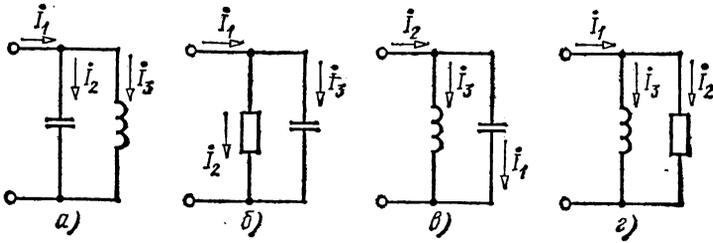


Рис. 2.22

Ответы приведены в табл. 2.22.

В цепи рис. 2.22, в ток  $I_1 = 2$  А, если  $X_C > X_L$ , и  $I_1 = 14$  А, если  $X_C < X_L$ .

Таблица 2.22

| Значение тока | Схема |    |       |    |
|---------------|-------|----|-------|----|
|               | а     | б  | в     | г  |
| $I_1$ , А     | 2     | 10 | 2; 14 | 10 |

2.23. На рис. 2.23, а приведена схема статорной цепи однофазного асинхронного двигателя. Для получения сдвигов токов в цепь одной из обмоток включают фазосдвигающий элемент  $\Phi\mathcal{E}$ : резистивный, индуктивный или емкостный. Какой из этих элементов позволяет получить угол сдвига фаз  $\alpha = \pi/2$  между токами  $I_1$  и  $I_2$ ?

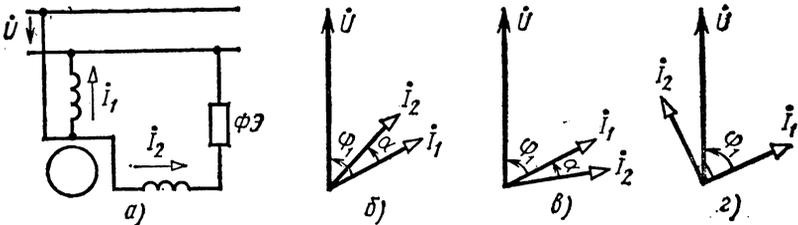


Рис. 2.23

Ответ: векторные диаграммы токов  $I_1$ ,  $I_2$  в обмотках двигателя с резистивным (б), индуктивным (в) и емкостным (г) фазосдвигающими элементами приведены на рис. 2.23. Сдвиг фаз  $\alpha = \pi/2$  обеспечивает конденсатор.

2.24. Определить значение емкости  $C$  конденсатора, при котором в цепи рис. 2.24, а установится резонанс токов. Найти входное сопротивление цепи при резонансе, а также токи ветвей. Построить векторную диаграмму токов. Напряжение сети  $U = 120$  В, а параметры цепи равны  $R = 3$  Ом,  $X_L = 4$  Ом.

Решение. Условием резонанса токов является равенство модулей реактивных проводимостей ветвей:  $B_L = B_C$ . Для рассматриваемой схемы

$$B_L = X_L / (R^2 + X_L^2) = 4/25 = 0,16 \text{ См}, \quad B_C = \omega C.$$

Отсюда

$$C = \frac{0,16}{314} \cdot 10^6 = 509,5 \text{ мкФ}, \quad \underline{Z}_{\text{вх}} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{(R_1 + jX_L)(-jX_C)}{R + jX_L - jX_C} \approx 8,37 \text{ Ом}.$$

Входное сопротивление цепи можно найти иначе. Так как реактивные проводимости ветвей равны, а активная проводимость второй ветви  $G_{2a} = 0$ , то  $\underline{Z}_{\text{вх}} = 1/G_{1a} = (R^2 + X_L^2)/R \approx 8,33 \text{ Ом}$ .

Ток в неразветвленной части цепи

$$I = \dot{U} / \underline{Z}_{\text{вх}} = 120 / 8,33 \approx 14,4 \text{ А}.$$

Токи ветвей:

$$I_1 = \dot{U} / \underline{Z}_1 = 24e^{-j53^\circ} = (14,4 - j19,2) \text{ А}, \quad I_2 = \dot{U} / \underline{Z}_2 = 19e^{j90^\circ} = j19,2 \text{ А}.$$

Проверка:  $I = I_1 + I_2$ ,  $14,4 \text{ А} = 14,4 \text{ А}$ .

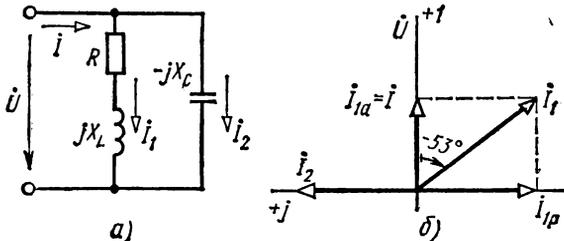


Рис. 2.24

Из векторной диаграммы, изображенной на рис. 2.24, б, видно, что  $I_2 = I_{1p}$ , но их векторы направлены противоположно. Комплексный ток в неразветвленной части цепи  $I = I_{1a}$ . Вектор тока  $I$  совпадает по направлению с вектором входного напряжения  $\dot{U}$ .

2.25. Построить примерный вид зависимостей токов  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I$  от значения емкости  $C$  батареи конденсаторов для цепи рис. 2.24, а.

Ответ: зависимости токов  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I = f(C)$  приведены на рис. 2.25, а.

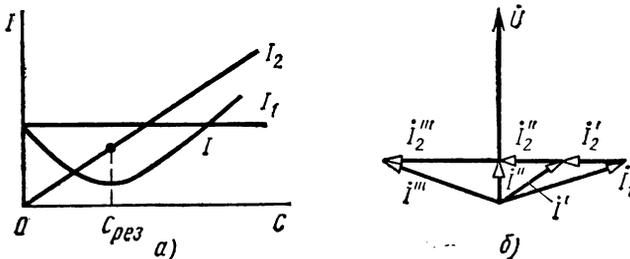


Рис. 2.25

Ток  $I_2 = 0$  при  $C = 0$  ( $X_C = 1/(C\omega) = \infty$ ) и возрастает с ростом  $C$  по линейному закону  $I_2 = C\omega U$ . Ток  $I_1$  не зависит от параметров элементов второй ветви, ток  $I$  имеет минимум при резонансе. По этому признаку (минимум общего тока) можно опытным путем определить момент наступления резонанса токов при изменении емкости батареи конденсаторов. Векторная диаграмма токов, построенная на рис. 2.25, б, подтверждает эти зависимости.

2.26. Определить резонансную частоту и эквивалентное сопротивление цепи рис. 2.26 при резонансе токов, если параметры цепи равны  $R = 20$  Ом,  $L = 20$  мГн и  $C = 2$  мкФ.

Ответ:  $f \approx 780$  Гц,  $Z_{\text{рез}} = 500$  Ом.

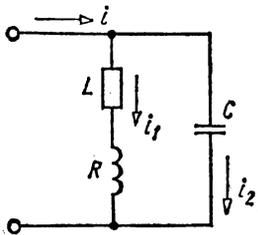


Рис. 2.26

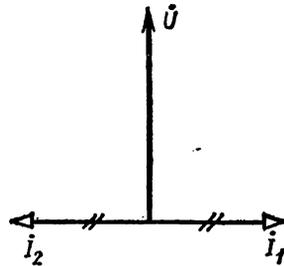


Рис. 2.27

2.27. При какой частоте наступит резонанс токов в цепи рис. 2.26, если можно пренебречь активным сопротивлением катушки?

Решение. Из равенства  $B_L = B_C$  следует, что если  $R_x = 0$ , то

$$\frac{1}{L\omega_{\text{рез}}} = \frac{1}{1/(C\omega_{\text{рез}})}, \text{ откуда}$$

$$\omega_{\text{рез}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \text{ а } f_{\text{рез}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 796,2 \text{ Гц.}$$

Из векторной диаграммы идеального параллельного контура, представленной на рис. 2.27, следует, что ток в неразветвленной части цепи  $I = I_1 + I_2 = 0$ ,

т. е. входное сопротивление контура при резонансе  $Z_{\text{вх.рез}} = \infty$ . Это свойство идеального контура позволяет использовать его в качестве элемента электрических фильтров.

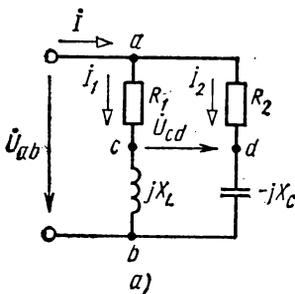
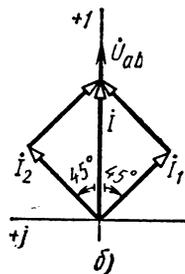


Рис. 2.28



2.28. Найти токи в цепи, схема замещения которой изображена на рис. 2.28, а, если параметры цепи равны  $R = X_L = X_C = 10$  Ом, а  $U_{ab} = 100$  В.

Решение. Комплексное сопротивление ветвей

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_L = (10 + j10) \text{ Ом}, \quad \underline{Z}_2 = R_2 - jX_C = (10 - j10) \text{ Ом.}$$

Комплексные токи ветвей

$$I_1 = \frac{\dot{U}}{Z_1} = \frac{100}{10 + j10} = \frac{10}{1+j} \frac{1-j}{1-j} = \frac{10(1-j)}{2} = 5 - j5 = 5\sqrt{2}e^{-j45^\circ} \text{ A,}$$

$$I_2 = \frac{\dot{U}}{Z_2} = \frac{100}{10 - j10} = \frac{10}{1-j} \frac{1+j}{1+j} = \frac{10(1+j)}{2} = 5 + j5 = 5\sqrt{2}e^{j45^\circ} \text{ A.}$$

Комплексный ток в неразветвленной части цепи

$$I = I_1 + I_2 = 5 - j5 + 5 + j5 = 10 \text{ A.}$$

На векторной диаграмме токов (рис. 2.28, б) вектор тока  $I_1$  отстает от вектора напряжения на угол  $45^\circ$  ( $R = X_L$ ), вектор тока  $I_2$  опережает вектор напряжения на угол  $45^\circ$  ( $R = X_C$ ), а вектор тока  $I$  совпадает с вектором напряжения  $\dot{U}_{ab}$ . Последнее обстоятельство указывает на то, что в цепи установился резонанс токов.

2.29. Найти напряжение  $\dot{U}_{cd}$  в цепи предыдущей задачи (рис. 2.28, а). Построить топографическую диаграмму напряжений.

Решение. Составляем уравнение по второму закону Кирхгофа для контура  $adca$ :  $0 = \dot{U}_{cd} - R_2 \dot{I}_2 + R_1 \dot{I}_1$ .

Отсюда

$$\dot{U}_{cd} = R_2 \dot{I}_2 - R_1 \dot{I}_1 = 10(5 + j5) - 10(5 - j5) = j100 = 100e^{j90^\circ} \text{ В.}$$

Вектор напряжения  $\dot{U}_{cd}$  (выходное напряжение) опережает вектор напряжения  $\dot{U}_{ab}$  (входное напряжение) на угол  $90^\circ$ , их модули равны. Такая схема носит название фазосдвигающей. Построение топографической диаграммы напряжений (рис. 2.29) производим в следующем порядке:

1) строим вектор входного напряжения  $\dot{U}_{ab}$ , общего для обеих параллельных ветвей;

2) строим векторы токов  $I_1$  и  $I_2$  (см. задачу 2.28);

3) принимаем  $\dot{V}_b = 0$  и помещаем точку  $b$  в начало координат;

4) потенциалы точек  $c$  и  $d$  соответственно равны  $\dot{V}_c = jX_L I_1 = \dot{U}_{cb}$ ,  $\dot{V}_d = -jX_C I_2 = \dot{U}_{db}$ , поэтому вектор  $\dot{U}_{cb}$  опережает вектор тока  $I_1$  на угол  $90^\circ$ , а вектор  $\dot{U}_{db}$  отстает от вектора тока  $I_2$  на тот же угол  $90^\circ$ ;

5) потенциал точки  $a$  равен  $\dot{V}_a = \dot{V}_c + R_1 I_1$  и  $\dot{V}_a = \dot{V}_d + R_2 I_2$ ; следовательно, вектор  $\dot{U}_{ac} = R_1 I_1$  совпадает с вектором тока  $I_1$ , а вектор  $\dot{U}_{ad} = R_2 I_2$  совпадает с вектором тока  $I_2$ ;

6) входное напряжение  $\dot{U}_{вх} = \dot{U}_{ab}$  цепи равно сумме комплексных напряжений на реактивном и активном элементах каждой ветви.

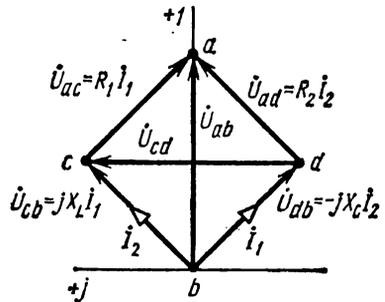


Рис. 2.29

Из векторной диаграммы видно, что  $U_{cd} = U_{ab}$ , но вектор  $\dot{U}_{cd}$  опережает вектор  $\dot{U}_{ab}$  на  $90^\circ$ .

2.30. Как изменятся токи и напряжение  $\dot{U}_{cd}$  на выходе фазосдвигающей цепи рис. 2.28, а, если элементы  $R_1$  и  $X_L$  поменять местами?

Ответ: токи не изменятся, напряжение  $\dot{U}_{cd}$  станет равным нулю (рис. 2.30).

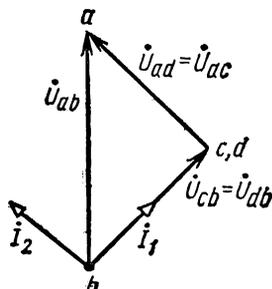


Рис. 2.30

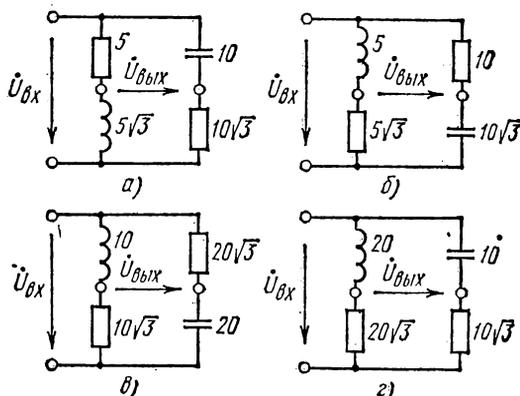


Рис. 2.31

2.31\*. Найти выходное напряжение  $\dot{U}_{\text{вых}}$  в схемах рис. 2.31, а—г, если входное напряжение  $\dot{U}_{\text{вх}} = 10$  В. Значения сопротивления на схемах указаны в омах.

Ответы приведены в табл. 2.31.

Таблица 2.31

| Значение напряжения        | Схема |   |   |   |
|----------------------------|-------|---|---|---|
|                            | а     | б | в | г |
| $\dot{U}_{\text{вых}}$ , В | 0     | 0 | 5 | 5 |

2.32. Сопротивления всех элементов фазосдвигающей цепи рис. 2.32, а равны между собой. Построить векторную диаграмму

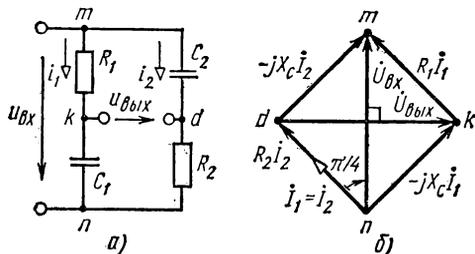


Рис. 2.32

токов и топографическую диаграмму напряжений и определить по ней соотношение входного и выходного напряжений по амплитуде и фазе.

*Ответ:* топографическая диаграмма напряжений представлена на рис. 2.32, б. Выходное напряжение равно входному, но отстает от него на угол  $\pi/2$ .

**2.33\*.** Найти выходное напряжение  $\dot{U}_{\text{вых}}$  в схемах рис. 2.33, а — г, если входное напряжение  $\dot{U}_{\text{вх}} = 10 \text{ В}$ , а сопротивления элементов равны  $R_1 = R_2 = X_L = X_C = 1 \text{ Ом}$ .

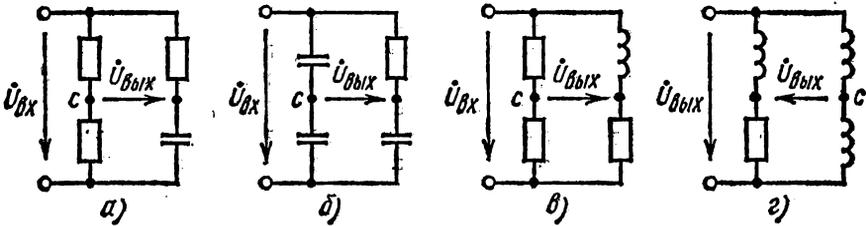


Рис. 2.33

*Указание и ответ:* потенциал точки  $c$   $\dot{V}_c = \dot{U}_{\text{вх}}/2 = 5 \text{ В}$ . Выходное напряжение равно половине входного и опережает его на угол  $\pi/2$ :

$$\dot{U}_{\text{вых}} = 5e^{j\pi/2} = j5 \text{ В.}$$

**2.34.** Определить ток и коэффициент мощности приемника электрической энергии, подключенного к сети напряжением 120 В и частотой 50 Гц, если параметры схемы замещения приемника  $R = 12 \text{ Ом}$  и  $X_L = 20,8 \text{ Ом}$ . Как изменятся ток и коэффициент мощности цепи, если параллельно потребителю подключить конденсатор емкостью 79,5 мкФ?

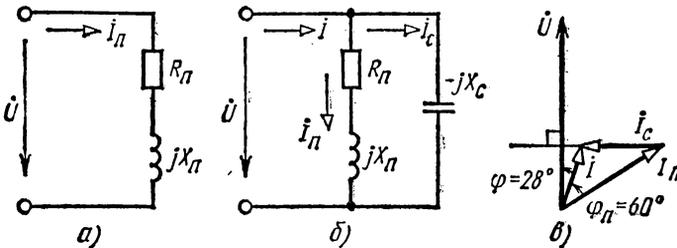


Рис. 2.34

*Решение.* Определяем ток и коэффициент мощности приемника электрической энергии (схема рис. 2.34, а). Ток

$$\dot{I}_n = \dot{U}/\underline{Z}_n = 120/(12 + j20,8) = 120/(24e^{j60^\circ}) = 5e^{-j60^\circ} \text{ А.}$$

Активная мощность  $P = RI^2 = 300 \text{ Вт}$ .

Полная мощность  $S = UI = 600 \text{ В} \cdot \text{А}$ .

Коэффициент мощности  $\lambda = P/S = 0,5$ .

Для схемы рис. 2.34, б  $X_C = 1/(C\omega) = 40 \text{ Ом}$ .

$$\text{Ток } \dot{I} = \dot{I}_n + \dot{I}_C = 5e^{-j90^\circ} + \frac{120}{-j40} = 2,5 - j4,33 + j3 = 2,5 - j1,33 = 2,86e^{-j28^\circ} \text{ А.}$$

Активная мощность осталась неизменной, полная мощность уменьшилась до значения  $S = UI = 120 \cdot 2,86 = 344 \text{ В} \cdot \text{А}$ . Коэффициент мощности возрос до значения  $\lambda = 300/344 = 0,87$ .

Векторная диаграмма изображена на рис. 2.34, в. Из диаграммы видно, что при подключении конденсатора ток  $I$  линии передачи уменьшается, а  $\lambda = \cos \varphi$  возрастает ( $\varphi < \varphi_n$ ,  $\cos \varphi > \cos \varphi_n$ ).

2.35. Приемник электрической энергии (рис. 2.34, а) имеет следующие паспортные данные: номинальное напряжение  $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$ , номинальную мощность  $P_{\text{ном}} = 1,2 \text{ кВт}$ , номинальный  $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,455$ .

Определить емкость и мощность батареи конденсаторов, которую нужно включить параллельно приемнику, чтобы повысить коэффициент мощности установки до 0,91.

Решение. Ток приемника

$$I_n = \frac{P}{U \cos \varphi_n} = 11 \text{ А.}$$

Активная составляющая этого тока

$$I_{a.n} = I_n \cos \varphi = 5 \text{ А.}$$

Реактивная составляющая тока

$$I_{p.n} = I_n \sin \varphi = 9,53 \text{ А.}$$

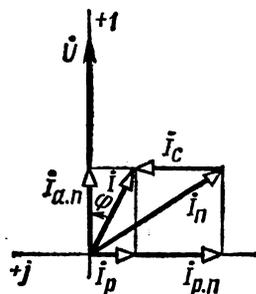


Рис. 2.35

Комплексный ток приемника

$$\dot{I}_n = (5 - j9,53) \text{ А.}$$

После подключения конденсатора активная составляющая общего тока остается без изменений, а реактивная составляющая уменьшается (рис. 2.35):

$$I_p = I_{a.n} \operatorname{tg} \varphi = 2,28 \text{ А, где } \varphi = \arccos 0,91 = 24^\circ 50'.$$

Комплексный ток линии

$$\dot{I} = (5 - j2,28) \text{ А.}$$

Ток конденсатора

$$\dot{I}_C = \dot{I} - \dot{I}_n = 5 - j2,28 - 5 + j9,53 = j7,25 \text{ А.}$$

Мощность батареи конденсаторов

$$Q_C = UI_C = 220 \cdot 7,25 = 1600 \text{ вар} = 1,6 \text{ квар.}$$

Емкость батареи конденсаторов

$$C = \frac{Q}{\omega U^2} = \frac{1600}{314 \cdot 220^2} \cdot 10^6 = 105 \text{ мкФ.}$$

2.36. Два индуктивных потребителя электроэнергии с параметрами  $P_1 = 5,5 \text{ кВт}$ ,  $U_1 = 220 \text{ В}$ ,  $I_1 = 38,8 \text{ А}$ ,  $P_2 = 2,92 \text{ кВт}$ ,  $U_2 = 220 \text{ В}$ ,

$I_2 = 22$  А соединены параллельно и включены в сеть напряжением 220 В. Определить их общий коэффициент мощности и подсчитать мощность батареи конденсаторов, которую необходимо подключить параллельно, чтобы повысить общий коэффициент мощности до 0,9. Найти ток, полную и реактивную мощности потребления энергии из сети до и после улучшения коэффициента мощности.

*Ответ:* до улучшения коэффициента мощности  $\cos \varphi = 0,67$ ,  $I = 58$  А,  $S = 12,6$  кВ·А,  $Q = 9,37$  квар; после улучшения коэффициента мощности  $\cos \varphi = 0,9$   $Q_C = 5,45$  квар,  $I = 42$  А,  $S = 9,3$  кВ·А,  $Q = 3,92$  квар.

**2.37.** Электрическая энергия подводится к приемнику по двухжильному кабелю сечением  $70 \text{ мм}^2$ . Согласно нормам, допустимая нагрузка по току для такого кабеля равна 325 А. К сети требуется подключить дополнительно осветительную нагрузку мощностью 20 кВт. Однако при существующем режиме работы кабеля этого делать нельзя, так как ток нагрузки в кабеле равен 318 А.

Определение коэффициента мощности показало, что он равен 0,6 (инд.). Было решено улучшить коэффициент мощности с помощью батареи конденсаторов, подобрав ее так, чтобы при одновременном повышении коэффициента мощности и включении дополнительной осветительной нагрузки ток в кабеле не превышал 318 А.

Установить, какой коэффициент мощности будет в сети после включения батареи конденсаторов. Определить емкость и мощность батареи конденсаторов, добавочную активную мощность, которую можно будет использовать для освещения, и ток добавочной осветительной нагрузки. Напряжение приемника считать неизменным и равным 220 В.

**Решение.** Для дальнейших расчетов нужно рассчитать новое значение коэффициента мощности установки после включения батареи конденсаторов и дополнительной нагрузки.

Вычисляем полную, активную и реактивную мощности установки до улучшения коэффициента мощности.

Полная мощность

$$S_1 = UI = 220 \cdot 318 = 70\,000 \text{ В} \cdot \text{А} = 70 \text{ кВ} \cdot \text{А}.$$

Активная мощность

$$P_1 = S \cos \varphi_1 = 70 \cdot 0,6 = 42 \text{ кВт}.$$

Реактивная мощность

$$Q_1 = S \sin \varphi_1 = 70 \cdot 0,8 = 56 \text{ квар}.$$

Считая ориентировочно дополнительную активную мощность  $P'_{\text{доп}} = 20$  кВт, находим, что коэффициент мощности при неизменной полной мощности должен быть равен

$$\cos \varphi'_2 = (P + P'_{\text{доп}}) / S = 62 / 70 = 0,885.$$

Примем новое значение коэффициента мощности  $\cos \varphi_2 = 0,9$ , а следовательно, и  $\sin \varphi_2 = 0,436$ .

Тогда при неизменной полной мощности 70 кВ·А можно получить активную мощность

$$P = S \cos \varphi_2 = 70 \cdot 0,9 = 63 \text{ кВт.}$$

Поэтому для освещения можно использовать дополнительную мощность

$$P_{\text{доп}} = 63 - 42 = 21 \text{ кВт.}$$

Добавочный ток осветительной нагрузки

$$I_{\text{доп}} = P_{\text{доп}}/U = 21\,000/220 = 95 \text{ А.}$$

Реактивная мощность потребления энергии из сети снизилась до

$$Q_2 = S \sin \varphi_2 = 70 \cdot 0,436 = 30,5 \text{ квар.}$$

Реактивная мощность и емкость батареи конденсаторов

$$Q_C = Q_1 - Q_2 = 56 - 30,5 = 25,5 \text{ квар, } C = \frac{Q_C}{\omega U^2} = \frac{25\,500}{314 \cdot 48\,400} \cdot 10^6 = 1680 \text{ мкФ.}$$

На рис. 2.37, а, б приведены эквивалентная схема и векторная диаграмма установки.

До компенсации  $\cos \varphi$  к сети был подключен приемник с сопротивлением  $R_n$  и индуктивностью  $L_n$ , при этом ток  $I_n = 318 \text{ А}$ . После подключения ветвей с активным сопротивлением  $R_{\text{доп}}$  и емкостью  $C$  результирующий ток  $I$  остался равным 318 А; уменьшился лишь сдвиг фаз между напряжением и током.

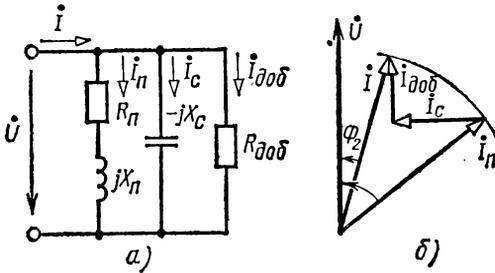


Рис. 2.37

2.38. Показания счетчиков за 7 ч работы равны: счетчика активной энергии — 210 кВт·ч, счетчика реактивной энергии — 280

квар. Нагрузка активно-индуктивная; напряжение 380 В.

Какую емкость должна иметь батарея конденсаторов для повышения коэффициента мощности установки до 0,95? Какую дополнительную нагрузку можно включить после улучшения коэффициента мощности при условии, что ток в питающей сети останется таким же, как и до компенсации: 1) если  $\cos \varphi$  дополнительной нагрузки равен 0,95; 2) если дополнительная нагрузка чисто активная? Каким станет сдвиг фаз после включения чисто активной дополнительной нагрузки, если емкость батареи конденсаторов не будет изменяться при включении дополнительной нагрузки, а ток останется тем же, что и до включения батареи конденсаторов?

Ответ: до включения батареи конденсаторов  $\cos \varphi = 0,6$ ,  $I = 132 \text{ А}$ . После включения батареи конденсаторов, емкость которой  $C = 670 \text{ мкФ}$ , реактивная мощность  $Q_C = 30,5 \text{ квар}$ ,  $\cos \varphi = 0,95$ ,  $I = 82 \text{ А}$ . Допол-

нительная нагрузка с  $\cos \varphi = 0,95$  при токе  $I = 132$  А равна 1,85 кВ·А. При чисто активной дополнительной нагрузке 19,5 кВт сдвиг фаз равен  $11^\circ$  и  $\cos \varphi = 0,98$ .

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ СХЕМ ЗАМЕЩЕНИЯ ПАССИВНОГО ДВУХПОЛЮСНИКА**

2.39. Определить параметры последовательной и параллельной схем замещения приемника по осциллограммам напряжения и тока (рис. 2.39, а), если амплитудные значения напряжения и тока  $U_m = 100$  В, а  $I_m = 10$  А.

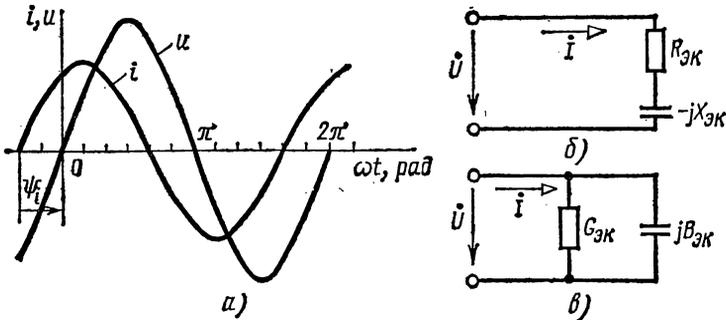


Рис. 2.39

**Решение.** Принимаем за начало отсчета времени момент прохождения напряжения через нуль (точка 0 на рис. 2.39, а), тогда начальные фазы напряжения и тока равны  $\psi_u = 0$ ,  $\psi_i = \pi/3$ .

Фазовый сдвиг между током и напряжением  $\varphi = \psi_u - \psi_i = -\pi/3 < 0$ , что соответствует схемам замещения с элементами  $R_{эк}$  и  $X_{экC}$  (рис. 2.39, б) или  $G_{эк}$  и  $B_{эк}$  (рис. 2.39, в). Полное сопротивление  $Z_{эк} = U_m / I_m = 10$  Ом.

Активное сопротивление  $R_{эк} = Z_{эк} \cos \varphi = 5$  Ом.

Реактивное сопротивление  $X_{экC} = Z_{эк} \sin \varphi = 8,66$  Ом.

Полная проводимость  $Y_{экC} = I_m / U_m = 0,1$  См.

Активная проводимость  $G_{эк} = Y_{эк} \cos \varphi = 0,05$  См.

Реактивная проводимость  $B_{экC} = Y_{эк} \sin \varphi = 0,0866$  См.

2.40. По векторной диаграмме, приведенной на рис. 2.40, а, определить параметры последовательной и параллельной схем замещения потребителя электроэнергии, если  $U = 90$  В,  $I = 5$  А,  $\varphi = 60^\circ$ .

**Решение.** Разлагаем вектор напряжения  $\dot{U}$  на активную  $\dot{U}_a$  и реактивную  $\dot{U}_p$  составляющие (рис. 2.40, б).

Составляющие  $U_a$  и  $U_p$  можно рассматривать как напряжения на активном и реактивном элементах последовательной схемы замещения рис. 2.40, в. Тогда

$$R_{эк} = U_a / I = 9 \text{ Ом}, \quad X_{эк} = U_p / I = 15,6 \text{ Ом}.$$

Разлагаем вектор тока  $\dot{I}$  на активную  $\dot{I}_a$  и реактивную  $\dot{I}_p$  составляющие (рис. 2.40, з):  $I_a = I \cos \varphi = 5 \cdot 0,5 = 2,5$  А,  $I_p = I \sin \varphi = 5 \cdot 0,866 = 4,3$  А.

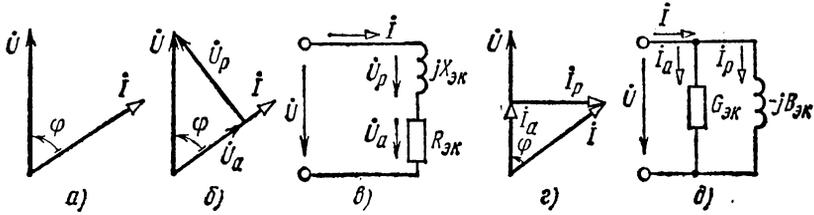


Рис. 2.40

Составляющие  $I_a$  и  $I_p$  можно рассматривать как токи в активном и реактивном элементах параллельной схемы замещения рис. 2.40, д; следовательно,

$$G_{эк} = I_a / U = 0,028 \text{ См}, \quad B_{эк} = I_p / U = 0,048 \text{ См}.$$

2.41. При испытании однофазного трансформатора в режиме холостого хода (рис. 2.41, а) приборы показали:  $U_{i \text{ ном}} = 220$  В,  $I_{ix} = 1,4$  А,  $P_x = 39$  Вт. Определить параметры схемы замещения трансформатора в режиме холостого хода (рис. 2.41, б).

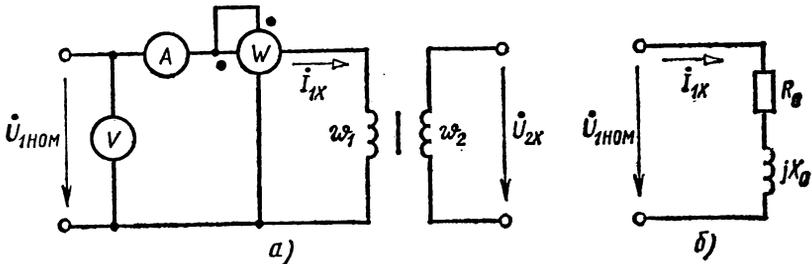


Рис. 2.41

Решение. Полное сопротивление  $Z_0 = U_{i \text{ ном}} / I_{ix} = 157,1$  Ом.

Активное сопротивление  $R_0 = P_x / I_{ix}^2 = 19,9$  Ом.

Индуктивное сопротивление  $X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} = 145,9$  Ом.

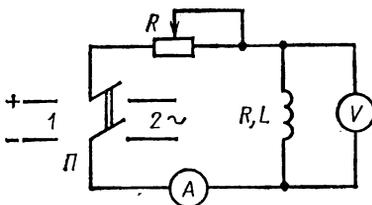


Рис. 2.42

2.42. Индуктивная катушка (рис. 2.42) включается сначала в сеть постоянного тока (положение 1 переключателя П), а затем в сеть переменного тока частотой  $f = 50$  Гц (положение 2). Приборы показали: на постоянном токе  $U_+ = 120$  В,  $I_+ = 20$  А, на переменном токе  $U_- = 120$  В,  $I_- = 12$  А. Определить индуктивность катушки.

Указание и ответ: активное сопротивление катушки определяется по показаниям приборов в цепи постоянного тока,  $R = 6$  Ом,  $L = 25,5$  мГн.

2.43. В схеме рис. 2.43, а включены три вольтметра, показания которых равны  $U_V = 220$  В,  $U_{V_1} = 110$  В,  $U_{V_2} = 138$  В. Определить параметры катушки, если сопротивление  $R_1 = 22$  Ом.

Решение. Применяем аналитический метод. Находим ток и полное сопротивление цепи:

$$I = U_1/R_1 = 5 \text{ А}, \quad Z_{\text{вх}} = U/I = 44 \text{ Ом.}$$

Определяем полное сопротивление катушки:

$$Z = U_2/I = 27,6 \text{ Ом.}$$

Сопротивление  $Z_{\text{вх}}$  и  $Z$  связаны с элементами схемы уравнениями  $Z^2 = R^2 + X^2$  и  $Z_{\text{вх}}^2 = (R_1 + R)^2 + X^2$ . Решая эту систему уравнений, находим  $R = 15,7$  Ом и  $X = 22,7$  Ом.

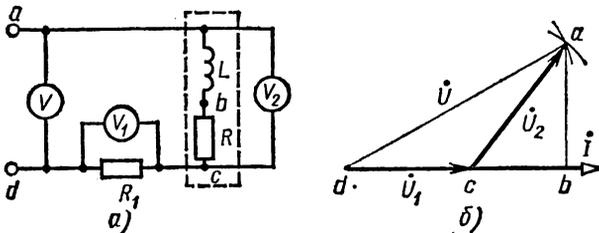


Рис. 2.43

Эту задачу можно решить графически, используя векторную диаграмму рис. 2.43, б. Для построения диаграммы за исходный принимаем вектор тока  $\dot{I}$  и откладываем в масштабе напряжений  $m_U$  совпадающий с ним по направлению вектор напряжения  $U_1$ . Зная направление вектора  $\dot{U}_1$ , достраиваем две другие стороны треугольника напряжений  $\dot{U}$  и  $\dot{U}_2$ . Проецируя вектор  $\dot{U}_2$  на вектор тока и на перпендикулярное ему направление, получаем в масштабе напряжений отрезки, пропорциональные активному и реактивному напряжениям катушки, по которым определяем  $R$  и  $X$ :

$$R = \bar{cb}m_U/I = 15 \cdot 5/5 = 15 \text{ Ом,}$$

$$X = \bar{bam}_U/I = 23 \cdot 5/5 = 23 \text{ Ом.}$$

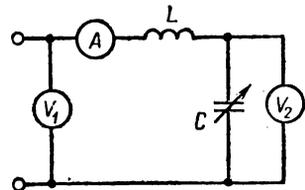


Рис. 2.44

2.44. Цепь, схема которой представлена на рис. 2.44, настроена в резонанс изменением емкости батарей конденсаторов. Определить параметры последовательной схемы замещения индуктивной катушки, если частота  $f = 50$  Гц, а показания приборов равны  $I_A = 10$  А,  $U_{V_1} = 127$  В,  $U_{V_2} = 314$  В.

Решение. Емкостное сопротивление  $X = U_2/I = 31,4$  Ом. Условием резонанса напряжений является равенство реактивных сопротивлений

$$X_L = X_C = 31,4 \text{ Ом.}$$

Входное сопротивление цепи при резонансе будет чисто активным, т. е.

$$R = Z_{вх} = U_i / I = 12,7 \text{ Ом.}$$

2.45. Определить параметры последовательной и параллельной схем замещения индуктивной катушки, если при резонансе токов, полученном изменением емкости батареи конденсаторов в цепи рис. 2.45, а, приборы показали:  $I_{A_1} = 100 \text{ мА}$ ,  $I_{A_2} = 98 \text{ мА}$ ,  $I_{A_3} = 20 \text{ мА}$ ,  $U_V = 20 \text{ В}$ .

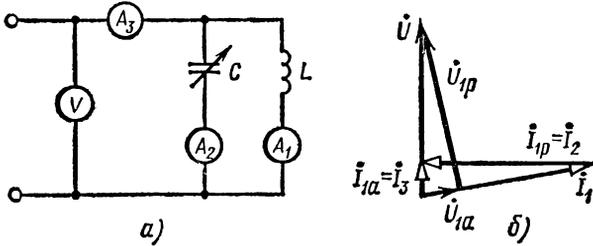


Рис. 2.45

Решение. Векторная диаграмма токов при резонансе приведена на рис. 2.45, б. Из нее следует, что  $\sin \varphi_1 = I_2 / I_1 = 0,98$ , а  $\cos \varphi_1 = I_3 / I_1 = 0,2$ .

Активная и реактивная составляющие напряжения  $U_i$

$$U_{iа} = U \cos \varphi_1 = 4 \text{ В}, \quad U_{ip} = U \sin \varphi_1 = 18,8 \text{ В.}$$

Параметры последовательной схемы замещения катушки

$$R_{эк} = U_a / I_1 = 40 \text{ Ом}, \quad X_{экL} = U_p / I_1 = 188 \text{ Ом.}$$

Активная и реактивная составляющие тока  $I_i$

$$I_{iа} = I_3 = 20 \text{ мА}, \quad I_{ip} = I_2 = 98 \text{ мА.}$$

Параметры параллельной схемы замещения

$$G_{эк} = I_{iа} / U = 0,001 \text{ См}, \quad B_{экL} = I_{ip} / U = 0,0049 \text{ См.}$$

### РАЗВЕТВЛЕННЫЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

2.46. Сопротивления элементов схемы замещения электрической цепи рис. 2.46, а при заданной частоте источника питания равны  $R = 5 \text{ Ом}$ ,  $X_C = 5 \text{ Ом}$ ,  $X_L = 2,5 \text{ Ом}$ . Определить токи при напряже-

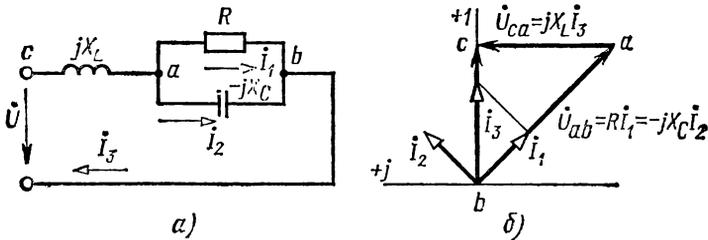


Рис. 2.46

нии  $U = 25$  В. Построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений.

Решение. Воспользуемся методом эквивалентных преобразований (свертывания). Заменяем параллельные ветви одной эквивалентной ветвью с сопротивлением  $\underline{Z}_{ab}$ , при этом

$$\underline{Z}_{ab} = \frac{R(-jX_C)}{R-jX_C} = \frac{5(-j5)}{5-j5} = \frac{-j5(1+j)}{2} = (2,5-j2,5) \text{ Ом.}$$

Участки  $ca$  и  $ab$  соединены последовательно, поэтому входное комплексное сопротивление цепи

$$\underline{Z}_{вх} = \underline{Z}_{ca} + \underline{Z}_{ab} = j2,5 + 2,5 - j2,5 = 2,5 \text{ Ом.}$$

Отметим, что, поскольку входное сопротивление имеет только действительную часть, в цепи установился режим резонанса.

Переходим к определению токов:

$$\dot{I}_3 = \dot{U} / \underline{Z}_{вх} = 25 / 2,5 = 10 \text{ А,}$$

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U} - \underline{Z}_{ca} \dot{I}_3 = 25 - j2,5 \cdot 10 = (25 - j25) \text{ В,}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_{ab} / R = (5 - j5) \text{ А, } \dot{I}_2 = \dot{U}_{ab} / (-jX_C) = (5 + j5) \text{ А.}$$

Проверка:  $\dot{I}_3 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$ ,  $10 = 5 - j5 + 5 + j5$ ,  $10 \text{ А} = 10 \text{ А}$ .

Векторная диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений приведены на рис. 2.46, б.

2.47\*. Найти входные сопротивления цепей рис. 2.47, а—г, если  $R = X_L = X_C = 10$  Ом.

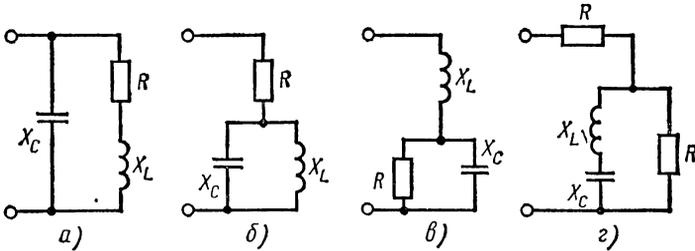


Рис. 2.47

Ответы даны в табл. 2.47.

Таблица 2.47

| Значение сопротивления    | Схема      |          |          |    |
|---------------------------|------------|----------|----------|----|
|                           | а          | б        | в        | г  |
| $\underline{Z}_{вх}$ , Ом | $10 - j10$ | $\infty$ | $5 + j5$ | 10 |

2.48\*. Найти токи в схемах рис. 2.48, а—г, если параметры элементов  $R = X_L = X_C = 2$  Ом, а входное напряжение  $U = 10$  В.

| Значение тока | Схема |       |       |       |
|---------------|-------|-------|-------|-------|
|               | а     | б     | в     | г     |
| $I, A$        | 1     | 1     | $1+j$ | $1+j$ |
| $I_1, A$      | $1-j$ | $-j$  | 1     | $j$   |
| $I_2, A$      | $j$   | $1+j$ | $j$   | 1     |

2.49. Определить токи и напряжения всех участков цепи рис. 2.49, пользуясь методом подобия, если напряжение  $U_{ad} = 120$  В. Значения сопротивлений участков цепи  $R_5 = X_3 = X_1 = 1$  Ом;  $X_4 = R_2 = 2$  Ом.

Решение. Задаемся комплексным током на пятом участке  $I_5 = 1$  А. Тогда:  
напряжение

$$\dot{U}_{cd} = R_5 I_5 = 1 \text{ В,}$$

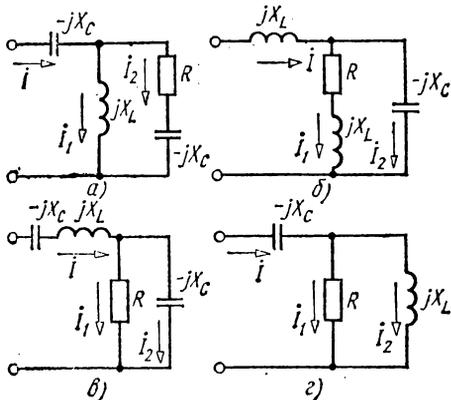


Рис. 2.48

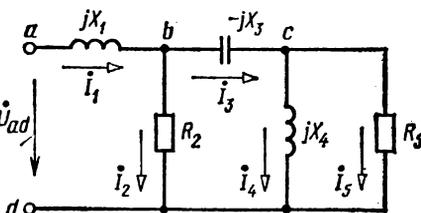


Рис. 2.49

токи

$$I_4 = \dot{U}_{cd} / (jX_4) = 1/j^2 = -j0,5 \text{ А, } I_3 = I_4 + I_5 = (1 - j0,5) \text{ А,}$$

напряжение

$$\dot{U}_{bd} = \dot{U}_{cd} + (-jX_3) I_3 = 1 + (-j1)(1 - j0,5) = (0,5 - j1) \text{ В,}$$

ток

$$I_2 = \dot{U}_{bd} / R = (0,5 - j1) / 2 = (0,25 - j0,5) \text{ А,}$$

общий ток цепи

$$I_1 = I_2 + I_3 = (1,25 - j1) \text{ А,}$$

напряжение на выходе

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ad} &= \dot{U}_{bd} + jX_1 I_1 = 0,5 - j1 + j1(1,25 - j1) = \\ &= (1,5 + j0,25) \text{ В} = 1,52e^{j9^\circ 28'} \text{ В.} \end{aligned}$$

Для определения действительных значений токов и напряжений все найденные значения надо увеличить в  $120/1,52 = 79$  раз.

2.50. Для цепей рис. 2.50, а—г построить топографические диаграммы напряжений и определить напряжение  $\dot{U}_{ab}$ , если ток  $I = 1$  А. Сопротивления элементов на схемах указаны в омах.

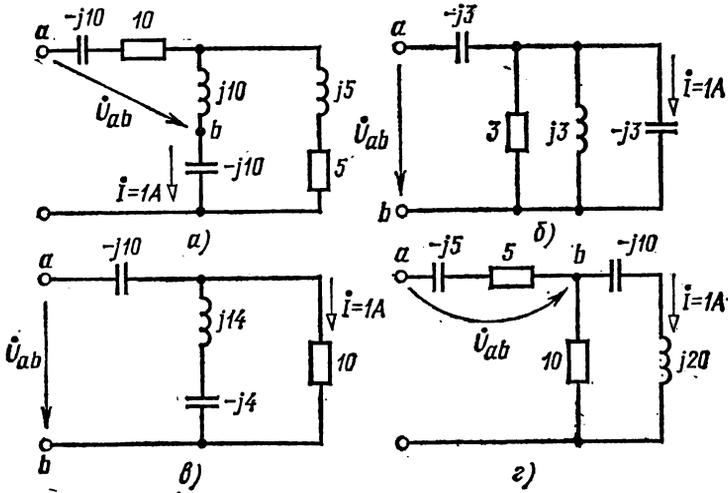


Рис. 2.50

Ответы приведены в табл. 2.50.

Таблица 2.50

| Значение напряжения | Схема |                            |                   |    |
|---------------------|-------|----------------------------|-------------------|----|
|                     | а     | б                          | в                 | г  |
| $\dot{U}_{ab}$ , В  | 10    | $3\sqrt{2} e^{-j45^\circ}$ | $10e^{-90^\circ}$ | 10 |

2.51. На рис. 2.51 приведена схема электрической цепи с двумя источниками синусоидально изменяющихся э.д.с.  $e_1 = e_2 = 141 \sin \omega t$  В. Определить токи ветвей методом междуузлов напряжения.

Решение. Находим узловое напряжение цепи при  $\dot{E}_1 = \dot{E}_2 = 100$  В:

$$\dot{U}_{ab} = \frac{Y_1 \dot{E}_1 + Y_2 \dot{E}_2}{Y_1 + Y_2 + Y} = \frac{\frac{1}{j5} 100 + \frac{1}{j20} 100}{\frac{1}{j5} + \frac{1}{j20} + \frac{1}{3}} = \frac{25e^{-j90^\circ}}{0,417e^{-j30^\circ 50'}} = 60e^{-j59^\circ 10'} = (36 - j48) \text{ В.}$$

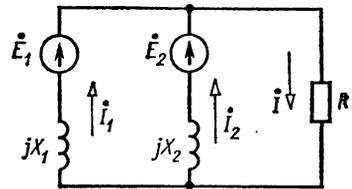


Рис. 2.51

Применяя закон Ома для ветвей цепи, получаем комплексные токи:

$$\begin{aligned} i &= \frac{\dot{U}_{ab}}{R} = \frac{60e^{-j53^\circ 10'}}{3} = 20e^{-j53^\circ 10'} \text{ A}, \\ i_1 &= \frac{\dot{E}_1 - \dot{U}_{ab}}{jX_1} = \frac{100 - 36 + j48}{j5} = \frac{80e^{j36^\circ 50'}}{5e^{j90^\circ}} = 16e^{-j53^\circ 10'} \text{ A}, \\ i_2 &= \frac{\dot{E}_2 - \dot{U}_{ab}}{jX_2} = \frac{100 - 36 + j48}{j20} = \frac{80e^{j36^\circ 50'}}{20e^{j90^\circ}} = 4e^{-j53^\circ 10'} \text{ A}. \end{aligned}$$

2.52. Найти ток  $\dot{I}_2$  в цепи рис. 2.52, а, если параметры цепи равны  $R_1=1$  Ом,  $X_{L1}=1$  Ом,  $R_3=4$  Ом,  $R_2=3$  Ом,  $X_{L2}=4$  Ом, а  $\dot{E}=220e^{j120^\circ}$  В.

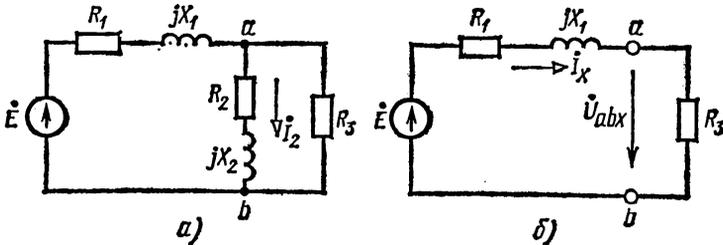


Рис. 2.52

Решение. По теореме об активном двухполюснике,

$$\dot{I}_2 = \dot{U}_{abx} / (\underline{Z}_{вх} + \underline{Z}_2).$$

Из схемы рис. 2.52, б следует, что

$$\begin{aligned} \dot{U}_{abx} &= R_3 \dot{I}_x = R_3 \frac{E}{R_1 + R_3 + jX_L} = 4 \cdot \frac{220e^{j120^\circ}}{5 + j1} = \\ &= \frac{4 \cdot 220e^{j120^\circ}}{5,1e^{j11,3^\circ}} = 176,52e^{j108,7^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

Входное сопротивление относительно зажимов а и б

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{вх ab} &= \frac{\underline{Z}_1 R_3}{\underline{Z}_1 + R_3} = \frac{(1 + j1) \cdot 4}{1 + j1 + 4} = \frac{4 + j4}{5 + j1} = \frac{5,66e^{j45^\circ}}{5,1e^{j11,3^\circ}} = \\ &= 1,11e^{j33,7^\circ} = 1,11(0,83 + j0,55) = (0,92 + j0,61) \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Ток  $\dot{I}_2$

$$\dot{I}_2 = \frac{176,52e^{j108,7^\circ}}{0,92 + j0,61 + 3 + j4} = \frac{176,52e^{j108,7^\circ}}{3,92 + j4,61} = 29,2e^{j59^\circ} \text{ А}.$$

#### ПРОСТЕЙШИЕ КРУГОВЫЕ ДИАГРАММЫ

2.53. Построить круговую диаграмму тока  $\dot{I}$  неразветвленной цепи, схема которой приведена на рис. 2.53, а, если напряжение  $U=120$  В, сопротивление  $R=6$  Ом, а индуктивность  $L$  изменяется от 0 до  $\infty$ .

Решение. На комплексной плоскости по оси  $+1$  в масштабе напряжений  $m_U$  откладываем вектор входного напряжения  $U = 120$  В и в масштабе токов  $m_I$  — вектор тока короткого замыкания (рис. 2.53, б):  $I_k = \dot{U}/Z_k = \dot{U}/R = 120/6 = 20$  А.

Так как вектор  $I_k$  совпадает по фазе с вектором входного напряжения, то он является диаметром окружности токов. Линию переменного параметра (л. п. п.) строим по сопряженному комплексу сопротивления цепи  $\underline{Z}^* = R - jX$ . Для этого по оси  $+1$  откладываем в масштабе сопротивлений  $m_R = 2$  Ом/см отрезок  $\overline{OA}$ , соответствующий значению  $R = 6$  Ом:  $\overline{OA} = R/m_R = 3$  см. Из точки  $A$  параллельно оси  $-j$  проводим линию, которая в масштабе сопротивлений  $m_R$  является л. п. п. Заданному сопротивлению  $X_L = m_R \cdot AM$  соответствует отрезок  $\overline{ON}$ , выражающий в масштабе токов  $m_I$  ток  $I$ .

При изменении  $X_L$  от 0 (короткое замыкание) до  $\infty$  (холостой

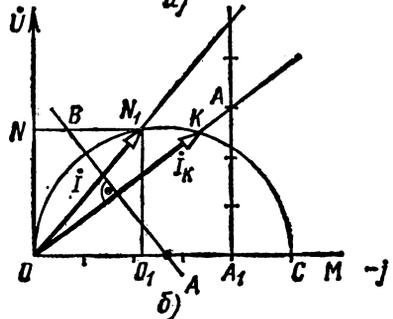
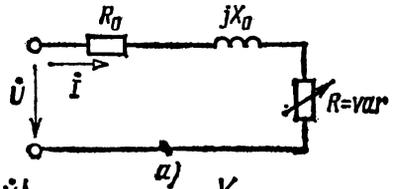


Рис. 2.53

Рис. 2.54

ход) конец вектора  $I$  (точка  $N$ ) скользит по окружности от точки  $C$  до точки  $O$ .

Построив на векторе  $\dot{U}$  как на диаметре окружность, получим отрезки, определяющие напряжения  $RI$  и  $jX_L I$  (рис. 2.53, б).

2.54. Построить круговую диаграмму тока  $\dot{I}$  для цепи рис. 2.54, а, если напряжение  $U = 120$  В, сопротивления  $R_0 = 3$  Ом,  $X_0 = 4$  Ом, а сопротивление  $R$  изменяется от 0 до  $\infty$ .

Ответ и указание:  $I_k = \dot{U}_{вх}/Z_k = \dot{U}/(R_0 + jX_0) = 24e^{-j53^\circ 10'}$ .

Вектор тока короткого замыкания  $I_k$  сдвинут по фазе относительно вектора входного напряжения на угол  $0 < \varphi < \pi/2$ , поэтому он является хордой окружности токов (рис. 2.54, б).

Линию переменного параметра строим по уравнению

$$\underline{Z}^* = R_0 - jX_0 + R = \underline{Z}_k^* + R.$$

Отрезки  $\overline{OA_1} = X_0/m_R$ ,  $\overline{A_1A} = R_0/m_R$ . В точке  $A$  л. п. п. переменное сопротивление  $R = 0$ .

Центр окружности  $O_1$  находится в точке пересечения перпендикуляра  $B'A'$ , восстановленного через середину хорды ( $\dot{I}_K$ ), и линии  $OM$ , проведенной из начала координат (точка  $O$ ) перпендикулярно линии переменного параметра; отрезок  $OC$  — диаметр. При изменении сопротивления  $R$  от 0 до  $\infty$  точка  $N_1$ , определяющая конец вектора

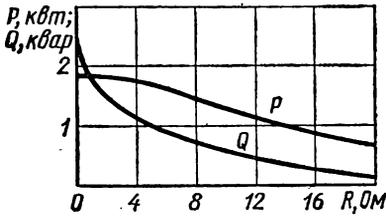


Рис. 2.55

тока  $\dot{I}$ , скользит по рабочей части окружности от точки  $K$  до точки  $O$  (рис. 2.54, б).

2.55. Для цепи предыдущей задачи построить кривые активной и реактивной мощностей при изменении сопротивления  $R$  от нуля до 20 Ом.

Решение. Опускаем из конца вектора тока  $\dot{I}$  (точка  $N_1$  на рис. 2.54, б) перпендикуляры на направления координатных осей. Полученные отрезки  $\overline{NN_1}$  и  $\overline{ON}$  в масштабе мощностей  $m_P$  выражают соответственно реактивную  $Q$  и активную  $P$  мощности цепи:

$$Q = UI \sin \varphi = UI_P = U\overline{NN_1}m_I = m_P\overline{NN_1}, \quad P = UI \cos \varphi = UI_a = U\overline{ON}m_I = m_P\overline{ON},$$

где  $m_P = Um_I = 120 \text{ В} \cdot 6 \text{ А/см} = 720 \text{ Вт/см}$ .

Графики  $Q(R)$  и  $P(R)$  приведены на рис. 2.55.

2.56. Построить годограф вектора тока  $\dot{I}$  для цепи рис. 2.56, а, если напряжение  $U = 100 \text{ В}$ , сопротивление  $R_0 = 5 \text{ Ом}$ , а сопротивление  $X_C$  изменяется от 0 до  $\infty$ . По круговой диаграмме построить зависимости  $P(X_C)$  и  $Q(X_C)$ .

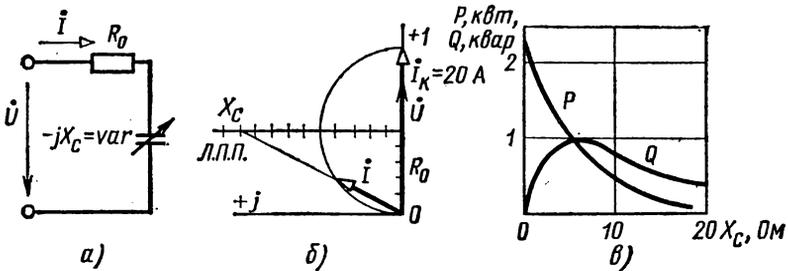


Рис. 2.56

Ответ: круговая диаграмма и графики мощностей представлены на рис. 2.56, б, в.

2.57. Построить годограф вектора тока  $\dot{I}$  для цепи рис. 2.57, а, если напряжение  $U = 100 \text{ В}$ , сопротивления  $R_0 = 8 \text{ Ом}$ ,  $X_0 = 6 \text{ Ом}$ , а сопротивление  $X_L$  изменяется от 0 до  $\infty$ .

Ответ: круговая диаграмма тока приведена на рис. 2.57, б. Рабочей частью окружности является дуга  $KNO$ . Диаметр окружности определяется резонансным током  $I_{рез} = U/R_0 = 100/8 = 12,5$  А.

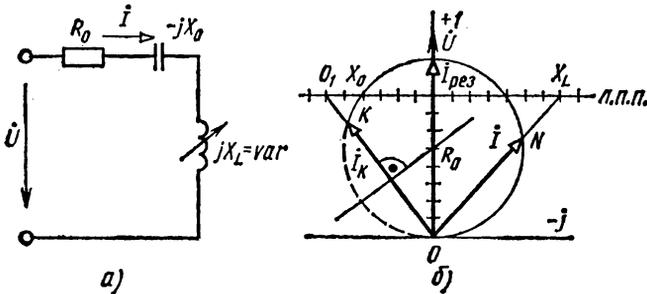


Рис. 2.57

2.58. На рис. 2.58, а приведена схема простейшего фазовращателя напряжения. Построить годограф вектора выходного напряжения  $\dot{U}_{вых}$  и определить диапазон регулирования его фазы. Параметры цепи  $X_L = 2X_C$ ;  $R$  изменяется от 0 до  $\infty$ .

Решение. Строим годограф вектора тока  $\dot{I}$  (рис. 2.58, б), причем  $\dot{I}_к = \frac{\dot{U}_{вх}}{j(X_L - X_C)} = \frac{\dot{U}_{вх}}{jX_L/2} = \frac{\dot{U}_{вх}}{jX_C}$ .

Для построения годографа вектора выходного напряжения  $\dot{U}_{вых}$  воспользуемся методом построения окружности по трем точкам. Для этого рассмотрим три режима цепи и определим с помощью построения топографических диаграмм напряжения положения вектора  $\dot{U}_{вых}$  и, следовательно, точки  $C$  для этих режимов. Для удобства построения диаграммы на векторе входного напряжения  $\dot{U}_{вх}$  как на диаметре целесообразно построить окружность.

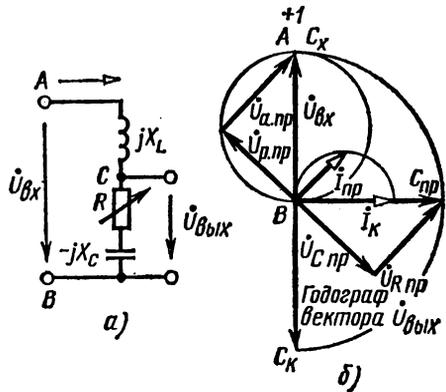


Рис. 2.58

Режимы:

- 1) короткого замыкания,  $R = 0$ ,  $\dot{U}_{вых.к} = \dot{U}_{Cк} = -jX_C \dot{I}_к = -\dot{U}_{вх}$ , точка  $C_к$  (рис. 2.58, б);
- 2) холостого хода,  $R = \infty$ ,

$I = 0$ , точка  $C_x$  совпадает с точкой  $A$  (рис. 2.58, б),  $\dot{U}_{вых.х} = \dot{U}_{вх}$ ;

- 3) промежуточный,  $R = X_C$ ,  $\dot{I}_{пр} = I_{пр} e^{-j45^\circ}$ . Напряжения на конденсаторе  $\dot{U}_{Cпр} = \dot{U}_{р.пр} = \dot{U}_{а.пр}$ ,  $\dot{U}_{вых.пр} = \dot{U}_{Cпр} + \dot{U}_{Rпр} = \dot{U}_{вх} e^{-j\pi/4}$ , точка  $C_{пр}$  (рис. 2.58, б).

По точкам  $C_{\text{к}}$ ,  $C_{\text{х}}$  и  $C_{\text{пр}}$  строим годограф вектора  $U_{\text{вых}}$ .

При изменении сопротивления  $R$  от 0 до  $\infty$  выходное напряжение не изменяется по модулю ( $U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}}$ ), но изменяется по фазе в диапазоне от  $-\pi$  до 0.

2.59. Построить годограф вектора общего тока  $\dot{I}$  для цепи рис. 2.59, а, если  $U = 220$  В,  $R_2 = X_L = 10$  Ом.

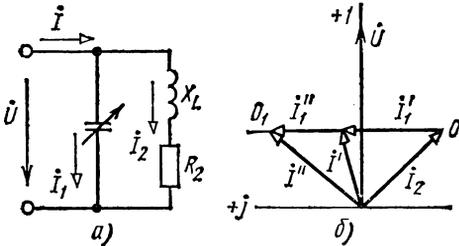


Рис. 2.59

Ответ: векторная диаграмма приведена на рис. 2.59, б. Годографом вектора общего тока  $\dot{I}$  и тока  $\dot{I}_1$  является прямая  $OO_1$ .

2.60. Построить круговую диаграмму тока  $\dot{I}$  для цепи рис. 2.60, а, если напряжение  $U = 180$  В, сопротивления  $X_C = 60$  Ом,  $X_L = 90$  Ом, сопротивление  $R$  изменяется от 0 до  $\infty$ . Определить значение

сопротивления  $X_L$ , при котором в цепи может наступить резонанс токов.

Решение. Для построения круговой диаграммы общего тока  $\dot{I}$  достаточно построить круговую диаграмму тока  $\dot{I}_2$  и учесть постоянное значение тока  $\dot{I}_1$  в конденсаторе.

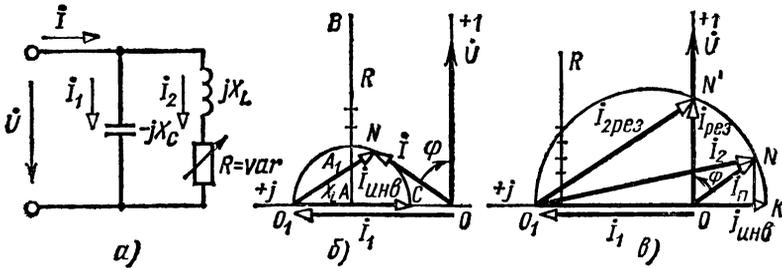


Рис. 2.60

Для построения круговой диаграммы тока  $\dot{I}_2$  на рис. 2.60, б от точки  $O_1$  вправо откладываем отрезок  $\overline{O_1A} = X_L/m_R$  и проводим прямую  $AB$ , являющуюся линией сопротивления  $R$ . Инверсный ток  $I_{\text{инв}} = I_{\text{зк}} = 180/90 = 2$  А определяет диаметр окружности  $O_1C$ . Для любого сопротивления  $R = \overline{AA_1} \cdot m_R$  ток  $I_2$  определяется в масштабе тока  $m_I$  отрезком  $\overline{O_1N}$ .

Так как ток  $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$ , то для получения его круговой диаграммы достаточно перенести начало координат в точку  $O$ , сдвину-

тую относительно точки  $O_1$  вектором тока

$$\dot{I}_1 = \dot{U} / (-jX_C) = 180 / (-j60) = j3 \text{ А.}$$

Этот вектор должен быть отложен на диаграмме в том же масштабе  $m_I$ , в каком построена круговая диаграмма тока  $\dot{I}_2$ .

Геометрическим местом концов вектора тока  $\dot{I}$  будет та же окружность. При увеличении сопротивления  $R$  точка  $N$  скользит по окружности влево ( $R=0$ ) в направлении от точки  $C$  к точке  $O_1$  ( $R=\infty$ ).

Вектор напряжения  $\dot{U}$  совпадает с вещественной осью  $+1$ , поэтому при  $\dot{I}_1 = I_{2к}$  угол сдвига фаз  $\varphi < 0$  и в цепи не может наступить резонанс токов. Такой резонанс может наступить только при  $I_1 < I_{2к}$  или при  $X_L < X_C$ , т. е. при  $X_L < 60$  Ом. Предположим, что  $X_L = 40$  Ом. Тогда  $\dot{I}_{2к} = 180/40 = 4,5$  А и круговая диаграмма будет иметь вид, как на рис. 2.60, в.

При  $R=0$  точка  $N$  совпадает с точкой  $K$  и ток  $\dot{I}$  определяется отрезком  $\overline{OK}$ . С увеличением сопротивления  $R$  точка  $N$  скользит по окружности влево, приближаясь к точке  $N'$ , а при  $R=\infty$  — к точке  $O_1$ . Из диаграммы видно, что общий ток такой цепи при резонансе токов не будет минимальным.

При построении круговых диаграмм были выбраны масштабы сопротивлений  $m_R = 6$  Ом/мм и токов  $m_I = 0,067$  А/мм.

Резонанс токов наступает при  $R=28$  Ом, при этом  $I_1 = 3$  А,  $I_2 = 3,66$  А и  $I = 2,12$  А.

**2.61.** Построить годографы векторов токов  $\dot{I}_2$  и  $\dot{I}$  для цепи рис. 2.61, а, если напряжение  $U = 100$  В, сопротивления  $X_C = 50$  Ом,  $R = 20$  Ом, а сопротивление  $X_L$  изменяется от 0 до  $\infty$ . Определить значения токов  $I_{рез}$  и  $I'_{рез}$ , при которых в цепи может наступить резонанс токов.

*Ответ:* круговая диаграмма приведена на рис. 2.61, б. Рабочая точка конца вектора  $\dot{I}$  скользит от точки  $K$  (при  $X_L = 0$ )

вправо. При положении  $N$  и  $N'$  в цепи имеются два резонанса токов. При  $X_L = 10$  Ом общий ток цепи определяется отрезком  $\overline{ON}$  ( $I''_{рез} = 4,5$  А и  $I'_{рез} = 4$  А), при большем значении  $X_L = 40$  Ом общий ток определяется отрезком  $\overline{ON'}$  ( $I'_{рез} = 2,2$  А и  $I_{рез} = 1$  А).

**2.62.** Построить годограф вектора общего тока  $\dot{I}$  для цепи рис. 2.62, а, если напряжение  $U = 120$  В, сопротивления  $R_1 = 12$  Ом,  $R_2 = 20$  Ом,  $X_L = 20$  Ом, а сопротивление  $X_C$  изменяется от 0 до  $\infty$ .

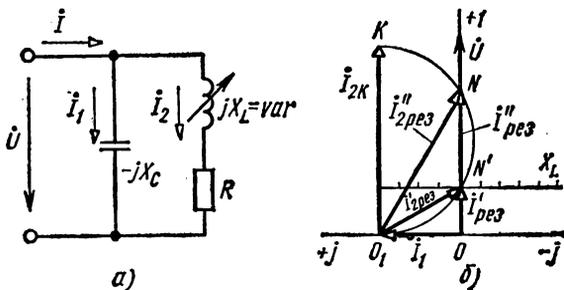


Рис. 2.61

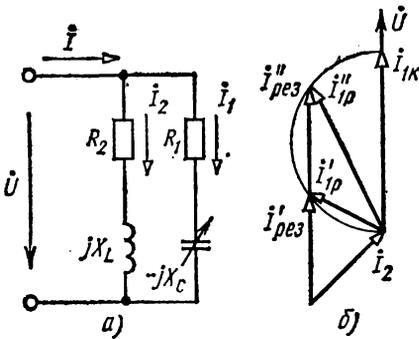


Рис. 2.62

Определить значение суммарного тока при резонансе токов.

Ответ:  $I_2 = 4,23$  А,  $I_{i_k} = 10$  А. Круговая диаграмма приведена на рис. 2.62, б.

2.63. Определить пределы изменения фазы напряжения фазовращающей цепи (рис. 2.63, а) по отношению к фазе напряжения источника питания  $U_{ab} = 100$  В, если сопротивление цепи  $R_1 = R'_1 = X_2 = = 10$  Ом, а сопротивление  $R_2$  изменяется от 0 до  $\infty$ .

Решение. Если принять напряжение  $\dot{U}_{ab} = 100$  В, то ток  $\dot{I}_2$  при переменном сопротивлении  $R_2$  будет изменяться по окружности рис. 2.63, б, диаметр которой равен  $I_{2k} = 10$  А и расположен по оси мнимых величин. Заданному сопротивлению  $R_2 = m_R k m$  и току  $\dot{I}_2$  соответствует вектор падения напряжения  $R_2 \dot{I}_2$ , определяемый отрезком  $\overline{bd}$  окружности и построенный на векторе напряжения  $\dot{U}_{ab}$  как

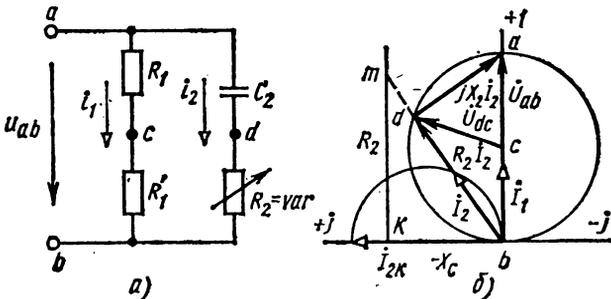


Рис. 2.63

на диаметре. Точка  $d$  второй ветви при изменении сопротивления  $R_2$  скользит по полуокружности напряжений в направлении от точки  $b$  к точке  $a$ . Точка  $c$  лежит на середине вектора  $\dot{U}_{ab}$ , поэтому вектор напряжения  $\dot{U}_{dc}$  является радиусом полуокружности напряжений и его фаза изменяется от  $-180^\circ$  при  $R_2 = 0$  до  $0^\circ$  при  $R_2 = \infty$ .

2.64. Определить пределы изменения фазы тока фазовращающей цепи (рис. 2.64, а) по отношению к фазе напряжения источника питания  $U = 10$  В, если

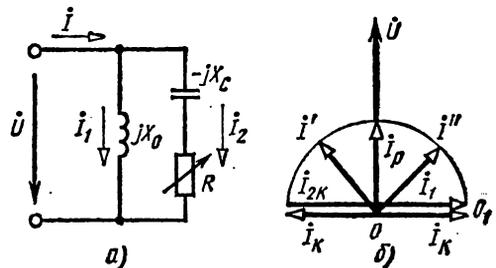


Рис. 2.64

сопротивления цепи  $X_C = 50 \text{ Ом}$ ,  $X_L = 100 \text{ Ом}$ , а сопротивление  $R$  изменяется от 0 до  $\infty$ .

Ответ:  $I_1 = 0,1 \text{ А}$ ,  $I_{2к} = 0,2 \text{ А}$ . Фаза вектора тока  $\dot{I}$  в неразветвленной части цепи изменяется от  $+90$  до  $-90^\circ$ . Значение неизменно и равно  $0,1 \text{ А}$ . Круговая диаграмма приведена на рис. 2.64, б.

### МАГНИТНО-СВЯЗАННЫЕ ЦЕПИ. ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКИ

2.65. На рис. 2.65, а приведена схема замещения двух катушек с магнитной связью, а на рис. 2.65, б, в — графики изменения во времени тока  $i_1$  в первой катушке и напряжения  $u_2$  между разомкнутыми выводами второй катушки. Определить взаимную индуктивность катушек, если  $I_m = 2 \text{ А}$ ,  $U_{2m} = 20 \text{ В}$ ,  $\tau = 0,003 \text{ с}$ .

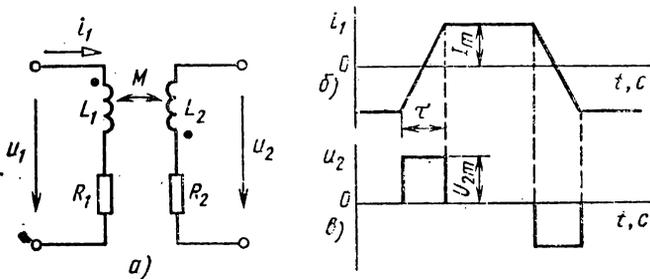


Рис. 2.65

Решение. По определению, напряжение на зажимах второй катушки

$$u_2 = M \frac{di_1}{dt}.$$

При линейном изменении тока  $i_1$  в течение времени  $\frac{di_1}{dt} = \frac{2I_1}{\tau}$  взаимная индуктивность

$$M = \frac{U_{2\tau}}{2I_m} = \frac{20 \cdot 0,003}{2 \cdot 2} = 15 \text{ мГн}.$$

2.66. Катушки с магнитной связью задачи 2.65 имеют следующие параметры:  $L_1 = 0,04 \text{ Гн}$ ,  $R_1 = 30 \text{ Ом}$ ,  $L_2 = 0,9 \text{ Гн}$ ,  $R_2 = 60 \text{ Ом}$ . По какому закону изменяется напряжение между разомкнутыми выводами второй катушки, если первая катушка включена в сеть с синусоидальным напряжением  $u_1 = 100 \sin 1000t$ ? Построить векторную диаграмму.

Указание и ответ: комплексная амплитуда напряжения между выводами второй катушки

$$\dot{U}_{2m} = jM\omega \dot{I}_{1m} = \frac{jM\omega}{R_1 + jL_1\omega} \dot{U}_{1m},$$

$$u_2 = 30 \sin(\pi/2 - \arctg 4/3 + 1000t).$$

Векторная диаграмма построена на рис. 2.66.

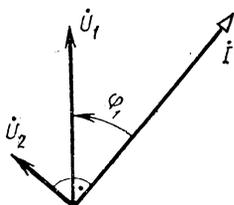


Рис. 2.66

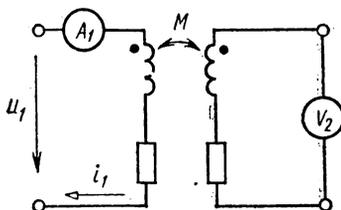


Рис. 2.67

2.67. Для определения взаимной индуктивности двух катушек собрана цепь по схеме рис. 2.67. В первичную ветвь этой цепи для измерения тока  $I_1$  включен амперметр. К зажимам второй катушки подключен вольтметр, измеряющий напряжение холостого хода вторичной цепи  $U_{2x}$ . Найти величину  $M$ , если ток  $I_1 = 0,15$  А, напряжение  $U_{2x} = 1$  В, а частота источника питания  $f = 100$  Гц.

Ответ:  $M = 10,6$  мГн.

2.68. Для определения взаимной индуктивности  $M$  катушек были проведены два опыта по схемам рис. 2.68, а, б. С помощью приборов измерены следующие величины:  $U_1 = 147,5$  В,  $I_1 = 1$  А,  $P_1 = 70$  Вт (в цепи рис. 2.68, а) и  $U_2 = 141,6$  В,  $I_2 = 2$  А,  $P_2 = 280$  Вт (в цепи рис. 2.68, б). Чему равна взаимная индуктивность катушек, если частота источника питания  $f = 500$  Гц?

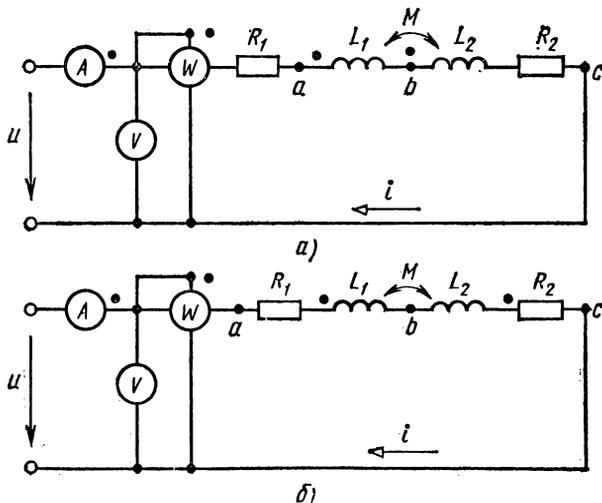


Рис. 2.68

Указание и ответ. Уравнения по второму закону Кирхгофа записываются в виде:

для цепи рис. 2.68, а (согласное включение)

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 (R_1 + R_2 + jX_1 + jX_2 + j2X_M) = \dot{I}_1 (R + jX'_{\text{эк}}),$$

для цепи рис. 2.68, б (встречное включение)

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_2 (R_1 + R_2 + jX_1 + jX_2 - j2X_M) = \dot{I}_2 (R + jX''_{\text{ЭК}}).$$

Переходя к модулям, рассчитывают эквивалентные индуктивности цепи: при согласном включении  $L'_{\text{ЭК}} = 41,3$  мГн, при встречном включении  $L''_{\text{ЭК}} = 3,18$  мГн.

Взаимная индуктивность

$$M = (L'_{\text{ЭК}} - L''_{\text{ЭК}})/4 = 9,53 \text{ мГн.}$$

2.69. Для цепей задачи 2.68 построить векторные диаграммы, если  $L_1 = 14,95$  мГн,  $L_2 = 7,32$  мГн и  $R_1 = 47$  Ом,  $R_2 = 23$  Ом.

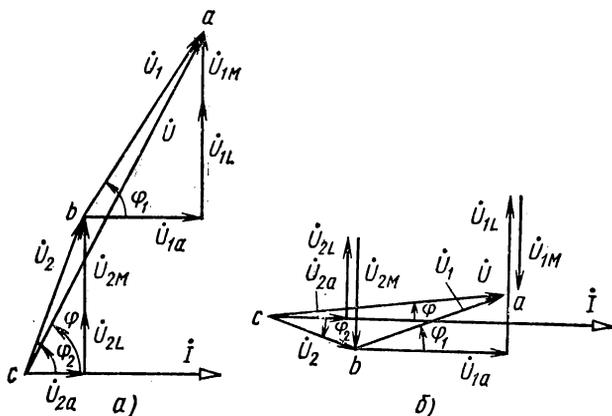


Рис. 2.69

Ответ: на рис. 2.69, а приведена векторная диаграмма для согласного включения, а на рис. 2.69, б — для встречного включения.

2.70. На рис. 2.70, а показаны две индуктивно связанные параллельные ветви, причем в одну из них включен конденсатор, сопротивление которого при заданной частоте равно  $\frac{1}{\omega C_1} = \omega L_1 = 100$  Ом. Сопротивление другой катушки  $R_2 = X_2 = 8$  Ом, а сопротивление

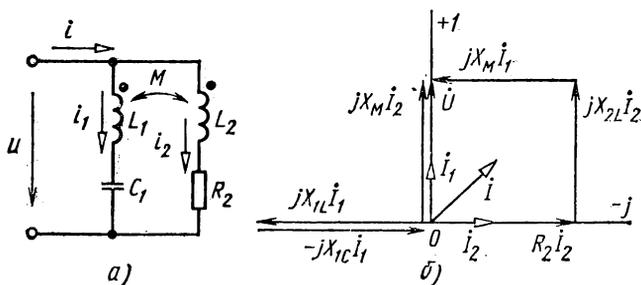


Рис. 2.70

взаимной индуктивности  $\omega M = 8$  Ом. Напряжение сети  $U = 120$  В. Определить токи в ветвях. Построить полную векторную диаграмму. Составить баланс активных мощностей для этой цепи и определить активную мощность, передаваемую из одной ветви в другую.

Решение. Для определения токов в ветвях составляем уравнения

$$\dot{U} = \underline{Z}_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2, \quad \dot{U} = \underline{Z}_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1,$$

из решения которых имеем

$$\dot{I}_1 = \dot{U} \frac{\underline{Z}_2 - j\omega M}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \omega^2 M^2}, \quad \dot{I}_2 = U \frac{\underline{Z}_1 - j\omega M}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \omega^2 M^2}.$$

Направляем вектор входного напряжения  $\dot{U}$  по оси вещественных величин, т. е. принимаем  $\dot{U} = 120$  В. После подстановки числовых значений сопротивлений и напряжения  $\dot{U}$  в выражения для токов получаем  $\dot{I}_1 = 15$  А,  $\dot{I}_2 = -j15$  А.

На рис. 2.70, б приведена векторная диаграмма, из которой видно, что вектор тока  $\dot{I}_1$  совпадает по фазе с вектором напряжения  $\dot{U}$ , а вектор тока  $\dot{I}_2$  отстает по фазе от вектора этого напряжения на  $90^\circ$ . Вектор общего тока  $\dot{I}$  определен суммированием токов ветвей:  $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = (15 - j15)$  А =  $15\sqrt{2} e^{-j45^\circ}$  А.

Активные мощности:  
цепи

$$P = \operatorname{Re}(\dot{U} \dot{I}^*) = \operatorname{Re}[120 \cdot (15 + j15)] = 1800 \text{ Вт},$$

первой и второй ветвью.

$$P_1 = \operatorname{Re}(\dot{U} \dot{I}_1^*) = \operatorname{Re}(120 \cdot 15) = 1800 \text{ Вт}, \quad P_2 = \operatorname{Re}(\dot{U} \dot{I}_2^*) = \operatorname{Re}(120 \cdot j15) = 0.$$

Следовательно, электрическая энергия потребляется из сети лишь первой ветвью; вместе с тем тепловые потери имеются только во второй ветви.

Мощности поступления энергии из сети в первую ветвь и полной передачи из нее во вторую ветвь равны между собой:

$$P = \operatorname{Re}[\dot{E}_{2m} \dot{I}_2^*] = \operatorname{Re}[( -j815) j15] = 1800 = R_2 I_2^2 = 225 \cdot 8 = 1800 \text{ Вт}.$$

2.71. На рис. 2.71 приведена T-образная схема замещения обратного четырехполюсника при синусоидальных напряжениях и токах. Составить уравнения, выражающие линейную зависимость  $\dot{U}_1$  и  $\dot{I}_1$  входной ветви от напряжения  $\dot{U}_2$  и тока  $\dot{I}_2$  выходной ветви при указанных на схеме положительных направлениях токов и напряжениях. Комплексные сопротивления элементов схемы  $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = (0,6 + j0,8)$  Ом и  $\underline{Z}_0 = (120 + j160)$  Ом.

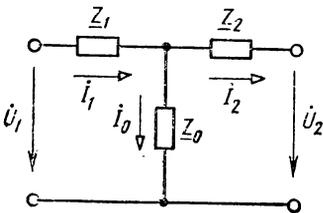


Рис. 2.71

Решение. Требуемую зависимость выражают уравнения

$$\dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2, \quad \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2.$$

Комплексные коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  могут быть определены на основе анализа состояния заданной схемы при разомкнутых и замкнутых накоротко выходных полюсах и соответствующих этим состояниям уравнений четырехполюсника.

При  $\dot{I}_2 = 0$  (выходные полюсы схемы замещения разомкнуты)

$$A = \dot{U}'_1 / \dot{U}_2 = (\underline{Z}_0 + \underline{Z}_1) / \underline{Z}_0 = (120 + j160 + 0,6 + j0,8) / (120 + j160) = 1,005,$$

$$C = \dot{I}'_1 / \dot{U}_2 = 1 / \underline{Z}_0 = 1 / (120 + j160) = (0,003 - j0,004) \text{ См.}$$

При  $\dot{U}_2 = 0$  (выходные полюсы схемы замкнуты накоротко)

$$B = \frac{\dot{U}''_1}{\dot{I}_2} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_0} = (1,203 + j1,604) \text{ Ом,}$$

$$D = \frac{\dot{I}''_1}{\dot{I}_2} = \frac{\underline{Z}_0 + \underline{Z}_2}{\underline{Z}_0} = 1 + \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_0} = 1 + \frac{0,6 + j0,8}{120 + j160} = 1,005.$$

Подставляя комплексные коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  в уравнения четырехполюсника, получаем

$$\dot{U}_1 = 1,005\dot{U}_2 + (1,203 + j1,604)\dot{I}_2,$$

$$\dot{I}_1 = (0,003 - j0,004)\dot{U}_2 + 1,005\dot{I}_2.$$

2.72. Ко вторичным зажимам Т-образного четырехполюсника задачи 2.71 подключен приемник, мощность которого  $P_2 = 1$  кВт, напряжение  $U_2 = 100$  В,  $\cos \varphi = 1$ . Найти напряжение  $\dot{U}_1$  и ток  $\dot{I}_1$  четырехполюсника.

Указание и ответ: комплексные напряжения  $\dot{U}_2 = 100$  В и ток нагрузки  $\dot{I}_2 = 10$  А;

$$\dot{U}_1 = 112,5 + j16,04 = 114 \angle 8,5^\circ \text{ В,}$$

$$\dot{I}_1 = 10,35 - j0,4 = 10,35 \angle -2,3^\circ \text{ А.}$$

2.73. Для четырехполюсника, эквивалентная схема которого приведена на рис. 2.73, а, составить уравнения, выражающие зависимость комплексных напряжения  $\dot{U}_1$  входной ветви и тока  $\dot{I}_2$  выходной ветви от комплексных тока входной ветви  $\dot{I}_1$  и напряжения  $\dot{U}_2$  выходной ветви. Изобразить эквивалентную схему с зависимыми источниками тока и напряжения, если  $\underline{Z}_1 = (4 + j3)$  Ом,  $\underline{Z}_0 = 12$  Ом,  $\underline{Z}_2 = 6$  Ом.

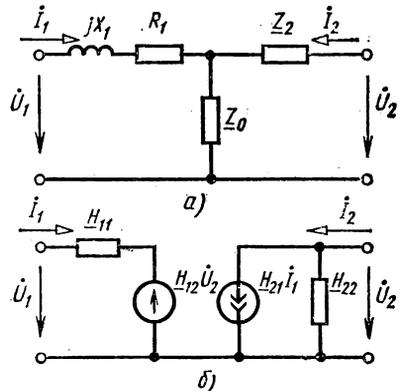


Рис. 2.73

Решение. Искомую зависимость выражают уравнения четырех-полюсника Н-типа:

$$\dot{U}_1 = \underline{H}_{11} \dot{I}_1 + \underline{H}_{12} \dot{U}_2, \quad \dot{I}_2 = \underline{H}_{21} \dot{I}_1 + \underline{H}_{22} \dot{U}_2.$$

Коэффициенты  $\underline{H}_{11}$ ,  $\underline{H}_{12}$ ,  $\underline{H}_{21}$  и  $\underline{H}_{22}$  можно определить на основе рассмотрения исходной схемы сначала при разомкнутых первичных полюсах, а затем при короткозамкнутых вторичных полюсах с одно-временным анализом уравнений Н-типа, соответствующих этим состояниям.

При  $\dot{I}_1 = 0$

$$\underline{H}_{12} = \dot{U}'_1 / \dot{U}_2 = \underline{Z}_0 / (\underline{Z}_0 + \underline{Z}_2) = 2/3,$$

$$\underline{H}_{22} = \dot{I}'_2 / \dot{U}_1 = 1 / (\underline{Z}_0 + \underline{Z}_2) = 1/18 \text{ Ом}.$$

При  $\dot{U}_2 = 0$

$$\underline{H}_{11} = \dot{U}''_1 / \dot{I}_1 = \underline{Z}_1 + (\underline{Z}_0 \underline{Z}_2) / (\underline{Z}_0 + \underline{Z}_2) = (8 + j3) \text{ Ом},$$

$$\underline{H}_{21} = \dot{I}''_2 / \dot{I}_1 = \underline{Z}_2 / (\underline{Z}_0 + \underline{Z}_2) = -2/3.$$

Учитывая найденные коэффициенты, систему уравнений Н-типа можно записать в виде

$$\dot{U}_1 = (8 + j3) \dot{I}_1 + \frac{2}{3} \dot{U}_2, \quad \dot{I}_2 = -\frac{2}{3} \dot{I}_1 + \frac{1}{18} \dot{U}_2.$$

Первое уравнение дает основание рассматривать напряжение между входными полюсами как сумму двух частичных напряжений: падения напряжения, созданного заданным током  $\dot{I}_1$  в пассивном элементе с сопротивлением  $\underline{H}_{11} = (8 + j3) \text{ Ом}$ , и напряжения между полюсами идеального источника э.д.с., числовое значение которой пропорционально заданному выходному напряжению  $\dot{U}'_1 = \frac{2}{3} \dot{U}_2$ .

В соответствии со вторым уравнением ток во вторичной цепи можно считать суммой двух частичных токов: тока, созданного заданным вторичным напряжением  $\dot{U}_2$  в пассивном элементе с проводимостью  $\underline{H}_{22} = 1/18 \text{ См}$ , и тока идеального источника тока с числовым значением  $\dot{I}''_2 = -\frac{2}{3} \dot{I}_1$ , пропорциональным заданному току первичной цепи.

Указанным трактовкам уравнений четырехполюсника Н-типа соответствуют две эквивалентные схемы с активными элементами, изображенными на рис. 2.73, б.

**СПОСОБЫ ИЗОБРАЖЕНИЯ ВЫХОДНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ТРЕХФАЗНОГО ГЕНЕРАТОРА**

3.1. Записать выражения для мгновенных линейных напряжений трехфазного генератора, осциллограммы которых приведены на рис. 3.1.

Ответ:  $u_{AB} = 311 \sin(\omega t + \pi/6)$ ,  $u_{BC} = 311 \sin(\omega t - \pi/2)$ ,  $u_{CA} = 311 \sin(\omega t + 5\pi/6)$ .

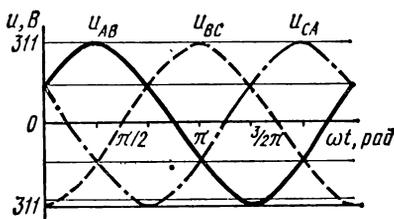


Рис. 3.1

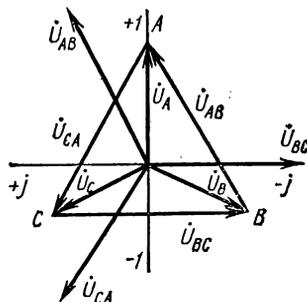


Рис. 3.2

3.2. Для трехфазного генератора задачи 3.1 построить топографическую диаграмму фазных и линейных напряжений, записать их комплексные значения.

Ответ:  $U_{\phi} = U_{\pi}/\sqrt{3} = 220/\sqrt{3} = 127$  В.

Топографическая диаграмма напряжений дана на рис. 3.2.

Комплексные напряжения:

фазные

$$\dot{U}_A = 127 \text{ В}, \quad \dot{U}_B = 127e^{-j120^\circ} = 63,5 - j110 \text{ В},$$

$$\dot{U}_C = 127e^{j120^\circ} = 63,5 + j110 \text{ В};$$

линейные

$$\dot{U}_{AB} = 220e^{j30^\circ} = 190 + j110 \text{ В}, \quad \dot{U}_{BC} = 220e^{-j90^\circ} =$$

$$= -j220 \text{ В}, \quad \dot{U}_{CA} = 220e^{j150^\circ} = -190 + j110 \text{ В}.$$

3.3. При разметке зажимов вторичной обмотки трехфазного трансформатора зажимы одной из ее фаз произвольно обозначены *a* и *x*. Один из зажимов второй фазы соединен с зажимом *x*, к свободным зажимам подключен вольтметр. Начертить схемы условных

обозначений и схемы замещения этих соединений. Определить показание вольтметра, если фазное напряжение трансформатора  $U_{\phi} = 100$  В.

Решение. Возможны два случая: 1) объединены одноименные зажимы фаз. На рис. 3.3, а, б представлены электрическая схема

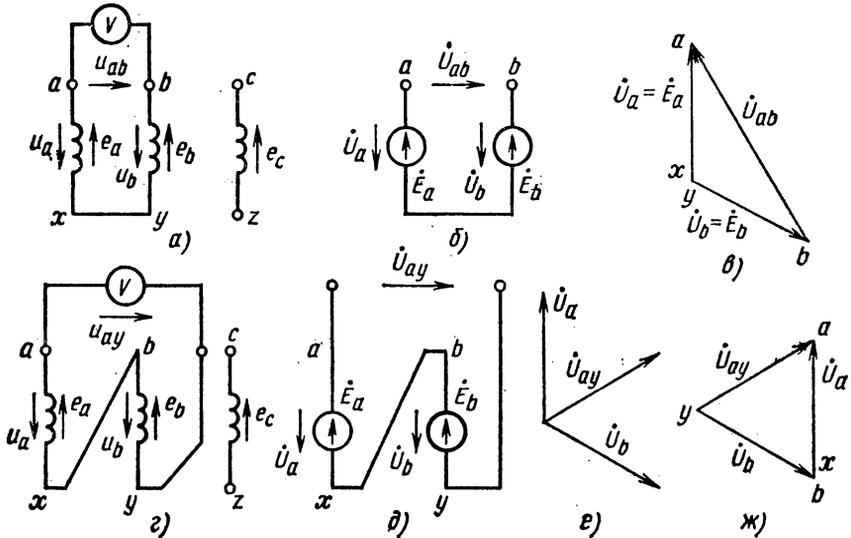


Рис. 3.3

соединения и его схема замещения; напряжение  $\dot{U}_{ab}$  определяется в соответствии с уравнениями

$$\dot{U}_a - \dot{U}_b - \dot{U}_{ab} = 0, \quad \dot{U}_{ab} = \dot{U}_a - \dot{U}_b$$

или по топографической диаграмме напряжений (рис. 3.3, в); показание вольтметра равно линейному напряжению:  $U_V = U_{ab} = U_{\pi} = 173$  В; 2) объединены разноименные зажимы фаз (рис. 3.3, г, д); при этом напряжение между свободными зажимами определяется уравнениями

$$\dot{U}_a + \dot{U}_b - \dot{U}_{ay} = 0, \quad \dot{U}_{ay} = \dot{U}_a + \dot{U}_b,$$

а также векторной (рис. 3.3, е) или топографической (рис. 3.3, ж) диаграммами напряжений.

Вольтметр показывает фазное напряжение:  $U_V = U_{a\gamma} = U_{\phi} = 100$  В.

3.4. При соединении вторичных обмоток трехфазного трансформатора звездой одна из его фаз соединена неправильно (рис. 3.4, а). Определить линейные напряжения трансформатора, если его фазные напряжения  $U_{\phi} = 127$  В.

