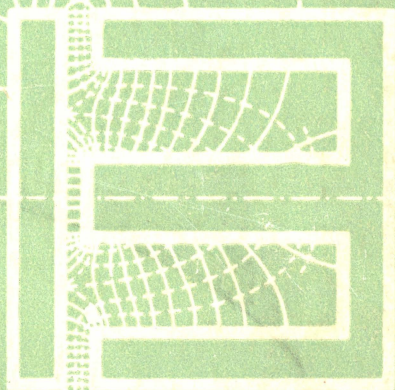


**Б. К. БУЛЬ**

# **ОСНОВЫ ТЕОРИИ И РАСЧЕТА МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ**

**ИЗДАТЕЛЬСТВО  
«ЭНЕРГИЯ»**





Б. К. БУЛЬ

# ОСНОВЫ ТЕОРИИ И РАСЧЕТА МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЭНЕРГИЯ»  
МОСКВА 1964 ЛЕНИНГРАД

ЭЭ-5(4)-3

УДК 621.3.042:538.26

Б 90

*В книге излагаются основы теории и инженерные методы расчета магнитных цепей электрических аппаратов и приборов автоматики. Рассмотрены цепи постоянного и переменного тока, без воздушного зазора и с зазором. Расчет проводится с учетом магнитного сопротивления стали, рассеяния и влияния электромагнитных экранов. Определены погрешности и пределы использования известных методов расчета магнитных проводимостей воздушных промежутков, а также проверены экспериментально различные методы расчета магнитных цепей.*

*Книга иллюстрируется числовыми примерами.*

*Книга предназначена для инженеров и научных работников, занимающихся расчетом и проектированием электрических аппаратов. Она может быть также использована в качестве учебного пособия для студентов электротехнических и энергетических институтов и факультетов.*

Буль Болеслав Казимирович.

**Основы теории и расчета магнитных цепей.** М.—Л., издательство „Энергия“, 1964, 464 с. с черт.

Редактор **В. Г. Курлев**

Техн. редактор **О. П. Печенкина**

Сдано в набор 8/І 1964 г.

Подписано к печати 23/ІІІ 1964 г.

Т-04229

Бумага 84×108<sup>1</sup>/<sub>32</sub>

23,78 п. л.

Уч.-изд. л. 25,2

Тираж 13 000 экз.

Цена 1 р. 41 к.

Зак. 1016

Московская типография № 10 Главполиграфпрома  
Государственного комитета Совета Министров СССР по печати.  
Шлюзовая наб., 10.



---

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Развитие и распространение автоматизации производственных процессов требует разработки все более сложных электрических приборов, аппаратов и различного рода устройств, в которых используется магнитная цепь.

Различные требования, предъявляемые к электрическим аппаратам, приводят к большому многообразию конструктивных форм магнитных цепей, что создает большие трудности при проектировании. В целях облегчения задачи при создании новых аппаратов с высокими техническими и экономическими параметрами автором проведены исследования магнитных цепей, в результате которых выявились общие признаки, позволяющие объединить эти цепи в однородные группы. Применительно к каждой из них предложены методы, пригодные для практических расчетов.

В книге обобщены результаты многолетней научно-исследовательской работы автора. При изложении материала автор сознательно уделил больше внимания вопросам расчета магнитных цепей переменного тока, которые, насколько известно, до сих пор в литературе освещены слабо. Однако по расчету магнитных цепей постоянного тока в книге изложено материала достаточно, для того чтобы воспользоваться им в практике проектирования.

Книга может быть использована в качестве учебного пособия для студентов специальностей «Электроаппаратостроение», «Автоматика и телемеханика» и «Электроприборостроение».

С этой целью текст книги дополнен числовыми примерами, которые облегчают изучение материала.

При написании были учтены замечания, сделанные акад. В. С. Кулебакиным, акад. АН Казахской ССР Н. Н. Шумиловским, член-корр. АН СССР Б. С. Сотсковым и проф. Н. Е. Лысовым, которым автор выражает свою искреннюю благодарность.

Основные разработки автора обсуждались на секциях Научно-технического общества Московского энергетического института и на заседаниях кафедры электроаппаратостроения. За ценные советы и критические замечания товарищам по совместной работе в МЭИ и в ВЗЭИ приношу глубокую благодарность: М. А. Бабикову, Р. А. Барышниковой, П. А. Варлашкину, В. Г. Кураеву, Е. Л. Львову, И. И. Пеккеру, П. В. Сахарову, А. Г. Сливинской, И. С. Таеву, З. Т. Тихомировой и А. А. Чунихину.

В заключение автор считает своим приятным делом выразить также большую благодарность главному конструктору Чебоксарского электроаппаратного завода инж. М. Б. Цфасману, рецензировавшему рукопись книги; кандидату технических наук В. Г. Кураеву, взявшему на себя значительный труд по редактированию книги, и инженеру О. Б. Буль за помощь в подготовке рукописи к печати.

Данная книга является одной из первых попыток теоретического и экспериментального исследования магнитных цепей электрических аппаратов, разработки инженерных методов расчета магнитных цепей постоянного и в особенности переменного тока, учитывающих нелинейность магнитной характеристики стали, поля рассеяния и выпучивания, размагничивающего действия электромагнитных экранов и т. п.

Автор не мог дать исчерпывающие и полные исследования по всем затронутым вопросам и будет весьма признателен за сделанные замечания и пожелания, которые следует направлять по адресу: Москва, Шлюзовая набережная, 10, издательство «Энергия».

*Автор*

---

---

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . . .	3
Введение . . . . .	9
<b>Глава первая. Краткий исторический обзор и классификация магнитных цепей . . . . .</b>	<b>15</b>
1-1. Краткий обзор . . . . .	15
1-2. Классификация магнитных цепей . . . . .	17
<b>Глава вторая. Ферромагнитные материалы, их основные свойства и характеристики . . . . .</b>	<b>31</b>
2-1. Общие сведения . . . . .	31
2-2. Магнитные материалы, применяемые для магнитных цепей электрических аппаратов . . . . .	36
2-3. Влияние механической и термической обработки на свойства магнитомягких материалов . . . . .	49
2-4. Влияние температуры на свойства магнитомягких материалов . . . . .	50
<b>Глава третья. Метод определения составляющих комплексного магнитного сопротивления стали . . . . .</b>	<b>53</b>
3-1. Вывод уравнений магнитных сопротивлений стали . .	58
3-2. Определение расчетных формул потерь в стали и их экспериментальная проверка . . . . .	62
<b>Глава четвертая. Расчет магнитных цепей и параметров катушки переменного тока без учета потока рассеяния . . . . .</b>	<b>68</b>
4-1. Общие сведения . . . . .	68
4-2. Расчет замкнутой магнитной цепи (тороида) . . . . .	70
4-3. Расчет неразветвленной магнитной цепи, состоящей из участков различного сечения . . . . .	72
4-4. Расчет разветвленной магнитной цепи . . . . .	78
4-5. Расчет магнитной цепи и параметров катушки при заданной индукции (варианты 1—4, табл. 4-1) . . . . .	79
4-6. Расчет при заданной мощности (варианты 1 и 2, табл. 4-2) . . . . .	94
	5