Решение. Линейные напряжения  $U_{ay}$ ,  $U_{yc}$  и  $U_{ca}$  определяются из уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа для схемы (рис. 3.4, б). замещения соединения вторичных обмоток

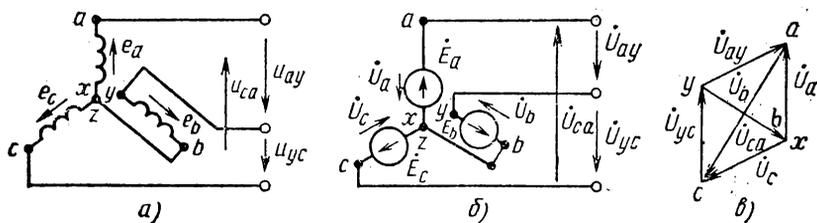


Рис. 3.4

трансформатора или по топографической диаграмме напряжений (рис. 3.4, в):

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ay} &= \dot{U}_a + \dot{U}_b, & U_{ay} &= U_\phi = 127 \text{ В}, & \dot{U}_{yc} &= -\dot{U}_b - \dot{U}_c, \\ U_{yc} &= U_\phi = 127 \text{ В}, & \dot{U}_{ca} &= \dot{U}_c - \dot{U}_a, & U_{ca} &= U_\lambda = 220 \text{ В}. \end{aligned}$$

3.5. Изобразить схему замещения трехфазной цепи, в которую включены три разных группы электрических ламп, асинхронный

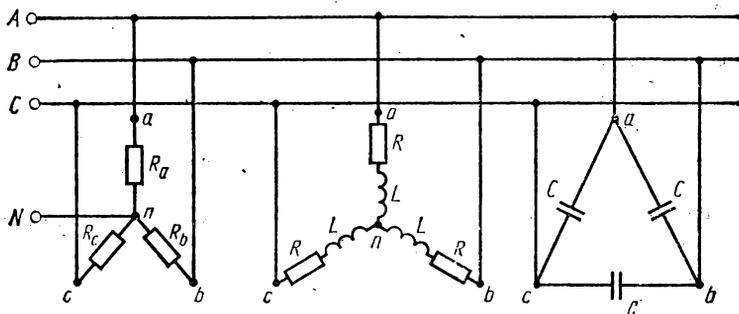


Рис. 3.5

двигатель с обмотками, соединенными звездой, и трехфазная батарея конденсаторов, соединенная треугольником.

Ответ: в качестве ответа приведена схема замещения рис. 3.5.

### СИММЕТРИЧНЫЕ РЕЖИМЫ

3.6. Трехфазный асинхронный двигатель мощностью 7 кВт, напряжением 127/220 В работает с коэффициентом мощности  $\cos \varphi = 0,87$ . Найти ток в линейных проводах, с помощью которых двигатель присоединен к сети, если его к.п.д. равен 87%. Определить сопротивления фаз обмотки двигателя. Построить векторную диаграмму.

Указание и ответ: при напряжении сети 127 В фазы обмотки двигателя соединены треугольником, при напряжении 220 В—звездой. При соединении звездой  $I = 24,3 \text{ А}$ , при соединении треугольником  $I = 42 \text{ А}$ ,  $R = 4,55 \text{ Ом}$ ,  $x = 2,57 \text{ Ом}$ .

3.7. К трехпроводной трехфазной сети подключен приемник, соединенный звездой, активная мощность которого  $P = 2900$  Вт, напряжение  $U_n = 220$  В и  $\cos \varphi_2 = 0,6$ . Каждый провод линии, соединяющий генератор и приемник, имеет активное сопротивление  $R_n = 0,6$  Ом и индуктивное сопротивление  $X_n = 1$  Ом. Найти напряжение на зажимах генератора, а также его активную и реактивную мощности. Определить падение и потерю напряжения в линии. Построить векторную топографическую диаграмму.

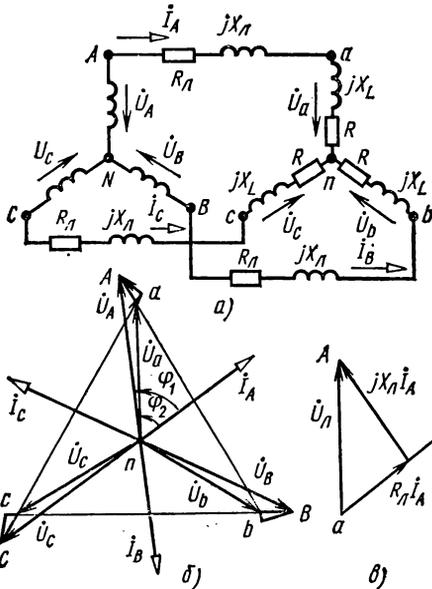


Рис. 3.7

Решение. Предположим, что обмотки генератора соединены звездой (рис. 3.7, а). Поскольку приемник симметричный, напряжение между нейтралью генератора и приемника равно нулю, поэтому каждую фазу цепи можно рассматривать независимо от других фаз и расчет проводить только для одной фазы, например А.

Решение. Предположим, что обмотки генератора соединены звездой (рис. 3.7, а). Поскольку приемник симметричный, напряжение между нейтралью генератора и приемника равно нулю, поэтому каждую фазу цепи можно рассматривать независимо от других фаз и расчет проводить только для одной фазы, например А.

Фазный ток приемника равен линейному току:

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} U_n \cos \varphi_2} = \frac{2900}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,6} = 12,7 \text{ А.}$$

Фазное напряжение приемника

$$U_\phi = U_n / \sqrt{3} = 220 / \sqrt{3} = 127 \text{ В.}$$

Сопротивления фаз приемника

$$Z_n = U_\phi / I = 127 / 12,7 = 10 \text{ Ом, } R = Z_n \cos \varphi_2 = 10 \cdot 0,6 = 6 \text{ Ом, } X_L = Z_n \sin \varphi_2 = 10 \cdot 0,8 = 8 \text{ Ом.}$$

Сопротивления фазы (с учетом сопротивления линии)

$$Z = \sqrt{(R_n + R)^2 + (X_n + X_L)^2} = \sqrt{(0,6 + 6)^2 + (1 + 8)^2} = 11,15 \text{ Ом.}$$

Фазное и линейное напряжения генератора

$$U_A = ZI = 11,15 \cdot 12,7 = 141,5 \text{ В, } U = \sqrt{3} U_A = 245 \text{ В.}$$

Падение напряжения в проводах линии

$$U_{np} = Z_n I = \sqrt{R_n^2 + X_n^2} I = \sqrt{(0,6)^2 + 1^2} \cdot 12,7 = 14,8 \text{ В,}$$

т. е. оно составляет  $(14,8 / 141,5) \cdot 100 = 10,5\%$  от фазного напряжения генератора.

Потеря напряжения в линии равна арифметической разности линейных напряжений в начале и конце линии:

$$\Delta U_{\text{л}} = (141,5 - 127) \sqrt{3} = 14,5 \sqrt{3} = 25,1 \text{ В},$$

т. е. она составляет  $(25,1/245) \cdot 100 = 10,25 \%$  от линейного напряжения генератора.

Сравнительно высокие потери напряжения обусловлены предмерно завышенными значениями  $R_{\text{л}}$  и  $X_{\text{л}}$ , взятыми для удобства построения векторной диаграммы напряжений.

Векторную топографическую диаграмму строим для одной фазы. Вектор фазного напряжения приемника  $\dot{U}_a$  (рис. 3.7, б) и вектор фазного тока  $\dot{I}_A$  сдвинуты относительно друг друга на угол  $\varphi_2 = 53^\circ$ .

Прибавляя к вектору  $\dot{U}_a$  вектор падения напряжения в активном сопротивлении провода линии и вектор индуктивного падения напряжения, модули которых соответственно равны  $R_{\text{л}} I_A = 0,6 \cdot 12,7 = 7,62 \text{ В}$ ,  $X_{\text{л}} I_A = 1 \cdot 12,7 = 12,7 \text{ В}$ , получаем вектор фазного напряжения генератора  $\dot{U}_A$ .

Вектор  $\dot{U}_{\text{л}}$ , равный сумме векторов  $R_{\text{л}} \dot{I}_A$  и  $jX_{\text{л}} \dot{I}_A$ , изображает вектор падения напряжения в проводе линии (рис. 3.7, в). Аналогично строят векторы напряжений двух других фаз.

Коэффициент мощности генератора

$$\cos \varphi_1 = (R_{\text{л}} + R)/Z = (0,6 + 6)/11,15 = 0,592.$$

Активная мощность генератора

$$P = \sqrt{3} UI \cos \varphi_1 = 3 (R_{\text{л}} + R) I^2 = 3,17 \text{ кВт}.$$

Полная мощность генератора

$$S = \sqrt{3} UI = \sqrt{3} \cdot 245 \cdot 12,7 = 5390 \text{ В} \cdot \text{А} = 5,39 \text{ кВ} \cdot \text{А}.$$

Реактивная мощность генератора

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{(5,39)^2 - (3,17)^2} = 4,34 \text{ квар}.$$

3.8. На рис. 3.8 изображена однолинейная схема трехфазной цепи, состоящей из станции, подстанции и соединяющей их линии. Каждая фаза линии имеет активное сопротивление  $0,8 \text{ Ом/км}$  и индуктивное сопротивление  $0,6 \text{ Ом/км}$ . Определить ток  $I$ , падение  $U_{\text{л}}$  и потерю  $\Delta U$  напряжения в линии. На схеме указаны значения линейного напряжения, мощности и  $\cos \varphi$  приемника.

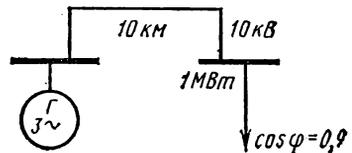


Рис. 3.8

Ответ:  $I = 64 \text{ А}$ ,  $U_{\text{л}} = 640 \text{ В}$ ,  $\Delta U = 1100 \text{ В}$ .

3.9. Два симметричных трехфазных приемника, каждый из которых соединен звездой, подключены к трехпроводной линии (рис. 3.9). Сопротивление фаз первого приемника  $X_1 = 5 \text{ Ом}$ , второго прием-

ника  $R_2 = 5 \text{ Ом}$ . Линейное напряжение источника питания 220 В. Определить фазные и линейные токи.

Ответ:  $I_\phi = 25,4 \text{ А}$ ,  $I = 36 \text{ А}$ .

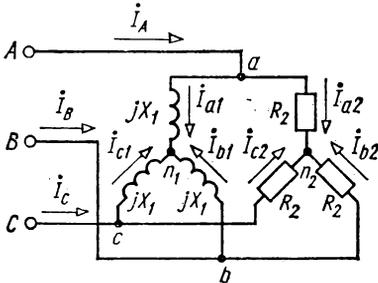


Рис. 3.9

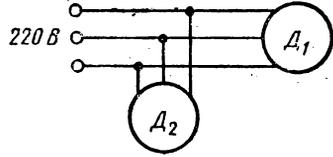


Рис. 3.10

3.10. Найти общий ток, мощность и коэффициент мощности установки из двух двигателей (рис. 3.10), у которых  $P_1 = 4,5 \text{ кВт}$ ,  $U_1 = 220 \text{ В}$ ,  $\cos \varphi_1 = 0,84$ ,  $\eta_1 = 82\%$ ,  $P_2 = 10 \text{ кВт}$ ,  $U_2 = 220 \text{ В}$ ,  $\cos \varphi_2 = 0,88$ ,  $\eta_2 = 85\%$ .

Решение. Находим активную мощность:

$$P_{1н} = P_1 / \eta_1 = 5,5 \text{ кВт}, \quad P_{2н} = P_2 / \eta_2 = 11,75 \text{ кВт}, \\ P = P_{1н} + P_{2н} = 17,25 \text{ кВт}.$$

Углы сдвига фаз

$$\varphi_1 = 33^\circ, \quad \varphi_2 = 28^\circ 20'.$$

Реактивные мощности

$$Q_1 = P_{1н} \operatorname{tg} \varphi_1 = 3,57 \text{ квар}, \quad Q_2 = P_{2н} \operatorname{tg} \varphi_2 = 6,31 \text{ квар}, \\ Q = Q_1 + Q_2 = 9,88 \text{ квар}.$$

Полная мощность, общий ток и коэффициент мощности установки  $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 19,85 \text{ кВ} \cdot \text{А}$ ,  $I = S / (\sqrt{3}U) = 54 \text{ А}$ ,  $\cos \varphi = P/S = 17,25/19,85 \approx 0,87$ .

3.11. К зажимам генератора (рис. 3.11, а) с фазным напряжением 127 В подключен приемник, соединенный треугольником, каждая

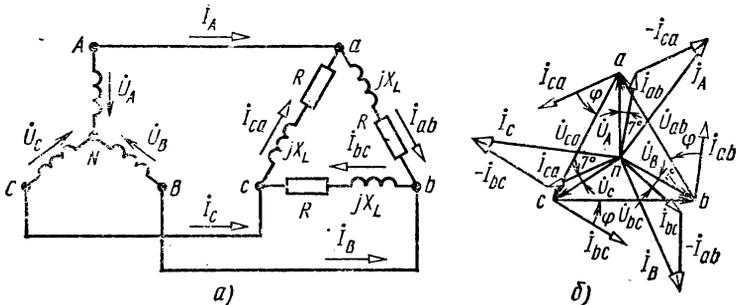


Рис. 3.11

фаза которого имеет активное сопротивление  $R = 8$  Ом и индуктивное сопротивление  $X = 6$  Ом. Определить ток каждой фазы генератора и отдаваемую им мощность. Построить векторную диаграмму.

Решение. Приемник симметричный, поэтому расчет можно проводить для одной фазы.

Фазные токи приемника

$$I_{\phi} = \frac{U}{Z_{\phi}} = \frac{\sqrt{3} \cdot 127}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = 22 \text{ А.}$$

Векторы фазных токов отстают по фазе от соответствующих векторов линейных напряжений на угол  $\varphi$ :

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{8}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = 0,8, \quad \varphi = 37^\circ.$$

Токи в фазах генератора равны линейным токам в проводах:  $I = \sqrt{3} I_{\phi} = \sqrt{3} \cdot 22 = 38 \text{ А.}$

Для определения сдвига фаз между векторами линейных токов и фазных напряжений генератора обратимся к векторной диаграмме рис. 3.11, б. Здесь векторы  $\dot{U}_A, \dot{U}_B$  и  $\dot{U}_C$  изображают звезду фазных напряжений генератора, а векторы  $\dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}$  и  $\dot{U}_{ca}$  являются фазными напряжениями приемника или линейными напряжениями генератора.

Векторы фазных токов приемника образуют звезду векторов, сдвинутых по фазе на угол  $120^\circ$ , причем звезда векторов фазных токов приемника отстает по фазе от звезды векторов фазных напряжений генератора на угол  $7^\circ$ . Звезда векторов линейных токов генератора отстает по фазе от звезды векторов фазных токов приемника на угол  $30^\circ$ , поэтому линейные токи и фазные напряжения генератора сдвинуты по фазе на угол  $37^\circ$ .

Мощность генератора  $P = \sqrt{3} UI \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 38 \cdot 0,8 = 11,6 \text{ кВт.}$

## НЕСИММЕТРИЧНЫЕ РЕЖИМЫ.

### НАЗНАЧЕНИЕ НЕЙТРАЛЬНОГО ПРОВОДА

3.12. Для определения последовательности фаз симметричной трехфазной системы с напряжением 220 В использован фазоуказатель (рис. 3.12, а), состоящий из двух одинаковых ламп и конденсатора. Сопротивления ламп и конденсатора подобраны равными. Определить напряжение на зажимах ламп. Построить топографическую диаграмму.

Решение. Фазоуказатель представляет собой несимметричный трехфазный приемник, соединенный звездой. Смещение нейтрали фазоуказателя определяют по

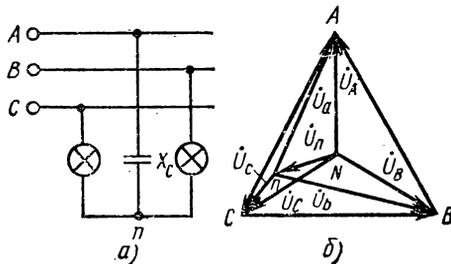


Рис. 3.12

формуле

$$\dot{U}_n = \frac{Y_a \dot{U}_A + Y_b \dot{U}_B + Y_c \dot{U}_C}{Y_a + Y_b + Y_c}.$$

Примем  $\dot{U}_A = U_A = 127$  В.

Тогда напряжения других фаз генератора будут равны

$$\dot{U}_B = a^2 \dot{U}_A = U e^{-j120^\circ} = U (-0,5 - j0,865),$$

$$\dot{U}_C = a \dot{U}_A = U e^{j120^\circ} = U (-0,5 + j0,865).$$

Комплексные проводимости фаз

$$\underline{Y}_a = 1/(-jX_c), \quad \underline{Y}_b = \underline{Y}_c = 1/R.$$

В этом случае

$$\dot{U}_n = U \frac{j-1}{j+2} = U (-0,2 + j0,6) = 0,632 U e^{-j108^\circ 25'}.$$

На рис. 3.12, б построена топографическая диаграмма фазоуказателя, согласно которой фазные напряжения приемника равны

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_n = (1,2 - j0,6) U = 1,345 U e^{-j26^\circ 30'},$$

$$\dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_n = (-0,3 - j1,465) U = 1,495 U e^{-j101^\circ 35'},$$

$$\dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_n = (-0,3 + j0,265) U = 0,4 U e^{j138^\circ 30'}.$$

Напряжения на зажимах ламп

$$U_b = 1,495 U \approx 1,5 U = 1,5 \cdot 127 = 190 \text{ В}, \quad U_c = 0,4 U = 0,4 \cdot 127 \approx 51 \text{ В}.$$

Следовательно, лампа фазы *b* будет гореть ярче лампы фазы *c*, на чем и основано использование фазоуказателя.

3.13. На рис. 3.13, а изображена схема четырехпроводной осветительной сети жилого дома. В фазы *A* и *B* включены по 25 ламп, а в фазу *C*—15 ламп. Номинальная мощность каждой лампы  $P_{\text{ном}} = 60$  Вт, номинальное напряжение  $U_{\text{ном}} = 127$  В. Определить токи в линейных и нейтральном проводах. Построить векторную диаграмму.

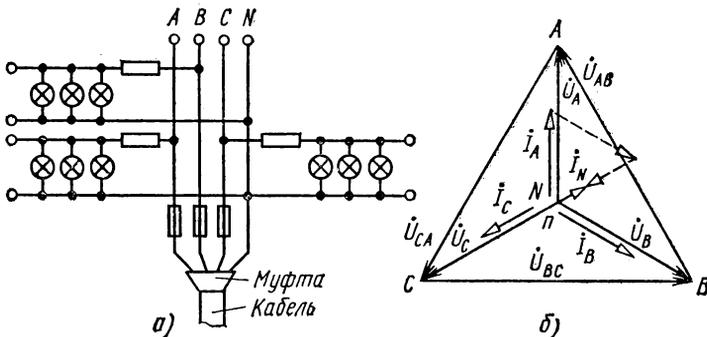


Рис. 3.13

Решение. Мощность каждой из фаз

$$P_A = P_B = 60 \cdot 25 = 1500 \text{ Вт}, \quad P_C = 60 \cdot 15 = 900 \text{ Вт}.$$

Линейные токи

$$I_A = I_B = P_A / U_\phi = 11,8 \text{ А}, \quad I_C = P_C / U_\phi = 7,1 \text{ А}.$$

Если принять направление комплексной оси  $+1$  совпадающим с направлением векторов фазного напряжения  $\dot{U}_A$  (рис. 3.13, б), то комплексы линейных токов будут следующие:  $\dot{I}_A = 11,8$ ,  $\dot{I}_B = 11,8e^{-j120^\circ}$ ,  $\dot{I}_C = 7,1e^{j120^\circ}$ .

Ток в нейтральном проводе

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 4,7e^{-j60^\circ}.$$

3.14. Как изменятся токи «здоровых» фаз и ток нейтрального провода, если в фазе  $A$  перегорит предохранитель (см. задачу 3.13 и рис. 3.13, а)?

Ответ: токи в фазах  $B$  и  $C$  не изменятся, ток в нейтральном проводе  $I_N = 10,3e^{-j156^\circ 40'}$ .

3.15. К зажимам четырехпроводной сети с фазным напряжением 127 В подключен несимметричный приемник (рис. 3.15, а); сопротивления фаз приемника  $R_a = X_b = X_c = 25,4 \text{ Ом}$ . Определить фазные

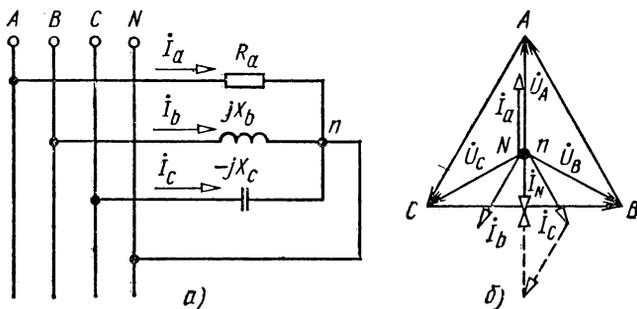


Рис. 3.15

токи приемника и ток в нейтральном проводе. Построить векторную диаграмму.

Ответ:  $I_N = 3,65 \text{ А}$ ,  $I_\phi = 5 \text{ А}$ . Векторная диаграмма приведена на рис. 3.15, б.

3.16. Как изменятся ток в нейтральном проводе и векторная диаграмма, если в схеме предыдущей задачи поменять местами  $X_b$  и  $X_c$ ?

Указание и ответ: рекомендуется построить векторную диаграмму и по ней определить значение и направление тока  $I_N$ ; ток в нейтральном проводе возрастет до  $13,65 \text{ А}$  и изменит фазу на  $180^\circ$ .

3.17. Несимметричный трехфазный приемник включен в четырехпроводную цепь с фазным напряжением генератора 127 В (рис. 3.15, а). При номинальном режиме фазные токи приемника соответственно

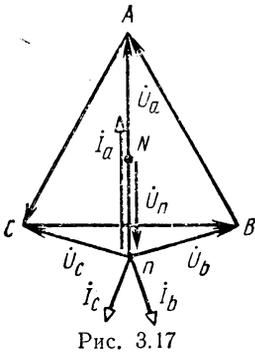


Рис. 3.17

равны  $I_a = I_b = I_c = 5$  А. Определить фазные напряжения и токи приемника при обрыве нейтрального провода. Построить векторную диаграмму.

*Указание и ответ:* при обрыве нейтрального провода смещение нейтрали приемника будет равно  $\dot{U}_n = -93$  В (рис. 3.17); фазные напряжения приемника  $U_a = 220$  В,  $U_b = U_c = 114$  В; фазные токи приемника  $I_a = 8,65$  А,  $I_b = I_c = 4,49$  А.

**3.18:** Определить ток в проводах линии, к которой подключен трехфазный двигатель (рис. 3.18, а) с номинальной мощностью  $P_{\text{ном}} = 10$  кВт, если коэффициент мощности  $\cos \varphi = 0,87$ , к. п. д.  $\eta = 82\%$ , а линейное напряжение сети  $U = 220$  В. Определить сопротивление фаз обмотки статора двигателя. На какое напряжение можно включить двигатель при соединении фаз обмотки статора треугольником и неизменной мощности двигателя? Построить векторную диаграмму.

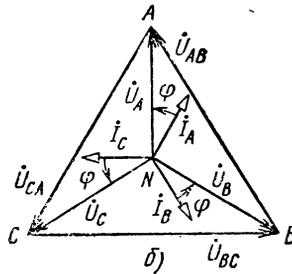
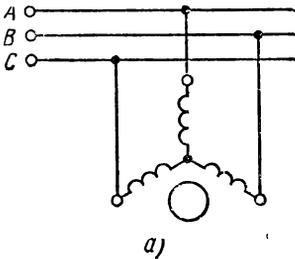


Рис. 3.18

**Решение.** Потребляемая двигателем мощность

$$P = P_{\text{ном}}/\eta = 10/0,82 \approx 12,2 \text{ кВт.}$$

Ток в подводящих проводах

$$I = \frac{P}{\sqrt{3}U \cos \varphi} = \frac{12200}{1,73 \cdot 220 \cdot 0,87} = 37 \text{ А.}$$

Мощность одной фазы

$$P_{\phi} = P/3 = 4,07 \text{ кВт.}$$

Сопротивления фаз обмотки статора двигателя

$$R = P_{\phi}/I^2 = 4070/37^2 \approx 3 \text{ Ом,}$$

$$Z = U_{\phi}/I = 127/37 = 3,43 \text{ Ом, } X = Z \sin \varphi = 1,69 \text{ Ом.}$$

При соединении фаз обмотки статора треугольником двигатель может быть включен в сеть с напряжением 127 В, так как при этом его фазное напряжение будет таким же, как и при включении звездой с линейным напряжением 220 В. Векторная диаграмма приведена на рис. 3.18, б.

**3.19.** Трехфазный приемник, соединенный звездой, подключен к сети с линейным напряжением  $U = 220$  В (рис. 3.19, а). Сопротивления фаз обмотки приемника  $R = 3$  Ом и  $X_L = 4$  Ом. Пользуясь

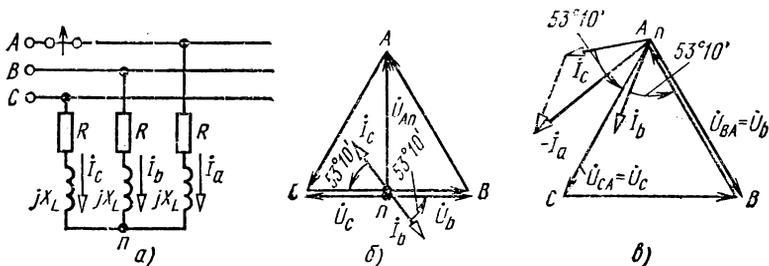


Рис. 3.19

векторными диаграммами, определить фазные напряжения и токи приемника при обрыве и коротком замыкании фазы  $a$ .

*Ответ:* при обрыве фазы  $a$

$$U_b = U_c = U/2, \quad U_{An} = \sqrt{3}U/2, \quad I_a = 0, \quad I_b = I_c = 22 \text{ А},$$

при коротком замыкании фазы  $a$

$$U_b = U_c = U = 220 \text{ В}, \quad U_a = 0, \quad I_b = I_c = 44 \text{ А}, \quad I_a \approx 76 \text{ А}.$$

Векторные диаграммы представлены на рис. 3.19, б, в.

#### ПОВЫШЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА МОЩНОСТИ.

#### ЭЛЕКТРОБЕЗОПАСНОСТЬ В ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЯХ

**3.20.** Для повышения коэффициента мощности трехфазной установки (см. задачу 3.10) до  $\cos \varphi = 0,95$  потребовалось подключение трехфазной батареи конденсаторов (рис. 3.20). Определить реактивную мощность батареи конденсаторов.

*Решение.* Коэффициент мощности трехфазной установки при включении батареи конденсаторов определяется по формуле

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}},$$

где  $P$  — общая активная мощность;  $Q_L$  — реактивная (индуктивная) мощность потребителей;  $Q_C$  — реактивная мощность компенсирующего устройства.

Подставляя в формулу известные значения величин, определим реактивную мощность компенсирующего устройства  $Q_C$ :

$$0,95 = \frac{17,25}{\sqrt{(17,25)^2 + (9,88 - Q_C)^2}}, \quad Q_C^2 - 19,8Q_C + 65,5 = 0,$$

$$Q_C = 15,6 \text{ квар}, \quad Q_C = 4,2 \text{ квар}.$$

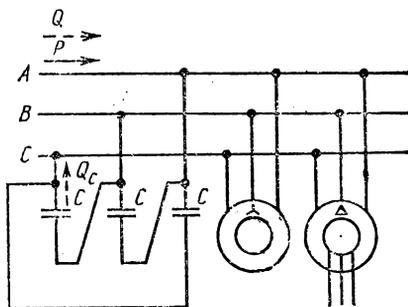


Рис. 3.20

3.21. Для повышения  $\cos \varphi$  двигателя  $D_1$  (в задаче 3.10) до  $\cos \varphi' = 0,9$  включена батарея конденсаторов. Определить емкость одной фазы батареи конденсаторов.

Ответ:  $C = 30,2$  мкФ.

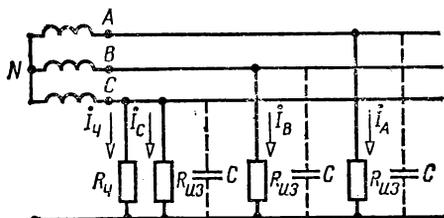


Рис. 3.22

3.22. На рис. 3.22 изображена схема замещения трехфазной трехпроводной сети с изолированной нейтралью, к одной из фаз которой (например, C) прикоснулся человек. Напряжение сети  $U_{\phi} = 220$  В. Определить значение тока, проходящего через тело человека.

Решение. Как известно, каждая сеть характеризуется определенной проводимостью изоляции, а также емкостью проводов относительно земли.

Если пренебречь емкостной проводимостью, сопротивление изоляции каждого из проводов обозначить  $R_{из}$ , а сопротивление тела человека через  $R_{ч}$ , то ток  $I_{ч}$  через тело человека можно будет определить по формуле  $I_{ч} = \frac{U_{\phi}}{R_{ч} + R_{из}/3}$ . Это выражение можно получить, воспользовавшись методом эквивалентного генератора: при замыкании ветви с  $R_{ч}$   $U_x = U_{\phi}$ , а  $Z_{вх} = R_{из}/3$ . Если в соответствии с ГОСТом сопротивление тела человека принять равным 1 кОм, а  $R_{из} = 10$  кОм, то  $I_{ч} = \frac{220}{(1 \cdot 10^3) + (10/3) \cdot 10^3} = 0,05$  А.

Такое значение тока опасно для жизни человека.

3.23. Определить ток, проходящий через тело человека, если он прикоснется к одной из исправных фаз (рис. 3.22) при коротком замыкании одной из фаз на землю.

Ответ.  $I_{ч} = \sqrt{3} U_{\phi} / R_{\phi} = \sqrt{3} \cdot 220 / (1 \cdot 10^3) = 0,38$  А.

3.24. Типовой расчет. Трехфазные цепи.

### Цель работы

Расчет зависимости режима трехфазного симметричного приемника от емкости компенсирующего конденсатора

### Исходные данные

Схема замещения исследуемой трехфазной цепи приведена на рис. 3.24, а. Сопротивления линии электропередачи  $Z_1 = (1 + j)$  Ом,  $X_{сл} = 1000$  Ом. Переменные параметры схемы замещения, зависящие от номера учебной группы  $K$  и номера студента в группе  $J$ , приведены в табл. 3.24, а также выражаются формулой

$$\underline{Z} = (1 + J) + j(K + 2J) \text{ Ом.}$$

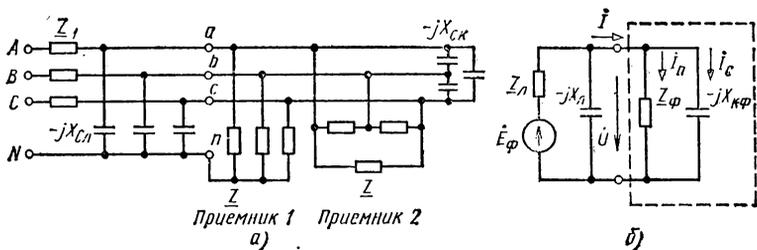


Рис. 3.24

Т а б л и ц а 3.24

| К (номер группы) | $E_{\phi}$ , В | Включен приемник, номер | Вид аварийного режима                                  |
|------------------|----------------|-------------------------|--|
| 1                | 127            | 1                       | Обрыв линии А  |
| 2                | 127            | 1                       | Короткое замыкание фазы А и обрыв нейтрального провода |
| 3                | 220            | 1                       | Обрыв линии В  |
| 4                | 220            | 1                       | Короткое замыкание фазы В и обрыв нейтрального провода |
| 5                | 127            | 2                       | Обрыв линии С  |
| 6                | 127            | 2                       | Обрыв линии В и нейтрального провода                   |
| 7                | 220            | 2                       | Обрыв фазы АВ  |
| 8                | 220            | 2                       | Обрыв фазы СА и нейтрального провода                   |

В нормальном режиме приемник симметричный. Частота сети  $f = 50$  Гц.

### Содержание работы

1. Полагая  $Z_l = 0$ ,  $C_{л} = 0$  и  $C_{к} = 0$ , найти токи в нормальном и аварийном режимах. Построить векторную диаграмму токов (ВДТ) и топографическую диаграмму напряжений (ТДН).

2. Для нормального режима найти параметры схемы замещения одной фазы цепи (рис. 3.24, б).

3. Рассчитать емкость компенсирующего конденсатора  $C_{к0}$ , при которой коэффициент мощности фазного приемника, выделенного пунктиром на рис. 3.24, б,  $\lambda = 1,0$ .

4. Рассчитать и построить зависимости фазных напряжений приемника, токов источника и приемника, коэффициента мощности от емкости  $C_{кф}$  в интервале  $(0-2)C_{к0}$ . Построить ВДТ и ТДН для схемы рис. 3.24, б в режиме  $\lambda = 1,0$ .

### Методические указания

1. Схему замещения одной фазы составляют путем эквивалентного преобразования всех приемников, соединенных треугольником, к схеме «звезда» (рис. 3.24, б).

2. Емкость  $C_{к0}$  рассчитывают по формуле, выражающей условие резонанса токов на участке с параллельным соединением  $Z_{\phi}$  и  $-jX_{к\phi}$ .

3. Расчет зависимости фазного напряжения приемника  $U_{\phi}(C_{к\phi})$  производят на ЭВМ с использованием готовой программы\*. Исходные данные для расчета готовят по приводимому образцу:

|  |              |
|--|--------------|
| Т5-82  | Иванов И. И. |
| $K = 5$  | $J = 13$     |
| Вычислить значения:  |              |
| $\dot{U}(C_k) = \frac{\frac{1}{1+j} \cdot 220}{\frac{1}{1+j} - \frac{1}{j1000} + \frac{1}{7+j15} - \frac{314C_k}{j}};$ |              |
| $C_k = (0 - 350) \cdot 10^{-6}$ с шагом $35 \cdot 10^{-6}$ .   |              |

Образец распечатки результатов расчета на ЭВМ приведен в следующей таблице:

| $K = 5$   |           | $J = 13$   |           |
|-----------|-----------|------------|-----------|
| $C_k$     | $Re U$    | $Im U$     | $U$       |
| 0,100E-17 | 0,118E+03 | -0,365E+01 | 0,118E+03 |
| .....     | .....     | .....      | .....     |
| 0,366E-03 | 0,131E+03 | 0,110E+02  | 0,131E+03 |

В этой распечатке приведены действительная  $Re U$  и мнимая  $Im U$  части, а также модуль  $U$  фазного напряжения приемника.

4. Фазный ток источника рассчитывают по полной мощности приемника с компенсирующим конденсатором:

$$I = S/U, \quad \text{где } S = \sqrt{P^2 + Q^2},$$

$$P = R_{\phi} I_{\pi}^2, \quad Q = X_{\phi} I_{\pi}^2 - U^2/X_{к\phi}.$$

5. Коэффициент мощности приемника с компенсирующим конденсатором равен  $\lambda = P/S$ .

6. Топографические диаграммы строят при допущении  $\dot{V}_N = 0$  (комплексный потенциал точки  $N$  равен нулю).

Распечатка программы вычислений приведена в Приложении 3.1.

\* По формуле междуузлового напряжения.

## Программа вычислений к задаче 3.24

```

С ТИПОВОЙ РАСЧЕТ ЧАСТЬ 2 - ТРЕХФАЗНЫЕ ПЕЧИ
REAL IE, MU, IP, IU, KMW, M(3), R(3), X(3)
LOGICAL *1 P(84)
DATA R/1., 0., 0., /, X/1., 1000., 0., /, P/84 * '-' /
TYPE 10
10 FORMAT ('НОМЕР ПЕРВОЙ ГРУППЫ?')
ACCEPT 1, KN
FORMAT (I6)
TYPE 20
20 FORMAT ('НОМЕР ПОСЛЕДНЕЙ ГРУППЫ?')
ACCEPT 1, KK
TYPE 30
30 FORMAT ('НОМЕР ПЕРВОГО СТУДЕНТА?')
ACCEPT 1, JN
TYPE 40
40 FORMAT ('НОМЕР ПОСЛЕДНЕГО СТУДЕНТА?')
ACCEPT 1, JK
DO K=KN, KK
IF (K.EQ.1.OR.K.EQ.2.OR.K.EQ.5.OR.K.EQ.6) E=127.
IF (K.EQ.3.OR.K.EQ.4.OR.K.EQ.7.OR.K.EQ.11) E=220.
DO J=JN, JK
WRITE (1,51) K,K
51 FORMAT ('K=',12,36X,'K=',I2)
WRITE (1,52) J,J
52 FORMAT ('J=',12,36X,'J=',I2)
WRITE (1,53) P,P
53 FORMAT (X,84A1,/, ' N', 8X, 'IE', 9X, 'IP', 9X, 'KMW', 8X, 'CK'.
* 9X, 'RU', 9X, 'IU', 9X, 'MU', /, X, 84A1)
IF (K.LE.4) GO TO 60
R(3)=(1+J)/3.
X(3)=(K+2+J)/3
GO TO 61
60 R(3)=J+1.
X(3)=K+2.*J
61 M(3)=R(3)**2+X(3)**2
CK=X(3)/M(3)/314.
CM=2.*CK
A1=0.
B1=0.
DO 170 I=1,3
M(I)=R(I)**2+X(I)**2
A1=A1+(R(I)*R(I)+X(I)*X(I))/M(I)
B1=B1+((R(I)*X(I)-R(I)*X(I))/M(I))
170 CONTINUE
DO 180 N=0,100
IF (N.EQ.0) C=.1E-17
IF (N.NE.0) C=CM*N/100.
X4=1./ (314.*C)
A=A1-X(1)/X4
B=B1+R(1)/X4
AB=A**2+B**2
RU=E*A/AB
IU=-E*B/AB
MU=SQRT(RU**2+IU**2)
IP=MU/SQRT(M(3))
S=SQRT((R(3)*(IP**2))**2+(X(3)*(IP**2)-(MU**2)/X4)**2)
IE=S/MU
KMW=R(3)*(IP**2)/S
WRITE (1,160) N, IE, IP, KMW, C, RU, IU, MU, P
160 FORMAT(X,I3,'7 (E11.3), /, 84A1)
180 CONTINUE
190 CONTINUE
200 CONTINUE
CALL CLOSE (1)
STOP
END

```

**ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ**

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ. ЗАКОНЫ КОММУТАЦИИ**

4.1. Записать систему уравнений по законам Кирхгофа для цепи рис. 4.1 в переходном режиме после замыкания выключателя.

Ответ:

$$\begin{cases} i = i_1 + i_2, \\ E = u_{R_2} + u_C, \\ E + e_L = u_{R_1}; \end{cases} \quad \begin{cases} i = i_1 + i_2, \\ E = R_2 i_2 + \frac{1}{C} \int i_2 dt, \\ E = R_1 i_1 + L \frac{di_1}{dt}. \end{cases}$$

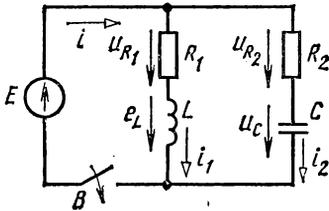


Рис. 4.1

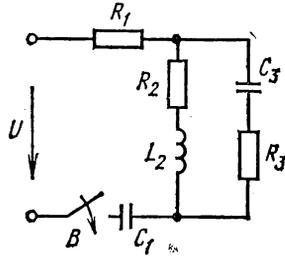


Рис. 4.3

4.2. Определить начальные значения токов  $i$ ,  $i_1$  и  $i_2$ , а также э. д. с. самоиндукции  $e_L$  после замыкания выключателя в цепи рис. 4.1, если  $E = 100$  В,  $R_1 = R_2 = 10$  Ом, напряжение на конденсаторе до замыкания ключа было равно нулю.

Решение. Первый закон коммутации гласит о том, что ток в ветви с индуктивной катушкой не может изменяться скачком. В первый момент переходной ток сохраняет значение, которое он имел в момент, предшествующий коммутации, отсюда  $i_1(0_+) = 0$ . По второму закону коммутации, напряжение на конденсаторе не может измениться скачком. Значение этого напряжения в момент после коммутации  $u_C(0_+) = 0$ . Тогда  $i(0_+) = i_2(0_+) = E/R_2 = 10$  А,  $e_L(0_+) = E = 100$  В.

4.3. На каких элементах цепи рис. 4.3 напряжения в первый момент после замыкания выключателя отличны от нуля?

Ответ: в первый момент после коммутации напряжения отличны от нуля на индуктивном элементе  $L_2$ , а также на резисторах  $R_1$  и  $R_3$ .

4.4\*. Определить начальные и установившиеся значения токов  $i$ ,  $i_1$  и  $i_2$ , а также э. д. с. самоиндукции  $e_L$  после замыкания выключателя в цепях рис. 4.4, а—в, если  $U = 100$  В,  $R = 10$  Ом,  $L = 10$  мГн,  $C = 2$  мкФ.

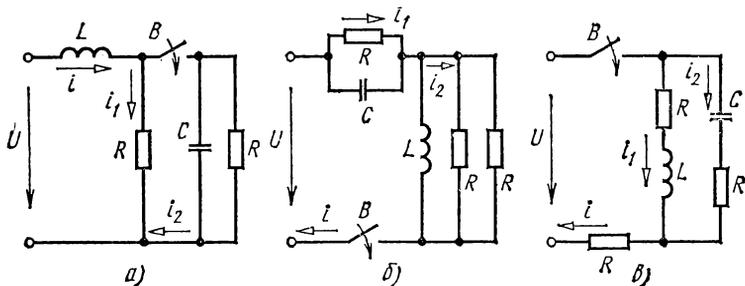


Рис. 4.4

Ответы даны в табл. 4.4.

Таблица 4.4

| Электрическая величина | Начальные значения |     |    | Установившиеся значения |    |   |
|------------------------|--------------------|-----|----|-------------------------|----|---|
|                        | Схема              |     |    |                         |    |   |
|                        | а                  | б   | в  | а                       | б  | в |
| $i$ , А                | 10                 | 20  | 5  | 20                      | 10 | 5 |
| $i_1$ , А              | 0                  | 0   | 0  | 10                      | 10 | 5 |
| $i_2$ , А              | 10                 | 20  | 5  | 10                      | 0  | 0 |
| $e_L$ , В              | 100                | 100 | 50 | 0                       | 0  | 0 |

**ЗАРЯДКА И РАЗРЯДКА КОНДЕНСАТОРА, ПОДКЛЮЧЕННОГО ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО С РЕЗИСТОРОМ К ИСТОЧНИКУ ПОСТОЯННОГО НАПРЯЖЕНИЯ**

4.5. Найти зависимость тока  $i$  и напряжения  $u_C$  от времени в схеме рис. 4.5, а после замыкания выключателя, если  $U = 220$  В,  $C = 100$  мкФ,  $R = 100$  Ом.

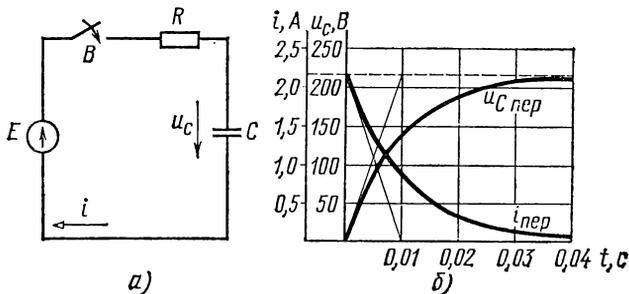


Рис. 4.5

Решение. Согласно второму закону Кирхгофа, уравнение электрического состояния цепи в переходном режиме имеет вид

$$Ri_{\text{пер}} + u_{C_{\text{пер}}} = E, \text{ или } RC \frac{du_{C_{\text{пер}}}}{dt} + u_{C_{\text{пер}}} = E.$$

Переходное напряжение на конденсаторе  $u_{C_{\text{пер}}} = u_{C_Y} + u_{C_{\text{св}}}$ .

Установившееся напряжение  $u_{C_Y}$  находим при  $t \rightarrow \infty$  ( $du_C/dt = 0$ ):  $u_{C_Y} = E = 220 \text{ В}$ .

Свободное напряжение  $u_{C_{\text{св}}}$  определяется из решения однородного дифференциального уравнения:

$$RC \frac{du_{C_{\text{св}}}}{dt} + u_{C_{\text{св}}} = 0,$$

или

$$\frac{du_{C_{\text{св}}}}{dt} + \frac{1}{RC} u_{C_{\text{св}}} = 0.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$u_{C_{\text{св}}} = Ae^{pt},$$

где  $p = -1/(RC)$  — корень характеристического уравнения  $p + 1/(RC) = 0$ .

Переходное напряжение на конденсаторе

$$u_{C_{\text{пер}}} = u_{C_Y} + u_{C_{\text{св}}} = E + Ae^{pt} = E + Ae^{-t/\tau}. \quad (1)$$

Постоянная времени  $\tau = RC = 0,01 \text{ с}$ . Постоянную интегрирования  $A$  определяем из начальных условий с помощью второго закона коммутации. До коммутации конденсатор не был заряжен и напряжение на нем было равно нулю. Следовательно, в первый момент после замыкания выключателя напряжение  $u_{C_{\text{пер}}}(0_+)$  также будет равно нулю. Подставив это начальное условие в уравнение (1), найдем, что  $E + A = 0$ , т. е.  $A = -E$ . Окончательно имеем  $u_{C_{\text{пер}}} = E - Ee^{-t/\tau} = E(1 - e^{-t/\tau}) = 220(1 - e^{-t/0,01}) \text{ В}$ .

Переходный ток в цепи

$$i_{\text{пер}} = C \frac{du_{C_{\text{пер}}}}{dt} = CE \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{E}{R} e^{-t/\tau} = 2,2e^{-t/0,01} \text{ А}.$$

Временные зависимости переходного тока и напряжения на конденсаторе при его зарядке показаны на рис. 4.5, б.

4.6. Определить длительность переходного процесса при замыкании выключателя в цепи рис. 4.5, а, если считать, что он практически завершается через время  $t = 3\tau$ . Параметры цепи:  $R = 6 \text{ кОм}$ ,  $C = 6 \text{ мкФ}$ .

Ответ:  $t = 0,108 \text{ с}$ .

4.7. Значения параметров цепи рис. 4.7, а равны  $R_1 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 30 \text{ Ом}$ ,  $C_3 = 100 \text{ мкФ}$ . Найти начальные и установившиеся значения токов  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$ , напряжений  $u_C$ ,  $u_{R_1}$ , а также привести примерный вид зависимостей  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$ ,  $i_3(t)$ ,  $u_{R_1}(t)$ ,  $u_C(t)$ , если цепь включается на постоянное напряжение  $U = 220 \text{ В}$ .

Ответ:  $i_1(0_+) = i_3(0_+) = U/R_1 = 11 \text{ А}$ ,  $i_2(0_+) = 0$ ,  $u_C(0_+) = 0$ ,

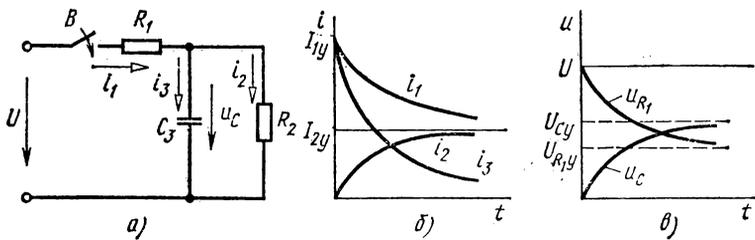


Рис. 4.7

$u_c(0_+) = 0$ ,  $u_{R_1}(0_+) = 220$  В,  $i_{1y} = i_{2y} = U/(R_1 + R_2) = 4,4$  А,  $i_{3y} = 0$ ,  $u_{C,y} = 132$  В,  $u_{R_2,y} = 88$  В.

Примерный вид зависимостей приведен на рис. 4.7, б, в.

4.8. До какого напряжения надо предварительно зарядить конденсатор (см. задачу 4.7), чтобы в цепи сразу после замыкания выключателя наступил установившийся режим?

Ответ: до напряжения  $U_C = 132$  В.

4.9. Конденсатор емкостью  $C = 1500$  мкФ, заряженный до напряжения  $U = 100$  В, разряжается на резистор сопротивлением  $R = 20$  Ом (рис. 4.9, а). Определить время разрядки конденсатора до напряжения, равного 5 В.

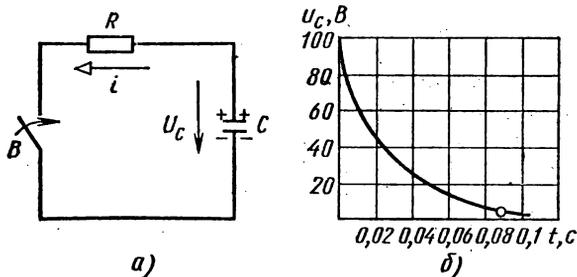


Рис. 4.9

Решение. Уравнение электрического состояния цепи рис. 4.9, а имеет вид  $u_{C \text{ пер}} - Ri_{\text{пер}} = 0$ . Ток при разрядке конденсатора не совпадает по направлению с напряжением  $u_C$ , поэтому

$$i_{\text{пер}} = -C \frac{du_{C \text{ пер}}}{dt}.$$

Тогда уравнение для переходного напряжения примет вид

$$RC \frac{du_{C \text{ пер}}}{dt} + u_{C \text{ пер}} = 0.$$

Решение этого уравнения

$$u_{C \text{ пер}} = Ae^{-t/(RC)}.$$

Поскольку  $u_C(0_+) = 100$  В, постоянная интегрирования  $A = U = 100$  В и переходное напряжение на конденсаторе при его разрядке  $u_{C \text{ пер}} = Ue^{-t/(RC)} = 100e^{-t/0,03}$  В.

Согласно экспоненциальной кривой на рис. 4.9, б, напряжение на конденсаторе достигнет 5 В, т. е. 5 % от своего первоначального значения за время  $t = 3\tau = 3 \cdot 0,03 = 0,09$  с.

4.10. Построить зависимость переходного напряжения на конденсаторе от времени в цепи рис. 4.10, а при поочередном переключении выключателя в положения I и II. Напряжение  $U_{вх} = 5$  В,  $R_1 = 75$  Ом,  $R_2 = 25$  Ом,  $C = 1$  мкФ. Коммутация начинается с установки выключателя в положение I, время зарядки и разрядки конденсатора  $t = 4\tau$ .

Решение. При установке переключателя в положение I в цепи возникает ток и конденсатор заряжается в течение времени  $t_{зар} = 4\tau_1 = 4R_1C = 300$  мкс.

Переходное напряжение на конденсаторе увеличивается по экспоненциальному закону  $u_{C\text{ пер}} = U(1 - e^{-t/\tau_1})$  и через 300 мкс, т. е. к моменту переключения выключателя в положение II,  $u_{C\text{ пер}} = 5(1 - e^{-4}) = 4,92$  В. После установки переключателя в положение

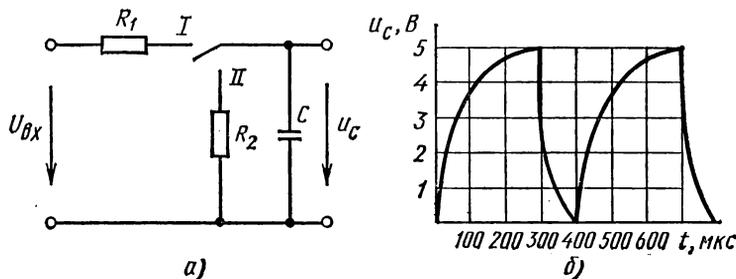


Рис. 4.10

II начинается разрядка конденсатора от значения  $u_C = 4,92$  В, которая будет продолжаться в течение времени  $t_{раз} = 4\tau_2 = 4R_2C = 100$  мкс. При этом напряжение на конденсаторе будет изменяться в соответствии с экспоненциальной зависимостью  $u_{C\text{ пер}} = 4,92 e^{-t/\tau_2}$ . Через 100 мкс оно снизится до 0,088 В. Кривая изменения напряжения на конденсаторе показана на рис. 4.10, б. Она построена по данным табл. 4.10.

Т а б л и ц а 4.10

|                       | $t$       | 0    | $0,5\tau$ | $\tau$ | $2\tau$ | $3\tau$ | $4\tau$ |
|-----------------------|-----------|------|-----------|--------|---------|---------|---------|
| Зарядка конденсатора  | $u_C$ , В | 0    | 1,97      | 3,18   | 4,35    | 4,75    | 4,92    |
| Разрядка конденсатора | $u_C$ , В | 4,92 | 2,98      | 1,8    | 0,665   | 0,246   | 0,088   |

Рассмотренная схема является моделью простейшего генератора пилообразного напряжения. Параметры элементов цепи подобраны таким образом, что напряжение на конденсаторе является периоди-

ческой функцией времени, при этом постоянное напряжение, подаваемое на вход цепи, преобразуется в несинусоидальное напряжение пилообразной формы.

**ПЕРЕХОДНЫЙ ПРОЦЕСС В ЦЕПИ,  
СОДЕРЖАЩЕЙ ИНДУКТИВНУЮ КАТУШКУ  
И РЕЗИСТОР, ПОДКЛЮЧЕННЫЕ К ИСТОЧНИКАМ  
ПОСТОЯННОГО И СИНУСОИДАЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЙ**

4.11. Катушка с активным сопротивлением  $R = 10$  Ом и индуктивностью  $L = 100$  мГн подключается к источнику постоянной э. д. с.  $E = 110$  В (рис. 4.11, а). Построить зависимость тока в катушке от

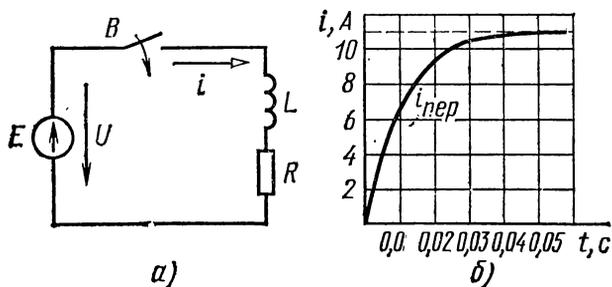


Рис. 4.11

времени и определить энергию магнитного поля для момента времени  $t = 0,01$  с после замыкания выключателя и в установившемся режиме.

Решение. Уравнение электрического состояния цепи после замыкания выключателя имеет вид

$$L \frac{di_{\text{пер}}}{dt} + Ri_{\text{пер}} = E.$$

Для свободного тока справедливо уравнение

$$\frac{di_{\text{св}}}{dt} + \frac{R}{L} i_{\text{св}} = 0$$

с решением  $i_{\text{св}} = Ae^{-(R/L)t} = Ae^{-t/\tau}$ , где  $\tau = L/R = 0,01$  с — постоянная времени.

Переходный ток в цепи определяется суммой установившегося и свободного токов:  $i_{\text{пер}} = i_y + i_{\text{св}} = E/R + Ae^{-t/\tau}$ . Для определения постоянной интегрирования воспользуемся первым законом коммутации. До замыкания выключателя ток в индуктивной катушке был равен нулю; следовательно, в первый момент после замыкания выключателя ток будет также равен нулю, т. е.  $i(0_+) = E/R + A = 0$ . Отсюда  $A = -E/R$ , а  $i_{\text{пер}} = E/R(1 - e^{-t/\tau}) = 11(1 - e^{-t/0,01})$  А. Ток в цепи нарастает до установившегося значения в соответствии с экспоненциальной зависимостью (рис. 4.11, б). При  $t = 0,01$  с мгновенное значение тока  $i = 6,95$  А, а энергия магнитного поля катушки

$W_m = Li^2/2 = 0,1 \cdot 6,95^2/2 = 2,42$  Дж. В установившемся режиме  $W_m = 0,1 \cdot 11^2/2 = 6$  Дж.

**4.12.** Как изменяется установившийся ток, энергия, запасенная в магнитном поле катушки, и длительность переходного процесса в условиях задачи 4.11, если индуктивность катушки возрастет в два раза?

*Ответ:* установившийся ток  $i_y = E/R$  не зависит от индуктивности катушки. Энергия магнитного поля и длительность переходного процесса возрастут в два раза.

**4.13.** Катушка, активное сопротивление которой  $R = 2,75$  Ом и индуктивность  $L = 0,55$  Гн, подключается к источнику постоянной э. д. с.  $E = 110$  В. Записать выражение для переходного тока в цепи. Через какое время ток в катушке достигнет 50% от своего установившегося значения?

*Ответ:*  $i_{\text{пер}} = 40(1 - e^{-t/0,2})$  А,  $t = 32,2$  мс.

**4.14.** Катушка, активное сопротивление которой  $R = 4$  Ом, включается в сеть постоянного тока напряжением  $U = 24$  В. Найти зависимость тока в катушке от времени при переходном процессе. Чему равна индуктивность катушки, если ток в ней через 0,25 с после включения равен 95% от своего установившегося значения?

*Ответ:*  $i = 6(1 - e^{-t/\tau})$  А,  $L = 0,33$  Гн.

**4.15.** Начертить примерный вид графиков  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$  и  $i_3(t)$  для цепи рис. 4.15, а в переходном режиме, вызванном замыканием выключателя.

*Ответ:* графики изменений во времени переходных токов приведены на рис. 4.15, б.

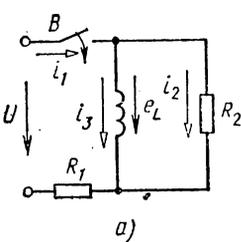


Рис. 4.15

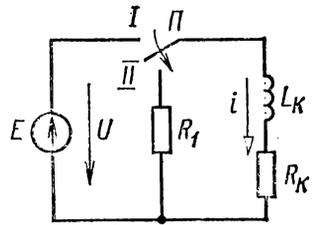
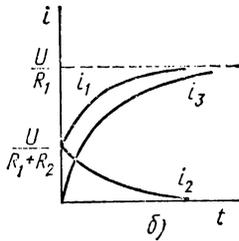


Рис. 4.16

**4.16.** Катушка, активное сопротивление которой  $R_k = 4$  Ом и индуктивность  $L_k = 5$  Гн, отключается от источника постоянного напряжения  $U = 110$  В и замыкается на разрядный резистор сопротивлением  $R_1 = 6$  Ом (рис. 4.16). Найти значение тока для момента времени  $t = 1$  с после отключения катушки. Определить напряжение на резисторе  $R_1$  в начальный момент после коммутации. Подсчитать тепловую энергию, выделенную в разрядном резисторе  $R_1$  в течение первой секунды.

*Решение.* Когда переключатель II находился в положении I, ток в цепи

$$I = U/R_k = 110/4 = 27,5 \text{ А.}$$

После коммутации, т. е. перевода переключателя в положение II, электрическое состояние цепи описывается уравнением

$$L_k \frac{di_{\text{пер}}}{dt} + (R_k + R_1) i_{\text{пер}} = 0,$$

или

$$\frac{di_{\text{пер}}}{dt} + \frac{(R_k + R_1)}{L} i_{\text{пер}} = 0.$$

Решением этого уравнения является выражение

$$i_{\text{пер}} = i_{\text{св}} = Ae^{-t/\tau},$$

где  $\tau = L_k / (R_1 + R_k) = 0,5$  с.

Найдем постоянную интегрирования  $A$ . Так как, согласно первому закону коммутации, ток в катушке не может изменяться скачком, то в момент переключения, т. е. при  $t = 0$ ,  $i(0_+) = i(0_-) = A = 27,5$  А. Следовательно, выражение для переходного тока имеет вид  $i_{\text{пер}} = 27,5e^{-2t}$  А. При  $t = 1$  с ток  $i = 27,5 \cdot 0,135 = 3,71$  А.

Энергия, выделенная в виде теплоты в резисторе  $R_1$  в течение первой секунды,

$$W = \int_{t=0}^{t=1} R_1 i_{\text{пер}}^2 dt = 6 \cdot 27,5^2 \int_{t=0}^{t=1} e^{-4t} dt = 6 \cdot 27,5^2 \frac{1 - e^{-4}}{4} = 1110 \text{ Дж.}$$

Напряжение на резисторе  $R_1$  в начальный момент после коммутации  $U_{R_1}(0_+) = R_1 i(0_+) = 6 \cdot 27,5 = 165$  В, т. е. оно оказалось выше напряжения источника питания, так как  $R_1 > R_k$ . Указанное обстоятельство следует иметь в виду при коммутации цепей, содержащих индуктивные элементы, так как возникающие при этом перенапряжения могут вывести из строя аппаратуру.

**4.17.** Определить зависимость э. д. с. самоиндукции катушки от времени при переходном процессе, вызванном отключением катушки от источника постоянной э. д. с. и подключением ее к разрядному резистору (рис. 4.16).

Решение. Переходный ток в цепи  $i_{\text{пер}} = \frac{U}{R_k} e^{-t/\tau}$ , где  $\tau = L_k / (R_k + R_1)$ .

Э. д. с. индуктивной катушки

$$e_{L_{\text{пер}}} = -L_k \frac{di_{\text{пер}}}{dt} = \frac{R_k + R_1}{R_k} U e^{-t/\tau}.$$

При разрыве рассматриваемой цепи и отсутствии разрядного резистора э. д. с. самоиндукции стремится к бесконечности, что приводит к возникновению дуги между контактами, разрывающими цепь.

**4.18.** Для определения активного сопротивления  $R$  индуктивной катушки собрана цепь постоянного тока, схема которой приведена на рис. 4.18. Вольтметр имеет внутреннее сопротивление  $R_V = 10$  кОм. При подключении цепи к источнику постоянного напряжения приборы показали: амперметр—1 А, вольтметр—100 В. Определить

напряжение на зажимах вольтметра в момент отключения цепи от источника.

Решение. Сопротивление катушки  $R_k = U_V / I_A = 100$  Ом. Переходный ток в цепи  $i_{пер} = \frac{U}{R_k} e^{-t/\tau}$ , где  $\tau = L / (R_k + R_V)$ . В начальный момент после размыкания выключателя  $i(0_-) = i(0_+) = U / R_k = 1$  А, тогда напряжение на зажимах вольтметра  $U_V(0_+) = R_V i(0_+) = 10$  кВ.

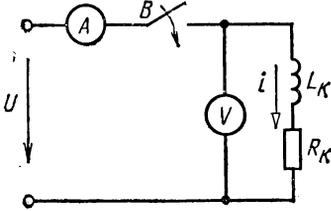
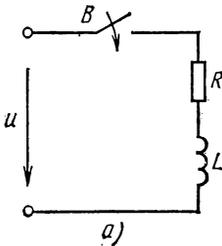


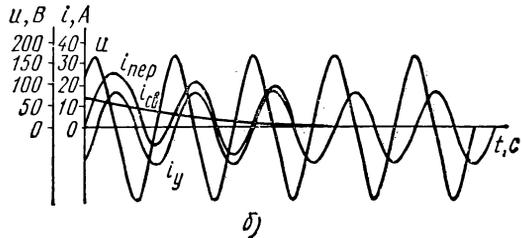
Рис. 4.18

Большое напряжение, возникающее на зажимах вольтметра, может вызвать пробой изоляции, поэтому перед отключением катушки следует разомкнуть цепь вольтметра и предусмотреть в цепи разрядный резистор.

**4.19.** Определить наибольшее мгновенное значение тока в катушке, сопротивление которой  $R = 1$  Ом и индуктивность  $L = 31,4$  мГн, при включении ее в сеть синусоидального напряжения  $U = 127$  В (рис. 4.19, а). Включение происходит в момент, когда мгновенное значение напряжения равно половине его положительного амплитудного значения. Частота сети  $f = 50$  Гц.



а)



б)

Рис. 4.19

Решение. Определяем начальную фазу синусоидального напряжения:  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ . При  $t = 0$

$$u(0) = U_m \sin \psi_u, \quad \sin \psi_u = u(0) / U_m = 0,5, \quad \psi = 30^\circ.$$

Для определения тока в катушке в установившемся режиме находим

$$X_L = L\omega = 31,4 \cdot 10^{-3} \cdot 314 = 9,9 \text{ Ом}, \quad \underline{Z} = R + jX_L = 1 + j9,9 = 10e^{j84^\circ} \text{ Ом}.$$

Тогда ток в катушке в установившемся режиме

$$\underline{i}_y = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{127e^{j30^\circ}}{10e^{j84^\circ}} = 12,7e^{-j54^\circ} \text{ А}, \quad i_y = 18 \sin(\omega t - 0,94) \text{ А}.$$

Свободная составляющая тока катушки  $i_{св} = Ae^{-t/\tau}$ , где  $\tau = L/R = 0,0314$  с.

Переходный ток  $i_{пер} = i_y + i_{св} = 18 \sin(\omega t - 0,94) + Ae^{-t/\tau}$ . При  $t = 0$   $i(0_+) = 0$ ,  $-18 \sin(-0,94) = A$ , откуда  $A = 14,6$  А.

Окончательное уравнение для тока имеет вид

$$i_{\text{пер}} = 18 \sin(\omega t - 0,94) + 14,6e^{-t/0,0314}.$$

По этому уравнению построены кривые зависимости токов  $i_{\text{пер}}$ ,  $i_y$  и  $i_{\text{св}}$  от времени (рис. 4.19, б). Из графика видно, что наибольшее мгновенное значение тока цепи равно 26 А.

#### ПЕРЕХОДНЫЙ ПРОЦЕСС ПРИ РАЗРЯДКЕ КОНДЕНСАТОРА НА ЦЕПЬ С РЕЗИСТОРОМ И ИНДУКТИВНОЙ КАТУШКОЙ

4.20. Конденсатор емкостью  $C = 100$  мкФ, заряженный до напряжения  $U = 100$  В, разряжается на индуктивную катушку с индуктивностью  $L_k = 100$  мГн и сопротивлением  $R_k = 20$  Ом (рис. 4.20, а). Найти зависимость переходного напряжения от времени и построить в общем виде график  $u_{C \text{ пер}}(t)$ .

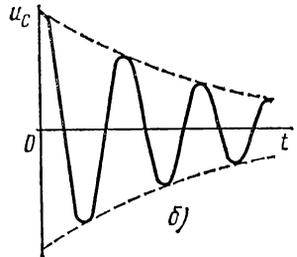
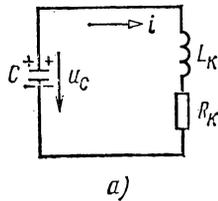


Рис. 4.20

Решение. Для рассматриваемой цепи установившееся напряжение  $u_{C \text{ у}} = 0$  и напряжение на конденсаторе при переходном процессе определяется свободной составляющей, т. е.  $u_{C \text{ пер}} = u_{C \text{ св}}$ .

Электрическое состояние цепи описывается уравнением

$$L_k \frac{di_{\text{пер}}}{dt} + R_k i_{\text{пер}} + \frac{1}{C} \int i_{\text{пер}} dt = 0,$$

или при подстановке  $i_{\text{пер}} = \frac{C du_{C \text{ пер}}}{dt}$

$$\frac{d^2 u_{C \text{ пер}}}{dt^2} + \frac{R_k}{L_k} \frac{du_{C \text{ пер}}}{dt} + \frac{1}{L_k C} u_{C \text{ пер}} = 0.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$u_C = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}, \quad (2)$$

где  $A_1$  и  $A_2$  — постоянные интегрирования;  $p_1$  и  $p_2$  — корни характеристического уравнения  $p^2 + \frac{R_k}{L_k} p + \frac{1}{L_k C} = 0$ .

Постоянные интегрирования  $A_1$  и  $A_2$  определяем из начальных условий. На основании второго закона коммутации

$$u_C(0_+) = U = A_1 + A_2 = 100 \text{ В}. \quad (3)$$

На основании первого закона коммутации

$$i_C(0_+) = C(p_1 A_1 + p_2 A_2) = 0. \quad (4)$$

Решая совместно уравнения (3) и (4), находим постоянные интегрирования:

$$A_1 = -\frac{p_2 U}{p_1 - p_2} \text{ и } A_2 = \frac{p_1 U}{p_1 - p_2}.$$

Корни характеристического уравнения имеют следующие значения:

$$p_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

и

$$p_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}.$$

Так как  $R/(2L) = 100 < 1/\sqrt{LC} \approx 320$ , то корни характеристического уравнения являются сопряженно-комплексными:  $p_{1,2} = -\alpha \pm j\beta$ , где

$$\alpha = R/(2L) = 100 \text{ с и } \beta = \sqrt{1/(LC) - \alpha^2} = 300 \text{ с}.$$

Подставляя в (2) значения  $p_1$ ,  $p_2$  и производя преобразования, связанные с заменой полусумм и полуразностей экспонент от мнимого аргумента  $j\beta$  через тригонометрические функции, получаем

$$u_{C \text{ пер}} = U \frac{1}{\beta \sqrt{LC}} \cos(\beta t - \gamma) e^{-\alpha t},$$

где  $\gamma = \arctg \alpha/\beta$ ,

или

$$u_{C \text{ пер}} \approx 10^{-3} \cos(300t - 18,43) e^{-100t} \text{ В}.$$

Это выражение описывает затухающие колебания с угловой частотой  $\beta$  и коэффициентом затухания  $\alpha$ . График изменения напряжения  $u_C(t)$  изображен на рис. 4.20, б.

**4.21.** Найти закон изменения напряжения на конденсаторе (см. задачу 4.20), если последовательно с катушкой включить резистор сопротивления  $R = 43,3 \text{ Ом}$ .

Решение. В этом случае  $R/(2L) = 1/\sqrt{LC}$  и корни характеристического уравнения одинаковы и вещественны:

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} = -\frac{63,3}{200 \cdot 10^{-3}} = -316,5 \text{ с}^{-1}.$$

Выражение для напряжения на конденсаторе имеет вид

$$u_C = U (1 + \alpha t) e^{-\alpha t}, \text{ где } \alpha = 316,5 \text{ с}^{-1}.$$

Это соответствует предельному случаю аperiodического переходного процесса в рассматриваемой электрической цепи. Если разрядка конденсатора на индуктивную катушку имеет колебательный характер (рис. 4.20, б), то, включив последовательно с ней переменный резистор, можно изменением сопротивления резистора добиться аperiodического (экспоненциального) изменения напряжения на конденсаторе при его разрядке.

## ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩИЕ И ИНТЕГРИРУЮЩИЕ ЦЕПИ

**4.22.** Изобразить график мгновенных напряжений  $u_{\text{вых}}$  для цепи рис. 4.22, а, если зависимость входного напряжения  $u_{\text{вх}}$  от времени имеет вид, показанный на рис. 4.22, б. Параметры элементов цепи  $R$  и  $C$  и период  $T$  изменения входного напряжения подобраны таким образом, что  $u_C \gg u_R$ .

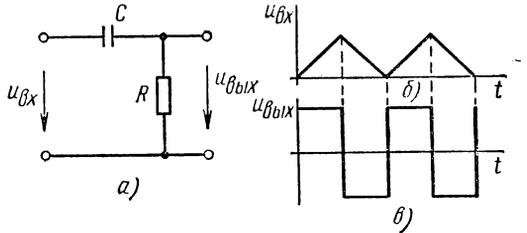


Рис. 4.22

**Решение.** Напряжение на выходе цепи пропорционально току:  $u_{\text{вых}} = Ri$ . Поскольку  $u_C \gg u_R$ , можно принять  $u_C \approx u_{\text{вх}}$ ; следовательно,  $i = C \frac{du_C}{dt} \approx C \frac{du_{\text{вх}}}{dt}$ . Тогда  $u_{\text{вых}} \approx Ri = RC \frac{du_{\text{вх}}}{dt}$  и цепь осуществляет операцию дифференцирования входного напряжения по времени. График зависимости выходного напряжения от времени приведен на рис. 4.22, в.

**4.23.** Решить задачу 4.22 при условии, что зависимость входного напряжения от времени имеет вид, приведенный на рис. 4.23, а.

**Ответ:** график зависимости выходного напряжения от времени приведен на рис. 4.23, б.

**4.24.** Определить зависимость от времени напряжения на выходе четырехполюсника рис. 4.24, а, если входное напряжение изменяется

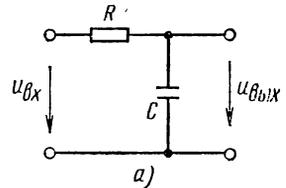


Рис. 4.24

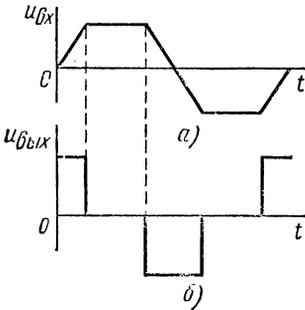


Рис. 4.23

во времени так, как показано на рис. 4.24, б. При решении задачи принято, что начальное значение напряжения на емкостном элементе равно нулю. Значения параметров цепи  $R$  и  $C$  подобраны таким образом, что на частоте основной гармоники входного сигнала обеспечивается неравенство  $u_C \ll u_R$ .

**Решение.** При заданных условиях можно считать, что  $u_{\text{вх}} \approx u_R$

и, следовательно,

$$i = \frac{u_R}{R} \approx \frac{u_{\text{вх}}}{R}, \text{ а } u_{\text{вых}} = u_C = \frac{1}{C} \int i dt \approx \frac{1}{RC} \int u_{\text{вх}} dt.$$

Рассматриваемый четырехполюсник является интегрирующим. График зависимости выходного напряжения от времени представлен на рис. 4.24, в.

4.25. Проанализируйте, как значение емкости конденсатора в дифференцирующей цепи рис. 4.22, а влияет на погрешность дифференцирования.

*Указание и ответ.* С увеличением емкости конденсатора на нем уменьшается падение напряжения, при этом условие  $u_C \gg u_R$  выполняется менее строго и погрешность дифференцирования возрастает.

4.26. Влияет ли период входного напряжения в схеме цепи рис. 4.22, а на погрешность дифференцирования?

*Указание и ответ.* При увеличении периода входного напряжения уменьшается частота основной гармоники и, следовательно, неравенство  $u_C \gg u_R$  становится более строгим, а операция дифференцирования выполняется с меньшей погрешностью.

4.27. Проанализируйте, как период входного напряжения в задаче 4.24 влияет на работу интегрирующего четырехполюсника.

*Указание и ответ.* При увеличении периода входного напряжения уменьшается частота основной гармоники интегрируемого сигнала и, следовательно, становится менее строгим неравенство  $u_C \ll \ll u_R$ , т. е. погрешность интегрирования возрастает.

**НЕЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА  
С ПОЛУПРОВОДНИКОВЫМИ ПРИБОРАМИ.  
СТАТИЧЕСКОЕ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ.  
МЕТОДЫ АНАЛИЗА НЕЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ  
ПОСТОЯННОГО ТОКА**

5.1. На рис. 5.1, а приведен рабочий участок вольт-амперной характеристики (в. а. х.) полупроводникового кремниевого стабилизатора — прибора, применяемого для стабилизации напряжения. Определить статическое и дифференциальное сопротивления стабилизатора.

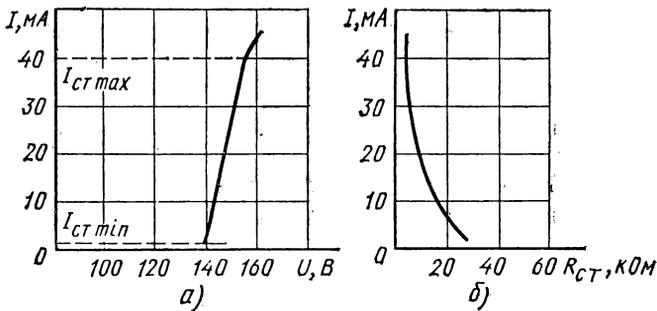


Рис. 5.1

Решение. Статическое сопротивление  $R_{ст}$  для любой точки характеристики определяется как отношение напряжения к току:  $R_{ст} = U_{ст}/I_{ст}$ . С ростом тока статическое сопротивление уменьшается, при этом напряжение на стабилизаторе остается практически постоянным. Зависимость  $R_{ст}(I)$  показана на рис. 5.1, б, сопротивление  $R_{ст}$  стабилизатора на рабочем участке в. а. х. изменяется от 27 до 4,56 кОм.

Для определения дифференциального сопротивления найдем по кривой  $I_{ст}(U_{ст})$  приращения напряжения  $\Delta U$  и тока  $\Delta I$  на рабочем участке:

$$\begin{aligned} \Delta U_A &= U_A - U_B = 162 - 145 = 17 \text{ В,} \\ \Delta I &= I_A - I_B = 40 - 5 = 35 \text{ мА.} \end{aligned}$$

Дифференциальное сопротивление стабилизатора

$$R_{диф} = \Delta U / \Delta I = 17 / (35 \cdot 10^{-3}) \approx 0,49 \text{ кОм.}$$

5.2. На рис. 5.2 представлена вольт-амперная характеристика нелинейного элемента. Определить сопротивления  $R_{ст}$  и  $R_{диф}$  для точки а характеристики.

Ответ:  $R_{ст} = U/I = 20/(1,5 \cdot 10^{-3}) \approx 13 \text{ кОм}$ ,  $R_{диф} = 6,6 \text{ кОм}$ .

5.3. Линейный элемент с сопротивлением  $R = 200 \text{ Ом}$  и нелинейный элемент (н. э.), вольт-амперная характеристика которого задана данными табл. 5.3, соединены последовательно и подключены к источнику питания с э. д. с.  $E = 200 \text{ В}$  (рис. 5.3, а). Определить ток в цепи и напряжение на нелинейном элементе.

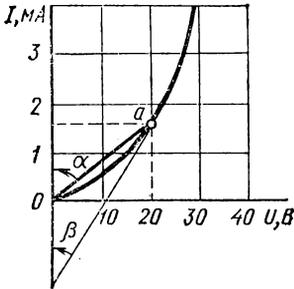
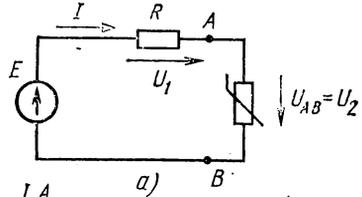


Рис. 5.2

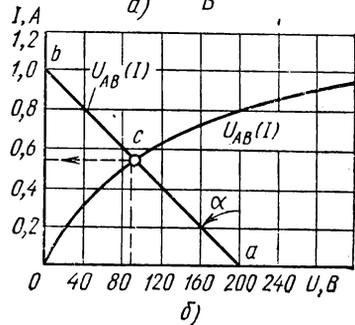


Рис. 5.3

Решение. Воспользуемся методом пересечения характеристик — графическим решением системы двух уравнений, выражающих связь между напряжением и током н. э.

Таблица 5.3

|                |   |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|----------------|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $U, \text{ В}$ | 0 | 20   | 40   | 60   | 80   | 100  | 120  | 160  | 200  | 240  |
| $I, \text{ А}$ | 0 | 0,22 | 0,36 | 0,45 | 0,53 | 0,60 | 0,65 | 0,76 | 0,80 | 0,86 |

Зависимость  $U_2(I) = U_{AB}(I)$  выражается, с одной стороны, вольт-амперной характеристикой нелинейного элемента, заданной табл. 5.3 (рис. 5.3, б), а с другой — уравнением  $U_2(I) = E - RI$ , составленным по второму закону Кирхгофа. Последнее уравнение является уравнением внешней характеристики активного двухполюсника, к которому подключен нелинейный элемент. Эта прямая может быть построена по двум точкам с координатами  $U_k = 0, I_k = E/R = 1 \text{ А}$  и  $I_x = 0, U_x = E = 200 \text{ В}$  (рис. 5.3, б). Точка  $c$  пересечения характеристик определяет корни этой системы уравнений:  $I = 0,55 \text{ А}$  и  $U = 85 \text{ В}$ . Прямую  $ab$  называют опрокинутой характеристикой линейного элемента, так как ее можно построить по-другому: провести прямую из точки  $a$  под углом  $\alpha$  к вертикали:

$$\operatorname{tg} \alpha = Rm_I/m_U = 200 \cdot 0,02/4 = 1; \alpha = 45^\circ.$$

Масштабы тока и напряжения соответственно равны

$$m_I = 0,02 \text{ А/мм}, \quad m_U = 4 \text{ В/мм}.$$

|              |   |    |      |    |       |      |     |
|--------------|---|----|------|----|-------|------|-----|
| $U_{ст}, В$  | 0 | 15 | 27,5 | 30 | 31,25 | 32,5 | 35  |
| $I_{ст}, МА$ | 0 | 5  | 10   | 20 | 70    | 120  | 140 |

5.4. На рис. 5.4 представлена схема стабилизатора напряжения. Определить напряжение на выходе стабилизатора  $U_{вых.ном}$ , если  $U_{вх.ном} = 50 В$ , сопротивление балластного резистора  $R_{б} = 0,25 кОм$ . Данные для вольт-амперной характеристики стабилитрона приведены в табл. 5.4.

Ответ:  $U_{вых.ном} = 32 В$ .

5.5. В условиях предыдущей задачи определить значение коэффициента стабилизатора напряжения  $K_{ст}$ , если

$$U_{вх} = U_{вх.ном} \pm \Delta U_{вх} = (50 \pm 10) В.$$

Указание и ответ. На рис. 5.5 методом пересечения характеристик (три параллельные прямые) найдено напряжение на выходе стабилизатора в номинальном режиме (точка А), а также приращение выходного напряжения (точки В и С)  $U_{вых} = U_{вых.ном} \pm \Delta U_{вых} = (32 \pm 0,7) В$ ,  $K_{ст} = \frac{\Delta U_{вх}}{U_{вх.ном}} / \frac{\Delta U_{вых}}{U_{вых.ном}} = \frac{10}{50} / \frac{0,7}{32} = 9,14$ . Коэффициент стабилизации  $K_{ст} = 9,14$  при условии работы стабилитрона на рабочем линейном участке в.а.х. при  $I_{ст min} < I_{ст} < I_{ст max}$ .

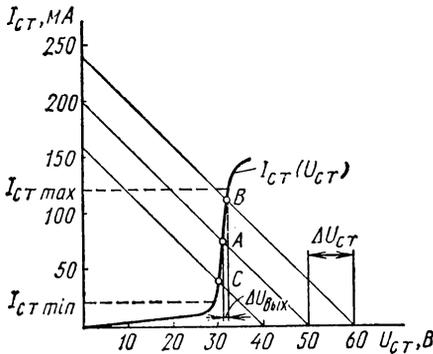


Рис. 5.5

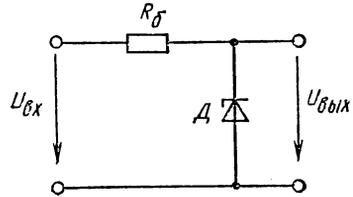


Рис. 5.4

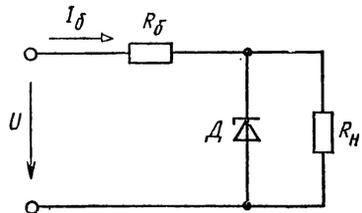


Рис. 5.6

5.6. Для стабилизации напряжения на нагрузке (рис. 5.6) параллельно ей подключен стабилитрон, вольт-амперная характеристика которого приведена на рис. 5.1, а. Напряжение источника питания  $U = 180 В$ . Определить мощность, выделяемую в балластном резисторе, если  $R_{б} = 4 кОм$ .

Ответ:  $P_{б} = R_{б} I_{б}^2 \approx 1,3 Вт$ .

5.7. На рис. 5.7, а изображена нелинейная характеристика генератора постоянного тока независимого возбуждения, к которому подключена нагрузка с сопротивлением  $R_{н} = 0,25 Ом$ . Определить ток в цепи.

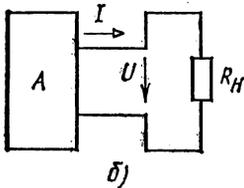
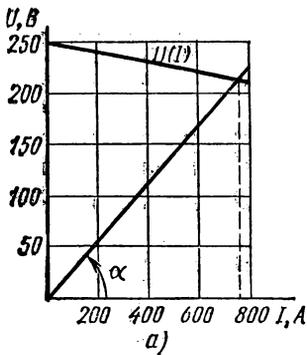


Рис. 5.7

Решение. Генератор представляет собой активный двухполюсник с нелинейной внешней характеристикой, к которому подключен линейный элемент (рис. 5.7, б). Решение проводим графическим методом пересечения характеристик (нелинейной  $U(I)$  и линейной  $U = R_H I$ ):

$$R_H = U/I = \frac{m_U}{m_I} \operatorname{tg} \alpha,$$

$$\operatorname{tg} \alpha = R_H m_I / m_U = 0,25 \frac{20}{5} = 1,$$

$$m_I = 20 \text{ А/мм}, \quad m_U = 5 \text{ В/мм}, \quad \alpha = 45^\circ.$$

Проводя прямую под углом  $\alpha = 45^\circ$  до пересечения с кривой, получаем значение тока  $I = 770 \text{ А}$  (рис. 5.7, а).

5.8. Внешняя характеристика генератора постоянного тока задана на рис. 5.8. Определить ток в цепи, если к зажимам генератора подключена нагрузка с сопротивлением  $R_H = 15 \text{ Ом}$ .

Ответ:  $I = 5,5 \text{ А}$ .

5.9. Характеристика холостого хода генератора параллельного возбуждения  $E(I_B)$  приведена на рис. 5.9. Определить сопротивление обмотки возбуждения  $R_B$ , если номинальный ток возбуждения генератора  $I_{B, \text{ном}} = 4,8 \text{ А}$ . Сопротивлением обмотки якоря пренебрегаем.

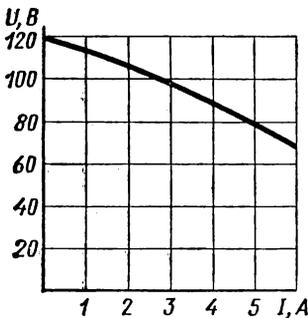


Рис. 5.8

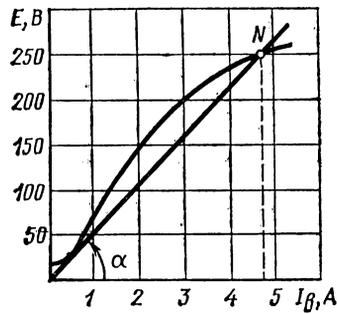


Рис. 5.9

Указание и ответ: в установившемся режиме уравнение электрического состояния цепи имеет вид  $E(I_B) = R_B I_B$ ; применяя метод пересечения характеристик, проводим из начала координат через точку  $I_{B, \text{ном}} = 4,8 \text{ А}$  на характеристике  $E(I_B)$  прямую  $U = R_B I$ ; наклон прямой к оси абсцисс определяется сопротивлением обмотки возбуждения  $R_B = \frac{m_U}{m_I} \operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{0,1} \cdot 1 = 50 \text{ Ом}$ ,  $m_U = 5 \text{ В/мм}$ ,  $m_I = 0,1 \text{ А/мм}$ .

5.10. В условиях предыдущей задачи определить напряжение на зажимах генератора, если сопротивление цепи обмотки возбуждения возрастает за счет включения добавочного резистора до 80 Ом.

Ответ:  $U \approx 15$  В.

5.11. На рис. 5.11, а представлена схема коллекторной цепи транзисторного усилителя, содержащая источник коллекторного питания  $E_k = 15$  В, резистор коллекторной цепи  $R_k = 2$  кОм и биполярный транзистор — управляемый нелинейный элемент. Семейство в. а. х. управляемого нелинейного элемента  $I_k(U_{кэ})_{I_б = \text{const}}$  приведено на рис. 5.11, б. В каких пределах в схеме рис. 5.11, а будет изменяться ток коллекторной цепи  $I_k$ , если пределы изменения тока базы  $0 \leq I_б \leq \leq 800$  мкА?

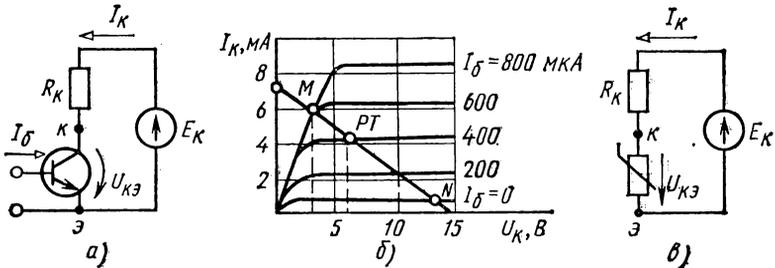


Рис. 5.11

Решение. Схема рис. 5.11, а может быть представлена в виде схемы рис. 5.11, в; нелинейный элемент в схеме рис. 5.11, в — управляемый нелинейный элемент, семейство в.а.х. которого приведено на рис. 5.11, б.

Применяем для схемы рис. 5.11, в метод пересечения характеристик (см. линию нагрузки, построенную по двум точкам:  $U_{кэ.х} = E_k$ ,  $I_{к.х} = 0$  и  $U_{кэ.к} = 0$ ,  $I_{к.к} = E_k/R_k$ ) и определяем диапазон изменения тока  $I_k$ , соответствующий заданному диапазону изменения тока базы  $I_б$ : при  $I_б = 0$   $I_k \approx 1$  мА (точка N на рис. 5.11, б), при  $I_б = 800$  мкА,  $I_k = 6$  мА (точка M на рис. 5.11, б). Следовательно, при  $0 \leq I_б \leq 800$  мкА для тока коллектора справедливо неравенство  $1 \text{ мА} \leq I_k \leq 6 \text{ мА}$ .

5.12. На рис. 5.12, а представлена схема стоковой цепи транзисторного усилителя на полевом транзисторе. Семейство в.а.х. транзистора  $I_c(U_{зп})_{U_{зп} = \text{const}}$  приведено на рис. 5.12, б. Определить пределы изменения тока стоковой цепи  $I_c$ , если напряжение на затворе изменяется в диапазоне  $-2 \text{ В} \leq U_{зп} \leq 0$ ,  $R_c = 1$  кОм,  $E_c = 15$  В.

Ответ:  $4 \text{ мА} \leq I_c \leq 11 \text{ мА}$ .

5.13. На рис. 5.13, а изображены в.а.х. нелинейного элемента и две пунктирные прямые, линеаризующие заданную нелинейную характеристику. Составить эквивалентные линейные схемы замещения нелинейного элемента.

Решение. На первом, линейном участке при  $I < 1,5$  мА линеаризованная в.а.х. нелинейного элемента определяется выражением

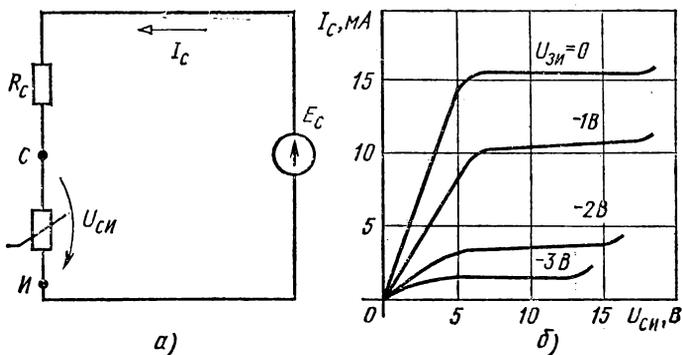


Рис. 5.12

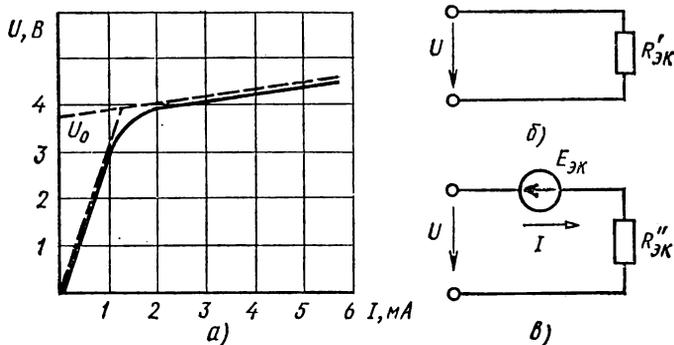


Рис. 5.13

$U = R_{ст}I$ . Значение  $R_{ст}$  может быть определено для любой точки в. а. х. при  $I < 1,5$  мА. Например, при  $I = 1$  мА  $U = 3$ В; следовательно,  $R'_{ЭК} = R_{ст} = U/I = 3/10^{-3} = 3$  кОм. Нетрудно видеть, что на рассматриваемом участке в.а.х. нелинейного элемента совпадает с в.а.х. линейного резистивного элемента (рис. 5.13, б), сопротивление которого должно быть равным 3 кОм. Итак, линейной схемой замещения нелинейного элемента при  $I < 1,5$  мА является линейная схема рис. 5.13, б. На втором линейном участке при  $I > 1,5$  мА для в.а.х. нелинейного элемента справедливо выражение  $U = U_0 + R_{диф}I$ , где  $U_0$  — значение напряжения, определяемое точкой пересечения пунктирной прямой с осью ординат, а  $R_{диф}$  — дифференциальное сопротивление нелинейного элемента на втором участке линейаризации. По графику рис. 5.13, а получаем  $U_0 = 3,8$  В,  $R_{диф} = 130$  Ом; следовательно, при  $I > 1,5$  мА в.а.х. нелинейного элемента описывается уравнением  $U = (3,8 + 130)I$ . На рис. 5.13, в изображена линейная схема, уравнение электрического состояния которой определяется выражением  $U = E_{ЭК} + R''_{ЭК}I$ . Нетрудно видеть, что в.а.х. линейной схемы рис. 5.13, в будет совпадать с в.а.х. нелинейного элемента на втором линейном участке, если  $E_{ЭК} = U_0 = 3,8$  В и  $R''_{ЭК} = R_{диф} =$

= 130 Ом. При этом схема рис. 5.13, в является эквивалентной линейной схемой замещения нелинейного элемента в режиме  $I > 1,5 \text{ mA}$ .

**5.14.** На рис. 5.14, а изображена вольт-амперная характеристика транзистора. Составить эквивалентную линейную схему замещения транзистора в режиме  $U_{кэ} > 2 \text{ В}$ .

*Ответ:*  $I_{эк} = 3,8 \text{ mA}$ ,  $R_{эк} = 9 \text{ кОм}$ , эквивалентная схема представлена на рис. 5.14, б.

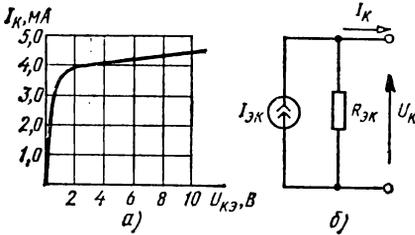


Рис. 5.14

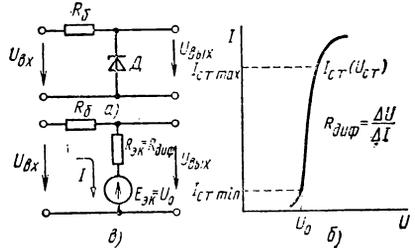


Рис. 5.15

**5.15.** Методом линеаризации найти в аналитической форме зависимость отношения  $\Delta U_{вх}/\Delta U_{вых}$  от параметров балластного резистора  $R_б$  и стабилитрона  $D$  в схеме стабилизации напряжения рис. 5.15, а.

*Решение.* В режиме стабилизации напряжения стабилитрон работает на линейном участке его в.а.х.:  $I_{ст \text{ min}} < I_{ст} < I_{ст \text{ max}}$  (рис. 5.15 б), при этом схема рис. 5.15, а может быть заменена эквивалентной линеаризованной схемой рис. 5.15, в (параметры  $E_{эк}$  и  $R_{эк} = R_{диф}$  схемы определяются графически для линейного участка в.а.х. стабилитрона). Для схемы рис. 5.15, в справедливо уравнение  $U_{вх} = U_{вых} + R_б I$ ; так как  $I = (U_{вых} - E_{эк})/R_{эк}$ , можно записать  $U_{вх} = -U_{вых} + (R_б/R_{эк})(U_{вых} - E_{эк})$ . Продифференцировав полученное выражение для  $U_{вх}$  по выходному напряжению, находим  $\partial U_{вх}/\partial U_{вых} = -1 + R_б/R_{эк} = 1 + R_б/R_{диф}$ . Так как в схеме стабилизации напряжения выполняется неравенство  $R_б \gg R_{диф}$ , окончательно имеем  $\Delta U_{вх}/\Delta U_{вых} = \partial U_{вх}/\partial U_{вых} = R_б/R_{диф}$ .

Коэффициент стабилизации напряжения в схеме рис. 5.15, а возрастает с увеличением сопротивления балластного резистора и уменьшением дифференциального сопротивления стабилитрона.

**5.16.** Для измерения температуры в одно из плеч моста (рис. 5.16, а) включен полупроводниковый резистор, представляющий собой нелинейный элемент с вольт-амперной характеристикой, заданной табл. 5.16. Напряжение источника питания  $U = 12 \text{ В}$ , сопротивления плеч

Таблица 5.16

|                   |      |   |     |     |      |
|-------------------|------|---|-----|-----|------|
| $U_1, \text{ В}$  | 2    | 8 | 12  | 14  | 16   |
| $I_1, \text{ mA}$ | 0,25 | 2 | 4,2 | 5,7 | 10,5 |

$R_2 = R_4 = 1 \text{ кОм}$ ,  $R_3 = 4 \text{ кОм}$ , а сопротивление  $R_5 = 2 \text{ кОм}$ . Определить ток  $I_1$  в нелинейном элементе.