4-7. Расчет при заданном напряжении (или токе) и известных конструктивных параметрах магнитной цепи и катушки (варианты 3 и 4, табл. 4-2) . . . . .	102
4-8. Расчет при заданной индуктивности (варианты 5 и 6, табл. 4-2) . . . . .	103
4-9. Расчет магнитной цепи постоянного тока . . . . .	105

## **Глава пятая. Основы теории электромагнитного экранирования и расчет магнитных цепей с электромагнитными экранами . . . . .**

5-1. Общие положения . . . . .	105
5-2. Исследование неразветвленной магнитной цепи с воздушным зазором и электромагнитным экраном без учета рассеяния и магнитного сопротивления стали .	106
5-3. Исследование неразветвленной магнитной цепи с электромагнитным экраном с учетом магнитного сопротивления стали, но без учета рассеяния . . . . .	124
5-4. Расчет неразветвленной цепи с воздушным зазором с учетом рассеяния экрана . . . . .	127
5-5. Неразветвленная магнитная цепь с несколькими электромагнитными экранами . . . . .	136
5-6. Разветвленная магнитная цепь с электромагнитными экранами . . . . .	141
5-7. Расчет магнитной цепи с экраном на заданные параметры . . . . .	149
5-8. Экспериментальное исследование магнитных цепей с электромагнитными экранами . . . . .	154

## **Глава шестая. Расчет магнитных проводимостей и экспериментальное исследование поля вблизи воздушного зазора . . . . .**

6-1. Общие сведения . . . . .	171
6-2. Расчет магнитных проводимостей воздушного зазора между полюсом и плоскостью с учетом поля выпучивания . . . . .	172
6-3. Расчет магнитной проводимости воздушного зазора с учетом поля выпучивания для других случаев расположения полюсов . . . . .	182
6-4. Определение координат поля выпучивания . . . . .	186
6-5. Экспериментальное исследование поля вблизи воздушного зазора . . . . .	189
6-6. Рекомендации по расчету . . . . .	222
6-7. Сводка расчетных формул для магнитных проводимостей воздушных промежутков между различными ферромагнитными поверхностями . . . . .	228

## **Глава седьмая. Расчет магнитных проводимостей графическим методом . . . . .**

7-1. Общие положения . . . . .	252
--------------------------------	-----

7-2. Анализ потокораспределения в П-образной магнитной системе . . . . .	256
7-3. Расчет магнитных проводимостей по картине поля для П-образной симметричной системы . . . . .	257
7-4. Расчет магнитных проводимостей цепи с двумя неодинаковыми воздушными зазорами . . . . .	263
7-5. Расчет магнитных проводимостей и потоков цепи с сосредоточенной н. с. . . . .	268
7-6. Экспериментальная проверка методики расчета . . . . .	275

**Глава восьмая. Аналитический метод расчета магнитных цепей с учетом магнитного сопротивления стали, рассеяния и размагничивающего действия электромагнитных экранов . . . . .**

8-1. Общие сведения . . . . .	285
8-2. Расчет магнитных цепей с сосредоточенной н. с. . . . .	286
8-3. Расчет магнитных цепей с учетом нелинейности кривой намагничивания . . . . .	301
8-4. Расчет магнитных цепей с распределенной н. с. . . . .	314
8-5. Расчет индуктивности и активного сопротивления катушки переменного тока со сталью . . . . .	330
8-6. Расчет магнитной цепи и катушки по заданному напряжению и среднему потоку . . . . .	336
8-7. Расчет магнитной цепи и катушки на заданный намагничивающий ток (или напряжение) и потребляемую мощность . . . . .	344
8-8. Расчет магнитной цепи и катушки на заданное напряжение и поток в воздушном зазоре . . . . .	346
8-9. Упрощенный метод расчета магнитной цепи по среднему значению потока или по потоку в воздушном зазоре . . . . .	346

**Глава девятая. Графоаналитический метод расчета магнитных цепей с воздушным зазором . . . . .**

9-1. Расчет магнитной цепи постоянного тока с распределенной н. с. . . . .	357
9-2. Расчет магнитной цепи с сосредоточенной н. с. . . . .	373
9-3. Пример расчета магнитной цепи плоского электромагнита с двумя воздушными зазорами . . . . .	380

**Глава десятая. Экспериментальная проверка методов расчета магнитных цепей . . . . .**

10-1. Экспериментальное определение потоков . . . . .	384
10-2. Расчет магнитных проводимостей воздушных зазоров опытной модели без учета и с учетом поля выпучивания при различных воздушных зазорах . . . . .	389
10-3. Погрешности расчета магнитной цепи без учета магнитного сопротивления стали . . . . .	396
10-4. Расчет магнитных сопротивлений стали ярма и якоря . . . . .	396
10-5. Погрешности расчета магнитной цепи по методу участков . . . . .	399



10-6. Погрешности расчета магнитной цепи методом Б. С. Сотскова . . . . .	414
10-7. Погрешности расчета магнитной цепи по методу Н. А. Лившица . . . . .	429
10-8. Погрешности расчета магнитной цепи методом ав- тора . . . . .	439
10-9. Общее заключение о погрешностях расчета магнит- ной цепи различными методами . . . . .	447
Приложения . . . . .	449
Литература . . . . .	455
Алфавитный указатель . . . . .	461

---

---

## ВВЕДЕНИЕ

Развитие целого ряда областей современной техники обуславливает широкое использование электрических аппаратов, предназначенных для выполнения функций контроля, защиты, регулирования и измерения при управлении различными производственными процессами.

В Советском Союзе большое внимание уделяется вопросам развития автоматизации и телемеханизации производственных процессов.

В настоящее время разработка теории и исследование новых аппаратов и устройств автоматического управления ведется большими научно-техническими и учебными коллективами институтов, проектных организаций и предприятий.

За короткое время советские ученые внесли значительный вклад в науку в таких областях, как электрические аппараты и приборы, автоматический контроль и регулирование и т. д.

Известны имена действительных членов АН СССР В. С. Кулебакина, Б. Н. Петрова, В. А. Трапезникова, акад. АН Казахской ССР Н. Н. Шумиловского, чл.-корр. АН СССР В. К. Аркадьева, В. И. Коваленкова, Л. Р. Неймана, Б. С. Сотскова и др.; докторов техн. наук В. О. Арутюнова, Б. И. Брона, Ю. В. Буткевича, М. И. Левина, Н. А. Лившица, Н. Е. Лысова, А. Д. Нестеренко, М. А. Розенблата, А. М. Туричина, Я. З. Ципкина, А. В. Фремке, Е. Г. Шрамкова и др.; канд. техн. наук Д. И. Агейкина, М. И. Витенберга, Ф. А. Ступеля и др.

Несмотря на большие успехи в развитии устройств автоматического и телемеханического управления при неограниченных возможностях в условиях планового хо-

зайства, все же эта отрасль еще не удовлетворяет полностью потребностям народного хозяйства. Одним из недостатков следует считать отсутствие в должном количестве аппаратов автоматического управления с высокими эксплуатационными характеристиками. Выпускаемая в настоящее время номенклатура приборов и аппаратов далеко не в полной мере соответствует всему многообразию технологических процессов в промышленности и явно не вполне удовлетворяет требованиям, которые диктуются нуждами технического прогресса.