Решение. Для определения тока  $I_1$  воспользуемся методом эквивалентного генератора. Размыкаем ветвь  $ac$  и определяем напря-

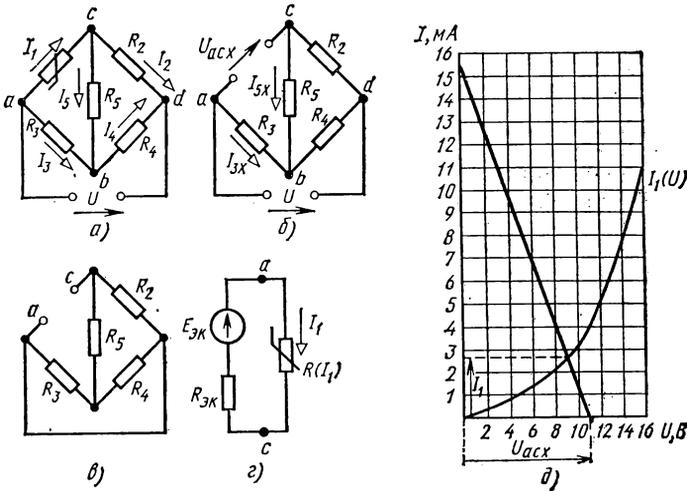


Рис. 5.16

жение  $U_{acx}$  (рис. 5.16, б). Предварительно находим токи  $I_{3x}$  и  $I_{5x}$  в резистивных элементах  $R_3$  и  $R_5$ :

$$I_{3x} = \frac{U}{R_3 + \frac{(R_5 + R_2) R_4}{R_5 + R_2 + R_4}} = \frac{12}{\left(4 + \frac{(2+1) \cdot 1}{2+1+1}\right) \cdot 10^3} = 2,53 \text{ мА},$$

$$-I_{5x} = I_{3x} \frac{R_4}{R_4 + R_5 + R_2} = 2,53 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{(1+2+1)} = -0,635 \text{ мА},$$

$$U_{acx} = R_3 I_{3x} + R_5 I_{5x} = 11,4 \text{ В}.$$

Определяем  $R_{вх\ ac}$  схемы рис. 5.16, в:

$$R_{вх\ ac} = \frac{R_2 \left( R_5 + \frac{R_4 R_3}{R_4 + R_3} \right)}{R_2 + R_5 + \frac{R_4 R_3}{R_4 + R_3}} = 0,74 \text{ кОм}.$$

Эквивалентная схема (рис. 5.16, г) представляет собой последовательное соединение источника э.д.с.  $E_{эк} = U_{acx}$  с сопротивлением  $R_{эк} = R_{вх\ ac}$  и нелинейного элемента  $R(I_1)$ .

Для определения тока  $I_1$  этой схемы воспользуемся методом пересечения характеристик (рис. 5.16, д):  $I_1 = 2,7 \text{ мА}$ .

5.17. Определить ток  $I_T$  термисторов (рис. 5.17), данные для вольт-

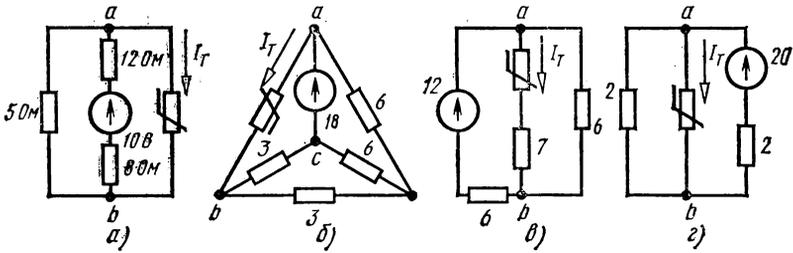


Рис. 5.17

амперных характеристик которых заданы табл. 5.17. Значения э.д.с. на рисунке указаны в вольтах, сопротивления резисторов — в омах.

Таблица 5.17

|        |  | Схема а |     |     |     |     |     |
|--------|--|---------|-----|-----|-----|-----|-----|
| $I, A$ |  | 0       | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 |
| $U, B$ |  | 0       | 1   | 2,5 | 4   | 5,5 | 6   |
|        |  | Схема б |     |     |     |     |     |
| $I, A$ |  | 0       | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 1,0 |
| $U, B$ |  | 0       | 4   | 8   | 10  | 12  | 14  |
|        |  | Схема в |     |     |     |     |     |
| $I, A$ |  | 0       | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 |
| $U, B$ |  | 0       | 1,5 | 2,0 | 2,5 | 3,0 | 3,5 |
|        |  | Схема г |     |     |     |     |     |
| $I, A$ |  | 0       | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 1,0 |
| $U, B$ |  | 0       | 5   | 12  | 25  | 45  | 55  |

Ответ: а)  $I_T = 0,1 A$ , б)  $I_T = 0,05 A$ ; в)  $I_T = 0,35 A$ ; г)  $I_T = 0,3 A$ .

### НЕЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА.

#### НЕЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ ПРИ ОДНОВРЕМЕННОМ ВОЗДЕЙСТВИИ ПОСТОЯННОГО И ПЕРЕМЕННОГО НАПРЯЖЕНИЙ

5.18. Найти закон изменения тока в схеме однополупериодного выпрямителя (рис. 5.18, а), если  $R_H = 1 \text{ кОм}$ ,  $u_{вх} = 20 \sin \omega t \text{ В}$ .

Решение. Сопротивление диода в проводящем направлении пренебрежимо мало, поэтому при  $u_{вх} > 0$  можно пренебречь падением напряжения на диоде  $u_d \approx 0$  и записать  $u_H \approx u_{вх}$ ; следовательно,  $i \approx u_{вх}/R_H = 20 \sin \omega t \text{ мА}$ .

При  $u_{вх} < 0$  диод включен в непроводящем направлении, поэтому его сопротивление велико, а ток в цепи пренебрежимо мал ( $i \approx 0$ ).

Графики мгновенных значений напряжения и тока показаны на рис. 5.18, б.

5.19. В условиях задачи 5.18 найти максимальное значение напряжения на диоде  $u_{д\max}$ .

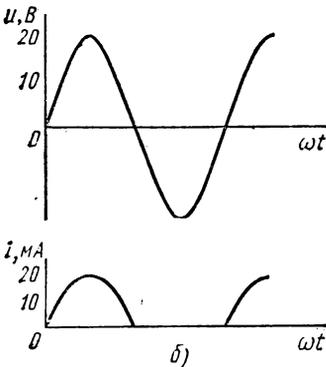
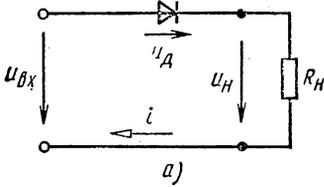


Рис. 5.18

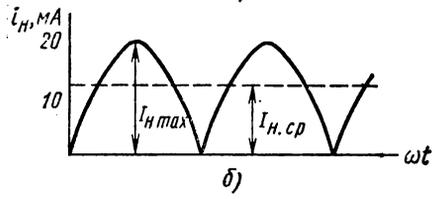
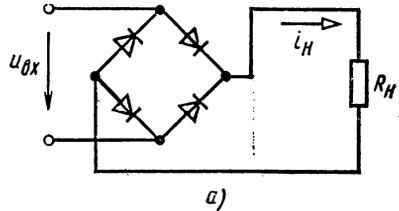


Рис. 5.20

**Указание и ответ:** в схеме однополупериодного выпрямителя (рис. 5.18, а) при  $u_{вх} < 0$   $i \approx 0$ ,  $u_{н} \approx 0$ , поэтому  $u_{д} = u_{вх}$ ; следовательно,  $u_{д\max} \approx U_{вх\max} = 20$  В.

5.20. Определить среднее значение тока  $i_{н}$  в схеме двухполупериодного выпрямителя (рис. 5.20, а), если  $u_{вх} = 50 \sin \omega t$  В,  $R_{н} = 2$  кОм.

**Указание и ответ:** кривая мгновенного тока показана на рис. 5.20, б; пренебрегая сопротивлениями диодов в проводящем направлении, можно записать  $I_{н\max} \approx U_{вх\max}/R_{н} = 25$  мА, тогда  $I_{н,ср} = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} I_{н\max} \sin \omega t dt = \frac{2I_{н\max}}{\pi} = 16$  мА ( $T$  — период напряжения источника питания).

5.21. На рис. 5.21, а приведена вебер-амперная характеристика индуктивной катушки с ферромагнитным сердечником  $\Psi_k(i_k)$ . Определить максимальное значение тока катушки при ее подключении к источнику синусоидального напряжения  $u = 220 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$  В. Нагревом катушки пренебречь,  $\omega = 314$  рад/с.

**Решение.** Вначале определяем закон изменения потокосцепления катушки:

$$e_k = -\frac{d\Psi_k}{dt}, \quad u \approx -e_k; \quad \text{следовательно, } \Psi_k = \int u dt = \\ = \int 220 \sin(314t + \pi/2) dt = \frac{220}{314} \sin 314t, \quad \Psi_k(t) = 0,7 \sin 314t \text{ Вб.}$$

На рис. 5.21, б изображена функция  $\Psi_k(t)$ . Графическое определение тока катушки показано на рис. 5.21, в. Катушка с ферромагнитным сердечником является нелинейным элементом, поэтому

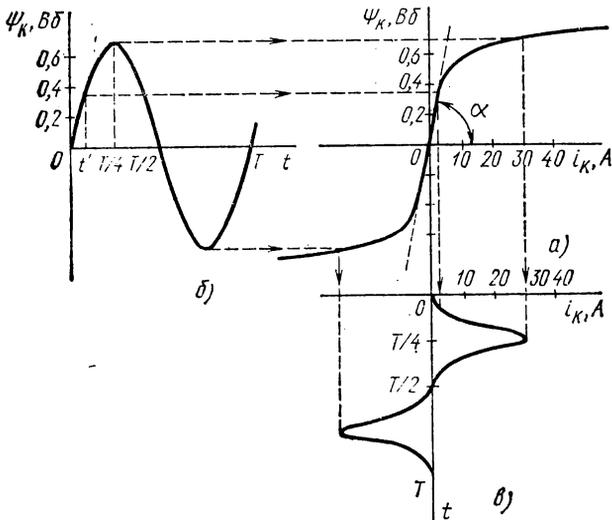


Рис. 5.21

ток в катушке, подключенной к источнику синусоидального напряжения, отличается по форме от синусоиды. Максимальное значение тока катушки  $I_{k \max} \approx 30$  А.

5.22. На рис. 5.21, а приведена вебер-амперная характеристика индуктивной катушки с ферромагнитным сердечником  $\Psi_k(i_k)$ . Катушка подключается к источнику гармонически изменяющегося напряжения  $u = U_m \sin \omega t$ . Определить пределы допустимых значений амплитуды напряжения на катушке, в которых ток катушки будет определяться гармонической функцией времени. Составить для этого случая схему замещения катушки. Угловая частота напряжения источника  $\omega = 314$  рад/с, нагревом катушки пренебречь.

Решение. При гармоническом законе изменения напряжения на катушке  $u_k = U_m \sin \omega t$  потокосцепление катушки  $\Psi_k$  также изменяется по гармоническому закону:  $\Psi_k = \int u_k dt = \frac{U_m}{\omega} \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)$ , или  $\Psi_k = \Psi_{km} \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)$ ,  $\Psi_{km} = \frac{U_m}{\omega}$ .

Закон изменения тока во времени будет совпадать по форме с функцией  $\Psi_k(t)$  до тех пор, пока зависимость  $\Psi_k(i_k)$  будет линейной. Линейный участок характеристики  $\Psi_k(i_k)$  можно определить графически по рис. 5.21, а;  $\Psi_k = L_k i_k$ , если  $|\Psi_k| \leq 0,3$  Вб. Индуктивность катушки  $L_k$  определяется наклоном линейного участка вебер-амперной характеристики:  $L_k = \frac{m_\Psi}{m_i} \operatorname{tg} \alpha$  (рис. 5.21, а), где  $m_\Psi$  и  $m_i$  — соответственно масштабы потокосцепления и тока. В рассматриваемом

случае  $L_k \approx 0,1$  Гн. Линейная схема замещения индуктивной катушки с ферромагнитным сердечником представлена на рис. 5.22. В ней гармоническому закону изменения напряжения будет соответствовать гармонический закон изменения тока, так как  $i_k = L_k \frac{di_k}{dt}$ .

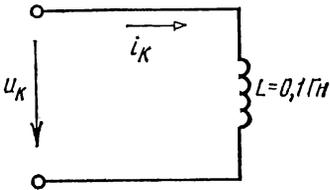


Рис. 5.22

Линейная схема замещения (рис. 5.22) справедлива при условии  $\Psi_{km} < 0,3$  Вб,  $\Psi_{km} = U_m / \omega$ , амплитудное значение напряжения на катушке  $U_m$  не должно превышать  $U_m = \omega \Psi_{km} = 314 \cdot 0,3 = 94$  В.

5.23. Индуктивная катушка с ферромагнитным сердечником, вебер-амперная характеристика которой представлена на рис. 5.21, а, подключена к источнику синусоидального напряжения

с частотой  $f = 100$  Гц. Составить линейную схему замещения катушки и определить предельное значение амплитуды приложенного напряжения  $U_m$ , до которого линейная схема замещения остается справедливой. Нагревом катушки пренебречь.

Ответ: линейная схема замещения представлена на рис. 5.22; схема рис. 5.22 справедлива при условии  $U_m \leq 188$  В.

5.24. На рис. 5.24, а изображена эквивалентная схема входной цепи транзисторного усилителя. Вольт-амперная характеристика нелинейного элемента  $i(u_{\delta\beta})$  (входная характеристика биполярного транзистора) приведена на рис. 5.24, б. Определить ток в цепи, если  $E_0 = 0,2$  В,  $u_{\text{вх}} = 0,15 \sin \omega t$  В.

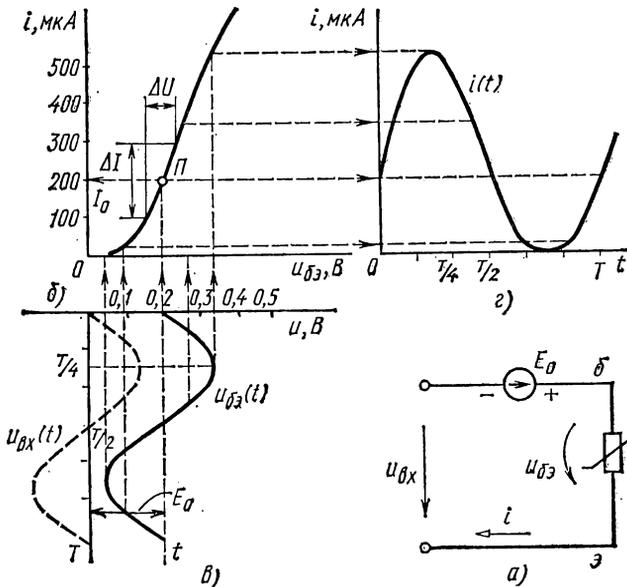


Рис. 5.24

Решение. В цепи рис. 5.24, *a* действуют источник постоянной э.д.с.  $E_0$  и источник синусоидального напряжения  $u_{вх}(t)$ . По второму закону Кирхгофа,  $u_{\phi_3} = E_0 + u_{вх}(t)$  (рис. 5.24, *б*). Ток в схеме может быть определен графически (рис. 5.24, *з*). Сопоставление графиков  $u_{\phi_3}(t)$  и  $i(t)$  показывает, что на нелинейном элементе кривая тока (рис. 5.24, *з*) отличается по форме от кривой напряжения (рис. 5.24, *б*).

5.25. В условиях предыдущей задачи определить ток в цепи рис. 5.24, *a*, если входное напряжение  $u_{вх} = 20 \sin \omega t$  мВ.

Решение. При заданном малом входном сигнале напряжение на нелинейном элементе изменяется в пределах линейного участка его в.а.х. (рис. 5.24, *б*) вблизи точки *П* с координатами  $u = E_0 = 0,2$  В,  $i = I_0 = 200$  мкА (точку *П* называют точкой покоя, так как она определяет режим цепи рис. 5.24, *a* в отсутствие переменного входного сигнала,  $u_{вх} = 0$ ). Переменную составляющую тока  $i_{\sim}$  можно определить по линеаризованной схеме замещения нелинейного элемента (рис. 5.25). Сопротивление резистивного элемента в схеме рис. 5.25 равно дифференциальному сопротивлению нелинейного элемента вблизи точки покоя:  $R_{диф} = \Delta U / \Delta I = 8 \cdot 10^{-2} / 200 \cdot 10^{-6} = 400$  Ом, тогда  $i_{\sim} = u_{вх} / R_{диф} = 50 \sin \omega t$  мкА.

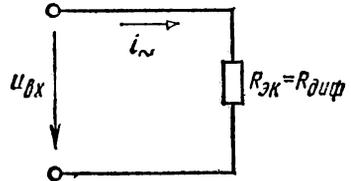


Рис. 5.25

Для линеаризованной схемы справедлив принцип суперпозиции, тогда  $i = I_0 + i_{\sim} = (200 + 50 \sin \omega t)$  мкА.

5.26. Определить ток в схеме рис. 5.24, *a* при условии, что  $E_0 = 300$  мВ,  $u_{вх} = 30 \sin \omega t$  мВ.

Ответ:  $i = (440 + 75 \sin \omega t)$  мкА.

## ПЕРИОДИЧЕСКИЕ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫЕ ТОКИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

### СПОСОБЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ И ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ ВЕЛИЧИН

6.1. На рис. 6.1 жирной линией представлено несинусоидальное периодическое напряжение на выходе однополупериодного выпрямителя. Разложение в ряд Фурье для заданной кривой имеет вид

$$u = U_{\max} \left[ \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \sin \omega t - \frac{2}{\pi} \left( \frac{\cos 2\omega t}{1.3} + \frac{\cos 4\omega t}{3.5} + \frac{\cos 6\omega t}{5.7} + \dots \right) \right],$$

где  $\omega = 2\pi/T$ ;  $T$  — период несинусоидального напряжения.

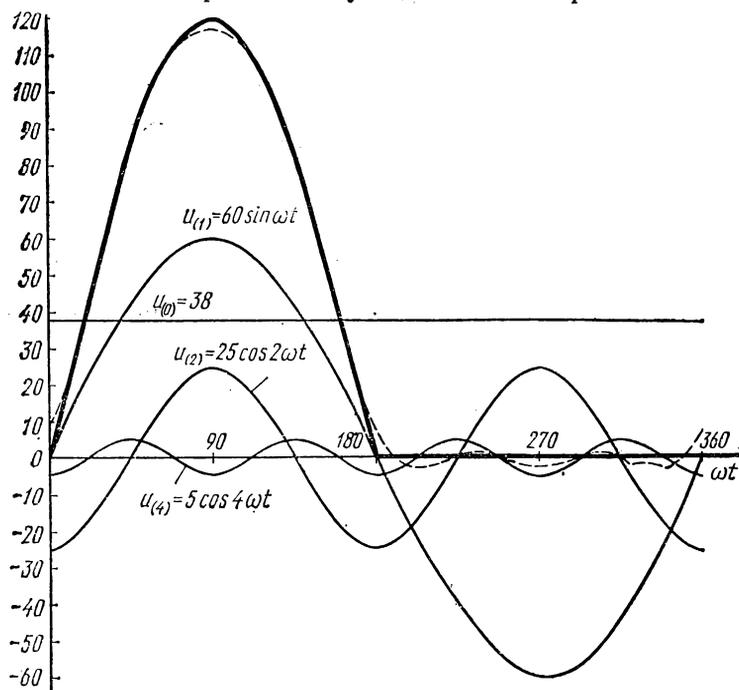


Рис. 6.1

Построить зависимость этого напряжения от времени, ограничившись четырьмя первыми членами разложения. Максимальное значение напряжения на выходе выпрямителя  $U_{\max} = 120$  В.

Решение. При заданных условиях напряжение на выходе выпрямителя определяется выражением

$$u = (38 + 60 \sin \omega t - 25 \cos 2\omega t - 5 \cos 4\omega t) \text{ В.}$$

На рис. 6.1 каждая из четырех составляющих ряда Фурье изображена тонкой линией, пунктирной линией показана результирующая кривая, полученная путем графического суммирования четырех составляющих ряда. Как видно из рисунка, ограничение четырьмя членами разложения в ряд Фурье позволяет получить кривую зависимости напряжения от времени, практически совпадающую с заданной несинусоидальной кривой. Это объясняется резким уменьшением амплитудных значений последующих членов разложения и свидетельствует о допустимости представления несинусоидальных периодических величин ограниченным числом первых членов разложения.

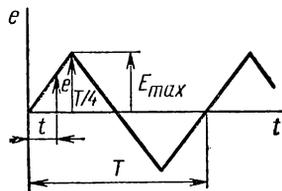


Рис. 6.2

6.2. Определить действующую периодическую э.д.с., зависимость от времени которой приведена на рис. 6.2. Сравнить ее с действующей э.д.с., определенной по трем первым членам разложения в ряд Фурье. Максимальное значение э.д.с.  $E_{\max} = 10 \text{ В}$ .

Решение. Уравнение э.д.с. за промежуток времени  $0 \leq t \leq T/4$  можно получить из соотношения  $\frac{e}{t} = \frac{E_{\max}}{T/4}$ , откуда  $e = \frac{4}{T} E_{\max} t$ .

Действующая э. д. с.

$$E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{T/4} e^2 dt} = \sqrt{\frac{4}{T} \int_0^{T/4} e^2 dt} = E_{\max} / \sqrt{3} = 5,78 \text{ В.}$$

Ряд Фурье для кривой треугольной симметричной формы записывается в виде

$$e = \frac{8E_{\max}}{\pi^2} \left( \sin \omega t - \frac{1}{3^2} \sin 3\omega t + \frac{1}{5^2} \sin 5\omega t - \frac{1}{7^2} \sin 7\omega t + \dots \right).$$

При  $E_{\max} = 10 \text{ В}$

$$e = (8,1 \sin \omega t - 0,9 \sin 3\omega t + 0,32 \sin 5\omega t - \dots) \text{ В.}$$

Действующая э.д.с., определенная по трем первым членам разложения в ряд,

$$E = \sqrt{E_{(1)}^2 + E_{(3)}^2 + E_{(5)}^2} = \sqrt{\left(\frac{8,1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,9}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,32}{\sqrt{2}}\right)^2} = 5,77 \text{ В.}$$

Действующая э.д.с., определенная по трем первым членам разложения в ряд Фурье, с точностью до долей процента совпала с истинным значением, найденным аналитическим путем, что свидетельствует о допустимости представления несинусоидальных периодических величин ограниченным числом первых членов разложения в ряд Фурье.

**6.3.** Три вольтметра различных систем подключены к источнику несинусоидального периодического напряжения. Вольтметр электромагнитной системы показал 4,2 В, выпрямительный вольтметр — 4,0 В, а электронный вольтметр максимальных значений — 6,1 В. Определить коэффициенты амплитуды и формы несинусоидального напряжения.

**Решение.** Показание вольтметров электромагнитной системы независимо от формы кривой равно действующему измеряемому напряжению  $U$ ; следовательно,  $U = 4,2$  В. Отклонение подвижной части выпрямительного прибора пропорционально среднему по модулю значению измеряемого напряжения  $U_{\text{ср. мод}}$ . Градуировка шкалы выпрямительного прибора производится для действующего синусоидального напряжения. Поэтому для определения среднего по модулю значения измеряемого напряжения необходимо разделить показание выпрямительного прибора на коэффициент формы синусоиды  $k_{\phi} = U/U_{\text{ср. мод}}$ , равный 1,11. Следовательно, для измеряемого напряжения  $U_{\text{ср. мод}} = 4,0/1,1 = 3,64$  В. Показания электронного прибора с амплитудным детектором пропорциональны максимальным значениям измеряемого напряжения. Градуировка шкалы прибора производится для действующего синусоидального напряжения. Поэтому для определения амплитудного значения измеряемого напряжения показание электронного прибора необходимо умножить на коэффициент амплитуды синусоиды  $K_a = U_{\text{max}}/U$ , равный  $\sqrt{2}$ . Следовательно, для измеряемого напряжения  $U_{\text{max}} = \sqrt{2} \cdot 6,1 = 8,5$  В. Коэффициент

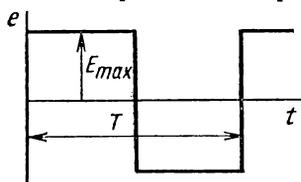


Рис. 6.4

формы для исследуемого несинусоидального напряжения источника питания  $K_{\phi} = U/U_{\text{ср. мод}} = 1,15$ , а коэффициент амплитуды  $K_a = U_{\text{max}}/U = 2,02$ .

**6.4.** Определить действующее периодическое напряжение и его среднее по модулю значение, если зависимость этого напряжения от времени приведена на рис. 6.4. Каким числом членов ряда Фурье

можно ограничиться, чтобы действующее напряжение, определенное по разложению в ряд Фурье, отличалось от истинного не более чем на 5%? Разложение в ряд Фурье для рассматриваемого случая имеет вид

$$e = \frac{4E_{\text{max}}}{\pi} \left( \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right),$$

где  $\omega = 2\pi/T$ .

**Ответ:**  $E = E_{\text{ср. мод}} = E_{\text{max}}$ . В разложении достаточно ограничиться двумя первыми членами ряда.

**6.5.** На рис. 6.5, а, б приведены схема и временная диаграмма напряжения  $u_n$  на нагрузочном резисторе  $R_n$  однополупериодного выпрямителя. Выпрямленное напряжение разложено в ряд Фурье

$$u_n = U_{\text{max}} \left[ \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \sin \omega t - \frac{2}{\pi} \left( \frac{\cos 2\omega t}{1 \cdot 3} + \frac{\cos 4\omega t}{3 \cdot 5} + \dots \right) \right],$$

где  $\omega = 2\pi/T$ .

Определить среднее значение напряжения на нагрузочном резисторе  $U_{\text{ср}}$ , коэффициент пульсаций  $p$ , а также показание вольтметра магнитоэлектрической системы, если  $U_{\text{max}} = 10 \text{ В}$ .

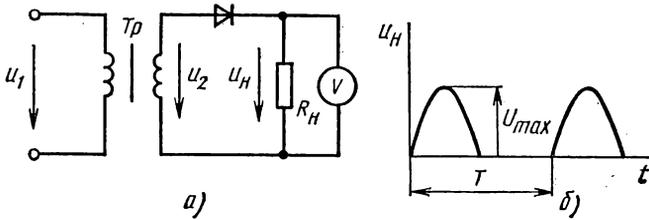


Рис. 6.5

Решение. Коэффициент пульсаций определяется отношением амплитуды первой гармоники к постоянной составляющей:

$$p = \frac{U_{(1) m}}{U_{(0)}} = \frac{0,5 U_{\text{max}}}{U_{\text{max}}/\pi} = \frac{\pi}{2} \approx 1,57.$$

Вольтметр магнитоэлектрической системы показывает среднее значение измеряемого напряжения  $U_{\text{ср}}$ , которое равно постоянной составляющей:

$$U_{\text{ср}} = U_{(0)} = 100/\pi = 31,8 \text{ В}.$$

**6.6.** Определить среднее значение напряжения  $u_{\text{н}}$  на нагрузочном резисторе  $R_{\text{н}}$  и коэффициент пульсаций  $p$  для двухполупериодного выпрямителя (рис. 6.6, а). График мгновенных значений напряжения приведен на рис. 6.6, б,  $U_{\text{max}} = 100 \text{ В}$ .

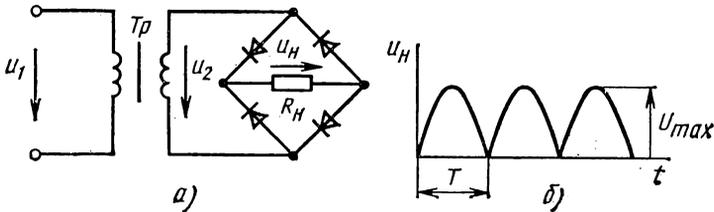


Рис. 6.6

Ряд Фурье такой кривой имеет вид

$$u = \frac{2U_{\text{max}}}{\pi} \left( 1 - \frac{2}{3} \cos \omega t - \frac{2}{15} \cos 2\omega t - \dots \right),$$

где  $\omega = 2\pi/T$ .

Ответ:  $U_{\text{ср}} = U_{(0)} = 2U_{\text{m}}/\pi = 63,6 \text{ В}$ ,  $p = U_{(1) m}/U_{(0)} = 2/3$ .

При одинаковых максимальных значениях выпрямленного напряжения  $U_{\text{max}}$  в одно- и двухполупериодном выпрямителях постоянная составляющая в двухполупериодном выпрямителе будет в два раза больше.

## ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

6.7. Катушка с активным сопротивлением  $R = 10$  Ом и индуктивностью  $L = 33$  мГн подключена к источнику питания, э. д. с. которого изменяется по несинусоидальному закону  $e = (10 + 20 \sin \omega t + 12 \sin 3\omega t)$  В. Записать выражение для мгновенного тока и составить баланс активной мощности цепи, если частота основной гармоники  $f = 50$  Гц.

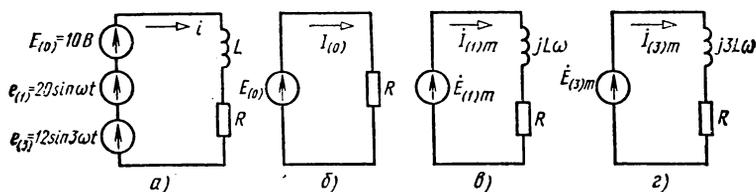


Рис. 6.7

Решение. На рис. 6.7, *a* изображена схема замещения рассматриваемой цепи, в которой осуществлена эквивалентная замена источника несинусоидальной э. д. с. тремя источниками э. д. с., соединенными последовательно. Расчет схемы 6.7, *a* по принципу суперпозиции сводится к определению токов и мощностей трех частичных схем, представленных на рис. 6.7, *б—г*. В частичной схеме рис. 6.7, *б*, являющейся схемой замещения по постоянной составляющей ( $\omega = 0$ ), сопротивление определяется только резистивным элементом  $R$ , сопротивление индуктивного элемента  $L\omega$  равно нулю. Комплексные сопротивления частичных схем

$$\underline{Z}_{(1)} = R + jL\omega = 10 + j33 \cdot 10^{-3} \cdot 314 = 10 + j10,3 = 14,35e^{j45,8^\circ} \text{ Ом},$$

$$Z_{(1)} = 14,35 \text{ Ом}, \quad \varphi_{(1)} = 45,8^\circ;$$

$$\underline{Z}_{(3)} = R + j3L\omega = 10 + j30,9 = 32,48e^{j72,1^\circ} \text{ Ом},$$

$$Z_{(3)} = 32,48 \text{ Ом}, \quad \varphi_{(3)} = 72,1^\circ.$$

Постоянная составляющая и амплитудные значения гармоник тока в частичных схемах

$$I_{(0)} = E_{(0)}/R = 10/10 = 1,0 \text{ А},$$

$$\dot{I}_{(1)m} = \dot{E}_{(1)m}/\underline{Z}_{(1)} = 20/(14,35e^{j45,8^\circ}) = 1,39e^{-j45,8^\circ} \text{ А},$$

$$\dot{I}_{(3)m} = \dot{E}_{(3)m}/\underline{Z}_{(3)} = 12/(32,42e^{j72,1^\circ}) = 0,37e^{-j72,1^\circ} \text{ А}.$$

Действующие значения гармонических составляющих э. д. с. и тока

$$E_{(1)} = 20/\sqrt{2} = 14,14 \text{ В},$$

$$E_{(3)} = 12/\sqrt{2} = 8,5 \text{ В},$$

$$I_{(1)} = 1,39/\sqrt{2} = 0,98 \text{ А},$$

$$I_{(3)} = 0,37/\sqrt{2} = 0,26 \text{ А}.$$

Активная мощность источника питания

$$P_{\text{и}} = E_{(0)}I_{(0)} + E_{(1)}I_{(1)} \cos \varphi_{(1)} + E_{(3)}I_{(3)} \cos \varphi_{(3)} =$$

$$= 10 \cdot 1,0 + 14,14 \cdot 0,98 \cdot 0,7 + 8,5 \cdot 0,26 \cdot 0,31 = 20,4 \text{ Вт}.$$

Активная мощность приемника электроэнергии

$$P_n = RI_{(0)}^2 + RI_{(1)}^2 + RI_{(3)}^2 = 10(1,0^2 + 0,98^2 + 0,26^2) = 20,3 \text{ Вт.}$$

Баланс мощностей:

$$P_{\text{и}} = P_{\text{п}}; 20,4 \text{ Вт} \approx 20,3 \text{ Вт.}$$

6.8. Напряжение на входе схемы, содержащей последовательно включенные резистивный и емкостный элементы, задано уравнением

$$u = [218 + 141 \sin(\omega t - 0,75) + 31 \sin(3\omega t + 0,21)] \text{ В.}$$

Записать уравнение для мгновенного тока. Определить действующие напряжение и ток, а также активную мощность цепи, если сопротивление резистивного элемента  $R = 10 \text{ Ом}$ , емкость  $C = 96,5 \text{ мкФ}$ , а частота напряжения  $f = 50 \text{ Гц}$ .

*Указание.* При расчете частичной схемы замещения цепи по постоянной составляющей необходимо учесть, что сопротивление емкостного элемента при  $\omega = 0$  равно бесконечности и поэтому в токе отсутствует постоянная составляющая.

*Ответ:*  $i = [4,08 \sin(\omega t + 0,52) + 2,08 \sin(3\omega t + 1,04)] \text{ А}$ ,  $U \approx 261,5 \text{ В}$ ,  $I = 3,25 \text{ А}$ ,  $P \approx 106 \text{ Вт}$ .

6.9. Напряжение на входе схемы рис. 6.9 задано рядом Фурье  $u = (105 \sin \omega t - 4,2 \sin 3\omega t + 2,14 \sin 7\omega t) \text{ В}$ . Определить процентное содержание высших гармоник относительно основной для напряжения и токов ветвей, если  $R = 8 \text{ Ом}$ ,  $L = 25,5 \text{ мГн}$ ,  $C = 398 \text{ мкФ}$ ,  $\omega = 314 \text{ 1/с}$ .

*Ответ:* результаты расчета приведены в табл. 6.9.

Таблица 6.9

| Электрическая величина | Абсолютные значения величин |               |               | Процентное содержание гармоник относительно основной |               |
|------------------------|-----------------------------|---------------|---------------|--|---------------|
|                        | 1-я гармоника               | 3-я гармоника | 7-я гармоника | 3-я гармоника  | 7-я гармоника |
| $U_{(k)m}, \text{ В}$  | 105                         | 4,2           | 2,14          | 4  | 2,04          |
| $X_{L(k)}, \text{ Ом}$ | 8                           | 24            | 56            | —  | —             |
| $X_{C(k)}, \text{ Ом}$ | 8                           | 2,66          | 1,14          | —  | —             |
| $I_{R(k)m}, \text{ А}$ | 13,12                       | 0,525         | 0,267         | 4  | 2,04          |
| $I_{L(k)m}, \text{ А}$ | 13,12                       | 0,175         | 0,038         | 1,34   | 0,29          |
| $I_{C(k)m}, \text{ А}$ | 13,12                       | 1,58          | 1,88          | 12,04  | 14,33         |

Процентное содержание высших гармоник относительно основной в кривых тока  $i_R$  и напряжения  $u$  одинаково, следовательно, кривая тока в резистивном элементе совпадает по форме с кривой напряжения. Процентное содержание высших гармоник тока и индуктивного элемента ниже, чем напряжения, следовательно, кривая тока «сглажена» по сравнению с кривой напряжения. Кривая тока

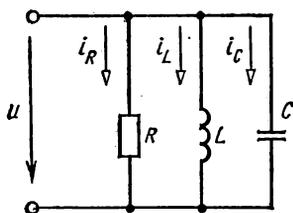


Рис. 6.9

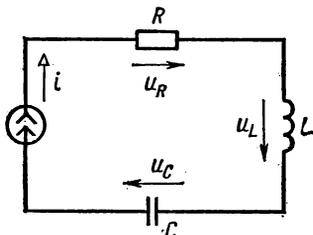


Рис. 6.10

в емкостном элементе более «искажена», чем кривая приложенного напряжения, так как в ней процентное содержание высших гармоник выше, чем в кривой напряжения.

**6.10.** Определить процентное содержание 4-й гармоники относительно основной для тока и напряжений на элементах цепи рис. 6.10, если  $R = 10$  Ом,  $L = 9,5$  мГн,  $C = 132,8$  мкФ, а ток источника тока задан уравнением  $i = (80 \sin \omega t + 40 \sin 4\omega t)$  мА. Частота основной гармоники  $f = 50$  Гц.

*Ответ:* процентное содержание 4-й гармоники относительно основной для тока и напряжения на резистивном элементе составляет 50 %, для напряжения на индуктивном элементе — 200 %, для напряжения на емкостном элементе — 12,5 %.

**6.11.** Перечислите номера гармоник, которые будет содержать ряд Фурье, записанный: а) для тока  $i_1$ ; б) для тока  $i_2$ ; в) для на-

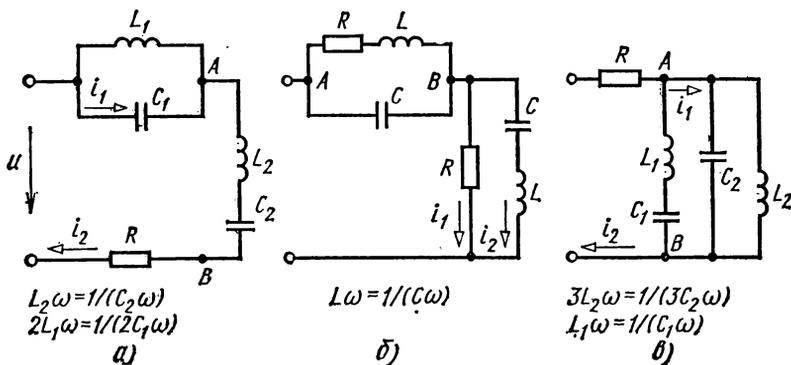


Рис. 6.11

пряжения  $u_{AB}$ , если напряжение на входе цепей рис. 6.11,  $a-v$  задано уравнением  $u = U_{(1)m} \sin \omega t + U_{(2)m} \sin 2\omega t + U_{(3)m} \sin 3\omega t$ .

Ответы даны в табл. 6.11.

Таблица 6.11

| Наименование несинусоидальной величины | Номера гармоник, содержащихся в ряде Фурье |           |           |
|--|--|-----------|-----------|
|  | схема $a$                                  | схема $b$ | схема $v$ |
| Ток $i_1$                              | 1, 2, 3                                    | 2, 3      | 2         |
| Ток $i_2$                              | 1, 3                                       | 1, 2, 3   | 1, 2, 3   |
| Напряжение $u_{AB}$                    | 3  | 1, 2, 3   | 2, 3      |

6.12\*. Определить показания приборов: а) магнитоэлектрической системы; б) электромагнитной системы в схемах рис. 6.12, если

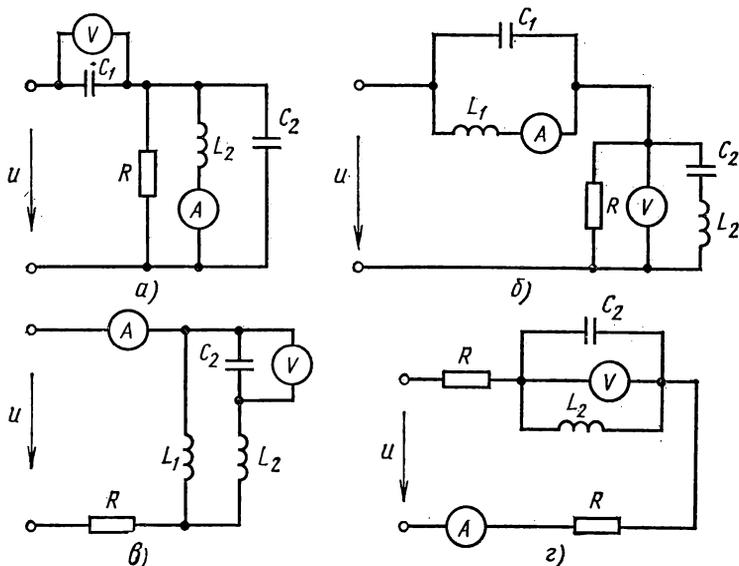


Рис. 6.12

$R = 3 \text{ Ом}$ ,  $X_{L_1(i)} = 2 \text{ Ом}$ ,  $X_{L_2(i)} = 5 \text{ Ом}$ ,  $X_{C_1(i)} = 9 \text{ Ом}$ ,  $X_{C_2(i)} = 45 \text{ Ом}$ , а напряжение источника питания  $u = (9 + 12 \sin 3\omega t) \text{ В}$ .

Ответы даны в табл. 6.12.

| Наименование прибора           | Схема  |       |                 |                 |
|--------------------------------|--------|-------|-----------------|-----------------|
|                                | а      | б     | в               | г               |
| Магнитоэлектрический амперметр | 0      | 3 А   | 3 А             | 1,5 А           |
| Магнитоэлектрический вольтметр | 9 В    | 9 В   | 0               | 0               |
| Электромагнитный амперметр     | 0,4 А  | 3,3 А | 4,12 А          | 1,5 А           |
| Электромагнитный вольтметр     | 10,8 В | 9 В   | $60/\sqrt{2}$ В | $12/\sqrt{2}$ В |

### ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ФИЛЬТРЫ

6.13. Напряжение на входе цепи рис. 6.13 задано уравнением  $u = (100 + 50 \sin 314t)$  В. Записать уравнение для напряжения на конденсаторе и резисторе  $R_H$ , если емкость  $C = 2,5$  мкФ, а сопротивление  $R_H = 100$  кОм.

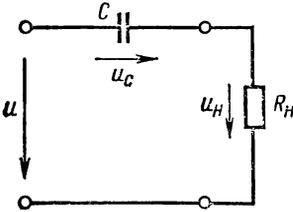


Рис. 6.13

Решение. Сопротивление емкостного элемента при постоянном напряжении ( $\omega = 0$ ) равно бесконечности, поэтому постоянная составляющая тока в цепи  $I_{(0)} = 0$ , напряжение на нагрузочном резисторе  $U_{H(0)} = 0$ , а напряжение на конденсаторе  $U_{C(0)} = 100$  В.

Комплексное сопротивление цепи при  $\omega = 314$  рад/с

$$\underline{Z}_{(1)} = 100 \cdot 10^3 - j \frac{10^6}{2,5 \cdot 314} = (100 \cdot 10^3 - j 1274) \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{(1)} \approx 100 \cdot 10^3 \text{ Ом}, \quad \varphi_1 = -0,73^\circ.$$

Комплексные ток и напряжения на элементах цепи

$$\underline{I}_{(1)m} \approx \frac{50}{100 \cdot 10^3 e^{-j 0,73}} = 0,5 e^{j 0,73^\circ} \text{ мА},$$

$$\underline{U}_{C(1)m} \approx -j X_C \underline{I}_{(1)m} = 1274 e^{-j 90^\circ} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} e^{j 0,73^\circ} = 0,637 e^{-j 89,27^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_{H(1)m} = R_H \underline{I}_{(1)m} \approx 100 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} e^{j 0,73^\circ} = 50 e^{j 0,73^\circ} \text{ В}.$$

Мгновенные напряжения на конденсаторе и нагрузочном резисторе

$$u_C = [100 + 0,637 \sin(\omega t - 1,56)] \text{ В},$$

$$u_H = 50 \sin(\omega t + 0,013) \text{ В}.$$

Параметры элементов в рассматриваемой цепи подобраны таким образом ( $R_H \gg X_{C(1)}$ ), что происходит «разделение» постоянной и переменной составляющих напряжений. С большой степенью точности можно считать, что на зажимах конденсатора выделяется постоянная составляющая, а на нагрузочном резисторе — переменная составляющая приложенного напряжения. В таких цепях конденсатор называют разделительным.

**6.14.** Изобразить примерный вид амплитудно-частотной характеристики цепи, изображенной на рис. 6.13.

**Решение.** Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) определяет зависимость коэффициента передачи напряжения  $K_U = U_{\text{ВЫХ}}/U_{\text{ВХ}}$  от частоты. Выходное напряжение

$$U_{\text{ВЫХ}} = U_H = R_H I_{(k)m} = R_H \frac{U_{(k)m}}{Z_{(k)}} = R_H \frac{U_{(k)m}}{\sqrt{R_H^2 + \frac{1}{k^2 C^2 \omega^2}}}$$

∴ Коэффициент передачи напряжения

$$K_U = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{R_H}{\sqrt{R_H^2 + \frac{1}{k^2 C^2 \omega^2}}}$$

Коэффициент передачи постоянного напряжения ( $\omega = 0$ )  $K_U = 0$ , с увеличением частоты коэффициент передачи возрастает, стремясь к единице. Если емкость конденсатора взять такой, что на частоте  $f = 50$  Гц  $X_{C(1)} \approx R_H/10$ , то уже на этой частоте  $K_U = 0,998$ . Амплитудно-частотная характеристика цепи приведена на рис. 6.14.

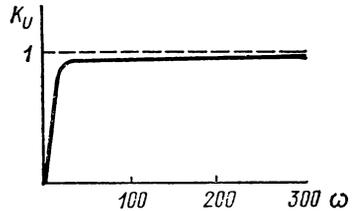


Рис. 6.14

**6.15.** К зажимам транзисторного усилителя (рис. 6.15) подключены два источника: аккумуляторная батарея с э. д. с.  $E_K$  и источник усиливаемого сигнала с синусоидальной э. д. с.  $e_{\text{ВХ}}$ . Какие из токов, указанных в схеме, будут иметь постоянные составляющие?

**Ответ:** наличие разделительных конденсаторов обеспечивает отсутствие постоянных составляющих тока на входе и выходе усили-

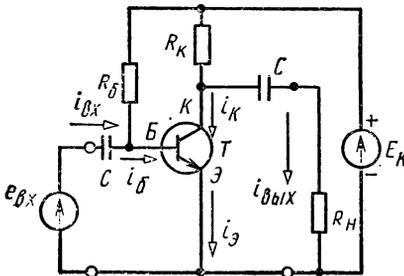


Рис. 6.15

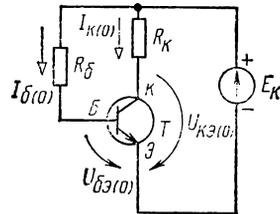


Рис. 6.16

теля. Поэтому  $I_{\text{вх}(0)} = 0$ ,  $I_{\text{вых}(0)} = 0$ . Постоянные составляющие будут присутствовать в токе базы  $i_b$ , токе коллектора  $i_k$  и токе эмиттера  $i_e$ .

**6.16.** Определить постоянные составляющие тока коллектора  $I_{k(0)}$  и напряжения между базой и эмиттером  $U_{бэ(0)}$  в транзисторном усилителе рис. 6.15, если постоянная составляющая тока  $I_{б(0)} = 100$  мкА, а постоянная составляющая напряжения между коллектором и эмиттером  $U_{кэ(0)} = 8$  В. Параметры элементов:  $R_6 = 148$  кОм,  $R_k = 1$  кОм,  $E_k = 15$  В.

**Решение.** Рассмотрим частичную схему замещения усилителя по постоянной составляющей, представленную на рис. 6.16. При составлении этой схемы учитывалось, что сопротивление разделительных конденсаторов при постоянном напряжении ( $\omega = 0$ ) равно бесконечности, поэтому в частичной схеме отсутствуют входная и выходная цепи. По второму закону Кирхгофа для цепи рис. 6.16 можно записать

$$\begin{aligned} R_k I_{k(0)} + U_{кэ(0)} &= E_k, \\ R_6 I_{б(0)} + U_{бэ(0)} &= E_k, \end{aligned}$$

откуда  $I_{k(0)} = 7$  мА,  $U_{бэ(0)} = 0,28$  В.

**6.17.** Для уменьшения пульсаций напряжения на приемнике, подключенном к однополупериодному выпрямителю, применен Г-образный RC-фильтр, схема которого изображена на рис. 6.17. Определить коэффициенты пульсаций (отношение амплитуды основной гармоники напряжения к постоянной составляющей  $p = U_{(1)m}/U_{(0)}$ ) для напряжения на входе и выходе фильтра, если параметры фильтра  $R_\phi = 1$  кОм,  $C_\phi = 10$  мкФ, а сопротивление приемника  $R_n = 10$  кОм. Напряжение на входе фильтра задано уравнением  $u_{\text{вх}} = (70 + 60 \sin 314t)$  В.

**Решение.** Коэффициент пульсаций для напряжения на входе фильтра  $p_{\text{вх}} = U_{\text{вх}(1)m}/U_{\text{вх}(0)} = 60/70 = 0,875$ . Для определения коэффициента пульсаций на выходе фильтра проводим расчет схемы от постоянной составляющей и основной гармоники напряжения.

Напряжение на выходе фильтра от постоянной составляющей приложенного напряжения

приложенного напряжения

$$U_{\text{вых}(0)} = \frac{U_{\text{вх}(0)}}{R_\phi + R_n} R_n = \frac{70 \cdot 10\,000}{11\,000} = 63,6 \text{ В.}$$

Напряжение на выходе фильтра от основной гармоники приложенного напряжения

$$\dot{U}_{\text{вых}(1)m} = \frac{\dot{U}_{\text{вх}(1)m}}{Z_{(1)}} Z_p(1),$$

где  $Z_{(1)}$  — комплексное входное сопротивление цепи по первой гармонике, а  $Z_p(1)$  — комплексное сопротивление разветвленного участка

по первой гармонике:

$$\underline{Z}_{p(1)} = \frac{R_{\pi} \left( -j \frac{1}{C_{\Phi} \omega} \right)}{R_{\pi} - j \frac{1}{C_{\Phi} \omega}} = \frac{10\,000 \cdot (-j 318)}{10\,000 - j 318} \approx (10,1 - j 318) \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{(1)} = R_{\Phi} + \underline{Z}_{p(1)} = (1010,1 - j 318) \text{ Ом}.$$

Тогда

$$\dot{U}_{\text{ВЫХ}(1)m} = \frac{60 \cdot (10,1 - j 318)}{1010,1 - j 318} = \frac{60 \cdot 318 e^{-j 88,2^\circ}}{1060 e^{-j 17,5^\circ}} = 18 e^{-j 70,7^\circ} \text{ В}.$$

Коэффициент пульсаций для напряжения на выходе фильтра

$$p_{\text{ВЫХ}} = U_{\text{ВЫХ}(1)m} / U_{\text{ВЫХ}(0)} = 18/63,6 = 0,283.$$

Применение  $RC$ -фильтра позволило в три раза уменьшить коэффициент пульсаций, т. е. обеспечить «сглаживание» формы выпрямленного напряжения, поэтому рассмотренный фильтр называют сглаживающим.

**6.18.** Как зависят сглаживающие свойства  $RC$ -фильтра (см. задачу 6.17) от значения емкости  $C_{\Phi}$  конденсатора?

*Ответ:* значение емкости не влияет на режим цепи по постоянной составляющей ( $\omega = 0$ ,  $X_C = \infty$  при любом значении емкости); с ростом емкости уменьшается сопротивление конденсатора и, следовательно, сопротивление разветвленного участка цепи от основной гармоники  $\underline{Z}_{p(1)}$ . При этом уменьшается напряжение на выходе фильтра от основной гармоники  $U_{\text{ВЫХ}(1)}$ , т. е. «сглаживающие» свойства фильтра улучшаются.

**6.19.** Для уменьшения пульсаций напряжения на нагрузочном резисторе  $R_{\text{н}}$ , подключенном к двухполупериодному выпрямителю, применен индуктивный сглаживающий фильтр (рис. 6.19). Записать уравнение для мгновенного напряжения на резисторе  $u_{\text{н}}$ . Определить коэффициенты пульсаций для напряжений на входе фильтра ( $p$ ) и на нагрузочном резисторе ( $p_{\text{н}}$ ), если  $L_{\Phi} = 0,4 \text{ Гн}$ ,  $R_{\text{н}} = 100 \text{ Ом}$ . Напряжение на входе фильтра задано уравнением  $u = (70 + 32 \cos 628t) \text{ В}$ .

*Ответ:*  $u_{\text{н}} = [70 + 11,8 \cos(628t - 1,18)] \text{ В}$ ,  $p = 32/70 = 0,457$ ,  $p_{\text{н}} = 11,8/70 = 0,168$ .

**6.20.** Изобразить примерный вид амплитудно-частотной характеристики  $RC$ -фильтра, изображенного на рис. 6.20, а, и определить его назначение.

*Решение.* Выходное напряжение фильтра

$$U_{\text{ВЫХ}(k)m} = \frac{U_{\text{ВХ}(k)m}}{kL\omega - \frac{1}{kC\omega}}.$$

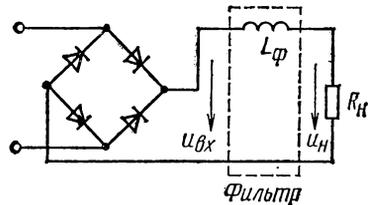


Рис. 6.19

Коэффициент передачи по напряжению

$$k_U = \frac{U_{\text{ВЫХ}}(k) m}{U_{\text{ВХ}}(k) m} = \frac{\frac{1}{kC\omega}}{kL\omega - \frac{1}{kC\omega}} = \frac{1}{k^2 LC\omega^2 - 1}.$$

При  $\omega = 0$   $K_U = 1$ ; следовательно, постоянная составляющая напряжения на выходе фильтра равна постоянной составляющей напря-

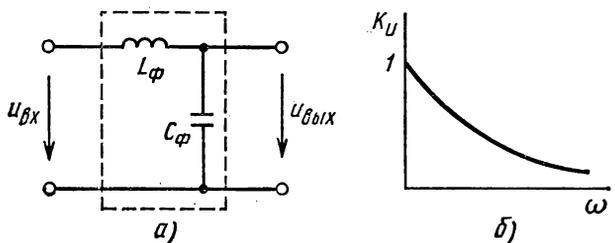


Рис. 6.20

жения на его входе. С увеличением частоты коэффициент передачи фильтра уменьшается (рис. 6.20, б), поэтому амплитуда любой гармонической составляющей напряжения на выходе фильтра меньше амплитуды этой составляющей на его входе. Следовательно, фильтр рис. 6.20 является сглаживающим.

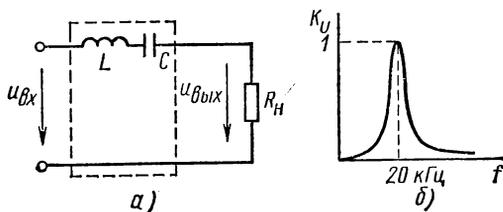


Рис. 6.21

6.21. Изобразить примерный вид амплитудно-частотной характеристики резонансного фильтра (рис. 6.21, а) и определить емкость

$C$  конденсатора, обеспечивающую максимальный коэффициент передачи фильтра на частоте 20 кГц, если  $L = 63,4$  мГн.

Решение. Напряжение на выходе фильтра

$$U_{\text{ВЫХ}} = \frac{U_{\text{ВХ}} R_{\text{н}}}{\sqrt{R_{\text{н}}^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}.$$

Коэффициент передачи фильтра

$$K_U = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{R_{\text{н}}}{\sqrt{R_{\text{н}}^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}.$$

Значения коэффициента передачи фильтра при трех значениях частоты:

$$\begin{array}{lll} \omega = 0 & X_C = \infty & K_U = 0, \\ \omega \rightarrow \infty & X_L \rightarrow \infty & K_U \rightarrow 0, \\ \omega = \omega_p & X_L = X_C & K_U = 1. \end{array}$$

В диапазоне  $0 < \omega < \omega_p$  коэффициент  $K_U$  монотонно возрастает, а при  $\omega > \omega_p$  монотонно убывает. Максимальное значение  $K_U$ , равное единице, соответствует резонансной частоте. Если  $f_p = 20$  кГц, то  $\omega_p = 125,6 \cdot 10^3$  рад/с.

Из условия резонанса  $L\omega_p = 1/(C\omega_p)$  следует, что

$$C = \frac{1}{L\omega_p} = \frac{10^6}{63,4 \cdot 10^{-3} \cdot 15775 \cdot 10^3} \approx 0,001 \text{ мкФ.}$$

АЧХ фильтра представлена на рис. 6.21, б.

Рассмотренный фильтр называют «полосовым», так как со входа фильтра на его выход передаются только те гармонические составляющие напряжения, частоты которых расположены в некоторой полосе частот, прилегающих к резонансной.

**6.22.** Для выделения на нагрузочном резисторе  $R_H$  второй гармоники напряжения применен фильтр, собранный по схеме рис. 6.21, а. Определить отношение действующего напряжения второй гармоники к действующему напряжению для источника и нагрузочного резистора, если  $L_\Phi = 63,4$  мГн,  $C_\Phi = 0,001$  мкФ,  $R_H = 500$  Ом,  $f = 10$  кГц, а приложенное напряжение задано уравнением

$$u = (10,5 \sin \omega t + 4,7 \sin 2\omega t + 1,1 \sin 3\omega t) \text{ В.}$$

**Решение.** Действующее напряжение источника

$$U = \sqrt{U_{(1)}^2 + U_{(2)}^2 + U_{(3)}^2} = 8,2 \text{ В.}$$

Искомое отношение напряжений источника

$$U_{(2)}/U = 4,7/(\sqrt{2} \cdot 8,2) = 0,407.$$

Первая гармоника напряжения на нагрузочном резисторе

$$U_{H(1)} = R_H U_{(1)}/Z_{(1)},$$

где  $Z_{(1)} = \sqrt{R_H^2 + (X_{L(1)} - X_{C(1)})^2}$ .

В свою очередь,

$$X_{L(1)} = 2\pi f L_\Phi = 3980 \text{ Ом, } X_{C(1)} = \frac{1}{2\pi f C_\Phi} = 15920 \text{ Ом.}$$

Окончательно имеем  $Z_{(1)} = 11,94$  кОм,  $U_{H(1)} = 0,318$  В.

Вторая гармоника напряжения на нагрузочном резисторе

$$U_{H(2)} = R_H U_{(2)}/Z_{(2)},$$

$$X_{L(2)} = 2X_{L(1)} = 7960 \text{ Ом, } X_{C(2)} = X_{C(1)}/2 = 7960 \text{ Ом.}$$

В схеме рис. 6.21, а на частоте 20 кГц наступает резонанс напряжений:

$$Z_{(2)} = R_H, \quad U_{H(2)} = U_{(2)} = 4,7/\sqrt{2} = 3,33 \text{ В.}$$

Третья гармоника напряжения на нагрузочном резисторе

$$U_{H(3)} = R_H U_{(3)}/Z_{(3)},$$

$$X_{L(3)} = 3X_{L(1)} = 11940 \text{ Ом, } X_{C(3)} = X_{C(1)}/3 = 5307 \text{ Ом,}$$

$$Z_{(3)} = \sqrt{(X_{L(3)} - X_{C(3)})^2 + R_H^2} = 6650 \text{ Ом, } U_{H(3)} = 0,0587 \text{ В.}$$

Действующее напряжение на нагрузочном резисторе

$$U_H = \sqrt{U_{H(1)}^2 + U_{H(2)}^2 + U_{H(3)}^2} = 3,34 \text{ В.}$$

Искомое отношение напряжений на резисторе

$$U_{H(2)}/U_H = 3,33/3,34 = 0,997.$$

Следовательно, рассматриваемый фильтр имеет избирательные свойства: на нагрузочном резисторе практически выделилась только вторая гармоника приложенного напряжения.

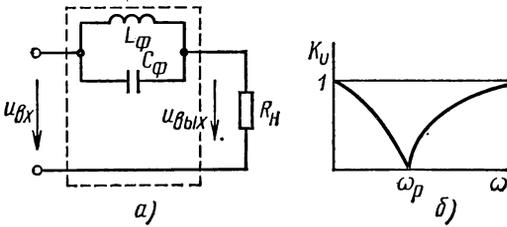


Рис. 6.23

6.23. Изобразить примерный вид амплитудно-частотной характеристики резонансного фильтра, схема которого представлена на рис. 6.23, а. Определить частоту, для которой коэффициент передачи фильтра имеет минимальное значение,

если  $L_\Phi = 100 \text{ мГн}$ , а  $C_\Phi = 0,007 \text{ мкФ}$ .

Ответ: примерный вид АЧХ фильтра приведен на рис. 6.23, б; резонансная частота, соответствующая  $K_U = 0$ , определяется по формуле

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_\Phi C_\Phi}} = 6 \text{ кГц.}$$

Рассмотренный фильтр называют заградительным, так как со входа фильтра на его выход не передаются сигналы, частота которых соответствует резонансной частоте фильтра.

6.24. Напряжение на входе цепи рис. 6.23, а содержит основную и третью гармонические составляющие  $u = (14,1 \sin \omega t + 6 \sin 3\omega t) \text{ В}$ . Для устранения высшей (третьей) гармоники использован заградительный фильтр. Определить коэффициенты искажения  $K_H$  для напряжения питания и напряжения на нагрузочном резисторе, если  $L_\Phi = 101 \text{ мГн}$ ,  $C_\Phi = 0,007 \text{ мкФ}$ ,  $f = 2000 \text{ Гц}$ ,  $R_H = 20 \text{ кОм}$ .

Ответ: коэффициент искажения определяется выражением  $\gamma = \sqrt{U_{(1)m}^2 + U_{(3)m}^2 + \dots} / U_{(1)m}$ . Для напряжения питания  $K_H = 0,42$ , для напряжения на нагрузочном резисторе  $K_H = 0$ . Применение резонансного фильтра обеспечило синусоидальный закон изменения напряжения на нагрузочном резисторе при несинусоидальном напряжении источника питания.

6.25. Разложение в ряд Фурье напряжения источника в схеме рис. 6.25, а имеет вид  $u = (U_{(0)} + U_{(1)m} \sin \omega t + U_{(3)m} \sin 3\omega t) \text{ В}$ . Начертить эквивалентную схему замещения электрического фильтра, обеспечивающего присутствие в токе нагрузочного резистора  $i_H$  только одной гармонической составляющей частотой  $3\omega$ .

Решение. Условию задачи отвечает, например, схема рис. 6.25, б. Действительно, наличие емкостного элемента  $C$  гарантирует отсутствие постоянной составляющей тока в резисторе  $R_H$ . Кроме того, если параметры последовательного контура  $L_1 C_1$  подобраны таким образом, что он настроен на режим резонанса напряжений по основной гармонике [ $L\omega = 1/(C\omega)$ ] и имеет высокую добротность

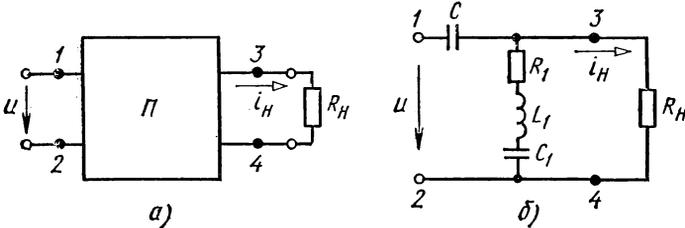


Рис. 6.25

( $R_1 \approx 0$ ), то сопротивление разветвленного участка на основной гармонике, а следовательно, напряжение  $u_{H(1)}$  и ток  $i_{H(1)}$  будут практически равны нулю. Для третьей гармоники сопротивление последовательного контура, а значит, напряжение  $u_{H(3)}$  и ток  $i_{H(3)}$  будут отличными от нуля.

6.26. Построить амплитудно-частотную характеристику  $K_U(\omega)$  фильтра (рис. 6.26, а), если  $R_1 = R_2 = 10$  кОм,  $C_1 = C_2 = 0,001$  мкФ\*.

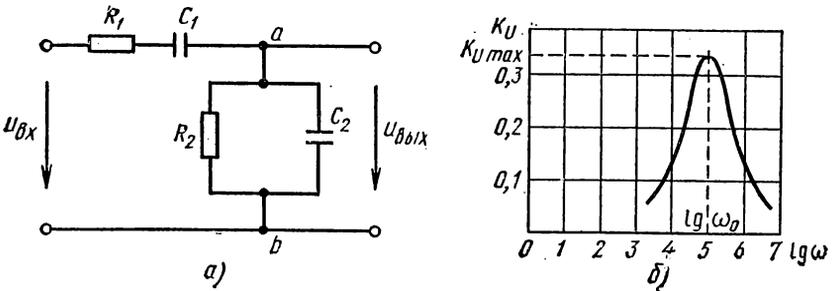


Рис. 6.26

Решение. Коэффициент передачи

$$\underline{K}_U = \dot{U}_{\text{ВЫХ}} / \dot{U}_{\text{ВХ}}, \quad \dot{U}_{\text{ВЫХ}} = \frac{\dot{U}_{\text{ВХ}}}{Z_{\text{ВХ}}} Z_{ab}; \quad \underline{K}_U = Z_{ab} / Z_{\text{ВХ}} = 1 / \{3 - j[RC\omega - 1/(RC\omega)]\}.$$

Тогда модуль коэффициента передачи

$$K_U = \frac{1}{\sqrt{9 + [RC\omega - 1/(RC\omega)]^2}}.$$

\* Фильтр рис. 6.26, а называют мостом Вина.

Таблица 6.26

| $\omega$ , рад/с | $20 \cdot 10^3$ | $50 \cdot 10^3$ | $100 \cdot 10^3$ | $150 \cdot 10^3$ | $200 \cdot 10^3$ | $300 \cdot 10^3$ |
|------------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| $K_U$            | 0,176           | 0,298           | 0,333            | 0,32             | 0,298            | 0,25             |

В табл. 6.26 приведены значения  $K_U$  для ряда частот, найденных с помощью программированного микрокалькулятора (по программе, приведенной в Приложении 6.1 к настоящей главе. На рис. 6.26,б построена АЧХ фильтра.

Программа расчета амплитудно-частотной характеристики моста Вина на микрокалькуляторе МК-56

| № шага | Нажимаемые клавиши                                  | Код операции | Комментарии                              |
|--------|---|--------------|--|
| 00     | $\boxed{\text{П} \rightarrow \text{X}}$ $\boxed{0}$ | 60           | Вызов из памяти числа $C$                |
| 01     | $\boxed{\text{В} \uparrow}$                         | 0E           |  |
| 02     | $\boxed{\text{П} \rightarrow \text{X}}$ $\boxed{1}$ | 61           | Вызов из памяти числа $R$                |
| 03     | $\boxed{\text{X}}$                                  | 12           | $RC$                                     |
| 04     | $\boxed{\text{П} \rightarrow \text{X}}$ $\boxed{2}$ | 62           | Вызов из памяти числа $\omega$           |
| 05     | $\boxed{\text{X}}$                                  | 12           | $C$                                      |
| 06     | $\boxed{\text{В} \uparrow}$                         | 0E           | $RC\omega$                               |
| 07     | $\boxed{F}$   | 23           | $1/(RC\omega)$                           |
| 08     | $\boxed{+}$   | 10           | $RC\omega + 1/(RC\omega)$                |
| 09     | $\boxed{F}$ $\boxed{\text{X}^2}$                    | 22           | $[RC\omega + 1/(RC\omega)]^2$            |
| 10     | $9$   | 09           |  |
| 11     | $\boxed{+}$   | 10           | $9 + [RC\omega + 1/(RC\omega)]^2$        |
| 12     | $\boxed{F}$ $\boxed{\sqrt{\quad}}$                  | 21           | $\sqrt{9 + [RC\omega + 1/(RC\omega)]^2}$ |
| 13     | $\boxed{F}$ $\boxed{1/\text{X}}$                    | 23           | $K_U$                                    |
| 14     | $\boxed{\text{С/П}}$                                | 50           | Останов и индикация                      |

Для реализации программы:

1. Включите калькулятор.
2. Нажмите клавиши  $\boxed{\text{В/О}}$   $\boxed{f}$   $\boxed{\text{ПРГ}}$ .
3. Введите программу, нажимая соответствующие клавиши и контролируя правильность нажатия по значению кода.
4. Нажмите клавиши  $\boxed{F}$   $\boxed{\text{АВТ}}$ .
5. Введите исходные данные, нажимая клавиши  $\boxed{R}$   $\boxed{\text{X} \rightarrow \text{П}}$   $\boxed{1}$ ,  $\boxed{C}$   $\boxed{\text{X} \rightarrow \text{П}}$   $\boxed{0}$ ,  $\boxed{\omega}$   $\boxed{\text{X} \rightarrow \text{П}}$   $\boxed{2}$ , где  $R = 10000$ ;  $C = 1 \cdot 10^{-9}$ ;  $\omega = 10000$ .
6. Нажмите клавиши  $\boxed{\text{В/О}}$   $\boxed{\text{С/П}}$ , прочтите результат —  $K_U(10000)$ .
7. Введите новое значение  $\omega = 20000$ , нажмите клавиши  $\boxed{\text{В/О}}$   $\boxed{\text{С/П}}$  и вновь прочтите результат —  $K_U(20000)$  и т.д.

**ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА  
ПОСТОЯННОГО МАГНИТНОГО ПОТОКА**

**ПРИМЕНЕНИЕ ЗАКОНА ПОЛНОГО ТОКА  
ДЛЯ АНАЛИЗА МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ.  
ВЛИЯНИЕ ФЕРРОМАГНИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ**

7.1. На кольцевой замкнутый сердечник (рис. 7.1) равномерно нанесена обмотка с числом витков  $w = 200$ . Поперечное сечение кольца прямоугольное. Наружный диаметр кольца  $D = 16$  см, внутренний диаметр  $d = 10$  см, толщина  $b = 4$  см.

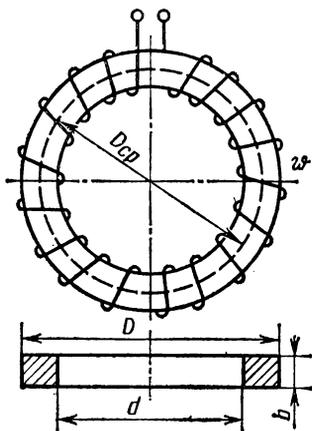


Рис. 7.1

Определить ток в обмотке катушки, при котором магнитный поток в сердечнике  $\Phi = 12 \cdot 10^{-4}$  Вб, если материал сердечника: а) дерево; б) литая сталь; в) листовая электротехническая сталь 1512.

Решение. Магнитная индукция в сердечнике из дерева и литой стали

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{\Phi}{\frac{D-d}{2}b} = \frac{12 \cdot 10^{-4}}{\frac{16-10}{2} \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 1 \text{ Тл.}$$

Магнитная индукция в сердечнике из листовой электротехнической стали 1512 (с учетом коэффициента заполнения стали  $k_{з.с} = 0,9$ )

$$B' = \frac{\Phi}{k_{з.с} S} = 1,11 \text{ Тл.}$$

а) Напряженность магнитного поля в сердечнике из дерева

$$H_0 = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1 \text{ Тл}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}} = 8 \cdot 10^5 \text{ А/м.}$$

Ток в обмотке находим из уравнения  $H = wI/l_{cp}$ :

$$I = \frac{l_{cp} H_0}{w} = \frac{40,8 \cdot 10^{-2} \cdot 8 \cdot 10^5}{200} = 1632 \text{ А,}$$

где

$$l_{cp} = \pi D_{cp} = \pi \frac{D+d}{2} = 40,8 \text{ см.}$$

Обычно для катушек кольцевых сердечников плотность тока в обмотке с лаковой или хлопчатобумажной изоляцией допускается

не выше  $J = 3 \text{ А/мм}^2$ , поэтому для данного тока потребовался бы провод с лаковой изоляцией сечением  $Q = I/J = 1632/3 = 544 \text{ мм}^2$ .

В этом случае площадь окна намотки  $S_m$  при  $w = 200$  должна быть равна (без учета коэффициента заполнения меди  $k_{з.м}$ )

$$S_m = 544 \cdot 10^{-2} \cdot 200 = 1088 \text{ см}^2.$$

Для данного размера сердечника площадь окна намотки (без учета  $k_{з.м}$ ) составляет

$$S_m = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 10^2}{4} = 78,5 \text{ см}^2.$$

Следовательно, в этом сердечнике заданный поток получить невозможно.

б) Напряженность магнитного поля в сердечнике из литой стали определяется по кривой намагничивания (см. Приложение 7:1 в конце главы): при  $B = 1 \text{ Тл}$ ,  $H_c = 750 \text{ А/м}$  и ток в обмотке  $I = 1,53 \text{ А}$ .

в) Аналогично, для сердечника из стали 1512 при  $B = 1,11 \text{ Тл}$ ,  $H_c = 570 \text{ А/м}$  и ток в обмотке  $I = 1,16 \text{ А}$ .

Сопоставляя полученные результаты, видим, что один и тот же магнитный поток  $\Phi$  можно получить при меньших магнитодвижущих силах, если материал сердечника легче намагничивается.

**7.2.** Определить относительные магнитные проницаемости и магнитные сопротивления ферромагнитных сердечников задачи 7.1 и индуктивности их катушек.

*Указание и ответ.* Значения заданных величин можно подсчитать, пользуясь следующими соотношениями:

для относительной магнитной проницаемости

$$\mu_r = \frac{B \text{ (Тл)}}{\mu_0 \text{ (Гн/м)} \cdot H \text{ (А/м)}};$$

для магнитного сопротивления магнитопровода

$$R_m = \frac{\omega I \text{ (А)}}{\Phi \text{ (Вб)}} = \frac{l \text{ (м)}}{\mu_0 \text{ (Гн/м)} \mu_r S \text{ (м}^2)}, \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{с}};$$

для индуктивности катушки

$$L = \omega \Phi / I = \mu_0 \mu_r \omega^2 S / l = \omega^2 / R_m, \text{ Гн}.$$

Результаты вычислений приведены в табл. 7.2.

Т а б л и ц а 7.2

| Материал сердечника | Ток $I$ , А | Индуктивность $L$ , мГн | Относительная магнитная проницаемость $\mu_r$ | Магнитное сопротивление $R_m'$ , $1/(\text{Ом} \cdot \text{с})$ |
|---------------------|-------------|-------------------------|---|---|
| Литая сталь         | 1,53        | 157                     | 1065  | $2,55 \cdot 10^5$   |
| Сталь 1512          | 1,16        | 207                     | 1560  | $1,93 \cdot 10^5$   |

**7.3.** Как изменится индуктивность катушки в задаче 7.1, у которой материал сердечника выполнен из стали 1512, если ток в обмотке ( $I = 1,16$  А) увеличить в два раза?

*Ответ:* индуктивность катушки уменьшится и будет равной  $L = 129$  мГн, так как материал сердечника при заданном увеличении тока находится в состоянии насыщения, а относительная магнитная проницаемость уменьшается (см. задачу 7.2).

**Вопрос.** Как изменится магнитный поток катушки, если при той же магнитодвижущей силе (м.д.с.) удалить сердечник?

*Ответ:* уменьшится.

**Вопрос.** Как изменится в этом случае индуктивность катушки?

*Ответ:* уменьшится.

**7.4.** Кольцевой сердечник с числом витков  $\omega = 128$  можно выполнить из стали 3411 или пермаллоя 79НМ (см. Приложение 7.1). Длина средней линии сердечника  $l_{cp} = 12,8$  см, сечение стали (с учетом  $k_{з.с.}$ )  $S_c = 1,37$  см<sup>2</sup>. В каком из сердечников можно получить больший магнитный поток при двух значениях тока в обмотках: 0,01 и 0,4 А? Чему равны эти потоки?

*Ответ:* в первом случае (при токе  $I = 0,01$  А) напряженность магнитного поля в обоих сердечниках  $H = 0,1$  А/см, а потоки  $\Phi_1 = 27,4 \cdot 10^{-6}$  Вб (в стали) и  $\Phi_2 = 76,3 \cdot 10^{-6}$  Вб (в пермаллое.) Во втором случае  $H = 4$  А/см,  $\Phi_1 = 198 \cdot 10^{-6}$  Вб и  $\Phi_2 = 117,8 \cdot 10^{-6}$  Вб. Пермаллой предпочтительнее применять при малых напряженностях магнитного поля ( $H < 1$  А/см).

**7.5.** Определить магнитный поток в сердечнике и индуктивность катушки с числом витков  $\omega = 100$ . Кольцевой сердечник катушки выполнен из электротехнической стали 1512 (см. Приложение 7.1) с внешним диаметром  $D = 28$  мм, внутренним диаметром  $d = 20$  мм и толщиной  $b = 5$  мм. Ток в обмотке  $I = 0,09$  А (при  $k_{з.с.} \approx 1$ ).

*Ответ:*  $\Phi = 9,8 \cdot 10^{-6}$  Вб;  $L = 1,09 \cdot 10^{-2}$  Гн.

**7.6.** Индуктивность катушки со стальным сердечником можно регулировать, изменяя значение тока в обмотке. Определить индуктивности катушки в задаче 7.5, если ток в обмотке увеличить: а) в два раза; б) в пять раз.

*Ответ:* а)  $L = 0,845 \cdot 10^{-2}$  Гн; б)  $L = 0,49 \cdot 10^{-2}$  Гн. Из-за нелинейности кривой намагничивания стали отсутствует пропорциональность между изменениями тока и индуктивности катушки.

## **МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ С ЗАЗОРОМ В МАГНИТОПРОВОДЕ.**

### **СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ.**

### **АНАЛОГИЯ МЕТОДОВ АНАЛИЗА**

### **ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ**

**7.7.** В сердечнике из литой стали (рис. 7.7) необходимо создать магнитную индукцию  $B = 1$  Тл. Число витков равномерно намотанной на сердечник обмотки  $\omega = 200$ , длина средней линии сердечника  $l_{cp} = 69$  см, сечение  $S = 6$  см<sup>2</sup>. Как изменятся ток и магнитное сопротивление магнитопровода, если в сердечнике сделать воздушный зазор  $\delta = 0,5$  мм? Магнитный поток сердечника должен остаться без

изменения. При расчете рассеянием пренебречь и считать поле в воздушном зазоре однородным.

Решение. Пренебрегая потоком рассеяния, считаем, что магнитная индукция в воздушном зазоре и в стали одинакова:  $B_0 = B_c = 1$  Тл.

Напряженность магнитного поля в воздушном зазоре

$$H_0 = B_0 / \mu_0 = 8 \cdot 10^5 B_0 = 8 \cdot 10^5 \cdot 1,0 = 800 \cdot 10^3 \text{ А/м.}$$

Напряженность поля в сердечнике для  $B = 1$  Тл по кривой намагничивания литой стали (см. Приложение 7.1) равна  $H_c = 750$  А/м.

Магнитодвижущая сила обмотки: при отсутствии в сердечнике воздушного зазора

$$\omega I_1 = l_{cp} H_c = 0,69 \cdot 750 = 517,5 \text{ А;}$$

при наличии в сердечнике воздушного зазора

$$\omega I_2 = l_{cp} H_c + \delta H_0 = 517,5 + 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 800 \cdot 10^3 = 917,5 \text{ А.}$$

Токи в обмотке

$$I_1 = \frac{\omega I_1}{\omega} = \frac{517,5}{200} = 2,58 \text{ А, } I_2 = \frac{\omega I_2}{\omega} = \frac{917,5}{200} = 4,58 \text{ А.}$$

Ток нужно увеличить на  $\Delta I = 4,58 - 2,58 = 2$  А, т. е. почти в два раза.

Магнитное сопротивление магнитопровода

$$R_{м.с} = \frac{l_{cp}}{\mu_0 \mu_r S} = \frac{l_{cp}}{\frac{BS}{H_c}} = 8,65 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{с}};$$

магнитное сопротивление воздушного зазора

$$R_\delta = \frac{\delta}{\mu_0 S} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6 \cdot 10^{-4}} = 6,63 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{с}};$$

магнитное сопротивление магнитопровода с воздушным зазором

$$R_m = R_{м.с} + R_\delta = (8,65 + 6,63) \cdot 10^5 = 15,3 \cdot 10^5 \text{ 1/(\text{Ом} \cdot \text{с}).}$$

Этот же результат можно получить из соотношения

$$R_m = \omega I_2 / \Phi = \omega I_2 / (BS) = 917,5 / (1 \cdot 6 \cdot 10^{-4}) = 15,3 \cdot 10^5 \text{ 1/(\text{Ом} \cdot \text{с}).}$$

7.8. В воздушном зазоре магнитопровода катушки (рис. 7.8), набранного из пластин стали 1212, требуется получить индукцию  $B_0 = 1$  Тл. Определить ток в катушке с числом витков  $\omega = 500$ , если воздушный зазор равен: а)  $\delta = 0,55$  мм; б)  $\delta = 2$  мм. Как изменится индуктивность катушки с увеличением воздушного зазора, если магнитная индукция в зазоре должна оставаться при этом неиз-

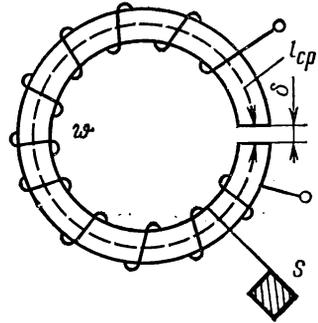


Рис. 7.7

менной? При расчете потоком рассеяния пренебречь. Коэффициент заполнения стали  $k_{з,с} = 0,95$ . Размеры даны в миллиметрах.

Ответ: а)  $I = 1,78$  А;  $L = 0,067$  Гн; б)  $I = 4,10$  А;  $L = 0,029$  Гн.

Индуктивность катушки с увеличением воздушного зазора уменьшается.

Вопрос. Как изменится мощность катушки в рассмотренных случаях?

Ответ: с увеличением зазора мощность катушки возрастает.

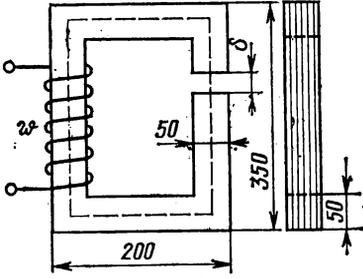


Рис. 7.8

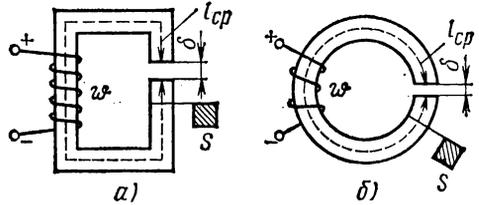


Рис. 7.9

7.9\*. Определить ток в обмотке катушки с незамкнутым магнитопроводом (рис. 7.9, а, б), если заданы средняя длина  $l_{ср}$  и поперечное сечение сердечника  $S$ , длина воздушного зазора  $\delta$ , число витков обмотки  $w$  и магнитный поток в зазоре  $\Phi_0$  (табл. 7.9 а): При расчете полем рассеяния пренебречь, магнитное поле в зазоре считать равномерным. Сечение магнитопровода задано в  $см^2$ ; средняя длина магнитопровода и длина воздушного зазора — в см, поток — в Вб.

Таблица 7.9 а

| Вариант | $l_{ср}$ | $S$ | $\delta$ | $w$ | $\Phi_0 \cdot 10^{-4}$ | Материал                              | Рис. 7.9 |
|---------|----------|-----|----------|-----|------------------------|---------------------------------------|----------|
| 1       | 100      | 4   | 0,02     | 500 | 4                      | Листовая эл.техн. горячекатаная сталь | а        |
| 2       | 70       | 4   | 0,05     | 500 | 4                      | То же                                 | а        |
| 3       | 86       | 25  | 0,1      | 400 | 30                     | »                                     | б        |
| 4       | 86       | 25  | 0,1      | 400 | 30                     | Никелевый пермаллой                   | б        |

Магнитные характеристики материалов заданы табл. 7.9 б.

Таблица 7.9 б

| $B$ , Тл  | 0 | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 1,0 | 1,2 | Материал |
|-----------|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----------|
| $H$ , А/м | 0 | 40  | 95  | 160 | 270 | 435 | 850 | 1512     |
|           | 0 | 55  | 135 | 220 | 335 | 500 | 875 | 1212     |
|           | 0 | 20  | 65  | 120 | 185 | 300 | 550 | 1410     |
|           | 0 | 12  | 18  | 27  | 40  | 60  | 130 | 50 НП    |

Ответ: 1,19 А; 1,5 А; 3,60 А; 2,68 А.

7.10. Катушка с кольцевым сердечником, содержащим переменный воздушный зазор, подключена к сети постоянного тока напряжением  $U = 12$  В. Обмотка катушки имеет сопротивление  $R = 12$  Ом и число витков  $\omega = 1000$ . Сердечник выполнен из стали 1512 и имеет внешний диаметр  $D = 22$  см, внутренний диаметр  $d = 18$  см, толщину пакета  $b = 1$  см, коэффициент заполнения стали  $k_{з,с} \approx 1$ . Определить магнитный поток и индуктивность катушки, если воздушный зазор сердечника  $\delta_1 = 0,01$  см, и начертить схему замещения магнитной цепи.

Решение. Магнитодвижущая сила для заданного сердечника определяется уравнением  $\omega I = l_c H_c + \delta H_b$ , которое можно решить графическими методами: 1) построением суммарной вебер-амперной характеристики; 2) пересечением вебер-амперных характеристик (аналогично методам решения уравнений нелинейных электрических цепей постоянного тока). Рассмотрим оба метода решения.

1) Задаваясь произвольно несколькими значениями потока  $\Phi$  в сердечнике и зная поперечное сечение сердечника  $S = \frac{D+d}{2} b = 2 \text{ см}^2$ , вычисляем индукцию  $B$  для каждого из принятых потоков. Затем по кривой намагничивания (см. приложение 7.1) находим соответствующие значения  $H_c$  и вычисляем  $l_c H_c$ , где длина магнитной линии по стали  $l_c = \pi \frac{D+d}{2} = 62,8$  см.

Полученные результаты расчетов сведены в табл. 7.10.

Таблица 7.10

|                           |      |      |      |     |     |     |      |      |
|---------------------------|------|------|------|-----|-----|-----|------|------|
| $\Phi \cdot 10^{-4}$ , Вб | 0,84 | 1,0  | 1,5  | 2   | 2,2 | 2,4 | 2,48 | 2,68 |
| $B$ , Тл                  | 0,42 | 0,5  | 0,75 | 1   | 1,1 | 1,2 | 1,24 | 1,34 |
| $H_c$ , А/м               | 100  | 125  | 240  | 440 | 575 | 850 | 1000 | 1650 |
| $l_c H_c$ , А             | 62,8 | 78,4 | 151  | 276 | 361 | 534 | 628  | 1035 |

На основании данных таблицы и схемы замещения рис. 7.10, а строим вебер-амперную характеристику  $\Phi(l_c H_c)$  (рис. 7.10, б). Далее по одной точке строим на рис. 7.10, б вебер-амперную характеристику воздушного зазора  $\Phi(\delta H_b)$ : например, для  $B = 0,5$  Тл и

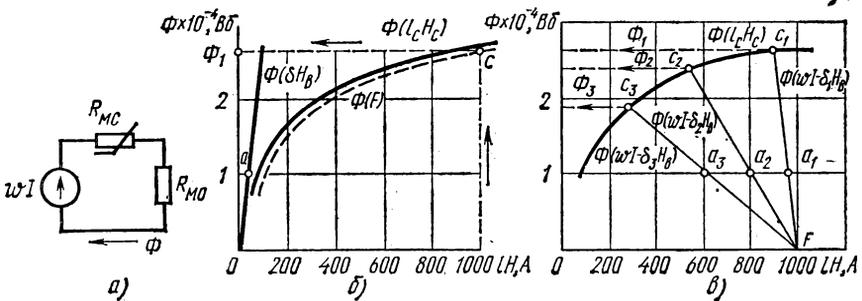


Рис. 7.10

$\delta_1 = 0,01$  см находим  $\Phi_1 = BS = 1 \cdot 10^{-4}$  Вб,  $H_B$  (А/м) =  $8 \cdot 10^5$  В (Тл) =  $= 8 \cdot 10^5 \cdot 0,5 = 4 \cdot 10^6$  А/м и  $H_B \delta = 40$  А. Откладываем на графике точку  $a$  с координатами  $\Phi_1 = 1 \cdot 10^{-4}$  Вб и  $lH = 40$  А. Проводим через начало координат и точку  $a$  искомую прямую  $\Phi(\delta H_B)$ . Затем в соответствии со схемой замещения рис. 7.10,  $a$  производим сложение абсцисс кривых  $\Phi(l_c H_c)$ ,  $\Phi(\delta H_B)$  и получаем суммарную кривую  $\Phi(F)$ , где  $F = lH$  — м.д.с.

Заданная м.д.с.  $F = \omega I = \omega \frac{U}{R} = 1000 \frac{12}{12} 1000$  А, откладываем это значение  $F$  на оси абсцисс, составляем перпендикуляр до пересечения в кривой  $\Phi(F)$  в точке  $c$ . От этой точки проводим горизонтальную линию до пересечения с осью ординат. Получаем искомое значение магнитного потока  $\Phi_1 = 2,62 \cdot 10^{-4}$  Вб.

2) В соответствии со вторым методом на графике с построенной вебер-амперной характеристикой  $\Phi(l_c H_c)$  по двум точкам строим прямую  $\Phi(\omega I - \delta_1 H_B)$ , соответствующую заданному воздушному зазору  $\delta_1$  (рис. 7.10,  $b$ ). Для этого нужно предварительно определить напряженность поля  $H_B$  для одного из значений индукции (или магнитного потока). Определим, например,  $H_B$  для индукции  $B = 0,5$  Тл (что соответствует магнитному потоку  $\Phi = 1 \cdot 10^4$  Вб):  $H_B$  (А/м) =  $= 8 \cdot 10^5 \cdot B$  (Тл) =  $4 \cdot 10^5$  А/м.

Тогда

$$\delta H_B = 40 \text{ А, } \omega I - \delta_1 H_B = 960 \text{ А.}$$

Находим на графике рис. 7.10,  $b$  точку  $a_1$  с ординатой  $\Phi = 1 \cdot 10^{-4}$  Вб, абсциссой  $lH = 960$  А и проводим через нее и точку  $F$  прямую. Точка  $c_1$  пересечения кривой  $\Phi(l_c H_c)$  и прямой  $\Phi(\omega I - \delta_1 H_B)$  определяет искомое значение потока  $\Phi_1 = 2,62 \cdot 10^{-4}$  Вб.

Индуктивность катушки

$$L = \omega \Phi_1 / I = 262 \text{ мГн.}$$

7.11. Как изменятся магнитный поток и индуктивность катушки в задаче 7.10, если воздушный зазор в сердечнике увеличить до  $\delta_2 = 0,05$  см и  $\delta_3 = 0,1$  см?

Ответ: потоки и индуктивности соответственно уменьшатся и будут равны  $\Phi_2 = 2,40 \cdot 10^{-4}$  Вб (точка  $c_2$  на рис. 7.10,  $b$ );  $\Phi_3 = 1,88 \cdot 10^{-4}$  Вб (точка  $c_3$  на рис. 7.10,  $b$ );  $L_2 = 240$  мГн и  $L_3 = 188$  мГн.

7.12. Незамкнутый магнитопровод катушки состоит из двух различных по сечению участков 1 и 2 (рис. 7.12). Определить ток в обмотке катушки, если магнитная индукция в зазоре  $B_0 = 1$  Тл, длина участка с сечением  $S_1 = 1$  см<sup>2</sup>  $l_1 = 4$  см, длина участка с сечением  $S_2 = 0,5$  см<sup>2</sup>  $l_2 = 7$  см, воздушный зазор  $\delta = 0,01$  мм.

Число витков обмотки  $\omega = 100$ . Материал магнитопровода — сталь 1512. При расчете рассеянием пренебречь и магнитное поле в зазоре считать равномерным.

Ответ:  $I = 1,15$  А.

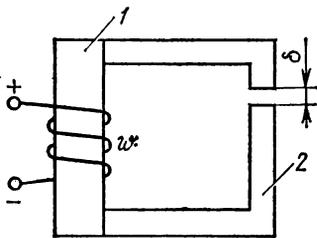


Рис. 7.12

**Вопрос.** Как изменится ток в обмотке катушки, если при неизменном значении магнитной индукции в зазоре  $B_0 = 1$  Тл сечение первого участка  $S_1$  изменить и сделать равным  $S_2$ ?

**Ответ:** ток увеличится,  $I = 1,27$  А.

**7.13.** Ш-образный магнитопровод выполнен из пластин стали 1212. На рис. 7.13 указаны размеры:  $a = 16$  мм,  $b = 20$  мм,  $c = 16$  мм,  $h = 40$  мм,  $\delta = 0,5$  мм. Определить магнитодвижущую силу катушки, если индукция в воздушном зазоре  $B_0 = 1,25$  Тл. При расчете потоком рассеяния пренебречь. Коэффициент заполнения стали принять равным  $k_{з.с} = 0,9$ .

**Ответ:**  $\omega I = F = 1128$  А.

Ввиду полной симметрии разветвленной магнитной цепи относительно вертикальной оси  $AA$ , проходящей через середину магнитопровода, магнитный поток, создаваемый катушкой, разветвляется на два равных потока. Следовательно, расчет этой цепи можно вести по одной ее половине.

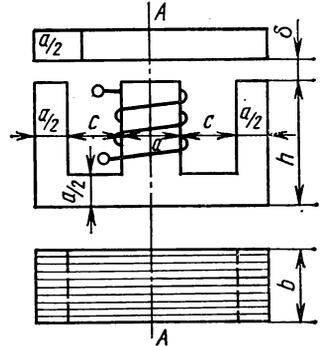


Рис. 7.13

**7.14.** Магнитопровод, показанный на рис. 7.14, а, выполнен из стали 1212. Какой ток нужно установить в намагничивающих катушках с числом витков 260 у каждой, чтобы создать в воздушном

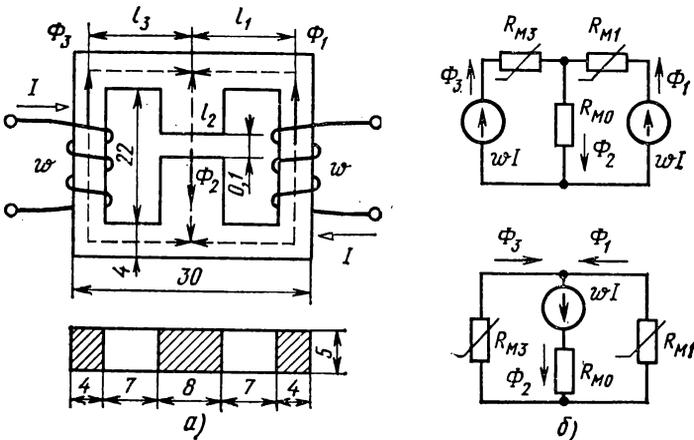


Рис. 7.14

зазоре магнитный поток  $\Phi = 32,4 \cdot 10^{-4}$  Вб? При расчете потоками рассеяния пренебречь. Размеры сердечника (в сантиметрах) и направления токов в обмотках указаны на рисунке, коэффициент заполнения стали  $k_{з.с} = 0,9$ . Какой ток нужно иметь в катушке для сохранения того же потока в воздушном зазоре, если из двух катушек оставить одну и поместить ее на среднем стержне? Составить схемы замещения магнитной цепи для обоих случаев.

Ответ: в обоих случаях размещения катушек  $I = 3,94$  А. Аналоговые схемы показаны на рис. 7.14, б.

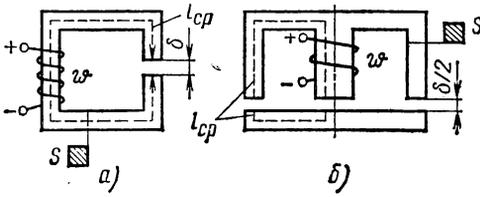


Рис. 7.15

7.15\*. Определить магнитный поток в воздушном зазоре катушки с незамкнутым магнитопроводом (рис. 7.15), если заданы средняя длина  $l_{cp}$  и сечение  $S$  магнитопровода, длина воздушного зазора  $\delta$ , ток в обмотке  $I$ , число витков  $w$  и материал сердечника (см. табл. 7.15).

Поле рассеяния пренебречь, поле воздушного зазора считать равномерным. Размеры заданы в сантиметрах, ток — в амперах. Задачу решить графически. Магнитные характеристики заданы табл. 7.9 (см. задачу 7.9).

Таблица 7.15

| Вариант | $l_{cp}$ | $S$ | $\delta$ | $w$ | $I$  | Материал | Рис. 7.15 |
|---------|----------|-----|----------|-----|------|----------|-----------|
| 1       | 100      | 5   | 0,1875   | 500 | 3    | 1512     | а         |
| 2       | 50       | 4   | 0,15     | 500 | 2    | 1212     | а         |
| 3       | 20       | 1   | 0,0125   | 54  | 0,28 | 50НП     | б         |
| 4       | 100      | 5   | 0,15     | 500 | 2    | 1411     | б         |

Ответ:  $4,15 \cdot 10^{-4}$  Вб;  
 $2,95 \cdot 10^{-4}$  Вб;  $0,26 \cdot 10^{-4}$  Вб;  
 $3,5 \cdot 10^{-4}$  Вб.

7.16. На рис. 7.16, а приведен упрощенный эскиз магнитной цепи двухполюсной машины постоянного тока. Построить график зависимости магнитного потока  $\Phi_0$  в зазоре  $\delta$  под полюсом машины от тока возбуждения  $I_B$  в обмотках полюсов:  $\Phi_0(I_B)$ . Индукция в зазоре  $B_0 = 0,2 \div 0,8$  Тл, остаточный поток  $\Phi_{ост} = 2 \cdot 10^{-4}$  Вб. Число витков обеих обмоток  $w = 1900$ . Статор 1 выполнен из электротехнической стали 1512, поперечное сечение  $S_{ст} = 20$  см<sup>2</sup>, длина магнитной линии по статору  $l_{ст} = 22$  см. Якорь 2 и полюсы 3 выполнены из той же стали и име-

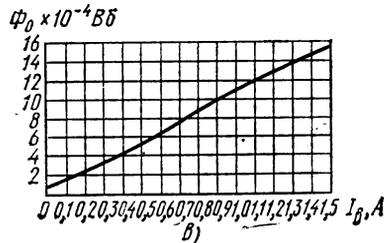
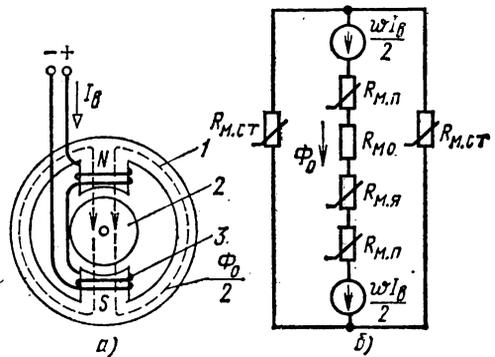


Рис. 7.16

ют соответственно размеры:  $S_{\text{я}} = 50 \text{ см}^2$ ,  $l_{\text{я}} = 5 \text{ см}$ ,  $S_{\text{п}} = 40 \text{ см}^2$ ,  $l_{\text{п}} = 2 \text{ см}$ .

Ответ: на рис. 7.16, б представлена схема замещения магнитной цепи машины, а на рис. 7.16, в — график  $\Phi_0(I_{\text{в}})$ .

### ПОНЯТИЕ О МАГНИТНЫХ ЦЕПЯХ С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ

7.17. Определить вращающий момент, действующий на рамку магнитоэлектрического миллиамперметра (рис. 7.17, а), если ток в рамке  $I = 7,5 \text{ мА}$ , число витков рамки  $\omega = 48$ , длина ее (по оси)

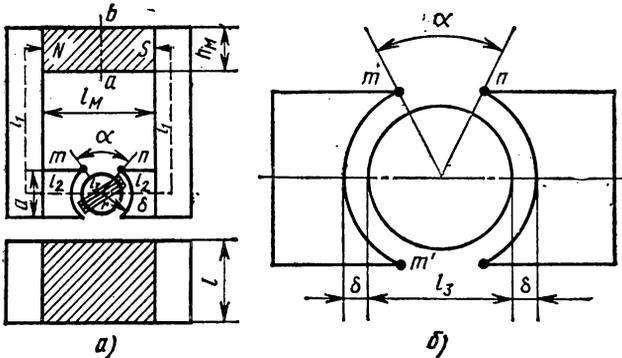


Рис. 7.17

$l = 35 \text{ мм}$ , ширина  $b = 18,8 \text{ мм}$ . Индукция в плоскости нейтрали  $ab$  постоянного магнита  $B = 0,5 \text{ Тл}$ , площадь поперечного сечения магнита  $S_{\text{м}} = 3,5 \text{ см}^2$ . Коэффициент рассеяния магнитного потока  $\sigma = 1,65$ , угол  $\alpha = 60^\circ$ , длина воздушного зазора  $\delta = 0,12 \text{ см}$ , диаметр среднего сердечника  $l_3 = 1,76 \text{ см}$  (рис. 7.17, б).

Решение. Рабочий магнитный поток прибора с учетом рассеяния

$$\Phi_{\text{р}} = BS_{\text{м}}/\sigma = 0,5 \cdot 3,5 \cdot 10^{-4} / 1,65 = 1,06 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Магнитная индукция в воздушном зазоре

$$B_0 = \Phi_{\text{р}}/S_{\text{н}} = 1,06 \cdot 10^{-4} / (7,33 \cdot 10^{-4}) = 0,144 \text{ Тл,}$$

где  $S_{\text{н}} = (l_3 + 2\delta)\pi l/3 = 7,33 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$  — поверхность полюсных наконечников, через которую проходит рабочий магнитный поток  $\Phi_{\text{р}}$ . При этом длина дуги полюсного наконечника  $l_{\text{мм}'} = (l_3 + 2\delta)/3$ .

Вращающий момент рамки прибора  $M_{\text{вр}} = B_0 I b \omega = 0,144 \cdot 35 \cdot 10^{-3} \times 7,5 \cdot 10^{-3} \cdot 18,8 \cdot 10^{-3} \cdot 48 = 3,41 \cdot 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{м} = 3,41 \cdot 10^{-5} \text{ Дж} = 348 \text{ мГ} \cdot \text{см}$ .

7.18. Определить индукцию в воздушном зазоре магнитоэлектрического прибора (см. рис. 7.17), характеристика постоянного магнита которого, выполненного из литого сплава марки ЮН14ДК24, приведена на рис. 7.18. Сопротивлениями стыков между накладками, магнитом и полюсными наконечниками пренебречь. Размеры магни-

топровода:  $l_m = 30$  мм,  $l = 35$  мм,  $h_m = 10$  мм,  $\delta = 1,2$  мм,  $l_3 + 2\delta = 20$  мм,  $a = 17$  мм.

Указание и решение. Для заданной магнитной цепи, согласно закону полного тока, можно написать

$$l_m H_m + l_1 H_1 + l_2 H_2 + l_3 H_3 + l_0 H_0 = 0. \quad (1)$$

Здесь  $H_m$  — напряженность поля в самом магните на участке  $l_m$ ;  $H_0$  — напряженность поля в воздушных зазорах, общая длина которых

$l_0$ ;  $H_1, H_2, H_3$  — напряженности поля в магнитных накладках, полюсных наконечниках и цилиндре соответственно на участках  $l_1, l_2, l_3$ , выполненных из магнитомягкого материала.

Магнитные напряжения участков  $l_1, l_2, l_3$  малы по сравнению с  $l_m H_m$  и  $l_0 H_0$ , ими можно пренебречь. Поэтому уравнение (1) упрощается:

$$l_m H_m + l_0 H_0 = 0. \quad (2)$$

Магнитный поток в среднем сечении  $S_m$  постоянного магнита

$$\Phi_m = B_m S_m.$$

Рабочий магнитный поток воздушного зазора с учетом коэффициента рассеяния  $\sigma$

$$\Phi_p = \Phi_m / \sigma = B_m S_m / \sigma = B_0 S_n = \mu_0 H_0 S_n.$$

Подставляя в это уравнение вместо напряженности  $H_0$  ее значение из выражения (2), находим

$$B_m = \frac{\sigma \mu_0 S_n}{S_m} H_0 = \frac{\sigma \mu_0 S_n l_m}{l_0 S_m} H_m. \quad (3)$$

Уравнение (3) выражает прямую, тангенс угла наклона которой к оси абсцисс  $\alpha_1$  зависит от свойств материала, а также от соотношения геометрических размеров магнита и воздушного зазора, характеризуемых коэффициентом  $\sigma$ . Так как зависимость  $B(H)$  определяется также кривой размагничивания, то точка пересечения кривой  $B(H)$  и луча, выходящего из начала координат под углом  $\alpha_1$  к оси абсцисс, определяет рабочий режим магнита (рис. 7.18).

Магнитная индукция в воздушном зазоре прибора определяется точкой пересечения  $b$  характеристики  $B(H)$  с прямой  $ON'$ . Тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{S_n l_m}{2\delta S_m} = \frac{7,33 \cdot 10^{-4} \cdot 30 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 1,2^{-3} \cdot 3,5 \cdot 10^{-4}} = 26,2,$$

где  $S_n$  — поверхность полюсных наконечников;  $S_m$  — площадь поперечного сечения магнита;  $l_m$  — длина магнита;  $\delta$  — длина одного воздушного зазора.

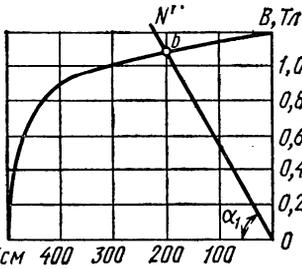


Рис. 7.18

Для построения прямой  $ON'$  на графике  $B(H)$  проводим следующие рассуждения.

Из выражения (3) имеем

$$\frac{B_M}{H_M} = \frac{\sigma \mu_0 S_H I_M}{l_0 S_M} = \sigma \mu_0 \operatorname{tg} \alpha_1,$$

откуда

$$\frac{B_M (\text{Тл})}{H_M (\text{А/м})} = 1,65 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 26,2 = 540 \cdot 10^{-7} \frac{(\text{В} \cdot \text{с})}{\text{м}^2},$$

$$B_M (\text{Тл}) = 540 \cdot 10^{-7} H_M (\text{А/м}) = 0,54 \cdot 10^{-4} H_M (\text{А/м}) = 0,54 \cdot 10^{-2} H_M (\text{А/см}).$$

Задаваясь произвольно значением  $H_M = 200 \text{ А/см}$ , получаем  $B_M = 0,54 \cdot 10^{-2} \cdot 200 = 1,08 \text{ Тл}$ .

Через точку с этими координатами и начало координат проводим прямую  $ON'$ .

Точка  $b$  определяет индукцию  $B_b$ , равную в этом случае  $1,08 \text{ Тл}$ .

**7.19.** Определить магнитную индукцию в воздушном зазоре магнитной системы гальванометра (рис. 7.19). Характеристика магнита

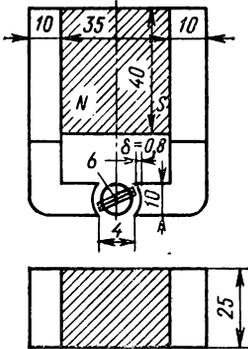


Рис. 7.19

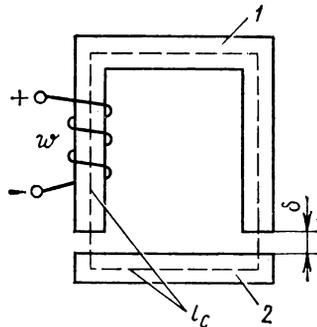


Рис. 7.20

из литого сплава марки ЮН14ДК24 приведена на рис. 7.18. Размеры магнитной системы указаны в миллиметрах. Коэффициент рассеяния магнитного потока  $\sigma = 1,65$ .

Ответ:  $B_b = 0,64 \text{ Тл}$ .

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА

**7.20.** Магнитопровод 1 и ярмо 2 электромагнита (рис. 7.20) выполнены из стали одинакового сечения  $S_c = 2,5 \text{ см}^2$  и имеют суммарную длину  $l_c = 0,3 \text{ м}$ . Определить силу  $F$ , с которой ярмо притягивается к магнитопроводу, если ток в обмотке  $I = 1,8 \text{ А}$ , число витков обмотки  $w = 110$ , длина воздушного зазора  $\delta = 0,025 \text{ мм}$ . Магнитная характеристика стали задана табл. 7.20.

Примечание. По мере притяжения ярма зазор  $\delta$  уменьшается и сила  $F$  возрастает, расчет ведется для заданного максимального зазора.

|           |   |     |      |      |     |     |     |     |
|-----------|---|-----|------|------|-----|-----|-----|-----|
| $B$ , Тл  | 0 | 0,4 | 0,67 | 0,87 | 1,0 | 1,1 | 1,2 | 1,3 |
| $H$ , А/м | 0 | 100 | 200  | 300  | 400 | 500 | 600 | 700 |

Решение. При изменении расстояния между магнитопроводом и ярмом происходит изменение энергии магнитного поля

$$dW_{\text{эм}} = d\left(\frac{LI^2}{2}\right) = \frac{I^2}{2} dL,$$

которое должно быть равно работе сил, вызывающих перемещение  $Fd\delta$ , т. е.  $dW_{\text{эм}} = Fd\delta$ , откуда

$$F = \frac{I^2}{2} \frac{dL}{d\delta}.$$

Ввиду малости воздушного зазора можно принять  $\frac{dL}{d\delta} = \frac{L}{\delta}$ . С помощью преобразований находим

$$L = \Psi_0/I = \Phi_0\omega/I = B_0S_0\omega/I,$$

или

$$LI^2 = B_0S_0\omega I = B_0S_0H_0\delta = B_0^2S_0\delta/\mu_0,$$

откуда

$$F = B_0^2S_0/(2\mu_0).$$

Выражая силу  $F$  в ньютонах (Н), магнитную индукцию  $B_0$  — в тесла (Тл), сечение  $S_0$  — в  $\text{см}^2$  и подставляя значение магнитной постоянной  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м, получаем расчетную формулу  $F(\text{Н}) = 40B_0^2(\text{Тл})S_0(\text{см}^2)$ . Подставляя числовые значения заданных величин, вычисляем магнитодвижущую силу  $\omega I = 1980$  А, строим вебер-амперную характеристику  $\Phi_{\text{ст}}(\omega I)$  по заданной кривой намагничивания  $B_{\text{ст}}(H_{\text{ст}})$  и далее опрокинутую характеристику воздушного зазора  $\Phi(\omega I - H_0\delta)$ . Из пересечения характеристик находим, что индукция в воздушном зазоре  $B_0 = 1,12$  Тл. Тогда искомая сила притяжения  $F = 40 \cdot 1,12^2 \cdot 5 = 251$  Н.

7.21. Рассчитать тяговую характеристику подъемного электромагнита  $F(\delta)$  для значений воздушного зазора  $\delta = 1, 2, 3, 4$  мм. При расчете потоком рассеяния и магнитным сопротивлением стали пренебречь, магнитодвижущая сила катушки

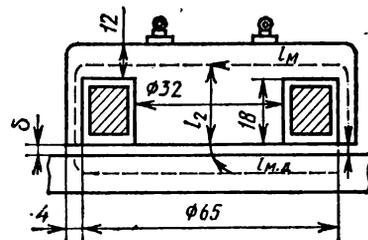


Рис. 7.21

электромагнита  $\omega I = 2500$  А. Размеры электромагнита на рис. 7.21 указаны в миллиметрах.

Решение. Магнитодвижущая сила катушки электромагнита расходуется на прохождение магнитного потока через воздушные

зазоры, тело электромагнита и поднимаемую деталь:  $\omega I = 2\delta H_0 + (l_m + l_2) H_c + l_{m, д} H_{д'}$ , или в случае пренебрежения магнитными сопротивлениями участков в теле электромагнита и сопротивлением участка поднимаемой детали

$$\omega I = \delta_1 H_{01} + \delta_2 H_{02} = R_{m0} \Phi = (R_{m01} + R_{m02}) \Phi, \quad (4)$$

где  $R_{m01} = \delta_1 / \mu_0 S_1$  и  $R_{m02} = \delta_2 / (\mu_0 S_2)$  — магнитные сопротивления воздушных зазоров средней ( $S_2$ ) и внешней ( $S_1$ ) частей электромагнита.

Сила тяги электромагнита состоит из двух различных сил:

$$F = F_1 + F_2,$$

где

$$F_1 = \frac{B_1^2}{2\mu_0} S_1 \quad \text{и} \quad F_2 = \frac{B_2^2}{2\mu_0} S_2. \quad (5)$$

Магнитные индукции воздушных зазоров

$$B_1 = \frac{\Phi}{S_1} = \frac{\omega I}{(R_{m01} + R_{m02}) S_1} = \frac{\omega I}{\left(\frac{\delta_1}{\mu_0 S_1} + \frac{\delta_2}{\mu_0 S_2}\right) S_1},$$

$$B_2 = \frac{\Phi}{S_2} = \frac{\omega I}{(R_{m01} + R_{m02}) S_2} = \frac{\omega I}{\left(\frac{\delta_1}{\mu_0 S_1} + \frac{\delta_2}{\mu_0 S_2}\right) S_2}. \quad (6)$$

Подставляя соотношения (6) в (5), получаем

$$F_1 = \left[ \frac{\omega I}{\left(\frac{\delta_1}{\mu_0 S_1} + \frac{\delta_2}{\mu_0 S_2}\right) S_1} \right]^2 \frac{S_1}{2\mu_0} = \frac{\omega^2 I^2 \mu_0}{2 \left(\frac{\delta_1}{S_1} + \frac{\delta_2}{S_2}\right)^2 S_1},$$

$$F_2 = \left[ \frac{\omega I}{\left(\frac{\delta_1}{\mu_0 S_1} + \frac{\delta_2}{\mu_0 S_2}\right) S_2} \right]^2 \frac{S_2}{2\mu_0} = \frac{\omega^2 I^2 \mu_0}{2 \left(\frac{\delta_1}{S_1} + \frac{\delta_2}{S_2}\right)^2 S_2}. \quad (7)$$

Задаваясь значениями  $\delta_1 = \delta_2 = 1, 2, 3, 4$  мм и подставляя в (7) площади средней  $S_2$  и внешней  $S_1$  частей электромагнита

$$S_1 = \frac{D^2 - d^2}{4} \pi = 0,0867 \text{ м}^2, \quad S_2 = \frac{d_1^2}{4} \pi = 0,081 \text{ м}^2,$$

получаем табл. 7.21.

Таблица 7.21

| $\delta$ , мм        | 1     | 2     | 3     | 4     |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|
| $F_1 \cdot 10^4$ , Н | 8     | 1,97  | 0,892 | 0,50  |
| $F_2 \cdot 10^4$ , Н | 8,54  | 2,055 | 0,960 | 0,535 |
| $F \cdot 10^4$ , Н   | 16,54 | 4,025 | 1,852 | 1,035 |

7.22. Для охлаждения теплоносителя атомного реактора применяется жидкий металл. На рис. 7.22 схематически показано устройство соответствующего жидкостного насоса. К зазору между полюсами электромагнита  $N-S$  подводятся медные шины  $A$  и  $B$ , концы которых подключены к источнику напряжения. В направлении, перпендикулярном направлению магнитного поля электромагнита и шины, пропускается струя жидкого металла. В результате взаимодействия магнитного поля с током (который сначала проходит по шине, затем попадает в струю жидкого металла и отводится снова по шине) создается усилие, под влиянием которого движется струя жидкого металла.

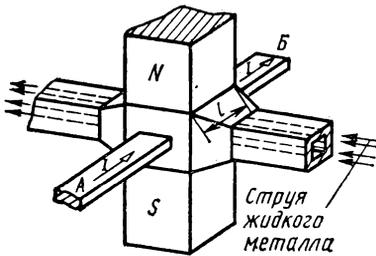


Рис. 7.22

Определить силу, действующую на струю, если ток  $I = 10\,000$  А, активная длина струи  $l = 10$  см и магнитная индукция  $B = 1$  Тл.

Ответ:  $F = 1000$  Н.

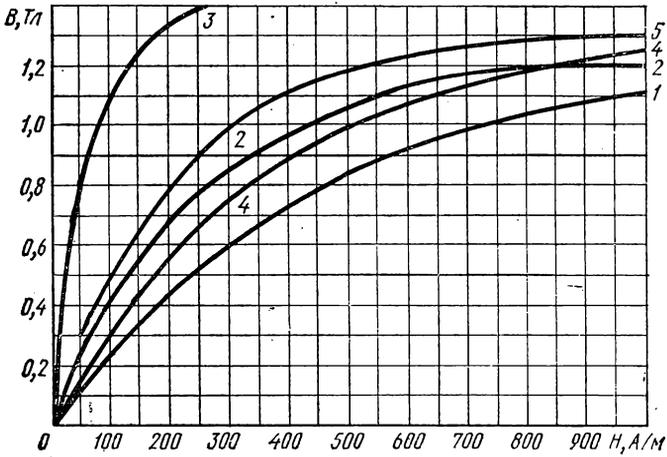
7.23\*. Определить силу  $F$ , с которой ярмо 2 притягивается к электромагниту 1 (см. рис. 7.20), если заданы их размеры, суммарный воздушный зазор  $l_B$  и магнитодвижущая сила  $\omega I$  (табл. 7.23). Магнитная характеристика материала ярма и электромагнита задана табл. 7.20 (см. задачу 7.20).

Таблица 7.23

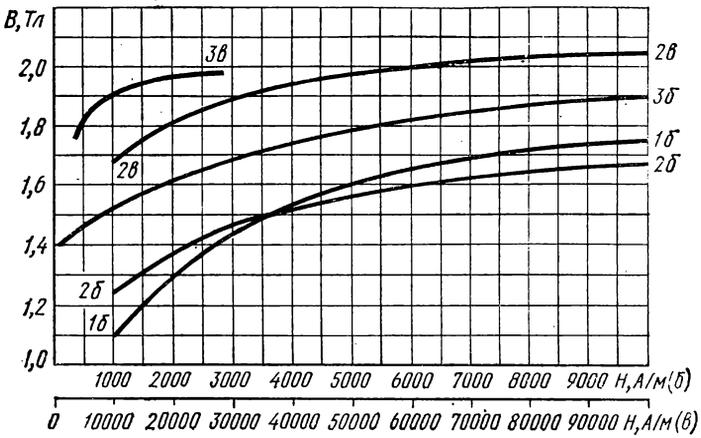
| Вариант | $l_1$ , см | $S_1$ , см <sup>2</sup> | $l_2$ , см | $S_2$ , см <sup>2</sup> | $l_B$ , мм | $\omega I$ , А |
|---------|------------|-------------------------|------------|-------------------------|------------|----------------|
| 1       | 12         | 2                       | 8          | 2                       | 0,05       | 120            |
| 2       | 18         | 2                       | 2          | 2                       | 0,133      | 100            |
| 3       | 15         | 2                       | 5          | 2                       | 0,325      | 128            |

Ответ: 160 Н; 57,5 Н; 25,64 Н.

Приложение 7.1

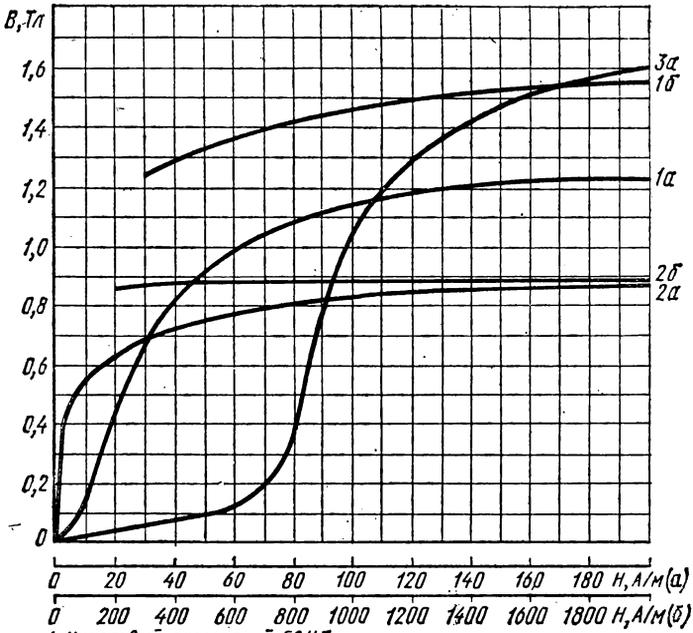


1. Литая сталь
2. Листовая электротехническая сталь 1512 (горячекатаная)
3. Листовая электротехническая сталь 3411 (холоднокатаная)
4. Листовая электротехническая сталь 1212 (горячекатаная)
5. Листовая электротехническая сталь 1410 (горячекатаная)



1. Литая сталь
2. Листовая электротехническая сталь 1512 (горячекатаная)
3. Листовая электротехническая сталь 3411 (холоднокатаная)

Приложение 71



1. Никелевый пермаллой 50НП
2. Молибденовый пермаллой 79НМ
3. Пермаллой

**ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА ПЕРЕМЕННОГО МАГНИТНОГО ПОТОКА. ТРАНСФОРМАТОРЫ**

**МАГНИТНЫЕ ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ**

8.1. При различной частоте перемагничивания кольцевого сердечника были сняты три динамические петли ферромагнитного материала (рис. 8.1). Во всех трех случаях для частот  $f = 400, 50$  Гц и при очень медленном перемагничивании ( $f \rightarrow 0$ ) амплитуда магнитной индукции оставалась неизменной и соответствовала началу насыщения сердечника. Сердечник выполнен из пермаллоя 80НХС с толщиной ленты  $b = 0,05$  мм и имеет следующие геометрические размеры: среднюю длину магнитной линии  $l_{cp} = 30$  см, площадь поперечного сечения  $s_c = 2$  см<sup>2</sup> (без учета изоляционных прослоек между листами). При  $B = 0,65$  Тл площади динамических петель  $s_1 = 14,8$  см<sup>2</sup>,  $s_2 = 34$  см<sup>2</sup>,  $s_3 = 64,6$  см<sup>2</sup>. Определить с помощью петель мощность потерь в сердечнике при заданных частотах и оценить ее составляющие, связанные с гистерезисом и вихревыми токами.

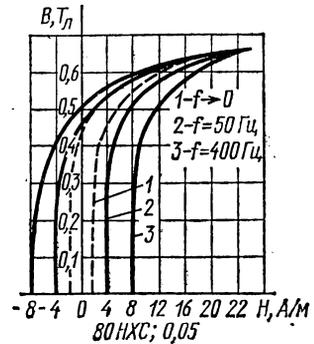


Рис. 8.1

Решение. Потери энергии за один цикл перемагничивания сердечника можно найти по формуле

$$A = V_c \oint H_c dB = V_c m_H m_B s,$$

где  $V_c$  — объем сердечника, м<sup>3</sup>;  $s$  — площадь петли, см<sup>2</sup>;  $m_H = 4$  (А/м)/см и  $m_B = 0,067$  Тл/см — масштабы по осям координат, в которых построены петли (рис. 8.1).

Потери энергии от гистерезиса за один цикл  $A_{f \rightarrow 0}$  определяют по площади петли перемагничивания, снятой при очень низкой частоте ( $f \rightarrow 0$ ).

Мощность потерь от гистерезиса при заданной частоте равна потерям энергии за один цикл при  $f \rightarrow 0$ , умноженным на число циклов в секунду, т. е. на величину  $f$ :  $P_r = f A_{f \rightarrow 0}$ .

Мощность полных потерь от гистерезиса и вихревых токов определяют непосредственно по динамической петле перемагничивания, снятой при заданной частоте:  $P = f A$ . Мощность потерь от вихревых токов  $P_v = P - P_r$ .

Результаты расчета приведены в табл. 8.1.]

Таблица 8.1

| $f$ , Гц          | $A$ , мДж | $P$ , мВт | $P_r$ , мВт | $P_b$ , мВт |
|-------------------|-----------|-----------|-------------|-------------|
| $f \rightarrow 0$ | 0,236     | —         | —           | —           |
| 50                | 0,56      | 28,0      | 11,8        | 15,4        |
| 400               | 1,03      | 410       | 95          | 315         |

Анализируя результаты расчета, можно сделать следующие выводы.

1. Вихревые токи заметно расширяют петлю и увеличивают потери в сердечнике, несмотря на то что толщина ленты, из которой выполнен сердечник, равна 50 мкм; уже при частоте 400 Гц площадь петли оказывается в четыре раза больше площади петли при  $f \rightarrow 0$ .

2. Так как мощность потерь  $P$  зависит не только от частоты перемagnetивания, но и от площади петли, зависимость  $P(f)$  отличается от прямолинейной; изменение частоты, например, в восемь раз (от 50 до 400 Гц) приводит к росту мощности в 15 раз.

3. С ростом частоты соотношение между потерями от гистерезиса и вихревых токов изменяется: если при низких частотах  $P_r \geq P_b$ , то при повышенных частотах наблюдается обратное соотношение.

8.2. Определить с помощью петель перемagnetивания (рис. 8.2) потери мощности от гистерезиса и мощность суммарных потерь в сердечнике из холоднокатаной стали 3413 с теми же размерами, что и в задаче 8.1. Амплитуда магнитной индукции в сердечнике при всех частотах остается неизменной и равной  $B_m = 1,5$  Тл.

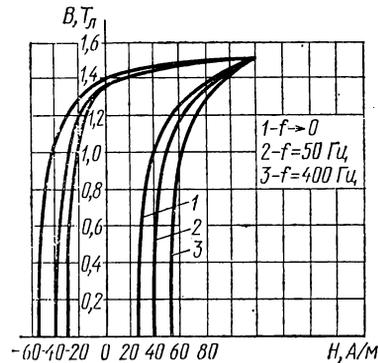


Рис. 8.2

Площадь петель  $s_1 = 68$  см<sup>2</sup>,  $s_2 = 83,6$  см<sup>2</sup>,  $s_3 = 104$  см<sup>2</sup>. Масштабы рис. 8.2 те же, что и в задаче 8.1.

Ответ: результаты расчета приведены в табл. 8.2.

Таблица 8.2

| $f$ , Гц | $A$ , мДж | $P$ , мВт | $P_r$ , мВт | $P_b$ , мВт |
|----------|-----------|-----------|-------------|-------------|
| 0        | 10,9      | —         | —           | —           |
| 50       | 13,3      | 668       | 545         | 123         |
| 400      | 16,6      | 6640      | 4360        | 2280        |

Сравнение данных табл. 8.1 и 8.2 показывает, что потери от гистерезиса в стали значительно больше, чем у пермаллоя, вследствие чего относительная доля потерь от вихревых токов в стали меньше: даже при  $f = 400$  Гц  $P_v < P_g$ .

8.3. Определить полные  $P_c$  и удельные  $P_{уд}$  потери в стали магнитопровода по динамическому циклу перемагничивания, полученному на частоте  $f = 50$  Гц. Объем стали магнитопровода  $V = 10^3$  см<sup>3</sup>, площадь цикла перемагничивания  $S_{цикла} = 15$  см<sup>2</sup>, масштабы по осям координат соответственно равны  $m_H = 80$  (А/м)/см и  $m_B = 0,1$  Тл/см.

Решение. Потери энергии в магнитопроводе при перемагничивании за один цикл

$$A = \oint V H dB = V m_H m_B S_{цикла}.$$

Мощность потерь в стали при перемагничивании с частотой  $f$

$$P_c = Af = V m_H m_B S_{цикла} f = 10^3 \cdot 10^{-6} \cdot 80 \cdot 0,1 \cdot 15 \cdot 50 = 6 \text{ Вт}$$

(объем  $V$  подставлен в м<sup>3</sup>).

Удельные потери в стали

$$P_{уд} = \frac{P_c}{G} = \frac{P_c}{V \gamma} = \frac{6}{10^3 \cdot 7,8 \cdot 10^{-3}} = 0,77 \text{ Вт/кг},$$

где  $\gamma$  — плотность стали.

#### ГРАФИК МГНОВЕННЫХ МАГНИТНОГО ПОТОКА И ТОКА ПРИ СИНУСОИДАЛЬНОМ НАПРЯЖЕНИИ. ЭКВИВАЛЕНТНЫЙ СИНУСОИДАЛЬНЫЙ ТОК

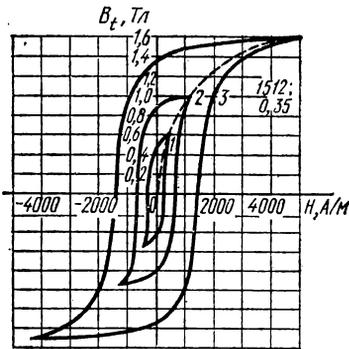
8.4. Для катушки с магнитопроводом из листовой электротехнической стали 1512 при трех значениях синусоидального напряжения ( $f = 50$  Гц) были получены с помощью осциллографа три динамические петли перемагничивания  $B_t(H_t)$ , изображенные на рис. 8.4, а. Амплитудные значения магнитной индукции этих петель  $B_m = 0,6; 1; 1,6$  Тл. Магнитопровод имеет площадь поперечного сечения  $S_c = 10$  см<sup>2</sup>, средняя длина магнитной линии  $l_{cp} = 30$  см, число витков катушки  $w = 150$ . Потокосцеплением рассеяния и активным сопротивлением обмотки пренебречь. Определить действующие напряжения, соответствующие заданным значениям  $B_m$ , и построить кривые мгновенного тока в катушке  $i(t)$ .

Решение. При отсутствии активного сопротивления и поля рассеяния обмотки напряжение  $U$  на ней уравнивается только э. д. с.  $E$ , созданной потоком в магнитопроводе:  $U = E = 4,44 f w \times S_c B_m$ .

Заданным значениям  $B_m$  соответствуют следующие значения напряжений:

|                    |  |
|--------------------|--|
| при $B_m = 0,6$ Тл | $U = 4,44 \cdot 50 \cdot 150 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \cdot 0,6 = 20 \text{ В},$ |
| при $B_m = 1$ Тл   | $U = 33 \text{ В},$  |
| при $B_m = 1,6$ Тл | $U = 53 \text{ В}.$  |

Индукция в сердечнике достигает амплитуды  $B_m$  при максимальных значениях напряженности магнитного поля, которые легко определить, опустив перпендикуляры из вершин динамических петель на рис. 8.4, а на ось абсцисс:



при  $B_m = 0,6$  Тл  $H_m = 450$  А/м,  
 при  $B_m = 1$  Тл  $H_m = 1300$  А/м,  
 при  $B_m = 1,6$  Тл  $H_m = 5000$  А/м.

Рассмотрим в качестве примера построение кривой  $i(\omega t)$  для  $B_m = 1$  Тл. Для этого на рис. 8.4, б взята петля 2 рис. 8.4, а, масштаб которой по оси абсцисс пересчитан на масштаб тока по формуле  $i = H_m l_{cp} / \omega$ , слева от петли построена синусоида магнитной индукции  $B_t(\omega t)$ . Задаваясь значениями магнитной индукции на петле (точки 1, 2, 3, 4) находим соответствующие им точки 1', 2', 3' и 4' на синусоиде  $B_t(\omega t)$ . Затем по кривой индукции  $B_t$  находим моменты времени, а по петле — значения токов для выбранных значений магнитной индукции и определяем

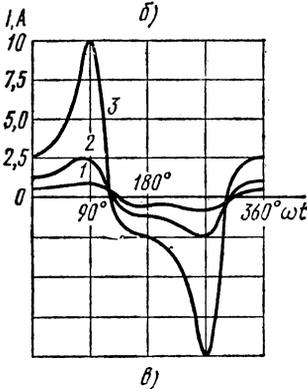
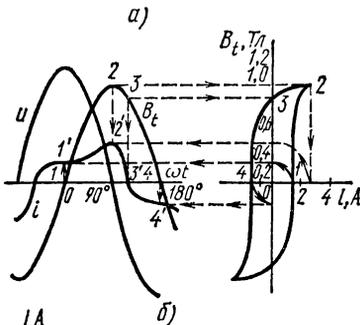


Рис. 8.4

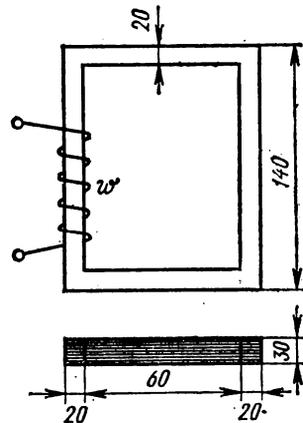


Рис. 8.5

точки 1', 2', 3' и 4' кривой  $i(\omega t)$ . На том же рис. 8.4, б построена кривая напряжения питания при  $U = 33$  В.

Аналогично построены кривые  $i(\omega t)$  на рис. 8.4, в для двух других случаев, когда максимальная индукция  $B_m = 0,6$  и  $1,6$  Тл соответствует напряжениям 20 и 53 В.

8.5. Определить число витков и действующий эквивалентный ток в обмотке катушки рис. 8.5, включенной в сеть с напряжением

$U = 220$  В, частотой  $f = 50$  Гц. Магнитная индукция в магнитопроводе из стали 3412 ( $k_{3,c} = 0,9$ )  $B_m = 1,4$  Тл, плотность материала магнитопровода  $\gamma = 7,8$  г/см<sup>3</sup>. Активным сопротивлением и потоко-сцеплением рассеяния обмотки пренебречь. Размеры магнитопровода указаны в миллиметрах.

Решение. Сечение стали магнитопровода  $s_c = 2 \cdot 3 \cdot 0,9 = 5,4 \times 10^{-4}$  м<sup>2</sup>.

Число витков

$$\omega = \frac{U}{4,44 f s_c B_m} = \frac{220}{4,44 \cdot 50 \cdot 5,4 \cdot 10^{-4} \cdot 1,4} = 1300.$$

Действующий эквивалентный ток (идеализированная катушка)

$$I = \frac{S_c}{U} = \frac{\sqrt{Q_c^2 + P_c^2}}{U},$$

где

$$Q_c = Q_0 G = Q_0 V \gamma; \quad P_c = P_0 G = P_0 V \gamma.$$

Из кривых (см. Приложение 8.1) для  $B_m = 1,4$  Тл и стали 3412 определяем удельные мощности  $Q_0 = 13$  вар/кг и  $P_0 = 1$  Вт/кг.

Тогда  $Q_c = 13 \cdot 216 \cdot 7,8 \cdot 10^{-3} = 21,84$  вар и  $P_c = 1 \cdot 216 \cdot 7,8 \cdot 10^{-3} = 1,68$  Вт, где объем магнитопровода  $V = s_c l_{cp} = 5,4 \cdot 40$  см<sup>3</sup> = 216 см<sup>3</sup>.

Ток в обмотке

$$I = \frac{\sqrt{21,84^2 + 1,68^2}}{220} \approx 0,1 \text{ А.}$$

8.6. Для определения амплитуды индукции  $B_m$  на магнитопровод была намотана измерительная обмотка с числом витков  $\omega = 60$ . Площадь сечения сердечника  $s_c = 4$  см<sup>2</sup>. Напряжение на измерительной обмотке равно 7,5 В при частоте  $f = 50$  Гц. Найти значение  $B_m$ .

Ответ:  $B_m = 1,41$  Тл.

8.7. Определить ток в обмотке идеализированной катушки с магнитопроводом (рис. 8.7), подключенной к источнику напряжением  $U = 127$  В, частотой  $f = 50$  Гц. Число витков обмотки  $\omega = 114$ , сечение магнитопровода  $s_c = 40$  см<sup>2</sup>, средняя длина магнитной линии по стали  $l_{cp,c} = 100$  см, удельные мощности материала магнитопровода  $P_0 = 2,13$  Вт/кг,  $Q_0 = 12,8$  вар/кг. Плотность материала магнитопровода  $\gamma = 7,8$  г/см<sup>3</sup>. Длина воздушного зазора  $\delta_1 = 0$ ,  $\delta_2 = 0,01$  см.

Ответ: алгоритм решения представим диаграммой

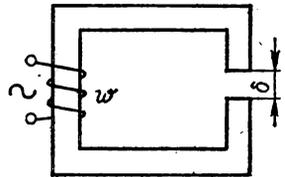
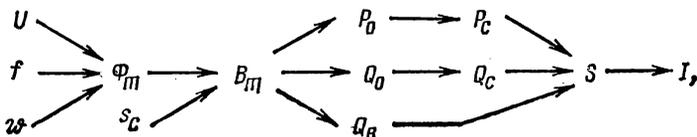


Рис. 8.7



где

$$Q_{\text{в}} = UI_{\delta} = \frac{\omega B_m^2}{2\mu_0} V_{\delta} = 785 \text{ вар}; \quad V_{\delta} = s_{\text{с}} \delta - \text{объем воздушного зазора.}$$

При  $\delta_1 = 0$   $I = 3,18$  А, при  $\delta_2 = 0,01$  см  $I = 9,3$  А.

### ВЕКТОРНАЯ ДИАГРАММА И СХЕМА ЗАМЕЩЕНИЯ КАТУШКИ С МАГНИТОПРОВОДОМ

8.8. Определить сопротивления  $R_0$  и  $X_0$  схемы замещения катушки с ферромагнитным сердечником (рис. 8.8) по следующим данным: действующее значение напряжения на катушке 120 В; действующее значение тока 0,5 А; потери мощности в катушке, измеренные ваттметром, 2 Вт; сопротивление обмотки, измеренное мостом постоянного тока, 4 Ом. Полеом рассеяния пренебречь.

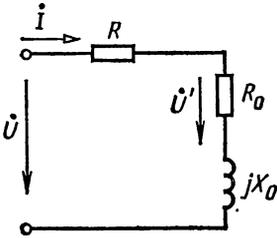


Рис. 8.8

Решение. Мощность потерь в катушке  $P$ , измеренная ваттметром, складывается из мощностей потерь в меди обмотки  $P_m$  и в магнитопроводе  $P_c$ . Следовательно,  $P_c = 2 - 0,5^2 \cdot 4 = 1$  Вт.

Сопротивление  $R_0$  в схеме замещения катушки определяется мощностью потерь в магнитопроводе:

$$R_0 = P_c / I^2 = 1 / 0,5^2 = 4 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление катушки

$$Z = U / I = 120 / 0,5 = 240 \text{ Ом,}$$

а ее индуктивное сопротивление

$$X_0 = \sqrt{Z^2 - (R + R_0)^2} = \sqrt{240^2 - (4 + 4)^2} \approx 240 \text{ Ом.}$$

8.9. Определить сопротивления  $R$ ,  $R_0$  и  $X_0$  последовательной схемы замещения катушки с числом витков  $\omega = 200$  по следующим данным:

1) при включении катушки в цепь постоянного тока вольтметр показал 3,5 В, а амперметр — 2 А;

2) при включении катушки в цепь переменного тока частотой  $f = 50$  Гц вольтметр показал 120 В, амперметр — 2 А, а ваттметр — 70 Вт.

Ответ:  $R = 1,75$  Ом;  $R_0 = 15,8$  Ом;  $X_0 = 58,0$  Ом.

8.10. Определить параметры параллельной схемы замещения (рис. 8.10) катушки задачи 8.9 и найти токи в ветвях цепи.

Ответ:  $G_0 = 4,65$  мСм;  $I_a = 0,55$  А;  $B_0 = 15,6$  мСм;  $I_p = 1,94$  А;  $I = 2$  А.

8.11\*. Построить в масштабе векторную диаграмму катушки с ферромагнитным сердечником, к зажимам которой подведено синусоидальное напряжение  $U = 220$  В. При токе  $I = 0,25$  А мощность катушки равна 25 Вт. Число витков катушки  $\omega = 500$ , а активное

сопротивление ее обмотки, измеренное мостом постоянного тока, равно 240 Ом. Потокосцеплением рассеяния катушки пренебречь.

Решение. Мощность потерь в обмотке  $P_m = RI^2 = 240 \cdot 0,25^2 = 15$  Вт.

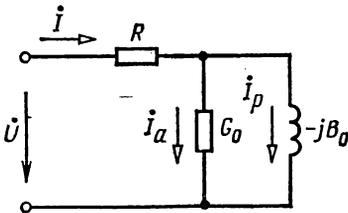


Рис. 8.10

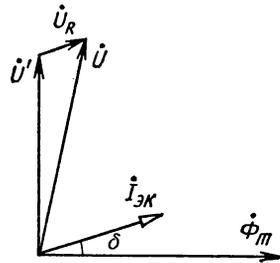


Рис. 8.11

Мощность потерь в магнитопроводе  $P_c = P - P_m = 25 - 15 = 10$  Вт.

Угол сдвига фаз  $\varphi$  между вектором напряжения катушки и вектором эквивалентного тока определяется по формуле

$$\cos \varphi = \frac{P}{UI} = \frac{25}{220 \cdot 0,25} = 0,454; \quad \varphi = 63^\circ.$$

Откладываем в некотором масштабе вектор напряжения  $\dot{U}$  и под углом  $63^\circ$  к нему вектор тока  $\dot{I}_{\text{эк}}$ , модуль которого равен  $I$  (рис. 8.11). Вычитая из вектора  $\dot{U}$  вектор активного падения напряжения  $R\dot{I}_{\text{эк}}$ , находим вектор  $\dot{U}'$ , равный по значению и противоположный по направлению вектору э. д. с.  $\dot{E}$  ( $U' = 208$  В).

Вектор потока  $\dot{\Phi}_m$  отстает по фазе от вектора  $\dot{U}'$  на угол  $90^\circ$ , а его значение определяется по формуле

$$\Phi_m = \frac{E}{4,44f\omega} = \frac{U'}{4,44f\omega} = \frac{208}{4,44 \cdot 50 \cdot 500} = 1,88 \text{ мВб.}$$

Угол потерь  $\delta$ , т. е. угол сдвига фаз между вектором  $\dot{I}_{\text{эк}}$  и вектором  $\dot{\Phi}_m$ , определяется из соотношения

$$\sin \delta = \frac{P_c}{U'I} = \frac{10}{208 \cdot 0,25} = 0,192; \quad \delta = 11^\circ.$$

Варианты задачи 8.11:

а)  $U = 127$  В;  $I = 0,05$  А;  $P = 1,5$  Вт,  $\omega = 200$ ,  $R = 300$  Ом;

б)  $U = 36$  В,  $I = 0,2$  А;  $P = 3,5$  Вт;  $\omega = 120$ ;  $R = 25$  Ом.

8.12. Определить параметры последовательной и параллельной схем замещения катушки с магнитопроводом, если она включена в сеть напряжением  $U = 220$  В, частотой  $f = 50$  Гц. Ток в обмотке катушки  $I = 10$  А, число витков обмотки  $\omega = 700$ , сопротивление провода обмотки  $R = 4$  Ом, мощность, потребляемая катушкой из сети,  $P = 600$  Вт. Амплитуда магнитного потока  $\Phi_m = 1,2$  мВб.

Ответ: последовательная схема замещения:  $R = 4$  Ом,  $X_{\text{рас}} =$

$= 2,7 \text{ Ом}$ ,  $R_0 = 2 \text{ Ом}$ ,  $X_0 = 18,5 \text{ Ом}$ ; параллельная схема замещения:  $R = 4 \text{ Ом}$ ,  $X_{\text{рас}} = 2,7 \text{ Ом}$ ,  $G_0 = 5,75 \text{ мСм}$ ,  $B_0 = 53 \text{ мСм}$ .

8.13. Определить параметры последовательной и параллельной схем замещения и построить векторные диаграммы для катушки,

включенной в сеть напряжением  $U = 120 \text{ В}$ , частотой  $f = 50 \text{ Гц}$ . При отсутствии сердечника приборы в схеме рис. 8.13, а показали:  $U = 120 \text{ В}$ ,  $I = 14 \text{ А}$ ,  $P = 100 \text{ Вт}$ ; при наличии сердечника в той же катушке (рис. 8.13, б) приборы показали:  $U = 120 \text{ В}$ ,  $I = 8 \text{ А}$ ,  $P = 120 \text{ Вт}$  (принять  $X_{\text{рас}} = 0$ ).

Решение. Схема рис. 8.13, а. Полное сопротивление катушки  $Z_k = U/I = 8,55 \text{ Ом}$ , активное сопротивление катушки  $R_k = P/I^2 = 0,51 \text{ Ом}$ , индуктивное сопротивление катушки  $X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = 8,5 \text{ Ом}$ .

На рис. 8.13, в представлены последовательная схема замещения катушки и соответствующая ей векторная диаграмма.

Параметры параллельной схемы замещения:  $G = R/Z_k^2 = 0,0694 \text{ См}$  — активная проводимость;  $B = X_k/Z_k^2 = 0,1157 \text{ См}$  — реактивная проводимость;  $Y = 1/Z_k = 0,116 \text{ См}$  — полная проводимость.

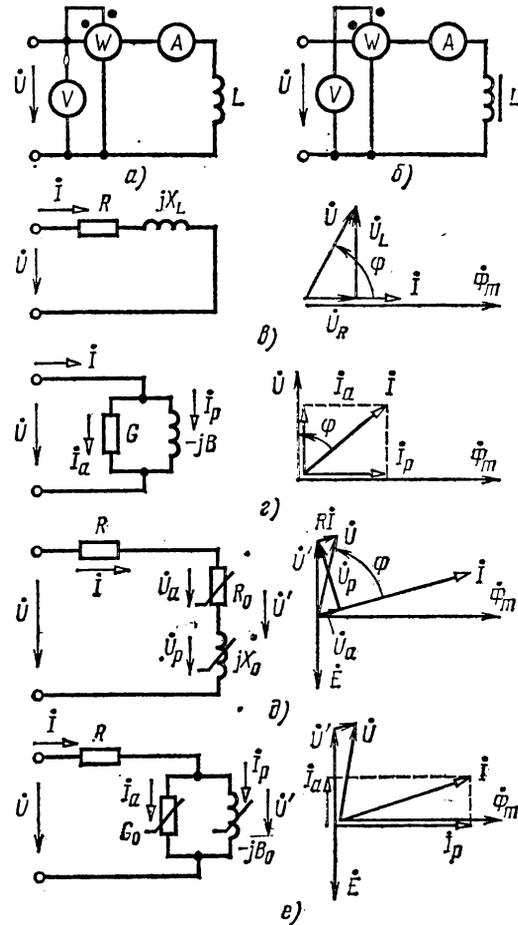


Рис. 8.13

На рис. 8.13, г представлены параллельная схема замещения и соответствующая ей векторная диаграмма.

Схема рис. 8.13, б. Полное сопротивление катушки  $Z_{\text{эк}} = U/I = 15 \text{ Ом}$ , активное сопротивление  $R = 0,51 \text{ Ом}$ , индуктивное сопротивление  $X_0 = \sqrt{Z_{\text{эк}}^2 - (R + R_0)^2}$ ; при этом  $R + R_0 = P/I^2 = 1,87 \text{ Ом}$ ,  $R_0 = 1,87 - 0,51 = 1,36 \text{ Ом}$ . Тогда  $X_0 = 14,9 \text{ Ом}$ . Полное сопротивление  $Z_0 = \sqrt{R_0^2 + X_0^2} = 14,92 \text{ Ом}$ . Составляющая напряжения  $\vec{U}$ , уравновешивающая действие э. д. с.  $E_i$ , равна  $U' = Z_0 I = 119 \text{ В}$ . Тангенс угла потерь в стали  $\text{tg } \alpha = P_c/Q_c = R_0/X_0 = 0,091$ ;  $\alpha = 5^\circ 12'$ . Угол

сдвига фаз напряжения  $U$  на катушке и тока  $I$  равен  $\varphi = \arccos \frac{R+R_0}{Z_{\text{эк}}} = 83^\circ$ .

На рис. 8.13,  $\delta$  представлены последовательная схема замещения и векторная диаграмма для катушки с магнитопроводом.

Параметры параллельной схемы замещения катушки с магнитопроводом  $G_0 = R_0/Z_0^2 = 0,0061 \text{ См}$ ,  $B_0 = X_0/Z_0^2 = 0,0666 \text{ См}$ ,  $Y_0 = 1/Z_0 = 0,0736 \text{ См}$ .

На рис. 8.13,  $e$  представлены параллельная схема замещения катушки с магнитопроводом и соответствующая ей векторная диаграмма. Токи в ветвях схемы замещения равны  $I_a = U'G_0 = 0,725 \text{ А}$ ;  $I_p = U'B_0 = 7,85 \text{ А}$ .

### ИЗМЕНЕНИЕ ИНДУКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ КАТУШКИ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ВОЗДУШНОГО ЗАЗОРА МАГНИТОПРОВОДА

8.14. Определить эквивалентную индуктивность катушки с магнитопроводами из стали 1512, имеющими переменный воздушный зазор длиной  $\delta = 0; 0,5; 1 \text{ мм}$  (рис. 8.14,  $a-e$ ). К катушке с числом

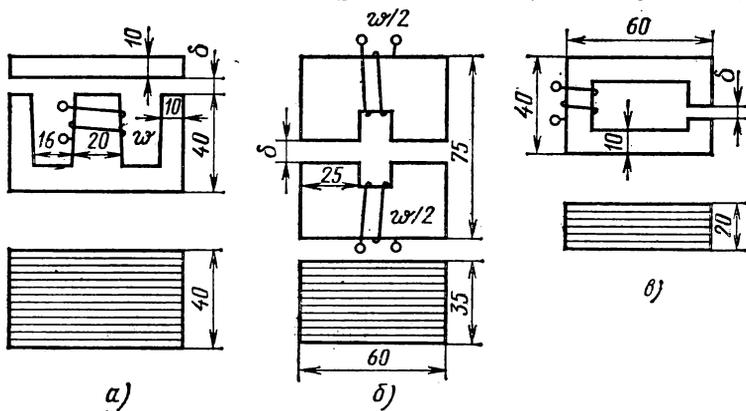


Рис. 8.14

витков  $w = 200$ , надетой на средний стержень, подведено синусоидальное напряжение  $U = 50 \text{ В}$ ; частота  $f = 50 \text{ Гц}$ . Потерями энергии в сердечнике и катушке пренебречь; индуктивное сопротивление рассеяния катушки принять равным нулю.

Решение. Для варианта рис. 8.14,  $a$  при указанных допущениях напряжение  $U$  на катушке уравнивается только э. д. с.  $E$  от потока в сердечнике. Поэтому при неизменном напряжении  $U = E$  поток в сердечнике должен оставаться постоянным и его амплитуда

$$\Phi_m = \frac{U}{4,44fw} = \frac{50}{4,44 \cdot 50 \cdot 200} = 11,3 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Следовательно, индукция в среднем стержне, на который надет катушка, не зависит от длины воздушного зазора в сердечнике.

Ток в катушке определяется по закону полного тока:

$$I = \frac{H_{\infty} l_c + H_{\text{в}} \delta}{\omega}$$

где  $H_{\infty}$  — напряженность поля в сердечнике, определяемая по кривым намагничивания при переменном токе (см. Приложение 8.1 в);  $H_{\text{в}} = B_m / (\sqrt{2} \mu_0)$  — напряженность поля в зазоре.

При  $\delta = 1$  мм  $I = 4,4$  А; при  $\delta = 0,5$  мм  $I = 2,42$  А; при  $\delta = 0$   $I = 0,44$  А.

Значения эквивалентной индуктивности катушки  $L_{\text{эк}} = U / (\omega I)$  приведены в табл. 8.14.

Как показывают данные таблицы, появление небольшого воздушного зазора ( $\delta = 0,5$  мм) в магнитопроводе вызывает резкое увеличение тока в катушке (в шесть раз) и соответствующее уменьшение

Таблица 8.14

| $\delta$ , мм        | 0     | 0,5    | 1      |
|----------------------|-------|--------|--------|
| $I$ , А              | 0,44  | 2,42   | 4,4    |
| $L_{\text{эк}}$ , Гн | 0,362 | 0,0657 | 0,0362 |

эквивалентной индуктивности. Дальнейшее увеличение зазора сопровождается почти пропорциональным изменением тока и индуктивности катушки.

## РЕЖИМЫ РАБОТЫ ТРАНСФОРМАТОРОВ

8.15. Сопоставить токи холостого хода двух однофазных трансформаторов номинальной мощностью 10 кВ·А, выполненных на различных магнитопроводах, если номинальное первичное напряжение  $U = 220$  В и частота  $f = 50$  Гц. Поле рассеяния и активными сопротивлениями обмоток пренебречь.

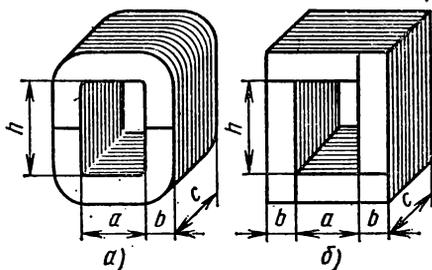


Рис. 8.15

Эскизы магнитопроводов трансформаторов изображены на рис. 8.15. Магнитопровод рис. 8.15, а выполнен из С-образных лент холоднокатаной стали 3412 толщиной 0,35 мм, а магнитопровод рис. 8.15, б — шихтованный из пластин горячекатаной стали 1511 толщиной 0,35 мм.

Размеры магнитопровода:  $a = 70$  мм,  $b = 50$  мм,  $h = 200$  мм и  $c = 110$  мм.

Эквивалентный воздушный зазор каждого из четырех стыков шихтованного магнитопровода равен 0,05 мм, в ленточном магнитопроводе имеется два зазора по 0,02 мм каждый. Коэффициент запол-

нения магнитопровода, определяемый лаковой изоляцией между пластинами,  $k_{э.с} = 0,92$ . Число витков первичной обмотки  $\omega_1 = 129$ . При расчете воспользоваться кривыми намагничивания при переменном токе, приведенными в Приложении 8.1 в.

Решение. Сечение стали магнитопровода (рис. 8.15, а)

$$S_c = bck_{э.с} = 5 \cdot 11 \cdot 0,92 = 50,5 \text{ см}^2.$$

Магнитная индукция в магнитопровode

$$B_m = \frac{U}{4,44f\omega_1 S_c} = \frac{220}{4,44 \cdot 50 \cdot 129 \cdot 50,5 \cdot 10^{-4}} = 1,52 \text{ Тл.}$$

По кривой намагничивания стали 3412 при переменном токе (см. Приложение 8.1 в) находим действующее значение напряженности магнитного поля в стали:  $H_{\infty c} = 5 \text{ А/см}$ .

Действующее значение напряженности магнитного поля в воздушном зазоре магнитопровода

$$H_{\infty в} = \frac{B_m}{\mu_0 \sqrt{2}} = 8 \cdot 10^5 \frac{1,52}{\sqrt{2}} = 8,6 \cdot 10^5 \text{ А/м} = 8,6 \text{ кА/см.}$$

Магнитодвижущую силу в режиме холостого хода трансформатора находим по закону полного тока (для действующего тока):

$$\omega_1 I_{1х} = H_{\infty c} l_{cp} + H_{\infty в} l_{в}.$$

Длина средней магнитной линии в магнитопровode

$$l_{cp} = 2h + 2a + \pi b = 69,7 \text{ см,}$$

а длина по двум воздушным зазорам

$$l_{в} = 2\delta = 2 \cdot 0,002 = 0,004 \text{ см.}$$

Тогда

$$\omega_1 I_{1х} = 5 \cdot 69,7 + 8600 \cdot 0,004 = 383 \text{ А}$$

и ток холостого хода

$$I_{1х} = \omega_1 I_{1х} / \omega_1 = 383 / 129 = 2,97 \text{ А.}$$

Проводя аналогичный расчет для трансформатора рис. 8.15, б, получаем:  $H_{\infty c} = 14,6 \text{ А/см}$ ,  $l_{cp} = 74 \text{ см}$ ,  $l_{в} = 0,02 \text{ см}$ ,  $\omega_1 I_{1х} = 1152 \text{ А}$ ,  $I_{1х} = 8 \text{ А}$ .

Значение тока холостого хода влияет на к. п. д. трансформатора и определяет его экономичность [1, § 10.6]. Как показали расчеты, при равной номинальной мощности трансформатор, выполненный на ленточном магнитопровode, имеет меньший ток холостого хода, т. е. более экономичен\*.

**8.16.** Для сравнения начальных фаз токов и углов потерь в стали найти составляющие токов холостого хода  $I_{1х.а}$  и  $I_{1х.р}$ , коэффи-

\* Это объясняется тем, что ленточный магнитопровод имеет меньший суммарный воздушный зазор и выполнен из холоднокатаной стали, обладающей лучшими магнитными характеристиками (более высокой индукцией насыщения и большей проницаемостью) по сравнению с горячекатаной сталью.

циент мощности  $\cos \varphi_0$  и углы сдвига фаз  $\alpha$  между потоком и током холостого хода трансформаторов, данные которых были указаны в задаче 8.15. При расчете активной и реактивной составляющих тока использовать таблицы удельных потерь и кривые зависимости их от максимальной индукции (см. Приложение 8.1 а, б).

**Решение.** Активная составляющая тока определяется мощностью потерь в сердечнике трансформатора  $P_c = P_0 G_c$ .

Для сердечника на рис. 8.15, а масса сердечника  $G_c = \gamma_c l_c S_c = 7,8 \times 69,7 \cdot 50,5 = 27\,400 \text{ г} = 27,4 \text{ кг}$ .

Для индукции  $B_m = 1,52 \text{ Тл}$  находим удельные потери в стали сердечника:  $P_0 = 1,4 \text{ Вт/кг}$ . Тогда  $P_c = 1,4 \cdot 27,4 = 38,5 \text{ Вт}$ .

Активная составляющая тока холостого хода трансформатора  $I_{1x.a} = P_c / U = 38,5 / 220 = 0,175 \text{ А}$ .

Реактивная (намагничивающая) мощность сердечника  $Q_c = Q_0 G_c = 20,5 \cdot 27,4 = 562 \text{ вар}$ .

Реактивная мощность, затрачиваемая на создание поля в воздушных зазорах сердечника,

$$Q_b = Q_{0b} V_b,$$

где  $Q_{0b} = \omega H_b B_b / 2 = \omega B_b^2 / (2\mu_0)$  — удельная реактивная мощность;  $V_b$  — объем воздушных зазоров.

Значения этих величин:

$$Q_{0b} = \frac{314 \cdot 1,52^2}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2} = 2,89 \cdot 10^8 \text{ вар/м}^3;$$

$$V_b = S_c l_b = 50,5 \cdot 0,004 = 0,202 \text{ см}^3 = 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Следовательно,

$$Q_b = 2,86 \cdot 10^8 \cdot 0,2 \cdot 10^{-6} = 57,2 \text{ вар}.$$

Реактивная составляющая тока холостого хода трансформатора

$$I_{1x.p} = (Q_c + Q_b) / U = (562 + 57,2) / 220 = 2,82 \text{ А}.$$

Ток холостого хода

$$I_{1x} = \sqrt{I_{1x.a}^2 + I_{1x.p}^2} = \sqrt{0,175^2 + 2,82^2} = 2,86 \text{ А}.$$

Коэффициент мощности

$$\cos \varphi_0 = I_{1x.a} / I_{1x} = 0,175 / 2,86 = 0,061.$$

Тангенс угла потерь

$$\operatorname{tg} \alpha = I_{1x.p} / I_{1x.a} = 2,82 / 0,175 = 16,1; \quad \alpha = 86^\circ 33'.$$

Проводя аналогичный расчет для трансформатора рис. 8.15, б, находим:  $I_{1x} = 8 \text{ А}$ ,  $\cos \varphi_0 = 0,046$ ,  $\alpha = 89^\circ 40'$ .

Таким образом, коэффициент мощности в режиме холостого хода у второго трансформатора значительно ниже, чем у первого, за счет большего значения реактивной составляющей тока.

**8.17.** Сравнить значения токов и мощностей потерь холостого хода (потерь в магнитопроводе) трансформатора (рис. 8.15) при использовании его в качестве повышающего или понижающего трансфор-

матора, т. е. при питании со сторон обмоток высшего и низшего напряжения. Коэффициент трансформации  $n = \omega_1/\omega_2 = 5$ . В обоих случаях к обмоткам подаются номинальные напряжения.

*Ответ:* потери в стали одинаковы, так как при номинальных напряжениях обмоток в магнитопроводе создается один и тот же магнитный поток

$$\Phi_m = \frac{U_{1\text{ном}}}{4,44f\omega_1} = \frac{U_{2\text{ном}}}{4,44f\omega_2}$$

Соотношение токов определяется равенством магнитодвижущих сил обмоток в режиме холостого хода:  $\omega_1 I_{1x} = \omega_2 I_{2x}$ , т. е.  $I_{2x} = I_{1x} \frac{\omega_1}{\omega_2} = 5I_{1x}$ . Таким образом, при работе данного трансформатора в качестве понижающего ток холостого хода в пять раз больше, чем при его работе в режиме повышающего трансформатора, на который он рассчитан.

**8.18.** Определить ток и потери холостого хода однофазного трансформатора мощностью 250 Вт с Ш-образным штампованным магнитопроводом из стали 1511 и О-образным ленточным магнитопроводом из стали 3412 (рис. 8.18). Толщина пластин 0,35 мм.

При шихтовке листов в Ш-образном магнитопроводе создаются четыре стыка, имеющие эквивалентные воздушные зазоры по 0,025 мм каждый. Амплитуда магнитной индукции в нем равна 1,4 Тл.

Ленточный магнитопровод выполнен с двумя разрезами по 0,015 мм каждый. Амплитуда магнитной индукции в нем равна 1,6 Тл.

Основные размеры магнитопроводов: О-образного —  $a = 28$  мм;  $b = 44$  мм;  $c = 35$  мм,  $h = 68$  мм; Ш-образного —  $a = 32$  мм,  $b = 32$  мм,  $c = 50$  мм,  $h = 80$  мм.

Номинальные напряжения первичных обмоток трансформаторов  $U_{1\text{ном}} = 380$  В, частота  $f = 50$  Гц. Потокосцеплениями рассеяния и активными сопротивлениями обмоток пренебречь. Коэффициент заполнения магнитопровода сталью принять равным 0,9.

*Ответ:* для трансформатора с Ш-образным магнитопроводом из стали 1511 ток  $I_{1x} = 0,38$  А, мощность  $P_x = 9$  Вт. Для трансформатора с О-образным магнитопроводом из стали 3412 ток  $I_{1x} = 0,125$  А, мощность  $P_x = 5,2$  Вт.

**8.19.** Найти токи аварийного короткого замыкания  $I_{1к}$ ,  $I_{2к}$  однофазного трансформатора с воздушным охлаждением типа ОВ-25, номинальная мощность которого  $S_{\text{ном}} = 25$  кВА и номинальные напряжения  $U_{1\text{ном}} = 380$ ,  $U_{2\text{ном}} = 127$  В при питании с первичной и вторичной сторон. Относительное напряжение короткого замыкания  $u_k = 4\%$ . Сравнить значения найденных токов с соответствующими номинальными токами.

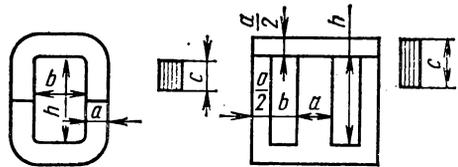


Рис. 8.18

Решение. Ток короткого замыкания связан с номинальным током  $I_{\text{ном}}$  и относительным напряжением короткого замыкания  $u_{\text{к}}$  соотношением

$$I_{\text{к}} = \frac{U_{\text{ном}}}{Z_{\text{к}}} = \frac{U_{\text{ном}}}{Z_{\text{к}}} \frac{I_{\text{ном}}}{I_{\text{ном}}} = \frac{I_{\text{ном}}}{u_{\text{к}}}.$$

Для заданного трансформатора  $I_{1\text{ном}} = 66 \text{ А}$ ,  $I_{2\text{ном}} = 197 \text{ А}$ ; следовательно,  $I_{1\text{к}} = 1650 \text{ А}$  и  $I_{2\text{к}} = 4940 \text{ А}$ . Кратность токов  $I_{1\text{к}}/I_{1\text{ном}} = I_{2\text{к}}/I_{2\text{ном}} = 25$ .

### СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ ТРАНСФОРМАТОРА

8.20. Определить параметры Г-образной схемы замещения (рис. 8.20) однофазного трансформатора номинальной мощностью

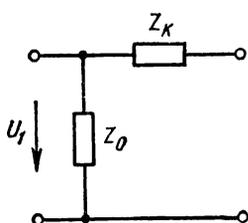


Рис. 8.20

$S_{\text{ном}} = 8,8 \text{ кВ}\cdot\text{А}$ , номинальным напряжением  $U_{1\text{ном}} = 220 \text{ В}$  по данным опытов холостого хода и короткого замыкания:  $P_{\text{x}} = 50 \text{ Вт}$ ,  $I_{\text{x}} = 2 \text{ А}$ ,  $P_{\text{к.ном}} = 800 \text{ Вт}$ ,  $U_{\text{к}} = 32 \text{ В}$ .

Решение. Номинальный первичный ток

$$I_{1\text{ном}} = S_{\text{ном}}/U_{1\text{ном}} = 8800/220 = 40 \text{ А}.$$

Из опыта холостого хода находим:

$$R_0 = P_{\text{x}}/I_{\text{x}}^2 = 50/4 = 12,5 \text{ Ом}, \quad Z_0 = U_{1\text{ном}}/I_{\text{x}} = 220/2 = 110 \text{ Ом}, \quad X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} = 109 \text{ Ом}.$$

Из опыта короткого замыкания определяем:

$$R_{\text{к}} = P_{\text{к.ном}}/I_{1\text{ном}}^2 = 800/1600 = 0,5 \text{ Ом}, \quad Z_{\text{к}} = U_{\text{к}}/I_{1\text{ном}} = 32/40 = 0,8 \text{ Ом}, \quad X_{\text{к}} = \sqrt{Z_{\text{к}}^2 - R_{\text{к}}^2} = 0,625 \text{ Ом}.$$

8.21. Определить параметры Г-образной схемы замещения (рис. 8.20) однофазного трансформатора номинальной мощности  $S_{\text{ном}} = 2,5 \text{ кВА}$  по данным опытов холостого хода и короткого замыкания:

$$U_{1\text{ном}} = 220 \text{ В}, \quad U_{2\text{ном}} = 127 \text{ В}, \quad I_{\text{x}} = 1,4 \text{ А}, \quad P_{\text{x}} = 39 \text{ Вт}, \quad U_{\text{к}} = 8,8 \text{ В} \\ \text{при } I_{1\text{к}} = I_{1\text{ном}}, \quad P_{\text{к.ном}} = 80 \text{ Вт}.$$

Ответ:  $R_0 = 15,3 \text{ Ом}$ ;  $X_0 = 157 \text{ Ом}$ ;  $X_{\text{к}} = 0,374 \text{ Ом}$ ;  $R_{\text{к}} = 0,68 \text{ Ом}$ ;  $Z_{\text{к}} = 0,78 \text{ Ом}$ .

### ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ. ПАСПОРТНЫЕ ДАННЫЕ ТРАНСФОРМАТОРОВ

8.22. Найти номинальные токи  $I_{1\text{ном}}$ ,  $I_{2\text{ном}}$ , токи холостого хода  $I_{\text{x}}$  и сопротивления  $Z_0$ ,  $Z_{\text{к}}$  Г-образной схемы замещения трехфазных трансформаторов, технические данные которых приведены в табл. 8.22. Параметры  $Z_0$  и  $Z_{\text{к}}$  влияют на напряжение вторичной обмотки трансформатора, поэтому их значения нужны при анализе работы трансформатора в различных режимах нагрузки.

Таблица 8.22

| Тип трансформатора | $S_{\text{ном}}$ , кВА | $U_{1\text{ном}}$ , кВ | $U_{2\text{ном}}$ , В | $i_x$ , % | $u_k$ , % | $P_x$ , Вт | $P_{k.\text{ном}}$ , Вт | Способ соединения обмоток |
|--------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|-----------|-----------|------------|-------------------------|---------------------------|
| ТСМ 60/35          | 60                     | 35                     | 400                   | 11,1      | 4,55      | 502        | 1200                    | Y/Δ                       |
| ТСМ 560/6          | 560                    | 6                      | 400                   | 4,58      | 4,27      | 1970       | 7000                    | Y/Y                       |

Решение. В паспорте трехфазных трансформаторов даются номинальная мощность и мощность потерь всех трех фаз: под номинальными напряжениями понимаются линейные напряжения на зажимах трансформатора в режиме холостого хода, а под номинальными токами — линейные токи независимо от схемы соединения обмоток.

Номинальные токи трансформатора ТСМ 60/35

$$I_{1\text{ном}} = \frac{S_{\text{ном}}}{\sqrt{3} U_{1\text{ном}}} = \frac{60 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 35 \cdot 10^3} = 0,99 \text{ А}, \quad I_{2\text{ном}} = \frac{S_{\text{ном}}}{\sqrt{3} U_{2\text{ном}}} = \frac{60 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 400} = 87,5 \text{ А}.$$

Ток холостого хода (первичной обмотки)

$$I_x = i_x I_{1\text{ном}} = 0,11 \cdot 0,99 = 0,1 \text{ А}.$$

Схема замещения трехфазных трансформаторов составляется только для одной фазы, поэтому для расчета ее сопротивлений нужно использовать фазные напряжения, токи и мощности.

У трансформатора ТСМ 60/35 первичная обмотка соединена звездой, а вторичная — треугольником, поэтому:

фазные напряжения

$$U_{1\text{ном. ф}} = U_{1\text{ном}} / \sqrt{3} = 3,5 / \sqrt{3} = 20,2 \text{ кВ}, \quad U_{2\text{ном. ф}} = U_{2\text{ном}} = 400 \text{ В},$$

фазные токи

$$I_{1\text{ном. ф}} = I_{1\text{ном}} = 0,99 \text{ А}, \quad I_{2\text{ном. ф}} = I_{2\text{ном}} / \sqrt{3} = 50,5 \text{ А}.$$

Активные сопротивления Г-образной схемы замещения трансформатора

$$R_k = \frac{P_{k.\text{ном}}}{3I_{1\text{ном. ф}}^2} = \frac{1208}{3 \cdot 0,99^2} = 410 \text{ Ом},$$

$$R_x = \frac{P_x}{3I_x^2} = \frac{502}{3 \cdot 0,1^2} = 16\,800 \text{ Ом}.$$

Полное сопротивление  $Z_k$  находим с помощью формулы напряжения короткого замыкания:

$$u_k = \frac{Z_k I_{1\text{ном. ф}}}{U_{1\text{ном. ф}}} = \frac{Z_k I_{1\text{ном. ф}} 3U_{1\text{ном. ф}}}{3U_{1\text{ном. ф}}^2} = \frac{Z_k S_{\text{ном}}}{U_{1\text{ном. ф}}^2},$$

$$Z_k = u_k \frac{U_{1\text{ном. ф}}^2}{S_{\text{ном}}} = \frac{0,0455 (35 \cdot 10^3)^2}{60 \cdot 10^3} = 928 \text{ Ом}.$$

Реактивное сопротивление

$$X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = 831 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление ветви холостого хода

$$Z_0 = U_{1 \text{ ном. ф}} / I_x = 20,2 \cdot 10^3 / 0,1 = 202 \cdot 10^3 \text{ Ом.}$$

Реактивное сопротивление

$$X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} = \sqrt{(202^2 - 16,8^2) \cdot 10^6} \simeq 201 \cdot 10^3 \text{ Ом.}$$

Для трансформатора ТСМ 560/6 имеем:  $I_{1 \text{ ном}} = 54 \text{ А}$ ,  $I_{2 \text{ ном}} = 808 \text{ А}$ ,  $I_x = 2,48 \text{ А}$ ,  $R_k = 0,8 \text{ Ом}$ ,  $R_0 = 106 \text{ Ом}$ ,  $X_k = 2,63 \text{ Ом}$ ,  $X_0 = 1400 \text{ Ом}$ .

8.23. Для трансформатора ТСМ 60/35, данные которого были приведены в табл. 8.22, определить при половинной нагрузке ( $\cos \varphi_n = 0,9$ ) напряжение на вторичной обмотке, к. п. д. ток и  $\cos \varphi_1$  первичной обмотки.

Решение. Для рассматриваемого трансформатора в задаче 8.26 (см. ниже) получена формула для расчета  $\Delta u_{\text{н}}$  при  $\cos \varphi_n = 0,9$ ;  $\Delta u_{\text{н}} = 0,0358\beta$ .

При  $\beta = 0,5$  напряжение на вторичной обмотке

$$U_2 = (1 - 0,5\Delta u_{\text{н}}) U_{2 \text{ ном}} = (1 - 0,5 \cdot 0,0358) \cdot 400 = 393 \text{ В.}$$

К. п. д. (при  $\beta = 0,5$ )

$$\eta = 1 - \frac{\beta^2 P_{\text{к. ном}} + P_x}{\beta S_{\text{ном}} \cos \varphi_n + \beta^2 P_{\text{к. ном}} + P_x} =$$
$$= 1 - \frac{0,5^2 \cdot 1200 + 502}{0,5 \cdot 60 \cdot 10^3 \cdot 0,9 + 0,5^2 \cdot 1200 + 502} = 0,97.$$

Активная мощность первичной обмотки

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{\beta S_{\text{ном}} \cos \varphi_n}{\eta} = \frac{0,5 \cdot 60 \cdot 10^3 \cdot 0,9}{0,97} = 27,8 \cdot 10^3 \text{ Вт.}$$

Ток первичной обмотки

$$I_1 = \frac{S_{\text{ном}}}{\sqrt{3} U_{1 \text{ ном}}} = \frac{\sqrt{P_1^2 + Q_1^2}}{\sqrt{3} U_{1 \text{ ном}}}.$$

Если реактивные мощности, обусловленные полями рассеяния обмоток трансформатора, не учитывать, то реактивная мощность первичной обмотки  $Q_1$  будет равна сумме реактивных мощностей нагрузки  $Q_2$  и намагничивания сердечника трансформатора  $Q_0 = \sqrt{3} U_{1 \text{ ном}} I_{\text{х. р}}$  (реактивная составляющая тока холостого хода практически равна полному току  $I_x$ ):

$$Q_1 = \beta S_{\text{ном}} \sin \varphi_n + \sqrt{3} U_{1 \text{ ном}} I_x = 0,5 \cdot 60 \cdot 10^3 \cdot 0,438 +$$
$$+ \sqrt{3} \cdot 35 \cdot 10^3 \cdot 0,1 = 19,2 \cdot 10^3 \text{ вар.}$$

Следовательно,

$$I_1 = \frac{\sqrt{(27,8 \cdot 10^3)^2 + (19,2 \cdot 10^3)^2}}{\sqrt{3} \cdot 35 \cdot 10^3} = 0,535 \text{ А.}$$

Коэффициент мощности нагруженного трансформатора

$$\cos \varphi_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} U_{1 \text{ ном}} I_1} = \frac{27,8 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 35 \cdot 10^3 \cdot 0,535} = 0,86.$$

8.24. С целью установления зависимости к. п. д. трехфазного трансформатора от нагрузки построить график  $\eta(\beta)$  при  $\cos \varphi_n = 1$  по следующим данным: номинальная мощность  $S_{\text{ном}} = 100 \text{ кВ} \cdot \text{А}$ , номинальные напряжения  $U_{1 \text{ ном}} = 6 \text{ кВ}$ ,  $U_{2 \text{ ном}} = 0,4 \text{ кВ}$ , относительное напряжение короткого замыкания  $u_k = 4,4\%$ . Отношение активного сопротивления короткого замыкания к индуктивному сопротивлению  $R_k/X_k = 0,5$ . Мощность потерь холостого хода  $P_x = 541 \text{ Вт}$ .

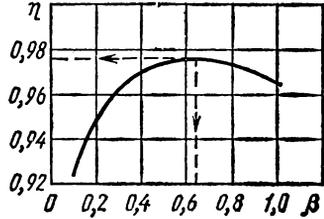


Рис. 8.24

Ответ дан в табл. 8.24 и на рис. 8.24, из которого видно, что оптимальной нагрузкой для силовых трансформаторов является  $\beta = 0,6 \div 0,7$  [1, § 10.6].

Таблица 8.24

|         |       |       |       |       |
|---------|-------|-------|-------|-------|
| $\beta$ | 0,1   | 0,25  | 0,525 | 1,0   |
| $\eta$  | 0,935 | 0,975 | 0,981 | 0,975 |

8.25. Для трехфазного трансформатора ТСМ 320/35 найти коэффициент нагрузки  $\beta$ , соответствующий максимальному к. п. д., и максимальный к. п. д. при  $\cos \varphi_n = 0,7$ . Технические данные трансформатора:  $S_{\text{ном}} = 320 \text{ кВ} \cdot \text{А}$ ,  $U_{1 \text{ ном}} = 35 \text{ кВ}$ ,  $U_{2 \text{ ном}} = 6,3 \text{ кВ}$ ,  $P_x = 1750 \text{ Вт}$ ,  $P_{k. \text{ ном}} = 4793 \text{ Вт}$ ,  $u_k = 4,8\%$ .

Решение. К. п. д.

$$\eta = \frac{\beta S_{\text{ном}} \cos \varphi_n}{\beta S_{\text{ном}} \cos \varphi_n + \beta^2 P_{k. \text{ ном}} + P_x}$$

достигает максимального значения при

$$\beta_{\text{max}} = \sqrt{P_x / P_{k. \text{ ном}}} = \sqrt{1750 / 4793} = 0,605.$$

Тогда

$$\eta_{\text{max}} = \frac{0,605 \cdot 320 \cdot 10^3 \cdot 0,7}{0,605 \cdot 320 \cdot 10^3 \cdot 0,7 + 0,605^2 \cdot 4793 + 1750} = 0,975.$$

#### ВНЕШНЯЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ТРАНСФОРМАТОРА

8.26. Для трехфазных трансформаторов ТСМ 60/35 и ТСМ 560/6, данные которых приведены в задаче 8.22, определить зависимости относительного изменения вторичного напряжения  $\Delta u_2$  от коэффициента нагрузки  $\beta = I_2 / I_{2 \text{ ном}}$  при коэффициенте мощности приемника  $\cos \varphi_n = 0,9$ .

Решение. Для расчета относительного изменения напряжения предварительно необходимо найти

$$\cos \varphi_k = \frac{P_k}{Z_k} = \frac{P_k}{S_k} = \frac{P_k}{\sqrt{3} I_{\text{ном}} U_k} = \frac{P_k}{\sqrt{3} I_{1 \text{ ном}} u_k U_{\text{ном}}} = \frac{P_k}{S_{\text{ном}} u_k}.$$

Для трансформатора ТСМ 60/35

$$\cos \varphi_k = \frac{1208}{60 \cdot 10^3 \cdot 0,0455} = 0,442; \varphi_k = 64^\circ.$$

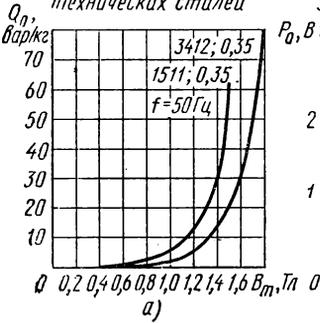
Относительное изменение напряжения определяется формулой

$$\Delta u_2 \beta (u_{k.a} \cos \varphi_n + u_{k.p} \sin \varphi_n) = \beta u_k (\cos \varphi_k \cos \varphi_n + \sin \varphi_k \sin \varphi_n) = \beta u_k \cos (\varphi_n - \varphi_k).$$

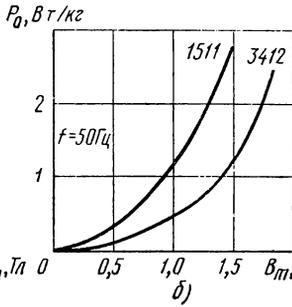
При  $\cos \varphi_n = 0,9$  угол  $\varphi_n = 26^\circ$ . Поэтому  $\Delta u_2 = 0,0455 \beta \cos (26^\circ - 64^\circ) = 0,0358 \beta$ .

Аналогичный расчет для трансформатора ТСМ 560/6 дает  $\Delta u_2 = 0,0291 \beta$ .

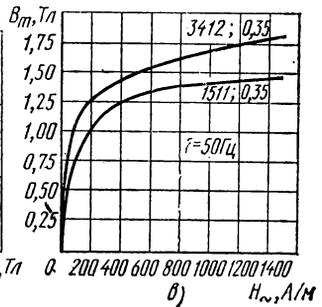
Удельная реактивная  
(намагничивающая)  
мощность для электро-  
технических сталей



Мощность удельных потерь в  
электротехнической стали



Приложение 8.1  
Кривые намагничивания  
Электротехнических сталей  
при переменном токе



**ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ДИОДЫ И ВЫПРЯМИТЕЛИ**

9.1. По вольт-амперной характеристике  $I(U)$  полупроводникового диода (рис. 9.1) определить статические сопротивления  $R_{ст}$  при включении диода в прямом и обратном направлениях, если к диоду приложены соответственно прямое и обратное напряжения:  $U_{пр} = 0,6$  В и  $U_{обр} = 100$  В.

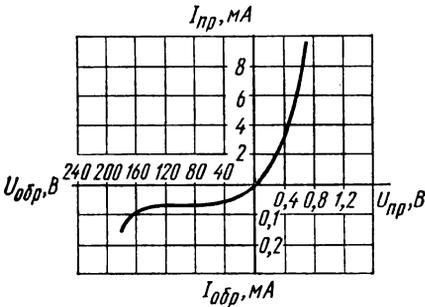


Рис. 9.1

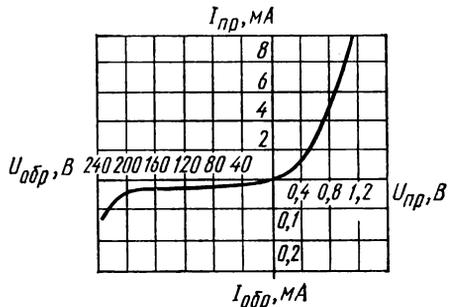


Рис. 9.2

*Ответ:*  $R_{пр} = 0,1$  кОм,  $R_{обр} = 1,5$  МОм.

9.2. Определить динамическое сопротивление  $R_{дин}$  полупроводникового диода по вольт-амперной характеристике  $I(U)$  (рис. 9.2) для значений прямого напряжения  $U'_{пр} = 0,4$  В и  $U''_{пр} = 1,0$  В.

*Ответ:*  $R'_{дин} = 0,25$  кОм;  $R''_{дин} = 0,125$  кОм.

9.3. По вольт-амперной характеристике  $I(U)$  полупроводникового стабилизатора (рис. 9.3) определить динамическое сопротивление  $R_{дин}$ , напряжение стабилизации  $U_{ст}$  и минимальный ток стабилизации  $I_{ст\ min}$ .

*Ответ:*  $R_{дин} = 25$  Ом;  $U_{ст} = 8,5$  В;  $I_{ст\ min} = 4$  мА.

9.4. Какое напряжение нужно приложить к варикапу, характеристика управления  $C(U)$  которого приведена на рис. 9.4, чтобы общая емкость варикапа и параллельно подключенного к нему конденсатора емкостью 100 пФ составила 150 пФ?

*Ответ:*  $U = 23$  В.

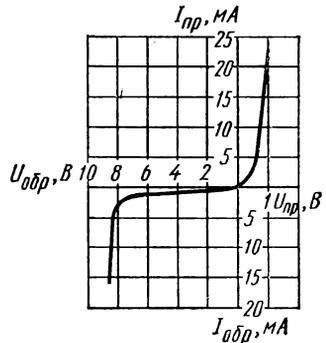


Рис. 9.3

9.5. Определить среднее и максимальные значения прямого тока  $I_{пр. ср}$ ,  $I_{пр. max}$ , а также максимальное обратное напряжение  $U_{обр. max}$  полупроводникового диода в однополупериодном выпрямителе

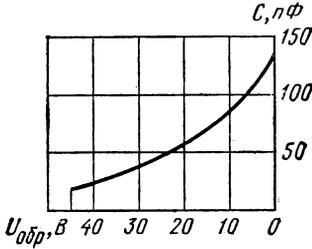


Рис. 9.4

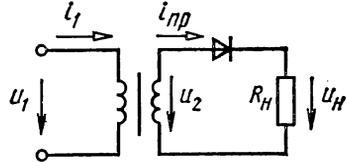


Рис. 9.5

(рис. 9.5) и коэффициент трансформации трансформатора  $n$ , если на нагрузочном резисторе сопротивлением  $R_H = 3$  кОм среднее значение выпрямленного напряжения  $U_H = 180$  В. Напряжение сети  $U_1 = 220$  В. Сопротивление диода в прямом направлении и обратный ток считать равными нулю.

Решение и ответ:  $I_{пр. ср} = I_H = U_H / R_H = 60$  мА;

$$I_{пр. max} = \pi I_{пр. ср} = 188 \text{ мА}; \quad U_{обр. max} = \pi U_H = 565 \text{ В};$$

$$U_2 = U_{обр. max} / \sqrt{2} = 400 \text{ В}; \quad n = U_1 / U_2 = 0,55.$$

9.6. Определить амплитуду тока в нагрузочном резисторе сопротивлением  $R_H = 2,5$  кОм однополупериодного выпрямителя (рис. 9.5), если напряжение на первичной обмотке трансформатора  $U_1 = 20$  В,

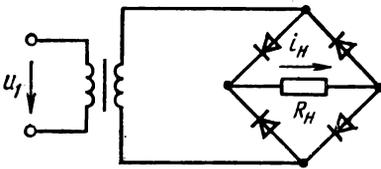


Рис. 9.7

коэффициент трансформации  $n = 0,4$ . Считать, что прямое сопротивление диода  $R_{пр} = 0$ .

Ответ:  $I_m = 28,3$  мА.

9.7. Определить необходимые параметры полупроводниковых диодов для мостового выпрямителя (рис. 9.7) и выбрать с помощью табл. 9.7 [4] соответствующий тип диода, если известно, что в нагрузочном резисторе сопротивлением  $R_H = 600$  Ом выпрямленный ток  $I_H = 200$  мА. Найти значение коэффициента трансформации трансформатора, подключенного к сети напряжением  $U_1 = 220$  В.

Таблица 9.7

| Параметры диода        | Тип диода |      |      |      |       |       |      |        |        |
|------------------------|-----------|------|------|------|-------|-------|------|--------|--------|
|                        | Д7А       | Д202 | Д207 | Д217 | Д226В | Д242Б | Д302 | КД102А | КД202Г |
| $I_{пр. ср. max}$ , мА | 300       | 400  | 100  | 100  | 300   | 5000  | 1000 | 100    | 1000   |
| $U_{обр. max}$ , В     | 50        | 100  | 200  | 800  | 300   | 100   | 200  | 250    | 100    |

Ответ:  $I_{пр. ср} = 100$  мА;  $U_{обр max} = 188$  В;  $n = 1,66$ . Полученным значением тока и напряжения удовлетворяет диод Д207.

9.8. Чему равен ток  $I_H$  нагрузочного резистора сопротивлением  $R_H = 120$  Ом мостового выпрямителя (рис. 9.7), если напряжение на входе трансформатора  $U_{1м} = 100$  В; коэффициент трансформации  $n = 0,5$ , а сопротивление каждого полупроводникового диода  $R_{пр} = 10$  Ом?

Ответ:  $I_H = 0,91$  А.

9.9. Для выпрямления синусоидального напряжения  $U_1 = 500$  В используется однополупериодный выпрямитель с последовательным соединением нескольких полупроводниковых диодов Д226Б, зашунтированных резисторами (рис. 9.9). Определить необходимое количество  $m$  диодов и резисторов, их сопротивления  $R_{ш}$ , а также выпрямленное напряжение  $U_H$  и обратные напряжения  $U_{обр}$  на диодах, если параметры диодов Д226Б имеют следующие значения:  $U_{обр max} = 300$  В,  $I_{обр max} = 300$  мкА, а  $R_H = 5$  кОм (во много раз больше прямого сопротивления диода).

Примечание. Следует выбрать значения  $R_{ш} \approx 0,3R_{обр}$  диода.

Ответ:  $m = 3$ ;  $R_{ш} = 300$  кОм;  $U_H = 225$  В;  $U_{обр} = 236$  В.

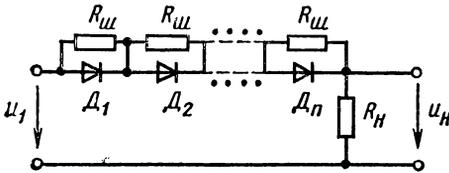


Рис. 9.9

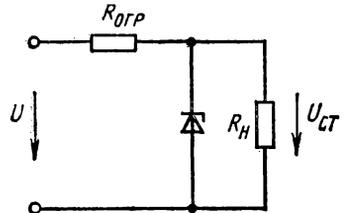


Рис. 9.10

9.10. Определить сопротивление ограничительного резистора  $R_{огр}$  стабилизатора напряжения на кремниевом стабилитроне Д813 (рис. 9.10), если  $R_H = 3,7$  кОм, параметры стабилитронов  $U_{ст} = 13$  В,  $I_{ст min} = 1$  мА,  $I_{ст max} = 20$  мА, а напряжение источника изменяется от  $U_{min} = 17$  В до  $U_{max} = 23$  В.

Решение. Для определения  $R_{огр}$  необходимо найти среднее значение напряжения источника  $U_{ср}$  и тока стабилитрона  $I_{ср. ст}$ :

$$U_{ср} = 0,5(U_{min} + U_{max}) = 20 \text{ В}, \quad I_{ср. ст} = 0,5(I_{ст min} + I_{ст max}) = 10,5 \text{ мА},$$

$$I_H = U_{ст}/R_H = 3,5 \text{ мА}, \quad R_{огр} = (U_{ср} - U_{ст})/(I_{ср. ст} + I_H) = 500 \text{ Ом}.$$

9.11. В двухполупериодном регулируемом выпрямителе на тиристорах КУ101Е (рис. 9.11) необходимо получить выпрямленное напряжение  $U_{ср} = 71,5$  В. Определить угол сдвига фаз  $\alpha$  между выпрямляемым и управляющим напряжениями, а также коэффициент трансформации трансформатора  $n$ , если известно,

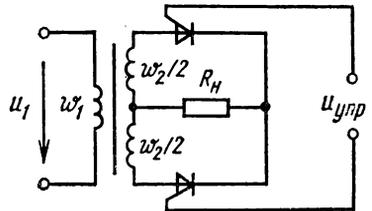


Рис. 9.11

что  $U_1 = 127$  В, а допустимое обратное напряжение тиристора КУ101Е  $U_{обр\ max} = 150$  В.

Ответ:  $\alpha = 60^\circ$ ;  $n = 0,6$ .

### БИПОЛЯРНЫЕ И ПОЛЕВЫЕ ТРАНЗИСТОРЫ

9.12. Найти  $h$ -параметры транзистора ГТ322А по его характеристикам (рис. 9.12, а, б), соответствующим схеме с общим эмиттером (рис. 9.12, в), для  $U_k = 5$  В и  $I_b = 150$  мкА. Начертить схему замещения транзистора.

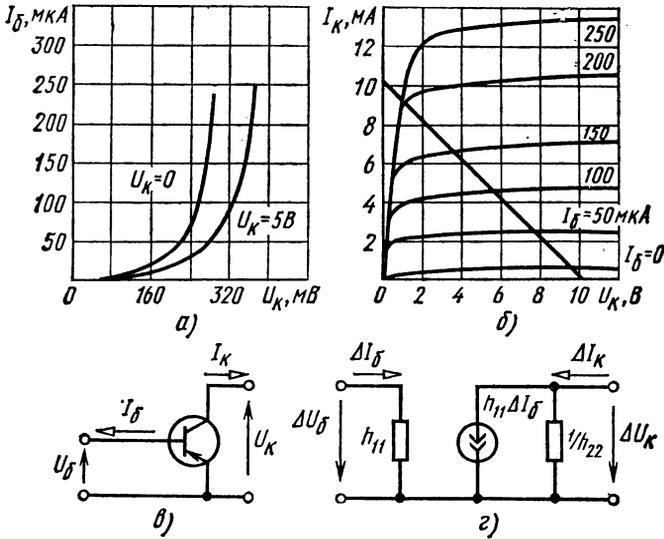


Рис. 9.12

Решение. По входной характеристике для  $U_k = 5$  В (рис. 9.12, а) находим

$$h_{11} = \frac{\Delta U_b}{\Delta I_b} = \frac{(360 - 320) \cdot 10^{-3}}{(200 - 80) \cdot 10^{-6}} = 330 \text{ Ом}, \quad h_{12} = \frac{\Delta U_b}{\Delta U_k} = \frac{80 \cdot 10^{-3}}{5} = 16 \cdot 10^{-3}.$$

По выходным характеристикам определяем

$$h_{21} = \frac{\Delta I_k}{\Delta I_b} = \frac{2,8 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^{-6}} = 56, \quad h_{22} = \frac{\Delta I_k}{\Delta U_k} = \frac{(7 - 6,5) \cdot 10^{-3}}{10^{-2}} = 62,5 \cdot 10^{-6} \text{ См}.$$

Схема замещения транзистора приведена на рис. 9.12, з при условии, что  $h_{12} \approx 0$ .

9.13. По входной (рис. 9.13, а) и выходным (рис. 9.13, б) характеристикам транзистора П416, включенного по схеме с общим эмиттером, определить  $h$ -параметры для  $U_k = 5$  В и  $I_b = 200$  мкА.

Ответ:  $h_{11} = 650$  Ом;  $h_{12} = 32 \cdot 10^{-3}$ ;  $h_{21} = 40$ ;  $h_{22} = 1,5 \cdot 10^{-4}$  См.

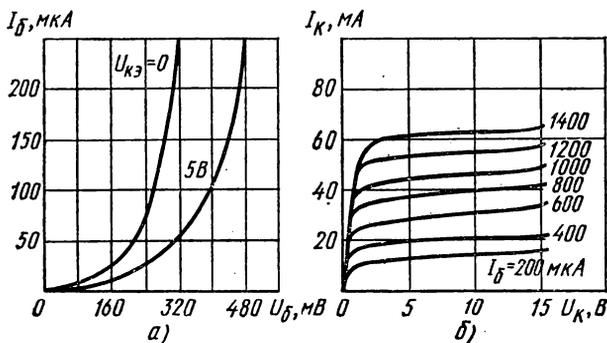


Рис. 9.13

9.14. В биполярном транзисторе, включенном по схеме с общим эмиттером, ток базы  $I_B = 20 \text{ мкА}$ , ток коллектора  $I_K = 1 \text{ мА}$ . Определить коэффициенты передачи тока  $\alpha$  и  $\beta$ , если током  $I_{K0}$  можно пренебречь.

Ответ:  $\alpha = 0,98$ ;  $\beta = 50$ .

9.15. Биполярный транзистор, имеющий коэффициент передачи тока базы  $\beta = 100$ , включен по схеме с общим эмиттером. Определить ток базы  $I_B$ , ток эмиттера  $I_E$ , коэффициент передачи тока эмиттера  $\alpha$ , если ток коллектора  $I_K = 1 \text{ мА}$ , а током  $I_{K0}$  можно пренебречь.