В условиях современного развития техники требования к электрическим аппаратам сильно возрастают как с точки зрения экономических, так и главным образом технических показателей: высокой стабильности характеристик, долговечности, высокой точности, незначительной стоимости и малых габаритов.

Особенно высокие требования предъявляются к аппаратам, предназначенным для работы на передвижных объектах: самолетах, подводных лодках и т. п. [Л. 10]. Кроме того, широкая автоматизация промышленности приводит к увеличению габаритов пультов и щитов управления и, следовательно, площади промышленных зданий, что в свою очередь выдвигает новые требования к проектированию аппаратов.

Разработка высоконадежных и экономически обоснованных аппаратов с малыми габаритами и весом является в настоящее время серьезной научно-технической проблемой. Разрешение последней в значительной степени задерживается в связи со слабым развитием или в ряде случаев даже полным отсутствием научно-обоснованных методов проектирования.

В настоящей книге делается попытка в той или иной степени восполнить существующий пробел в части теории и расчета магнитных цепей аппаратов автоматики и телемеханики, как-то: различного рода реле, датчиков, регуляторов, контакторов, быстродействующих автоматов, электромагнитных муфт, всевозможных исполнительных электромагнитных механизмов, электроизмерительных приборов и т. п.

Магнитные цепи электрических машин и трансформаторов в настоящей работе не рассматриваются.

Под магнитной цепью мы понимаем устройство, которое состоит из одного или нескольких ферромагнит-

ных тел и служит для усиления магнитного поля и образования необходимого пуги, вдоль которого замыкается магнитный поток, создаваемый н. с. катушки (или катушек).

Магнитные цепи широко используются не только в аппаратах автоматики и телемеханики; они находят большое применение и в электромагнитных устройствах других областей техники, например, в электромагнитных линзах электронных микроскопов [Л. 70], в электромагнитных насосах жидкого металла, используемых для атомных котлов [Л. 65], навигационных электровибраторах [Л. 74], электромагнитных сепараторах, применяемых в металлургии [Л. 69], ручном электроинструменте, подъемных и тормозных электромагнитных устройствах, электромагнитных прессах, электроплитах и т. д.

Магнитная цепь является также основным элементом в ускорителях заряженных элементарных частиц: синхротронах, бетатронах, циклотронах, синхрофазотронах и др.

Одной из особенностей ускорителей является необходимость получения сильного магнитного поля в большом объеме воздушного зазора, что приводит к значительному весу и большим габаритам магнитной цепи. Так, например, разработанный в СССР синхрофазотрон на 10 млрд. эв имеет Ш-образный кольцевой электромагнит со средним диаметром 56 м и весом 36 тыс. т.

Магнитная цепь проектируемого ускорителя на 50—60 млрд. эв будет иметь диаметр около 500 м и вес почти 22 тыс. т. Чтобы питать такой электромагнит, например, потребуется пиковая мощность в 100 тыс. квт [Л. 68].

Магнитная цепь используется и для магнитогидродинамического генератора (МГД-генератора), в котором тепловая энергия непосредственно превращается в электрическую.

Все перечисленные электромагнитные устройства содержат магнитные цепи с воздушным зазором. Расчет их в той или иной мере можно провести методами, рассмотренными в настоящей работе.

Выбор типа магнитной цепи и точности ее расчета в значительной степени определяют такие технические и экономические показатели, как тяговое усилие, вра-

щающий момент, вес, габариты, чувствительность, коэффициент добротности, стоимость и другие параметры.

Следовательно, проектирование технически совершенной аппаратуры с оптимальными параметрами и необходимыми характеристиками возможно при наличии достаточно точной научно-обоснованной методики расчета магнитной цепи. Кроме того, расчет цепи в значительной степени сокращает общее время проектирования и уменьшает дорогие и длительные эксперименты при подборе нужных параметров, а также позволяет заранее установить пределы влияния частоты переменного тока и температуры на характеристики аппарата или прибора.

Вместе с тем расчет магнитных цепей представляет большие трудности и разработан недостаточно, в особенности для цепей переменного тока. Это объясняется многообразием конструктивных форм магнитных цепей, сложностью распределения объемного магнитного поля рассеяния вдоль длины магнитопровода и поля выпучивания вблизи воздушного зазора, нелинейностью кривой намагничивания, размагничивающим действием электромагнитных экранов и влиянием вихревых токов и гистерезиса.

В данной книге сделана попытка дать обоснованные инженерные методы расчета различных магнитных цепей постоянного и переменного тока; получены расчетные формулы и графики, учитывающие с достаточной для практики точностью те или другие физические явления.

Сложность проблемы и недостаточный объем книги не позволили в полной мере охватить ряд вопросов теории магнитных цепей, а также изложить некоторые вопросы расчета с достаточной полнотой.

В работе принято, что ток, напряжение и магнитный поток в цепях переменного тока изменяются по синусоидальному закону; намагничивающая сила, э. д. с., магнитное сопротивление и магнитная проводимость определяются в действующих значениях, магнитный поток и индукция — в максимальных. При расчете используется как практическая система единиц МКСА (метр, килограмм, секунда и ампер), так и абсолютная электромагнитная система единиц СГСМ (сантиметр, грамм и секунда), получившая широкое распространение в нера-



Таблица В-1

## Соотношения между практическими (МКСА) и абсолютными электромагнитными (СГСМ) единицами измерений

Наименование величин и их обозначение	Наименование и обозначение единиц системы МКСА	Наименование и обозначение единиц системы СГСМ	Переводный коэффициент из системы единиц СГСМ в систему МКСА
Длина $l$ . . . . .	сантиметр	сантиметр	1
Ток $I$ . . . . .	ампер	—	$10^1$
Напряженность магнитного поля $H$	ампер на 1 сантиметр	эрстед	$\frac{10}{4\pi} = 0,785 \approx 0,8$
Намагничивающая сила $F$ . . . . .	ампер-виток	гильберт	$\frac{10}{4\pi} = 0,785 \approx 0,8$
Электрическое напряжение $U$ , э. д. с. $E$ . . . . .	вольт	—	$10^{-8}$
Магнитный поток $\Phi$ . . . . .	вебер	максвелл	$10^{-8}$
Магнитная индукция $B$ . . . . .	вебер на 1 см <sup>2</sup>	гаусс	$10^{-8}$
Индуктивность $L$ , взаимои- ндуктивность $M$ . . . . .	генри	—	$10^{-9}$
Магнитная постоянная $\mu_0$ . . . . .	генри / сантиметр	1	$4\pi 10^{-9} = 1,257 \cdot 10^{-8}$
Магнитное сопротивление $R_\mu$ . . . . .	1 / генри	—	$\frac{1}{\mu_0} = \frac{10^9}{4\pi} = 0,785 \cdot 10^8$
Магнитная проводимость $G$ . . . . .	генри	—	$\mu_0 = 4\pi 10^{-9} = 1,257 \cdot 10^{-8}$

Примечание. В международной системе единиц СИ единицы измерения, содержащиеся в табл. В-1, совпадают. Исключение представляет единица магнитной индукции *тесла* (тл):  $1 \text{ тл} = 1 \text{ вб/м}^2$ . Магнитная постоянная в системе СИ измеряется в  $\text{гн/м}$ .