Ответ:  $I_B = 10 \text{ мкА}$ ;  $I_E = 1,01 \text{ мА}$ ;  $\alpha = 0,99$ .

9.16. Определить коэффициент передачи тока биполярного транзистора, включенного по схеме с общим эмиттером, если при изменении тока базы ток коллектора изменился на  $5 \text{ мА}$ , а ток эмиттера — на  $5,2 \text{ мА}$ .

Ответ:  $h_{21} = \beta = 25$ .

9.17. Определить коэффициент передачи тока биполярного транзистора, включенного по схеме с общим эмиттером, если коэффициент передачи тока в схеме с общей базой  $\alpha = 0,96$ .

Ответ:  $\beta = \alpha / (1 - \alpha) \approx 25$ .

9.18. Определить крутизну характеристики  $S = \frac{dI_C}{dU_3}$  полевого транзистора КП103Л по его выходным характеристикам (рис. 9.18) при  $U_{си} = 10 \text{ В}$ ,  $U_3 = 1,5 \text{ В}$ .

Ответ:  $S = 1,5 \text{ мА/В}$ .

9.19. Напряжение между затвором и истоком полевого транзистора с управляемым  $p-n$ -переходом изменилось на  $0,5 \text{ В}$ . При этом для обеспечения постоянства тока стока потребовалось изменить напряжение между стоком и истоком на  $20 \text{ В}$ . Определить крутизну

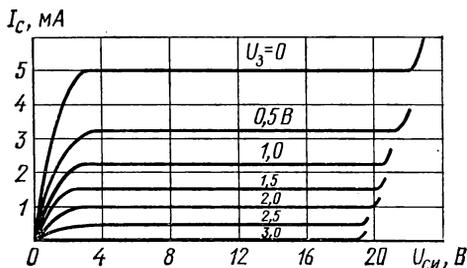


Рис. 9.18

характеристики, если динамическое сопротивление стока  $R_c = \frac{dU_{сн}}{dI_c} = 0,1 \text{ МОм}$ .

Ответ:  $S = 0,4 \text{ мА/В}$ .

### УСИЛИТЕЛЬНЫЕ КАСКАДЫ

9.20. На рис. 9.20, а приведена схема усилительного каскада с общим эмиттером на транзисторе ГТ322А. Рассчитать сопротивление резистора  $R_6$ , при котором рабочая точка в режиме покоя усилителя будет находиться на середине линейных участков входной

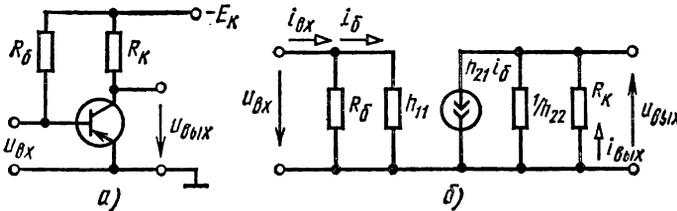


Рис. 9.20

и переходной характеристик, если  $E_k = 10 \text{ В}$  и  $R_k = 1 \text{ кОм}$ . Определить коэффициенты усиления по напряжению  $K_U$ , по току  $K_I$ , по мощности  $K_P$ , а также входное  $R_{вх}$  и выходное  $R_{вых}$  сопротивления усилительного каскада. Значения  $h_{11}$ ,  $h_{21}$ ,  $h_{22}$ , входные и выходные характеристики транзистора ГТ322А взять из задачи 9.12, а значение  $h_{12}$  принять равным нулю.

Решение. На семействе выходных характеристик  $I_k(U_k)$  транзистора ГТ322А (см. рис. 9.12, б) проводим линию нагрузки, соответствующую  $R_k = 1 \text{ кОм}$ , с помощью которой строим переходную характеристику. Линейный участок этой характеристики соответствует диапазону  $0 \leq I_6 \leq 200 \text{ мкА}$ . Входные характеристики (см. рис. 9.12, а) линейны при  $I_6 \geq 80 \text{ мкА}$ . Таким образом, обе характеристики линейны при  $80 \leq I_6 \leq 200 \text{ мкА}$ . Поэтому рабочую точку выбираем примерно в середине линейного участка при  $I_{60} = 150 \text{ мкА}$ , что соответствует  $U_{к0} = 3,5 \text{ В}$  и  $U_{60} = 350 \text{ мВ}$ .

Для выбранного тока  $I_{60} = 150 \text{ мкА}$  сопротивление

$$R_6 = \frac{E_k - U_{60}}{I_{60}} = \frac{10 - 0,35}{150 \cdot 10^{-6}} = 64,3 \text{ кОм}.$$

При  $h_{12} = 0$  используем упрощенную схему замещения усилительного каскада (рис. 9.20, б), по которой можно легко рассчитать значения сопротивлений и коэффициентов усиления [3]:

$$R_{вх} = \frac{R_6 h_{11}}{R_6 + h_{11}} \approx 330 \text{ Ом},$$

$$R_{вых} = \frac{R_k / h_{22}}{R_k + 1/h_{22}} = \frac{R_k}{1 + R_k h_{22}} \approx 1 \text{ кОм},$$

$$K_U = \frac{U_{вых}}{U_{вх}} = \frac{h_{21} I_6 R_{вых}}{h_{11} I_6} = \frac{h_{21} R_k}{h_{11} (1 + R_k h_{22})} = 170,$$

$$K_I = \frac{I_{вых}}{I_{вх}} = \frac{U_{вых} R_6 h_{11} / R_k}{U_{вх} (R_6 + h_{11})} = \frac{h_{21} R_6}{(R_6 + h_{11}) (1 + R_k h_{22})} = 52,5,$$

$$K_P = K_U K_I = 8650.$$

9.21. В усилительном каскаде с общим эмиттером на транзисторе П416 коллекторный резистор имеет сопротивление  $R_k = 0,5 \text{ кОм}$ , а э. д. с.  $E_k = 15 \text{ В}$  (рис. 9.20). Определить сопротивление резистора  $R_6$  для обеспечения режима А работы усилительного каскада. Найти  $K_U$ ,  $K_I$ ,  $K_P$ ,  $R_{вх}$ ,  $R_{вых}$ , воспользовавшись значениями  $h$ -параметров транзистора П416, найденными в задаче 9.13, и выходными характеристиками, приведенными на рис. 9.13, б, построив по ним переднюю характеристику.

Ответ:  $R_6 = 37,5 \text{ кОм}$ ;  $K_U = 29$ ;  $K_I = 37$ ;  $K_P = 1070$ ;  $R_{вх} = 650 \text{ Ом}$ ;  $R_{вых} = 465 \text{ Ом}$ .

9.22. Определить коэффициент усиления усилителя по напряжению, если ток через нагрузочный резистор сопротивлением  $R_n = 250 \text{ Ом}$  равен  $20 \text{ мА}$ , а входное напряжение  $U_{вх} = 0,1 \text{ В}$ .

Ответ:  $K_U = 50$ .

9.23. Определить доступные коэффициенты усиления по напряжению  $K_{U \text{ дост}} = U_{вых}/E_{вх}$  и по мощности  $K_{P \text{ дост}} = K_{U \text{ дост}} K_I$  усилительного каскада на транзисторе типа  $n-p-n$  с общим эмиттером (рис. 9.23), если  $R_{вн} = 1 \text{ кОм}$ ,  $R_6 = 5 \text{ кОм}$ ,  $R_k = 3 \text{ кОм}$ ,  $h_{11} = 1 \text{ кОм}$ ,  $h_{21} = 20$ ,  $h_{22} = 50 \cdot 10^{-6} \text{ См}$  и  $h_{12} = 0$ .

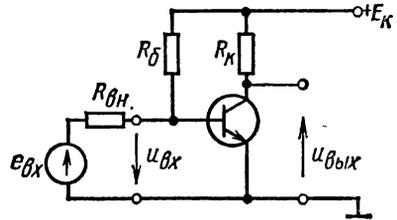


Рис. 9.23

Решение. Доступные коэффициенты усиления, учитывающие влияние внутреннего сопротивления  $R_{вн}$  источника сигнала, определяются по формулам [3]

$$K_{U \text{ дост}} = K_U \frac{R_{вх}}{R_{вх} + R_{вн}} = 46 \cdot \frac{835}{1835} = 21,$$

$$K_{P \text{ дост}} = K_{U \text{ дост}} K_I = 21 \cdot 12,8 = 270.$$

9.24. Определить э. д. с. источника входного сигнала, если входной ток и входное сопротивление усилителя соответственно равны  $1 \text{ мА}$  и  $400 \text{ Ом}$ . Внутреннее сопротивление источника составляет  $100 \text{ Ом}$ .

Ответ:  $E_{вх} = 0,5 \text{ В}$ .

9.25. Определить входное сопротивление усилителя, если на входе действует э. д. с.  $E_{вх} = 0,1 \text{ В}$ , ток входной цепи  $I_{вх} = 1 \text{ мА}$  и внутреннее сопротивление источника э. д. с.  $R_{вн} = 20 \text{ Ом}$ .

Ответ:  $R_{вх} = 80 \text{ Ом}$ .

9.26. В усилительном каскаде с общим эмиттером (рис. 9.23) используется биполярный транзистор, имеющий следующие значения параметров:  $h_{11} = 900 \text{ Ом}$ ,  $h_{21} = 50$ ,  $h_{22} = 16 \cdot 10^{-5} \text{ См}$ . Определить выходное напряжение и выходное сопротивление этого каскада, если э. д. с. источника входного сигнала  $E_{вх} = 8 \text{ мВ}$ , его внутреннее сопротивление  $R_{вн} = 300 \text{ Ом}$ , сопротивление  $R_k = 3 \text{ кОм}$ , а  $R_6 \gg h_{11}$ .

Решение. Входное напряжение

$$U_{вх} = \frac{E_{вх} h_{11}}{R_{вн} + h_{11}} = \frac{8 \cdot 900}{1200} = 6 \text{ мВ}.$$

Выходное сопротивление [3]

$$R_{\text{вых}} = \frac{R_K/h_{22}}{R_K + 1/h_{22}} = \frac{R_K}{1 + R_K h_{22}} = \frac{3 \cdot 10^3}{1 + 3 \cdot 10^3 \cdot 16 \cdot 10^{-5}} = 2 \text{ кОм}.$$

Выходное напряжение [3]

$$U_{\text{вых}} = K_U U_{\text{вх}} = \frac{h_{21} R_K U_{\text{вх}}}{h_{11} (1 + R_K h_{22})} = \frac{50 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{900 \cdot 1,48} = 0,675 \text{ В}.$$

9.27. Определить емкость конденсатора  $C_3$  усилительного каскада с температурной стабилизацией (рис. 9.27), если известно, что

$R_3 = 3 \text{ кОм}$ , а самая низкая частота усиливаемого напряжения  $f_H = 50 \text{ Гц}$ .

Ответ:  $C_3 = 10 \text{ мкФ}$ .

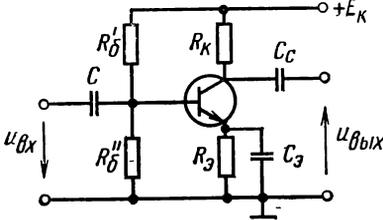


Рис. 9.27

9.28. Определить параметры элементов звена автоматического смещения усилительного каскада (рис. 9.28) на полевом транзисторе КП103Л, выходные характеристики  $I_c(U_{\text{сн}})$  которого приведены на рис. 9.18, если известно, что  $R_c = 2 \text{ кОм}$ ,  $E_c =$

$= 10 \text{ В}$ , а напряжение смещения затвора  $U_{\text{зи}} = 1,5 \text{ В}$ ,  $f_H = 50 \text{ Гц}$ .

Ответ:  $R_{\text{и}} = 940 \text{ Ом}$ ;  $C_{\text{и}} = 34 \text{ мкФ}$ .

9.29. Рассчитать коэффициент усиления  $K_U$  усилительного каскада (рис. 9.28) на полевом транзисторе КП103М при  $R_c = 4 \text{ кОм}$ , если крутизна характеристики  $S = \frac{dI_c}{dU_3} = 2,5 \text{ мА/В}$ .

Ответ:  $K_U = 10$ .

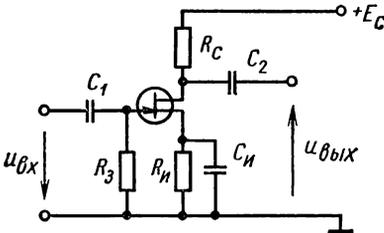


Рис. 9.28

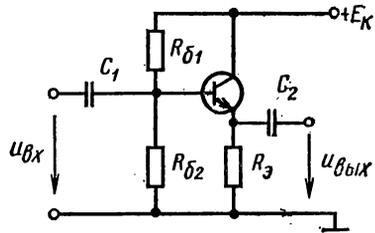


Рис. 9.31

9.30. Полевой транзистор с управляющим  $p-n$ -переходом, имеющим крутизну  $S = 2 \text{ мА/В}$ , включен в усилительный каскад с общим истоком. Определить коэффициент усиления  $K_U$  каскада, если сопротивление резистора в цепи стока  $R_c = 10 \text{ кОм}$ .

Ответ:  $K_U = 20$ .

9.31. Определить коэффициенты усиления по напряжению  $K_U$  и по току  $K_I$ , входное  $R_{\text{вх}}$  и выходное  $R_{\text{вых}}$  сопротивления усилительного каскада с общим коллектором (рис. 9.31) на транзисторе ГТ322А, у которого  $h_{11} = 330 \text{ Ом}$ ,  $h_{21} = 56$ ,  $h_{22} = 62,5 \cdot 10^{-6} \text{ См}$ , если сопротивление резистора  $R_3 = 1 \text{ кОм}$ .

Решение. Используя формулы для коэффициентов усиления по напряжению и по току, входного и выходного сопротивлений усилительного каскада с общим коллектором [3], получим:

$$K_U = \frac{1}{1 + h_{11} \frac{1 + h_{22} R_3}{R_3 (1 + h_{21})}} \approx 0,994,$$

$$K_I = K_U \frac{h_{11}}{R_3 (1 - K_U)} = 53, \quad R_{вх} = \frac{h_{11}}{1 - K_U} \approx 53,4 \text{ кОм},$$

$$R_{вых} = \frac{h_{11}}{1 + h_{21}} = 5,6 \text{ Ом}.$$

9.32. Найти значения  $K_U$ ,  $K_I$ ,  $R_{вх}$  и  $R_{вых}$  эмиттерного повторителя на транзисторе П416, у которого  $h_{11} = 650 \text{ Ом}$ ,  $h_{21} = 40$ ,  $h_{22} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ См}$ , если сопротивление резистора  $R_3 = 2 \text{ кОм}$ .

Ответ:  $K_U = 0,99$ ;  $K_I = 32$ ;  $R_{вх} = 65 \text{ кОм}$ ;  $R_{вых} = 16 \text{ Ом}$ .

### МНОГОКАСКАДНЫЕ УСИЛИТЕЛИ НАПРЯЖЕНИЯ

9.33. На рис. 9.33, а приведена схема двухкаскадного усилителя на биполярных транзисторах. С помощью схемы замещения (рис. 9.33, б) первого усилительного каскада определить коэффициенты усиления

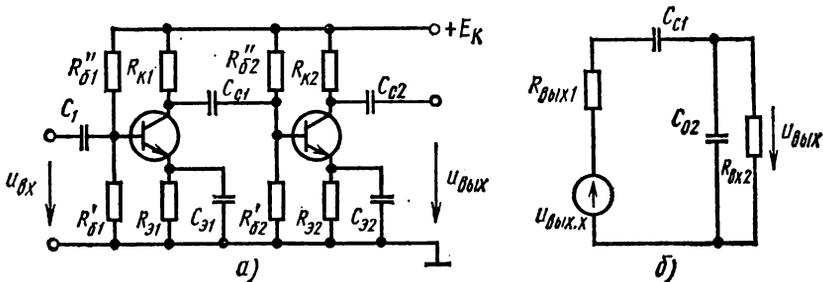


Рис. 9.33

$K_0$  этого каскада на средних частотах, верхнюю и нижнюю граничные частоты, на которых коэффициент усиления равен  $K_0/\sqrt{2}$ , если известно, что  $K_{0х} = 175$ ,  $R_{вых1} = 1 \text{ кОм}$ , емкость конденсатора связи  $C_{с1} = 2 \text{ мкФ}$ , емкость  $C_{02} = 0,01 \text{ мкФ}$ , входное сопротивление второго каскада  $R_{вх2} = 320 \text{ Ом}$ .

Решение. Используя формулы для коэффициента усиления на средних частотах, верхней и нижней граничной частот [3], получим:

$$K_0 = \frac{U_{вых}}{U_{вх}} = \frac{U_{вых} \times R_{вх2}}{(R_{вых1} + R_{вх2}) U_{вх}} = \frac{K_{0х} U_{вх} R_{вх2}}{(R_{вых1} + R_{вх2}) U_{вх}} =$$

$$= \frac{K_{0х} R_{вх2}}{R_{вых1} + R_{вх2}} = 42,5;$$

$$f_{в} = \frac{1}{2\pi C_{02} \frac{R_{вых1} R_{вх2}}{R_{вых1} + R_{вх2}}} = 65,6 \text{ кГц}; \quad f_{н} = \frac{1}{2\pi C_{с1} (R_{вых1} + R_{вх2})} = 60 \text{ Гц}.$$

9.34. Как изменятся верхняя и нижняя граничные частоты первого усилительного каскада усилителя, рассмотренного в задаче 9.33, если емкость  $C_{c1}$  уменьшить в четыре раза, а емкость  $C_{02}$  увеличить во столько же раз?

Ответ:  $f_n = 16,4$  кГц;  $f_v = 240$  Гц.

9.35. Определить коэффициент частотных искажений  $M_n$ , если на нижней граничной частоте коэффициент усиления составляет 25, а на средней частоте — 30.

Ответ:  $M_n = 1,2$ .

9.36. Определить коэффициент усиления усилителя  $K_0$  на средних частотах, если на высшей частоте полосы пропускания коэффициент усиления  $K_v = 40$ , а коэффициент частотных искажений  $M_v = 1,1$ .

Ответ:  $K_0 = 44$ .

9.37. Определить частоту, на которой коэффициент усиления будет иметь максимальное значение, если известно, что постоянная времени в области верхних частот  $\tau_v = 0,3$  мкс, а в области нижних частот  $\tau_n = 6$  мс.

Решение. Значение средней частоты, на которой коэффициент усиления максимален, определяем по формуле

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\tau_v\tau_n}} = \frac{1}{6,28\sqrt{0,3 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{-3}}} = \frac{1}{6,28 \cdot 10^{-4}\sqrt{0,18}} = 3,75 \text{ кГц.}$$

### УСИЛИТЕЛИ МОЩНОСТИ

9.38. Однотактный усилитель мощности на транзисторе П606 работает в режиме класса А на нагрузочный резистор сопротивлением  $R_n = 20$  Ом (рис. 9.38, а). Пользуясь семейством выходных характеристик  $I_k(U_k)$  транзистора П606 (рис. 9.38, б), на которых

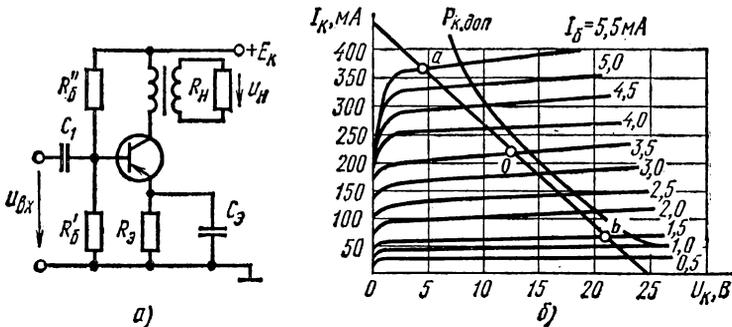


Рис. 9.38

изображена также кривая допустимой мощности, определить выходную мощность  $P_n$  и коэффициент трансформации  $n$  выходного трансформатора, обеспечивающий коэффициент усиления по мощности, близкий к максимальному при минимальных нелинейных искажениях, если  $E_k = 12,5$  В и  $U_{вх м} = 2$  В.

**Решение.** На семействе выходных характеристик при  $U_k = 12,5$  В выбираем рабочую точку  $O$  на кривой, соответствующей  $I_6 = 3,5$  мА. Через эту точку проводим линию нагрузки таким образом, чтобы точка  $a$ , расположенная на кривой  $I_6 = 5,5$  мА, и точка  $b$ , расположенная на кривой  $I_6 = 1,5$  мА, находились на одинаковом расстоянии от точки  $O$ . С помощью линии нагрузки определяем [3]:

сопротивление

$$R'_H = \frac{(21 - 5) \text{ В}}{(370 - 70) \cdot 10^{-3} \text{ А}} = 53 \text{ Ом};$$

выходную мощность

$$P_H = \frac{2U_m 2I_m}{8} = \frac{16 \cdot 0,3}{8} = 0,6 \text{ Вт};$$

коэффициент трансформации

$$n = \omega_1 / \omega_2 = \sqrt{R'_H / R_H} = 1,63.$$

**9.39.** Как изменится выходная мощность  $P_H$  усилителя мощности задачи 9.38, если коэффициент трансформации уменьшить до 1,25?

*Ответ:*  $P_H = 0,375$  Вт.

**9.40.** Определить коэффициент трансформации  $n$  выходного трансформатора однотактного усилителя мощности, если известно, что сопротивление нагрузочного резистора составляет 25 Ом, а приведенное сопротивление  $R'_H = 625$  Ом.

*Ответ:*  $n = 5$ .

**9.41.** Определить мощность источника питания двухтактного транзисторного усилителя мощности, работающего в режиме класса В, если  $E_k = 20$  В. Амплитуда коллекторного тока транзистора  $I_{km} = 31,4$  мА.

*Ответ:*  $P_0 = 0,4$  Вт.

## ОБРАТНЫЕ СВЯЗИ В УСИЛИТЕЛЯХ

**9.42.** Усилитель с коэффициентом усиления  $K = 100$  охвачен отрицательной обратной связью. Определить коэффициент усиления усилителя с обратной связью  $K_{oc}$ , если коэффициент передачи цепи обратной связи  $\beta = 0,01$ .

*Ответ:*  $K_{oc} = 50$ .

**9.43.** Какое напряжение необходимо подать на вход усилителя, охваченного отрицательной обратной связью с  $\beta = 0,02$ , для того чтобы на выходе усилителя получить  $U_{вых} = 2$  В, если  $K = 25$ ?

*Ответ:*  $U_{вх} = 0,12$  В.

**9.44.** Изменение коэффициента усиления усилителя с  $K = 1000$  составляет  $\pm 10\%$ . Определить коэффициент передачи  $\beta$  цепи обратной связи, которую необходимо подключить, чтобы изменение коэффициента усиления не превышало  $\pm 2\%$ , а также значение  $K_{oc}$  после подключения цепи отрицательной обратной связи.

*Ответ:*  $\beta = 0,004$ ;  $K_{oc} = 200$ .

**9.45.** Усилитель с коэффициентом усиления  $K = 150$  охвачен отрицательной обратной связью. Определить коэффициент передачи

цепи обратной связи  $\beta$ , при котором стабильность коэффициента усиления увеличится в 10 раз по сравнению со стабильностью при отсутствии обратной связи. Определить коэффициент усиления усилителя с обратной связью  $K_{oc}$ .

Ответ:  $\beta = 0,06$ ;  $K_{oc} = 15$ .

9.46. Усилитель, содержащий три каскада с коэффициентами усиления  $K_1 = 40$ ,  $K_2 = 15$  и  $K_3 = 10$ , охвачен отрицательной обратной связью с коэффициентом  $\beta = 0,01$ . Чему равен коэффициент усиления такого усилителя?

Ответ:  $K_{oc} \approx 100$ .

### УСИЛИТЕЛИ ПОСТОЯННОГО ТОКА (УПТ)

9.47. Изобразить примерный вид передаточных характеристик  $U_{вых}(U_{вх})$  усилителей постоянного тока, схемы которых приведены на рис. 9.47, а, б.

Ответ: кривые показаны на рис. 9.47, в, г.

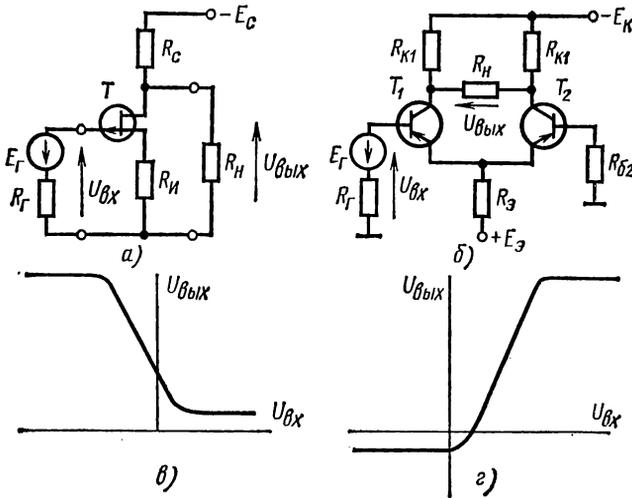


Рис. 9.47

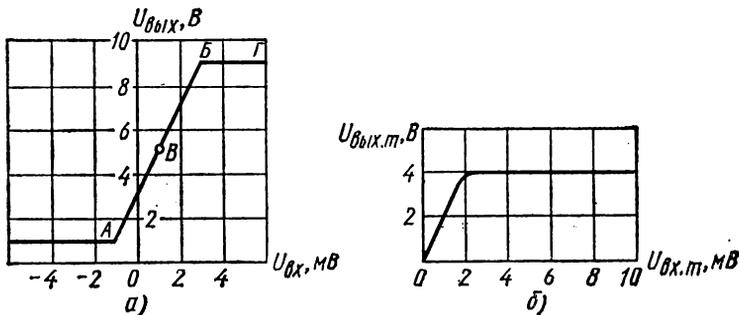


Рис. 9.48

9.48. Построить амплитудную характеристику  $U_{\text{ВЫХ}m}(U_{\text{ВХ}m})$ , определить динамический диапазон, коэффициент усиления  $K_U$  и напряжение смещения по входу УПТ для режима А по передаточной характеристике, приведенной на рис. 9.48, а.

Решение. В режиме А рабочую точку покоя выбираем в середине линейного участка АБ передаточной характеристики  $U_{\text{ВЫХ}}(U_{\text{ВХ}})$  на рис. 9.48, а — точка В с координатами  $U_{\text{ВХ}} = 1 \text{ мВ}$ ,  $U_{\text{ВЫХ}} = 5,0 \text{ В}$ . Поэтому напряжение смещения  $U_{\text{ВХ}0} = 1 \text{ мВ}$ . Из-за симметрии передаточной характеристики относительно точки В амплитудная характеристика подобна ее верхней ветви ВВГ (рис. 9.48, б). Динамический диапазон амплитудной характеристики ограничивается ее линейным участком  $U'_{\text{ВХ}m} = 2 \text{ мВ}$ , на этом участке коэффициент усиления  $K_U = = 4/(2 \cdot 10^{-3}) = 2 \cdot 10^3$ .

9.49. Передаточная характеристика УПТ  $U_{\text{ВЫХ}}(U_{\text{ВХ}})$  представлена на рис. 9.48, а, входное сопротивление УПТ  $R_{\text{ВХ}} = 10 \text{ кОм}$ . Построить передаточную характеристику  $U_{\text{ВЫХ}}(E_{\Gamma})$ , если сопротивление источника сигнала  $R_{\Gamma} = 5 \text{ кОм}$ , а напряжение холостого хода по входу  $U_{\text{ВХ}0} = 1 \text{ мВ}$ .

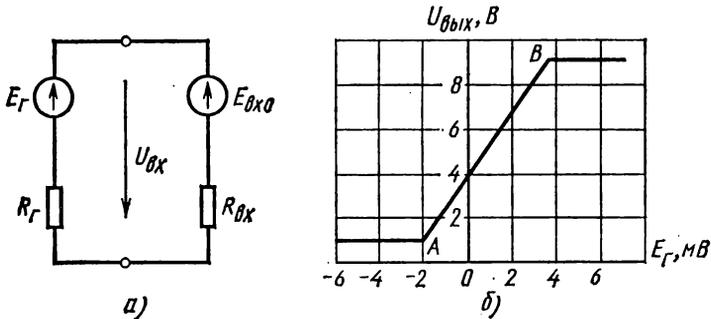


Рис. 9.49

Решение. По схеме замещения входной цепи УПТ с источником сигнала, приведенной на рис. 9.49, а, получаем

$$U_{\text{ВХ}} = \frac{E_{\Gamma} \frac{1}{R_{\Gamma}} + E_{\text{ВХ}0} \frac{1}{R_{\text{ВХ}}}}{1/R_{\Gamma} + 1/R_{\text{ВХ}}} = 0,67E_{\Gamma} + 3,3 \cdot 10^{-4} \text{ В.}$$

Для построения искомой характеристики на рис. 9.49, б удобно записать явное выражение

$$E_{\Gamma} \approx 1,5U_{\text{ВХ}} - 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ В}$$

и найти координаты точек, соответствующие точкам А и Б на рис. 9.48, а. Для точки А  $U_{\text{ВХ}А} = -1 \text{ мВ}$ ,  $U_{\text{ВЫХ}А} = 1 \text{ В}$ ,  $E_{\Gamma А} = = -2,0 \text{ мВ}$ , для точки Б  $U_{\text{ВХ}Б} = 2,8 \text{ мВ}$ ,  $U_{\text{ВЫХ}Б} = 9 \text{ В}$  и  $E_{\Gamma Б} \approx 3,7 \text{ мВ}$ .

9.50. Построить передаточную характеристику УПТ  $U_{\text{ВЫХ}}(U_{\text{ВХ}})$  при сопротивлении нагрузки  $R_{\text{Н}} = 10 \text{ кОм}$ , если в режиме холостого хода по выходу она имеет вид зависимости, как на рис. 9.48, а. Выходное сопротивление УПТ  $R_{\text{ВЫХ}}$  равно 5 кОм.

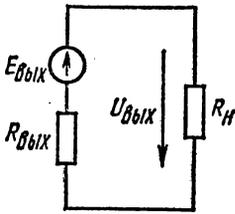


Рис. 9.50

Решение. По схеме замещения выходной цепи УПТ с нагрузкой (рис. 9.50) получаем

$$U_{\text{вых}} = \frac{R_H}{R_{\text{вых}} + R_H} E_{\text{вых}} (U_{\text{вх}}) \approx 0,67 E_{\text{вых}} (U_{\text{вх}}).$$

Здесь  $E_{\text{вых}} (U_{\text{вх}})$  — передаточная характеристика вида, как на рис. 9.48, а.

**9.51.** Сопоставить влияние нестабильности напряжения источника питания на дрейф выходного напряжения УПТ, схема которого представлена на рис. 9.47, а, и параллельно-балансного УПТ на той же основе в режиме холостого хода по выходу.

Решение. Для первого УПТ из схемы рис. 9.47, а следуют уравнения

$$\begin{aligned} U_{\text{вых}} &= E_c - R_c I_c (U_{\text{вых}}, U_3), \\ U_3 &= E_r - R_H I_c (U_{\text{вых}}, U_3), \end{aligned}$$

так как  $U_{\text{вых}} \approx U_c$ . Здесь  $I_c (U_{\text{вых}}, U_3)$  — семейство выходных характеристик полевого транзистора.

При изменении  $E_c$  скорости изменения токов и напряжений связаны ( $E_r = \text{const}$ ) дифференциальными соотношениями

$$\begin{aligned} \frac{du_{\text{вых}}}{dt} &= \frac{dE_c}{dt} - R_c \frac{\partial I_c}{\partial U_{\text{вых}}} \frac{du_{\text{вых}}}{dt} - R_c \frac{\partial I_c}{\partial U_3} \frac{du_3}{dt}, \\ \frac{du_3}{dt} &= -R_H \frac{\partial I_c}{\partial U_{\text{вых}}} \frac{du_{\text{вых}}}{dt} - R_H \frac{\partial I_c}{\partial U_3} \frac{du_3}{dt}, \end{aligned}$$

из которых следует

$$\frac{du_{\text{вых}}}{dt} \left( 1 + \frac{R_c}{R_i} - \frac{R_c}{R_i} \frac{SR_H}{1 + SR_H} \right) \approx \frac{dE_c}{dt}.$$

Здесь  $S$  и  $R_i$  — соответственно крутизна и внутреннее сопротивление полевого транзистора.

Отсюда при  $SR_H \gg 1$  имеем

$$\Delta U_{\text{вых}} \approx \Delta E_c.$$

Для параллельно-балансного УПТ

$$\Delta U_{\text{вых}} = \Delta U_{\text{вых1}} - \Delta U_{\text{вых2}} \approx 0,$$

т. е. нестабильность напряжения источника питания при  $SR_H \gg 1$  почти не вызывает дрейфа выходного напряжения, если плечи УПТ симметричные.

**9.52.** Определить верхнюю граничную частоту УПТ без нагрузки и с нагрузочным резистором  $R_H = 10$  кОм, соединенным с УПТ экранированным кабелем. Емкость кабеля  $C_K = 1$  нФ. В схеме замещения УПТ (рис. 9.52)

$$R_1 = 1 \text{ кОм}, R_2 = 100 \text{ кОм},$$

$$C = 160 \text{ пФ}.$$

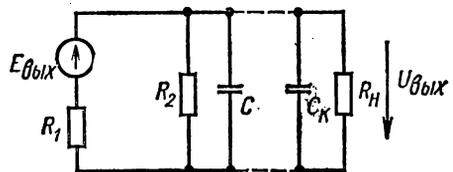


Рис. 9.52

Решение. Верхняя граничная частота  $\omega_B$  УПТ без кабеля и нагрузки по уровню  $0,707 K_{\max}$

$$\omega_B = 1/\tau_B,$$

где  $\tau_B = C \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \approx CR_1$ .

Вычисления дают

$$\tau_B = 160 \cdot 10^{-12} \cdot 10^3 = 0,16 \text{ мкс}, \quad \omega_B = 6,31 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}, \quad f_B \approx 1 \text{ МГц}.$$

При подключении нагрузки с кабелем

$$\tau'_B \approx (C + C_K) R'_1 = (160 \cdot 10^{-12} + 10^{-9}) \cdot 10^3 \approx 1,16 \text{ мкс},$$

где  $R'_1 = 1/(1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_B) \approx R_1$ .

Отсюда  $\omega'_B \approx 0,96 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$ ,  $f'_B \approx 0,15 \text{ МГц}$ .

Примечание. Выражение для  $\omega_B$  может быть получено для схемы рис. 9.52 следующим образом:

$$\dot{U}_{\text{ВЫХ}} = \dot{E}_{\text{ВЫХ}} \underline{Z}_{\text{ЭК}} / (R_1 + \underline{Z}_{\text{ЭК}}),$$

где  $\underline{Z}_{\text{ЭК}} = -R_2 jX_C / (R_2 - jX_C)$ .

Отсюда

$$U_{\text{ВЫХ}} = \frac{E_{\text{ВЫХ}}}{\sqrt{(1 + R_1/R_2)^2 + (R_1/X_C)^2}}.$$

На частоте  $\omega = 0$   $U_{\text{ВЫХ}} = E_{\text{ВЫХ}} / (1 + R_1/R_2)$ , т. е. наибольшее; на частоте  $\omega_B$   $U_{\text{ВЫХ}} = 0,707 \max U_{\text{ВЫХ}}$ .

Поэтому

$$\frac{0,707 E_{\text{ВЫХ}}}{1 + R_1/R_2} = \frac{E_{\text{ВЫХ}}}{\sqrt{(1 + R_1/R_2)^2 + (R_1/X_C)^2}},$$

где  $X_C = \frac{1}{C\omega_B}$ .

Отсюда

$$R_1/X_C = 1 + R_1/R_2, \quad X_C = R_1 / (1 + R_1/R_2)$$

и  $\omega_B = (1 + R_1/R_2) / (CR_1)$ .

### ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УСИЛИТЕЛИ

9.53. Определить изменения выходных напряжений дифференциального усилителя (рис. 9.53) при подаче на его входы напряжений  $U_{\text{ВХ1}} = 1 \text{ мВ}$  и  $U_{\text{ВХ2}} = -2 \text{ мВ}$ , если коэффициенты усиления  $K_{U1} = K_{U2} = 20$  и режим линейный. Найти дифференциальный коэффициент усиления.

Решение. Изменения напряжений на отдельных выходах усилителя равны, по определе-

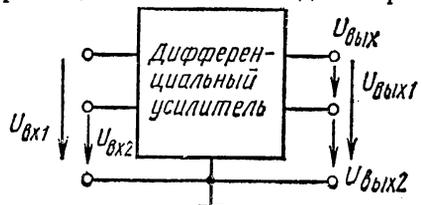


Рис. 9.53

нию,

$$\Delta U_{\text{ВЫХ}1} = K_{U1}(U_{\text{ВХ}1} - U_{\text{ВХ}2}) = 20(1 + 2) \cdot 10^{-3} = 60 \text{ мВ},$$

$$\Delta U_{\text{ВЫХ}2} = -K_{U2}(U_{\text{ВХ}1} - U_{\text{ВХ}2}) = -60 \text{ мВ}.$$

При симметричном включении нагрузки

$$U_{\text{ВЫХ}} = \Delta U_{\text{ВЫХ}1} - \Delta U_{\text{ВЫХ}2} = 120 \text{ мВ}.$$

По определению, дифференциальный коэффициент усиления

$$K_U = U_{\text{ВЫХ}} / (U_{\text{ВХ}1} - U_{\text{ВХ}2}) = K_{U1} + K_{U2} = 40.$$

9.54. Изобразить передаточные характеристики  $U_{\text{ВЫХ}1}(U_{\text{ВХ}})$  и  $U_{\text{ВЫХ}2}(U_{\text{ВХ}})$  дифференциального усилителя, схема которого приведена на рис. 9.54, а, если  $U_{\text{ВХ}} = U_{\text{ВХ}1} - U_{\text{ВХ}2}$ .

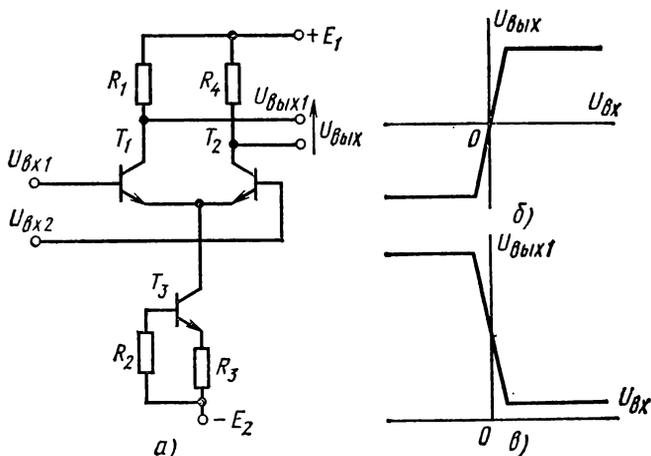


Рис. 9.54

Ответ: характеристики приведены на рис. 9.54, б, в.

9.55. Определить абсолютную погрешность измерения разности потенциалов с помощью дифференциального усилителя, если его коэффициент ослабления синфазного сигнала составляет 60 дБ, напряжение синфазного сигнала 1 В, дифференциальный коэффициент усиления  $K_U = 100$ .

Решение. По определению, коэффициент ослабления синфазного сигнала

$$K_{\text{ос. сф}} (\text{дБ}) = 20 \lg (K_U / K_{\text{сф}}).$$

Отсюда

$$K_{\text{сф}} = K_U / 10^3 = U_{\text{ВЫХ. сф}} / U_{\text{ВХ. сф}}.$$

Поэтому  $U_{\text{ВЫХ. сф}} = 0.1 U_{\text{ВХ. сф}} = 0,1 \text{ В}$ , что и составляет абсолютную погрешность измерения.

9.56. Найти зависимость  $U_{\text{ВЫХ}}(t^\circ\text{C})$  выходного напряжения дифференциального усилителя электрического мостового термометра в диапазоне температур  $0 - 500^\circ\text{C}$ , схема которого изображена на

рис. 9.56, а, если  $R_T = (100 + 0,3t^\circ\text{C})$  Ом (платиновый терморезистор),  $R_1 = 100$  Ом,  $R_2 = R_3 = 500$  Ом,  $K_U = 5$ ,  $R_{\text{вх}} = 6$  кОм,  $E = 6$  В. В каком диапазоне температур сохраняется линейность передаточной характеристики усилителя, если  $U'_{\text{вых}} = 6$  В?

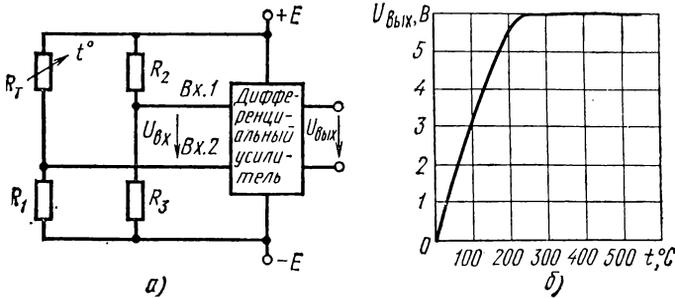


Рис. 9.56

Решение. Входное сопротивление усилителя значительно превышает выходное сопротивление мостовой цепи:

$$R_{\text{вх}} \gg R_1 R_T / (R_1 + R_T) + R_2 R_3 / (R_2 + R_3) = 300 \text{ Ом.}$$

Здесь принято, что сопротивление источника питания равно нулю. Поэтому можно удовлетвориться определением напряжения на выходе мостовой цепи в режиме холостого хода [1]:

$$U_{\text{вх}} = \frac{R_T R_3 - R_1 R_2}{(R_T + R_1)(R_2 + R_3)} E.$$

Напряжение на выходе усилителя (при  $U_{\text{вх}} < U'_{\text{вх}}$ )

$$U_{\text{вых}} = K_U U_{\text{вх}} = \frac{R_T R_3 - R_1 R_2}{(R_T + R_1)(R_2 + R_3)} E K_U = \frac{7,2t^\circ\text{C}}{200 + 0,3t^\circ\text{C}}.$$

Эта зависимость может быть рассчитана на микрокалькуляторе МК-54 или МК-56 по программе

$$X \rightarrow \Pi 1 \ 7,2 \times \Pi \rightarrow X1 \ 0,3 \times 200 + : \text{С/П.}$$

Значение температуры вводят в регистр X.

Результаты вычислений приведены в табл. 9.56 и на рис. 9.56, б.

Таблица 9.56

| $t, ^\circ\text{C}$        | 50   | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 |
|----------------------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|
| $U_{\text{вых}}, \text{В}$ | 1,67 | 3,1 | 4,4 | 5,5 | 6,0 | 6,0 |

Напряжение  $U_{\text{вых}} \leq U'_{\text{вых}}$ , поэтому при  $t^\circ \geq 220^\circ\text{C}$   $U_{\text{вых}} = 6,0$  В. При  $t^\circ \geq 220^\circ\text{C}$  усилитель переходит в нелинейный режим.

## ОПЕРАЦИОННЫЕ УСИЛИТЕЛИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

9.57. На рис. 9.57 изображена типовая схема включения операционного усилителя в масштабном преобразователе. Определить сопротивления резисторов  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ , если  $K_U = 100$  и  $R_H = 10$  кОм,  $R_{ВХ} = 50$  кОм,  $R_{ВЫХ} = 1$  кОм,  $R_G = 100$  Ом.

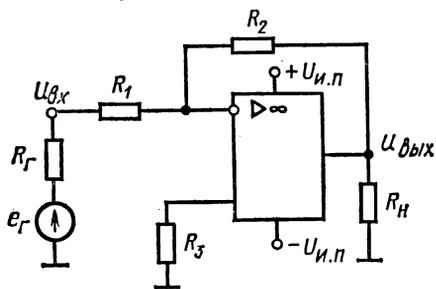


Рис. 9.57

Решение. Для получения высокой стабильности коэффициента усиления сопротивления  $R_1$  выбирают из условия  $R_G \ll \ll R_1 \ll R_{ВХ}$ , поэтому  $R_1 = 2$  кОм. При  $R_2 \gg R_{ВЫХ}$  из-за большого  $K_U$  (около 1000) для операционного усилителя без отрицательной обратной связи (ООС)

высокой стабильности коэффициента усиления сопротивления  $R_1$  выбирают из условия  $R_G \ll \ll R_1 \ll R_{ВХ}$ , поэтому  $R_1 = 2$  кОм. При  $R_2 \gg R_{ВЫХ}$  из-за большого  $K_U$  (около 1000) для операционного усилителя без отрицательной обратной связи (ООС)

$K_U = R_2/R_1$ . Поэтому  $R_2 = 100 \cdot 2 \cdot 10^3 = 200$  кОм. Эквивалентное сопротивление нагрузки усилителя  $R'_H \approx R_H R_2 / (R_H + R_2)$  должно быть больше  $R_{ВЫХ}$  (или равно значению, рекомендованному в паспорте ОУ). В нашем случае  $R'_H = 9,5$  кОм  $\gg R_{ВЫХ}$ . Для симметричного ОУ необходимо, чтобы

$$R_3 = \frac{(R_G + R_1) R_2}{R_1 + R_G + R_2}$$

9.58. Для масштабного преобразователя, параметры которого приведены в задаче 9.57 (см. рис. 9.57), найти наибольшее напряжение  $U'_{ВХ}$  в линейном режиме, если  $U_{и.п} = 7$  В.

Ответ:  $U'_{ВХ} = 70$  мВ.

9.59. На рис. 9.59 приведена схема дифференцирующего каскада с ОУ ( $R = 50$  кОм). Определить емкость конденсатора  $C$ , необходимую для того, чтобы выходное напряжение  $u_{ВЫХ}$  было пропорционально скорости изменения входного напряжения  $du_{ВХ}/dt$  при  $t' \leq 1$  с. Найти наибольшее  $|u_{ВЫХ}(t)|$ , если  $\max |du_{ВХ}/dt| = 1$  В/с.

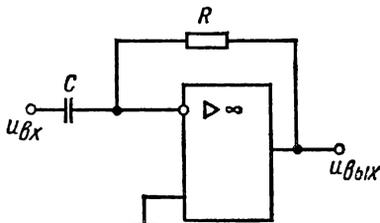


Рис. 9.59

Решение. Для уменьшения погрешности дифференцирования необходимо, чтобы  $\tau = CR \ll t'$ . Поэтому  $C = t'/(100R) = 0,2$  мкФ. При выбранных параметрах элементов  $u_{ВЫХ} = \tau du_{ВХ}/dt$  и  $\max |u_{ВЫХ}| =$

$$= \tau \max \left| \frac{du_{ВХ}}{dt} \right| = 0,2 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \cdot 10^3 = 10 \text{ мВ.}$$

9.60. На вход интегрирующего каскада, схема которого приведена на рис. 9.60, а, подается напряжение  $u_{ВХ}(t)$  (кривая 1 на рис. 9.60, б) от источника с внутренним сопротивлением  $R_G = 1$  кОм. Рассчитать сопротивления резисторов  $R_1$  и  $R_2$ , емкость конденсатора  $C$ . Найти зависимость  $u_{ВЫХ}(t)$ . Входное сопротивление усилителя  $R_{ВХ} = 50$  кОм.

Решение. Для того чтобы постоянная времени интегрирующего каскада мало зависела от сопротивления  $R_r$  источника сигнала  $u_{вх}(t)$ , необходимо выполнение условия  $R_1 \gg R_r$ , т. е.  $R_1 \gg 1$  кОм.

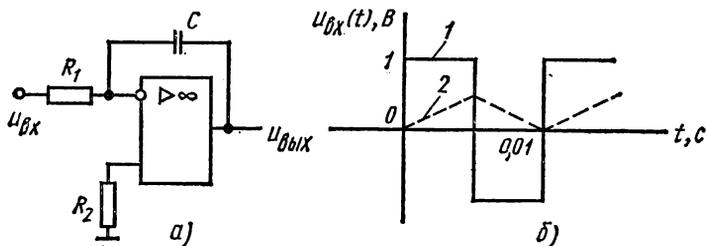


Рис. 9.60

Работа усилителя будет устойчивой, если  $R_2 \ll R_{вх}$ , т. е.  $R_2 \ll 50$  кОм, но для баланса каскадов усилителя по постоянному току требуется, чтобы  $R_1 = R_2$ . Поэтому выбираем  $R_1 = R_2 = 20$  кОм. Период  $u_{вх}(t)$  составляет 0,01 с. Для уменьшения погрешности интегрирования нужно, чтобы  $\tau \gg T$ . Выбираем  $\tau = 1,0$  с. Тогда  $C = \tau/R_1 = 10/(20 \cdot 10^{-3}) = 50,0$  мкФ. Зависимость  $u_{вых}(t) = \frac{1}{\tau} \int u_{вх} dt$  при  $u_{вх}(0) = 0$  изображена на рис. 9.60, б (кривая 2). Наибольшее напряжение  $u_{вых}(T/2) = T U_{вх м} / (2\tau) = 50$  мВ.

9.61. Найти зависимость выходного напряжения сумматора на ОУ, схема которого приведена на рис. 9.61, от входных напряжений.

Ответ:  $-(U_{вх1} + 2U_{вх2} + 0,5U_{вх3})$ .

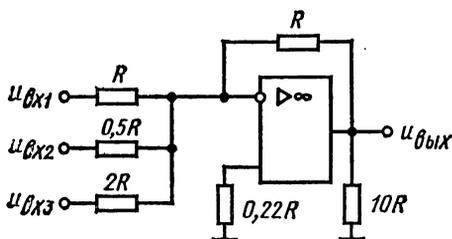


Рис. 9.61

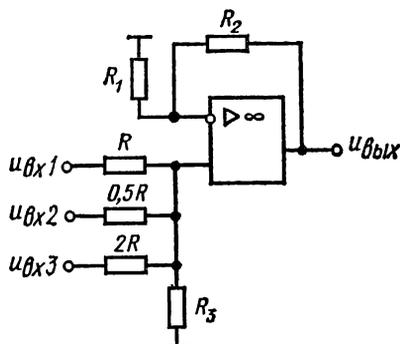


Рис. 9.63

9.62. ОУ, схема включения которого приведена на рис. 9.59, при достаточно высокой частоте переменного сигнала может быть использован как масштабный преобразователь. Определить нижнюю граничную частоту полосы пропускания  $f_n$  и наибольший коэффициент усиления  $K_U$  при  $C = 0,2$  мкФ,  $R_1 = 1$  кОм,  $R_2 = 50$  кОм.

Ответ:  $f_n = 800$  Гц;  $K_U \approx 50$ .

9.63. В сумматоре по схеме рис. 9.61 выходное напряжение ОУ противофазно входным. Как следует изменить схему включения ОУ, чтобы  $u_{вх}(t)$  и  $u_{вых}(t)$  оказались синфазными?

Решение. В схеме рис. 9.61 противофазность выходного и входных напряжений вызвана тем, что входные сигналы поданы на инвертирующий вход ОУ. Для синфазности напряжений необходимо применить схему рис. 9.63. Параметры элементов схемы должны удовлетворять двум условиям. Первое условие — сохранение прежних (см. задачу 9.61) масштабных коэффициентов по входам:

$$\frac{U_{вх1} \frac{1}{R} + U_{вх2} \frac{1}{0,5R} + U_{вх3} \frac{1}{2R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{0,5R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{R_3}} \cdot \frac{R_2}{R_1} = U_{вх1} + 2U_{вх2} + 0,5U_{вх3}.$$

Это следует из уравнения для междуузлового напряжения и дает (при  $R = R_3$ )  $R_2/R_1 = 4,5$ . Второе условие — баланс ОУ по входам в состоянии покоя:

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{0,5R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2},$$

что дает  $4,5/R = 1/R_1 + 1/R_2$

Из этих двух условий получаем  $R_1 = 0,27R$  и  $R_2 = 1,22R$ .

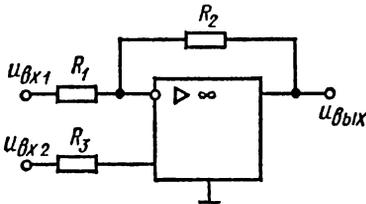


Рис. 9.64

**9.64.** Определить сопротивления резисторов в схеме вычитающего устройства, приведенной на рис. 9.64. Выходное сопротивление ОУ  $R_{вых} = 1$  кОм, напряжение на выходе  $u_{вых} = 3(u_{вх2} - u_{вх1})$ .

Решение. Выбираем сопротивление  $R_2 = 60$  кОм  $\gg R_{вых}$ . Так как коэффициент усиления  $K_U = 3$ , то  $R_1 = R_2/K_U = 20$  кОм. Для баланса

ОУ при отсутствии входных сигналов

$$R_3 = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) = 15 \text{ кОм}.$$

**9.65.** На рис. 9.65, а, б изображены схема включения ОУ в компараторе и зависимость  $u_{вх}(t)$ . Построить зависимость  $u_{вых}(t)$ , если  $U_{н.п} = 5$  В.

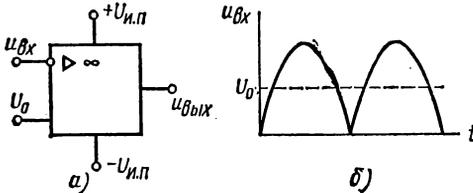


Рис. 9.65

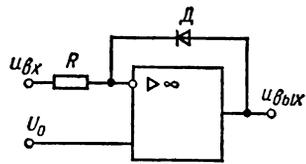


Рис. 9.66

Решение. Выходное напряжение ОУ без ООС достигает уровня насыщения ( $U_{вых} = \pm U_{н.п}$ ) даже при небольшой разности ( $U_{вх} - U_0$ ). Так, если  $K_U \approx 10^3$ , то ОУ насыщается уже при  $|U_{вх} - U_0| \approx U_{н.п}/K_U = 5$  мВ. Если  $U_{вх} > U_0$ , то  $U_{вых} \approx U_{н.п} = 5$  В. Этот уровень можно

принять за логическую «1»; при  $U_{\text{вх}} < U_0$   $U_{\text{вых}} \approx -U_{\text{и.п}} = -5$  В (логический «0»).

*Замечание.* Существуют специальные интегральные микросхемы — компараторы, обладающие высоким быстродействием и фиксированными значениями напряжений логических «1» и «0».

**9.66.** Изобразить передаточную характеристику  $U_{\text{вых}}(U_{\text{вх}})$  ОУ с диодом в цепи ООС (рис. 9.66). Свойства диода принять идеальными.

*Решение.* Выходное напряжение ОУ  $U_{\text{вых}} = (U_0 - U_{\text{вх}})K_U$ . Если  $U_{\text{вх}} > U_0 > 0$ , то  $U_{\text{вых}} < 0$  и напряжение на диоде обратное. Диод закрыт, его сопротивление  $R_d$  бесконечно, ООС отсутствует и ОУ насыщен. Поэтому  $U_{\text{вых}} = U_{\text{и.п}}$ . Если  $U_0 > U_{\text{вх}} > 0$ , то  $U_{\text{вых}} > 0$  и напряжение на диоде прямое. Так как  $K_U = R_d/R$  и  $R_d \rightarrow 0$ , то  $K_U \rightarrow 0$  и  $U_{\text{вых}} \rightarrow 0$ . Если  $U_{\text{вх}} < 0$ , то, как и в предыдущем случае,  $U_{\text{вых}} \rightarrow 0$ .

### ИЗБИРАТЕЛЬНЫЕ УСИЛИТЕЛИ

**9.67.** Найти выражение для относительной амплитудно-частотной характеристики избирательного усилителя  $K_U(\nu)$ , рассчитать наибольший коэффициент усиления, соответствующую частоту и полосу пропускания. Схема усилителя приведена на рис. 9.67, а и имеет

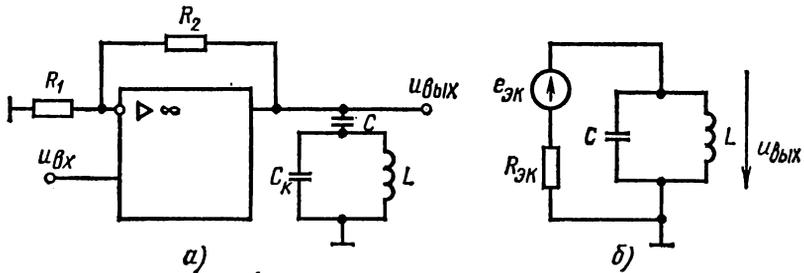


Рис. 9.67

следующие параметры элементов:  $R_1 = 200$  Ом,  $R_2 = 20$  кОм, выходное сопротивление ОУ  $R_{\text{вых}} = 1$  кОм, индуктивность  $L = 0,1$  мГн,  $C = 6,32$  нФ.

*Решение.* Амплитудно-частотную характеристику усилителя можно получить из схемы замещения рис. 9.67, б. Активный двухполюсник  $E_{\text{эк}}$  и  $R_{\text{эк}}$  отображает ОУ с цепью ООС со стороны выходных полюсов. Поэтому

$$E_{\text{эк}} = \frac{R_2}{R_1} U_{\text{вх}} = 100U_{\text{вх}},$$

$$R_{\text{эк}} = \frac{(R_1 + R_2) R_{\text{вых}}}{R_1 + R_2 + R_{\text{вых}}} \approx 0,95 \text{ кОм.}$$

При гармоническом входном сигнале комплексное выходное напряжение равно

$$\dot{U}_{\text{вых}} = \dot{E}_{\text{эк}} \underline{Z}_k / (R_{\text{эк}} + \underline{Z}_k).$$

Здесь  $\underline{Z}_k$  — комплексное сопротивление параллельного колебательного контура:

$$\underline{Z}_k = \frac{jL\omega \left(-j \frac{1}{C\omega}\right)}{j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)} = -j \frac{L\omega}{LC\omega^2 - 1}.$$

Для упрощения записи введем характеристическое сопротивление  $\rho = L\omega_{рез}$ , где  $\omega_{рез} = 1/\sqrt{LC} = 1,26 \cdot 10^6$  рад/с — резонансная частота контура, и относительную частоту  $\nu = \omega/\omega_{рез}$ . Тогда  $\rho = 126$  Ом и  $\underline{Z}_k = -j \frac{\rho\nu}{\nu^2 - 1}$ .

Комплексный коэффициент усиления

$$\underline{K}_U = \frac{\dot{U}_{вых}}{\dot{U}_{вх}} = \frac{R_2}{R_1(R_{эк}/\underline{Z}_k + 1)} = \frac{R_2}{R_1 \left[ 1 + j \frac{R_{эк}(\nu^2 - 1)}{\rho\nu} \right]} = \frac{100}{1 + j7,5 \frac{\nu^2 - 1}{\nu}}.$$

Зависимость относительного коэффициента усиления от частоты имеет вид

$$K_U^* = \frac{1}{\sqrt{1 + 57,5 \left(\frac{\nu^2 - 1}{\nu}\right)^2}}.$$

Наибольший коэффициент усиления достигается при  $\nu = 1$  ( $\omega = \omega_{рез}$ ) и равен 100. Граница полосы пропускания по уровню  $K_U = 0,707 \max K_U = 70,7$  определяется из уравнения

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 57,5 \left(\frac{\nu^2 - 1}{\nu}\right)^2}}.$$

Отсюда следует уравнение  $\nu^2 \pm 0,132\nu - 1 = 0$ , которое позволяет рассчитать относительные граничные частоты:

$$\nu_n = -\frac{0,132}{2} + \sqrt{\frac{0,132^2}{4} + 1} = 0,94,$$

$$\nu_v = \frac{0,132}{2} + \sqrt{\frac{0,132^2}{4} + 1} = 1,07.$$

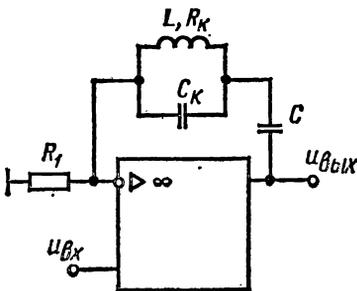


Рис. 9.68

Полоса пропускания в относительных единицах  $\Delta\nu = \nu_v - \nu_n = 1,07 - 0,94 = 0,13$ , при этом  $\Delta\omega = \Delta\nu\omega_{рез} = 0,166 \cdot 10^6$  рад/с и  $\Delta f = \Delta\omega/(2\pi) = 26,4$  кГц.

9.68. Определить наибольший коэффициент усиления, резонансную частоту и полосу пропускания избирательного усилителя, схема которого изображена на рис. 9.68, если  $R_1 = 200$  Ом,  $R_{вых} = 1$  кОм,  $L = 10$  мГн,  $C_k = 632$  пФ,  $R_k = 100$  Ом.

Р е ш е н и е. Комплексное сопротивление колебательного контура

$$\underline{Z}_k = \frac{(R_k + jL\omega) \left( -j \frac{1}{C_k \omega} \right)}{R_k + j \left( L\omega - \frac{1}{C_k \omega} \right)} = \rho \frac{Q\nu - j}{\nu + j(\nu^2 - 1)Q}.$$

Здесь  $\nu = \omega/\omega_{рез}$ ,  $\omega_{рез} \approx 1/\sqrt{LC} = 0,4 \cdot 10^6$  рад/с,  $\rho = L\omega_{рез} = 4,0$  кОм,  $Q = \rho/R_k = 40$  ( $Q$  — добротность контура).

Наибольшее значение  $Z_k$  достигается на частоте  $\nu = 1$

$$Z_k = \rho \sqrt{1 + Q^2} \approx \rho Q = 158 \cdot 10^3 \text{ Ом}$$

и значительно превышает  $R_{вых}$ ,  $R_1$ . Поэтому

$$\max K_U = Z_k/R_1 = 158 \cdot 10^3/200 = 790.$$

Полосу пропускания усилителя можно определить по добротности контура:

$$\Delta\omega = \omega_{рез}/Q = 0,4 \cdot 10^6/40 = 10^4 \text{ рад/с} \text{ и } \Delta f = \Delta\omega/(2\pi) \approx 1,6 \text{ кГц.}$$

**ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ И ПРИБОРЫ**

**ЦЕНА ДЕЛЕНИЯ ШКАЛЫ ПРИБОРА.  
ПОГРЕШНОСТИ И КЛАССЫ ТОЧНОСТИ ПРИБОРОВ**

**10.1.** Определить цену деления  $C_I$  многопредельного электромагнитного прибора Э377 при включении его на пределы измерения 300; 750; 1500 мА. Полное число делений шкалы  $\alpha_{\max} = 75$ .

**Решение.** Ценой деления шкалы прибора называют отношение предела измерения прибора (нормирующее значение шкалы)  $A_N$  к полному числу делений шкалы  $\alpha_{\max}$ .

В данном случае цена деления шкалы миллиамперметра на каждом из его трех пределов измерения равна:

$$C_{I(300)} = 300/75 = 4 \text{ мА/дел}, \quad C_{I(750)} = 10 \text{ мА/дел}, \quad C_{I(1500)} = 20 \text{ мА/дел}.$$

**10.2.** Электродинамический ваттметр Д5016/2 имеет два предела измерения по току:  $I_N = 2,5; 5 \text{ А}$  — и шесть — по напряжению:  $U_N = 3; 75; 150; 300; 450; 600 \text{ В}$ . Шкала ваттметра односторонняя с числом делений  $\alpha_{\max} = 150$ . Определить цену деления ваттметра  $C_W$  для всех возможных вариантов включения прибора.

Ответ дан в табл. 10.2.

Таблица 10.2

| $C_W = U_N I_N / \alpha_{\max}$ | $I_N, \text{ А}$      | 2,5 |      |     |     |     |     | 5   |     |     |     |     |     |
|---------------------------------|-----------------------|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|                                 | $U_N, \text{ В}$      | 30  | 75   | 150 | 300 | 450 | 600 | 30  | 75  | 150 | 300 | 450 | 600 |
|                                 | $C_W, \text{ Вт/дел}$ | 0,5 | 1,25 | 2,5 | 5   | 7,5 | 10  | 1,0 | 2,5 | 5   | 10  | 15  | 20  |

**10.3.** Для измерения напряжения  $U = 3300 \text{ В}$  вольтметр Д5015/2 с нормирующими значениями шкалы  $U_N = 75; 150; 300; 600 \text{ В}$  включен через измерительный трансформатор напряжения И510. Шкала вольтметра имеет 150 делений. Определить цену деления вольтметра  $C_V$  на всех пределах измерения, если коэффициент трансформации  $n = 6000/100$ .

Ответ дан в табл. 10.3.

Таблица 10.3

| $C_V = n U_N / \alpha_{\max}$ | $U_N, \text{ В}$     | 75 | 150 | 300 | 600 |
|-------------------------------|----------------------|----|-----|-----|-----|
|                               | $C_V, \text{ В/дел}$ |    | 30  | 60  | 120 |

10.4. Амперметр Д5014/2 с пределами измерений 2,5; 5 А и односторонней шкалой на 100 делений включен во вторичную обмотку трансформатора тока И515 М. Определить цену деления амперметра  $C_A$ , если коэффициент трансформации  $n = 50/5$ .

Ответ дан в табл. 10.4.

Таблица 10.4

|                            |                      |      |     |
|----------------------------|----------------------|------|-----|
| $C_A = nI_N/\alpha_{\max}$ | $I_N, \text{ А}$     | 2,5  | 5   |
|                            | $C_A, \text{ А/дел}$ | 0,25 | 0,5 |

10.5. При проверке амперметра переменного тока методом сличения (рис. 10.5) поверяемый прибор  $A$  показал  $I = 5,00 \text{ А}$ , а образцовый  $A_0 - I_0 = 5,12 \text{ А}$ . Нормирующее значение шкалы поверяемого прибора  $I_N = 10 \text{ А}$ . Считая показание образцового прибора ( $I_0$ ) соответствующим действительному значению измеряемого тока, найти абсолютную и приведенную погрешности поверяемого прибора. Присвоить поверяемому прибору класс точности, считая, что найденная погрешность наибольшая.

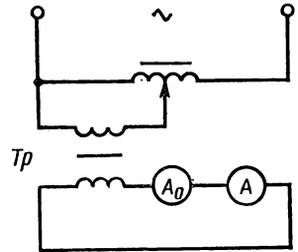


Рис. 10.5

Решение. Абсолютная погрешность прибора представляет собой разность между показанием прибора и действительным значением измеряемой величины (показанием образцового прибора):

$$\Delta I = I - I_0 = 5,00 - 5,12 = -0,12 \text{ А.}$$

Приведенная погрешность прибора определяется отношением модуля абсолютной погрешности к нормирующему значению шкалы прибора [1]:

$$\gamma = |\Delta I|/I_N = 0,12/10 = 0,012 = 1,2 \%$$

Класс точности прибора характеризует его свойство в отношении точности и определяется пределами допускаемой приведенной погрешности прибора. Согласно ГОСТ 8711 — 78 («Амперметры и вольтметры») в СССР приняты следующие классы точности для указанных приборов: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0 и 5,0.

Таким образом, обращаясь к принятому ряду классов точности, выбираем ближайшее большее к  $\gamma$  число, т. е. при  $\gamma = 1,2\%$  класс точности прибора  $K = 1,5$ .

10.6. В результате проверки вольтметра методом сличения (рис. 10.6) получена табл. 10.6.

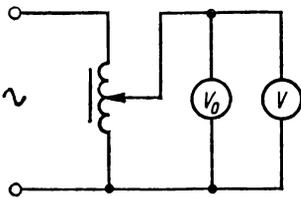


Рис. 10.6

Таблица 10.6

|           |   |      |      |    |     |     |
|-----------|---|------|------|----|-----|-----|
| $U_0$ , В | 0 | 30   | 50   | 75 | 100 | 150 |
| $U$ , В   | 0 | 28,5 | 49,2 | 78 | 102 | 149 |

Определить класс точности поверяемого вольтметра  $V$ , если его предел измерения  $U_N = 150$  В, а показания образцового вольтметра  $V_0$  приняты за истинные значения измеряемой величины.

**Примечание.** При поверке прибора записывают его показания при восходящем и нисходящем изменениях напряжения. Из каждой пары этих показаний в таблицу внесены те, которые наиболее отличаются от показаний образцового прибора.

*Ответ:*  $K = 2,5$ .

10.7. После ремонта щитового вольтметра Э377 (класс точности  $K_V = 1,5$ , предел измерения  $U_N = 150$  В) произвели поверку основной погрешности прибора. Наибольшая погрешность  $\Delta U_{\max} = 2,1$  В была на отметке шкалы  $U = 120$  В. Сохранил ли вольтметр после ремонта свой класс точности?

*Ответ:* да.

#### ПРЯМЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ ТОКА И НАПРЯЖЕНИЯ С УЧЕТОМ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ

10.8. Амперметр класса точности  $K = 1,5$  с нормирующим значением шкалы  $I_N = 5$  А показал при измерении тока  $I = 3$  А. Определить погрешность измерения.

**Решение.** Погрешность измерения прибором характеризуют относительной погрешностью, которая отличается в общем случае от погрешности прибора (приведенной). Под относительной погрешностью понимают отношение абсолютной погрешности прибора  $\Delta$  к истинному значению измеряемой величины  $A_0$ . Так как это значение неизвестно, его заменяют близким показанием прибора  $A$ . Таким образом, относительная погрешность измерения в процентах [1, 2]

$$\delta = \frac{\Delta A}{A} 100.$$

Пользуясь данными прибора, указанными на его шкале, относительную погрешность можно вычислить из выражения

$$\delta = K A_N / A.$$

**Примечание.** При этом принято, что приведенная погрешность  $\gamma = K = \frac{\Delta A \cdot 100}{A_N}$  %, откуда

$$\Delta A = K A_N / 100.$$

В данном случае относительная погрешность измерения тока

$$\delta_I = \Delta I / I = K I_N / I = 1,5 \cdot 5 / 3 = 2,5 \%.$$

**10.9.** В цепь включены последовательно два амперметра: амперметр 1 имеет класс точности  $K_1 = 0,5$ , нормирующее значение шкалы  $I_{N1} = 30$  А; амперметр 2 имеет соответственно  $K_2 = 1,5$  и  $I_{N2} = 5$  А. Приборы показали 4 А. Каким прибором измерение выполнено более точно?

*Ответ:*  $\delta_1 = 3,75\%$ ;  $\delta_2 = 1,875\%$ ; измерение вторым амперметром выполнено точнее, относительная погрешность  $\delta_2 < \delta_1$ .

*Замечание.* Хотя класс точности второго амперметра ниже, чем первого, однако измеряемая величина (4 А) ближе к пределу измерения второго амперметра (5 А), чем и объясняется полученный результат.

**10.10.** Универсальный, комбинированный и многопредельный прибор Ц4312 используется для измерений на постоянном и переменном токе. Им можно измерять ток, напряжение и сопротивление. Этот прибор называют авометром (ампервольтметром) или тестером. На рис. 10.10 показано положение стрелки прибора, включенного в цепь для измерения постоянного тока ( $K = 1,0$ ). Определить значение измеренного тока  $I_{изм}$  при указанных на рисунке положениях стрелки и переключателя предела измерения и относительную погрешность измерения тока  $\delta_I$ . Записать результат измерения неизвестного тока  $I_x$  с учетом относительной погрешности измерения.

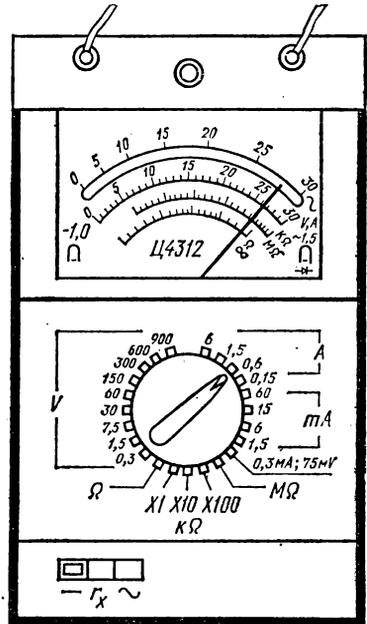


Рис. 10.10

*Решение.* Цена деления шкалы

$$C_A = I_N / \alpha_{\max} = 0,6 / 30 = 0,02 \text{ А/дел.}$$

Измеренное значение тока

$I_{изм} = \alpha C_A = 25 \cdot 0,02 = 0,5 \text{ А}$  ( $\alpha$  — число делений, на которое отклонилась стрелка).

Относительная погрешность измерения

$$\delta_I = K I_N / I_{изм} = 1 \cdot 0,6 / 0,5 = 1,2\%.$$

Результат измерений [2]

$$I_x = I_{изм} (1 \pm \delta_I / 100) = 0,5 (1 \pm 1,2 / 100) = (0,500 \pm 0,006) \text{ А.}$$

**10.11\*.** Определить значение измеренной величины (тока или напряжения), относительную погрешность измерения и привести запись результата измерений прибором Ц4313 для следующих вариантов измерений:

Таблица 10.11 а

| Номер варианта | Род тока   | Нормирующее значение измеряемой величины | Класс точности прибора | Число делений отклонения стрелки | Полное число делений шкалы |
|----------------|------------|--|------------------------|----------------------------------|----------------------------|
| 1              | Постоянный | $I_N = 0,15 \text{ A}$                   | 1,0                    | 20                               | 30                         |
| 2              | »          | $U_N = 150 \text{ B}$                    | 1,0                    | 15                               | 30                         |
| 3              | »          | $I_N = 60 \text{ mA}$                    | 1,5                    | 10                               | 30                         |
| 4              | »          | $U_N = 150 \text{ B}$                    | 1,5                    | 15                               | 30                         |

Ответ: см. таб. 10.11 б.

Таблица 10.11 б

| Номер варианта | Цена деления | Относительная погрешность, % | Значение величины              |
|----------------|--------------|------------------------------|--------------------------------|
| 1              | 0,005 А/дел  | 1,5                          | $(0,1000 \pm 0,015) \text{ A}$ |
| 2              | 5 В/дел      | 2,0                          | $(75,0 \pm 1,5) \text{ B}$     |
| 3              | 2 мА/дел     | 4,5                          | $(20,0 \pm 0,9) \text{ A}$     |
| 4              | 5 В/дел      | 3,0                          | $(75,00 \pm 2,25) \text{ B}$   |

10.12. Измеряют напряжение двумя параллельно включенными вольтметрами:  $V_1$ —типа В-140 класса точности  $K_{V1} = 2,5$  с пределом измерения  $U_{N1} = 30 \text{ B}$  и  $V_2$ —типа М366 класса точности  $K_{V2} = 1,5$  с пределом измерения  $U_{N2} = 150 \text{ B}$ . Показания какого вольтметра точнее, если первый показал  $U_1 = 29,2 \text{ B}$ , а второй —  $U_2 = 30,0 \text{ B}$ ?

Ответ: в данных условиях относительная погрешность измерения вольтметром класса точности 2,5 примерно вдвое меньше, чем при измерении вольтметром класса точности 1,5, поэтому показание первого вольтметра точнее, чем второго.

10.13. С какой точностью следует интерполировать показания магнитоэлектрического амперметра, имеющего шкалу из 100 делений и класс точности 2,5?

Решение. Погрешность интерполяции положения стрелки по шкале пренебрежимо мала, если она меньше  $0,1\Delta_{\max}$ , где  $\Delta_{\max}$  — наибольшая абсолютная погрешность измерения (в делениях шкалы). Для заданных условий  $\Delta_{\max} \leq (0,025 \cdot 100) = 2,5$ . Поэтому интерполяция точнее 0,25 деления бессмысленна.

#### ПОГРЕШНОСТИ МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ ТОКА И НАПРЯЖЕНИЯ АМПЕРМЕТРОМ И ВОЛЬТМЕТРОМ

10.14. Для измерения тока в схеме цепи рис. 10.14 включен микроамперметр М906 класса точности  $K_A = 1,0$  с пределом измерения  $I_N = 50 \text{ мкА}$  и внутренним сопротивлением  $R_A = 2500 \text{ Ом}$ . Определить погрешность метода измерения тока, если  $E = 22 \text{ мВ}$ ,  $R_E = 100 \text{ Ом}$  и  $R = 1000 \text{ Ом}$ .

Решение. Ток в цепи равен:  
до включения микроамперметра

$$I = \frac{E}{R_E + R} = \frac{22 \cdot 10^{-3}}{100 + 1000} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ А} = 20 \text{ мкА};$$

после включения микроамперметра

$$I_A = \frac{E}{R_E + R + R_A} = \frac{22 \cdot 10^{-3}}{100 + 1000 + 2500} = 6,55 \text{ мкА}.$$

Погрешность метода измерения тока, обусловленная внутренним сопротивлением микроамперметра,

$$\delta_I = \frac{I_A - I}{I} = \frac{\Delta I}{I} = - \frac{R_A}{R_{\text{вх}A} + R_A} = - \frac{1}{1 + R_{\text{вх}A}/R_A} = - \frac{1}{1 + 1100/2500} \times 100\% = -69,5\%,$$

где  $R_{\text{вх}A} = R_{ab} = R_E + R$  — входное сопротивление цепи со стороны измерителя тока.

Примечание. При непосредственном измерении тока следует избегать включения приборов, внутренним сопротивлением которых

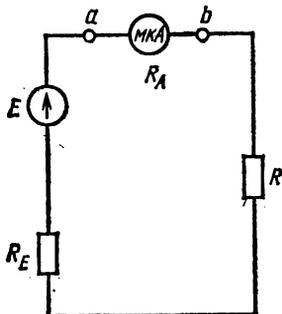


Рис. 10.14

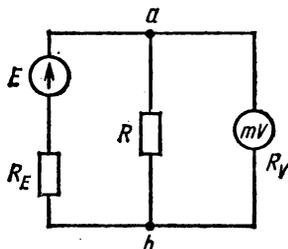


Рис. 10.15

нельзя пренебречь по сравнению с входным сопротивлением цепи. В противном случае необходимо учесть погрешность метода измерения тока.

10.15. Для измерения напряжения на резисторе  $R$  в схеме цепи рис. 10.15 использован милливольтметр М4212 класса точности  $K_V = 4,0$  с пределом измерения  $U_N = 500$  мВ и относительным внутренним сопротивлением  $R_{V_0} = R_V/U_N = 700$  Ом/В. Определить погрешность метода измерения, если  $E = 0,55$  В,  $R_E = 50$  Ом и  $R = 500$  Ом.

Решение. Напряжение холостого хода на зажимах  $a$  и  $b$

$$U_{abx} = E \frac{R}{R_E + R} = 0,55 \cdot \frac{500}{50 + 500} = 0,5 \text{ В}.$$

Входное сопротивление цепи относительно зажимов  $a$  и  $b$ , к которым подключается прибор,

$$R_{\text{вх}} = \frac{R_E R}{R_E + R} = \frac{50 \cdot 500}{50 + 500} = 45,4 \text{ Ом}.$$

Внутреннее сопротивление милливольтметра

$$R_V = R_{V0} U_N = 700 \cdot 0,5 = 350 \text{ Ом.}$$

По методу эквивалентного генератора напряжение, показываемое милливольтметром, определяем из соотношения

$$U_V = U_{abx} \frac{R_V}{R_{Bx} + R_V} = 0,5 \cdot \frac{350}{45,4 + 350} = 0,442 \text{ В.}$$

Погрешность метода измерения напряжения, обусловленная внутренним сопротивлением прибора,

$$\begin{aligned} \delta_{U_M} &= \frac{U_V - U_{abx}}{U_{abx}} = \left( \frac{U_{abx} R_V}{R_{Bx} + R_V} - U_{abx} \right) / U_{abx} = \frac{R_V}{R_{Bx} + R_V} - 1 = \\ &= -\frac{1}{1 + R_V/R_{Bx}} = -\frac{1}{1 + 350/45,4} = -0,116 = -11,6\%. \end{aligned}$$

**10.16.** Подсчитать относительную погрешность измерения, обусловленную классом точности и пределом измерения  $\delta_{U_{\text{п}}}$  милливольтметра в задаче 10.15. Сопоставить ее с погрешностью метода  $\delta_{U_M}$ . Определить максимальное значение абсолютной погрешности измерения.

**Решение.** Относительная погрешность измерения

$$\delta_{U_{\text{п}}} = \pm \frac{K_V}{100} \frac{U_N}{U_V} = \pm \frac{4,0}{100} \cdot \frac{0,5}{0,442} = \pm 0,045 = \pm 4,5\%.$$

Погрешность метода  $|\delta_{U_M}| = 11,6\%$  в 2,5 раза больше погрешности измерения  $|\delta_{U_{\text{п}}}| = 4,5\%$ . Максимальное значение абсолютной погрешности измерения (без учета знака погрешностей)  $\Delta U = U_V (\delta_{U_M} + \delta_{U_{\text{п}}}) = 0,442 (11,6 + 4,5) \cdot 0,01 = 0,081 \text{ В.}$

Результат измерений:

$$\begin{aligned} U &= 0,442 + 0,116 \cdot 0,442 \pm 0,442 \cdot 0,045 = 0,442 + 0,051 \pm 0,01889 = \\ &= (0,4930 \pm 0,0199) \text{ В, или } U = (0,513 \div 0,473) \text{ В.} \end{aligned}$$

**10.17.** В схеме цепи рис. 10.14 расчетный ток  $I = 1 \text{ А}$ , входное сопротивление по отношению к зажимам микроамперметра  $R_{Bx} = 10 \text{ Ом}$ . Для измерения тока в цепи можно использовать два амперметра: типа М151 класса точности 1,5 с внутренним сопротивлением  $R_A = 0,025 \text{ Ом}$  и пределом измерения  $I_N = 5 \text{ А}$  и типа Д5014/2 класса точности 0,2 с двумя пределами измерения: а)  $I_{N1} = 2,5 \text{ А}$  и  $R_{A1} = 0,2 \text{ Ом}$ ; б)  $I_{N2} = 5 \text{ А}$  и  $R_{A2} = 0,075 \text{ Ом}$ . Какой из амперметров позволяет произвести измерение тока без учета погрешности метода?

**Указание и ответ:** амперметр М151:  $\delta_{I_{\text{п}}} = 7,5\%$  и  $\delta_{I_M} = -0,25\%$ . Погрешность метода  $|\delta_{I_M}|$  можно не учитывать, когда она по меньшей мере в пять раз меньше погрешности измерения  $|\delta|$ .

**10.18.** В схеме цепи рис. 10.15 расчетное напряжение на участке  $ab$  составляет  $75 \text{ В}$ , входное сопротивление относительно этих же зажимов  $R_{Bx} = 100 \text{ Ом}$ . Для измерения напряжения на участке  $ab$  можно использовать два вольтметра: типа М367 класса точности 1,5 с внутренним сопротивлением  $R_V = 100 \text{ кОм}$  и пределом измерения  $U_N = 300 \text{ В}$  и типа Д5015 класса точности 0,2 с внутренним сопро-

тивлением  $R_V = 8,84 \text{ кОм}$  и пределом измерения  $U_N = 75 \text{ В}$ . Какой из вольтметров позволяет произвести измерение напряжения без учета погрешности метода?

Ответ: вольтметр М367:  $\delta_{U_n} = 6\%$  и  $\delta_{U_m} = 0,1\%$ .

### РАСЧЕТ ШУНТОВ И ДОБАВОЧНЫХ РЕЗИСТОРОВ

**10.19.** Рассчитать многопредельный шунт (рис. 10.19) к измерительному механизму М342 на пределы измерения токов 5; 20; 30 А. Сопротивление цепи измерителя  $R_n = 2,5 \text{ Ом}$ . При включении любого предела измерения наибольшее падение напряжения на шунте должно быть равно 75 мВ.

Решение. Сопротивление шунта [1]

$$R_{ш} = R_n / (n - 1),$$

где  $n = I/I_n$  — коэффициент шунтирования;  $I$  — измеряемый ток;  $I_n$  — ток в измерителе.

Ток в ветви измерителя

$$I_n = U_{ш} / R_n = 0,075 / 2,5 = 0,03 \text{ А}.$$

Коэффициенты шунтирования и сопротивления шунта для заданных пределов измерения равны:

при токе 5 А

$$n = 5 / 0,03 = 167, \quad R_{ш} = R_1 + R_2 + R_3 = 2,5 / (167 - 1) = 0,015060 \text{ Ом};$$

при токе 20 А

$$n = 20 / 0,03 = 667, \quad R_{ш} - R_3 = R_1 + R_2 = (2,5 + R_3) / (667 - 1) = \\ = (0,015060 - R_3) \text{ Ом},$$

откуда определяется  $R_3$ .

Таким образом, сопротивления шунта равны  $R_1 = 0,02516 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 0,001255 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 0,011293 \text{ Ом}$ .

**10.20.** Определить сопротивление шунта  $R_{ш}$  и ток шунта  $I_{ш}$  к миллиамперметру, ток полного отклонения которого  $I_n = 50 \text{ мА}$  и внутреннее сопротивление  $R_n = 1,5 \text{ Ом}$ . Требуется использовать прибор для измерения тока до  $I = 10 \text{ А}$ .

Ответ:  $R_{ш} = 0,00753 \text{ Ом}$ ;  $I_{ш} = 9,95 \text{ А}$ .

**10.21.** Вольтметр постоянного напряжения с пределом измерения  $U_V = 3 \text{ В}$  имеет внутреннее сопротивление  $R_V = R_n + R_d = 400 \text{ Ом}$ . Определить сопротивления добавочных резисторов, которые нужно подключить к вольтметру,

чтобы расширить пределы измерения до 15 и 75 В (рис. 10.21). Найти ток полного отклонения указателя.

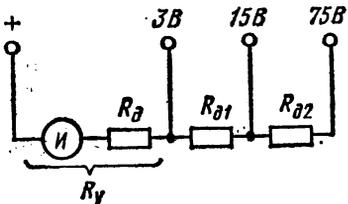


Рис. 10.21

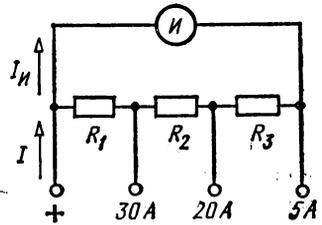


Рис. 10.19

Решение. Сопротивление добавочного резистора [1]

$$R_d = R_V(m - 1),$$

где  $m = U/U_V$  — коэффициент, определяемый отношением напряжений.

Ток в вольтметре при полном отклонении стрелки

$$I_V = U_V/R_V = 3/400 = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ А.}$$

Сопротивления добавочных резисторов

$$R_{d1} = 400 \left( \frac{15}{3} - 1 \right) = 1600 \text{ Ом}, \quad R_{d1} + R_{d2} = 400 (75/3 - 1) = 9600 \text{ Ом}, \\ R_{d2} = 8000 \text{ Ом.}$$

10.22. Определить сопротивление добавочного резистора  $R_{д3}$  для вольтметра задачи 10.21, если нужно измерить напряжение 150 В. Подсчитать мощность, потребляемую прибором на всех пределах измерения ( $P_V = UI_V$ ).

Ответ:  $R_{д3} = 10 \text{ кОм}$ ;  $P_V = 22,5 \text{ мВт}$ ;  $P_{V1} = 0,11 \text{ Вт}$ ;  $P_{V2} = 0,56 \text{ Вт}$ ;  $P_{V3} = 1,12 \text{ Вт}$ .

### КОСВЕННОЕ ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПАСИВНЫХ ДВУХПОЛЮСНИКОВ

10.23. Для определения сопротивления резистора  $R$  в цепь постоянного тока включены амперметр и вольтметр Ц4312 (рис. 10.23) классов точности  $K_I = K_V = 1,0$ . Вольтметр, включенный на предел измерения  $U_N = 150 \text{ В}$ , показал  $U = 75 \text{ В}$ ; амперметр, включенный на предел измерения  $I_N = 1,5 \text{ А}$ , показал  $I = 1,0 \text{ А}$ . Определить измеренное сопротивление с учетом погрешности косвенного измерения, без учета методических погрешностей измерения тока и напряжения.

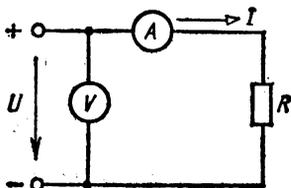


Рис. 10.23

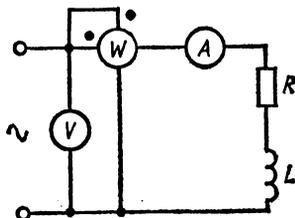


Рис. 10.24

Решение. Относительная погрешность измерения сопротивлений методом амперметра—вольтметра равна сумме относительных погрешностей измерения напряжения  $\delta_V$  и тока  $\delta_I$ :

$$\delta_V = K_V \frac{U_N}{U} = 2\%, \quad \delta_I = K_I \frac{I_N}{I} = 1,5\%, \quad \delta_R = \delta_V + \delta_I = 3,5\%.$$

Измеренное сопротивление

$$R = U/I \pm \Delta R = (U/I) (1 \pm \delta_R/100) = (75,0 \pm 2,6) \text{ Ом.}$$

**10.24.** Для определения параметров индуктивной катушки использован метод амперметра—вольтметра—ваттметра (рис. 10.24). Приборы показали: амперметр (Э3665/3,  $K_A=1,5$ ,  $I_{NA}=5$  А)— $I=5$  А, вольтметр (Д128/1,  $K_V=1,5$ ,  $U_{NV}=75$  В)— $U=60$  В, ваттметр (Д5004/1,  $K_W=0,5$ ,  $I_{NW}=5$  А,  $U_{NW}=150$  В)— $P=75$  Вт. Найти погрешности определения активного сопротивления и коэффициента мощности  $\cos \varphi$  катушки без учета влияния сопротивления приборов.

**Решение.** Расчетное значение активного сопротивления катушки  $R' = P/I^2 = 75/25 = 3$  Ом.

Погрешность косвенного измерения сопротивления \*

$$\delta_R = \frac{\Delta R'}{R'} = \frac{\Delta P}{P} + 2 \frac{\Delta I}{I} = \frac{K_W U_{NW} I_{NW}}{100 P} + 2 \frac{K_A I_{NA}}{I} = 0,08 = 8\%.$$

Действительное значение активного сопротивления

$$R = R' \pm \delta_R = 3(1 \pm 0,08) \text{ Ом},$$

или

$$2,76 \text{ Ом} \leq R \leq 3,24 \text{ Ом}.$$

Расчетное значение коэффициента мощности

$$\cos \varphi' = P/(UI) = 75/(60 \cdot 5) = 0,25 \quad (\varphi' = 75^\circ 31').$$

Погрешность косвенного измерения коэффициента мощности \*

$$\begin{aligned} \delta_{\cos \varphi} &= \frac{\Delta P}{P} + \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I} = \frac{K_W U_{NW} I_{NW}}{100 P} + \frac{K_V U_{NV}}{100 U} + \frac{K_A I_{NA}}{100 I} = \\ &= \frac{0,5 \cdot 150 \cdot 5}{100 \cdot 75} + \frac{1,5 \cdot 75}{100 \cdot 60} + \frac{1,5 \cdot 5}{5 \cdot 5} = 0,14 = 14\%. \end{aligned}$$

Действительное значение коэффициента мощности

$$\cos \varphi = \cos \varphi' (1 \pm \delta_{\cos \varphi}) = 0,25(1 \pm 0,14),$$

или

$$0,218 \leq \cos \varphi \leq 0,282.$$

**10.25.** В схеме цепи рис. 10.24 приборы показали: вольтметр— $U=40$  В; амперметр— $I=4$  А; ваттметр— $P=96$  Вт. Определить параметры  $R$  и  $L$  катушки. Найти погрешности определения этих параметров.

**Указание и ответ:** так как полное сопротивление катушки  $Z = U/I$ , активное сопротивление  $R = P/I^2$  и реактивное сопротивление  $X_L = \sqrt{Z^2 - R^2}$ , то относительные погрешности измерения параметров равны:  $\delta_Z = \delta_U + \delta_I$ ,  $\delta_R = \delta_P + 2\delta_I$ ,  $\delta_X = \frac{1}{2}(2\delta_Z + 2\delta_R) = \delta_U + \delta_P + 2\delta_I$ .

Используя эти формулы и условие задачи, получим значения относительных погрешностей (в скобках указаны их округленные значения):  $\delta_Z = 4,7\%$  (5%),  $\delta_R = 6,65\%$  (7%),  $\delta_X = 9,47\%$  (10%),  $\delta_L = 9,47\%$  (10%).

\* См.: Лабораторные работы по электротехнике / Под ред. В. С. Пантюшина и а.— М.: Высшая школа, 1976.

Тогда значения искоемых величин будут равны:  $Z = (10,0 \pm 0,5) \text{ Ом}$ ,  
 $R = (6,00 \pm 0,42) \text{ Ом}$ ,  $X_L = (8,0 \pm 0,8) \text{ Ом}$ ,  $L = (25,50 \pm 2,55) \text{ мГн}$ .

10.26. В схеме цепи рис. 10.26 установлен режим резонанса. Вольтметр на входе цепи ( $U_N = 15 \text{ В}$ ,  $K_V = 1,5$ ) показал  $U = 6 \text{ В}$ , вольтметр  $V_C$  ( $U_N = 150 \text{ В}$ ,  $K_V = 1,0$ ) показал  $U_C = 80 \text{ В}$  и амперметр ( $I_N = 0,6 \text{ А}$ ,  $K_I = 1,5$ ) показал  $I = 0,4 \text{ А}$ . Определить параметры  $R$  и  $L$  катушки с оценкой погрешностей. Частота сети  $f = 50 \text{ Гц}$ .

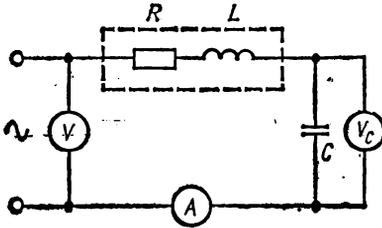


Рис. 10.26

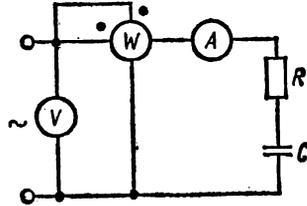


Рис. 10.27

Решение. При резонансе  $X_L = X_C$  и  $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R$ , поэтому активное сопротивление катушки

$$R = U/I = 6/0,4 = 15 \text{ Ом}, \quad \delta_R = \delta_U + \delta_I = 1,5 \cdot 15/6 + 1,5 \cdot 0,6/0,4 = 6\%, \\ R = 15(1 \pm 6/100) = (15,0 \pm 0,9) \text{ Ом}.$$

Емкостное сопротивление конденсатора и равное ему индуктивное сопротивление катушки составляют:

$$X_L = X_C = U_C/I = 80/0,4 = 200 \text{ Ом}, \quad \delta_x = \delta_{U_C} + \delta_I = \\ = 1,0 \cdot 150/80 + 1,5 \cdot 0,6/0,4 = 4,125\%, \\ X_L = 200(1 \pm 4,125/100) = (200,00 \pm 8,25) \text{ Ом}.$$

Индуктивность катушки

$$L = X_L/\omega = 200/314 = 0,637 \text{ Гн}, \quad \delta_L = \delta_x + \delta_\omega = \\ = 4,125 + 1,0 = 5,125\%, \quad L = 0,637(1 \pm 5,125/100) = \\ = (0,637 \pm 0,030) \text{ Гн}.$$

10.27. В схеме цепи рис. 10.27 включены приборы, указанные в задаче 10.23. Определить параметры  $R$  и  $C$  цепи, если приборы показали  $V = 50 \text{ В}$ ,  $I = 2 \text{ А}$ ,  $P = 80 \text{ Вт}$ . Определить погрешности измерения  $R$  и  $C$ .

Ответ:  $R = (20,00 \pm 1,69) \text{ Ом}$ ;  $X_C = (15,00 \pm 2,18) \text{ Ом}$  или  $C = 185 \div 248 \text{ мкФ}$ .

## ИЗМЕРЕНИЕ ЭНЕРГИИ

10.28. Определить среднюю мощность приемника по показаниям однофазного счетчика активной энергии СО-5У (рис. 10.28). Паспортные данные счетчика:  $U_{\text{ном}} = 127 \text{ В}$ ,  $I_{\text{ном}} = 10 \text{ А}$ ,  $1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} =$

= 1200 оборотов диска,  $K_{сч} = 2,5$ . Диск счетчика совершил за 10 мин  $N = (200 \pm 1)$  об.

Решение. Активная энергия, измеренная счетчиком,

$$W_{сч} = C_{ном} N = 3000 \cdot 200 = 600 \text{ кВт} \cdot \text{с}.$$

Здесь

$$C_{ном} = 3600 \cdot 1000 / 1200 = 3000 \text{ Вт} \cdot \text{с} / \text{об}.$$

Активная мощность приемника  $P = W_{сч} / t = 600 / (10 \cdot 60) = 1 \text{ кВт}$ .

10.29. Определить энергию  $W_{потр}$ , израсходованную потребителем за месяц (30 дней), если счетчик в начале месяца показал 27·400 кВт·ч, а в конце месяца — 31·600 кВт·ч. Номинальная постоянная счетчика  $C_{ном} = 2500 \text{ Вт} \cdot \text{с} / \text{об}$ , класс точности 2,5. Определить действительную постоянную счетчика  $C_d$  и его относительную погрешность  $\gamma_{сч}$ , если за указанное время диск счетчика сделал  $N = 5950$  об.