ционализированной форме записи уравнений электромагнитного поля. При переходе от одной системы к другой следует пользоваться переводными коэффициентами, приведенными в табл. В-1. В качестве основной единицы длины в системе МКСА взят 1 см как наиболее удобная величина при расчете цепей, имеющих небольшие размеры.

---

---

---

## *Глава первая*

# **КРАТКИЙ ИСТОРИЧЕСКИЙ ОБЗОР И КЛАССИФИКАЦИЯ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ**

### **1-1. КРАТКИЙ ОБЗОР**

Хотя физические свойства ферромагнитного вещества были известны в глубокой древности, их систематическое изучение относится к концу прошлого века (работы Столетова, Юнга и Кюри). С середины прошлого века в различных автоматических устройствах уже начали применять реле, регуляторы и другие электромеханизмы, выполненные главным образом на электромагнитном принципе.

Так, на этом принципе еще в 1842 г. И. И. Константиновым был построен электробаллистический прибор, а в 1850 г. Б. С. Якоби был изготовлен буквопечатающий телеграфный аппарат. В прошлом веке появилось реле для автоматической мины А. П. Давыдова, дифференциальный регулятор для дуговых ламп В. Н. Чикова, реле защиты телефона от действия токов осветительной сети Р. Р. Вредена, прибор для обнаружения и регистрации электрических колебаний А. С. Попова (1895 г.) и др.

Магнитные цепи этих аппаратов имели самое простое устройство и обычно состояли из цилиндрического стального сердечника и плоского якоря или из магнитопровода П-образной формы.

В автоматическом регуляторе для дуговой лампы А. И. Шпаковский (1856 г.) использовал разомкнутую магнитную цепь. В выключающем рубильнике М. О. Дольво-Добровольский (1893 г.) применил более совершенную магнитную цепь с Ш-образным магнитопрово-

дом и плоским якорем. Как известно, подобные цепи широко используются и в настоящее время.

Более сложные магнитные цепи начали появляться после открытия Феррарисом в 1885 г. явления вращающегося магнитного поля. Последнее было использовано при конструировании электроизмерительных приборов переменного тока с цилиндрическим полым ротором.

В 1890 г. был построен первый счетчик электрической энергии, основанный на индукционном принципе с диском, где уже использовалась более сложная магнитная цепь.

Изобретение Бенишке (1899 г.) индукционной системы с электромагнитным экраном послужило значительным толчком к разработке новых, более простых конструкций приборов. Системы Феррариса и Бенишке широко используются и в настоящее время при построении аппаратов автоматики и телемеханики.

Направляющими исследованиями в области теории электромагнитных систем, основ теории и расчета магнитных цепей и связанных с ними явлений в ферромагнитных телах являются работы акад. В. С. Кулебакина [Л. 19, 10], акад. Н. Н. Шумиловского [Л. 52], чл.-корреспондентов АН СССР В. И. Коваленкова [Л. 11], Л. Р. Неймана [Л. 23, 1], В. К. Аркадьева [Л. 5] и Б. С. Сотскова [Л. 12, 49], проф. Н. А. Лившица [Л. 60—64], проф. М. И. Левина [Л. 51] и др.

В области исследования электрических цепей со сталью, комплексной магнитной проницаемости, магнитных проводимостей воздушных путей и т. д. необходимо отметить работы Л. А. Бессонова [Л. 24, 25], А. Я. Буйлова [Л. 21], М. И. Витенберга [Л. 16], В. А. Говоркова [Л. 44 и 45], Е. Л. Львова [Л. 54], Н. Е. Лысова [Л. 17], К. М. Поливанова [Л. 7], А. И. Ручкого [Л. 58 и 59], А. Г. Сливинской [Л. 56 и 57], Ф. А. Ступеля [Л. 14], В. Л. Фабриканта [Л. 48] и др.

Из зарубежных исследований в этой области следует указать работы Беллера [Л. 101], Бергтольда [Л. 104], Кальсена [Л. 100], Кремпа и Кольдервуда [Л. 109], Макфедина [Л. 112], Ротерса [Л. 22] и др.

Ряд теоретических и экспериментальных исследований в области теории и расчета магнитных цепей изложен также в работах автора [Л. 81—94].

## 1-2. КЛАССИФИКАЦИЯ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ

Многообразие конструктивных форм магнитных цепей электрических аппаратов можно классифицировать по различным признакам.

В основу классификации автор положил характер образования и распределения потока в магнитопроводе. Это позволяет объединить в однородные группы значительное число цепей, выработать для них общие принципы расчета и учесть особенности каждой из этих цепей.

Изучение большого количества самых разнообразных магнитных цепей показало, что их можно разбить на два основных типа:

1) цепи, поток рассеяния которых мал и при определении параметров намагничивающей катушки им можно пренебречь;

2) цепи, поток рассеяния которых необходимо учитывать. Каждый тип в свою очередь может быть разбит по определенным признакам на отдельные группы.

### а) Разновидности магнитных цепей без учета потока рассеяния ( $\Phi_s = 0$ )

Если через равномерно распределенную обмотку, расположенную на ферромагнитном тороиде (рис. 1-1, а), пропустить ток, то, как известно, в кольце тороида обра-

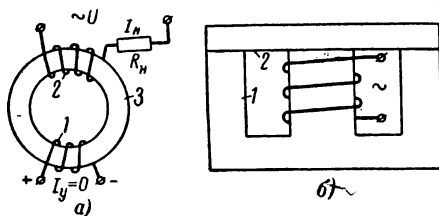


Рис. 1-1. 1-я группа. Магнитные цепи с одним рабочим потоком.

а — магнитный усилитель; б — дроссель (реактор).

зается только основной поток, а поток рассеяния вследствие симметрии будет отсутствовать. В подавляющем большинстве магнитные цепи выполняются несимметричными. Магнитопровод при этом может быть замкнутым или иметь воздушный зазор, обмотки обычно располага-



ются на определенных участках цепи. В таких цепях образуется поток рассеяния. Величина его будет определяться величиной воздушного зазора, конфигурацией магнитной цепи, степенью насыщенности стали, расположением намагничивающей катушки, наличием электромагнитных экранов (короткозамкнутых витков) и другими факторами.

Степень учета поля рассеяния зависит в каждом отдельном случае от требований, предъявляемых к расчету электрического аппарата. С достаточной для практики точностью потоком рассеяния можно пренебречь в двух случаях: 1) когда магнитопровод замкнут; 2) когда на пути основного потока имеется воздушный зазор сравнительно малой величины, а магнитная цепь насыщена незначительно, иначе говоря, в тех случаях, когда поток рассеяния по сравнению с основным мал и его можно не учитывать.

Пренебрежение потоком рассеяния значительно облегчает расчет магнитной цепи, однако трудности по определению габаритных размеров на заданные параметры, учету нелинейности кривой намагничивания и размагничивающего действия электромагнитных экранов полностью сохраняются. Магнитные цепи, в которых поток рассеяния не учитывается, можно разбить на три характерные группы.

*Первая группа. Магнитные цепи с одним рабочим потоком.* В таких цепях имеется одна намагничивающая катушка, поток которой замыкается только по магнитопроводу. Примером могут служить показанные на рис. 1-1,а, б цепь магнитного усилителя при холостом ходе и цепь реактора. Кроме того, к этой группе можно отнести также многочисленные конструктивные формы цепей различных принципов и назначений, в которых величина воздушного зазора мала и потоком рассеяния можно пренебречь, например цепи электромагнитных механизмов и реле (рис. 1-4,а; рис. 1-5,а и з; рис. 1-7,а, б; рис. 1-8,а в, з), цепи индуктивного датчика и электромагнитной муфты (рис. 1-5,в и ж) и др.

*Вторая группа. Магнитные цепи с двумя рабочими потоками.* К этой группе следует отнести целый ряд цепей электрических аппаратов и приборов, работающих на суммировании магнитных потоков. Цепи имеют две катушки различного назначения. Одна из них является

намагничивающей, другая управляющей или измерительной.

Рассмотрим кратко магнитные цепи, применяемые для быстродействующих автоматических выключателей [Л. 29].

На рис. 1-2, а показана магнитная цепь одной из простейших конструкций такого выключателя. На замкнутом магнитопроводе расположены две обмотки. Обмот-

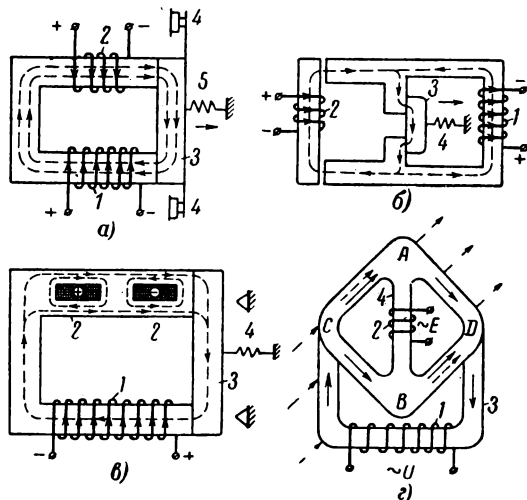


Рис. 1-2. 2-я группа. Магнитные цепи с двумя рабочими потоками.

а — магнитная цепь быстродействующего выключателя; б — магнитная цепь быстродействующего выключателя типа АГ-2; в — электромагнит с удерживающей катушкой быстродействующего выключателя; г — магнитный мостик.

ка 1 является намагничивающей и питается от источника постоянного тока. Она создает поток, удерживающий якорь 3 в притянутом состоянии. Обмотка 2 является управляющей и подключается к источнику постоянного тока защищаемой цепи. При указанной полярности катушек потоки в магнитопроводе складываются, в результате чего электромагнитная сила обеспечивает необходимое нажатие на главные контакты 4. При этом отключающая пружина 5 находится в растянутом состоянии. При изменении направления тока в защищаемой электрической цепи поток от катушки 2 становится противо-

положным потоку катушки 1. Результирующий поток, а следовательно, и тяговое усилие уменьшаются, и якорь под действием пружины 5 размыкает контакты 4.

В магнитной цепи выключателя (рис. 1-2,б) якорь 3 удерживается потоками, проходящими в одном направлении от намагничивающей 1 и управляющей 2 катушек. При изменении направления тока в катушке 2 и достаточной его величине пружина 4 размыкает главные контакты (на рисунке не показаны).

Интересна магнитная цепь, изображенная на рис. 1-2,в, применяемая для электромагнита выключателя неполяризованного действия, реагирующего только на абсолютную величину тока в цепи защиты. Магнитопровод имеет П-образную форму. На нижней части его расположена намагничивающая обмотка 1, на верхней в двух щелях управляющая обмотка 2. Через обмотку 2 проходит ток защищаемой цепи, создающий поток в магнитопроводе вокруг каждой щели. В результате сложения потоков от намагничивающих сил двух катушек в верхнем участке цепи левой щели и в нижнем участке правой при определенном значении тока в катушке 2 наступает насыщение, что приводит к снижению потока, проходящего через якорь 3. Последний в свою очередь уменьшает электромагнитную силу, и пружина 4 оттягивает якорь до упоров.

К этой же группе можно отнести большое количество аппаратов, в которых поток рассеяния мал, основной поток создается намагничивающей катушкой или постоянным магнитом, а дополнительный поток — управляющей обмоткой. К таким устройствам можно отнести поляризованные реле и механизмы (рис. 1-4,ж; 1-6,в; 1-8,г), а также динамометрические реле обратного тока (рис. 1-4,з).

Примером сложной замкнутой магнитной цепи является магнитный мостик (рис. 1-2,г), который может быть использован в качестве магнитного зонда, преобразователя сигналов постоянного тока в переменный и т. п. [Л. 79]. На сердечниках 3 и 4 соответственно расположены намагничивающая 1 и измерительная 2 катушки. Если внешнее магнитное поле отсутствует, то имеет место магнитный баланс, т. е. разность магнитных потенциалов между узлами А и В равна нулю; тогда поток через магнитопровод 4 не проходит и, следовательно,

э. д. с. в измерительной катушке 2 не будет наводиться. При наличии внешнего поля, показанного пунктирными стрелками, баланс моста нарушается, в магнитопроводе 4 появляется поток, наводящий э. д. с. в катушке 2.

*Третья группа. Цепи с электромагнитными экранами.* К этой группе относятся цепи тепловых и индукционно-динамических реле, измерительных приборов, специальных трансформаторов тока и т. п. На рис. 1-3,а, б, в показаны две конструкции — индукционно-тепловое реле и индукционно-тепловой механизм. Рассмотрим кратко принцип действия этих устройств.

Результирующий магнитный поток в магнитопроводе 3 (рис. 1-3,а) наводит э. д. с. в экране 2 (короткозамкнутый виток). При определенном значении намагничивающего тока в катушке экран нагревается и косвенно повышает температуру биметаллического элемента 5, который через определенное время замыкает контакты 7.

В конструкции на рис. 1-3,б биметаллический элемент 2 является экраном. Он выполнен из нескольких витков омедненного биметалла, образующих короткозамкнутую обмотку. При определенной величине тока биметаллическая спираль, закрепленная в одном конце, нагревается и, вращаясь, другим концом замыкает контакты 5.

В рассмотренных конструкциях магнитные цепи обычно имеют небольшие воздушные зазоры, и поэтому рассеянием можно вполне пренебречь.

На рис. 1-3,в показан замкнутый магнитопровод с намагничивающей и экранирующей обмотками. На экранирующую обмотку включена биметаллическая пластина 2. Она под действием тока, созданного наведенной э. д. с., нагревается и приводит в действие защелку 7.