Ответ:  $W_{потр} = 4200 \text{ кВт} \cdot \text{ч}$ ;  $C_d = W_{потр} / N = 2500 \text{ Вт} \cdot \text{с} / \text{об}$ ;  $\gamma_{сч} = [(C_d - C_{ном}) / C_d] \cdot 100 = -1,57\%$  (т. е. не выходит за пределы класса точности).

10.30. В цепь приемника включены однофазный счетчик активной энергии СО-5У (см. задачу 10.28), образцовый ваттметр Д5016/2 ( $U_{Nw} = 150 \text{ В}$ ,  $I_{Nw} = 10 \text{ А}$ ,  $K_w = 0,2$ ) и секундомер СМ-60 с ценой деления шкалы 0,2 с. В условиях задачи 10.27 ваттметр показал 1016 Вт. Определить действительную постоянную счетчика  $C_d$  и погрешность ее измерения.

Ответ:  $C_d = 3048 \text{ Вт} \cdot \text{с} / \text{об}$ ;  $\delta_{сд} = 1,125\%$ , где  $\delta_{сд} = \delta_p + \delta_t + \delta_N = K_w U_{Nw} I_{Nw} / P + \Delta t / t + \Delta N / N = 0,2 \cdot 150 \cdot 10 / 1016 + 0,2 \cdot 100 / 60 + 1 \cdot 100 / 200 = 1,125\%$ .

Тогда действительная постоянная счетчика

$$C_d = 3048 (1 \pm 1,125 / 100) = (3048 \pm 34) \text{ Вт} \cdot \text{с} / \text{об}.$$

## ИЗМЕРЕНИЕ МОЩНОСТИ

10.31. Определить активную мощность приемника, если в схеме цепи: рис. 10.31 указатель ваттметра Д439 отклонился на 80 делений при установленных пределах измерения  $U_N = 150 \text{ В}$ ,  $I_N = 1 \text{ А}$ . Полное число делений шкалы  $\alpha_{max} = 150$ .

Решение. Измеренная ваттметром активная мощность

$$P_w = C_w \alpha,$$

где  $C_w$  — постоянная ваттметра;  $\alpha$  — отклонение указателя.

Постоянная ваттметра при указанных пределах измерения

$$C_w = 150 \cdot 1 / 150 = 1 \text{ Вт} / \text{дел}.$$

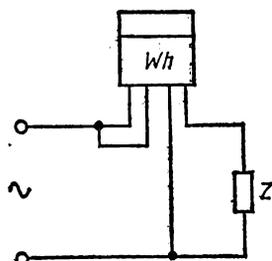


Рис. 10.28

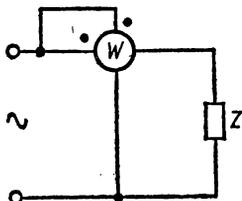


Рис. 10.31

Тогда измеренная прибором активная мощность  $P_W = 80$  Вт.

**10.32.** Определить активную мощность приемника, если в схеме цепи рис. 10.31 при  $U_N = 30$  В,  $I_N = 0,5$  А (установленные пределы измерения ваттметра) указатель ваттметра отклонился на 100 делений.

*Ответ:*  $P_W = 10$  Вт.

**10.33.** В схеме цепи рис. 10.33, а при симметричном приемнике (электрический двигатель) приборы показали:  $I = 4,4$  А,  $U = 380$  В,  $P_A = 707$  Вт,  $P_C = 1665$  Вт. Определить активную мощность приемника, измеренную ваттметрами. Определить параметры схемы замещения фазы приемника. Построить векторную диаграмму и показать на ней углы между векторами напряжений и токов в ваттметрах

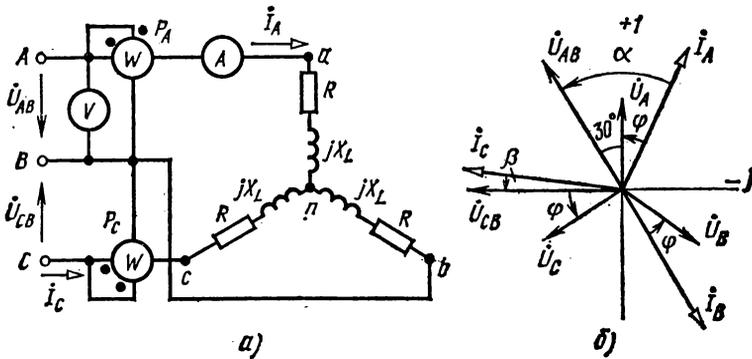


Рис. 10.33

( $\alpha$  и  $\beta$ ). Подсчитать активную мощность приемника по формуле  $P_{пр} = 3RI^2$ .

**Решение.** Активная мощность приемника, измеренная ваттметрами, равна сумме их показаний:

$$P_W = P_A + P_C = 2372 \text{ Вт.}$$

Определение параметров проводим следующим образом.

$$\text{Коэффициент мощности приемника } \cos \varphi = \frac{P_W}{\sqrt{3}UI} = 0,82 \quad (\varphi = 35^\circ).$$

$$\text{Полное сопротивление } Z = \frac{U_\Phi}{I} = \frac{380}{\sqrt{3} \cdot 4,4} = 50 \text{ Ом.}$$

$$\text{Активное сопротивление } R = Z \cos \varphi = 41 \text{ Ом.}$$

$$\text{Реактивное сопротивление } X_L = Z \sin \varphi = 28,7 \text{ Ом.}$$

Таким образом, комплексное сопротивление фазы приемника

$$\underline{Z} = R + jX_L = 41 + j28,7 = 50e^{j35^\circ} \text{ Ом.}$$

На рис. 10,33, б построена векторная диаграмма цепи. Угол между векторами  $\dot{U}_{AB}$  и  $\dot{I}_A$   $\alpha = 30^\circ + \varphi = 65^\circ$ , угол между векторами  $\dot{U}_{CB}$  и  $\dot{I}_C$   $\beta = -30^\circ + \varphi = 5^\circ$ .

Активная мощность приемника  $P_{пр} = 3 \cdot 41 \cdot 4,4^2 = 2381$  Вт. Следовательно, погрешность расчета параметров менее 0,4 %.

10.34. В схеме цепи рис. 10.34, а включен треугольником симметричный приемник с фазным сопротивлением  $Z_{\phi} = (8 + j6)$  Ом. Напряжение сети 220 В. Определить показания ваттметров, построить векторную диаграмму и показать на ней углы между векторами напряжений и токов в ваттметрах ( $\alpha$  и  $\beta$ ). Подсчитать активную мощность приемника ( $P_{\text{пр}} = 3R_{\phi}I_{\phi}^2$ ) и сравнить ее с показаниями ваттметров.

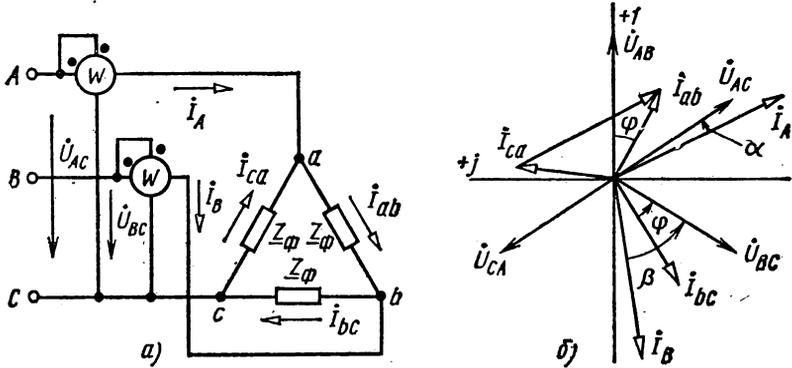


Рис. 10.34

Решение. Фазные комплексные токи приемника

$$i_{ab} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_{\phi}} = \frac{220}{8 + j6} = \frac{220}{10e^{j37^\circ}} = 22e^{-j37^\circ} = (17,6 - j13,2) \text{ А},$$

$$i_{bc} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_{\phi}} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{10e^{j37^\circ}} = 22e^{-j157^\circ} = (-20,25 - j8,59) \text{ А},$$

$$i_{ca} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z_{\phi}} = \frac{220e^{j120^\circ}}{10e^{j37^\circ}} = 22e^{j83^\circ} = (2,68 + j21,83) \text{ А}.$$

Линейные комплексные токи в линиях А и В

$$i_A = i_{ab} - i_{ca} = 14,92 - j35 = 38e^{-j66^\circ 54'} \text{ А},$$

$$i_B = i_{bc} - i_{ab} = -37,35 + j4,5 = 38e^{j173^\circ} \text{ А}.$$

Показания ваттметров:

$$P_A = (\dot{U}_{AC} i_A^*)_{\text{вещ}} = (220e^{-j60^\circ} \cdot 38e^{j66^\circ 54'})_{\text{вещ}} = 220 \cdot 38 \cos 6^\circ 54' = 8,3 \text{ кВт},$$

$$P_B = (\dot{U}_{BC} i_B^*)_{\text{вещ}} = (220e^{-j120^\circ} \cdot 38e^{-j173^\circ})_{\text{вещ}} = 220 \cdot 38 \cdot \cos 66^\circ 54' = 3,26 \text{ кВт}.$$

Сумма показаний ваттметров

$$P_A + P_B = 11,56 \text{ кВт}.$$

Активная мощность трехфазного приемника

$$P_{\text{пр}} = 3R_{\phi}I_{\phi}^2 = 3 \cdot 8 \cdot 22^2 = 11,6 \text{ кВт}.$$

На рис. 10.34, б) приведена векторная диаграмма цепи. Искомые углы равны  $\alpha = \varphi - 30^\circ \approx 7^\circ$ ,  $\beta = \varphi + 30^\circ \approx 67^\circ$ .

10.35. Определить показания ваттметров в схеме цепи рис. 10.35, а, если  $Z_\phi = (6 - j8) \text{ Ом}$ ,  $U = 380 \text{ В}$ . Сравнить с активной мощностью приемника. Построить векторную диаграмму и показать на ней углы между векторами напряжений и токов в ваттметрах ( $\alpha$  и  $\beta$ ).

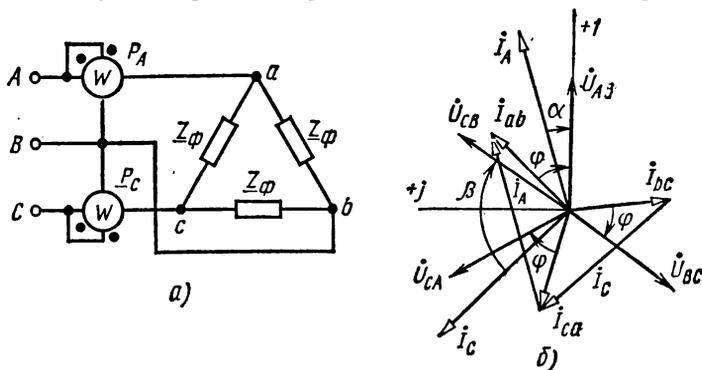


Рис. 10.35

Ответ:  $P_A = 23,07 \text{ кВт}$ ;  $P_C = 3,01 \text{ кВт}$ ;  $P_W = P_A + P_C = 26,08 \text{ кВт}$ ;  $P_{\text{пр}} = 26 \text{ кВт}$ ;  $\alpha = 23^\circ$ ;  $\beta = 83^\circ$ . Векторная диаграмма приведена на рис. 10.35, б.

### МОСТОВОЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ СОПРОТИВЛЕНИЙ. ИЗМЕРЕНИЕ НЕЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

10.36. Одинарный мост постоянного тока (рис. 10.36, а) приведен в состояние равновесия (ток в ветви нуль-индикатора НИ равен нулю:  $I_{\text{НИ}} = 0$ ). При этом сопротивления резисторов в трех

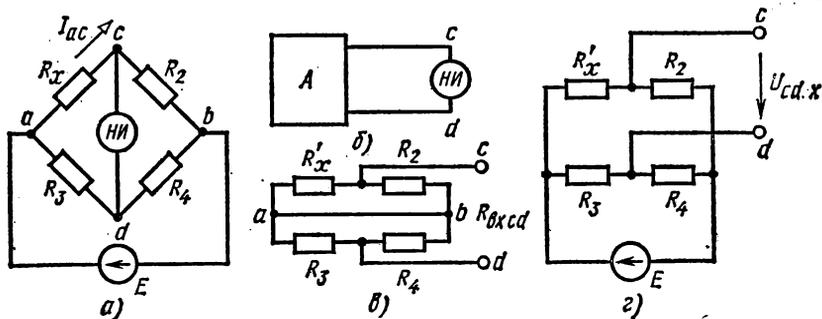


Рис. 10.36

плечах моста составили:  $R_2 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 75 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 100 \text{ Ом}$ . Определить: а) значение измеряемого сопротивления  $R_x$ ; б) ток в плече объекта измерения  $R_x$ , если  $E = 7 \text{ В}$ ; в) внутреннее сопротивление НИ, при котором он будет работать в согласованном ре-

жиме, если при неуравновешенном режиме моста  $R'_x = 11,13 \text{ Ом}$ ;  
 г) значение и направление тока в  $НИ$  в этом режиме.

Решение. а) Из условия равновесия моста  $R_x R_4 = R_2 R_3$  находим

$$R_x = R_2 R_3 / R_4 = 15 \text{ Ом.}$$

б) При  $I_{НИ} = 0$  резисторы с сопротивлениями  $R_x$  и  $R_2$  оказываются включенными последовательно между узлами  $a$  и  $b$ , поэтому

$$I_{ac} = E / (R_x + R_2) = 0,2 \text{ А.}$$

в) С целью нахождения условий согласованного режима для  $НИ$  заменяем мост активным двухполюсником (рис. 10.36, б) и определяем его внутреннее сопротивление (рис. 10.36, в), т. е. входное сопротивление моста относительно точек  $c$  и  $d$ :

$$R_{вх cd} = \frac{R'_x R_2}{R'_x + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = 42,85 + 7,15 = 50 \text{ Ом.}$$

Следовательно, для обеспечения согласованного режима внутреннее сопротивление нуля-индикатора  $R_{НИ} = 50 \text{ Ом}$ .

г) Для нахождения тока  $I_{НИ}$  в неуравновешенном режиме моста находим напряжение холостого хода активного двухполюсника (рис. 10.36, з):

$$U_{cdx} = -R_4 I_{4x} + R_2 I_{2x}, \text{ где } I_{4x} = E / (R_3 + R_4) = 0,04 \text{ А};$$

$$I_{2x} = E / (R'_x + R_2) = 0,225 \text{ А.}$$

Тогда

$$U_{cdx} = -100 \cdot 0,04 + 20 \cdot 0,225 = 0,5 \text{ В.}$$

Искомый ток

$$I_{НИ} = \frac{U_{cdx}}{R_{НИ} + R_{вх cd}} = 0,005 \text{ А,}$$

он направлен от узла  $c$  к узлу  $d$ .

10.37. Для измерения температуры используется одинарный неуравновешенный мост (рис. 10.37, а) с измерительным преобразователем  $R_T$  (термометром сопротивления МПТШ-48) в плече. В качестве выходного прибора включен милливольтметр  $mV$  с внутренним сопротивлением  $R_{mV} = 100 \text{ Ом}$ . Источник питания вырабатывает э. д. с.  $E = 6 \text{ В}$ , сопротивления резисторов в двух плечах моста равны  $R_3 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 100 \text{ Ом}$ . На рис. 10.37, б приведены характеристики термометров сопротивления с чувствительными элементами (терморезисторами) из различных металлов. Они выражают зависимость относительного изменения сопротивления элемента от

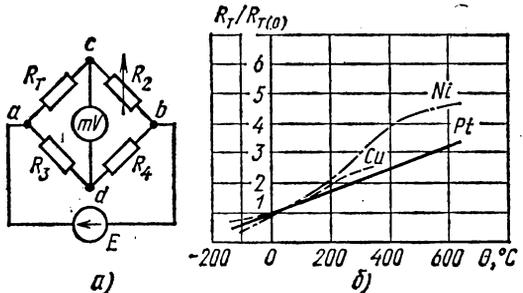


Рис. 10.37

температуры:  $R_T/R_{T(0)}(\Theta)$ . В заданном случае используется платиновый элемент, у которого при  $\Theta = 0^\circ\text{C}$  сопротивление  $R_{T(0)} = 100 \text{ Ом}$ .

Изменением сопротивления резистора  $R_2$  мост уравновешивается ( $I_{mV} = 0$ ) при температуре  $\Theta = 0^\circ\text{C}$ . При изменении температуры мост выходит из равновесия и милливольтметр дает соответствующие показания напряжения небаланса моста  $U_{mV}$ . Определить значение сопротивления  $R_2$ , при котором обеспечивается равновесие моста, а также ток  $I_T$  в терморезисторе для этого режима. Найти показания милливольтметра при температурах  $-100$ ;  $+100$ ;  $+400^\circ\text{C}$ .

Решение. На основании условия равновесия моста  $R_{T(0)}R_4 = R_2R_3$  находим

$$R_2 = R_{T(0)}R_4/R_3 = 100 \cdot 10 = 10^3 \text{ Ом.}$$

Для определения показаний милливольтметра при разных значениях температуры воспользуемся методом эквивалентного генератора (см. рис. 10.36, б—з), заменив  $R_x$  на  $R_T$ :

а) при  $\Theta = 0^\circ$   $R_{T(0)} = 100 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 100 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 10 \text{ Ом}$ ,  
 $R_2 = 1000 \text{ Ом}$ ,  $I_T = E/(R_{T(0)} + R_2) = 6/(100 + 1000) = 0,00545 \text{ А}$ ,  
 $I_{mV} = 0$ ,  $R_T/R_{T(0)} = 1$ ;

б) при  $\Theta = -100^\circ$   $R_T = 0,7$   $R_{T(0)} = 70 \text{ Ом}$ ,  $I_{2x} = E/(R_T + R_2) = 6/(70 + 1000) = 0,0056 \text{ А}$ ,  $I_{4x} = E/(R_3 + R_4) = 6/110 = 0,0545 \text{ А}$ ,  
 $U_{cdx} = -0,15 \text{ В}$ ,  $R_{вх cd} = 64,49 \text{ Ом}$ ,  
 $I_{mV} = U_{cdx}/(R_{вх cd} + R_{mV}) = -0,000912 \text{ А}$ ,  $U_{mV} = R_{mV}I_{mV} = -91,2 \text{ мВ}$ .

Аналогично рассчитываются и другие показания прибора. Результаты расчетов сведены в табл. 10.37.

Т а б л и ц а 10.37

| $\Theta, ^\circ\text{C}$ | 0   | -100   | +100  | +400  |
|--------------------------|-----|--------|-------|-------|
| $R_T, \text{ Ом}$        | 100 | 70     | 140   | 250   |
| $U_{cdx}, \text{ В}$     | 0   | -0,15  | 0,19  | 0,65  |
| $R_{вх cd}, \text{ Ом}$  | —   | 64,5   | 131,9 | 209,1 |
| $I_{mV}, \text{ мА}$     | 0   | -0,912 | 0,819 | 2,1   |
| $R_{mV}, \text{ мВ}$     | 0   | -91,2  | 81,9  | 210   |

10.38. В схеме рис. 10.37 включен термометр сопротивления типа ТСМ с медным чувствительным элементом. Построить шкалу выходного прибора (милливольтметра  $mV$ ), если температура изме-

ряемой среды изменяется от  $-50$  до  $+200^\circ\text{C}$ , а  $R_{T(0)} = 50$  Ом. Параметры плеч моста:  $R_2 = 500$  Ом,  $R_3 = 10$  Ом,  $R_4 = 100$  Ом. Э. д. с. источника питания  $E = 5$  В,  $R_{mv} = 100$  Ом,  $U_{Nmv} = 300$  мВ.

Ответ: шкалу прибора можно построить на основании табл. 10.38.

Т а б л и ц а 10.38

| $\theta, ^\circ\text{C}$ | 0 | -50   | +50  | +100 | +150 | +200 |
|--------------------------|---|-------|------|------|------|------|
| $U_{mv}, \text{мВ}$      | 0 | -77,5 | 22,5 | 82,1 | 158  | 180  |

10.39. Для измерения параметров конденсатора была собрана схема рис. 10.39. После уравнивания моста было записано:  $C_0 = 10$  мкФ,  $R_0 = 9,8$  Ом,  $R_2 = 1014$  Ом,  $R_4 = 9810$  Ом. Определить параметры последовательной схемы замещения конденсатора.

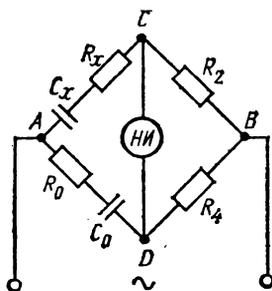


Рис. 10.39

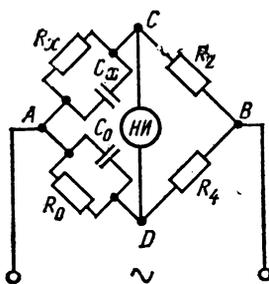


Рис. 10.40

Решение. Выводим формулу для определения  $R_x$  и  $C_x$ . При равновесии моста  $\underline{Z}_x R_4 = \underline{Z}_0 R_2$ , откуда

$$\left(R_x + \frac{1}{j\omega C_x}\right) R_4 = \left(R_0 + \frac{1}{j\omega C_0}\right) R_2.$$

Разбивая это комплексное равенство на два алгебраических, получаем

$$R_x R_4 = R_0 R_2, \text{ или } R_x = R_0 \frac{R_2}{R_4},$$

$$\frac{R_4}{j\omega C_x} = \frac{R_2}{j\omega C_0}, \text{ или } C_x = C_0 \frac{R_4}{R_2}.$$

После подстановки числовых значений имеем

$$R_x = \frac{9,8 \cdot 1014}{9810} = 1,01 \text{ Ом}, \quad C_x = \frac{10 \cdot 9810}{1014} = 96,8 \text{ мкФ}.$$

10.40. Для измерения уровня жидкости в сосуде применены мост переменного тока и емкостный измерительный преобразователь  $C_x$ . Определить параметры параллельной схемы замещения емкостного преобразователя  $R_x$  и  $C_x$ , если в цепи рис. 10.40 установлены

следующие значения параметров уравновешенного моста:  $R_2 = 1000 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 200 \text{ Ом}$ ,  $R_0 = 100 \text{ Ом}$ ,  $C_0 = 20 \text{ мкФ}$ .

Ответ:  $R_x = 500 \text{ Ом}$ ;  $C_x = 100 \text{ мкФ}$ .

Указание. Сопротивления ветвей с параллельным соединением элементов вычисляют через проводимость, например для плеча с образцовыми мерами  $C_0$  и  $R_0$ . Аналогично записывается выражение для плеча AC.

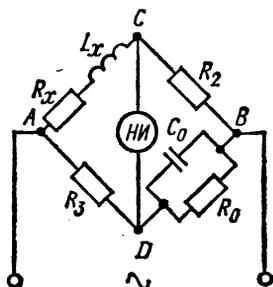


Рис. 10.41

10.41. Определить индуктивность катушки, включенной в мост, схема которого приведена на рис. 10.41, если после уравновешивания моста были записаны следующие значения образцовых сопротивлений и емкости:  $R_2 = 1000 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 100 \text{ Ом}$ ,  $R_0 = 31\,890 \text{ Ом}$ ,  $C_0 = 0,2597 \text{ мкФ}$ .

Решение. Выводим формулу для определения индуктивности  $L_x$ . При равновесии моста

$$\underline{Z}_x \underline{Z}_0 = \underline{Z}_2 \underline{Z}_3, \quad \underline{Z}_x / \underline{Y}_0 = R_2 R_3, \quad \underline{Z}_x / (R_2 R_3) = \underline{Y}_0,$$

или

$$(R_x + j\omega L_x) / (R_2 R_3) = 1/R_0 + j\omega C_0.$$

Разбивая это комплексное выражение на равенства действительных и мнимых членов, получаем

$$R_x = R_2 R_3 / R_0 \quad \text{и} \quad L_x = C_0 R_2 R_3.$$

После подстановки числовых значений имеем

$$L_x = 0,2597 \cdot 10^{-6} \cdot 1000 \cdot 100 = 25,97 \text{ мГн}.$$

10.42. Определить индуктивность и добротность катушки, включенной в мост, схема которого приведена на рис. 10.42, если в

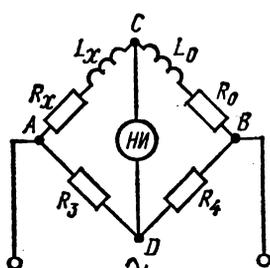


Рис. 10.42

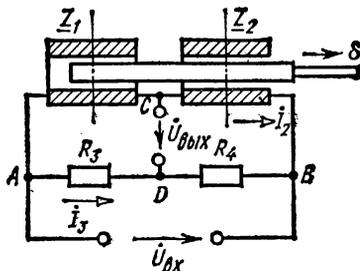


Рис. 10.43

режиме равновесия моста получены следующие значения сопротивлений резисторов и индуктивности:  $R_0 = 80 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = R_4 = 100 \text{ Ом}$ ,  $L_0 = 130 \text{ мГн}$ . Частота источника питания моста  $f = 400 \text{ Гц}$ .

Ответ:  $L_x = 130 \text{ мГн}$ ;  $Q_x = X_L / R_x = 326,5/80 = 4,08$ .

10.43. На рис. 10.43 представлена упрощенная схема цепи дифференциального мостового измерителя перемещений. В верхние два

плеча включены близко расположенные одинаковые индуктивные катушки с общим плунжером (якорем). При равновесии моста он занимает симметричное положение по отношению к среднему сечению катушек. Тогда их полные сопротивления составляют  $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = 200$  Ом. При перемещении плунжера вправо на некоторую величину  $\delta$  (рис. 10.43) сопротивления катушек изменились на  $\pm \Delta Z = 5$  Ом. Активные сопротивления во всех плечах моста одинаковы, т. е.  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 20$  Ом. Напряжение питания моста  $U_{\text{вх}} = 10$  В. Определить значение напряжения на выходе моста  $U_{\text{вых}}(\delta)$ .

**Решение.** Перемещение плунжера вызывает изменения индуктивных сопротивлений катушек.

Для катушки в плече  $AC$  комплексное сопротивление

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{1(0)} - \Delta \underline{Z} = R + j\omega L_{1(0)} - \Delta jX_L = 20 + j193,97 \text{ Ом.}$$

Для катушки в плече  $CB$  комплексное сопротивление

$$\underline{Z}_2 = \underline{Z}_{2(0)} + \Delta \underline{Z} = R + j\omega L_{2(0)} + \Delta jX_L = 20 + j204 \text{ Ом.}$$

**Указание.** Эти результаты получены на основании построения треугольников сопротивлений. Для первой катушки  $Z_1^2 = (200 - 5)^2 = 20^2 + X_{L1}^2$ , для второй катушки  $Z_2^2 = (200 + 5)^2 = 20^2 + X_{L2}^2$ .

Комплексное выходное напряжение (в режиме холостого хода)

$$\dot{U}_{\text{вых}} = \dot{U}_{CD} = \underline{Z}_2 \dot{I}_2 - R_3 \dot{I}_3.$$

При этом токи в плечах равны

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{\text{вх}}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{\dot{U}_{\text{вх}}}{R_1 + R_2 + j(X_{L1} + X_{L2})} = \frac{10}{40 + j397,97} = (0,0025 - j0,00248) \text{ А,}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{\text{вх}}}{R_3 + R_4} = \frac{10}{40} = 0,25 \text{ А.}$$

Тогда

$$\dot{U}_{\text{вых}} = (20 + j204)(0,0025 - j0,00248) - 20 \cdot 0,25 = (-4,445 + j5,05) \text{ В}$$

и модуль выходного напряжения равен  $U_{\text{вых}} = 6,73$  В.

## ИЗМЕРЕНИЕ ЭЛЕКТРОННЫМИ ПРИБОРАМИ В ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЯХ

**10.44.** На экране осциллографа при синхронизации «от сети» получена осциллограмма, показанная на рис. 10.44\*. Масштабы  $m_y = 2$  В/см и  $m_x = 5$  мс/см. Приведенные относительные погрешности осциллографа при измерении напряжения  $\gamma_U$  и временных интервалов  $\gamma_t$  составляют 5%. Рабочая часть экрана  $\text{тах } y \times \text{тах } x = 6,0 \times 8,0$  см. Записать выражение для мгновенного напряжения, определить относительные погрешности измерения амплитуды, частоты и начальной фазы.

\* На реальной маске осциллографа нанесены деления с интервалом 1 мм.

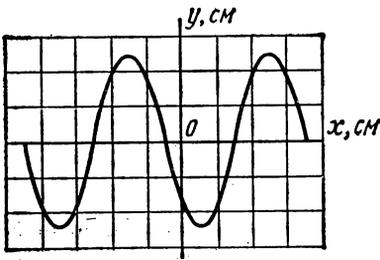


Рис. 10.44

Решение. 1. Амплитуда напряжения

$$U_m = m_y y_m = 2 \cdot 2,5 = 5 \text{ В.}$$

2. Относительная погрешность измерения амплитуды напряжения

$$\delta_U = \gamma_U \max y/y_m = 0,05 \cdot 6,0/2,5 = 0,12 = 12\%.$$

3. Период напряжения

$$T = m_x x_T = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 4 = 20 \text{ мс.}$$

Частота

$$f = 1/T = (1/20) \cdot 10^{-3} = 50 \text{ Гц, } \omega = 2\pi f = 314 \text{ рад/с.}$$

4. Относительная погрешность измерения периода

$$\delta_T = \gamma_T \max (x/x_T) = 0,05 \cdot 8,0/4,0 = 0,1 = 10\%.$$

относительная погрешность измерения частоты

$$|\delta_\omega| = \delta_T = 10\%.$$

5. Начальная фаза напряжения

$$\psi_U = \frac{2\pi}{T} t_\psi = -\frac{6,28}{4,0} \cdot 1,5 = -2,36 \text{ рад.}$$

6. Относительная погрешность начальной фазы

$$\delta_{\psi_U} = \sqrt{\delta_T^2 + \delta_{t_\psi}^2} = \sqrt{0,1^2 + \left(\frac{0,05 \cdot 8,0}{1,5}\right)^2} \approx 0,28 = 28\%.$$

7. Мгновенное напряжение

$$u = 5 \sin(314t - 2,36) \text{ В.}$$

**10.45.** Ручки управления генератора сигналов ГЗ-36А находятся в положении «Частота» — «X10», «Hz» — «150». Сигнал снимается с гнезд «Выходное напряжение» — «X0,1» и «⊥». Индикатор  $V$  показывает 3 В. Определить амплитуду и частоту сигнала и их относительные погрешности. Предельное значение напряжения индикатора 5 В, приведенная относительная погрешность генератора по напряжению: установки уровня  $\gamma_y = \pm 6\%$ , аттенюатора  $\gamma_a = \pm 20\%$ . Абсолютная погрешность установки частоты равна  $(0,03f + 2)$  Гц.

Решение. 1. Действующее напряжение сигнала

$$U = U_V \cdot 0,1 = 0,3 \text{ В,}$$

амплитуда сигнала

$$U_m = \sqrt{2} U = 0,424 \text{ В.}$$

2. Относительная погрешность измерения напряжения

$$\delta_U = \frac{\sqrt{\gamma_y^2 + \gamma_a^2} U_{\max}}{U} = \frac{\sqrt{0,06^2 + 0,2^2} \cdot 5,0}{3,0} = 35\%.$$

3. Частота сигнала

$$f = 10 \cdot 150 = 1,5 \text{ кГц.}$$

4. Абсолютная погрешность измерения частоты

$$\Delta f = \pm (0,03 \cdot 1,5 \cdot 10^3 + 2) = \pm 47 \text{ Гц,}$$

относительная погрешность измерения частоты

$$\delta_f = \Delta f / f = \pm 47 / (1,5 \cdot 10^3) = \pm 3,1\%.$$

**10.46.** Найти приближенные значения постоянной составляющей и амплитуды первой гармоники напряжения на выходе вторичного источника питания с помощью двух осциллограмм: сплошные линии на рис. 10.46, а (при открытом входе,  $m_V = 2 \text{ В/см}$ ) и на рис. 10.46, б (при закрытом входе,  $m_V = 0,1 \text{ В/см}$ ).

Решение. 1. Из осциллограммы рис. 10.46, а находим постоянную составляющую напряжения:

$$U_0 = m_V y_0 = 2 \cdot 2,8 = 5,6 \text{ В.}$$

2. Из осциллограммы рис. 10.46, б находим приближенно амплитуду первой гармоники напряжения:

$$U_{m(1)} \approx m_V y_m = 2 \cdot 0,1 = 0,2 \text{ В.}$$

**10.47.** Определить коэффициент пульсации напряжения, осциллограммы которого заданы в задаче 10.46.

Решение. 1. Находим, как показано в решении задачи 10.46,  $U_0$  и  $U_{m(1)}$ .

2. Коэффициент пульсации

$$p = U_{m(1)} / U_0 = 0,2 / 5,6 \approx 0,04.$$

**10.48.** Для определения полосы пропускания усилителя напряжения используют установку, схема которой приведена на рис. 10.48. Какие операции и в какой последовательности необходимо произвести?

Решение. 1. Включить, прогреть и настроить все измерительные приборы и исследуемый усилитель.

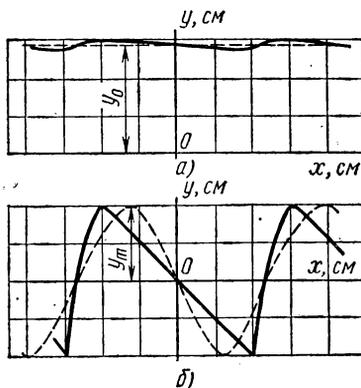


Рис. 10.46

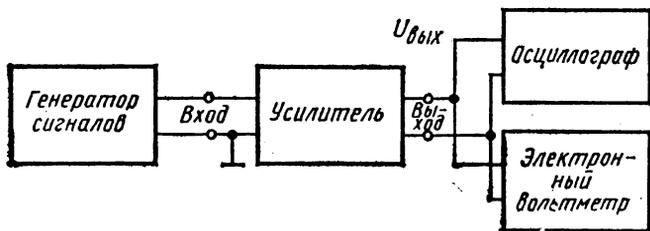


Рис. 10.48

2. Установить на выходе генератора сигналов синусоидальной формы напряжение, меньшее допустимого напряжения на входе усилителя.

3. Получить на экране осциллографа кривую зависимости  $u_{\text{вых}}(t)$ .

4. Изменяя частоту сигнала генератора при постоянной его амплитуде, получить наибольшую амплитуду напряжения на входе усилителя.

5. Изменяя амплитуду входного напряжения и контролируя форму выходного напряжения усилителя, получить режим, при котором становятся заметными нелинейные искажения.

6. Уменьшить амплитуду сигнала на входе усилителя в 10 раз и измерить выходное напряжение.

7. Уменьшить (или увеличить) частоту сигнала, пока выходное напряжение усилителя не уменьшится в  $\sqrt{2}$  раз. Получаемые значения частот являются нижней (или верхней) границей полосы пропускания.

**10.49.** Оценить относительную погрешность метода измерения постоянного напряжения между коллектором и эмиттером транзистора вольтамперметром Ц4312, включенным по схеме рис. 10.49, а. В типовом режиме транзистора  $h_{22} = 5 \cdot 10^{-6}$  См,  $R_K = 5$  кОм. Сопротивление прибора составляет 20 кОм/В, предел измерения — 6 В.

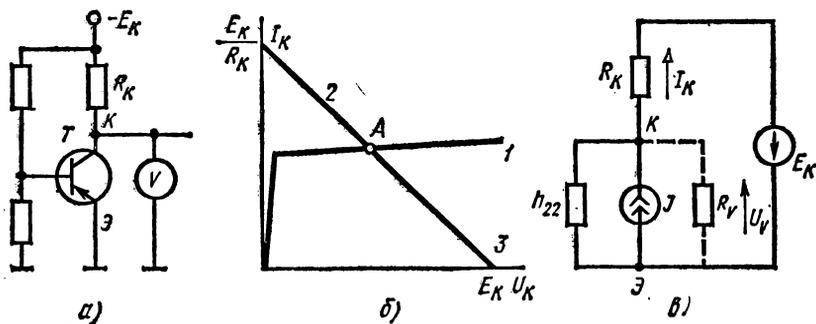


Рис. 10.49

Решение. 1. При отсутствии прибора рабочая точка  $A$  транзистора на рис. 10.49, б определяется пересечением прямой  $U_K = E_K - R_K I_K$  и выходной характеристики транзистора  $I_K(U_K)$ .

2. На схеме замещения 10.49, в транзистор отображаем источником тока  $J$  и резистивным элементом с проводимостью  $h_{22}$ . Измерительному прибору соответствует элемент  $R_V$ , включенный между точками  $K$  (коллектор) и  $\mathcal{E}$  (эмиттер).

3. При отсутствии прибора согласно формуле междуузлового напряжения напряжение между коллектором и эмиттером транзистора

$$U_K = \frac{E_K/R_K - J}{1/R_K + h_{22}}.$$

4. Напряжение на вольтмере

$$U_V = \frac{E_K/R_K - J}{1/R_K + h_{22} + 1/R_V}$$

5. Относительная погрешность метода измерения

$$\delta_V = \frac{U_K - U_V}{U_K} = 1 - \frac{1/R_K + h_{22}}{1/R_K + h_{22} + 1/R_V} = \frac{1}{R_V(1/R_K + h_{22}) + 1} = \frac{1}{20 \cdot 10^3 \cdot 6[1/(5 \cdot 10^{-3}) + 5 \cdot 10^{-6}] + 1} \approx 0,04 = 4\%$$

10.50. Как с помощью осциллографа можно измерить постоянную составляющую пульсирующего напряжения?

Решение. Первый способ рассмотрен в решении задачи 10.44. Второй способ состоит в следующем.

1. В режиме «открытого» входа получают осциллограмму на экране.

2. Переходят к режиму «закрытого» входа, когда исследуемый сигнал поступает на усилитель канала вертикального отклонения луча через конденсатор.

3. Измеряют смещение осциллограммы  $y_0$  и рассчитывают постоянное напряжение:

$$U_0 = m_y y_0.$$

10.51. Действующее выходное напряжение усилителя, измеренное электронным вольтметром ( $R_{V1} = 15 \text{ МОм}$ ), равно 50 В. Выходное сопротивление усилителя составляет 10 кОм. Определить показание электромагнитного вольтметра Э377, имеющего сопротивление 5 кОм, и относительную погрешность метода измерения этим вольтметром.

Решение. 1. Напряжение холостого хода усилителя можно принять равным 50 В, так как  $R_{V1} \gg R_{\text{вых}}$ .

2. Напряжение на электромагнитном вольтметре

$$U_{V2} = \frac{U_x}{R_{\text{вых}} + R_{V2}} R_{V2} = \frac{50 \cdot 10^3 \cdot 10}{15 \cdot 10^3} = 33,3 \text{ В.}$$

3. Методическая относительная погрешность измерения

$$\delta_U = \frac{U_{V1} - U_{V2}}{U_{V1}} = \frac{50 - 33,3}{50} = 33\%$$

Вывод: электромагнитный вольтметр непригоден для таких измерений.

10.52. Напряжение на выходных полюсах выпрямителя с фильтром содержит постоянную и переменную составляющие, которые зависят от сопротивления нагрузки. Как по двум осциллограммам  $u_{\text{вых}}(t)$ , изображенным на рис. 10.52, а линиями 1 и 2, для сопротивлений нагрузки  $R_1 = 700 \text{ Ом}$  и  $R_2 = 100 \text{ Ом}$  построить внешнюю характеристику выпрямителя, если  $m_y = 5 \text{ В/см}$ .

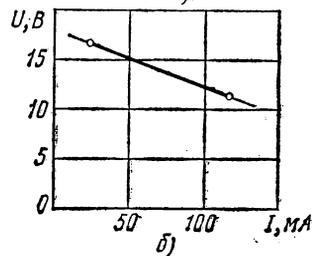
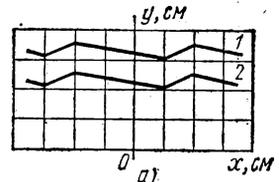


Рис. 10.52

Решение. 1. По осциллограммам находим постоянные составляющие напряжений (см. задачу 10.46):

$$U_0(R_1) = 5 \cdot 3,3 = 16,5 \text{ В}, \quad U_0(R_2) = 5 \cdot 2,3 = 11,5 \text{ В}.$$

2. Постоянные составляющие токов нагрузки равны

$$I_0(R_1) = 16,5/700 = 23,5 \text{ мА}, \quad I_0(R_2) = 11,5/100 = 115 \text{ мА}.$$

3. Искомая внешняя характеристика приведена на рис. 10.52, б. 10.53. На рис. 10.53 изображены осциллограммы 1 и 2 выходного напряжения усилителя ( $m_y = 10 \text{ В/см}$ ) соответственно при сопротивлениях нагрузки 20 и 10 кОм. Определить выходное сопротивление усилительного каскада и амплитуду выходного напряжения при сопротивлении нагрузки 5 кОм.

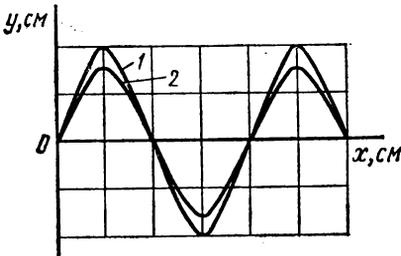


Рис. 10.53

Решение. 1. По осциллограммам определяем амплитуды выходного напряжения (соответственно сопротивлениям), которые равны 20 и 15 В.

2. Амплитуды тока нагрузки

$$I_{1m} = 20/(20 \cdot 10^3) = 1 \text{ мА},$$

$$I_{2m} = 15/10^4 = 1,5 \text{ мА}.$$

3. Из системы уравнений, соответствующих двум состояниям, следует, что  $R_{\text{вых}}(I_{2m} - I_{1m}) = U_{1m} - U_{2m}$ . Поэтому выходное сопротивление

$$R_{\text{вых}} = \frac{U_{1m} - U_{2m}}{I_{2m} - I_{1m}} = \frac{20 - 15}{(1,5 - 1) \cdot 10^{-3}} = 10 \text{ кОм}.$$

4. Амплитуда выходного напряжения в режиме холостого хода равна

$$U_{\text{вых. х м}} = (R_{\text{вых}} + R_{\text{ин}}) I_{1m} = (10^4 + 2 \cdot 10^4) \cdot 10^{-3} = 30 \text{ В}.$$

5. Амплитуда тока нагрузки при сопротивлении 5 кОм

$$I_{3m} = U_{\text{вых. х м}} / (R_{\text{зн}} + R_{\text{вых}}) = 30 / (10 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^3) = 2 \text{ мА}.$$

6. Амплитуда выходного напряжения при этой нагрузке

$$U_{3m} = R_{\text{зн}} I_{3m} = 5 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 10 \text{ В}.$$

10.54. Как можно определить входное сопротивление усилителя с помощью установки, схема которой представлена на рис. 10.54?

Решение. 1. При  $R = 0$  на выходе генератора устанавливаем сигнал заданной частоты с амплитудой, при которой усилитель работает в линейном режиме. Контроль линейности ведем по отсутствию искажения сигнала на экране осциллографа. Вольтметром измеряем амплитуду выходного напряжения усилителя  $U_{\text{вых м}}$ . В этом случае

$$U_{\text{вых м}} = K U_{\text{вх м}} = K \frac{E_{\Gamma} R_{\text{вх}}}{R_{\Gamma} + R_{\text{вх}}},$$

где  $E_{\Gamma}$  и  $R_{\Gamma}$  — соответственно э. д. с. и внутреннее сопротивление генератора.

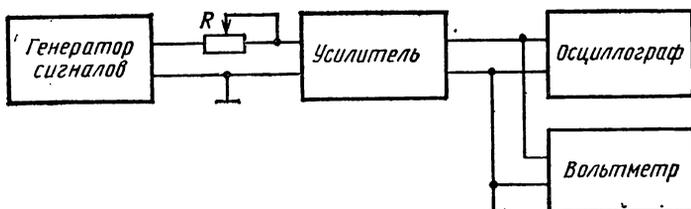


Рис. 10.54

2. Увеличиваем сопротивление резистора  $R$ , пока напряжение  $U_{\text{вых } m}$  не уменьшится в два раза. При этом

$$U_{\text{вых } 2m} = KU_{\text{вх } 2m} = K \frac{E_{\Gamma} R_{\text{вх}}}{R_{\Gamma} + R + R_{\text{вх}}} = \frac{1}{2} U_{\text{вых } 1m}.$$

Поэтому

$$R_{\Gamma} + R + R_{\text{вх}} = 2(R_{\Gamma} + R_{\text{вх}}) \quad \text{и} \quad R = R_{\Gamma} + R_{\text{вх}}.$$

3. Вычисляем входное сопротивление усилителя:

$$R_{\text{вх}} = R - R_{\Gamma}.$$

**10.55.** Цифровой вольтметр В7-27А имеет пределы допускаемой основной погрешности (в процентах) измерения напряжений и сопротивлений, приведенные в табл. 10.55. Определить наибольшие погрешности измерения постоянного напряжения 115 В, переменного действующего напряжения 25 В и сопротивления 25 кОм.

Т а б л и ц а 10.55

|              |  |  |  |
|--------------|--|--|--|
| Пределы      | 100 мВ                                   | 1; 10; 100; 1000 В                       |  |
| $U_{-}$      | $\pm [0,35 + 0,15 (U_{\text{к}}/U - 1)]$ | $\pm [0,25 + 0,15 (U_{\text{к}}/U - 1)]$ |  |
| Пределы      | 1 мВ                                     | 10 мВ                                    | 100 мВ; 1; 10; 100; 1000 В             |
| $U_{\infty}$ | $\pm [2 + 1 (U_{\text{к}}/U - 1)]$       | $\pm [1,5 + 0,5 (U_{\text{к}}/U - 1)]$   | $\pm [1,0 + 0,5 (U_{\text{к}}/U - 1)]$ |
| Пределы      | 1; 10 Ом; 10 МОм                         | 100 Ом; 1; 10; 1000 кОм; 1 МОм           |  |
| $R$          | $\pm [0,5 + 0,2 (R_{\text{к}}/R - 1)]$   | $\pm [0,4 + 0,2 (R_{\text{к}}/R - 1)]$   |  |

Примечание. Индексом «к» отмечено номинальное значение пределов.

Решение. 1. При измерении постоянного напряжения 115 В предел  $U_{\text{к}} = 1000$  В. Относительная погрешность измерения

$$\gamma_U = \pm [0,25 + 0,15 (1000/115 - 1)] = \pm 1,4\%.$$

2. При измерении переменного напряжения 25 В предел  $U_k = 100 В$ . Относительная погрешность измерения

$$\gamma_U = \pm [1,0 + 0,5(100/25 - 1)] = \pm 2,5\%$$

3. При измерении сопротивления 25 кОм предел  $R_k = 100 кОм$  и  $\gamma_R = \pm [0,4 + 0,2(100/25 - 1)] = \pm 1,0\%$ .

10.56. Выбрать схемы измерения тока и напряжения на рис. 10.56, которые обеспечивают получение наиболее точной вольт-амперной характеристики диода в прямом и обратном направлениях. Дать обоснование выбору.

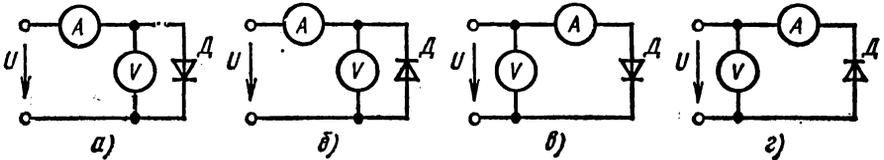


Рис. 10.56

Решение. 1. В схемах рис. 10.56, а, б относительная погрешность метода измерения напряжения  $\delta_U = 0$ , так как  $U_{VD} = U_V$ . Относительная погрешность метода измерения тока

$$\delta_I = \Delta I / I_{VD} = I_V / I_{VD} = R_{VD} / R_V.$$

2. В схемах рис. 10.56, в, г  $\delta_I = 0$  и

$$\delta_V = \Delta U / U_{VD} = U_A / U_{VD} = R_A / R_{VD}.$$

3. При включении диода в прямом направлении (схемы рис. 10.56, а, в)  $R_{VD} \approx R_A$  и  $R_{VD} \ll R_V$ . В схеме а  $\delta_U = 0$ ,  $\delta_I \ll 1$ , а в схеме в  $\delta_I = 0$ ,  $\delta_U \approx 1$ , поэтому такие измерения в цепи должны соответствовать схеме рис. 10.56, а.

4. При включении диода в обратном направлении (схемы рис. 10.56, б, г)  $R_{VD} \gg R_A$  и  $R_{VD} \approx R_V$ . В схеме б  $\delta_U = 0$ ,  $\delta_I \approx 1$ , а в схеме г  $\delta_I = 0$ ,  $\delta_U \ll 1$ , поэтому снятие вольт-амперной характеристики диода в обратном направлении следует проводить по схеме рис. 10.56, г.

11.1. Генератор независимого возбуждения (рис. 11.1) имеет следующие номинальные данные: номинальную мощность  $P_{\text{ном}} = 200$  кВт, номинальное напряжение  $U_{\text{ном}} = 230$  В, номинальную частоту вращения  $n_{\text{ном}} = 2850$  об/мин. Сопротивление обмотки якоря в нагретом состоянии  $R_{\text{я}} = 0,02$  Ом, сопротивление обмотки возбуждения  $R_{\text{в}} = 180$  Ом. Определить момент, который развивает приводной двигатель для обеспечения номинальной работы генератора, и к.п.д. генератора (потери в щеточном контакте, механическими и магнитными потерями пренебречь).

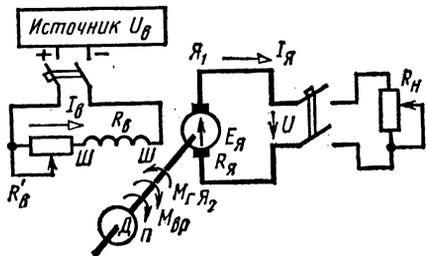


Рис. 11.1

Решение. Записывая уравнение электрического состояния для якорной цепи  $U = E_{\text{я}} - R_{\text{я}}I_{\text{я}}$  и умножая его правую и левую части на значение тока  $I_{\text{я}}$ , получаем уравнение энергетического баланса цепи якоря генератора:

$$UI_{\text{я}} = E_{\text{я}}I_{\text{я}} - R_{\text{я}}I_{\text{я}}^2$$

или

$$P_{\text{эл}} = P_{\text{эм}} - \Delta P_{\text{эл}},$$

где  $P_{\text{эл}}$  — выходная мощность генератора, которая для номинальной нагрузки указывается в паспортных (номинальных) данных машины в виде  $P_{\text{ном}}$ ;  $P_{\text{эм}}$  — электромагнитная мощность, которая, если пренебречь механическими потерями, равна механической мощности  $P_{\text{мех}}$  приводного двигателя  $D$  и определяется моментом  $M$  на валу двигателя и частотой вращения  $n$  вала, соединяющего двигатель и генератор;  $\Delta P_{\text{эл}} = R_{\text{я}}I_{\text{я}}^2$  — электрические потери в якоре генератора (потери в контактах коллектора и щеток пренебрегаем).

Таким образом, для определения момента  $M_{\text{ном}} = 9,55 \frac{P_{\text{эм}}}{n_{\text{ном}}}$  необходимо найти мощность  $P_{\text{эм}} = E_{\text{я}}I_{\text{я.ном}}$ , т. е. номинальный ток обмотки якоря

$$I_{\text{я.ном}} = P_{\text{ном}}/U_{\text{ном}} = 200\,000/230 = 870 \text{ А}$$

и э.д.с.

$$E_{\text{я}} = U_{\text{ном}} + R_{\text{я}}I_{\text{я.ном}} = 230 + 0,02 \cdot 870 = 247,4 \text{ В.}$$

Тогда

$$M_{\text{ном}} = 9,55 \frac{E_{\text{я}}I_{\text{я.ном}}}{n_{\text{ном}}} = 9,55 \frac{247,4 \cdot 870}{2850} = 721 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

По определению, к.п.д.

$$\eta = P_2/P_1 = P_{\text{ном}}/P_{\text{эм}} = 200/(215, 24) = 0,93.$$

11.2. Генератор параллельного возбуждения (рис. 11.2) имеет следующие номинальные данные: номинальную мощность  $P_{\text{ном}} = 6,6 \text{ кВт}$ , номинальное напряжение  $U_{\text{ном}} = 230 \text{ В}$ , сопротивление обмотки якоря  $R_{\text{я}} = 0,7 \text{ Ом}$ , сопротивление обмотки возбуждения  $R_{\text{в}} = 212 \text{ Ом}$ , номинальную частоту вращения  $n_{\text{ном}} = 2850 \text{ об/мин.}$

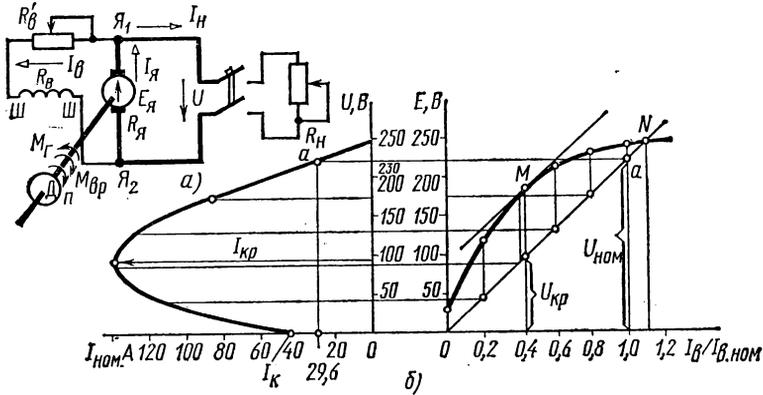


Рис. 11.2

Кривая намагничивания магнитной цепи генератора в относительных единицах задана в табл. 11.2. Построить внешнюю характеристику генератора, определить  $P_{\text{эм}}$  и к.п.д. при номинальной нагрузке.

Таблица 11.2

| $I_{\text{в}}/I_{\text{в.ном}}$       | 0    | 0,2  | 0,4  | 0,6  | 0,8  | 1,0 | 1,2  |
|---------------------------------------|------|------|------|------|------|-----|------|
| $\Phi_{\text{в}}/\Phi_{\text{в.ном}}$ | 0,11 | 0,49 | 0,73 | 0,89 | 0,95 | 1,0 | 1,02 |

Решение. 1. Определяем значения токов и э.д.с. в схеме цепи рис. 11.2, а для указанных номинальных данных при неизменной частоте вращения вала, соединяющего приводной двигатель Д и якорь генератора.

Э.д.с.

$$E_{\text{я}} = c_E n \Phi_{\text{в}} = k_E \Phi_{\text{в}},$$

или

$$E_{\text{я}}/E_{\text{я.ном}} = \Phi_{\text{в}}/\Phi_{\text{в.ном}}.$$

Ток

$$I_{\text{ном}} = P_{\text{ном}}/U_{\text{ном}} = 28,7 \text{ А}, \quad I_{\text{в.ном}} = U_{\text{ном}}/R_{\text{в}} = 1 \text{ А}$$

(номинальный ток в обмотке возбуждения устанавливаем при  $R'_{\text{в}} = 0$ ).

По первому закону Кирхгофа, ток

$$I_{\text{я.ном}} = I_{\text{ном}} + I_{\text{в.ном}} = 29,7 \text{ А}.$$

Подсчитаем значение э.д.с.:

$$E_{\text{я.ном}} = U_{\text{ном}} + R_{\text{я}} I_{\text{я.ном}} = 230 + 0,7 \cdot 29,7 = 250,7 \text{ В.}$$

2. Строим внешнюю характеристику. По данным табл. 11.2 для кривой намагничивания строим характеристику холостого хода генератора  $E(I_{\text{в}}/I_{\text{в.ном}})$ , изображенную на рис. 11.2, б.

При номинальном токе возбуждения  $I_{\text{в}}/I_{\text{в.ном}} = 1$  напряжение  $U = U_{\text{ном}} = 230 \text{ В}$  (точка *a*). Если из начала координат провести прямую через эту точку, то ординаты прямой определяют значения напряжения на зажимах генератора при любых нагрузках, так как  $U = (R_{\text{в}} + R'_{\text{в}}) I_{\text{в}}$  и  $U/U_{\text{ном}} = I_{\text{в}}/I_{\text{в.ном}}$ .

Точка *N* пересечения прямой *Oa* с характеристикой холостого хода соответствует холостому ходу генератора, т. е.  $U_0 = E_0 = 255 \text{ В}$ . Опустив перпендикуляр из этой точки на ось абсцисс, найдем, что при холостом ходе  $I_{\text{в}}/I_{\text{в.ном}} = U_0/U_{\text{ном}} = 1,1$ .

Следовательно, относительное изменение напряжения

$$\Delta U_{*} = \frac{U_0 - U_{\text{ном}}}{U_{\text{ном}}} \cdot 100 = \frac{255 - 230}{230} \cdot 100 = 11 \%.$$

Для построения внешней характеристики—зависимости напряжения  $U$  на зажимах генератора от тока нагрузки  $I_{\text{н}}$ —задаемся рядом значений  $I_{\text{в}}/I_{\text{в.ном}}$  и по ним определяем  $U = U_{\text{ном}} I_{\text{в}}/I_{\text{в.ном}}$ . По характеристике холостого хода определяем соответствующие значения э.д.с.  $E$  и по формуле  $I_{\text{я}} = (E - U)/R_{\text{я}}$  рассчитываем значения токов нагрузки (при этом пренебрегаем значением  $I_{\text{в}}$  и считаем ток нагрузки  $I_{\text{н}}$  равным току якоря  $I_{\text{я}}$ ). Характеристику  $U(I_{\text{н}})$  строим на графике рис. 11.2, б слева от характеристики холостого хода. Ток во внешней цепи генератора параллельного возбуждения, работающего при  $n = \text{const}$  и  $R_{\text{в}} + R'_{\text{в}} = \text{const}$ , имеет максимальное (критическое) значение  $I_{\text{кр}}$ . Чтобы найти это значение, нужно провести касательную к характеристике холостого хода, параллельную линии *OaN*. Точка *M* касания этих линий определяет  $U_{\text{кр}}$ ,  $E_{\text{кр}}$  и позволяет подсчитать  $I_{\text{кр}}$ .

В данных условиях критические значения равны  $I_{\text{в}}/I_{\text{в.ном}} = 0,42$ ,  $U_{\text{кр}} = 95 \text{ В}$ ,  $E_{\text{кр}} = 193 \text{ В}$ ,  $I_{\text{кр}} = 140 \text{ А}$ .

При коротком замыкании щеток генератора (при  $U = 0$ ) ток в его обмотке возбуждения будет отсутствовать, при этом ток  $I_{\text{к}}$  цепи якоря будет определяться только значением остаточной э.д.с., т. е.  $I_{\text{к}} = E_{\text{ост}}/R_{\text{я}} = 28/0,7 = 40,0 \text{ А}$  [см. зависимость  $E(I_{\text{в}})$ ].

Имея все точки внешней характеристики генератора, находим

$$P_{\text{эм.ном}} = E_{\text{я.ном}} I_{\text{я.ном}} = 250,7 \cdot 29,7 = 7,44 \text{ кВт}$$

и, следовательно,

$$\eta_{\text{ном}} = P_2/P_1 = P_{\text{ном}}/P_{\text{эм.ном}} = 6,6/7,44 = 0,89.$$

11.3. Известны номинальные данные генератора независимого возбуждения (см. рис. 11.1):  $P_{\text{ном}} = 178 \text{ кВт}$ ,  $U_{\text{ном}} = 230 \text{ В}$ ,  $I_{\text{я.ном}} = 775 \text{ А}$ ,  $R_{\text{я}} = 0,0181 \text{ Ом}$ . Характеристика холостого хода этого генератора приведена на рис. 11.3. Номинальное напряжение на за-

жимах обмотки возбуждения  $U_{в.ном} = 100$  н. Определить сопротивление обмотки возбуждения  $R_{в}$ , а также сопротивление регулировочного реостата  $R'_{в}$ , включаемого в цепь обмотки возбуждения для

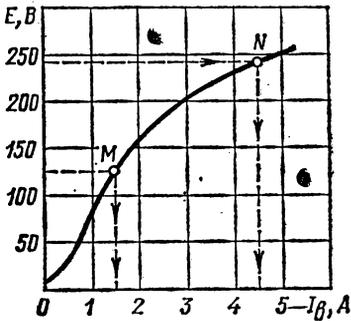


Рис. 11.3

того, чтобы при неизменном сопротивлении нагрузки  $R = 0,297$  Ом напряжение на ее зажимах было равно  $0,5U_{ном}$ .

Решение. Э.д.с. якоря в номинальном режиме

$$E_{ном} = U_{ном} + R_{я}I_{я.ном} = 230 + 0,0181 \cdot 775 = 244 \text{ В.}$$

Согласно кривой рис. 11.3, этой э.д.с. соответствует (точка  $N$ ) номинальный ток возбуждения  $I_{в.ном} = 4,55$  А. Поскольку этот режим обеспечивается при  $R'_{в} = 0$ , сопротивление обмотки возбуждения

$$R_{в} = U_{в.ном} / I_{в.ном} = 100 / 4,55 = 22 \text{ Ом.}$$

При снижении напряжения до  $U = 0,5 U_{ном} = 0,5 \cdot 230 = 115$  В ток в цепи нагрузки и якоря

$$I = U / R = 115 / 0,297 = 387,2 \text{ А.}$$

При этом э.д.с. обмотки якоря

$$E = U + R_{я}I = 115 + 0,0181 \cdot 387,2 = 122 \text{ В.}$$

Э.д.с.  $E = 122$  В соответствует (точка  $M$  на кривой рис. 11.3) ток возбуждения  $I_{в} = 1,55$  А. При этом сопротивление цепи возбуждения, включая регулировочный реостат,

$$R_{в} + R'_{в} = U_{в.ном} / I_{в} = 100 / 1,55 = 64,5 \text{ Ом.}$$

Отсюда сопротивление регулировочного реостата  $R'_{в} = 64,5 - 22 = 42,5$  Ом.

**11.4.** Как изменится положение рабочей точки на семействе внешних характеристик генератора постоянного тока — возбудителя синхронной машины (рис. 11.4, *a*), если увеличить  $R'_{в}$  при неизменных сопротивлении внешней цепи и частоте вращения якоря?

Решение. Внешняя характеристика генератора параллельного возбуждения определяется магнитной характеристикой машины (или характеристикой  $E_{я}(I_{в})$  при  $n = n_{ном}$ ) и значением сопротивления в цепи возбуждения (кривая 1 на рис. 11.4, *б*). Если изменить значение  $R'_{в}$ , то изменится наклон прямой  $U = R'_{в}I_{в}$  на графике справа от оси ординат на рис. 11.4, *б* (прямые  $R'_{в1}$  и  $R'_{в2}$ ). Таким образом, при  $R'_{в2} > R'_{в1}$  получаем внешнюю характеристику 2 на рис. 11.4, *б* слева от оси ординат. Если провести вольт-амперную характеристику нагрузки  $R$  якорной цепи генератора, то пересечение внешней характеристики генератора и вольт-амперной характеристики нагрузки укажет рабочую точку машины. Таким образом, можно видеть, как изменится положение рабочей точки при увеличении  $R'_{в}$ ,

т. е. как изменится ток внешней цепи генератора постоянного тока, являющийся в данном случае током возбуждения синхронной машины.

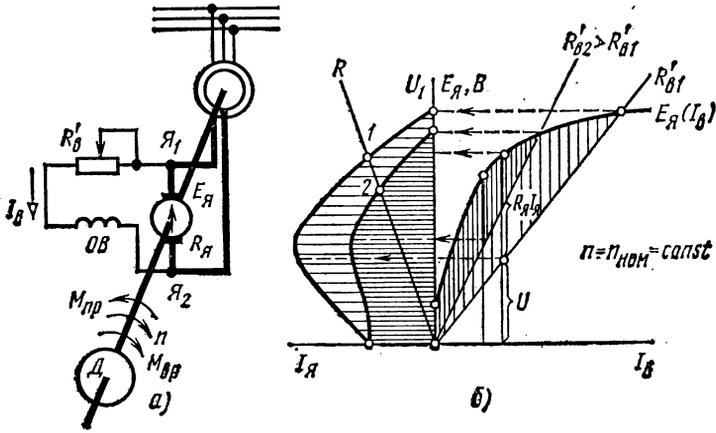


Рис. 11.4

11.5. Электрическая машина постоянного тока (МПТ) (рис. 11.5, а) используется в режиме генератора, включенного в сеть с неизмен-

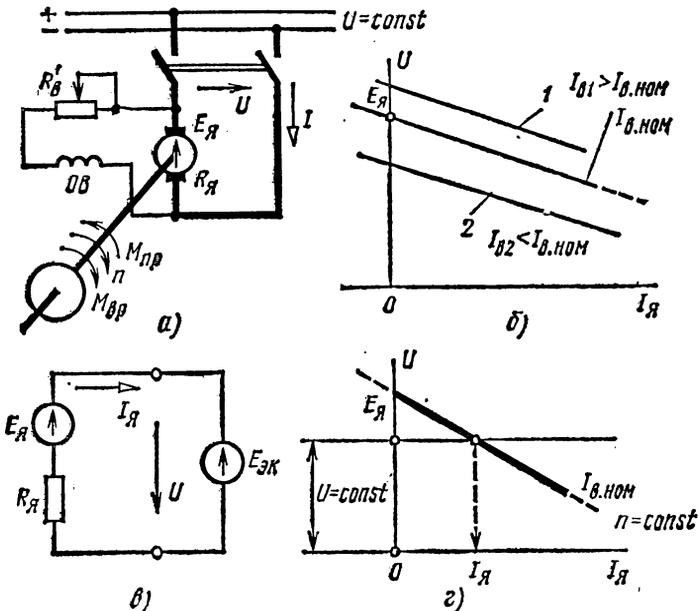


Рис. 11.5

ным напряжением ( $U = \text{const}$ ). Как изменятся ток якоря и противодействующий момент на приводной двигатель ( $D$ ), если увеличить сопротивление  $R'_{\delta}$  в цепи возбуждения машины ( $n = n_{\text{ном}} = \text{const}$ )?

Решение. При  $U = \text{const}$  МПТ можно рассматривать как генератор независимого возбуждения и представить ее внешней характеристикой в виде прямой  $U = E_{\text{я}} - R_{\text{я}} I_{\text{я}}$  (рис. 11.5, б). При изменении тока  $I_{\text{я}}$  внешняя характеристика будет изменяться (прямые 1 и 2 на рис. 11.5, б). Рассматривая генератор и сеть с неизменным напряжением как два активных двухполюсника (рис. 11.5, в), можно изобразить их электрическое состояние в виде точки пересечения вольт-амперных характеристик (рис. 11.5, г):

$$U = E_{\text{я}} - R_{\text{я}} I_{\text{я}} \text{ и } U = \text{const}.$$

При увеличении сопротивления  $R_{\text{я}}$  в цепи возбуждения генератора ток возбуждения уменьшится и внешняя характеристика генератора изменится (рис. 11.5, б).

Следовательно, из рис. 11.5, г можно видеть, как изменится положение рабочей точки и значение тока  $I_{\text{я}}$ . Если пренебречь магнитными и механическими потерями, то из энергетической диаграммы генератора будем иметь  $P_{\text{эм}} = P_{\text{мех}}$  или  $E_{\text{я}} I_{\text{я}} = \Omega M$ . Таким образом, зная изменения тока  $I_{\text{я}}$  и э.д.с.  $E_{\text{я}}$  (при  $n = \text{const}$ ), можно найти  $M = 9,55 \frac{E_{\text{я}} I_{\text{я}}}{n}$ .

Заметим, что при значительном снижении тока возбуждения электрическая машина переходит в режим двигателя, при обрыве

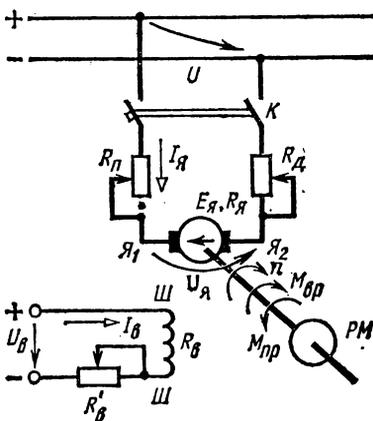


Рис. 11.6

$= 1000$  об/мин,  $R_{\text{я}} = 0,8$  Ом,  $R_{\text{в}} = 160$  Ом. Определить: 1) противо-э.д.с., ток якоря и вращающий момент в номинальном режиме; 2) сопротивление и мощность резистора  $R_{\text{д}}$ , который нужно включить в цепь якоря, чтобы снизить частоту вращения двигателя до 500 об/мин при том же номинальном моменте.

**Указания и ответ.** На рис. 11.6 обозначены:  $R_{\text{п}}$  — пусковой реостат;  $R_{\text{в}}$  — регулировочный реостат в цепи возбуждения;  $PM$  — рабочий механизм, приводимый в рабочее состояние с помощью двигателя;  $M_{\text{вр}}$  — вращающий момент, развиваемый двигателем;  $M_{\text{пр}}$  — момент сопротивления (противодействующий момент) рабочей машины.

Для определения тока якоря необходимо найти мощность, которую двигатель потребляет из сети, т. е.  $P_{1ном}$ , а в номинальных данных указывается выходная мощность двигателя, т. е.  $P_2 = P_{мех}$ . Поэтому, зная к.п.д.  $\eta = P_2/P_1$ , находим

$$P_{1ном} = P_{2ном}/\eta = 1500/0,77 = 1948 \text{ Вт.}$$

Тогда

$$I_я = P_{1ном}/U_{ном} = 17,7 \text{ А, } E_я = 95,84 \text{ В, } M_{ном} = 14,3 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

После введения  $R_d$  в цепь якоря (рис. 11.6) при неизменном моменте на валу ток якоря остается неизменным, но изменяется электромагнитная мощность  $P_{эм} = E_я I_я$ , так как часть мощности  $P_1$ , потребляемой из сети, расходуется на нагрев регулировочного реостата:  $P_1 = P_{эм} - R_d I_я^2$ .

Учитывая выражения  $P_{эм,ном} = 1/9,55 (M_{ном}/n_{ном})$  и  $P'_{эм} = 1/9,55 (M_{ном} n')$ , где  $n' = n_{ном}/2$ , получаем

$$P_1 = P_{эм,ном} + R_d I_я^2, \quad (1)$$

$$P_1 = P'_{эм} + (R_я + R_d) I_я^2. \quad (2)$$

Вычитая (2) из (1), находим

$$R_d = \frac{P_{эм,ном} - P'_{эм}}{I_я^2} = \frac{1/9,55 (n_{ном} - n_{ном}/2) M_{ном}}{I_я^2} = 2,39 \text{ Ом.}$$

11.7. Для двигателя постоянного тока параллельного возбуждения (рис. 11.7) известны следующие номинальные величины:  $P_{ном} = 130 \text{ кВт}$ ,  $U_{ном} = 220 \text{ В}$ ,  $n_{ном} = 600 \text{ об/мин}$ ,  $I_{ном} = 640 \text{ А}$ . Сопротивление обмотки якоря в нагретом состоянии  $R_я = 0,00725 \text{ Ом}$ , а сопротивление обмотки возбуждения  $R_в = 43,2 \text{ Ом}$ . Определить вращающий момент двигателя в номинальном режиме, а также частоту вращения якоря двигателя в режиме идеального холостого хода.

Решение. Ток в обмотке якоря в номинальном режиме ( $R_n = 0$ ,  $R_d = 0$ ,  $R'_в = 0$ )

$$I_{я,ном} = I_{ном} - I_{в,ном} = I_{ном} - U_{ном}/R_в = 640 - 220/43,2 = 634,9 \text{ А.}$$

Противо-э.д.с., индуцируемая в обмотке якоря при номинальной частоте его вращения,

$$E_{ном} = U_{ном} - R_я I_{я,ном} = 220 - 0,00725 \cdot 634,9 = 215,3 \text{ В.}$$

Номинальная электромагнитная мощность

$$P_{эм,ном} = E_{ном} I_{я,ном} = 215,3 \cdot 634,9 = 136\,700 \text{ Вт.}$$

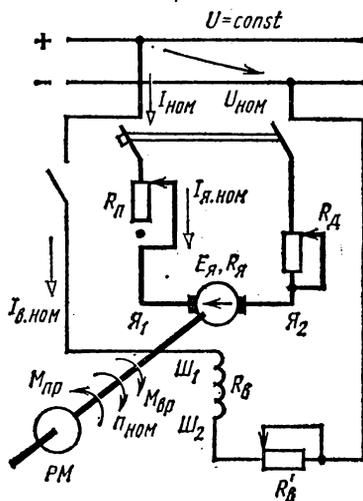


Рис. 11.7

Номинальный вращающий электромагнитный момент

$$M_{\text{ном}} = 9,55 \frac{P_{\text{эм.ном}}}{n_{\text{ном}}} = 9,55 \cdot \frac{136\,700}{600} = 2,18 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Частота вращения якоря в режиме идеального холостого хода при  $U_{\text{ном}} = E_0$

$$n_0 = U_{\text{ном}} / (c_E \Phi). \quad (3)$$

Частота вращения якоря в режиме номинальной нагрузки

$$n_{\text{ном}} = E_{\text{ном}} / (c_E \Phi). \quad (4)$$

Взяв отношение (3) к (4), получаем

$$n_0 = n_{\text{ном}} \frac{U_{\text{ном}}}{E_{\text{ном}}} = 600 \cdot \frac{220}{215,3} = 615 \text{ об/мин}.$$

11.8. Двигатель постоянного тока параллельного возбуждения (рис. 11.7) имеет следующие номинальные данные:  $P_{\text{ном}} = 12 \text{ кВт}$ ,  $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$ ,  $n_{\text{ном}} = 685 \text{ об/мин}$ ,  $I_{\text{ном}} = 64 \text{ А}$ ,  $I_{\text{в.ном}} = 1,75 \text{ А}$ . Сопротивление обмотки якоря в нагретом состоянии  $R_{\text{я}} = 0,281 \text{ Ом}$ . Определить частоту вращения якоря двигателя при холостом ходе и тормозном моменте на валу, равном  $0,6M_{\text{ном}}$  (размагничивающим действием реакции якоря пренебречь). Построить естественную механическую характеристику.

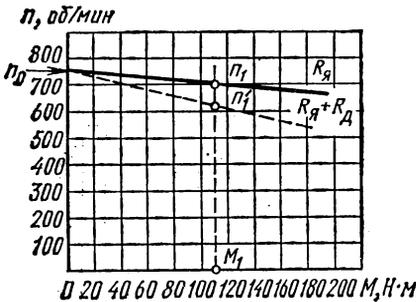


Рис. 11.8

Указание. Частоту вращения якоря при  $M_1 = 0,6M_{\text{ном}}$  определим по формуле

$$n_1 = \frac{U_{\text{ном}} - 0,6 R_{\text{я}} I_{\text{я.ном}}}{U_{\text{ном}} - R_{\text{я}} I_{\text{я.ном}}} n_{\text{ном}}.$$

Ответ:  $n_0 = 744 \text{ об/мин}$ ;  $n_1 = 708,6 \text{ об/мин}$ .

Естественная механическая характеристика двигателя построена на рис. 11.8 (сплошная линия).

11.9. Какое сопротивление  $R_{\text{д}}$  должен иметь регулировочный реостат в цепи якоря двигателя в задаче 11.8, чтобы при том же тормозном моменте на валу частота вращения якоря снизилась до  $n_1' = 630 \text{ об/мин}$ ? Определить мощность потребления энергии в регулировочном реостате и построить искусственную механическую характеристику двигателя (реакцией якоря пренебречь).

Указание. Для расчета сопротивления  $R_{\text{д}}$  регулировочного реостата при  $M_1 = 0,6M_{\text{ном}}$  следует воспользоваться уравнением

$$n_1' = \frac{U_{\text{ном}} - 0,6 (R_{\text{я}} + R_{\text{д}}) I_{\text{я.ном}}}{E_{\text{ном}}} n_{\text{ном}}.$$

Мощность потребления энергии в реостате при токе  $I_{\text{я1}} = 0,6 I_{\text{я.ном}}$

$$P_R = 0,36 R_{\text{д}} I_{\text{я.ном}}^2.$$

Ответ:  $R_d = 0,604 \text{ Ом}$ ;  $P_R = 842 \text{ Вт}$ .

Искусственная механическая характеристика двигателя построена на рис. 11.8 (пунктирная линия).

11.10. Двигатель параллельного возбуждения имеет следующие номинальные данные:  $P_{\text{ном}} = 10 \text{ кВт}$ ,  $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$ ,  $I_{\text{ном}} = 52,2 \text{ А}$ . Сопротивление обмотки якоря в ненагретом состоянии  $R_{\text{я}(15^\circ)} = 0,182 \text{ Ом}$ . Определить сопротивление  $R_{\text{п}}$  пускового реостата, вводимого в цепь якоря двигателя для ограничения значения пускового тока до  $I_{\text{п}} = 2I_{\text{я. ном}}$ .

Указание. Сопротивление пускового реостата рассчитывают по формуле

$$I_{\text{п}} = \frac{U_{\text{ном}}}{R_{\text{я}(15^\circ)} + R_{\text{п}}}.$$

Ответ:  $R_{\text{п}} = 1,927 \text{ Ом}$ .

11.11. Двигатель последовательного возбуждения (рис. 11.11, а) имеет следующие номинальные величины:  $P_{\text{ном}} = 45 \text{ кВт}$ ,  $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$ ,  $n_{\text{ном}} = 880 \text{ об/мин}$ ,  $\eta = 0,73$ . Построить кривую зависимости тока якоря от вращающего момента, развиваемого двигателем.

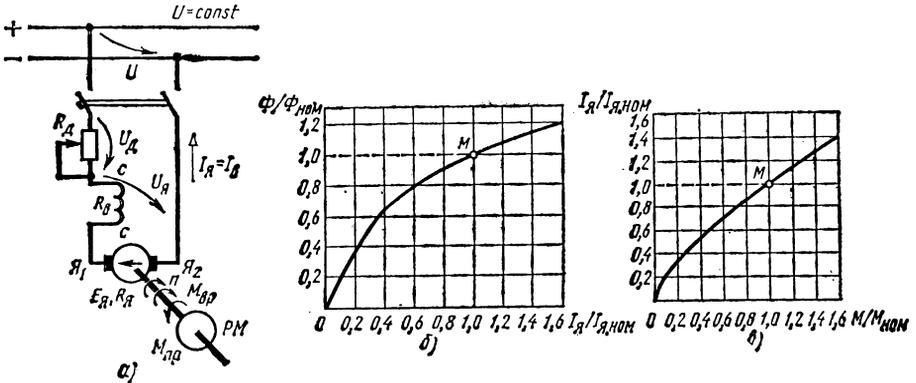


Рис. 11.11

Решение. Ток якоря двигателя определяется моментом на валу:

$$I_{\text{я}} = \frac{M}{c_M \Phi}. \quad (5)$$

В номинальном режиме

$$I_{\text{я. ном}} = \frac{M_{\text{ном}}}{c_M \Phi_{\text{ном}}}. \quad (6)$$

Взяв отношение (5) к (6), получаем

$$\frac{I_{\text{я}}}{I_{\text{я. ном}}} = \frac{M}{M_{\text{ном}}} \frac{\Phi_{\text{ном}}}{\Phi},$$

или

$$\frac{I_{\text{я}}}{I_{\text{я. ном}}} \frac{\Phi}{\Phi_{\text{ном}}} = \frac{M}{M_{\text{ном}}}.$$

В двигателе последовательного возбуждения ток якоря является током возбуждения. Зависимость между током якоря  $I_{\text{я}}$  и потоком полюса  $\Phi$  нелинейная. Эта зависимость показана на рис. 11.11, б.

Задаваясь отношением  $I_{\text{я}}/I_{\text{я.ном}}$ , по кривой рис. 11.11, б находим отношение  $\Phi/\Phi_{\text{ном}}$  и рассчитываем произведение этих отношений  $(I_{\text{я}}/I_{\text{я.ном}})(\Phi/\Phi_{\text{ном}})$ , равное отношению моментов  $M/M_{\text{ном}}$ .

Например,  $I_{\text{я}}/I_{\text{я.ном}} = 0,2$ ,  $\Phi/\Phi_{\text{ном}} = 0,37$ ,  $M/M_{\text{ном}} = 0,074$ .

По результатам расчета на рис. 11.11, в построена кривая зависимости отношения  $I_{\text{я}}/I_{\text{я.ном}}$  от отношения  $M/M_{\text{ном}}$ .

Для рассматриваемого двигателя номинальный момент

$$M_{\text{ном}} = 9,55 \frac{P_{\text{ном}}}{n_{\text{ном}}} = 9,55 \cdot \frac{45\,000}{880} = 488 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

В номинальном режиме ток якоря

$$I_{\text{я}} = \frac{P_{\text{ном}}}{U_{\text{ном}}\eta_{\text{ном}}} = \frac{45\,000}{220 \cdot 0,73} = 280 \text{ А}.$$

Значения токов в цепи якоря при моментах на валу, отличных от номинального, определяют с помощью кривой рис. 11.11, в.

11.12. Рассчитать и построить естественную механическую характеристику двигателя последовательного возбуждения (рис. 11.11, а), для которого  $P_{\text{ном}} = 12,5$  кВт,  $U_{\text{ном}} = 220$  В,  $n_{\text{ном}} = 630$  об/мин,  $I_{\text{я.ном}} = 72$  А,  $R_{\text{я}} = 0,4$  Ом. Принять, что вращающий момент двигателя изменяется в пределах от  $M_{\text{мин}} = 0,25 M_{\text{ном}}$  до  $M_{\text{мах}} = 1,5 M_{\text{ном}}$ .

Решение. Частота вращения якоря двигателя при номинальной нагрузке

$$n_{\text{ном}} = \frac{U_{\text{ном}} - R_{\text{я}} I_{\text{я.ном}}}{c_E \Phi_{\text{ном}}}.$$

Частота вращения якоря двигателя при нагрузке, отличной от номинальной,

$$\begin{aligned} n &= \frac{U_{\text{ном}} - R_{\text{я}} I_{\text{я}}}{c_E \Phi} = \frac{U_{\text{ном}} - R_{\text{я}} (I_{\text{я}}/I_{\text{я.ном}}) I_{\text{я.ном}}}{(\Phi/\Phi_{\text{ном}}) c_E \Phi_{\text{ном}}} = \\ &= \frac{U_{\text{ном}} - k_I R_{\text{я}} I_{\text{я.ном}}}{k_{\Phi} E_{\text{ном}}} \times n_{\text{ном}}, \end{aligned}$$

откуда

$$\frac{n}{n_{\text{ном}}} = \frac{U_{\text{ном}} - k_I R_{\text{я}} I_{\text{я.ном}}}{k_{\Phi} E_{\text{ном}}}.$$

Здесь  $k_I = I_{\text{я}}/I_{\text{я.ном}}$  — отношение тока якоря  $I_{\text{я}}$  при работе двигателя с моментом сопротивления  $M_{\text{пр}}$  к номинальному току;  $k_{\Phi} = \Phi/\Phi_{\text{ном}}$  — отношение потока полюса двигателя, возбужденного током якоря  $I_{\text{я}}$ , к номинальному потоку.

В рассматриваемом двигателе  $U_{\text{ном}} = 220$  В,  $R_{\text{я}} I_{\text{я.ном}} = 0,4 \cdot 72 = 28,8$  В,  $E_{\text{ном}} = U_{\text{ном}} - R_{\text{я}} I_{\text{я.ном}} = 220 - 28,8 = 191,2$  В. Поэтому отношение

$$\frac{n}{n_{\text{ном}}} = \frac{220 - k_I 28,8}{k_{\Phi} 191,2}.$$

Задаваясь отношением  $M/M_{\text{ном}}$ , по кривой рис. 11.11, в определяем  $k_I = I_{\text{я. ном}}/I_{\text{я. ном}}$  и по известному значению  $I_{\text{я. ном}}/I_{\text{я. ном}} = I_{\text{в. ном}}/I_{\text{в. ном}}$  находим по кривой рис. 11.11, б  $k_{\Phi} = \Phi/\Phi_{\text{ном}}$ . Далее рассчитываем отношение  $n/n_{\text{ном}}$  по приведенной выше формуле. Например,

$$M/M_{\text{ном}} = 0,25, \quad I/I_{\text{ном}} = 0,4, \\ \Phi/\Phi_{\text{ном}} = 0,65, \quad n/n_{\text{ном}} = 1,67.$$

По результатам расчета на рис. 11.12 построена естественная механическая характеристика двигателя (сплошная кривая) в относительных единицах.

11.13. В цепь якоря двигателя, рассмотренного в задаче 11.12, введен регулировочный реостат, обеспечивающий снижение частоты вращения якоря при номинальном моменте до  $n = 0,5n_{\text{ном}}$ . Определить сопротивление реостата и построить искусственную механическую характеристику двигателя.

*Указание.* Искусственную механическую характеристику рассчитывают по формуле

$$\frac{n}{n_{\text{ном}}} = \frac{U_{\text{ном}} - k_I (R_{\text{я}} + R_{\text{д}}) I_{\text{я. ном}}}{K_{\Phi} E_{\text{ном}}},$$

где коэффициенты  $k_{\Phi}$  и  $k_I$  определяются по кривым рис. 11.11, б, в. Сопротивление реостата находят из соотношения

$$0,5 = \frac{U_{\text{ном}} - (R_{\text{я}} + R_{\text{д}}) I_{\text{я. ном}}}{E_{\text{ном}}},$$

откуда

$$R_{\text{д}} = 0,5 E_{\text{ном}} / I_{\text{я. ном}},$$

так как при номинальном моменте ток в цепи вращающегося якоря и, следовательно, поток полюса независимо от значения сопротивления регулировочного реостата будут номинальными, а по условию, отношение  $n/n_{\text{ном}} = 0,5$ .

*Ответ:*  $R_{\text{д}} = 1,33 \text{ Ом}$ .

Искусственная механическая характеристика показана пунктирной линией на рис. 11.12.

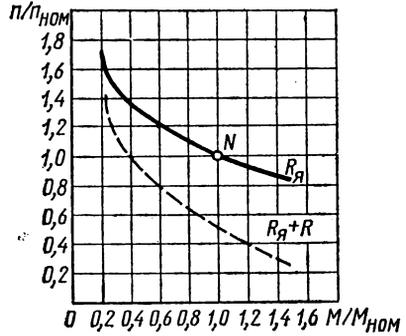


Рис. 11.12

12.1. Ротор трехфазного асинхронного двигателя (рис. 12.1) при номинальной нагрузке имеет частоту вращения  $n_{\text{ном}} = 720$  об/мин. Определить число пар полюсов  $p$  двигателя, номинальное скольжение  $S_{\text{ном}}$ , частоту токов  $f_2$  и э. д. с. в короткозамкнутой обмотке ротора, если частота  $f_1$  напряжения питания (сети) равна 50 Гц.

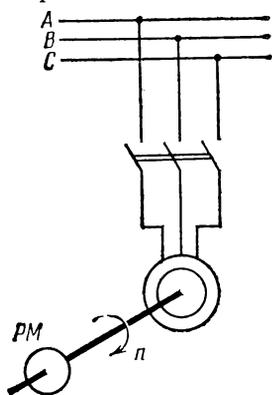


Рис. 12.1

Решение. Скорость вращения магнитного поля (синхронная скорость)  $\Omega_0 = \omega/p = 2\pi f_1/p$ , а частота вращения магнитного поля машины  $n_0 = 60f_1/p$ . При  $f_1 = 50$  Гц значения  $\Omega$  (рад/с) и  $n_0$  (об/мин) в зависимости от числа пар полюсов  $p$  вращающегося магнитного поля обмотки статора указаны в табл. 12.1.

Зная, что ротор трехфазного асинхронного двигателя (ТАД) при номинальной нагрузке вращается с частотой  $n_{\text{ном}}$ , которая на 3—5% ниже частоты  $n_0$ , находим в ряду синхронных частот вращения  $n_0(p)$  ближайшее большее значение к заданному значению  $n_{\text{ном}}$ . В нашем

примере  $n_0 = 750$  об/мин, т. е.  $p = 4$  (восьмиполюсная машина),

$$s_{\text{ном}} = (n_0 - n_{\text{ном}})/n_0 = (750 - 720)/750 = 0,04 = 4\%,$$

$$f_{2\text{ном}} = f_1 s_{\text{ном}} = 50 \cdot 0,04 = 2 \text{ Гц.}$$

Таблица 12.1

| $p$              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5   |
|------------------|------|------|------|------|-----|
| $n_0$ , об/мин   | 3000 | 1500 | 1000 | 750  | 600 |
| $\Omega$ , рад/с | 314  | 157  | 105  | 78,5 | 63  |

12.2. Четырехполюсный трехфазный асинхронный двигатель (ТАД) включен в трехфазную сеть частотой 60 Гц. Измеритель частоты вращения вала машины показал  $n_{\text{ном}} = 1746$  об/мин. Каково скольжение ротора в этом режиме?

Ответ:  $s_{\text{ном}} = 3\%$ .

12.3. В каталожных данных для ТАД серии 4А указываются следующие величины:  $P_{\text{ном}}$  (кВт) — номинальная мощность на валу дви-

гателя ( $P_{\text{ном}} = \Omega_{\text{ном}} M_{\text{ном}}$  [Вт, рад/с, н·м]);  $n_{\text{ном}} = 60\Omega_{\text{ном}}/(2\pi)$  (об/мин) — номинальная частота вращения ротора;  $\eta_{\text{ном}} (\%) = P_2/P_1$  — к. п. д. двигателя в номинальном режиме;  $\cos \varphi_{1\text{ном}}$  — номинальный коэффициент мощности фазы обмотки статора;  $M_{\text{max}}/M_{\text{ном}}$  — кратность максимального момента;  $M_{\text{пуск}}/M_{\text{ном}}$  — кратность пускового момента;  $I_{\text{пуск}}/I_{\text{ном}}$  — кратность пускового линейного тока обмотки статора.

Двигатели, которые предназначены для включения в трехфазную сеть напряжением 220/380 В, имеют обмотки статора, каждая фаза которых рассчитана на 220 В, т. е.  $U_{\text{ф. ном}} = 220$  В. Для двигателя 4АА56А243 известно  $P_{\text{ном}} = 0,9$  кВт,  $\eta_{\text{ном}} = 60\%$ ,  $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,7$ ,  $n_{\text{ном}} = 2900$  об/мин,  $M_{\text{max}}/M_{\text{ном}} = 2,2$ ,  $M_{\text{пуск}}/M_{\text{ном}} = 2,0$ ,  $I_{\text{пуск}}/I_{\text{ном}} = 5,0$ . Найти номинальный вращающий момент на валу  $M_{\text{ном}}$ , номинальное скольжение  $s_{\text{ном}}$ , мощность  $P_1$ , потребляемую двигателем из сети, номинальные (линейные и фазные) токи обмотки статора, если двигатель включается в сеть напряжением 380 В (механическими потерями пренебречь).

**Решение.** Решение задачи начинаем с изображения схемы включения трехфазного асинхронного двигателя с указанными данными в сеть напряжением 380 В.

Так как к фазе обмотки статора допустимо подвести напряжение, равное лишь 220 В, а линейное напряжение сети составляет 380 В, то статорную обмотку следует включить по схеме «звезда» (рис. 12.3), тогда  $U_{\text{ф}} = U_{\text{л}}/\sqrt{3} = 220$  В.

Для симметричной трехфазной цепи включения обмотки статора активная мощность

$$P_1 = 3U_{\text{ф}}I_{\text{ф}} \cos \varphi_{\text{ф}}, \text{ или } P_1 = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} \cos \varphi_{\text{ф}}.$$

Тогда выражение для линейного тока (в данной схеме  $I_{\text{л}} = I_{\text{ф}}$ ) можно записать в виде

$$I_{\text{л}} = P_1/(\sqrt{3}U_{\text{л}} \cos \varphi_{\text{ф}}), \text{ где } P_1 = P_2/\eta.$$

Подставляя данные из каталога, находим

$$P_1 = P_2/\eta = P_{\text{ном}}/\eta_{\text{ном}} = 0,9/0,6 = 1,5 \text{ кВт}$$

и при  $U_{\text{л}} = 380$  В,  $\cos \varphi_{1\text{ном}} = 0,7$  вычисляем номинальное значение линейного тока обмотки статора:  $I_{\text{л. ном}} = 1500/(\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,7) = 3,25$  А.

Отметим, что, зная  $I_{\text{ном}}$ , можно оценить пусковой ток, так как  $I_{\text{пуск}}/I_{\text{ном}} = 5,0$ , т. е.  $I_{\text{пуск}} = 5I_{\text{ном}} = 16,25$  А!

Вращающий момент (механическими потерями пренебрегаем) определяем из соотношения

$$M_{\text{ном}} = \frac{P_2}{\Omega_{\text{ном}}} = \frac{P_{\text{ном}} \cdot 60}{2\pi n_{\text{ном}}} = 9,55 \frac{P_{\text{ном}}}{n_{\text{ном}}} = 9,55 \frac{900}{2900} = 2,964 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

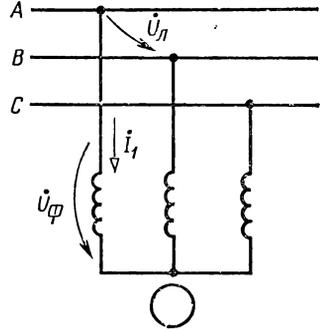


Рис. 12.3

Зная  $n_{\text{ном}}$  и ближайшее большее значение  $n_0$ , из табл. 12.1 находим

$$s_{\text{ном}} = (n_0 - n_{\text{ном}})/n_0 = (3000 - 2900)/3000 = 0,033, \text{ или } s_{\text{ном}} = 3,3\%.$$

12.4. Построить механическую характеристику трехфазного асинхронного двигателя (ТАД), данные которого указаны в условии предыдущей задачи.

Решение. В процессе решения задачи 12.3 было найдено значение  $M_{\text{ном}} = 2,964 \text{ Н}\cdot\text{м}$ . Поскольку в каталоге указаны отношения  $M_{\text{max}}/M_{\text{ном}} = 2,2$  и  $M_{\text{пуск}}/M_{\text{ном}} = 2,0$ , находим  $M_{\text{max}} = 2,96 \cdot 2,2 = 6,51 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ,  $M_{\text{пуск}} = 2,96 \cdot 2,0 = 5,920 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .

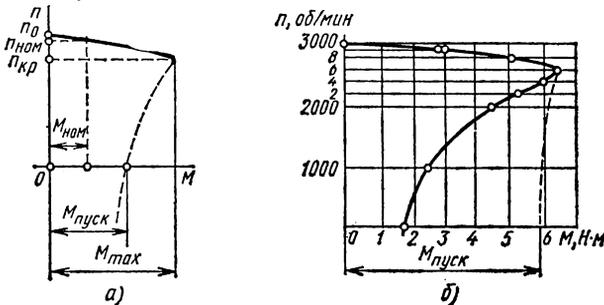


Рис. 12.4

Из теории работы ТАД известно, что механическая характеристика имеет вид, представленный на рис. 12.4, а, где частоте вращения  $n_{\text{ном}} = 2900$  об/мин соответствует номинальный момент  $M_{\text{ном}} = 2,964 \text{ Н}\cdot\text{м}$ , частоте вращения  $n_0 = 3000$  об/мин — момент, равный нулю (холостой ход). Максимальный момент  $M_{\text{max}}$  наблюдается при  $n = n_{\text{кр}}$ , а начальный момент  $M_{\text{пуск}}$  определяет пусковые свойства ТАД при  $n = 0$ .

Для расчета критической частоты вращения ротора ТАД воспользуемся формулой Клосса:

$$M = \frac{2M_{\text{max}}}{s/s_{\text{кр}} + s_{\text{кр}}/s}.$$

Для известных значений  $M_{\text{ном}} = 2,964 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ,  $s_{\text{ном}} = 0,033$  и  $M_{\text{max}} = 6,51 \text{ Н}\cdot\text{м}$  определяем  $s_{\text{кр}}$ , как корень квадратного уравнения  $s_{\text{кр}}^2 + s_{\text{ном}}^2 = 2 \frac{M_{\text{max}}}{M_{\text{ном}}} s_{\text{кр}} s_{\text{ном}}$ ,

т. е.

$$s_{\text{кр} 1,2} = s_{\text{ном}} \left( \frac{M_{\text{max}}}{M_{\text{ном}}} \pm \sqrt{\left( \frac{M_{\text{max}}}{M_{\text{ном}}} \right)^2 - 1} \right).$$

Поскольку  $s_{\text{кр}}$  всегда больше  $s_{\text{ном}}$ , следует найти только одно значение  $s_{\text{кр}}$ :

$$\begin{aligned} s_{\text{кр}} &= s_{\text{ном}} \left( \frac{M_{\text{max}}}{M_{\text{ном}}} + \sqrt{\left( \frac{M_{\text{max}}}{M_{\text{ном}}} \right)^2 - 1} \right) = \\ &= 0,033 (2,2 + \sqrt{(2,2)^2 - 1}) = 0,137. \end{aligned}$$

При этом  $n_{\text{кр}} = n_0 (1 - s_{\text{кр}}) = 3000 (1 - 0,137) = 2589$  об/мин. Зада-

ваясь значениями  $n$  от нуля до 3000 об/мин, находим ряд значений  $M$  по формуле Клосса и строим механическую характеристику ТАД. Расчет проводим с помощью программируемого микрокалькулятора МК-56 по следующей программе.