Быстродействующее индукционно-динамическое реле направления мощности (рис. 1-3,г) состоит из двух независимых магнитных цепей: магнитопровода системы тока 1 и магнитопровода системы напряжения 4. Первую цепь нельзя отнести к рассматриваемой группе, так как она имеет сравнительно большие воздушные зазоры, что приводит к значительным потокам рассеяния; вторая цепь не имеет воздушного зазора и поэтому может быть отнесена к данной группе. Магнитопроводы 1 и 4 расположены таким образом, что электромагнитный эк-

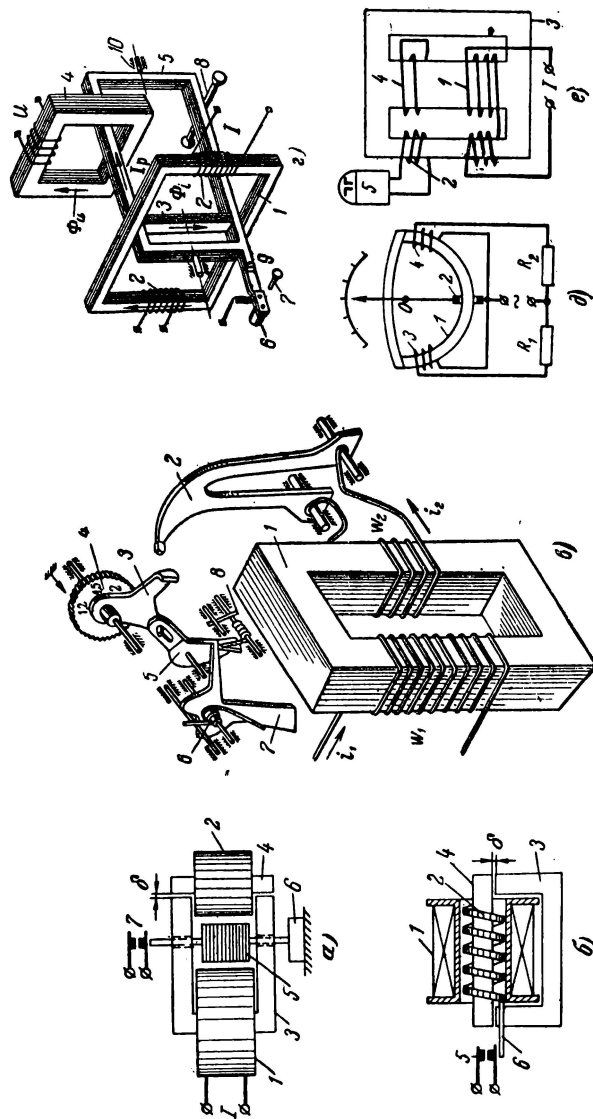


Рис. 1-3. 3-я группа. Магнитные цепи с электромагнитными экранами.

а — индукционно-тепловое реле; 1 — намагничивающая катушка; 2 — нагревательный элемент (экран); 3 — магнитопровод; 4 — сердечник; 5 — биметаллический элемент; 6 — температурный компенсатор; 7 — контакты; 8 — индукционно-тепловое реле; 1 — намагничивающая катушка; 2 — биметаллическая короткозамкнутая спираль (экран); 3 — магнитопровод; 4 — сердечник; 5 — контакты; 6 — контактный рычаг; 8 — индукционно-тепловое реле; 1 — магнитопровод; 2 — биметаллическая пластина; 3 — рычаг; 4 — шкала установок с эксцентриком; 5 — рычаг; 6 — пружина; 7 — защелка; 8 — пружина; 2 — индукционно-динамическое реле направления мощности; 1 — магнитопровод тока; 3 — сердечник; 4 — катушка тока; 5 — упорные винты; 6 — изоляционная пластина; 10 — ось вращения рамки; 8 — индукционный логометр; 1 — магнитопровод; 2 — рамка (экран); 3, 4 — катушки; е — трансформатор тока с экраном; 1 — первичная обмотка; 2 — вторичная обмотка; 3 — магнитопровод; 4 — экран; 5 — реле;



ран (рамка 5) охватывает магнитопровод 4 и проходит через воздушные зазоры магнитопровода тока 1.

Взаимодействие тока в рамке с потоком в воздушных зазорах, имеющим определенную величину и фазу, приводит рамку в движение в сторону замыкания или размыкания контактов 7. Выполнение магнитной цепи напряжения без воздушного зазора дает высокую чувствительность реле.

Интересный прибор представлен на рис. 1-3,д [Л. 34], где магнитная цепь имеет замкнутый магнитопровод 1, а подвижная рамка выполнена в виде короткозамкнутого витка 2. Отклонение стрелки индукционного логометра получается в результате взаимодействия тока в экране 2 с результирующим потоком катушек 3 и 4.

В качестве примера замкнутой магнитной цепи с двумя электромагнитными экранами можно привести насыщающийся трансформатор тока (рис. 1-3,е). Здесь на магнитопроводе 3 расположены намагничивающая катушка 1 и две экранирующие: катушка 4 намотана на среднем сердечнике, катушка 2 — на крайнем.

Примеры магнитных цепей с экраном и двумя намагничивающими силами (н. с.) также показаны на рис. 1-5,л и рис. 1-7,е. Здесь в крайних сердечниках проходят потоки от катушки тока и катушки напряжения. При этом второй поток проходит через магнитопровод с короткозамкнутой алюминиевой рамкой, минуя воздушный зазор. Отсутствие такого зазора на пути потока напряжения повышает чувствительность реле направленной мощности.

Рассмотренные нами группы магнитных цепей, естественно, не могут охватить возможного разнообразия их конструктивных форм.

## **б) Разновидности магнитных цепей с воздушным зазором при учете потока рассеяния**

В этом случае в основу классификации положено распределение магнитного потока рассеяния и его связь с намагничивающей катушкой. Такой принцип позволяет объединить в несколько групп большое количество магнитных цепей приборов и аппаратов различных принципов, конструктивных форм и назначений. Для каждой группы, объединяющей в какой-то степени однородные

магнитные цепи, представляется возможным разработать теорию и дать расчетные уравнения. Большинство существующих конструкций магнитных цепей с воздушным зазором, как показали исследования автора, можно разбить на пять групп.

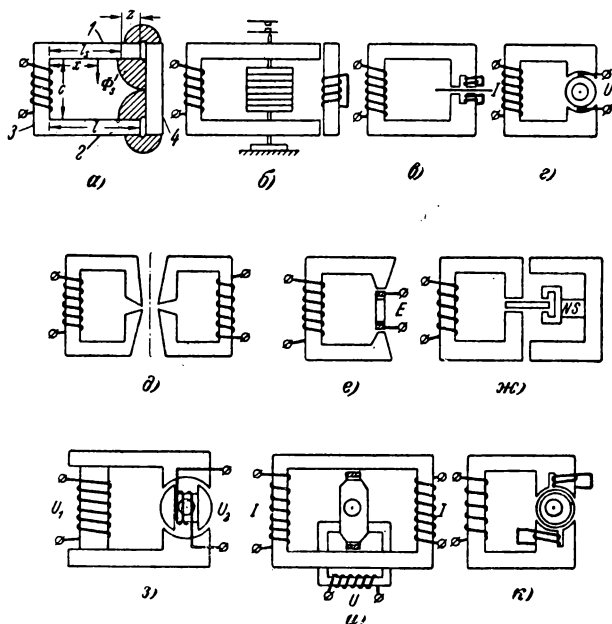


Рис. 1-4. 1-я группа. Магнитные цепи с сосредоточенной намагничивающей силой (н. с.) и с постоянной удельной проводимостью рассеяния между сердечниками.

*а* — электромагнитный механизм; *б* — индукционно-тепловое реле; *в* — индукционное реле с экраном; *г* — ферродинамический прибор; *д* — электромагнитная линза электронного микроскопа; *е* — индукционный датчик; *ж* — поляризованное реле; *з* — динамометрическое реле обратного тока; *и* — индукционно-динамическое реле мощности; *к* — индукционный микродвигатель.

*Первая группа. Магнитные цепи с сосредоточенной н. с. и с постоянной удельной проводимостью рассеяния между сердечниками (рис. 1-4).* К этой группе мы относим цепи, у которых поле рассеяния между сердечниками 1 и 2 на длине  $l_s$  относительно однородно и поток  $\Phi'_s$  (рис. 1-4,а) сцеплен со всеми витками намагничивающей катушки. Теоретически же поле рассеяния между

сердечниками может быть однородным только при бесконечно длинных сердечниках. В реальных цепях оно сложно и трехмерно; расчет его можно осуществить только приближенно, но с достаточной для практики точностью. Сложное магнитное поле на общей длине сердечника  $l$  можно разбить на две характерные зоны: зону поля выпучивания (вблизи зазора на длине  $z$ , рис. 1-4,а) и зону поля рассеяния (на длине  $l_s$ ). Определение границ этих зон и расчет поля выпучивания и рассеяния будет рассмотрен ниже.

Как показывают исследования [Л. 93], магнитное поле между сердечниками тем однороднее, чем больше отношение  $l/c$ . При значениях  $l/c > 1 \div 1,5$  поле на длине  $l_s$  можно считать достаточно однородным, а удельную магнитную проводимость рассеяния между сердечниками  $1$  и  $2$  постоянной. Если длина сердечника  $l$  мала по сравнению с расстоянием между сердечниками  $a$  ( $l/c < 1 - 1,5$ ), то поле получается заметно искаженным. Такая магнитная цепь должна быть отнесена к другой группе.

*Вторая группа. Магнитные цепи с распределенной н. с. и с постоянной удельной проводимостью рассеяния (рис. 1-5).* К этой группе относим магнитные цепи, у которых сцепление потока рассеяния  $\Phi_s$  с витками намагничивающей катушки зависит от координаты  $x$  (рис. 1-5,а), а проводимость рассеяния на единицу длины сердечника можно принять постоянной. На рис. 1-5 расположение и длина катушки условно обозначены жирными линиями.

Поле между внутренними поверхностями сердечников  $1$  и  $2$  тем однороднее, т. е. меньше искажено, чем больше  $l/c$ . В цилиндрических и прямоугольных магнитных цепях при  $l/c > 2 \div 2,5$  поле на длине сердечника  $l_s$  можно считать достаточно однородным, а удельную проводимость рассеяния  $g$  постоянной. В прямоугольных цепях (рис. 1-5,а, в и др.) изменение величины  $l/c$  сильно влияет и на распределение потока рассеяния между боковыми гранями, лежащими в одной плоскости. При  $l/c > 2 \div 2,5$  этот поток достаточно однороден и замыкается в основном с боковой грани сердечника  $1$  на боковую грань сердечника  $2$ . С уменьшением величины  $l/c$  ( $l/c < 2 \div 2,5$ ) это поле начинает заметно искажаться, достигая больших отклонений от однородного поля при малых значениях  $l/c$ . При этом основная часть потока

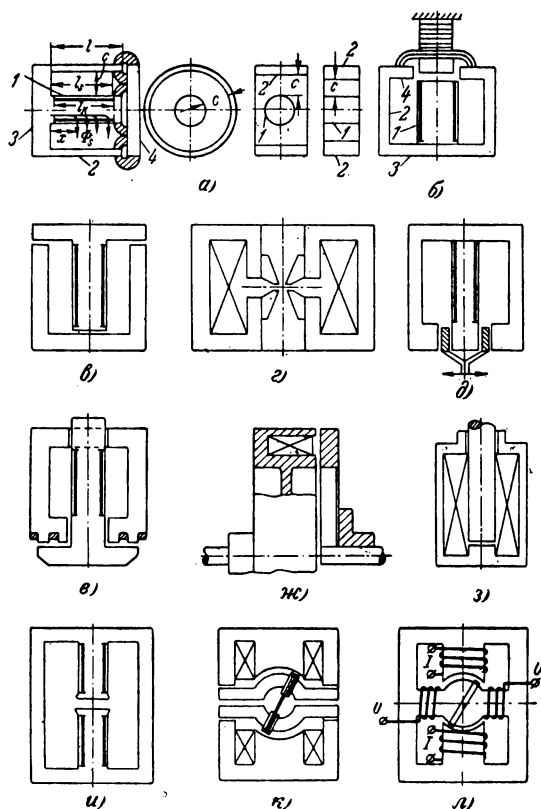


Рис. 1-5. 2-я группа. Магнитные цепи с распределенной н. с. и с постоянной удельной проводимостью рассеяния.

*а* — тяговый электромагнит; *б* — угольный регулятор; *в* — индуктивный датчик; *г* — панцирная электромагнитная линза электронного микроскопа; *д* — электродинамический виброграф; *е* — электромагнит переменного тока; *ж* — электромагнитная муфта; *з* — броневой электромагнит; *и* — магнитопровод синхротрона; *к* — ферродинамический прибор; *л* — индукционное реле с рамкой.

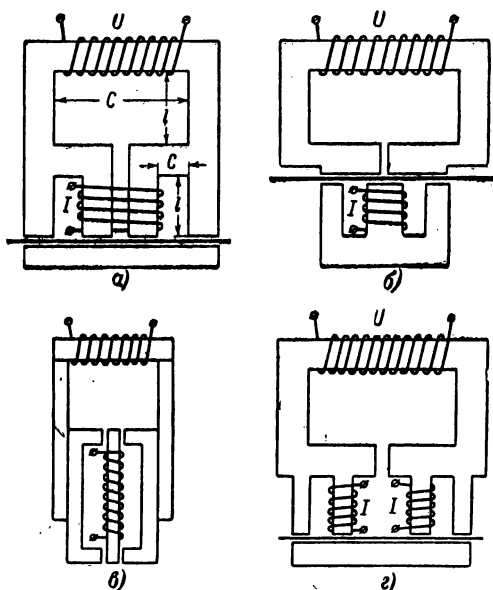


Рис. 1-6. 3-я группа. Магнитные цепи с сосредоточенно-распределенной н. с. и с постоянной удельной проводимостью рассеяния между сердечниками.

а — индукционный счетчик электрической энергии;  
 б — индукционное реле мощности; в — поляризованное реле; г — индукционный счетчик электрической энергии.

с боковой поверхности сердечника 1 замыкается на тот же сердечник. Удельная проводимость рассеяния в этом случае переменна и зависит от координаты  $x$  (рис. 1-5, а).

Расчет магнитных проводимостей при  $l/c < 2 \div 2,5$  следует проводить графическим методом, строя полные карты магнитного поля (см. гл. 7).