Включаем микрокалькулятор МК-56, нажимаем последовательно

клавиши  $\boxed{В/О}$   $\boxed{F}$   $\boxed{ПРГ}$ . Вводим программу (нажимая клавиши и проверяя код операций). Код операций служит формой контроля правильности ввода:

| № шага | Нажимаемые клавиши                    | Код операций |
|--------|---------------------------------------|--------------|
| 00     | $\boxed{П \rightarrow X}$ $\boxed{2}$ | 62           |
| 01     | $\boxed{П \rightarrow X}$ $\boxed{3}$ | 63           |
| 02     | $\boxed{-}$                           | 11           |
| 03     | $\boxed{П \rightarrow X}$ $\boxed{2}$ | 62           |
| 04     | $\boxed{\div}$                        | 13           |
| 05     | $\boxed{X \rightarrow П}$ $\boxed{4}$ | 44           |
| 06     | $\boxed{П \rightarrow X}$ $\boxed{1}$ | 61           |
| 07     | $\boxed{\div}$                        | 13           |
| 08     | $\boxed{В \uparrow}$                  | 0Е           |
| 09     | $\boxed{F}$ $\boxed{1/X}$             | 23           |
| 10     | $\boxed{+}$                           | 10           |
| 11     | $\boxed{2}$                           | 02           |
| 12     | $\boxed{\div}$                        | 13           |
| 13     | $\boxed{П \rightarrow X}$ $\boxed{0}$ | 60           |
| 14     | $\boxed{\div}$                        | 13           |
| 15     | $\boxed{F}$ $\boxed{1/X}$             | 23           |
| 16     | $\boxed{С/П}$                         | 50           |

Нажимаем клавиши  $\boxed{F}$   $\boxed{АВТ}$  и вводим исходные данные, т.е. числа  $M_{\max}$ ,  $s_{кр}$  и  $n_0$ :  
 $\boxed{M_{\max}}$   $\boxed{X \rightarrow П}$   $\boxed{0}$ ,  $\boxed{s_{кр}}$   $\boxed{X \rightarrow П}$   $\boxed{1}$  и  $\boxed{n_0}$   $\boxed{X \rightarrow П}$   $\boxed{2}$ . Здесь  $M_{\max}=6,62$ ,  
 $s_{кр}=0,137$ ,  $n_0=3000$ .

Теперь вводим число  $\boxed{n}$ :  $\boxed{X \rightarrow П}$   $\boxed{3}$ , где  $n$ -число от 0 до 2999, и нажимаем клавиши  $\boxed{В/О}$  и  $\boxed{С/П}$ . Прочитываем на индикаторе число  $M$ . Вводим новое число  $n$ :  $\boxed{CX}$   $\boxed{n}$   $\boxed{X \rightarrow П}$   $\boxed{3}$ , вновь пускаем программу  $\boxed{В/О}$   $\boxed{С/П}$  и т.д.

Результаты расчета сводим в табл. 12.4 и изображаем на графике рис. 12.4, б.

Таблица 12.4

| $n$ | 0    | 1000  | 2000  | 2200  | 2400 | 2600  | 2800  | 2900  |
|-----|------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|
| $s$ | 1    | 0,667 | 0,334 | 0,267 | 0,2  | 0,133 | 0,067 | 0,033 |
| $M$ | 1,75 | 2,57  | 4,58  | 5,3   | 6,07 | 6,51  | 5,13  | 2,97  |

Отметим, что расчет по формуле Клосса дает хорошее приближение только в рабочей части механической характеристики, т. е. для  $n$  от  $n_0$  до  $n_{кр}$ . Пусковая часть характеристики описывается этой формулой с большой погрешностью. Истинная механическая характеристика ТАД в момент пуска должна проходить через точку  $M_{пуск} = 5,92 \text{ Н} \cdot \text{м}$  (см. пунктирную кривую на рис. 12.4, б).

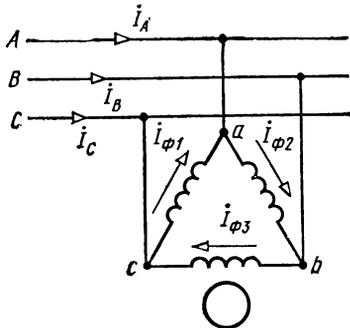


Рис. 12.5

12.5. На паспортном щитке трехфазного асинхронного двигателя имеются следующие данные:  $P_{ном} = 75 \text{ кВт}$ ,  $f_1 = 50 \text{ Гц}$ ,  $\cos \varphi = 0,85$ ,  $n_{ном} = 735 \text{ об/мин}$ , обмотка статора предназначена для включения в трехфазную сеть напряжением 220/380 В соответственно по схеме «треугольник» и «звезда», к.п.д. равен 0,92. Определить линейный ток в обмотке статора, активную и реактивную мощности, мощность потерь в роторе при номинальной нагрузке при включении ТАД в сеть напряжением 220 В.

Решение. Для включения ТАД в сеть 220 В его обмотку статору следует соединить по схеме «треугольник» (рис. 12.5). При этом  $I_{\phi, ном} = I_{л, ном} / \sqrt{3}$ , а

Решение. Для включения ТАД в сеть 220 В его обмотку статору следует соединить по схеме «треугольник» (рис. 12.5). При этом  $I_{\phi, ном} = I_{л, ном} / \sqrt{3}$ , а

$$I_{л, ном} = \frac{P_{ном}}{\eta_{ном} \sqrt{3} U_{л} \cos \varphi_{\phi}} = \frac{75000}{0,92 \cdot \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,85} = 251,69 \text{ А.}$$

Потребляемая из сети активная мощность при номинальной нагрузке

$$P_{1ном} = P_{ном} / \eta = 75000 / 0,92 = 81\,522 \text{ Вт.}$$

При этом полная мощность  $S_{1ном} = \sqrt{3} U_{л} I_{л} = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 251,69 = 95908 \text{ В} \cdot \text{А}$ , реактивная мощность  $Q_{1ном} = S_{1ном} \sin \varphi_{ном} = 50522,6 \text{ вар}$ .

Номинальный момент, развиваемый двигателем, вычисляем, пренебрегая механическими потерями, по формуле

$$M_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{1,03n_{\text{ном}}} = 99 \text{ кг} \cdot \text{м},$$

или

$$M_{\text{ном}} = 9,55 \frac{P_{\text{ном}}}{n_{\text{ном}}} = 974,5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Определив электромагнитную мощность ТАД  $P_{\text{эм}} = \Omega_0 M$ , находим мощность потерь в роторе при номинальной нагрузке:

$$P_{\text{2э. ном}} = P_{\text{эм. ном}} s_{\text{ном}} = \Omega_0 M_{\text{ном}} s_{\text{ном}} = \frac{2\pi n_{\text{ном}}}{60} \cdot 974,5 \cdot \frac{n_0 - n_{\text{ном}}}{n_0} = 1,5 \text{ кВт}.$$

12.6. Для трехфазного асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором из каталога известно:

$$\begin{aligned} P_{\text{ном}} &= 40 \text{ кВт}, \quad n_{\text{ном}} = 970 \text{ об/мин}, \quad \eta_{\text{ном}} = 0,91, \\ \cos \varphi_{\text{ном}} &= 0,89, \quad I_{\text{пуск}}/I_{\text{ном}} = 7,0, \quad M_{\text{пуск}}/M_{\text{ном}} = 1,3, \\ M_{\text{мах}}/M_{\text{ном}} &= 1,8, \quad U_{\text{ф. ном}} = 220 \text{ В}. \end{aligned}$$

Найти коэффициент мощности ТАД при  $M' = M_{\text{ном}}/k$ , если ТАД включен в сеть напряжением 220 В по схеме «треугольник».

Решение. 1. Находим  $s_{\text{ном}} = (1000 - 970)/1000 = 0,03$ .

2. Определяем  $M_{\text{ном}} = 9,55 (P_{\text{ном}}/n_{\text{ном}}) = 9,55 (40000/970) = 393,8 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .  
При заданном  $k = 3$   $M' = M_{\text{ном}}/k = 131,27 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

3. Определяем значение линейного тока ТАД при номинальной нагрузке:

$$I_{\text{л. ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{\eta_{\text{ном}} \sqrt{3} U_{\text{л}} \cos \varphi_{\text{ном}}} = \frac{40000}{0,91 \cdot \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,89} = 129,6 \text{ А}.$$

4. Находим значения активной  $P_{\text{ном}}$  и реактивной  $Q_{\text{ном}}$  мощностей, потребляемых ТАД из сети при номинальной нагрузке:

$$\begin{aligned} P_{\text{1ном}} &= \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos \varphi_{\text{ном}} = P_{\text{ном}}/\eta_{\text{ном}} = 40000/0,91 = 43,95 \text{ кВт}, \\ Q_{\text{1ном}} &= \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \sin \varphi_{\text{ном}} = 22,517 \text{ квар}. \end{aligned}$$

Будем считать, что при изменении нагрузки от нуля до  $M_{\text{ном}}$  значение реактивной мощности  $Q_1$  остается неизменным и равным  $Q_{\text{1ном}}$ .

5. Используя формулу Клосса и найденные значения  $M_{\text{ном}}$ ,  $n_{\text{ном}}$ , определяем

$$\begin{aligned} s_{\text{кр}} &= s_{\text{ном}} \left( \frac{M_{\text{мах}}}{M_{\text{ном}}} + \sqrt{\left( \frac{M_{\text{мах}}}{M_{\text{ном}}} \right)^2 - 1} \right) = 0,03 (1,8 + \sqrt{(1,8)^2 - 1}) = \\ &= 0,0989. \end{aligned}$$

6. Используя еще раз формулу Клосса, можно найти  $s'$  для любого значения  $M'$  по формуле  $s' = s_{кр} \frac{1}{(M_{max}/M' + \sqrt{(M_{max}/M')^2 - 1})}$ . Подставляя  $M' = 131,27$  Н·м и  $M_{max} = 1,8 M_{ном} = 1,8 \cdot 393,8 = 708,8$  Н·м, находим  $s' = 0,00923$  и, следовательно,  $n' = n_0 \times (1 - s) = 990,8$  об/мин.

7. Теперь подсчитываем мощность на валу в этом режиме:

$$P_2 = \frac{1}{9,55} M' n' = 13618,6 \text{ Вт.}$$

Считая в первом приближении, что к.п.д. ТАД возрастает линейно с увеличением момента на валу вплоть до  $M' = M_{ном}/4$ , а затем остается постоянным и равным  $\eta_{ном}$ , находим, что для данного значения  $M = M'$   $\eta' = \eta_{ном} \frac{4}{k}$ . В нашем случае  $k = 3$ ; следовательно,  $\eta' = 0,91$ .

При этом потребляемая ТАД из сети активная мощность

$$P_1 = P_2 / \eta' = 13618,6 / 0,91 = 14965 \text{ кВт.}$$

8. Определяя значение полной мощности при нагрузке  $M'$ , находим значение тока в обмотке статора:

$$S' = \sqrt{3} U_{л} I'_{л} = \sqrt{(P_1')^2 + (Q_{ном})^2}$$

или

$$I'_{л} = \frac{S'}{\sqrt{3} U_{л}} = 70,95 \text{ А.}$$

9. Используя формулу реактивной мощности, получаем

$$Q_{ном} = Q_1' = \sqrt{3} U_{л} I'_{л} \sin \varphi',$$

или

$$\sin \varphi' = \frac{Q_{ном}}{\sqrt{3} U_{л} I'_{л}} = \frac{22517}{\sqrt{2} \cdot 220 \cdot 70,95} = 0,832.$$

Отсюда

$$\cos \varphi' = 0,554.$$

Вычисляя значения  $\cos \varphi'$  для различных  $M'$ , можно построить зависимость  $\cos \varphi' (M')$ . Эти трудоемкие вычисления в соответствии с изложенным алгоритмом можно выполнить с помощью программируемого микрокалькулятора (МК-56, МК-54 и др.):

Нажимаем клавиши  $\boxed{В/О}$   $\boxed{F}$   $\boxed{ПРГ}$  и заносим следующую программу:

| № шага | Нажимаемые клавиши                             | Код операций |
|--------|--|--------------|
| 00     | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{3}$        | 63           |
| 01     | $\boxed{F}$ $\boxed{\cos^{-1}}$                | 1-           |
| 02     | $\boxed{F}$ $\boxed{\sin}$                     | 1[           |
| 03     | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{9}$        | 69           |
| 04     | $\boxed{X}$                                    | 12           |
| 05     | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{\sqrt{5}}$ | 65           |
| 06     | $\boxed{X}$                                    | 12           |
| 07     | $\boxed{3}$                                    | 03           |
| 08     | $\boxed{F}$ $\boxed{\sqrt{\quad}}$             | 21           |
| 09     | $\boxed{X}$                                    | 12           |
| 10     | $\boxed{X \rightarrow \Pi}$ $\boxed{1}$        | 41           |
| 11     | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{4}$        | 64           |
| 12     | $\boxed{F}$ $\boxed{X^2}$                      | 22           |
| 13     | $\boxed{1}$                                    | 01           |
| 14     | $\boxed{-}$                                    | 11           |
| 15     | $\boxed{F}$ $\boxed{\sqrt{\quad}}$             | 21           |
| 16     | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{4}$        | 64           |
| 17     | $\boxed{+}$                                    | 10           |
| 18     | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{b}$        | 62           |
| 19     | $\boxed{X}$                                    | 12           |
| 20     | $\boxed{X \rightarrow \Pi}$ $\boxed{0}$        | 40           |
| 21     | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{7}$        | 67           |
| 22     | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{4}$        | 64           |
| 23     | $\boxed{X}$                                    | 12           |
| 24     | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{8}$        | 68           |
| 25     | $\boxed{\div}$                                 | 13           |
| 26     | $\boxed{X \rightarrow \Pi}$ $\boxed{4}$        | 44           |

|    |   |                 |
|----|---|-----------------|
| 27 | $\boxed{F}$ $\boxed{X^2}$               | 22              |
| 28 | $\boxed{1}$                             | 01              |
| 29 | $\boxed{-}$                             | 11              |
| 30 | $\boxed{F}$ $\boxed{\sqrt{\quad}}$      | 21              |
| 31 | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{4}$ | 64              |
| 32 | $\boxed{+}$                             | 10              |
| 33 | $\boxed{F}$ $\boxed{1/X}$               | 23              |
| 34 | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{0}$ | 60              |
| 35 | $\boxed{X}$                             | 12              |
| 36 | $\boxed{X \rightarrow \Pi}$ $\boxed{0}$ | 40              |
| 37 | $\boxed{1}$                             | 01              |
| 38 | $\boxed{-}$                             | 11              |
| 39 | $\boxed{/ - /}$                         | 0L              |
| 40 | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{a}$ | 6 $\rightarrow$ |
| 41 | $\boxed{X}$                             | 12              |
| 42 | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{8}$ | 68              |
| 43 | $\boxed{X}$                             | 12              |
| 44 | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{d}$ | 61 $\Gamma$     |
| 45 | $\boxed{\div}$                          | 13              |
| 46 | $\boxed{X \rightarrow \Pi}$ $\boxed{c}$ | 4 $\square$     |
| 47 | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{6}$ | 66              |
| 48 | $\boxed{4}$                             | 04              |
| 49 | $\boxed{-}$                             | 11              |
| 50 | $\boxed{F}$ $\boxed{X \geq 0}$          | 59              |
| 51 | $\boxed{6}$ $\boxed{3}$                 | 63              |
| 52 | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{2}$ | 62              |
| 53 | $\boxed{4}$                             | 04              |
| 54 | $\boxed{X}$                             | 12              |
| 55 | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{6}$ | 66              |

|    |   |             |
|----|---|-------------|
| 56 | $\boxed{\div}$                              | 13          |
| 57 | $\boxed{F}$ $\boxed{1/X}$                   | 23          |
| 58 | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{\odot}$ | 6 $\square$ |
| 59 | $\boxed{X}$                                 | 12          |
| 60 | $\boxed{X \rightarrow \Pi}$ $\boxed{C}$     | 4 $\square$ |
| 61 | $\boxed{\text{БП}}$                         | 51          |
| 62 | $\boxed{6}$ $\boxed{7}$                     | 67          |
| 63 | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{C}$     | 6 $\square$ |
| 64 | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{2}$     | 62          |
| 65 | $\boxed{\div}$                              | 13          |
| 66 | $\boxed{X \rightarrow \Pi}$ $\boxed{C}$     | 4 $\square$ |
| 67 | $\boxed{F}$ $\boxed{X^2}$                   | 22          |
| 68 | $\boxed{B1}$                                | 0E          |
| 69 | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{1}$     | 61          |
| 70 | $\boxed{F}$ $\boxed{X^2}$                   | 22          |
| 71 | $\boxed{+}$                                 | 10          |
| 72 | $\boxed{F}$ $\boxed{\sqrt{\quad}}$          | 21          |
| 73 | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{5}$     | 65          |
| 74 | $\boxed{\div}$                              | 13          |
| 75 | $\boxed{3}$                                 | 03          |
| 76 | $\boxed{F}$ $\boxed{\sqrt{\quad}}$          | 21          |
| 77 | $\boxed{\div}$                              | 13          |
| 78 | $\boxed{X \rightarrow \Pi}$ $\boxed{9}$     | 49          |
| 79 | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{5}$     | 65          |
| 80 | $\boxed{X}$                                 | 12          |
| 81 | $\boxed{3}$                                 | 03          |
| 82 | $\boxed{F}$ $\boxed{\sqrt{\quad}}$          | 21          |
| 83 | $\boxed{X}$                                 | 12          |
| 84 | $\boxed{F}$ $\boxed{1/X}$                   | 23          |

|    |                     |             |    |
|----|---------------------|-------------|----|
| 85 | $\Pi \rightarrow X$ | 1           | 61 |
| 86 | X                   |             | 12 |
| 87 | F                   | $\sin^{-1}$ | 19 |
| 88 | F                   | cos         | 1Г |
| 89 | C/П                 |             | 50 |

Нажимаем клавиши  $\boxed{F}$   $\boxed{ABT}$  и вводим исходные данные:  $\boxed{M_{ном}}$   $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{7}$ ,  $\boxed{s_{ном}}$   $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{b}$ ,  $\boxed{\eta_{ном}}$   $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{2}$ ,  $\boxed{\cos \varphi_{ном}}$   $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{3}$ ,  $\boxed{M_{max}/M_{ном}}$ ,  $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{4}$ ,  $\boxed{U_d}$   $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{5}$ ,  $\boxed{n_0}$   $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{a}$ ,  $\boxed{9,55}$   $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{d}$ ,  $\boxed{I_{л.ном}}$   $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{9}$ , где  $M_{ном}=393,8$ ,  $s_{ном}=0,03$ ,  $\eta_{ном}=0,91$ ,  $\cos \varphi_{ном}=0,89$ ,  $M_{max}/M_{ном}=1,8$ ,  $U_d=220$ ,  $n_0=1000$ ,  $I_{л.ном}=129,6$ .

Задавая значения  $k=3$ ,  $M'=M_{ном}/k=131,27$ , вводя их в машину нажатием клавиш  $\boxed{3}$   $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{6}$ ,  $\boxed{131,27}$   $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{8}$  и затем пуская машину  $\boxed{B/O}$   $\boxed{C/П}$ , получаем уже рассчитанное значение  $\cos \varphi'=0,553$ .

Для решения задачи при других значениях  $k$  нажимаем клавиши  $\boxed{F}$   $\boxed{ABT}$ ,  $\boxed{0}$   $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{0}$ ,  $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{1}$ ,  $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{C}$ ,  $\boxed{1,8}$   $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{4}$ ,  $\boxed{129,6}$   $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{9}$ ,  $\boxed{0,03}$   $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{b}$ , определяем  $M'=M_{ном}/k$  и вводим  $\boxed{K}$   $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{6}$ ,  $\boxed{M'}$   $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{8}$  и  $\boxed{B/O}$   $\boxed{C/П}$ .

Составляем таблицу

|                |  |
|----------------|--|
| $k$            |  |
| $M$            |  |
| $\cos \varphi$ |  |

и строим зависимость  $\cos \varphi(M)$  (для самоконтроля см. кривую 1 на рис. 12.6).

**12.7.** Найти зависимость  $\cos \varphi(M)$  в условиях предыдущей задачи, если трехфазный асинхронный двигатель (ТАД) включить в сеть напряжением 220 В по схеме «звезда».

**Указание.** При такой схеме включения каждая фаза обмотки статора оказывается включенной на напряжение 127 В, т. е. в  $\sqrt{3}$  раз меньшее номинального. Электромагнитные моменты ТАД пропорциональны квадрату напряжения на фазе двигателя; следовательно, в данном случае номинальным для двигателя будет момент втрое меньший, чем в условиях предыдущей задачи, т. е.

$$M_{ном \Delta} = M_{ном} \Delta / 3 = 393,8 / 3 = 131,27 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Для построения зависимости  $\cos \varphi(M)$  следует воспользоваться программой к задаче 12.6.

Ответ: зависимость  $\cos \varphi(M)$  при  $U_{\phi} = 127$  В построена на рис. 12.6 (пунктирная линия).

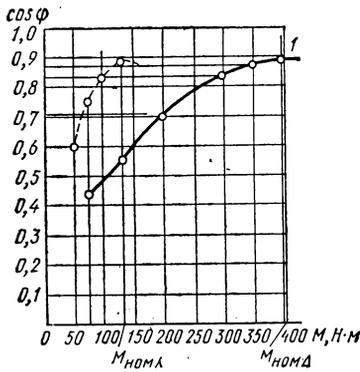


Рис. 12.6

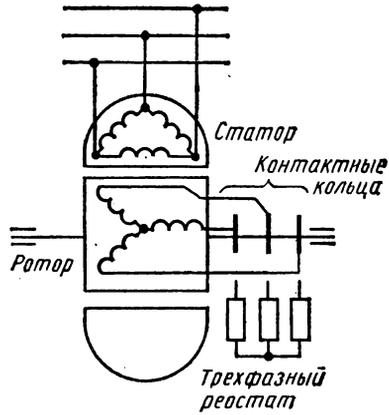


Рис. 12.8

12.8. Для асинхронного двигателя с контактными кольцами типа АОК2-61-6 (рис. 12.8) по данным каталога определить значение сопротивления и мощность трехфазного регулировочного реостата, обеспечивающего при включении в цепь ротора снижение частоты

Таблица 12.8

| Тип двигателя | $P_{\text{ном}}$ , кВт | $n_{\text{ном}}$ , об/мин | $\eta_{\text{ном}}$ , % | $\cos \varphi_{\text{ном}}$ | $M_{\text{max}}$ | $I_{\text{аном}}$ , А | $U_{2x}$ , В | Сопротивления фаз при 20°C, Ом |         |
|---------------|------------------------|---------------------------|-------------------------|-----------------------------|------------------|-----------------------|--------------|--------------------------------|---------|
|               |                        |                           |                         |                             | $M_{\text{ном}}$ |                       |              | $R_1$                          | $R_2$   |
| АК2-81-4      | 40                     | 1440                      | 9,0                     | 0,84                        | 2,0              | 225                   | 110          | 0,0725                         | 0,00865 |
| АК2-82-4      | 55                     | 1440                      | 90,5                    | 0,84                        | 2,0              | 200                   | 160          | 0,0390                         | 0,00895 |
| АК2-91-4      | 75                     | 1450                      | 90,5                    | 0,85                        | 2,0              | 260                   | 185          | 0,0326                         | 0,01150 |
| АК2-92-4      | 100                    | 1450                      | 90,5                    | 0,85                        | 2,0              | 275                   | 235          | 0,0210                         | 0,01240 |
| АК2-81-6      | 30                     | 960                       | 89,0                    | 0,84                        | 1,8              | 150                   | 125          | 0,0920                         | 0,0110  |
| АК2-82-6      | 40                     | 960                       | 0,85                    | 1,8                         | 155              | 155                   | 165          | 0,0605                         | 0,0125  |
| АК2-91-6      | 55                     | 960                       | 89,0                    | 1,8                         | 1,8              | 240                   | 150          | 0,0590                         | 0,0119  |
| АК2-92-6      | 75                     | 960                       | 90,5                    | 0,86                        | 1,8              | 220                   | 215          | 0,0350                         | 0,0135  |
| АК2-81-8      | 22                     | 720                       | 87,5                    | 0,79                        | 1,7              | 150                   | 95           | 0,1570                         | 0,0109  |
| АК2-82-8      | 30                     | 720                       | 87,5                    | 0,79                        | 1,7              | 150                   | 130          | 0,0935                         | 0,0126  |
| АК2-91-8      | 40                     | 720                       | 87,5                    | 0,81                        | 1,7              | 225                   | 120          | 0,0860                         | 0,0113  |
| АК2-92-8      | 55                     | 720                       | 90,0                    | 0,81                        | 1,7              | 200                   | 160          | 0,0150                         | 0,0136  |
| АОК2-61-4     | 10                     | 1420                      | 85,0                    | 0,82                        | 1,0              | 40                    | 160          | 0,270                          | 0,078   |
| АОК2-61-6     | 7,5                    | 960                       | 84                      | 0,82                        | 1,8              | 35                    | 140          | 0,495                          | 0,076   |
| АОК2-62-6     | 10                     | 960                       | 85                      | 0,83                        | 1,8              | 36                    | 100          | 0,340                          | 0,085   |
| АОК2-61-8     | 5,5                    | 710                       | 82                      | 0,72                        | 1,7              | 32                    | 115          | 0,645                          | 0,071   |

вращения вала двигателя до 700 об/мин при неизменном моменте, равном номинальному. Механическими потерями пренебречь.

Технические данные трехфазных двигателей с контактными кольцами серии АК2 (защищенные) и серии АОК2 (закрытые, обдуваемые) приведены в табл. 12.8.

Решение. При номинальной нагрузке двигателя обмотка его ротора нагревается до  $75^{\circ}\text{C}$ .

Для того чтобы найти активное сопротивление фазы нагретой обмотки, следует известное значение этого сопротивления  $R_{20^{\circ}\text{C}} = 0,076$  Ом увеличить в отношении  $(234,5^{\circ} + 75^{\circ}) / (234,5^{\circ} + 20^{\circ}) = 1,24$ . Следовательно,  $R_2 = R_{75^{\circ}\text{C}} = 1,24 \cdot 0,076 = 0,094$  Ом.

Для определения сопротивления  $R_p$  регулировочного реостата воспользуемся равенством

$$(R_2 + R_p) / s = R_2 / s_{\text{ном}},$$

где  $s_{\text{ном}}$  — номинальное скольжение ротора: —

$$s_{\text{ном}} = (n_0 - n_{\text{ном}}) / n_0 = (1000 - 960) / 1000 = 0,04.$$

Скольжение ротора при  $n = 700$  об/мин

$$s = (n_0 - n) / n_0 = (1000 - 700) / 1000 = 0,3.$$

Сопротивление регулировочного реостата

$$R_p = R_2 (s / s_{\text{ном}} - 1) = 0,094 \cdot (0,3 / 0,04 - 1) = 0,611 \text{ Ом},$$

Мощность реостата

$$P_p = 3R_p I_{2\text{ном}}^2 = 3 \cdot 0,611 \cdot 35^2 = 2240 \text{ Вт}.$$

12.9. Для асинхронного двигателя АК2-81-8 (см. табл. 12.8) определить номинальный момент, потребляемую мощность, мощность потерь в обмотке ротора и сопротивление  $R_{\text{пуск}}$  фазы пускового реостата, обеспечивающего при включении в цепь ротора пуск двигателя с максимально возможным моментом, если двигатель включен по схеме «треугольник» в сеть напряжением 220 В.

Решение. Номинальный момент находим из известного равенства

$$M_{\text{ном}} = 9,55 \frac{P_{\text{ном}}}{n_{\text{ном}}} = 9,55 \cdot \frac{22000}{720} = 291,8 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

По данным каталога определяем

$$P_1 = P_{\text{ном}} / \eta_{\text{ном}} = 22000 / 0,875 = 25143 \text{ Вт}.$$

Пренебрегая механическими потерями, записываем выражение для вычисления мощности электрических потерь в обмотке ротора. При номинальной нагрузке

$$P_{23} = P_{\text{эм} s_{\text{ном}}} = M_{\text{ном}} \Omega_0 s_{\text{ном}} = M_{\text{ном}} \frac{2\pi n_0}{60} s_{\text{ном}} = 916 \text{ Вт},$$

где

$$s_{\text{ном}} = (750 - 720) / 750 = 0,04.$$

Пуск двигателя с максимальным моментом, т. е. при  $s = s_{кр}$ , обеспечивается введением в каждую фазу обмотки ротора резистора с сопротивлением  $R_{пуск}$ , при этом

$$\begin{aligned} (R_2 + R_{пуск})/s_{кр} &= R_2/s_{ном}, \text{ или } R_{пуск} = \\ &= R_2 (s_{кр}/s_{ном} - 1) = 0,0109 (0,123/0,04 - 1) = 0,0226 \text{ Ом}, \end{aligned}$$

где  $R_2 = 0,0109 \text{ Ом}$  — сопротивление обмотки ротора в холодном состоянии (при  $20^\circ\text{C}$ );  $s_{кр}$  — критическое скольжение ротора:

$$\begin{aligned} s_{кр} &= s_{ном} (M_{мах}/M_{ном} + \sqrt{(M_{мах}/M_{ном})^2 - 1}) = \\ &= 0,04 (1,7 + \sqrt{(1,7)^2 - 1}) = 0,123. \end{aligned}$$

ТРЕХФАЗНЫЕ СИНХРОННЫЕ ДВИГАТЕЛИ

13.1. Определить номинальный момент  $M_{\text{ном}}$ , линейный ток  $I$  статора, номинальный к.п.д.  $\eta_{\text{ном}}$ , активную  $P$  и реактивную  $Q$  мощности, потребляемые из сети шестиполосным синхронным двигателем (рис. 13.1, а). Номинальные данные двигателя: номинальная мощность  $P_{\text{ном}} = 990$  кВт, номинальное напряжение  $U_{\text{ном}} = 6$  кВ,  $\cos \varphi = 0,8$  (опереж.), отношение  $M_{\text{max}}/M_{\text{ном}} = 2,2$ , синхронное сопротивление  $X = 42$  Ом, номинальная частота вращения  $n_{\text{ном}} = 1000$  об/мин.

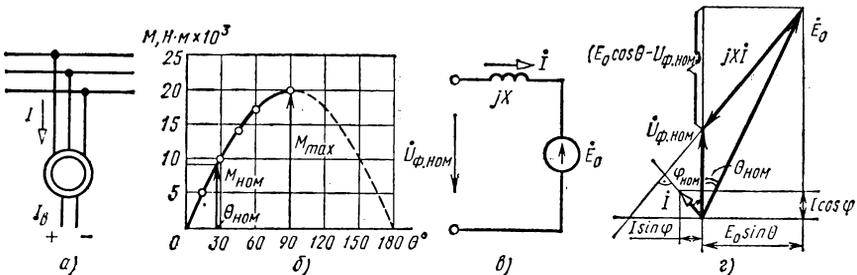


Рис. 13.1

Построить угловую характеристику двигателя и векторную диаграмму состояния фазы обмотки статора двигателя для номинальной нагрузки.

Решение. Номинальная угловая скорость ротора трехфазного синхронного двигателя (ТСД)

$$\Omega_{\text{ном}} = 2\pi n_{\text{ном}}/60 = \omega/p = 314/3 = 105 \text{ рад/с.}$$

Номинальный момент \*

$$M_{\text{ном}} = P_{\text{ном}}/\Omega_{\text{ном}} = (990 \cdot 10^3)/105 = 9,43 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Номинальный линейный ток статора, обмотка которого обычно включается по схеме «звезда».

$$I = \frac{P_{\text{ном}}}{\eta_{\text{ном}} \sqrt{3} U_{\text{ном}} \cos \varphi_{\text{ном}}} = \frac{990 \cdot 10^3}{\eta_{\text{ном}} \cdot \sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 0,8},$$

где  $U_{\text{ном}}$  — номинальное линейное напряжение, подаваемое на обмотку статора.

\* Во всех задачах этой главы не учитывается насыщение магнитной цепи машины; предполагается, что машина подключена к сети большой мощности ( $f = \text{const}$ ,  $U = \text{const}$ ).

Отсюда для определения  $\eta_{\text{ном}}$  необходимо найти ток  $I$ .  
Как известно, уравнение угловой характеристики имеет вид

$$M = \frac{3U_{\phi, \text{ном}} E_0}{\Omega_{\text{ном}} X} \sin \theta = M_{\text{max}} \sin \theta.$$

Находим  $M_{\text{max}} = 2,2 M_{\text{ном}} = 2,2 \cdot 9,43 \cdot 10^3 = 20,75 \cdot 10^3$  Н·м и строим  $M = M_{\text{max}} \sin \theta$  (рис. 13.1, б).

При номинальной нагрузке  $\sin \theta_{\text{ном}} = M_{\text{ном}} / M_{\text{max}} = 0,45$ ,  $\theta_{\text{ном}} = 27^\circ$ .

Для построения векторной диаграммы изображаем упрощенную схему замещения фазы обмотки статора (рис. 13.1, в) и, записывая выражение  $U_{\phi, \text{ном}} - jXI = E_0$ , находим

$$E_0 = \frac{M_{\text{max}} \Omega_{\text{ном}} X}{3U_{\phi, \text{ном}}} = \frac{20,75 \cdot 10^3 \cdot 105 \cdot 42}{3 \cdot 6 \cdot 10^3 / \sqrt{3}} = 8,8 \text{ кВ}.$$

Строим векторную диаграмму (рис. 13.1, г) и определяем

$$E_0 \sin \theta = 8,8 \cdot 0,45 = 4 \text{ кВ}, \quad E_0 \cos \theta = 7,83 \text{ кВ},$$

$$E_0 \cos \theta - U_{\phi, \text{ном}} = 7,83 - 3,46 = 4,38 \text{ кВ},$$

$$XI = \sqrt{(E_0 \sin \theta)^2 + (E_0 \cos \theta - U_{\phi, \text{ном}})^2} = 5,94 \text{ кВ}.$$

Зная значение  $X = 42$  Ом, получаем

$$I = 5940/42 = 141,4 \text{ А}.$$

Определяем

$$\eta_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{\sqrt{3} U_{\text{ном}} I \cos \varphi_{\text{ном}}} = \frac{990 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 141,4 \cdot 0,8} = 0,842.$$

Вычисляем

$$P = P_{\text{ном}} / \eta_{\text{ном}} = 1176 \text{ кВт}, \quad Q = P \operatorname{tg} \varphi_{\text{ном}} = 882 \text{ квар}.$$

**13.2.** Трехфазный синхронный двигатель нагружен постоянным моментом, равным номинальному. В первоначальном режиме ток возбуждения машины был равен  $1,4 I_{\text{в0}}$ , затем его увеличили и коэффициент мощности стал равным 0,9 при опережающем токе статора. Номинальные данные двигателя: номинальная мощность  $P_{\text{ном}} = 4000$  кВт, номинальное напряжение  $U_{\text{ном}} = 6$  кВ, номинальный ток  $I_{\text{ном}} = 443$  А, число полюсов  $2p = 2$ , синхронное сопротивление  $X = 9,75$  Ом, отношение  $M_{\text{max}} / M_{\text{ном}} = 2,2$  (при токе возбуждения  $I_{\text{в}} = I_{\text{в0}}$  э. д. с. фазы обмотки статора  $E_0 = U_{\phi, \text{ном}}$ ). Построить угловые характеристики и векторные диаграммы для двух режимов возбуждения. Отметить на характеристиках рабочие точки.

**Решение.** Электромагнитный момент двигателя при номинальной нагрузке

$$M_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{\Omega_{\text{ном}}} = \frac{P_{\text{ном}}}{2\pi f / p} = \frac{4000}{2\pi \cdot (50/1)} = 12,7 \cdot 10^3 \text{ Н·м}.$$

Угол рассогласования определяем из уравнения угловой характеристики:

$$\sin \theta = \frac{M_{\text{ном}}}{M_{\text{max}}} = \frac{M_{\text{ном}} \Omega_{\text{ном}} X}{3U_{\phi, \text{ном}} E_0}.$$

В случае линейности характеристики намагничивания машины э. д. с.  $E_0$  пропорциональна току возбуждения; при  $I_v = 1,4 I_{v0}$  э. д. с.  $E_0 = 1,4 U_{\text{ф. ном}} = 1,4 \cdot 3,46 = 4,85$  кВ. Следовательно, в первом режиме возбуждения

$$M_{\text{max 1}} = \frac{3E_0 U_{\text{ф. ном}}}{\Omega X} = \frac{3 \cdot 4,85 \cdot 10^3 \cdot 3,46 \cdot 10^3}{314 \cdot 9,75} = 16,5 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$\sin \theta_1 = M_{\text{ном}} / M_{\text{max 1}} = 12,7 \cdot 10^3 / (16,5 \cdot 10^3) = 0,77, \theta_1 = 50^\circ.$$

Угловая характеристика для этого режима построена на рис. 13.2, а (кривая 1); на ней отмечена рабочая точка, соответствующая заданному моменту нагрузки на валу.

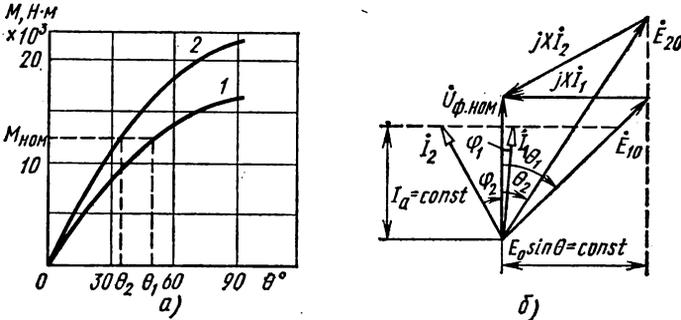


Рис. 13.2

Векторную диаграмму строим в следующем порядке. Сначала проводим векторы  $\dot{U}_{\text{ф. ном}}$  и  $\dot{E}_0$ , для которых известны модули и угол сдвига фаз (рис. 13.2, б). Затем определяем положение векторов падения  $jXI$  и тока  $\dot{I}$ . Графический расчет дает значение тока  $I_1 = 366$  А, а коэффициент мощности  $\cos \varphi_1 \approx 1$ .

Во втором режиме возбуждения  $\cos \varphi_2 = 0,9$  (емк.). При неизменном моменте сопротивления активная мощность, потребляемая двигателем из сети, также постоянна:  $P = P_{\text{ном}} = 4000$  кВт. Поэтому сохраняется неизменной активной составляющей тока статора:

$$I_1 \cos \varphi_1 = I_2 \cos \varphi_2 = P_{\text{ном}} / (\sqrt{3} U_{\text{ном}}).$$

Следовательно, ток

$$I_2 = \frac{P_{\text{ном}}}{\sqrt{3} U_{\text{ном}} \cos \varphi_2} = \frac{4000}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 0,9} = 426 \text{ А}.$$

Построение векторной диаграммы для второго режима начинаем с векторов  $\dot{U}_{\text{ф. ном}}$  и  $\dot{I}_2$ . Затем проводим вектор  $jXI_2$  перпендикулярно вектору тока  $\dot{I}_2$  и графически определяем значение э. д. с.  $E_{20} = 6,33$  кВ. Угол  $\theta_2$  можно найти по векторной диаграмме из условия  $E_{10} \sin \theta_1 = E_{20} \sin \theta_2$  или аналитически, используя угловую характеристику двигателя;  $\theta_2 = 36^\circ$ . Угловая характеристика для второго режима, т. е. при большем значении тока возбуждения, изображена на рис. 13.2, а (кривая 2).

13.3. В цехе завода установлены асинхронные двигатели, средняя мощность и  $\cos \varphi$  которых указаны в табл. 13.3а.

Таблица 13.3а

| № п/п | Число двигателей | Средняя потребляемая мощность одного двигателя, кВт | $\cos \varphi$ |
|-------|------------------|---|----------------|
| 1     | 20               | 0,95  | 0,76           |
| 2     | 24               | 0,82  | 0,45           |
| 3     | 32               | 0,45  | 0,48           |
| 4     | 8                | 4,0   | 0,75           |
| 5     | 20               | 0,6   | 0,68           |
| 6     | 12               | 0,59  | 0,58           |
| 7     | 7                | 4,85  | 0,77           |

Проектируется установка еще одного электрического привода, для которого предполагается использовать синхронный двигатель со следующими номинальными данными: номинальная мощность  $P_{\text{ном}} = 160$  кВт, номинальное напряжение  $U_{\text{ном}} = 380$  В, номинальная частота вращения ротора  $n_{\text{ном}} = 1000$  об/мин, номинальный коэффициент мощности  $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,8$  (емк.). Определить коэффициент мощности и ток, потребляемый цехом до и после установки синхронного двигателя (двигатель будет нагружен в соответствии с номинальными данными).

Решение. Определяем активные и реактивные мощности асинхронных двигателей (табл. 13.3б).

Таблица 13.3б

| № п/п      | 1    | 2    | 3    | 4    | 5  | 6   | 7    | Суммарная мощность |
|------------|------|------|------|------|----|-----|------|--------------------|
| $P$ , кВт  | 19   | 19,7 | 14,4 | 32   | 12 | 7,1 | 19,4 | $P_1 = 124$ кВт    |
| $Q$ , квар | 16,2 | 38,8 | 26,0 | 28,4 | 13 | 10  | 16,1 | $Q_1 = 149$ квар   |

Мощности синхронного двигателя равны:  $P_{\text{ном}} = 160$  кВт,  $Q_{\text{ном}} = P_{\text{ном}} \operatorname{tg} \varphi = 160 \cdot 0,75 = 120$  квар.

Суммарная мощность всей нагрузки после установки синхронного двигателя  $P_2 = 124 + 160 = 284$  кВт,  $Q_2 = 149 - 120 = 29$  квар.

Коэффициент мощности нагрузки:

до установки синхронного двигателя

$$\cos \varphi_1 = \frac{124}{\sqrt{124^2 + 149^2}} = 0,66,$$

после установки синхронного двигателя

$$\cos \varphi_2 = \frac{284}{\sqrt{284^2 + 29^2}} = 0,995.$$

Ток нагрузки:

до установки синхронного двигателя

$$I_1 = \frac{S_1}{\sqrt{3} U_{\text{ном}}} = \frac{\sqrt{124^2 + 149^2}}{\sqrt{3} \cdot 380} = 294 \text{ А,}$$

после установки синхронного двигателя

$$I_2 = \frac{\sqrt{284^2 + 29^2}}{\sqrt{3} \cdot 380} = 432 \text{ А.}$$

Таким образом, при увеличении активной мощности нагрузки в  $284/124 = 2,3$  раза ток нагрузки увеличился лишь в 1,47 раза.

13.4. Для трехфазного синхронного двигателя построить семейство угловых характеристик, соответствующих трем значениям тока возбуждения:  $I_B = I_{B0}$ ,  $I_B = 1,3 I_{B0}$  и  $I_B = 1,6 I_{B0}$ . Отметить на них рабочие точки  $M = M_{\text{ном}}$ , затем по этим точкам провести U-образную характеристику двигателя и указать на ней точку предела статической устойчивости ( $\theta = 90^\circ$ ). Расчет выполнить графически путем построения векторных диаграмм. Номинальные данные двигателя: номинальная мощность  $P_{\text{ном}} = 2500$  кВт, номинальное напряжение  $U_{\text{ном}} = 6$  кВ, номинальный коэффициент мощности  $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,9$ , номинальная частота вращения ротора  $n_{\text{ном}} = 3000$  об/мин, синхронное сопротивление  $X = 9,5$  Ом.

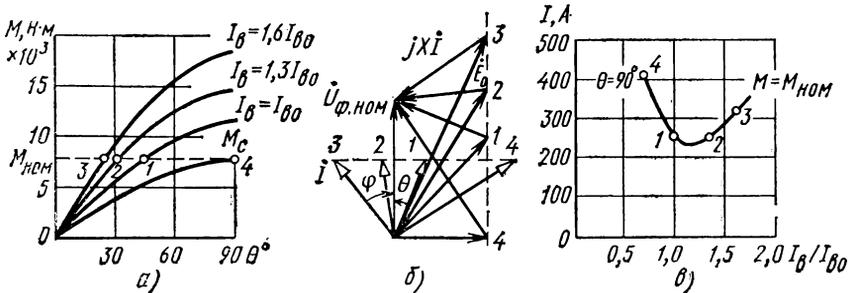


Рис. 13.4

Решение. Максимальный момент

$$M_{\text{max}} = \frac{3E_0 U_{\text{ф. ном}}}{\Omega X}.$$

Угловая скорость остается неизменной:

$$\Omega = 2\pi n/60 = 2\pi \cdot 3000/60 = 314 \text{ рад/с.}$$

При условии линейности характеристики намагничивания машины э. д. с.  $E_0$  пропорциональна току возбуждения: при  $I_B = I_{B0}$  э. д. с.  $E_0 = U_{\text{ф. ном}} = 3,46$  кВ, при  $I_B = 1,3 I_{B0}$  э. д. с.  $E_0 = 1,3 U_{\text{ф. ном}} = 4,5$  кВ, при  $I_B = 1,6 I_{B0}$  э. д. с.  $E_0 = 1,6 U_{\text{ф. ном}} = 5,54$  кВ.

По найденным  $\Omega$  и  $E_0$  подсчитываем соответствующие значения момента:  $M_{\text{max}} = 12 \cdot 10^3$ ;  $15,5 \cdot 10^3$ ;  $19,2 \cdot 10^3$  Н·м.

Угловые характеристики с этими значениями  $M_{\text{max}}$  построены на рис. 13.4, а. Номинальный момент двигателя определяем по номи-

нальной мощности:

$$M_{\text{ном}} = P_{\text{ном}} / \Omega = 2500 \cdot 10^3 / 314 = 8 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

При заданных режимах возбуждения ему соответствуют углы рассогласования  $\theta = 41,5; 31; 25$ , рассчитанные по формуле  $\sin \theta = M_{\text{ном}} / M_{\text{макс}}$ .

Для построения U-образной характеристики  $I(I_{\text{в}}/I_{\text{в0}})$  по найденным значениям  $E_0$  и  $\theta$  определяем ток статора, пользуясь векторными диаграммами рис. 13.4, б.

Результаты графического расчета сведены в табл. 13.4, по которой указаны точки 1, 2 и 3 на рис. 13.4, в.

Таблица 13.4

| $I_{\text{в}}/I_{\text{в0}}$ | 1   | 1,3 | 1,6 |
|------------------------------|-----|-----|-----|
| 1, А                         | 258 | 248 | 316 |

Предел статической устойчивости соответствует углу  $\theta = 90^\circ$ , когда

$$M_{\text{ном}} = M_{\text{макс}} = 3U_{\text{ф. ном}} E_0 / (\Omega X).$$

Отсюда

$$E_0 = \frac{M_{\text{ном}} \Omega X}{3U_{\text{ф. ном}}} = \frac{8 \cdot 10^3 \cdot 314 \cdot 9,5}{3 \cdot 3,46 \cdot 10^3} = 2,3 \cdot 10^3 \text{ В}.$$

Этой э. д. с. соответствует ток возбуждения

$$I_{\text{в}} = I_{\text{в0}} \frac{E_0}{U_{\text{ф. ном}}} = I_{\text{в0}} \frac{2,3}{3,46} = 0,665 I_{\text{в0}}.$$

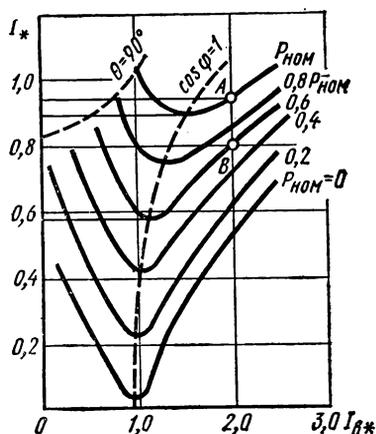


Рис. 13.5

По векторной диаграмме находим ток  $I = 430$  А и отмечаем точку 4 U-образной характеристики.

13.5. На рис. 13.5 изображены U-образные характеристики синхронного двигателя, построенные в относительных единицах:  $I_* = I/I_{\text{ном}}$  и  $I_{\text{в}*} = I_{\text{в}}/I_{\text{в0}}$ . С помощью этих характеристик определить коэффициент мощности двигателя при  $M = 0,6 M_{\text{ном}}$  и  $M = M_{\text{ном}}$ , когда ток возбуждения  $I_{\text{в}*} = 2$ .

Решение. Коэффициент мощности равен отношению активной составляющей тока к полному току статора:  $\cos \varphi = I_{\text{а}}/I = I_{\text{а}*}/I_*$ . Точка

минимума U-образной характеристики определяет активную составляющую тока, так как в этом режиме  $\cos \varphi = 1$  и  $I_* = I_{\text{а}*}$ .

При неизменной нагрузке на валу  $P = \sqrt{3} U_{\text{ном}} I_{\text{а}} = \text{const}$  и  $I_{\text{а}*} = \text{const}$  для любого режима возбуждения.

При  $P = P_{\text{ном}} = M_{\text{ном}} \Omega$  (точка А) ток  $I_{a*} = 0,91$ ,  $I_* = 0,95$ , следовательно,  $\cos \varphi = 0,91/0,95 = 0,96$ . При  $P = 0,6 P_{\text{ном}} = 0,6 M_{\text{ном}} \Omega$  (точка В) ток  $I_{a*} = 0,58$ ,  $I_* = 0,8$ ,  $\cos \varphi = 0,725$ .

13.6. Как изменится режим работы (угол  $\theta$ , частота вращения, ток статора) шестиполусного синхронного двигателя мощностью 2700 кВт, если напряжение питающей сети снизится на 25% по отношению к номинальному напряжению  $U_{\text{ном}} = 6$  кВ? Двигатель при номинальном возбуждении нагружен номинальным моментом сопротивления. Синхронное сопротивление двигателя  $X = 16$  Ом. Номинальный коэффициент мощности  $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,8$ , номинальный к. п. д.  $\eta_{\text{ном}} = 0,96$ .

Решение. 1. При номинальном напряжении  $U_{\text{ном}} = 6$  кВ: мощность энергии, потребляемой из сети,

$$P = P_{\text{ном}} / \eta_{\text{ном}} = 2700 / 0,96 = 2812 \text{ кВт};$$

ток двигателя

$$I_1 = \frac{P}{\sqrt{3} U_{\text{ном}} \cos \varphi_{\text{ном}}} = \frac{2812}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 0,8} = 338 \text{ А}.$$

Угол рассогласования  $\theta_1$ , найденный с помощью векторной диаграммы рис. 13.6, б, равен  $32,8^\circ$ , э. д. с.  $E_0 = 7,979$  кВ.

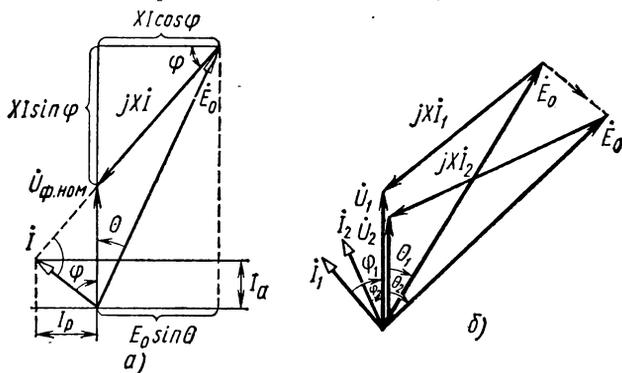


Рис. 13.6

Для определения  $\theta$  и  $E_0$  выполняем следующие вычисления. Зная  $I_1$ , находим:

$$I_a = I_1 \cos \varphi = 270,4 \text{ А},$$

$$I_p = I_1 \sin \varphi = 202,8 \text{ А},$$

$$XI_a = 4326,4 \text{ В},$$

$$XI_p = 3244,8 \text{ В},$$

$$E_0 \sin \theta = XI_a = 4326,4 \text{ В},$$

$$E_0 \cos \theta = XI_p + U_{\varphi, \text{ ном}} = 6704,8 \text{ В},$$

$$E_0 = \sqrt{(E_0 \sin \theta)^2 + (E_0 \cos \theta)^2} = 7979 \text{ В},$$

$$\sin \theta = XI_a / E_0 = 0,542, \quad \theta_1 = 32,8^\circ.$$

Оформляем эту последовательность вычислений в виде программы на программируемом микрокалькуляторе:

Нажимаем клавиши **В/О** **F** **ПРГ** и вводим программу.

| № шага | Нажимаемые клавиши    | Код операции | Комментарий                                   |
|--------|-----------------------|--------------|---|
| 00     | $\Pi \rightarrow X$ 2 | 62           | Вызов из памяти $\cos \varphi$                |
| 01     | $\nabla \uparrow$     | 0E           |   |
| 02     | $\Pi \rightarrow X$ 0 | 60           | Вызов из памяти $I$                           |
| 03     | X                     | 12           | Умножение $I \cos \varphi$                    |
| 04     | $\Pi \rightarrow X$ 3 | 63           | Вызов из памяти $X$                           |
| 05     | X                     | 12           | $X I \cos \varphi$                            |
| 06     | $X \rightarrow \Pi$ 4 | 44           | Хранение в памяти $X I_a = X I \cos \varphi$  |
| 07     | $\Pi \rightarrow X$ 2 | 62           | Вызов из памяти $\cos \varphi$                |
| 08     | F $\cos^{-1}$         | 1            | $\arccos \varphi = \varphi$                   |
| 09     | F sin                 | 11           | $\sin \varphi$                                |
| 10     | $\Pi \rightarrow X$ 0 | 60           | Вызов из памяти $I$                           |
| 11     | X                     | 12           | $I \sin \varphi$                              |
| 12     | $\Pi \rightarrow X$ 3 | 63           | Вызов из памяти $X$                           |
| 13     | X                     | 12           | $X I \sin \varphi = I_p X$                    |
| 14     | $X \rightarrow \Pi$ 5 | 45           | Хранение в памяти $X I_p$                     |
| 15     | $\Pi \rightarrow X$ 1 | 61           | Вызов из памяти $U_{\text{ф.ном}}$            |
| 16     | +                     | 10           | $X I_p + U_{\text{ф.ном}} = E_0 \cos \varphi$ |
| 17     | F $X^2$               | 22           | $(E_0 \cos \varphi)^2$                        |
| 18     | $X \rightarrow \Pi$ 6 | 46           | Хранение в памяти $(E_0 \cos \varphi)^2$      |
| 19     | $\Pi \rightarrow X$ 4 | 64           | Вызов из памяти $X I_a$                       |
| 20     | F $X^2$               | 22           | $(X I_a)^2$                                   |
| 21     | $\Pi \rightarrow X$ 6 | 66           | Вызов из памяти $(E_0 \cos \varphi)^2$        |
| 22     | +                     | 10           | $(E_0 \cos \varphi)^2 + (X I_a)^2$            |
| 23     | F $\sqrt{\quad}$      | 21           | $E_0$   |
| 24     | СП                    | 50           | Останов. Индикация $E_0$                      |
| 25     | $\Pi \rightarrow X$ 4 | 64           | Вызов из памяти $X I_a$                       |
| 26     | $\div$                | 13           | $E_0 / X I_a$                                 |

|    |  |    |                               |
|----|--|----|-------------------------------|
| 27 | <input type="button" value="F"/> <input type="button" value="1/X"/>                          | 23 | $XI_a/E_0 = \sin \theta$      |
| 28 | <input type="button" value="F"/> <input type="button" value="sin&lt;sup&gt;-1&lt;/sup&gt;"/> | 19 | $\arcsin \theta = \theta$     |
| 29 | <input type="button" value="↶"/> <input type="button" value="C/Π"/>                          | 50 | Останов. Индикация $\theta$ . |

С помощью этой программы рассчитываем  $E_0$  и  $\theta_1$ . Включаем микрокалькулятор.

Нажимаем клавиши    и вводим программу.

Нажимаем клавиши   и вводим исходные данные:

,   ,   ,

В данном случае  $I_1=338$  А,  $U_{\phi.\text{ном}}=3460$  В,  $\cos \varphi_{\text{ном}}=0,8$ ,  $X=16$  Ом.

Нажимаем клавиши   Первое число на индикаторе покажет значение  $E_0=7979$  В.

Нажимаем клавишу  Второе число на индикаторе покажет значение  $\theta_1=32,8^\circ$ .

2. При напряжении  $U = 4,5$  кВ или  $U_{\phi} = 2,6$  кВ частота вращения  $n = 1\,000$  об/мин не изменится. Сохранится прежней и э. д. с.  $E_0$ , так как она определяется только током возбуждения, который не изменился.

Смотрим, как изменяется угол  $\theta$ , ток  $I$  и угол  $\varphi$  при неизменной мощности нагрузки  $P = 2812$  кВт.

Выполняем следующие вычисления (рис. 13.6, а, б):

$$\sin \theta_2 = \frac{PX}{3U_{\phi}E_0} = \dots,$$

$$\theta_2 = \arcsin \frac{PX}{3U_{\phi}E_0} = \dots,$$

$$E_0 \sin \theta_2 = XI_a, \text{ т. е. } I_a = \frac{E_0 \sin \theta_2}{X} = \dots,$$

$$E_0 \cos \theta_2 - U_{\phi.\text{ном}} = XI_p, \text{ т. е. } I_p = \frac{E_0 \cos \theta_2 - U_{\phi.\text{ном}}}{X} = \dots,$$

$$\varphi_2 = \arctg (I_p/I_a) = \dots,$$

$$I_2 = I_a/\cos \varphi_2 = \dots$$

Оформляем эту последовательность вычислений в виде программы на программируемом микрокалькуляторе:

Нажимаем клавиши  $\boxed{В/О}$   $\boxed{F}$   $\boxed{ПРГ}$  и вводим программу.

| № шага | Нажимаемые клавиши                    | Код операций | Комментарии                               |
|--------|---------------------------------------|--------------|---|
| 00     | $\boxed{П \rightarrow X}$ $\boxed{0}$ | 60           | Вызов из памяти $P$                       |
| 01     | $\boxed{В \uparrow}$                  | 0E           |   |
| 02     | $\boxed{П \rightarrow X}$ $\boxed{B}$ | 63           | Вызов из памяти $X$                       |
| 03     | $\boxed{X}$                           | 12           | $PX$                                      |
| 04     | $\boxed{3}$                           | 03           |   |
| 05     | $\boxed{\div}$                        | 13           | $PX/3$                                    |
| 06     | $\boxed{П \rightarrow X}$ $\boxed{1}$ | 61           | Вызов из памяти $U_{\phi}$                |
| 07     | $\boxed{\div}$                        | -13          | $PX/3U_{\phi}$                            |
| 08     | $\boxed{П \rightarrow X}$ $\boxed{7}$ | 67           | Вызов из памяти $E_0$                     |
| 09     | $\boxed{\div}$                        | 13           | $\frac{PX}{3U_{\phi}E_0} = \sin \theta_2$ |
| 10     | $\boxed{X \rightarrow П}$ $\boxed{8}$ | 48           | $\sin \theta_2$ в память $\boxed{8}$      |
| 11     | $\boxed{F}$ $\boxed{\sin^{-1}}$       | 19           | $\theta_2$                                |
| 12     | $\boxed{C П}$                         | 50           | Останов. Индикация $\theta_2$             |
| 13     | $\boxed{X \rightarrow П}$ $\boxed{9}$ | 49           | $\theta_2$ в память $\boxed{9}$           |
| 14     | $\boxed{F}$ $\boxed{\cos}$            | 1Г           | $\cos \theta_2$                           |
| 15     | $\boxed{X \rightarrow П}$ $\boxed{a}$ | 4-           | $\cos \theta_2$ в память $\boxed{a}$      |
| 16     | $\boxed{П \rightarrow X}$ $\boxed{7}$ | 67           | Вызов из памяти $E_0$                     |
| 17     | $\boxed{X}$                           | 12           | $E_0 \cos \theta_2$                       |
| 18     | $\boxed{П \rightarrow X}$ $\boxed{1}$ | 61           | Вызов из памяти $U_{\phi}$                |
| 19     | $\boxed{-}$                           | 11           | $E_0 \cos \theta_2 - U_{\phi} = XI_p$     |
| 20     | $\boxed{П \rightarrow X}$ $\boxed{3}$ | 63           | Вызов из памяти $X$                       |
| 21     | $\boxed{\div}$                        | 13           | $I_p$                                     |
| 22     | $\boxed{X \rightarrow П}$ $\boxed{9}$ | 49           | Запись $I_p$ в память $\boxed{9}$         |
| 23     | $\boxed{П \rightarrow X}$ $\boxed{7}$ | 67           | Вызов из памяти $E_0$                     |
| 24     | $\boxed{В \uparrow}$                  | 0E           |   |
| 25     | $\boxed{П \rightarrow X}$ $\boxed{8}$ | 68           | Вызов из памяти $\sin \theta_2$           |
| 26     | $\boxed{X}$                           | 12           | $E_0 \sin \theta_2$                       |

|    |   |    |                              |
|----|---|----|------------------------------|
| 27 | $\boxed{X \rightarrow X}$ $\boxed{3}$   | 63 | Вызов из памяти X            |
| 28 | $\boxed{\div}$                          | 13 | $I_a$                        |
| 29 | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{9}$ | 69 | Вызов из памяти $I_p$        |
| 30 | $\boxed{\div}$                          | 13 | $I_a/I_p$                    |
| 31 | $\boxed{F}$ $\boxed{1/X}$               | 23 | $I_p/M_a$                    |
| 32 | $\boxed{F}$ $\boxed{\lg^{-1}}$          | 1L | $\varphi$                    |
| 33 | $\boxed{C/\Pi}$                         | 50 | Останов. Индикация $\varphi$ |
| 34 | $\boxed{F}$ $\boxed{\sin}$              | 1L | $\sin \varphi$               |
| 35 | $\boxed{\Pi \rightarrow X}$ $\boxed{9}$ | 69 | $I_p$                        |
| 36 | $\boxed{\div}$                          | 13 | $\sin \varphi / I_p$         |
| 37 | $\boxed{F}$ $\boxed{1/X}$               | 23 | $I$                          |
| 38 | $\boxed{C/\Pi}$                         | 50 | Останов. Индикация I         |

Нажимаем клавиши  $\boxed{F}$   $\boxed{ABT}$  и вводим исходные данные:

$\boxed{P}$   $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{0}$   $\boxed{U_{\phi}}$   $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{1}$   $\boxed{X}$   $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{3}$   $\boxed{E_0}$   $\boxed{X \rightarrow \Pi}$   $\boxed{7}$ .

В данном случае  $P=2812000$  Вт,  $E_0=7980$  В,  $U_{\phi}=2600$  В,  $X=16$  Ом.

Нажимаем клавиши  $\boxed{B/O}$   $\boxed{C/\Pi}$ . Первое число на индикаторе показывает значение угла  $\theta_2$ .

Нажимаем клавишу  $\boxed{C/\Pi}$  и прочитываем значение угла  $\varphi_2$ , вновь нажимаем клавишу  $\boxed{C/\Pi}$  и получаем значение тока  $I_2$ .

Вы должны получить значения  $\theta_2 = 46^\circ$ ,  $\varphi_2 = 26,8^\circ$ ,  $I_2 = 404$  А. Итак, при снижении напряжения угол  $\theta$  и ток статора возрастают (рис. 13.6, б).

### ТРЕХФАЗНЫЕ СИНХРОННЫЕ ГЕНЕРАТОРЫ

**13.7.** Найти ток, коэффициент мощности, активную и реактивную мощности турбогенератора при токе возбуждения  $I_B = 500$  А, когда момент на валу  $M = 150\,000$  Н·м. При расчете использовать векторную диаграмму. Паспортные данные генератора:  $P_{\text{ном}} = 100\,000$  кВт,  $U_{\text{ном}} = 15,75$  кВ,  $X = 3,1$  Ом,  $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,9$ ; в режиме холостого хода при  $E_0 = U_{\phi, \text{ном}}$  ток возбуждения  $I_{B0} = 294$  А,  $n_{\text{ном}} = 3\,000$  об/мин.

Решение. Фазную э. д. с.  $E_0$  в заданном режиме определяем из условия пропорциональной зависимости ее от тока возбуждения:

$$E_0 / U_{\phi, \text{ном}} = I_B / I_{B0},$$

откуда

$$E_0 = \frac{U_{\text{ном}}}{\sqrt{3}} \frac{I_B}{I_{B0}} = \frac{15,75}{\sqrt{3}} \frac{500}{294} = 15,46 \text{ кВ.}$$

Угол рассогласования  $\theta$  определяем из уравнения угловой характеристики:

$$\sin \theta = \frac{M \Omega X}{3 U_{\phi, \text{ном}} E_0} = \frac{150 \cdot 10^3 \cdot 314 \cdot 3,1}{3 \cdot 9,1 \cdot 10^3 \cdot 15,46 \cdot 10^3} = 0,347, \quad \theta = 20,3^\circ.$$

Зная значения  $E_0$ ,  $U_{\phi, \text{ном}}$  и  $\theta$ , можно построить в масштабе векторную диаграмму генератора (рис. 13.7) и определить по ней падение напряжения  $XI = 7,5$  кВ и ток статора  $I = XI/X = 7,5/3,1 = 2,42$  кА.

По мощности находим активную составляющую тока и коэффициент мощности:

$$P = \Omega M = 314 \cdot 150 \cdot 10^3 = 47,2 \text{ мВт},$$

$$I_a = \frac{P}{3 U_{\phi, \text{ном}}} = \frac{47,2 \cdot 10^6}{3 \cdot 9,1 \cdot 10^3} = 1,73 \text{ кА},$$

$$\cos \varphi = I_a / I = 1,73 \cdot 10^3 / (2,42 \cdot 10^3) = 0,715.$$

Реактивная мощность

$$Q = 3 U_{\phi, \text{ном}} I \sin \varphi = 3 \cdot 9,1 \cdot 2,42 \cdot 0,7 = 46,2 \text{ Мвар}.$$

Рис. 13.7

**13.8.** Найти максимальную активную мощность трехфазного турбогенератора, соответствующую пределу статической устойчивости. Номинальное напряжение генератора 400 В, номинальная мощность 500 кВт; ток возбуждения генератора установлен таким, что э.д.с.  $E_0 = 1,2 U_{\phi, \text{ном}}$ . Синхронное сопротивление машины  $X = 0,38$  Ом, синхронная скорость 3000 об/мин. Может ли машина при таком возбуждении отдавать в сеть номинальную активную мощность?

*Ответ:* предел статической устойчивости  $P_m = 505,3$  кВт. При заданном возбуждении машину нельзя нагружать до номинальной мощности  $P_{\text{ном}} = 500$  кВт, так как угол рассогласования  $\theta$  будет равен  $90^\circ$  и устойчивая параллельная работа генератора с сетью окажется невозможной.

**13.9.** Как нужно изменять вращающий момент и ток возбуждения синхронного генератора, чтобы при увеличении активной мощности генератора его коэффициент мощности был неизменным? Построить годографы векторов э.д.с.  $E_0$  и тока  $I$  при  $\cos \varphi = 0,8$ .

*Ответ:* на рис. 13.9 построены векторные диаграммы генератора для нескольких режимов и показаны годографы векторов  $E_0$  и  $I$ . Увеличение вращающего момента турбины сопровождается ростом угла рассогласования  $\theta$ . Для сохранения неизменным коэффициента мощности ( $\cos \varphi$ ) синхронного генератора необходимо одновременно увеличивать э.д.с.  $E_0$ , т. е. ток возбуждения ротора.

**13.10.** Как изменится режим работы гидрогенератора, если упа-

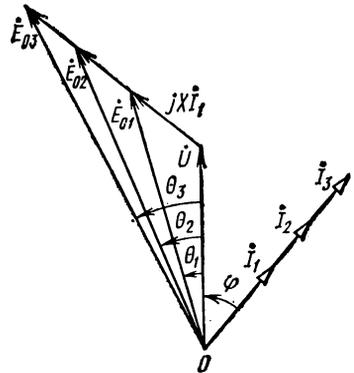
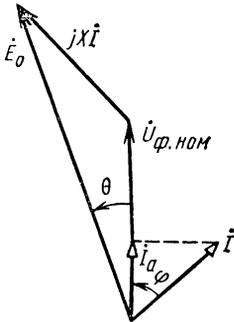


Рис. 13.9

дет давление в напорном трубопроводе, вследствие чего уменьшится вращающий момент этого генератора. Изменение режима указать на U-образных и угловой характеристиках. Построить соответствующие векторные диаграммы.

*Ответ:* при уменьшении момента первичного двигателя от  $M_1$  до  $M_2$  ротор генератора начнет тормозиться, так как противодействующий электромагнитный момент станет больше вращающего. Угол рассогласования  $\theta$  станет уменьшаться:  $\theta_2 < \theta_1$ . Соответственно начнет уменьшаться электромагнитный момент  $M = \frac{3E_0 U_{\phi, \text{ном}}}{X\Omega} \sin \theta$ , так как ток возбуждения  $I_v$  и э.д.с.  $E_0$  остаются неизменными.

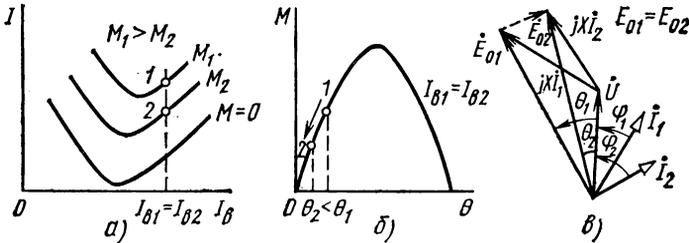


Рис. 13.10

Переход из первого режима (точка 1) во второй (точка 2) на U-образных и угловой характеристиках (рис. 13.10, а, б) показан стрелкой, а на векторной диаграмме рис. 13.10, в — поворотом вектора  $\dot{E}_0$  на угол  $\theta_1 - \theta_2$ . Из диаграммы видно, что  $X I_2 < X I_1$ ; следовательно,  $I_2 < I_1$ . Одновременно уменьшаются активная составляющая тока статора ( $\varphi_2 > \varphi_1$ ,  $I_{2a} < I_{1a}$ ,  $\cos \varphi_2 < \cos \varphi_1$ ) и активная мощность генератора.

**13.11.** Что произойдет с нагруженным генератором при внезапном отключении его от электроэнергетической системы?

*Ответ:* при отключении генератора от системы исчезнет магнитное поле статорной обмотки и вместе с ним противодействующий электромагнитный момент. Под действием момента турбины ротор начнет ускоряться. Когда скорость ротора достигнет значения, определяемого уставкой регулятора турбины, исполнительный орган регулирующей системы прекратит доступ пара или воды к турбине. Вращающий момент турбины станет равен нулю, и скорость ротора будет постепенно снижаться.

**13.12.** Трехфазный генератор, развивающий активную мощность  $P = 35 \cdot 10^3$  кВт, подключен к шинам станции с напряжением  $U_{\text{ном}} = 10,5$  кВ. Синхронное сопротивление машины  $X = 3,2$  Ом, синхронная частота вращения ротора 3000 об/мин. Изменением тока возбуждения коэффициент мощности установлен сначала равным единице, а затем 0,7 при индуктивном характере тока статора. Построить угловые характеристики и отметить на них точки, соответствующие заданным режимам. Построить векторные диаграммы генератора. Определить реактивную мощность, отдаваемую машиной в сеть.

Решение. *Первый режим.* При  $\cos \varphi = 1$  векторы  $\dot{U}_{\text{ф. ном}}$  и  $jXI$  будут взаимно перпендикулярными, поэтому

$$I = \frac{P}{\sqrt{3}U_{\text{ном}} \cos \varphi} = \frac{35}{\sqrt{3} \cdot 10,5 \cdot 1} = 1,92 \text{ кА},$$

$$E_0 = \sqrt{U_{\text{ф. ном}}^2 + (XI)^2} = \sqrt{6,06^2 + (3,2 \cdot 1,92)^2} = 8,63 \text{ кВ},$$

$$\sin \theta = XI/E_0 = 3,2 \cdot 1,92/8,63 = 0,711, \quad \theta = 45^\circ.$$

Векторная диаграмма построена на рис. 13.12, а.

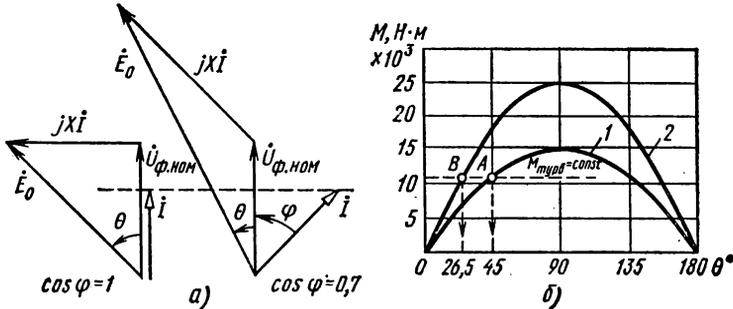


Рис. 13.12

Максимальный электромагнитный момент

$$M_{\text{max}} = \frac{3E_0 U_{\text{ф. ном}}}{X\Omega} = \frac{3 \cdot 8,63 \cdot 10^3 \cdot 6,06 \cdot 10^3}{3,2 \cdot 314} = 156 \cdot 10^3 \text{ Н·м}.$$

По известной амплитуде строим угловую характеристику  $M(\theta) = M_{\text{max}} \sin \theta$  (кривая 1 на рис. 13.12, б) и отмечаем точку А для которой  $\theta = 45^\circ$ .

Реактивная мощность при заданном  $\cos \varphi = 1$  равна ( $Q = 0$ ).

*Второй режим.* При  $\cos \varphi = 0,7$  (инд.) угол  $\varphi = 45^\circ$  и ток

$$I = \frac{35}{\sqrt{3} \cdot 10,5 \cdot 0,7} = 2,74 \text{ кА}.$$

Построение векторной диаграммы рис. 13.12, а начинаем с векторов напряжения  $\dot{U}_{\text{ф. ном}}$  и тока  $I$ . Затем к вектору  $\dot{U}_{\text{ф. ном}}$  пристраиваем вектор падения напряжения  $jXI$  и находим значение э.д.с.  $E_0 = 13,8 \text{ кВ}$ .

Угловую характеристику 2 для второго режима (рис. 13.12, б) строим по максимальному значению момента:

$$M_{\text{max}} = \frac{3E_0 U_{\text{ф. ном}}}{X\Omega} = \frac{3 \cdot 13,8 \cdot 10^3 \cdot 6,06 \cdot 10^3}{3,2 \cdot 314} = 250 \cdot 10^3 \text{ Н·м}.$$

Для определения рабочей точки (точка В) и угла  $\theta$  воспользуемся соотношением

$$\sin \theta = \frac{M}{M_{\text{max}}} = \frac{P}{\Omega M_{\text{max}}} = \frac{35 \cdot 10^6}{314 \cdot 250 \cdot 10^3} = 0,445, \quad \theta = 26,5^\circ.$$

Реактивная мощность

$$Q = 3U_{\text{ф. ном}} I \sin \varphi = 3 \cdot 6,06 \cdot 2,74 \cdot 0,71 = 35,6 \text{ Мвар}.$$

**ПРИНЦИПЫ ВЫБОРА ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ,  
АППАРАТУРА УПРАВЛЕНИЯ И ЗАЩИТЫ  
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ**

14.1. Для привода вентилятора, работающего в продолжительном режиме с постоянной нагрузкой, установлен асинхронный электродвигатель основного исполнения типа 4А80В4УЗ, имеющий следующие номинальные данные:  $P_{ном} = 1,50$  кВт,  $n_{ном} = 1415$  об/мин. Механическая характеристика двигателя и кривая зависимости момента на валу вентилятора от частоты вращения показаны на рис. 14.1. Определить частоту вращения и мощность двигателя.

Решение. Частоту вращения ротора электродвигателя определяем графически путем нахождения точки пересечения механических характеристик двигателя и вентилятора (точка *a* на рис. 14.1). По координатам точки находим, что частота вращения ротора  $n_2 = 1440$  об/мин, а вращающий момент двигателя  $M = 9,4$  Н·м. При этом двигатель развивает на валу мощность  $P_2 = 0,105 M n_2 = 0,105 \times 9,4 \cdot 1440 \cdot 10^{-3} = 1,42$  кВт. Эта мощность несколько меньше номинальной, однако ближайший по мощности двигатель имеет номинальную мощность  $P_{ном} = 1,10$  кВт (см.: электротехнический справочник, т. 2.—М.: Энергоиздат, 1986).

14.2. В решении задачи 14.1 найдена частота вращения, с которой электродвигатель вращает вентилятор в установившемся режиме. Определить время, необходимое для разгона электропривода, если известно, что момент инерции ротора  $J_p = 0,0105$  кг·м<sup>2</sup>, а момент инерции вентилятора  $J_v = 0,7J_p$ .

Решение. С помощью механических характеристик электродвигателя  $n_2 (M_{дв})$  и вентилятора  $n_2 (M_c)$ , приведенных на рис. 14.1, можно найти значение динамического момента  $M_{дин} = M_{дв} - M_c$ , за счет которого происходит разгон электропривода от частоты вращения  $n_{нач} = 0$  до  $n_{уст} = 1440$  об/мин. Среднее значение  $M_{дин}$  равно 17 Н·м. Для определения времени разгона воспользуемся решением уравнения движения электропривода:

$$t_p = \frac{J}{9,55} \frac{n_{уст} - n_{нач}}{M_{дин} - M_c},$$

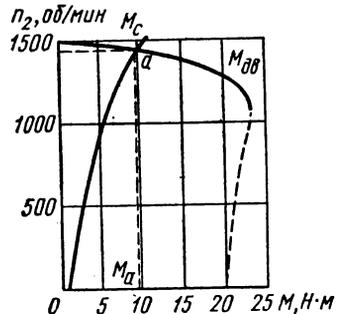


Рис. 14.1

где  $t_p$  — время разгона;  $J = J_p + J_v$  — суммарный момент инерции двигателя и вентилятора;  $n_2, n_{нач}$  — установившаяся и начальная частоты вращения электропривода;  $M_{дв}, M_c$  — момент, развиваемый двигателем, и момент статической нагрузки.

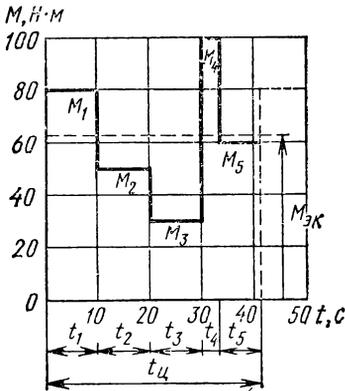


Рис. 14.3

В данном случае

$$t_p = \frac{0,0105 + 0,0105 \cdot 0,7}{9,55} \frac{1440 - 0}{17} = 0,158 \text{ с.}$$

14.3. Определить мощность, необходимую для привода механизма, выбрать электродвигатель по каталогу и произвести его проверку на перегрузочную способность.

Нагрузочная диаграмма механизма, момент которого приведен к валу двигателя, изображена на рис. 14.3. Частота вращения вала  $n_2 = 2860$  об/мин. Двигатель должен быть установлен в

помещении с запыленностью не более  $2 \text{ мг/м}^3$ .

Решение. При определении мощности электродвигателя для длительной работы с переменной нагрузкой можно воспользоваться методом эквивалентного момента

$$M_{эк} = \sqrt{\frac{M_1^2 t_1 + M_2^2 t_2 + M_3^2 t_3 + M_4^2 t_4 + M_5^2 t_5}{t_{ц}}},$$

где  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5$  — моменты нагрузки двигателя соответствующих участков нагрузочной диаграммы;  $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5$  — время работы с заданными моментами;  $t_{ц} = \sum t$  — время цикла.

Значения  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5$  и  $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5$  определены из рис. 14.3. В данном случае

$$M_{эк} = \sqrt{\frac{80^2 \cdot 10 + 50^2 \cdot 10 + 30^2 \cdot 10 + 100^2 \cdot 3 + 60^2 \cdot 8}{10 + 10 + 10 + 3 + 8}} = 61,9 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

$$\text{Расчетная мощность двигателя } P = \frac{M_{эк} n_2}{9,55} = \frac{61,9 \cdot 2860 \cdot 10^{-3}}{9,55} = 18,57 \text{ кВт.}$$

Выбираем электродвигатель защищенного исполнения типа 4А180S2У3 с техническими данными  $P_{ном} = 22,0$  кВт,  $n_{ном} = 2940$  об/мин. Отношение максимального момента к номинальному  $M_{max}/M_{ном} = 2,5$ .

Номинальный момент двигателя, предназначенного для установки в качестве приводного,

$$M_{ном} = \frac{9,55 P_{ном}}{n_{ном}} = \frac{9,55 \cdot 22 \cdot 10^3}{2940} = 70,4 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Максимальный момент

$$M_{max} = 2,5 M_{ном} = 2,5 \cdot 70,4 = 176 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

При проверке по перегрузочной способности должно удовлетворяться условие

$$M_{\text{наиб}} < kM_{\text{max}},$$

где  $M_{\text{наиб}}$  — наибольший момент на одном из участков графика изменения момента;  $k = 0,85$  — коэффициент, учитывающий возможное снижение напряжения;  $M_{\text{max}}$  — максимальный момент двигателя.

Согласно рис. 14.3,  $M_{\text{наиб}} = M_4 = 100 \text{ Н} \cdot \text{м}$ , а  $0,85 M_{\text{max}} = 149,6 \text{ Н} \cdot \text{м}$ , т. е. заданные условия выполняются.

**14.4.** Электропривод с асинхронным двигателем типа 4А180S2УЗ пускается с моментом нагрузки  $M_c$ , равным  $0,4 M_{\text{ном}}$ . При этом он разгоняется до частоты вращения  $n_2 = 2940 \text{ об/мин}$ . Определить время разгона, если дополнительно к данным задачи 14.3 пусковой момент электродвигателя  $M_n = 1,4 M_{\text{ном}}$ , а суммарный момент инерции электропривода, приведенный к валу двигателя,  $J = 0,125 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

**Решение.** С известными допущениями можно принять, что в режиме пуска среднее значение динамического момента асинхронного электродвигателя

$$M_{\text{ср}} = (M_{\text{max}} + M_n)/2,$$

где  $M_{\text{max}}$  — максимальный момент.

В данном случае

$$M_{\text{ср}} = \frac{176,0 + 1,4 \cdot 70,4}{2} = 137,2 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Тогда время разгона

$$t_p = \frac{J}{9,55} \frac{n_2}{M_{\text{ср}} - 0,4 M_{\text{ном}}} = \frac{0,125}{9,55} \frac{2940}{137,2 - 0,4 \cdot 70,4} = 0,34 \text{ с}.$$

**14.5.** Выбрать трехфазный асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором основного исполнения для привода станка, работающего в режиме, заданном нагрузочной диаграммой рис. 14.5. Частота вращения вала двигателя должна быть близкой к  $n_2 = 1000 \text{ об/мин}$ , напряжение сети  $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$  при частоте  $f = 50 \text{ Гц}$ .

**Указание.** Среднеквадратичное значение мощности электродвигателя определяется по формуле

$$P = \sqrt{\frac{P_1^2 t_1 + P_2^2 t_2 + P_3^2 t_3}{t_1 + t_2 + t_3 + t_0}}.$$

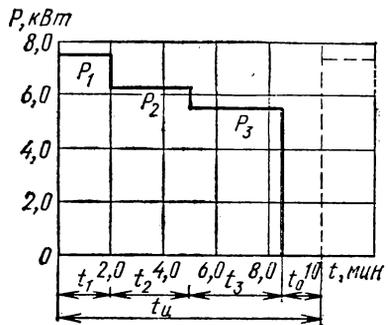


Рис. 14.5

**Ответ:**  $P_n = 7 \text{ кВт}$ ; электродвигатель типа 4А132М6УЗ ( $P_{\text{ном}} = 7,50 \text{ кВт}$ ,  $n_2 = 970 \text{ об/мин}$ ).

**14.6.** Определить мощность и выбрать по каталогу трехфазный асинхронный электродвигатель для привода механизма с цикловым графиком нагрузки, приведенным на рис. 14.6. Частота вращения

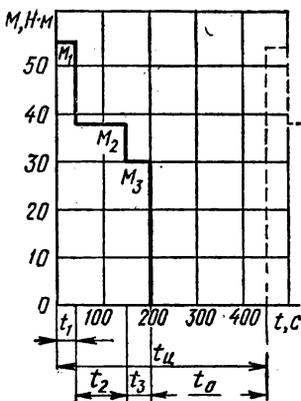


Рис. 14.6

ротора электродвигателя  $n_2 = 940$  об/мин, а ее изменения, связанные с колебаниями момента нагрузки, считать незначительными.

Решение. Как видно из графика нагрузки, двигатель работает в повторно-кратковременном режиме с

$$ПВ = \frac{\Sigma t_p}{\Sigma t_p + \Sigma t_0} = \frac{\Sigma t_p}{t_{ц}}$$

Для определения мощности электродвигателя воспользуемся методом эквивалентного момента

$$M_{эк} = \sqrt{\frac{M_1^2 t_1 + M_2^2 t_2 + M_3^2 t_3}{t_1 + t_2 + t_3 + \alpha t_0}}$$

Здесь  $M_1, M_2, M_3, t_1, t_2, t_3$  — моменты и время соответствующего участка графика нагрузки;  $t_0$  — время паузы между рабочими периодами;  $\alpha = 0,5$  — коэффициент, учитывающий ухудшение теплоотдачи двигателя во время паузы.

Для рассматриваемого случая

$$ПВ = \frac{40 + 110 + 50}{40 + 110 + 50 + 250} = \frac{200}{450} = 0,44, \text{ ПВ } \% = 40 \%,$$

$$M_{эк} = \sqrt{\frac{55^2 \cdot 40 + 38^2 \cdot 110 + 30^2 \cdot 50}{40 + 110 + 50 + 0,5 \cdot 250}} = 31,6 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Эквивалентная мощность

$$P_{эк} = M \frac{n}{9,55} \cdot 10^{-3} = 3,0 \text{ кВт}.$$

По каталогу для нормированной продолжительности включения  $ПВ = 40\%$  выбираем двигатель типа МТКН111-6, предназначенный для повторно-кратковременного режима со следующими техническими данными:  $P_{ном} = 3,0$  кВт,  $n_{ном} = 910$  об/мин.

14.7. Крановый асинхронный электродвигатель типа МТКФ411-8 работает по графику с эквивалентной мощностью  $P_{эк} = 14,5$  кВт при повторно-кратковременном режиме с нормированной продолжительностью  $ПВ_n = 40\%$ . Можно ли использовать электродвигатель для работы по другим графикам нагрузки с той же эквивалентной мощностью, но с  $ПВ = 60$  и  $35\%$ ?

Решение. Пересчет мощности двигателя можно произвести на основании равенства

$$\sqrt{P_{ном}^2 ПВ_n} = \sqrt{P_{эк}^2 ПВ_{зад}} \text{ или } P_{ном} = P_{эк} \sqrt{\frac{ПВ_{зад}}{ПВ_n}},$$

где  $P_{ном}$  — номинальная мощность двигателя при нормированной продолжительности включения  $ПВ_n$ ;  $P_{эк}$  — эквивалентная мощность двигателя, определяемая графиком нагрузки при заданной продолжительности включения  $ПВ_{зад}$ .

По данным каталога для электродвигателя типа МТКФ411-8 номинальная мощность  $P_{\text{ном}} = 15$  кВт при  $\text{ПВ}_n = 40\%$ . Следовательно, рассматриваемый двигатель может работать с той же эквивалентной мощностью и  $\text{ПВ}_1 = 35\%$ .

При  $\text{ПВ}_2 = 60\%$   $P = P_{\text{эк}} \sqrt{60/40} = 14,5 \sqrt{1,5} = 17,7$  кВт.

В этом случае  $P > P_{\text{ном}}$ , т. е. двигатель не может работать не перегреваясь.

**14.8.** Для асинхронного электродвигателя задачи 14.7 определить эквивалентную мощность  $P_{\text{эк}}$ , при которой он может работать не перегреваясь с  $\text{ПВ} = 60\%$ .

*Ответ:*  $P_{\text{эк}} = 11,23$  кВт.

**14.9.** Трехфазный асинхронный электродвигатель типа 4АН160М4УЗ ( $P_{\text{ном}} = 22,0$  кВт,  $n_{\text{ном}} = 1470$  об/мин,  $M_{\text{max}}/M_{\text{ном}} = 2,1$ , постоянная времени нагрева  $T_n = 50$  мин), предназначенный для продолжительного режима работы, предполагается использовать для кратковременных режимов работы. Какое время сможет работать двигатель не перегреваясь, при максимально допустимой перегрузке его по моменту? При расчетах потерями пренебречь.

**Решение.** Коэффициент механической перегрузки  $p_m = M_k/M_{\text{ном}}$ , где  $M_k$  — допустимый по условиям нагрева момент при кратковременной нагрузке;  $M_{\text{ном}}$  — номинальный момент. Максимальная допустимая перегрузка асинхронного двигателя по моменту составляет  $0,85M_{\text{max}}$ . Тогда коэффициент механической перегрузки

$$r_m = 0,85 \cdot 2,1 \cdot M_{\text{ном}}/M_{\text{ном}} = 1,78.$$

Для того чтобы найти время  $t_n$  работы под нагрузкой, которое сможет проработать двигатель, не перегреваясь выше допустимого значения, необходимо определить коэффициент термической перегрузки  $p_T$ .

Исходя из того что за время  $t_n$  превышение температуры двигателя  $\tau'_{\text{уст}}$  не должно превышать температуру  $\tau_{\text{уст}}$  в продолжительном режиме работы с номинальным моментом, коэффициент термической перегрузки можно определить по формуле

$$p_T = \frac{\tau'_{\text{уст}}}{\tau_{\text{уст}}} = \frac{1}{1 - e^{-t_n/T_n}},$$

а время

$$t_n = T_n \ln \frac{p_T}{p_T - 1}.$$

Коэффициенты термической и механической перегрузок связаны соотношением  $p_m = \sqrt{p_T}$  или  $p_T = p_m^2$ . В данном случае  $p_T = 1,78^2 = 3,16$ . Тогда время

$$t_n = T_n \ln \frac{p_T}{p_T - 1} = 50 \ln \frac{3,16}{3,16 - 1} = 17,5 \text{ с.}$$

**14.10.** За какое время температура электродвигателя типа 4АН160М4УЗ достигнет допустимого установившегося значения, если момент при кратковременной нагрузке составит  $M_k = 1,2 M_{\text{исм}}$ ?

*Ответ:*  $t = 69,2$  мин.

14.11. Электродвигатель постоянного тока параллельного возбуждения типа 2ПБ200L имеет следующие номинальные данные:  $U_{\text{ном}} = 200 \text{ В}$ ,  $P_{\text{ном}} = 15 \text{ кВт}$ ,  $I_{\text{я. ном}} = 15 \cdot 10^3 / 220 = 68,2 \text{ А}$ . Сопротивление обмоток якоря и добавочных полюсов в холодном состоянии  $R_{\text{я}(15^\circ)} = 0,147 \text{ Ом}$ . Определить сопротивление  $R_{\text{п}}$  пускового реостата, вводимого в цепь якоря двигателя для ограничения пускового тока до  $I_{\text{п}} = 2I_{\text{я. ном}}$ . Выбрать пусковой реостат, удовлетворяющий условиям ручного пуска.

Решение. Из выражения для пускового тока

$$I_{\text{п}} = U_{\text{ном}} / (R_{\text{я}(15^\circ)} + R_{\text{п}}) = 2I_{\text{я. ном}} = 2 \cdot 68,2 = 136,4 \text{ А}$$

определяем сопротивление пускового реостата:

$$R_{\text{п}} = \frac{U_{\text{ном}} - R_{\text{я}} I_{\text{п}}}{I_{\text{п}}} = \frac{220 - 0,147 \cdot 136,4}{136,4} = 1,46 \text{ Ом}.$$

Из Приложения 14.1 выбираем реостат РЗП-4, удовлетворяющий поставленным условиям.

14.12. Для автоматического пуска электродвигателя постоянного тока параллельного возбуждения определить графически число ступеней реостата и значения сопротивлений его отдельных секций, если требуется, чтобы в процессе пуска вращающий момент изменялся в пределах от  $M_{\text{max}} = 2M_{\text{ном}}$  до  $M_{\text{min}} = (1 \div 1,2) M_{\text{ном}}$ . Номинальные данные электродвигателя:  $P_{\text{ном}} = 14 \text{ кВт}$ ,  $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$ ,  $n_{\text{ном}} = 750 \text{ об/мин}$ ,  $R_{\text{я}(15^\circ)} = 0,23 \text{ Ом}$ ,  $I_{\text{я. ном}} = 14 \cdot 10^3 / 220 = 63,8 \text{ А}$ .

Решение. Вначале строим естественную механическую характеристику. Для этого по паспортным данным определяем номинальный момент:  $M_{\text{ном}} = P_{\text{ном}} \frac{9,55}{n_{\text{ном}}} = 178 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .

Частота вращения якоря двигателя при идеальном холостом ходе

$$n_x = \frac{U_{\text{ном}}}{U_{\text{ном}} - R_{\text{я}} I_{\text{я. ном}}} n_{\text{ном}} = \frac{220}{220 - 0,23 \cdot 63,8} \cdot 750 = 1050 \text{ об/мин}.$$

Естественная механическая характеристика будет представлять собой прямую, проведенную через две точки (рис. 14.12): точку  $O_1$  ( $n_x = 810 \text{ об/мин}$ ,  $M = 0$ ) и точку  $N$  ( $n_{\text{ном}} = 750 \text{ об/мин}$ ,  $M_{\text{ном}} = 178 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ). Затем строим искусственные (пусковые) характеристики, для которых точка  $O_1$ , соответствующая идеальному холостому ходу, является общей.

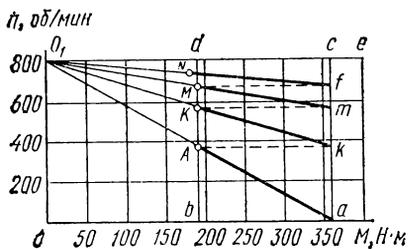


Рис. 14.12

Первую пусковую характеристику, соответствующую полному пусковому сопротивлению  $R_{\text{я}} + R_{\text{п}}$  в главной цепи, строим по точкам  $O_1$  и  $a$  ( $n = 0$ ,  $M = M_{\text{max}} = 356 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ). Задаемся нижним пределом пускового момента  $M_{\text{min}} = 1,055 M_{\text{ном}} = 188 \text{ Н}\cdot\text{м}$  в расчете, что при выбранном значении  $M_{\text{max}}$  разгон двигателя по мере отключения секций реостата будет происходить с одинаковыми колебаниями пускового момента.

Проводим через точки  $a$  и  $b$ , определяющие принятые границы пускового момента, прямые  $ac$  и  $bd$ , параллельные оси ординат; до пересечения с горизонтальной прямой  $O_1e$ .

Вторую и последующие пусковые характеристики строим на основе следующих соображений. После включения двигателя в сеть увеличение частоты вращения его якоря, в цепь которого введены все секции пускового реостата, и изменение вращающего момента происходят по закону, характеризуемому прямой  $O_1a$ . Когда вращающий пусковой момент уменьшится до величины  $M_{\min}$ , а частота вращения якоря достигнет значения  $n_A$ , характеризующего ординатой точки пересечения прямых  $O_1a$  и  $bd$  (точка  $A$ ), первая секция пускового реостата должна быть выключена. Ее выключение приведет к повторному возрастанию тока в якоре, а вместе с ним и вращающего момента. Оставшиеся секции пускового реостата должны ограничивать ток до значения, определяемого вращающим моментом  $M_{\max}$  при частоте вращения  $n_A$ .

Дальнейшее увеличение частоты вращения якоря и уменьшение вращающего момента происходит по закону, характеризуемому второй пусковой характеристикой, которую следует провести через точки  $O_1$  и  $k$ . Когда частота вращения якоря и развиваемый им вращающий момент достигнут значений, характеризующих ординатой точки пересечения прямой  $O_1k$  с прямой  $bd$  (точка  $K$ ), должна быть выключена вторая секция реостата и т. д.

После выключения последней секции реостата работа двигателя будет определяться его естественной механической характеристикой (прямая  $O_1f$ ).

Если при построении семейства пусковых характеристик окажется, что горизонтальная прямая, проведенная из точки  $M$ , и естественная механическая характеристика не пересекутся на прямой  $ac$  (точка  $f$ ), то необходимо задаться другим значением  $M_{\min}$  и все построения повторить сначала, пока не получится так, как показано на рис. 14.12. В рассматриваемой задаче это соответствует  $M_{\min} = 1,055 M_{\text{ном}}$ . Число ступеней реостата—три.

По построенным пусковым характеристикам определяем сопротивление ступеней реостата из следующих соображений.

Зависимость между частотой вращения якоря и сопротивлением якорной цепи можно выразить, пользуясь уравнением механической характеристики двигателя:

$$n = n_x - \frac{M(R_{\text{я}} + R_{\text{п}})}{c_{\text{Е}}c_{\text{М}}} = n_x - \Delta n.$$

В момент пуска  $n = 0$ , а  $\Delta n = n_x - \frac{M(R_{\text{я}} + R_{\text{п}})}{c_{\text{Е}}c_{\text{М}}}$ , или  $\Delta n = n_x = k \times (R_{\text{я}} + R_{\text{п}})$ . Отсюда следует, что перепад частоты вращения  $\Delta n$  (при  $M = \text{const}$ ) пропорционален полному сопротивлению цепи якоря, состоящему из сопротивления якоря в холодном состоянии  $R_{\text{я}}$  и сопротивления  $R_{\text{п}}$  всех секций пускового реостата, т. е.  $R_{\text{я}} + R_{\text{п}}$ , которое в некотором масштабе определяется отрезком  $ac$ . При задан-

ных значениях  $M_{\max} = 2M_{\text{ном}}$  и  $R_{\text{я}}$

$$R_{\text{п}} = \frac{U_{\text{ном}}}{2I_{\text{я. ном}}} - R_{\text{я}} = \frac{220}{2 \cdot 63,8} - 0,23 = 1,5 \text{ Ом.}$$

Тогда масштаб сопротивлений

$$m_R = \frac{R_{\text{я}} + R_{\text{п}}}{ac} = \frac{0,23 + 1,5}{9,15} = 0,188 \text{ Ом/см.}$$

Отрезки  $ak$ ,  $km$ ,  $mf$  определяют сопротивления трех секций пускового реостата, числовые значения этих сопротивлений равны:

$$R_1 = ak \cdot m_R = 3,8 \cdot 0,188 = 0,715 \text{ Ом; } R_2 = km \cdot m_R = 2,05 \cdot 0,188 = 0,387 \text{ Ом, } R_3 = mf \cdot m_R = 1,05 \cdot 0,188 = 0,193 \text{ Ом.}$$

Отрезок  $fc$  в том же масштабе определяет значение сопротивления обмотки якоря и добавочных полюсов  $R_{\text{я}} = 0,23 \text{ Ом}$ .

14.13. В условиях задачи 14.12 определить время разгона на каждой ступени двигателя без нагрузки, а также полное время пуска. Момент холостого хода двигателя принять равным  $0,4M_{\text{ном}}$ , а момент инерции якоря  $J_{\text{я}} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

Указание. Для определения времени разгона двигателя от  $n_{\text{нач}}$  до  $n_{\text{кон}}$  удобно воспользоваться формулой

$$t = \frac{J_{\text{я}} (n_{\text{кон}} - n_{\text{нач}})}{M_{\text{ср}} - M_{\text{х}}}$$

Ответ:  $t_{\text{п1}} = 0,2 \text{ с}$ ;  $t_{\text{п2}} = 0,105 \text{ с}$ ;  $t_{\text{п3}} = 0,055 \text{ с}$ ;  $t_{\text{п4}} = 0,05 \text{ с}$ ;  $t_{\text{п\Sigma}} = 0,41 \text{ с}$ .

14.14. Пуск трехфазного асинхронного электродвигателя типа МТФ211-6 с номинальными данными  $P_{\text{ном}} = 7,5 \text{ кВт}$ ,  $E_{2\text{ном}} = 227 \text{ В}$ ,

$\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,7$ ,  $I_{\text{р. ном}} = 21,6 \text{ А}$ ,  $n_{\text{ном}} = 990 \text{ об/мин}$ ,  $M_{\text{max}}/M_{\text{ном}} = 2,8$  необходимо осуществить так, чтобы момент при пуске не превышал  $0,85M_{\text{max}}$ , а минимальный момент был не ниже  $M_{\text{min}} = 1,15M_{\text{ном}}$ . Определить графически число ступеней пускового реостата и значения сопротивлений его отдельных секций, приняв рабочие участки характеристик прямолинейными.

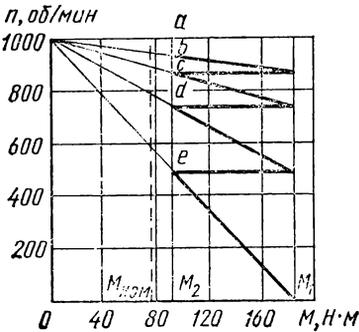


Рис. 14.14

Указание и ответ: порядок построения пусковой диаграммы не отличается от описанного в задаче 14.12, если учесть, что внутрен-

нее сопротивление фазы ротора определяется из соотношения  $R_2 = \frac{E_{2\text{ном}} s_{\text{ном}}}{\sqrt{3} I_{\text{ном}}}$ .

В качестве ответа на рис. 14.14 построена пусковая диаграмма. Сопротивления секций пускового реостата равны  $R_1 = 1,14 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 0,62 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 0,286 \text{ Ом}$ .

**14.15.** Трехфазный асинхронный электродвигатель используется для привода насоса, работающего с производительностью  $Q = 0,1 \text{ м}^3/\text{с}$  при напоре  $H = 12 \text{ м}$  и с частотой вращения  $n = 1450 \text{ об/мин}$ . К. п. д. насоса  $\eta_n = 0,7$ , удельный вес перекачиваемой жидкости  $\gamma = 9806 \text{ Н/м}^3$ . Определить расчетные мощности и выбрать электродвигатели основного исполнения для работы: а) при температуре окружающей среды, установленной ГОСТом,  $\Theta_{\text{среды}} = 40^\circ \text{ С}$ ; б) при температуре окружающей среды  $\Theta_{\text{среды}} = 50^\circ \text{ С}$ .

**Решение.** а) Расчетная мощность, необходимая для привода насоса при  $\Theta_{\text{среды}} = 40^\circ \text{ С}$ ,

$$P_{\text{расч}} = \frac{k_3 Q H \gamma \cdot 10^{-3}}{\eta_n} = k_3 \cdot 16,8 \text{ кВт.}$$

Принимая коэффициент запаса  $k_3 = 1,2$ , находим  $P_{\text{расч}} = 1,2 \cdot 16,8 = 20,2 \text{ кВт}$ .

Выбираем трехфазный асинхронный электродвигатель типа 4А180S4УЗ с номинальными данными  $P_{\text{ном}} = 22 \text{ кВт}$ ,  $n_{\text{ном}} = 1470 \text{ об/мин}$ .

б) Среднее значение мощности потерь  $\Delta P_{\text{ср}}$  электродвигателя, работающего при температуре окружающей среды  $50^\circ \text{ С}$ , будет больше среднего значения мощности потерь  $\Delta P_{\text{ном}}$  того же двигателя, работающего при температуре  $40^\circ \text{ С}$ . Двигатель не будет перегреваться при соблюдении условия

$$\Delta P_{\text{ср}} = \Delta P_{\text{ном}} \frac{\Theta_{\text{доп}} - \Theta_{\text{среды}}}{\Theta_{\text{доп}} - 40^\circ \text{ С}},$$

где  $\Theta_{\text{доп}}$  — предельно допустимая температура двигателя, соответствующая данному классу изоляции.

Принимая отношение постоянных потерь к переменным (коэффициент потерь)

$$\alpha = \frac{\Delta P_{\text{пост}}}{\Delta P_{\text{пер}}} = 0,4,$$

получаем

$$\Delta P_{\text{ном}} = \Delta P_{\text{пер}} + 0,4 \Delta P_{\text{пер}} = 1,4 \Delta P_{\text{пер}}.$$

С учетом коэффициента потерь и при  $\Theta_{\text{доп}} = 105^\circ \text{ С}$  (изоляция класса А) расчетная мощность двигателя при заданном условии ( $\Theta_{\text{среды}} = 50^\circ \text{ С}$ )

$$P_{\text{расч}} = \frac{P_{\text{расч}}}{\sqrt{\frac{\Theta_{\text{доп}} - \Theta_{\text{среды}}}{\Theta_{\text{доп}} - 40^\circ \text{ С}} \cdot 1,4 - 0,4}} = 22,8 \text{ кВт.}$$

Таким образом, для этого случая надо выбрать следующий больший по мощности трехфазный асинхронный электродвигатель типа 4А180М4УЗ ( $P_{\text{ном}} = 30 \text{ кВт}$ ,  $n_{\text{ном}} = 1470 \text{ об/мин}$ ).

**14.16.** Определить расчетную мощность двигателя и выбрать двигатель по каталогу для привода насоса в условии задачи 14.15, если он будет работать при температуре окружающей среды  $\Theta_{\text{среды}} = 15^\circ \text{ С}$ .

**Ответ:**  $P_{\text{расч}} = 16,3 \text{ кВт}$ ;  $P_{\text{ном}} = 17 \text{ кВт}$ ; тип 4А160М4УЗ.

14.17. На рис. 14.17 изображена принципиальная схема управления пуском электродвигателя постоянного тока параллельного возбуждения в функции времени. Обозначения на схеме:  $L$  — намагничивающая катушка, главные и блокировочные контакты линейного контактора;  $1КУ, 2КУ, 3КУ$  — намагничивающие катушки, главные и блокировочные контакты контакторов ускорения;  $1РВ, 2РВ, 3РВ$  — намагничивающие катушки и замыкающие контакты реле времени. Рассмотреть процесс пуска двигателя и определить установки реле времени  $1РВ, 2РВ$  и  $3РВ$ , если известно, что с момента нажатия кнопки «Пуск» до шунтирования контактами  $3КУ$  сопротивления  $R_3$  проходит время  $t_n = 1,5$  с. Собственное время включения контакторов  $t_{вкл} = 0,1$  с.

Указание и ответ: ориентировочно можно считать, что на первой ступени двигатель разгоняется в течение времени  $t_1 = 0,5 \div 3$  с (нижний предел соответствует двигателям меньшей мощности, верхний — двигателям большей мощности), на второй ступени на его разгон времени требуется в два раза меньше и на третьей ступени — в четыре раза меньше:  $t_{уст 1} = 0,7$  с;  $t_{уст 2} = 0,2$  с;  $t_{уст 3} = 0,1$  с.

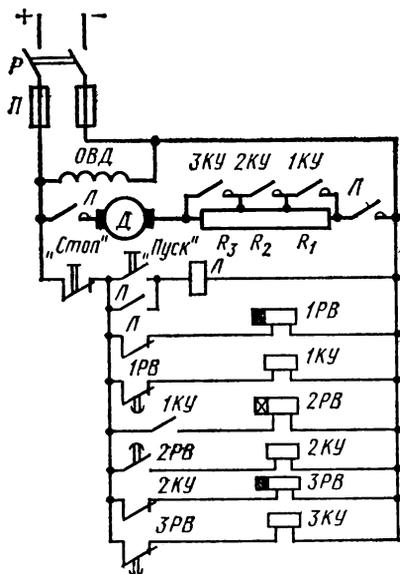


Рис. 14.17

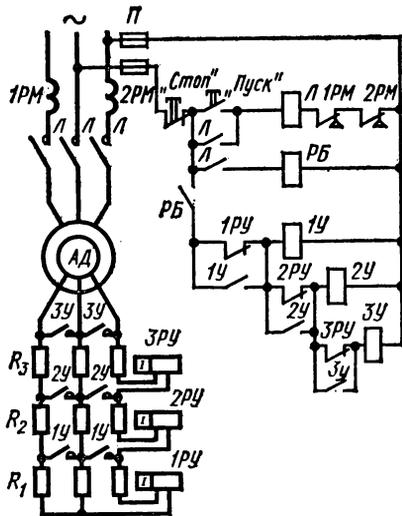


Рис. 14.18

14.18. На рис. 14.18 изображена принципиальная схема управления пуском асинхронного электродвигателя с фазным ротором. Обозначения на схеме:  $L$  — намагничивающая катушка, главные и блокировочные контакты трехполюсного линейного контактора, с помощью которого обмотка статора двигателя подключается к сети;  $1РМ, 2РМ$  — намагничивающие катушки (намагничивающая сила пропорциональна току статора) и блокировочные контакты, разрывающие цепь катушки контактора  $L$  в том случае, если ток хотя

бы одной из фаз обмотки статора превысит допустимое значение;  $R_1, R_2, R_3$ —ступени пускового реостата;  $1PY, 2PY, 3PY$ —намагничивающие катушки и блокировочные контакты реле ускорения;  $PB$ —намагничивающая катушка и блокировочный контакт реле блокировки, обеспечивающего некоторую выдержку времени для того, чтобы ток в цепи ротора достиг значения, при котором реле ускорения  $1PY, 2PY, 3PY$  открыли бы свои размыкающие контакты;  $1Y, 2Y, 3Y$ —намагничивающие катушки, главные и блокировочные контакты контакторов ускорения, главные контакты которых шунтируют ступени пускового реостата. Проследить работу схемы после нажатия кнопки «Пуск». Построить семейство пусковых характеристик.

Последовательность срабатывания (отключение) контактов  $1PY, 2PY, 3PY$  достигается настройкой, которая выполняется в соответствии с неравенством  $I_{1PY} > I_{2PY} > I_{3PY}$ .

При значениях токов в цепи ротора, близких к токам уставок реле ускорения, возможны вибрации подвижных частей магнитопроводов, а вместе с ними и контактов контакторов  $1PY, 2PY, 3PY$ , что не способствует нормальному включению контакторов  $1Y, 2Y$  и  $3Y$ . Во избежание этого блок-контакты контакторов  $1PY, 2PY$  и  $3PY$  шунтируют соответственно блок-контактами контакторов  $1Y, 2Y$  и  $3Y$ .

**14.19.** Осветительная нагрузка (лампы накаливания) мощностью  $P = 800$  Вт и напряжением  $U_{\text{ном}} = 127$  В присоединяется двухпроводным ответвителем длиной  $l = 25$  м к трехфазной сети (рис. 14.19). Определить потерю напряжения  $\Delta U$  в ответвителе, выполненном изолированным медным проводом сечением  $s = 1,5$  мм<sup>2</sup>. Как изменится потеря напряжения, если питание нагрузки перевести на напряжение  $U_{\text{ном}} = 220$  В?

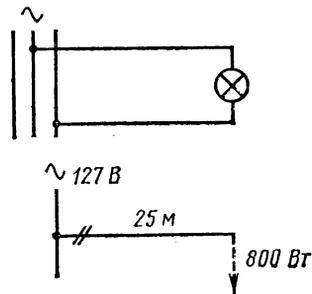


Рис. 14.19

**Решение.** Определяем ток нагрузки:  $I_p = P/U_{\text{ном}} = 800/127 = 6,3$  А.

Потеря напряжения в однофазном ответвителе при заданном сечении провода определяется по формуле

$$\Delta U = \frac{2l}{\gamma s} I_p = \frac{2 \cdot 25}{54 \cdot 1,5} \cdot 6,3 = 3,9 \text{ В,}$$

где  $l$ —длина провода, м;  $\gamma$ —удельная проводимость материала провода (для меди  $\gamma = 54 \text{ См} \frac{\text{м}}{\text{мм}^2}$ ).

Относительная потеря напряжения в проводах

$$\Delta U_* = \frac{\Delta U}{U} \cdot 100 = \frac{3,9}{127} \cdot 100 = 3,06\%.$$

При напряжении 220 В ток нагрузки  $I_p = P_n/U_{\text{ном}} = 800/220 = 3,65$  А.

Относительная потеря напряжения в проводах

$$\Delta U_* = \frac{\Delta U}{U_{\text{ном}}} \cdot 100\% = \frac{2I_p}{\gamma S U_{\text{ном}}} \cdot 100\% = \frac{2 \cdot 25 \cdot 3,65}{54 \cdot 1,5 \cdot 220} = 1,02\%.$$

14.20. Прожекторная установка, состоящая из трех прожекторов типа ПЗО-45, служащая для освещения строительной площадки, питается от фазы трехфазной сети напряжением  $U_{\text{ном}} = 220/380$  В через двухжильный медный кабель длиной  $l = 85$  м. Определить сечение жилы кабеля и выбрать плавкую вставку предохранителя, если каждый из прожекторов потребляет мощность  $P = 1$  кВт при напряжении  $U_{\text{ном}} = 220$  В. Относительная допустимая потеря напряжения  $\Delta U_* = 2,5\%$ .

Решение. Расчет проводим по потере напряжения и нагреву проводов. Из двух сечений выбираем большее.

Для расчета по допустимой потере напряжения в проводах определяем значение этой потери  $\Delta U$ :

$$\Delta U = \frac{\Delta U U_{\text{ном}}}{100} = \frac{2,5 \cdot 220}{100} = 5,5 \text{ В.}$$

Определяем сечение жилы двухжильного кабеля по заданному значению потери напряжения:

$$s = \frac{3Pl}{\gamma \Delta U U_{\text{ном}}} = \frac{3 \cdot 1000 \cdot 2 \cdot 85}{54 \cdot 5,5 \cdot 220} = 7,8 \text{ мм}^2.$$

Для расчета проводов по нагреву находим ток установки:

$$I_p = 3P/U_{\text{н}} = 3 \cdot 1000/220 = 13,6 \text{ А.}$$

По Приложению 14.2 выбираем кабель, жилы которого имеют сечение  $1,5 \text{ мм}^2$  и допустимый ток 19 А.

Из двух сечений выбираем большее ( $S = 7,8 \text{ мм}^2$ ), которому соответствует нормированное сечение жил  $10 \text{ мм}^2$  с допустимым током  $I_{\text{доп}} = 70$  А (см. Приложение 14.2)\*.

Выбор плавкой вставки предохранителя производится из условия, что номинальный ток плавкой вставки  $I_{\text{вст}}$  должен быть больше или равен току нагрузки:  $I_{\text{вст}} \geq I_p$ . В данном случае  $I_{\text{вст}} \geq 13,6$  А.

По Приложению 14.4 для защиты установки можно выбрать предохранитель ПР-2 с плавкой вставкой на номинальный ток  $I_{\text{вст}} = 15$  А. После выбора сечения провода и плавкой вставки необходимо проверить соответствие номинального тока плавкой вставки  $I_{\text{вст}}$  и допустимого тока  $I_{\text{доп}}$  для выбранного сечения. Необходимо, чтобы  $I_{\text{доп}} \geq k_0 I_{\text{вст}}$ , где  $k_0$  — коэффициент соответствия защиты.

Для предохранителей, защищающих промышленные установки от перегрузки,  $k_0 = 1,25$  (см. Приложение 14.5). Следовательно,

$$k_0 I_{\text{вст}} = 1,25 \cdot 15 = 18,7 \text{ А} < I_{\text{доп}},$$

т. е. условие соответствия защиты выполняется.

Выбранное сечение необходимо проверить на механическую прочность. Для переносных электроустановок (см. Приложение 14.6) по механической прочности сечение должно быть не менее  $2,5 \text{ мм}^2$ .

\* Приложения 14.2—14.7 взяты из Правил устройства электроустановок (ПУЭ).

**14.21.** Определить сечение жилы кабеля и выбрать плавкую вставку предохранителя, если прожекторная установка в задаче 14.20 находится на расстоянии  $l = 25$  м от питающего пункта.

Решение. В соответствии с заданным значением потери напряжения сечение жилы кабеля

$$s = \frac{3P2l}{\gamma \Delta U U_{\text{ном}}} = \frac{3 \cdot 1000 \cdot 2 \cdot 25}{54 \cdot 5,5 \cdot 220} = 2,3 \text{ мм}^2.$$

Сечение жилы кабеля по допустимому нагреву для тока  $I_p = 13,6$  А (см. Приложение 14.2) выбираем равным  $1,5 \text{ мм}^2$ , для этого сечения  $I_{\text{доп}} = 19$  А.

Из условия механической прочности наименьшее сечение жилы кабеля составляет  $s = 2,5 \text{ мм}^2$  (см. Приложение 14.6). Из трех полученных сечений выбираем большее ( $s = 2,5 \text{ мм}^2$ ) с допустимым током  $I_{\text{доп}} = 21$  А.

Из условия  $I_{\text{вст}} \geq I_p$  по Приложению 14.4 выбираем предохранитель, номинальный ток плавкой вставки которого  $I_{\text{вст}} = 15$  А. По условию соответствия защиты,  $I_{\text{доп}} \geq k_0 I_{\text{вст}}$ , где  $k_0 = 1,25$ ,  $I_{\text{доп}} = 1,25 \cdot 15 = 18,75$  А, что меньше  $I_{\text{доп}} = 21$ . Следовательно, условия соответствия защиты удовлетворяются.

**14.22.** Как изменятся сечение жилы кабеля и ток плавкой вставки предохранителя, если питание прожекторной установки в задаче 14.20 будет осуществлено от трехфазной линии трехжильным медным кабелем (рис. 14.22)?

Ответ:  $s = 4 \text{ мм}^2$ ;  $I_{\text{вст}} = 10$  А.

**14.23.** Четырехпроводную линию трехфазной осветительной сети цеха с напряжением  $U_{\text{ном}} = 220/380$  В предполагается выполнить проводами марки АПВ (алюминиевый в полихлорвиниловой изоляции), проложенными в одной трубе. Расчетная электрическая мощность потребителя  $P = 18$  кВт при  $\cos \varphi = 1$ . Длина линии от трансформаторной подстанции до распределительного щитка  $l = 50$  м. Определить сечение провода и выбрать плавкие вставки предохранителей для двух значений температуры окружающей среды: нормальной  $\Theta_1 = 25^\circ \text{C}$  и повышенной  $\Theta_2 = 40^\circ \text{C}$ , — если относительная допустимая потеря напряжения  $\Delta U_* = 2,5\%$ .

Решение. Для расчета проводов по допустимой потере напряжения определяем значение этой потери:

$$\Delta U = \frac{\Delta U_* U_{\text{ф.ном}}}{100} = \frac{2,5 \cdot 380}{100 \cdot \sqrt{3}} = 5,5 \text{ В.}$$

Определяем сечение фазного провода по заданному значению потери напряжения:

$$s = \frac{Pl}{3\gamma \Delta U U_{\text{ф.ном}} \cos \varphi} = \frac{18 \cdot 10^3 \cdot 50}{3 \cdot 32 \cdot 5,5 \cdot 220 \cdot 1} = 7,7 \text{ мм}^2.$$

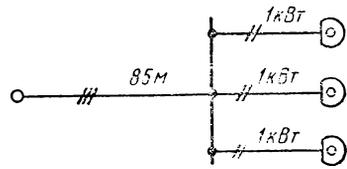


Рис. 14.22

Для того чтобы провести расчет проводов по нагреву, необходимо определить рабочий ток фазы:

$$I_p = \frac{P}{\sqrt{3} U_{\text{ном}} \cos \varphi} = \frac{18 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 1} = 27,2 \text{ А.}$$

Пользуясь Приложением 14.2, выбираем провод сечением  $s = 6 \text{ мм}^2$  с допустимым током  $I_{\text{доп}} = 30 \text{ А}$ .

Из двух полученных сечений выбираем большее ( $s = 7,7 \text{ мм}^2$ ), которому соответствует нормированное сечение провода  $s = 10 \text{ мм}^2$  с допустимым током  $I_{\text{доп}} = 39 \text{ А}$  (см. Приложение 14.2).

Выбор плавкой вставки предохранителя производится из условия  $I_{\text{вст}} \geq I_p$ . В данном случае  $I_p = 27,2 \text{ А}$ . По Приложению 14.4 выбираем предохранитель ПР-2 с плавкой вставкой на номинальный ток  $I_{\text{вст}} = 35 \text{ А}$ . Проверяем соответствие номинального тока плавкой вставки  $I_{\text{вст}}$  и допустимого тока  $I_{\text{доп}}$  для выбранного сечения провода. Необходимо, чтобы  $I_{\text{доп}} \geq k_0 I_{\text{вст}}$ . Для предохранителей, защищающих промышленные установки от перегрузки, значение  $k_0$  выбираем равным 1,25 (см. Приложение 14.5). Следовательно,  $k_0 I_{\text{вст}} = 1,25 \cdot 35 = 43,75 \text{ А}$ , а  $I_{\text{доп}} = 39 \text{ А}$ , т. е. условие соответствия защиты не выполняется.

Выбираем ближайшее большее из стандартных сечений провода  $s = 16 \text{ мм}^2$ , для которого  $I_{\text{доп}} = 55 \text{ А}$ . В этом случае условие соответствия защиты выполняется. Сечение нейтрального провода принимаем равным не менее половины сечения фазного провода:  $s = 10 \text{ мм}^2$ .

При эксплуатации проводов с обычной резиновой или полихлорвиниловой изоляцией в условиях повышенной температуры ( $\Theta = 40^\circ \text{ С}$ ) сечение выбирают с учетом температурного коэффициента  $k_\Theta = 0,71$  (см.: Электротехнический справочник. Т.1. — М.: Энергоиздат, 1985).

По Приложению 14.2 выбираем сечение  $16 \text{ мм}^2$ . Оно удовлетворяет условиям допустимой потери напряжения.

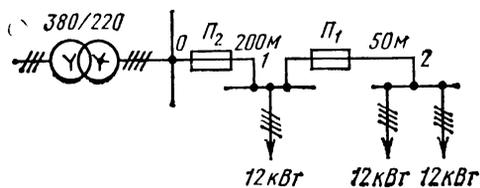


Рис. 14.24

**14.24.** Четырехжильный кабель с алюминиевыми жилами, проложенный в земле, питает группу строений из

трех жилых домов, как указано на рис. 14.24. Энергонагрузка каждого дома  $P = 12 \text{ кВт}$  при  $\cos \varphi = 0,9$ . Номинальное напряжение линии  $U_{\text{ном}} = 380 \text{ В}$ . Определить сечение кабеля магистральных участков и номинальные токи плавких вставок предохранителей  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ , если линия выполнена кабелем переменного сечения, расчетная температура окружающей среды первого участка  $\Theta_1 = 35^\circ \text{ С}$ , а второго участка  $\Theta_2 = 15^\circ \text{ С}$ .

Решение. Ток магистрального участка 1—2

$$I_{p1} = 2 \frac{P}{\sqrt{3} U_{\text{ном}} \cos \varphi} = 2 \frac{12 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,9} = 40,4 \text{ А.}$$

По Приложению 14.3 выбираем четырехжильный кабель с сечением жил  $s = 6 \text{ мм}^2$  и допустимым током  $I_{\text{доп}} = 46 \text{ А}$ .

Для защиты магистрального участка  $I-2$  выбираем предохранитель типа ПР-2 или КП с плавкой вставкой на номинальный ток  $I_{\text{вст}} = 45 \text{ А}$ . Согласно Приложению 14.5, коэффициент соответствия защиты от перегрузки кабелей с бумажной изоляцией  $k_0 = 1$ . Произведение для участка  $I-2$   $k_0 I_{\text{вст}} = 45 \text{ А}$ , а допустимая нагрузка  $I_{\text{доп}} = 46 \text{ А}$ , поэтому условие соответствия защиты  $I_{\text{доп}} \geq I_{\text{вст}}$  выполняется.

Ток магистрального участка  $0-1$

$$I_{p2} = \frac{3}{2} I_{p1} = \frac{3}{2} \cdot 40,4 = 60,6 \text{ А}.$$

На температуру земли  $\Theta = 35^\circ \text{С}$  поправочный коэффициент  $k_\Theta = 0,83$  (см.: Электротехнический справочник, т. 1).

Номинальный ток плавкой вставки предохранителя  $P_2$  должен удовлетворять условиям  $I_{\text{вст}} \geq I_{p2}$ ,  $I_{\text{доп}} \geq k_0 I_{\text{вст}}$  и обеспечивать селективность (избирательность) защиты. Согласно первым двум условиям, номинальный ток плавкой вставки предохранителя  $P_2$  по Приложению 14.4 выбираем равным  $I_{\text{вст}} = 60 \text{ А}$ .

Для обеспечения селективного действия защиты двух последовательно стоящих предохранителей номинальные токи их плавких вставок должны отличаться на две ступени шкалы. Следовательно, номинальный ток плавкой вставки предохранителя  $P_2$  по Приложению 14.4 выбираем равным  $I_{\text{вст}} = 80 \text{ А}$  (для предохранителей типа ПР-2-100 или КП-100). Выбранное сечение кабеля магистрального участка  $0-1$  проверяем по условиям  $I_{\text{вст}} \geq I_p$  и  $I_{\text{доп}} \geq k_0 I_{\text{вст}}$ . При  $k_0 = 1$ ,  $I_{p2} = 60,6 \text{ А}$  и  $I_{\text{вст}} = 80 \text{ А}$  выбранное сечение жилы  $16 \text{ мм}^2$  и допустимый ток  $90 \text{ А}$  удовлетворяют этим условиям.

14.25. Для сушки обмоток электродвигателей применяется нагревательная установка общей мощностью  $P = 10 \text{ кВт}$ . Установка получает питание по трехжильному кабелю длиной  $l = 75 \text{ м}$ . Допустимая относительная потеря напряжения  $\Delta U_* = 5\%$ . Номинальное напряжение в начале линии  $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$ . Определить сечение трехжильного кабеля с бумажной изоляцией, проложенного внутри помещения по стене, и выбрать плавкие вставки предохранителей.

Ответ: а) кабель с медными жилами:  $s = 6 \text{ мм}^2$ ;  $I_{\text{вст}} = 35 \text{ А}$ ; б) кабель с алюминиевыми жилами:  $s = 10 \text{ мм}^2$ ;  $I_{\text{вст}} = 35 \text{ А}$ .

14.26. Для привода вентилятора производственного помещения, расположенного на расстоянии  $l = 50 \text{ м}$  от распределительного щита, установлен трехфазный асинхронный электродвигатель 4А180S2У3 со следующими паспортными данными:  $P_{\text{ном}} = 22 \text{ кВт}$ ;  $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$ ,  $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,91$ ,  $\eta_{\text{ном}} = 0,885$ , кратность пускового тока  $k_I = I_p / I_{\text{ном}} = 7,5$ . Рассчитать сечение трехжильного алюминиевого кабеля с резиновой изоляцией, проложенного в служебном помещении, и выбрать плавкую вставку предохранителя. Определить мощность  $P$  и  $\cos \varphi$  в начале линии, питающей двигатель. Коэффициент загрузки двигателя  $k_3 = 1$ . Реактивным сопротивлением кабеля пренебречь.

Решение. Ток двигателя

$$I_p = \frac{P}{\sqrt{3} U_{\text{ном}} \cos \varphi_{\text{ном}} \eta_{\text{ном}}} = \frac{22 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,91 \cdot 0,885} = 71,5 \text{ А.}$$

Допустимый ток кабеля  $I_{\text{доп}}$  должен быть больше рабочего тока двигателя  $I_p$ , поэтому по Приложению 14.2 выбираем сечение  $s = 25 \text{ мм}^2$ , для которого  $I_{\text{доп}} = 75 \text{ А}$ .

Для выбора плавкой вставки определяем максимальный ток в жиле кабеля в момент пуска:

$$I_{\text{max}} = k_f I_p = 7,5 \cdot 71,5 = 500 \text{ А.}$$

Для того чтобы плавкая вставка не расплавилась за время пуска двигателя, необходимо выполнить условие  $I_{\text{вст}} > I_{\text{max}}/2,5$ .

В данном случае

$$I_{\text{max}}/2,5 = 500/2,5 = 200 \text{ А.}$$

По Приложению 14.4 выбираем плавкую вставку с номинальным током  $I_{\text{вст}} = 200 \text{ А}$ . Проверяем условия соответствия защиты, для чего по Приложению 14.5 выбираем коэффициент соответствия для защиты от коротких замыканий  $k_0 = 0,33$ . Тогда  $k_0 I_{\text{вст}} = 0,33 \cdot 200 = 66 \text{ А}$ . Следовательно,  $I_{\text{доп}} > k_0 I_{\text{вст}}$  и условие соответствия защиты выполняется.

Проверяем сечение кабеля по потере напряжения. Сопротивление одной жилы

$$R_{\text{л}} = \frac{l}{\gamma s} = \frac{50}{32 \cdot 25} = 0,0625 \text{ Ом.}$$

Потеря напряжения на фазу

$$\Delta U_{\text{ф}} = R_{\text{л}} I_p \cos \varphi_{\text{ном}} = 0,0625 \cdot 71,5 \cdot 0,91 = 4,04 \text{ В.}$$

Потеря линейного напряжения

$$\Delta U = \sqrt{3} \Delta U_{\text{ф}} = 7 \text{ В, } \Delta U_{*} = \frac{\Delta U}{U_{\text{ном}}} \cdot 100 = \frac{7}{220} \cdot 100 = 3,17 \text{ \% .}$$

Мощность потерь в кабеле

$$\Delta P_{\text{л}} = R_{\text{л}} \cdot 10^{-3} \cdot 3 I_p^2 = 0,0625 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 71,5^2 = 0,975 \text{ кВт.}$$

Мощность в начале линии

$$P_c = P_{\text{ном}}/\eta_{\text{ном}} + \Delta P = 22/0,885 + 0,975 = 25,775 \text{ В.}$$

Напряжение в начале линии

$$U_c = U_{\text{ном}} + \Delta U = 220 + 7 = 227 \text{ В.}$$

Коэффициент мощности в начале линии

$$\cos \varphi = \frac{P_c}{\sqrt{3} U_c I_p} = \frac{25,775 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 227 \cdot 71,5} = 0,87.$$

14.27. В двухмашинном агрегате (двигатель асинхронный + генератор постоянного тока) установлен трехфазный асинхронный электро-

двигатель типа 4A160S2Y3 со следующими номинальными данными:

$$P_{\text{ном}} = 150 \text{ кВт}, U_{\text{ном}} = 380 \text{ В}, \cos \varphi_{\text{ном}} = 0,91, \eta_{\text{ном}} = 0,88,$$

кратность пускового тока двигателя  $k_1 = 7,0$ . Ответвление от распределительного щитка к двигателю выполнено трехжильным кабелем с алюминиевыми жилами марки АСБГ, проложенным в канале пола. Определить номинальный ток плавких вставок предохранителей  $I_{\text{вст}}$  и подобрать сечение кабеля.

*Ответ:*  $s = 4 \text{ мм}^2$ ;  $I_{\text{вст}} = 60 \text{ А}$ .

14.28. Для привода цехового порталного крана металлургического завода установлен электродвигатель постоянного тока последовательного возбуждения типа Д-812 с паспортными данными  $P_{\text{ном}} = 66 \text{ кВт}$ ,  $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$ ,  $n_{\text{ном}} = 565 \text{ об/мин}$ . Электродвигатель работает в повторно-кратковременном режиме. Продолжительность рабочего периода 2,4 мин, продолжительность цикла 6 мин. Определить сечение питающего кабеля с полихлорвиниловой изоляцией. Выбрать автоматический воздушный выключатель и ток установки расцепителя.

**Решение.** При повторно-кратковременном режиме работы электроустановок с общей продолжительностью  $t_{\text{ц}} = 10 \text{ мин}$  и продолжительностью рабочего периода не более  $t_{\text{р}} = 4 \text{ мин}$  в качестве расчетной токовой нагрузки для выбора сечения жил кабеля по нагреву следует принимать расчетный ток нагрузки  $I'_{\text{р}}$ , приведенный к продолжительному режиму.

Для медных проводов сечением более  $s = 10 \text{ мм}^2$  и для алюминиевых проводов сечением более  $s = 16 \text{ мм}^2$  длительные токовые нагрузки  $I'_{\text{р}}$  определяют по формуле

$$I'_{\text{р}} = I_{\text{р}} \frac{\sqrt{\text{ПВ}}}{0,875},$$

где  $I_{\text{р}}$  — ток нагрузки в продолжительном режиме; ПВ — выраженная в относительных единицах продолжительность рабочего периода (продолжительность включения).

Определяем продолжительность включения:

$$\text{ПВ} = t_{\text{р}}/t_{\text{ц}} = 4/10 = 0,4.$$

Находим ток нагрузки жилы кабеля, приведенный к длительному режиму, принимая  $I_{\text{р}} = I_{\text{ном}} = P_{\text{ном}}/U_{\text{ном}} = 66 \cdot 10^3/220 = 300 \text{ А}$ :

$$I'_{\text{р}} = I_{\text{р}} \frac{\sqrt{\text{ПВ}}}{0,875} = 300 \frac{\sqrt{0,4}}{0,875} = 217 \text{ А}.$$

Сечение жилы кабеля по Приложению 14.2 выбираем из условия  $I_{\text{доп}} \geq I'_{\text{р}}$  равным  $s = 95 \text{ мм}^2$  с  $I_{\text{доп}} = 220 \text{ А}$ .

Автоматический выключатель и ток установки расцепителя находим по Приложению 14.8. При  $I_{\text{р}} = 300 \text{ А}$  выбираем выключатель типа А = 3140 и ток  $I_{\text{уст}} = 350 \text{ А}$ .

Проверяем условие соответствия защиты. По Приложению 14.5 для защиты силовых сетей от коротких замыканий выбираем  $k_0 = 0,33$ . Тогда  $k_0 I_{\text{уст}} = 0,33 \cdot 350 = 112 \text{ А}$ .

Следовательно,  $I_{\text{доп}} > k_0 I_{\text{уст}}$  и условие соответствия выполняется.

14.29. Для привода лебедки установлен трехфазный асинхронный электродвигатель с фазным ротором типа МТФ112-6, имеющий следующие номинальные данные:  $P_{\text{ном}} = 5,0$  кВт,  $U_{\text{ном}} = 380$  В,  $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,70$ ,  $\eta_{\text{ном}} = 0,75$ , кратность пускового тока  $k_1 = 1,5$ . Определить сечение жил кабеля  $s$ , выбрать автоматический воздушный выключатель и ток установки расцепителя.

Ответ:  $s = 1,5$  мм<sup>2</sup>;  $A = 3160$ , трехполюсный,  $I_{\text{уст}} = 15$  А.

14.30. В мастерской на расстоянии 10 м от распределительного щитка установлен сварочный трансформатор мощностью  $P_{\text{ном}} = 20$  кВт,  $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,53$ . Номинальное напряжение сети  $U_{\text{ном}} = 380$  В. Определить сечение жил алюминиевого кабеля и номинальный ток плавких вставок предохранителей.

Относительная допустимая потеря напряжения  $\Delta U_{*} = 5\%$ .

Ответ:  $s = 25$  мм<sup>2</sup>;  $I_{\text{вст}} = 100$  А.

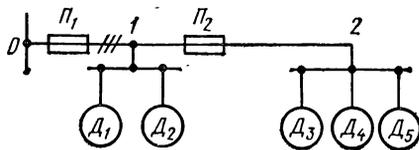


Рис. 14.31

14.31. Магистральная линия силовой сети напряжением  $U_{\text{ном}} = 380$  В питает пять короткозамкнутых трехфазных асинхронных электродвигателей, установленных в сборочном цехе. Линия выполнена трехжильным кабелем с алюминиевыми жилами и резиновой изоляцией, проложена открыто (рис. 14.31). Определить сечение жил кабеля  $s$  и номинальный ток  $I_{\text{вст}}$  плавких вставок предохранителей  $\Pi_1, \Pi_2$ . При расчете принять коэффициент загрузки электродвигателей  $k_3 = 0,8$ , коэффициент одновременности работы электродвигателей  $k_{\text{од}} = 0,9$ .

Паспортные данные электродвигателей даны в табл. 14.31.

Таблица 14.31

| Электродвигатели | $P_{\text{ном}}$ , кВт | $I_{\text{ном}}$ , А | $k_I$ |
|------------------|------------------------|----------------------|-------|
| $D_1$            | 1,7                    | 4,3                  | 6     |
| $D_2$            | 7                      | 15,5                 | 4,5   |
| $D_3$            | 10                     | 19,5                 | 5     |
| $D_4$            | 7                      | 13,8                 | 6     |
| $D_5$            | 4,5                    | 9,4                  | 6     |

Решение. Определяем пусковые токи двигателей:  $I_{1\text{пуск}} = 6 \cdot 4,3 = 25,8$  А;  $I_{2\text{пуск}} = 4,5 \cdot 15,5 = 69,8$  А;  $I_{3\text{пуск}} = 97,5$  А;  $I_{4\text{пуск}} = 83$  А;  $I_{5\text{пуск}} = 56,4$  А.

Рабочий ток  $I_{\text{рл}}$  линии 1—2 определяется по формуле

$$I_{\text{рл}} = k_{\text{од}} \sum_1^n (k_3 I_{\text{ном}}) = 0,9 (0,8 \cdot 9,4 + 0,8 \cdot 13,8 + 0,8 \cdot 19,5) = 30,8 \text{ А.}$$

Максимальный ток  $I_{\max}$  линии 1—2 возникает при пуске третьего двигателя:

$$I_{\max} = K_{\text{од}} \sum_1^{n-1} K_3 I_{\text{ном}} + I_{\text{з пуск}} = 0,9(0,8 \cdot 9,4 + 0,8 \cdot 13,8) + 97,5 = 114,2 \text{ А.}$$

Номинальный ток  $I_{\text{вст}}$  плавкой вставки предохранителя  $\Pi_2$  выбираем из условий

$$\begin{aligned} I_{\text{вст}} &\geq I_{\text{р1}}, I_{\text{вст}} \geq I_{\max}/2,5, \\ I_{\text{вст}} &> 30,8 \text{ А}, I_{\text{вст}} > 45,6 \text{ А.} \end{aligned}$$

По Приложению 14.4 выбираем предохранитель типа ПР-2-60 с номинальным током плавкой вставки  $I_{\text{вст}} = 60 \text{ А}$ .

Сечение жил кабеля 1—2 определяем из условий

$$\begin{aligned} I_{\text{доп}} &\geq I_{\text{р1}}, I_{\text{доп}} \geq K_0 I_{\text{вст}}, \\ I_{\text{доп}} &> 30,8 \text{ А}, K_0 I_{\text{вст}} = 0,33 \cdot 60 = 20 \text{ А}, \end{aligned}$$

где  $k_0 = 0,33$  (см. Приложение 14.5).

По Приложению 14.2 выбираем кабель с сечением жил  $s_1 = 10 \text{ мм}^2$  и допустимым током  $I_{\text{доп}} = 42 \text{ А}$ .

Рабочий ток  $I_{\text{р2}}$  линии 0—1

$$I_{\text{р2}} = I_{\text{р1}} + K_{\text{од}}(K_2 I_{\text{н1}} + K_3 I_{\text{н2}}) = 30,8 + 0,9(0,8 \cdot 4,3 + 0,8 \cdot 15,5) = 44,8 \text{ А.}$$

Максимальный ток  $I_{\max}$  линии 0—1

$$\begin{aligned} I_{\max} &= K_{\text{од}} K_3 (I_{\text{н1}} + I_{\text{н2}} + I_{\text{н4}} + I_{\text{н5}}) + I_{\text{з пуск}} = \\ &= 0,9 \cdot 0,8 (4,3 + 15,5 + 13,8 + 9,4) + 97,5 = 128,2 \text{ А.} \end{aligned}$$

Номинальный ток плавкой вставки предохранителя  $\Pi_1$  выбираем из условий

$$\begin{aligned} I_{\text{вст}} &\geq I_{\text{р2}}, I_{\text{вст}} \geq I_{\max}/2,5, \\ I_{\text{вст}} &> 44,8 \text{ А}, I_{\text{вст}} > 51,1 \text{ А.} \end{aligned}$$

Выбираем предохранитель типа ПР-2-100 с номинальным током плавкой вставки  $I_{\text{вст}} = 100 \text{ А}$  (см. Приложение 14.4), так как для обеспечения селективности токи  $I_{\text{вст}}$  двух последовательно стоящих предохранителей должны отличаться на две ступени шкалы.

Сечение жил кабеля  $s_2$  линии 0—1 выбираем из условий

$$I_{\text{доп}} \geq I_{\text{р2}}, I_{\text{доп}} > 44,8 \text{ А}, I_{\text{доп}} \geq K_0 I_{\text{вст}},$$

где  $k_0 = 0,33$  (см. Приложение 14.6). Подставляя значение  $k_0 = 0,33$ , получаем

$$K_0 I_{\text{вст}} = 0,33 \cdot 100 = 33 \text{ А}, I_{\text{доп}} > 33 \text{ А.}$$

Выбираем кабель с сечением жилы  $s_2 = 16 \text{ мм}^2$  и допустимым током  $I_{\text{доп}} = 60 \text{ А}$  (см. Приложение 14.2).

14.32. В проектируемом механическом цехе должны быть установлены 10 трехфазных асинхронных электродвигателей с короткозамкнутым ротором: шесть двигателей типа 4А100Л4УЗ ( $P_{\text{ном}} = 4,0 \text{ кВт}$ ,  $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$ ,  $\eta_{\text{ном}} = 0,84$ ,  $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,84$ ,  $k_T = 6$ ) и четыре двигателя

типа 4А90L4У3 ( $P_{\text{ном}} = 2,2 \text{ кВт}$ ,  $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$ ,  $\eta_{\text{ном}} = 0,8$ ,  $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,83$ ,  $k_I = 6$ ). Определить сечение жил трехжильного кабеля с бумажной изоляцией, проложенного от главного распределительного щитка до силовой сборки, от которой питаются двигатели. Коэффициент загрузки двигателей  $k_z = 0,9$ , коэффициент одновременно  $k_{\text{од}} = 0,85$ . Подобрать плавкие вставки предохранителей.

Ответ:  $s = 25 \text{ мм}^2$ ;  $I_{\text{вст}} = 100 \text{ А}$ .

14.33. Силовая магистраль напряжением  $U_{\text{ном}} = 380 \text{ В}$  от трансформатора до распределительного щитка имеет осветительную и двигательную нагрузки. Мощность осветительной нагрузки  $P_{\text{осв}} = 30 \text{ кВт}$ , суммарная мощность электродвигателей  $P_{\text{дв}} = 58 \text{ кВт}$ , средний коэффициент мощности нагрузки двигателей  $\cos \varphi = 0,7$ , к. п. д.  $\eta_{\text{ном}} = 0,8$ . Наибольший ток нагрузки линии получается при запуске электродвигателя мощностью  $P = 10 \text{ кВт}$ , у которого  $I_{\text{ном}} = 19,5 \text{ А}$ ,  $k_I = 6,5$ . Определить сечение  $s$  медных жил четырехжильного кабеля, проложенного по стенам открыто. Рассчитать плавкие вставки предохранителей.

Ответ:  $s = 70 \text{ мм}^2$ ;  $I_{\text{вст}} = 200 \text{ А}$ .

14.34. Два цеха машиностроительного завода, которые отнесены к электроприемникам первой категории, получают питание от двух подстанций. Нагрузка цехов

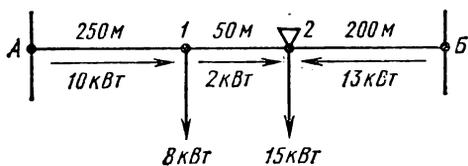


Рис. 14.34

и расстояние цехов от подстанций даны на схеме сети (рис. 14.34). Номинальное напряжение электроприемников  $U_{\text{ном}} = 380 \text{ В}$ . Определить сечение алюминиевых жил трехжильного кабеля, если относительная допустимая потеря

напряжения  $\Delta U_* = 5\%$ , а в аварийном режиме  $\Delta U_* = 10\%$ . Линия выполнена кабелем одинакового сечения жил.

Решение. Определяем суммарную нагрузку потребителей:

$$P = P_1 + P_2 = 23 \text{ кВт.}$$

Мощность источника А

$$P_A = \frac{\sum (Pl)}{l} = \frac{8 \cdot 250 + 15 \cdot 200}{500} = 10 \text{ кВт.}$$

Мощность источника В

$$P_B = P - P_A = 23 - 10 = 13 \text{ кВт.}$$

Раздел активных мощностей будет в точке 2.

Определяем сечение проводов линии А—1—2:

$$s_1 = \frac{\sum (Pl)}{\gamma \Delta U U_{\text{ном}}} = \frac{(10 \cdot 250 + 2 \cdot 50) \cdot 10^3}{32 \cdot 19 \cdot 380} = 11,3 \text{ мм}^2,$$

где

$$\Delta U = \frac{\Delta U_* \cdot 380}{100} = 19 \text{ В.}$$

По Приложению 14.3 выбираем кабель с сечением жил  $s_1 = 16 \text{ мм}^2$  и допустимым током  $I_{\text{доп}} = 90 \text{ А}$ .

Определяем сечение проводов линии 2—Б:

$$s_2 = \frac{P_B l}{\gamma \Delta U U_{\text{ном}}} = \frac{13 \cdot 200 \cdot 10^3}{32 \cdot 19 \cdot 380} = 11,3 \text{ мм}^2.$$

Выбираем кабель с жилами того же сечения, что и для линии А—1—2. Проверяем кабель на нагрев. Наибольший ток будет в линии 2—Б:  $I_{\text{max}} = \frac{P_B}{\sqrt{3} U_{\text{ном}}} = \frac{13 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380} = 19,7 \text{ А}$ ; его значение меньше  $I_{\text{доп}}$ . Значение тока в аварийном режиме, когда один из пунктов питания отключен,

$$I_{\text{авар}} = \frac{P}{\sqrt{3} U_{\text{ном}}} = \frac{23 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380} = 35 \text{ А}.$$

Потеря напряжения в аварийном режиме

$$\Delta U = \frac{\sum (Pl)}{\gamma s U_{\text{ном}}} = \frac{(23 \cdot 250 + 15 \cdot 50) \cdot 10^3}{32 \cdot 16 \cdot 380} = 33,2 \text{ В},$$

или

$$\Delta U_* = \frac{\Delta U}{U_{\text{ном}}} \cdot 100 = \frac{33,2}{380} \cdot 100 = 8,76 \%$$

14.35. Предприятие получает питание от районной подстанции через понизительный трансформатор ТМ-4000/10 по трехфазной линии электропередачи напряжением  $U_{\text{ном}} = 10 \text{ кВ}$  и протяженностью  $l = 4 \text{ км}$  (рис. 14.35). Линия выполнена проводом марки АС-70. Расчетная мощность нагрузки  $P_{\text{н}} = 2400 \text{ кВт}$  при  $\cos \varphi_1 = 0,75$ . На сколько увеличится пропускная способность линии передачи, если коэффициент мощности повысить до  $\cos \varphi_2 = 0,92$ ?

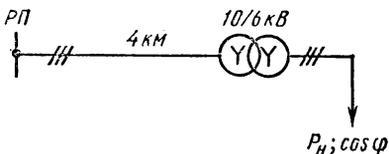


Рис. 14.35

Решение. Номинальный ток трансформатора, при  $P_{\text{ном}} = 4000 \text{ кВт}$

$$I_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{\sqrt{3} U_{\text{ном}}} = \frac{4000}{\sqrt{3} \cdot 10} = 231 \text{ А}.$$

Рабочий ток нагрузки

$$I_{\text{р}} = \frac{P_{\text{н}}}{\sqrt{3} U_{\text{ном}} \cos \varphi_1} = \frac{2400}{\sqrt{3} \cdot 10 \cdot 0,75} = 185 \text{ А}.$$

При увеличении коэффициента мощности до  $\cos \varphi_2 = 0,92$  ток нагрузки на вторичной стороне трансформатора

$$I_{\text{р}} = \frac{P_{\text{н}}}{\sqrt{3} U_{\text{ном}} \cos \varphi_2} = \frac{2400}{\sqrt{3} \cdot 10 \cdot 0,92} = 151 \text{ А}.$$

Трансформатор можно догрузить по току на  $\Delta I = 185 - 151 = 34$  А, а по активной мощности на

$$\Delta P = \sqrt{3} U_n \Delta I \cos \varphi_2 = \sqrt{3} \cdot 10 \cdot 34 \cdot 0,92 = 540 \text{ кВт.}$$

Тогда активная нагрузка трансформатора составит

$$P'_n = P_n + \Delta P = 2400 + 540 = 2940 \text{ кВт.}$$

Ток на стороне низшего напряжения

$$I'_n = \frac{P'_n}{\sqrt{3} U_{\text{ном}} \cos \varphi_2} = \frac{2940}{\sqrt{3} \cdot 10 \cdot 0,92} = 184 \text{ А.}$$

**14.36.** На сколько возрастет пропускная способность линии электропередачи при переходе с напряжения  $U_{\text{ном}1} = 6$  кВ на напряжение  $U_{\text{ном}2} = 10$  кВ?

Сечение проводов линии остается неизменным. Относительная допустимая потеря напряжения  $\Delta U_*$  и  $\cos \varphi$  в обоих случаях одинаковы.

Решение. Относительная потеря напряжения

$$\Delta U_* = \frac{2Pl}{\gamma S U_{\text{ном}}^2} \cos \varphi = k \frac{P}{U_{\text{ном}}^2}.$$

Так как относительная допустимая потеря напряжения не изменяется, то

$$P_1 / U_{\text{ном}1}^2 = P_2 / U_{\text{ном}2}^2$$

т. е.

$$P_2 = P_1 \frac{U_{\text{ном}2}^2}{U_{\text{ном}1}^2} = P_1 \frac{100}{36} = 2,8 P_1.$$

Пропускная способность линии увеличится в 2,8 раза.

Технические данные пусковых реостатов РП и РЗП

| Габарит реостата | Тип реостата | Предельный ток, А | Число ступеней | Число элементов реостата | Масса, кг |
|------------------|--------------|-------------------|----------------|--------------------------|-----------|
| I                | РП-2511      | 30                | 4              | 2                        | 5,5       |
| II               | РЗП-2        | 40                | 7              | 6                        | 12        |
| II               | РЗП-2А       | 40                | 7              | 12                       | 14        |
| III              | РЗП-3        | 120               | 8              | 8                        | 21        |
| III              | РЗП-3А       | 120               | 8              | 16                       | 27        |
| IV               | РЗП-4        | 200               | 12             | 6                        | 52        |
| IV               | РЗП-4А       | 200               | 12             | 10                       | 55        |
| IV               | РЗП-4Б       | 200               | 12             | 14                       | 60        |
| IV               | РЗП-4В       | 200               | 12             | 18                       | 65        |

Приложение 14.2

Допустимые длительные токовые нагрузки в амперах на изолированные провода и силовые кабели с медными или алюминиевыми (в знаменателе) жилами при прокладке сети внутри помещений (при температуре земли 15° С, воздуха 25° С)

| Сечение жилы, мм <sup>2</sup> | Провода (ТПРФ) и кабели с резиновой или полихлорвиниловой изоляцией (СРГ, АСРГ, АНРГ, ВРГ, АВРГ, АВРБГ и др.), проложенные открыто |              | Провода с резиновой или полихлорвиниловой изоляцией (ПР, АПР, ПРТО, ПВ и др.), проложенные в одной трубе |                | Кабели с бумажной изоляцией (СБГ, АСБГ, ААБТ и др.), проложенные открыто (в канале, по стенам и т. д.) |              |                |
|-------------------------------|--|--------------|--|----------------|--|--------------|----------------|
|                               | двух-жильные   | трех-жильные | трех-жильные   | четыре-жильные | двух-жильные   | трех-жильные | четыре-жильные |
| 1,5                           | 19/—   | 19/—         | 17/—   | 16—            | —  | —            | —              |
| 2,5                           | 27/21  | 25/19        | 25/19  | 25/19          | 30/23  | 28/22        | —              |
| 4                             | 38/29  | 35/27        | 35/28  | 30/23          | 40/31  | 37/29        | 35/27          |
| 6                             | 50/38  | 42/32        | 42/32  | 40/30          | 55/42  | 45/35        | 45/35          |
| 10                            | 70/55  | 55/42        | 60/47  | 50/39          | 75/55  | 60/46        | 60/45          |
| 16                            | 90/70  | 75/60        | 80/60  | 75/55          | 95/75  | 80/60        | 80/60          |
| 25                            | 115/90   | 95/75        | 100/80   | 90/70          | 130/100  | 105/80       | 100/75         |
| 35                            | 140/105  | 120/90       | 125/95   | 115/85         | 150/115  | 125/95       | 120/95         |
| 50                            | 175/135  | 145/110      | 170/130  | 150/120        | 185/140  | 155/120      | 145/110        |
| 70                            | 215/165  | 180/140      | 210/165  | 185/140        | 225/175  | 200/155      | 185/140        |
| 95                            | 260/200  | 220/170      | 255/200  | 225/175        | 275/210  | 245/190      | 215/165        |

Приложение 14.3

Допустимые длительные токовые нагрузки в амперах на кабели с медными или алюминиевыми (в знаменателе) жилами при прокладке сети вне помещений (при температуре земли 15° С, воздуха 25° С)

| Сечение жилы, мм <sup>2</sup> | Кабели с бумажной изоляцией в свинцовой или алюминиевой оболочке (СБ, СП, СБВ, АСБ, ААБ и др.), проложенные в земле |               | Сечение жилы, мм <sup>2</sup> | Кабели с бумажной изоляцией в свинцовой или алюминиевой оболочке (СБ, СП, СБВ, АСБ, ААБ и др.), проложенные в земле |               |
|-------------------------------|---|---------------|-------------------------------|---|---------------|
|                               | трехжильные   | четырежильные |                               | трехжильные   | четырежильные |
| 2,5                           | 40/31   | —             | 10                            | 95/75   | 85/65         |
| 4                             | 55/42   | 50/38         | 16                            | 120/90  | 115/90        |
| 6                             | 70/55   | 60/46         | 25                            | 160/125   | 150/115       |

Приложение 14.4

Предохранители переменного и постоянного токов

| Тип предохранителя | Номинальный ток патрона, А | Номинальный ток плавкой вставки, А | Тип предохранителя | Номинальный ток патрона, А | Номинальный ток плавкой вставки, А |
|--------------------|----------------------------|------------------------------------|--------------------|----------------------------|------------------------------------|
| ПР-2               | 15                         | 6, 10, 15                          | ПНБ-2              | 100                        | 60, 80, 100                        |
|                    | 60                         | 15, 20, 25, 35, 45, 60             |                    | 150                        | 100, 125, 150                      |
|                    | 100                        | 60, 80, 100                        |                    | 200                        | 150, 200                           |
|                    | 200                        | 100, 125, 160, 200                 | КП                 | 25                         | 6, 10, 15, 20, 25                  |
|                    |                            |                                    |                    | 60                         | 15, 20, 25, 35, 45, 60             |
|                    |                            |                                    |                    | 100                        | 30, 40, 50, 60, 80, 100            |
|                    |                            |                                    | 200                | 80, 100, 120, 150, 200     |                                    |
|                    |                            |                                    | 350                | 200, 250, 300, 350         |                                    |

Примечание. ПР-2—предохранитель без наполнителя с разборным патроном; ПНБ-2, КП—предохранители с наполнителем.

Приложение 14.5

Наименьшие значения коэффициента соответствия защиты  $k_0$  при защите сетей автоматами и предохранителями

| Характеристика сети                     | Автомат имеет максимальный расцепитель                   |  |   | для предохранителей |
|---|--|--|---|---------------------|
|   | только мгновенного действия (отсечки)<br>$I_a = I_{уст}$ | с регулируемой обратной зависимой от тока характеристикой $I_a = I^*$ расц | с регулируемой обратнoзависимой от тока характеристикой $I_a = I^{**}$ сраб |                     |
| 1-я группа сетей (защита от перегрузки) |  |  |   |                     |

| Характеристика сети   | Автомат имеет максимальный расцепитель                   |   |  | для предохранителей |
|---|--|---|--|---------------------|
|   | только мгновенного действия (отсечки)<br>$I_a = I_{уст}$ | с регулируемой обратозависимой от тока характеристикой $I_a = I_{расц}^*$ | с регулируемой обратозависимой от тока характеристикой $I_a = I_{сраб}^{**}$ |                     |
| 1. Проводники с резиновой или аналогичной по тепловым характеристикам изоляцией (АПР, АРД, АПРТО, АПВ, АСРБГ, АНРБГ, ПРП, АППВ, АПН и др.) в жилых и общественных зданиях, служебно-бытовых помещениях промышленных предприятий и др. | 1,25   | 1<br>(для проводов всех марок)  | 1  | 1,25                |
| 2. Кабели с бумажной изоляцией (АСБГ, ААБГ, СБГ, АБГ и др.) в любых помещениях  | 1  | —   | 0,8  | 1                   |
| 2-я группа сетей (защита от коротких замыканий)   | 0,22   | 1   | 0,67   | 0,33                |

\* Независимо от наличия или отсутствия отсечки.

\*\* При наличии на автомате отсечки ее кратность тока срабатывания не ограничивается.

Приложение 14.6

Минимальные сечения токопроводящих жил кабелей и проводов

| Наименование проводников   | Минимальное сечение жил, мм <sup>2</sup> |             |
|--|--|-------------|
|  | медных                                   | алюминиевых |
| Изолированные провода внутри и снаружи осветительных арматур общего освещения: |  |             |
| внутри помещений   | 0,5                                      | —           |
| вне помещений  | 1,0                                      | —           |
| Кабели шланговые для передвижных электроприемников                             | 2,5                                      | —           |
| Незащищенные изолированные провода в наружных электропроводках:                |  |             |
| по стенам, конструкциям или опорам на изоляторах                               | 2,5                                      | 4,0         |
| под навесами на роликах  | 1,5                                      | 2,5         |
| Кабели и защищенные изолированные провода для стационарной прокладки           | 1,0                                      | 2,5         |
| Голые провода в наружных проводках во всех случаях                             | 4,0                                      | 10          |
| Голые провода для воздушных линий  | 6,0                                      | 16          |

Приложение 14.7

Характеристика голых алюминиевых проводов

| Марка провода | Токовая нагрузка, А |                  | Активное сопротивление при 20°C, Ом/км |
|---------------|---------------------|------------------|--|
|               | вне помещений       | внутри помещений |  |
| А-16          | 105                 | 75               | 1,96                                   |
| А-25          | 135                 | 105              | 1,27                                   |
| А-35          | 170                 | 130              | 0,91                                   |
| А-50          | 215                 | 165              | 0,63                                   |
| А-70          | 265                 | 210              | 0,45                                   |

Приложение 14.8

Автоматические воздушные выключатели серии А3000

| Тип    | Номинальный ток, А | Напряжение, В | Ток установки расцепителя, А | Число полюсов |
|--------|--------------------|---------------|------------------------------|---------------|
| А-3160 | 50                 | 110—220       | 15—50                        | 1; 2; 3       |
| А-3110 | 100                | 220           | 15—100                       | 2; 3          |
| А-3120 | 200                | 220           | 15—100                       | 2; 3          |
| А-3130 | 200                | 220           | 100—200                      | 2; 3          |
| А-3140 | 600                | 220           | 250—600                      | 2; 3          |

## РАСЧЕТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА КОМПЛЕКСНЫМ МЕТОДОМ НА ПРОГРАММИРУЕМЫХ МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРАХ

Расчеты токов и напряжений в электрических цепях, особенно в цепях переменного тока, сопряжены с громоздкими вычислениями. Большую помощь в таких вычислениях могут оказать программируемые микрокалькуляторы (ПМК). В данном сборнике задач приводятся различные программы для вычислений в ряде конкретных случаев.

Для цепей синусоидального тока удобно использовать программу, позволяющую проводить простейшие действия с комплексными числами. Такая программа в определенной мере является универсальной, так как пригодна для анализа любой электрической цепи с синусоидальными токами.

Ниже описывается программа КОМПЛЕКС, которую можно использовать для ПМК типов БЗ-34, МК-54 и МК-56. Лучше применять ПМК типа МК-52, который содержит перепрограммируемое постоянное запоминающее устройство, способное сохранять несколько программ при отключении источника питания.

При вычислениях с помощью ПМК нужно придерживаться следующего порядка.

1. Подготовка ПМК к вычислениям по программе КОМПЛЕКС.

1.1. Включить питание ПМК.

1.2. Перевести ПМК в режим программирования нажатием клавиш <F> и <ПРГ>.

1.3. Набрать программу КОМПЛЕКС, приведенную в табл. 1, которая реализует алгоритм, описанный в конце этого раздела.

Набор программы должен обязательно контролироваться по индикатору, где высвечиваются номер следующего шага (именно этот номер записан в табл. 1) и код набранной команды.

В случае ошибочного ввода необходимо вернуться на один шаг назад (если сбой произошел при вводе адреса условного перехода, то на два шага) и повторить набор.

1.4. Перейти в режим автоматических вычислений нажатием клавиш <F> и <АВТ>.

1.5. Проверить работу программы с помощью тестов.

Для этого нужно произвести вычисления с числами  $\dot{A} = 3 + j4$  и  $\dot{B} = 5 - j6$ . При сложении, умножении и делении действительные и мнимые части чисел  $\dot{A}$  и  $\dot{B}$  вводятся в регистры памяти ПМК

## Программа КОМПЛЕКС

| Номер шага | Клавиши | Код | Номер шага | Клавиши          | Код | Номер шага | Клавиши | Код |
|------------|---------|-----|------------|------------------|-----|------------|---------|-----|
| 01         | X → П 2 | 42  | 34         | F X <sup>2</sup> | 22  | 67         | 3       | 03  |
| 02         | ↔       | 14  | 35         | П → X 4          | 64  | 68         | —       | 11  |
| 03         | X → П 1 | 41  | 36         | F X <sup>2</sup> | 22  | 69         | F X=0   | 5E  |
| 04         | с/п     | 50  | 37         | +                | 10  | 70         | 7 8     | 78  |
| 05         | X → П 4 | 44  | 38         | ÷                | 13  | 71         | П → X 2 | 62  |
| 06         | ↔       | 14  | 39         | X → П 0          | 40  | 72         | П → X 4 | 64  |
| 07         | X → П 3 | 43  | 40         | П → X 5          | 65  | 73         | +       | 10  |
| 08         | 3       | 03  | 41         | F В <sub>x</sub> | 0   | 74         | X → П 0 | 40  |
| 09         | В ↑     | 0E  | 42         | ÷                | 13  | 75         | П → X 1 | 61  |
| 10         | с/п     | 50  | 43         | с/п              | 50  | 76         | П → X 3 | 63  |
| 11         | F X=0   | 5E  | 44         | 2                | 02  | 77         | +       | 10  |
| 12         | 2 2     | 22  | 45         | —                | 11  | 78         | с/п     | 50  |
| 13         | П → X 2 | 62  | 46         | F X=0            | 5E  | 79         | ПП      | 53  |
| 14         | F SIN   | 1C  | 47         | 6 6              | 66  | 80         | 8 1     | 81  |
| 15         | П → X 1 | 61  | 48         | П → X 2          | 62  | 81         | с/п     | 50  |
| 16         | ×       | 12  | 49         | П → X 1          | 61  | 82         | П → X 1 | 61  |
| 17         | X → П 0 | 40  | 50         | ÷                | 13  | 83         | П → X 4 | 64  |
| 18         | П → X 2 | 62  | 51         | F tg-1           | 1L  | 84         | ×       | 12  |
| 19         | F COS   | 1Г  | 52         | X → П 0          | 40  | 85         | П → X 2 | 62  |
| 20         | П → X 1 | 61  | 53         | П → X 1          | 61  | 86         | П → X 3 | 63  |
| 21         | ×       | 12  | 54         | F X < 0          | 5C  | 87         | ×       | 12  |
| 22         | с/п     | 50  | 55         | 6 1              | 61  | 88         | +       | 10  |
| 23         | 1       | 01  | 56         | П → X 0          | 60  | 89         | X → П 0 | 40  |
| 24         | /-/     | 11  | 57         | 1                | 01  | 90         | П → X 1 | 61  |
| 25         | F X=0   | 5E  | 58         | 8                | 08  | 91         | П → X 3 | 63  |
| 26         | 4 3     | 43  | 59         | 0                | 00  | 92         | ×       | 12  |
| 27         | П → X 4 | 64  | 60         | +                | 10  | 93         | П → X 2 | 62  |
| 28         | —       | 0L  | 61         | X → П 0          | 40  | 94         | П → X 4 | 64  |
| 29         | X → П 4 | 44  | 62         | П → X 2          | 62  | 95         | ×       | 12  |
| 30         | ПП      | 53  | 63         | П → X 0          | 60  | 96         | —       | 11  |
| 31         | 8 1     | 81  | 64         | F SIN            | 1C  | 97         | X → П 5 | 45  |
| 32         | П → X 0 | 60  | 65         | ÷                | 13  | 98         | В/О     | 52  |
| 33         | П → X 3 | 63  | 66         | с/п              | 50  |            |         |     |

следующим образом:

$$\langle B/0 \rangle \langle 3 \rangle \langle B \uparrow \rangle \langle 4 \rangle \langle c/p \rangle \langle 5 \rangle \langle B \uparrow \rangle \langle 6 \rangle \langle /- / \rangle \langle c/p \rangle. \quad (1)$$

Во время набора строки (1) на индикаторе ПМК последовательно возникают числа 3., 4., 3., 5., 6., —6., 3. Темп набора надо соотносить с работой ПМК — следующую клавишу нажимать только после установления числа на индикаторе.

1.5.1. Проверить подпрограмму сложения ( $\dot{A} + \dot{B} = \dot{C}$ ).

Ввести числа  $\dot{A}$  и  $\dot{B}$ , как указано в строке (1).

Нажать клавишу  $\langle + \rangle$ , после этого на индикаторе должно появиться число 6.. Это код операции сложения, принятый в программе КОМПЛЕКС.

Нажать клавишу  $\langle \text{с/п} \rangle$ . Через 6—7 с на индикаторе высветится действительная часть числа  $\dot{C} = 8$ . Мнимая часть числа  $\dot{C} = -2$ . находится в регистре памяти РГО. Для вызова его на индикатор нужно нажать клавиши  $\langle \text{П} \rightarrow X \rangle$  и  $\langle 0 \rangle$ .

1.5.2. Проверить подпрограмму умножения ( $\dot{A} \cdot \dot{B} = \dot{C}$ ).

Ввести числа  $\dot{A}$  и  $\dot{B}$  согласно строке (1).

Нажать клавишу  $\langle \times \rangle$ . На индикаторе должно появиться число 9.— код операции умножения в программе.

Нажать клавишу  $\langle \text{с/п} \rangle$ . После 10—12 с работы ПМК на индикаторе появится действительная часть числа  $\dot{C} = 39$ . Мнимая часть  $\dot{C} = 2$  выводится на индикатор нажатием клавиш  $\langle \text{П} \rightarrow X \rangle$  и  $\langle 0 \rangle$ .

1.5.3. Проверить подпрограмму деления ( $\dot{A}/\dot{B} = \dot{C}$ ).

Ввести числа  $\dot{A}$  и  $\dot{B}$  согласно строке (1).

Нажать клавишу  $\langle \div \rangle$ . После этого на индикаторе должно появиться число 1.— код операции деления в программе.

Нажать клавишу  $\langle \text{с/п} \rangle$ . Через 12—14 с на индикаторе высветится действительная часть числа  $\dot{C} = -0,14754098$ . Мнимая часть числа  $\dot{C} = 0,62295081$  вызывается из регистра РГО клавишами  $\langle \text{П} \rightarrow X \rangle$  и  $\langle 0 \rangle$ .

1.5.4. Проверить подпрограмму перевода комплексного числа из алгебраической формы в показательную.

Переключатель углов установить в положение «градус». В регистры памяти ввести комплексное число  $\dot{A}$

$$\langle \text{V}/0 \rangle \langle 3 \rangle \langle \text{V} \uparrow \rangle \langle 4 \rangle \langle \text{с/п} \rangle \langle \text{с/п} \rangle \quad (2)$$

и нажать клавишу  $\langle \text{V} \uparrow \rangle$ . На индикаторе появится число 3., которое является кодом тестируемой операции.

Нажать клавишу  $\langle \text{с/п} \rangle$ . Через 6—7 с высветится модуль числа  $\dot{C} = 4,999999$ . Аргумент числа  $\dot{A} = 53,1301^\circ$  извлекается из регистра РГО:  $\langle \text{П} \rightarrow X \rangle \langle 0 \rangle$ .

1.5.5. Проверить подпрограмму перевода комплексного числа из показательной формы в алгебраическую.

Переключатель углов должен находиться в положении «градус». Ввести комплексное число  $\dot{A} = 5e^{j53,1301^\circ}$  в регистры памяти ПМК:

$$\langle \text{V}/0 \rangle \langle 5 \rangle \langle \text{V} \uparrow \rangle \langle 5 \rangle \langle 3 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 1 \rangle \langle 3 \rangle \langle 0 \rangle \langle 1 \rangle \langle \text{с/п} \rangle \langle \text{с/п} \rangle \quad (3)$$

Нажать клавишу <Сх>. На индикаторе установится число 0.— код тестируемой операции в программе.

Нажать клавишу <с/п>. Через 7—8 с на индикаторе появится действительная часть числа  $\dot{A} = 3,0000001$ . Мнимая часть числа  $\dot{A} = 4,0000001$  извлекается из регистра 0:

2. Составление алгоритма вычислений.

На этом этапе формулы для расчета искомых параметров (сопротивлений, токов, напряжений, мощностей) представляются таким образом, чтобы они содержали однократные операции, на вычисление которых рассчитана программа КОМПЛЕКС.

Рассмотрим этот этап на примере анализа цепи со смешанным соединением трех элементов, имеющих комплексные сопротивления  $\underline{Z}_1$ ,  $\underline{Z}_2$  и  $\underline{Z}_3$  и подключенных к источнику с напряжением  $\dot{U}$ . Запишем в виде последовательности простых действий алгоритм вычислений.

Выражения для расчета эквивалентного сопротивления участка с параллельным соединением элементов удобно представить в форме

$$\begin{aligned}\underline{Z}'_{23} &= \underline{Z}_2 \underline{Z}_3, \\ \underline{Z}''_{23} &= \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3, \\ \underline{Z}_{23} &= \underline{Z}'_{23} / \underline{Z}''_{23}.\end{aligned}$$

Эквивалентное сопротивление цепи

$$\underline{Z}_{\text{эк}} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23}.$$

Токи в цепи удобно вычислить таким образом:

$$\begin{aligned}\dot{I}_1 &= \dot{U} / \underline{Z}_{\text{эк}}, \\ \dot{U}_{23} &= \underline{Z}_{23} \dot{I}_1, \\ \dot{I}_2 &= \dot{U}_{23} / \underline{Z}_2, \\ \dot{I}_3 &= \dot{U}_{23} / \underline{Z}_3.\end{aligned}$$

Комплексная мощность источника

$$\underline{S}_{\text{ист}} = \dot{U} \dot{I}_1^*.$$

Активная и реактивная мощности всех пассивных элементов цепи соответственно равны:

$$P_{\text{прм}} = \sum_{k=1}^3 R_k I_k^2, \quad Q_{\text{прм}} = \sum_{k=1}^3 X_k I_k^2.$$

Правильность вычислений проверяется по выполнению уравнения баланса мощности

$$\underline{S}_{\text{ист}} = P_{\text{прм}} + jQ_{\text{прм}}.$$

3. Вычисления с помощью программы КОМПЛЕКС.

Последовательности манипуляций, необходимых для вычислений

## Вычисления с помощью программы КОМПЛЕКС

| Действие   | Операции  | Чтение результата  |
|--|---|--|
| $\dot{A} + \dot{B} = \dot{C}$  | $\langle B/0 \rangle \langle \dots \text{ВВОД Re } \dot{A} \dots \rangle \langle B \uparrow \rangle$<br>$\langle \dots \text{ВВОД Im } \dot{A} \dots \rangle \langle c/n \rangle$<br>$\langle \dots \text{ВВОД Re } \dot{B} \dots \rangle \langle B \uparrow \rangle$<br>$\langle \dots \text{ВВОД Im } \dot{B} \dots \rangle \langle c/n \rangle$<br>$\langle + \rangle \langle c/n \rangle$   | $\text{Re } \dot{C} = \text{РГХ}$<br>(индикатор)<br>$\text{Im } \dot{C} = \text{РГО}$<br>$(\langle \Pi \rightarrow X \rangle \langle 0 \rangle)$ |
| $\dot{A} - \dot{B} = \dot{C}$  | $\langle B/0 \rangle \langle \dots \text{ВВОД Re } \dot{A} \dots \rangle \langle B \uparrow \rangle$<br>$\langle \dots \text{ВВОД Im } \dot{A} \dots \rangle \langle c/n \rangle$<br>$\langle \dots \text{ВВОД Re } \dot{A} \dots \rangle \langle /- / \rangle \langle B \uparrow \rangle$<br>$\langle \dots \text{ВВОД Im } \dot{B} \dots \rangle \langle /- / \rangle \langle c/n \rangle$<br>$\langle + \rangle \langle c/n \rangle$ | То же  |
| $\dot{A} \cdot \dot{B} = \dot{C}$  | $\langle B/0 \rangle \langle \dots \text{ВВОД Re } \dot{A} \dots \rangle \langle B \uparrow \rangle$<br>$\langle \dots \text{ВВОД Im } \dot{A} \dots \rangle \langle c/n \rangle$<br>$\langle \dots \text{ВВОД Re } \dot{B} \dots \rangle \langle B \uparrow \rangle$<br>$\langle \dots \text{ВВОД Im } \dot{B} \dots \rangle \langle c/n \rangle$<br>$\langle \times \rangle \langle c/n \rangle$                                      | »—ж  |
| $\dot{A} / \dot{B} = \dot{C}$  | $\langle B/0 \rangle \langle \dots \text{ВВОД Re } \dot{A} \dots \rangle \langle B \uparrow \rangle$<br>$\langle \dots \text{ВВОД Im } \dot{A} \dots \rangle \langle c/n \rangle$<br>$\langle \dots \text{ВВОД Re } \dot{B} \dots \rangle \langle B \uparrow \rangle$<br>$\langle \dots \text{ВВОД Im } \dot{B} \dots \rangle \langle c/n \rangle$<br>$\langle \div \rangle \langle c/n \rangle$  | »—ж  |
| $\text{Re } \dot{A} + j \text{Im } \dot{A} \Rightarrow$<br>$\Rightarrow A e^{j\psi}$ | ГРАДУС<br>$\langle B/0 \rangle \langle \dots \text{ВВОД Re } \dot{A} \dots \rangle \langle B \uparrow \rangle$<br>$\langle \dots \text{ВВОД Im } \dot{A} \dots \rangle \langle c/n \rangle$<br>$\langle c/n \rangle \langle B \uparrow \rangle \langle c/n \rangle$   | $A = \text{РГХ}$<br>(индикатор)<br>$\psi = \text{РГО}$<br>$(\langle \Pi \rightarrow X \rangle \langle 0 \rangle)$                                |
| $A e^{j\psi} \Rightarrow$<br>$\Rightarrow \text{Re } \dot{A} + j \text{Im } \dot{A}$ | ГРАДУС<br>$\langle B/0 \rangle \langle \dots \text{ВВОД } A \dots \rangle \langle B \uparrow \rangle$<br>$\langle \dots \text{ВВОД } \psi \dots \rangle \langle c/n \rangle$<br>$\langle c/n \rangle \langle C_x \rangle \langle c/n \rangle$   | $\text{Re } \dot{A} = \text{РГХ}$<br>(индикатор)<br>$\text{Im } \dot{A} = \text{РГО}$<br>$(\langle \Pi \rightarrow X \rangle \langle 0 \rangle)$ |

разных выражений, подробно описаны в разделе 1.5. Для удобства использования они сведены в табл. 2.

В программе КОМПЛЕКС заняты операционные регистры памяти (РГО—РГ5). Остальные восемь регистров памяти (РГ6—РГ9, РГа,

РГb, РГc и РГd) свободные. Это дает возможность провести вычисления без записи на бумаге промежуточных значений. Однако практически такой способ требует составления громоздкой таблицы движения информации между регистрами памяти после каждой операции, многих дополнительных манипуляций с клавиатурой, что повышает риск ошибки.

С другой стороны, требуемая погрешность электротехнических расчетов обычно намного превышает погрешность вычислений на ПМК. Поэтому при вводе чисел достаточно набрать три-четыре значащих цифры.

По этим причинам проще записывать результаты вычислений только на бумаге.

Рассмотрим пример вычислений для цепи, описанной в разделе 2 при исходных данных  $\underline{Z}_1 = (3 + j4) \text{ Ом}$ ,  $\underline{Z}_2 = (5 - j6) \text{ Ом}$ ,  $\underline{Z}_3 = (7 + j8) \text{ Ом}$ ,  $\dot{U} = 20e^{j36^\circ} \text{ В}$ .

1. Представим комплексное напряжение  $\dot{U}$  в алгебраической форме:

$$\langle \text{В}/0 \rangle \langle 2 \rangle \langle 0 \rangle \langle \text{В} \uparrow \rangle \langle 3 \rangle \langle 6 \rangle \langle \text{с/п} \rangle \langle \text{с/п} \rangle \langle \text{Сх} \rangle \langle \text{с/п} \rangle.$$

Получим на индикаторе 16,180341. Запишем  $\text{Re } \dot{U} = 16,18 \text{ В}$ . Переведем  $\text{Im } \dot{U}$  из регистра РГО в регистрах РГХ (индикатор):  $\langle \text{П} \rightarrow \text{Х} \rangle \langle 0 \rangle$ . Получим на индикаторе 11,755706. Запишем  $\text{Im } \dot{U} = 11,76 \text{ В}$ . Таким образом,  $\dot{U} = (16,18 + j11,76) \text{ В}$ .

2. Вычислим  $\underline{Z}'_{23}$ :

$$\langle \text{В}/0 \rangle \langle 5 \rangle \langle \text{В} \uparrow \rangle \langle 6 \rangle \langle /- / \rangle \langle \text{с/п} \rangle \langle 7 \rangle \langle \text{В} \uparrow \rangle \langle 8 \rangle \langle \text{с/п} \rangle \langle \times \rangle \langle \text{с/п} \rangle.$$

Получим на индикаторе  $\text{Re } \underline{Z}'_{23} = 83 \text{ Ом}^2$ . Вызовем  $\text{Im } \underline{Z}'_{23}$ :  $\langle \text{П} \rightarrow \text{Х} \rangle \langle 0 \rangle$ . Получим  $\text{Im } \underline{Z}'_{23} = -2 \text{ Ом}^2$ .

3. Вычислим  $\underline{Z}''_{23}$ :

$$\langle \text{В}/0 \rangle \langle 5 \rangle \langle \text{В} \uparrow \rangle \langle 6 \rangle \langle /- / \rangle \langle \text{с/п} \rangle \langle 7 \rangle \langle \text{В} \uparrow \rangle \langle 8 \rangle \langle \text{с/п} \rangle \langle + \rangle \langle \text{с/п} \rangle.$$

Получим на индикаторе  $\text{Re } \underline{Z}''_{23} = 12 \text{ Ом}$ . Вызовем  $\text{Im } \underline{Z}''_{23}$ :  $\langle \text{П} \rightarrow \text{Х} \rangle \langle 0 \rangle$ . Получим  $\text{Im } \underline{Z}''_{23} = 2 \text{ Ом}$ .

*Замечание:* иногда проще сложить два комплексных числа, не прибегая к программе.

4. Вычислим эквивалентное сопротивление  $\underline{Z}_{23}$ :

$$\langle \text{В}/0 \rangle \langle 8 \rangle \langle 3 \rangle \langle \text{В} \uparrow \rangle \langle 2 \rangle \langle /- / \rangle \langle \text{с/п} \rangle \langle 1 \rangle \langle 2 \rangle \langle \text{В} \uparrow \rangle \langle 2 \rangle \langle \text{с/п} \rangle \langle \div \rangle \langle \text{с/п} \rangle.$$

Получим на индикаторе 6,7027027. Запишем  $\text{Re } \underline{Z}_{23} = 6,703 \text{ Ом}$ . Вызовем  $\text{Im } \underline{Z}_{23}$ :  $\langle \text{П} \rightarrow \text{Х} \rangle \langle 0 \rangle$ . Получим на индикаторе  $-1,2837837$ . Запишем  $\text{Im } \underline{Z}_{23} = -1,284 \text{ Ом}$ .

5. Вычислим эквивалентное сопротивление  $\underline{Z}_{\text{эк}}$ :

$$\langle \text{В}/0 \rangle \langle 3 \rangle \langle \text{В} \uparrow \rangle \langle 4 \rangle \langle \text{с/п} \rangle \langle 6 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 7 \rangle \langle 0 \rangle \langle 3 \rangle \langle \text{В} \uparrow \rangle \langle 1 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 2 \rangle \langle 8 \rangle \langle 4 \rangle \langle /- / \rangle \langle \text{с/п} \rangle \langle + \rangle \langle \text{с/п} \rangle$$

Округляя полученные числовые значения, получаем

$$\underline{Z}_{\text{эк}} = (9,703 + 2,716j) \text{ Ом.}$$

6. Вычислим ток  $I_1$ :

$$\langle V/0 \rangle \langle 1 \rangle \langle 6 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 1 \rangle \langle 8 \rangle \langle V \uparrow \rangle \langle 1 \rangle \langle 1 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 7 \rangle \langle 6 \rangle \langle c/p \rangle \\ \langle 9 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 7 \rangle \langle V \uparrow \rangle \langle 2 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 7 \rangle \langle 2 \rangle \langle c/p \rangle \langle \div \rangle \langle c/p \rangle.$$

В итоге получим

$$\text{Re } \dot{I}_1 \approx 1,861 \text{ A, Im } \dot{I}_1 \approx 0,6911 \text{ A.}$$

7. Преобразуем комплексный ток  $I_1$  в показательную форму:

$$\langle V/0 \rangle \langle 1 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 8 \rangle \langle 6 \rangle \langle 1 \rangle \langle V \uparrow \rangle \langle 0 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 6 \rangle \langle 9 \rangle \langle 1 \rangle \langle 1 \rangle \\ \langle c/p \rangle \langle c/p \rangle \langle V \uparrow \rangle \langle c/p \rangle.$$

Получим

$$\dot{I}_1 \approx 1,985 \text{ A, } \psi_{i1} \approx 20,37^\circ.$$

8. Вычислим напряжение  $U_{23}$ :

$$\langle V/0 \rangle \langle 6 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 7 \rangle \langle 0 \rangle \langle 3 \rangle \langle V \uparrow \rangle \langle 1 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 2 \rangle \langle 8 \rangle \langle 4 \rangle \langle /- / \rangle \langle c/p \rangle \\ \langle 1 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 8 \rangle \langle 6 \rangle \langle V \uparrow \rangle \langle 0 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 6 \rangle \langle 9 \rangle \langle c/p \rangle \\ \langle \times \rangle \langle c/p \rangle.$$

Получим  $\text{Re } \dot{U}_{23} \approx 13,3$  и  $\text{Im } \dot{U}_{23} \approx 2,2$  В.

9. Вычислим ток  $I_2$ :

$$\langle V/0 \rangle \langle 1 \rangle \langle 3 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 3 \rangle \langle V \uparrow \rangle \langle 2 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 2 \rangle \langle c/p \rangle \\ \langle 5 \rangle \langle V \uparrow \rangle \langle 6 \rangle \langle /- / \rangle \langle c/p \rangle \langle \div \rangle \langle c/p \rangle.$$

Получим  $\text{Re } \dot{I}_2 \approx 0,874$  А,  $\text{Im } \dot{I}_2 \approx 1,49$  А.

10. Преобразуем комплексный ток  $I_2$  в показательную форму:

$$\langle V/0 \rangle \langle 0 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 8 \rangle \langle 7 \rangle \langle 4 \rangle \langle V \uparrow \rangle \langle 1 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 4 \rangle \langle 9 \rangle \langle c/p \rangle \langle c/p \rangle, \\ \langle V \uparrow \rangle \langle c/p \rangle$$

Получим  $I_2 \approx 1,727$  А,  $\psi_{i2} = 59,61^\circ$ .

11. Вычислим ток  $I_3$ :

$$\langle V/0 \rangle \langle 1 \rangle \langle 3 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 3 \rangle \langle V \uparrow \rangle \langle 2 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 2 \rangle \langle c/p \rangle \\ \langle 7 \rangle \langle V \uparrow \rangle \langle 8 \rangle \langle c/p \rangle \langle \div \rangle \langle c/p \rangle.$$

Получим  $\text{Re } \dot{I}_3 \approx 0,980$  А,  $\text{Im } \dot{I}_3 \approx -0,805$  А.

12. Преобразуем ток  $I_3$  в показательную форму:

$$\langle V/0 \rangle \langle 0 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 9 \rangle \langle 8 \rangle \langle V \uparrow \rangle \langle 0 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 8 \rangle \langle 0 \rangle \langle 5 \rangle \langle /- / \rangle \langle c/p \rangle \\ \langle c/p \rangle \langle V \uparrow \rangle \langle c/p \rangle.$$

Получим  $I_3 \approx 1,268$  А,  $\psi_{i3} = -39,40^\circ$ .

13. Вычислим комплексную мощность источника:

$$\langle V/0 \rangle \langle 1 \rangle \langle 6 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 1 \rangle \langle 8 \rangle \langle V \uparrow \rangle \langle 1 \rangle \langle 1 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 7 \rangle \langle 6 \rangle \langle c/p \rangle \\ \langle 1 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 8 \rangle \langle 6 \rangle \langle 1 \rangle \langle V \uparrow \rangle \langle 0 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 6 \rangle \langle 9 \rangle \langle 1 \rangle \langle 1 \rangle \langle /- / \rangle \\ \langle c/p \rangle \langle \times \rangle \langle c/p \rangle.$$

Получим  $P_{\text{ист}} \approx 38,24$  Вт,  $Q_{\text{ист}} \approx 10,70$  вар.

14. Вычислим активную мощность приемников:

$$\langle 3 \rangle \langle V \uparrow \rangle \langle 1 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 9 \rangle \langle 8 \rangle \langle 5 \rangle \langle F \rangle \langle X^2 \rangle \langle \times \rangle \\ \langle 5 \rangle \langle V \uparrow \rangle \langle 1 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 7 \rangle \langle 2 \rangle \langle 7 \rangle \langle F \rangle \langle X^2 \rangle \langle \times \rangle \langle + \rangle \\ \langle 7 \rangle \langle V \uparrow \rangle \langle 1 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 2 \rangle \langle 6 \rangle \langle 8 \rangle \langle F \rangle \langle X^2 \rangle \langle \times \rangle \langle + \rangle$$

Получим  $P_{\text{прм}} \approx 37,99$  Вт.

15. Вычислим реактивную мощность приемников:

$$\langle 4 \rangle \langle V \uparrow \rangle \langle 1 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 9 \rangle \langle 8 \rangle \langle 5 \rangle \langle F \rangle \langle X^2 \rangle \langle \times \rangle \\ \langle 6 \rangle \langle /- / \rangle \langle V \uparrow \rangle \langle 1 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 7 \rangle \langle 2 \rangle \langle 7 \rangle \langle F \rangle \langle X^2 \rangle \langle \times \rangle \langle + \rangle \\ \langle 8 \rangle \langle V \uparrow \rangle \langle 1 \rangle \langle \cdot \rangle \langle 2 \rangle \langle 6 \rangle \langle 8 \rangle \langle F \rangle \langle X^2 \rangle \langle \times \rangle \langle + \rangle$$

Получим  $Q_{\text{прм}} \approx 10,73$  вар.

Баланс мощностей выполняется с погрешностью не более 1%.

В программе КОМПЛЕКС вычисления производятся по следующему алгоритму.

1. Запись значений операндов в регистры памяти РГ1—РГ4 (шаги 01—07).

2. Формирование числового кода операций  $K$  с помощью действий над числом 3. (шаги 08—10):

«сложение» ( $K = 3 + 3 = 6$ ),

«умножение» ( $K = 3 \times 3 = 9$ ),

«деление» ( $K = 3/3 = 1$ ),

«перевод в показательную форму» ( $K = 3$ ),

«перевод в алгебраическую форму» ( $K = 0$ ).

3. Если код  $K = 0$  (шаги 11—12), то выполняется операция по подпрограмме перевода комплексного числа в алгебраическую форму (шаги 13—22). Вычисления производятся по формулам

$$\operatorname{Re} \dot{A} = A \sin \psi, \quad \operatorname{Im} \dot{A} = A \cos \psi.$$

4. Если код  $K = 1$  (шаги 23—26), то выполняется операция деления (шаги 27—43), в которой используется подпрограмма умножения (шаги 82—98). Вычисления производятся по формулам

$$\dot{A}/\dot{B} = \dot{A} \cdot \overset{*}{B}/B^2 = \dot{A} \cdot \overset{*}{B}/[(\operatorname{Re} A)^2 + (\operatorname{Im} A)^2].$$

Произведение  $\dot{A} \cdot \overset{*}{B}$  вычисляется в подпрограмме умножения.

5. Если код  $K = 3$  (шаги 44—47), то выполняется операция преобразования комплексного числа из алгебраической формы в показательную (шаги 48—66).

Аргумент комплексного числа

$$\psi = \operatorname{arctg} (\operatorname{Im} \dot{A}/\operatorname{Re} \dot{A}),$$

если  $\operatorname{Re} \dot{A} > 0$ , и

$$\psi = \operatorname{arctg} (\operatorname{Im} \dot{A} / \operatorname{Re} \dot{A}) + 180^\circ,$$

если  $\operatorname{Re} \dot{A} < 0$ .

Модуль

$$A = \operatorname{Im} \dot{A} / \sin \psi.$$

6. Если код операции  $K=6$  (шаги 67—70), то выполняется операция сложения (шаги 71—78):

$$\dot{A} + \dot{B} = (\operatorname{Re} \dot{A} + \operatorname{Re} \dot{B}) + j (\operatorname{Im} \dot{A} + \operatorname{Im} \dot{B}) = \dot{C}.$$

7. Если код операции  $K=9$ , то выполняется операция умножения (шаги 82—98):

$$\dot{A} \cdot \dot{B} = (\operatorname{Re} \dot{A} \operatorname{Re} \dot{B} - \operatorname{Im} \dot{A} \operatorname{Im} \dot{B}) + j (\operatorname{Re} \dot{A} \operatorname{Im} \dot{B} + \operatorname{Im} \dot{A} \operatorname{Re} \dot{B}) = \dot{C}.$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Электротехника. /Под ред. В. Г. Герасимова. 3-е изд.— М.: Высшая школа, 1985.
2. Электротехника: Программированное учебное пособие /Под ред. В. Г. Герасимова.— М.: Высшая школа, 1983.
3. Основы промышленной электроники /Под ред. В. Г. Герасимова. 3-е изд.— М.: Высшая школа, 1986.
4. Электротехнический справочник. Т. 1, 2. 7-е изд.— М.: Энергоиздат, 1985, 1986.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|  |     |
|--|-----|
| Предисловие . . . . .  | 3   |
| Глава 1. Линейные электрические цепи постоянного тока . . . . .  | 4   |
| Глава 2. Однофазные цепи синусоидального тока . . . . .  | 28  |
| Глава 3. Трехфазные цепи . . . . .   | 71  |
| Глава 4. Переходные процессы в линейных электрических цепях . . . . .  | 86  |
| Глава 5. Нелинейные электрические цепи . . . . .   | 99  |
| Глава 6. Периодические несинусоидальные токи в электрических цепях . . . . .   | 112 |
| Глава 7. Электромагнитные устройства постоянного магнитного потока . . . . .   | 130 |
| Глава 8. Электромагнитные устройства переменного магнитного потока. Трансформаторы . . . . .                         | 147 |
| Глава 9. Основы электроники . . . . .  | 165 |
| Глава 10. Электрические измерения и приборы . . . . .  | 188 |
| Глава 11. Электрические машины постоянного тока . . . . .  | 215 |
| Глава 12. Трехфазные асинхронные машины . . . . .  | 226 |
| Глава 13. Трехфазные синхронные машины . . . . .   | 239 |
| Глава 14. Принципы выбора электродвигателей. Аппаратура управления и защиты электротехнических устройств . . . . .   | 253 |
| Расчеты электрических цепей синусоидального тока комплексным методом на программируемых микрокалькуляторах . . . . . | 279 |
| Список литературы . . . . .  | 287 |

*Учебное издание*

**Виктор Григорьевич Герасимов, Христина Эдуардовна Зайдель, Владимир Викторович Коген-Далин**, Василий Васильевич Крымов, Эдуард Васильевич Кузнецов, Ольга Владимировна Николаева, Марианна Самуиловна Цепляева, Валерий Григорьевич Хлебников, Валерий Леонидович Шатуновский, Ян Абрамович Шнейберг, Анатолий Яковлевич Шихин

### СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ И ОСНОВАМ ЭЛЕКТРОНИКИ

Зав. редакцией Л. А. Романова. Редактор Т. И. Артемова. Младшие редакторы И. А. Исасва, И. А. Титова. Художественный редактор Т. М. Скворцова. Переплет художника Ю. Д. Федичкина. Технический редактор Е. И. Герасимова. Корректор Г. И. Кострикова

ИБ № 6102

Изд. № ЭР-443. Сдано в набор 10.07.86. Подп. в печать 12.01.87. Формат 60×90<sup>1/16</sup>. Бум. тип. № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Объем 18 усл. печ. л. 18 усл. кр.-стт. 16,69 уч.-изд. л. Тираж 80000 экз. Зак. № 2841. Цена 85 коп.

Издательство «Высшая школа», 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14.

Ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени МПО «Первая Образцовая типография» имени А. А. Жданова Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 113054, Москва, Валовая, 28.