*Третья группа. Магнитные цепи с сосредоточенно-распределенной н. с. и постоянной удельной проводимостью рассеяния между сердечниками (рис. 1-6).* Эта группа магнитных цепей в одном магнитопроводе объединяет две ранее рассмотренные группы. Она менее разнообразна по конструктивным формам, но достаточно широко используется в индукционных счетчиках электрической энергии и в некоторых поляризованных реле,

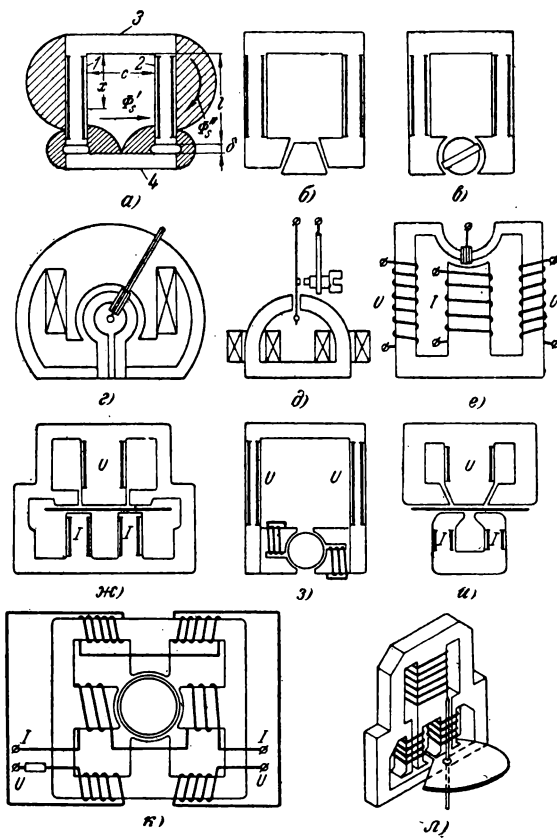


Рис. 11-7. 4-я группа. Симметричные магнитные цепи с распределенной н. с. и переменной удельной проводимостью рассеяния.

*a* — электромагнитный механизм; *б* — электромагнит; *в* — ферродинамический прибор; *г* — ферродинамический прибор; *д* — резонансное реле; *е* — индукционное реле с рамкой; *ж* — индукционное реле мощности; *з* — микродвигатель; *и* — индукционное реле мощности; *к* — индукционное реле с барабанчиком; *л* — счетчик электрической энергии.

где осуществляется поляризация полюсов магнитопроводов от источника постоянного тока.

*Четвертая группа. Симметричные магнитные цепи с распределенной н. с. и переменной удельной проводимостью рассеяния (рис. 1-7). Поток рассеяния  $\Phi''$ , здесь*

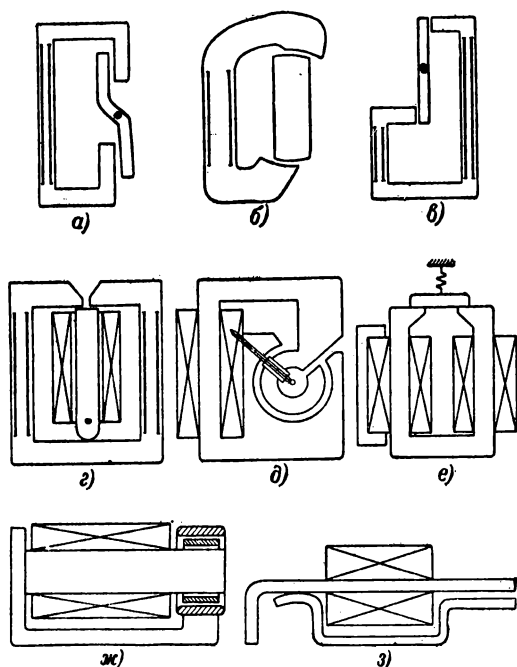


Рис. 1-8. 5-я группа. Несимметричные магнитные цепи с распределенной н. с. и с переменной удельной проводимостью рассеяния.

*а* — электромагнит с плоским якорем; *б* — электромагнитное реле с поворотным якорем; *в* — электромагнитное реле с поворотным якорем; *г* — поляризованный электромеханизм; *д* — ферродинамический прибор со шкалой 240°; *е* — быстродействующий автоматический выключатель; *ж* — ферродинамический регулятор; *з* — электромагнитное реле с плоским якорем.

сцеплен только с частью витков намагничивающей катушки и, следовательно, удельная проводимость рассеяния является функцией координаты  $x$  (рис. 1-7, *а*). Цепи этой группы очень широко используются в приборо- и аппаратостроении, хотя расчет их совершенно не разра-

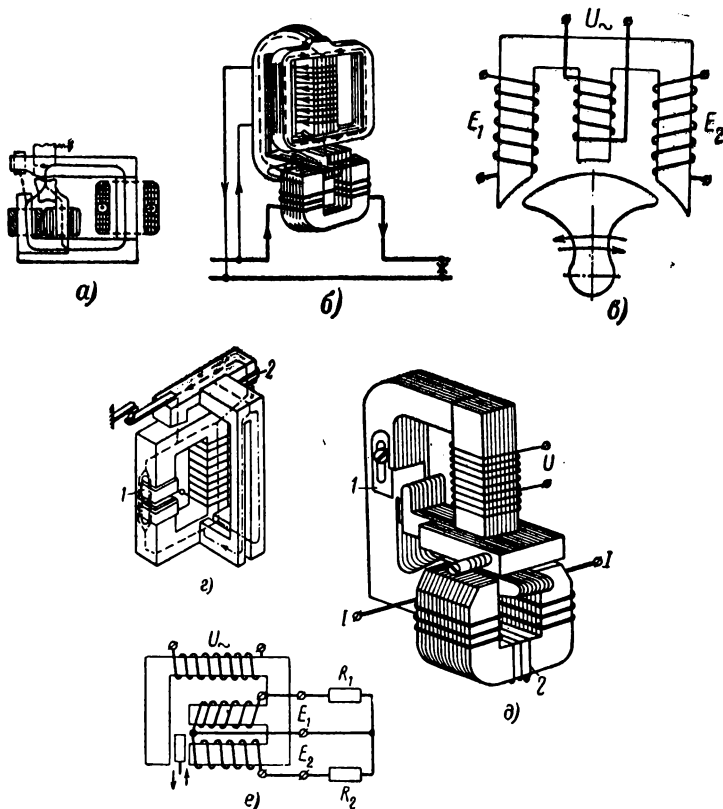


Рис. 1-9. 5-я группа. Магнитные цепи с сосредоточенной и распределенной намагничивающей силой и с переменной удельной проводимостью рассеяния.

*a* — быстродействующий автоматический выключатель; *б* — индукционный счетчик электрической энергии; *в* — датчик угловых перемещений; *г* — индукционное реле тока; *д* — индукционный счетчик электрической энергии; *е* — датчик линейных перемещений.

ботан. Основная трудность возникает при определении проводимости потоков рассеяния. Даже для простейшей цепи (рис. 1-7, *a*) при условии однородности поля рассеяния между внутренними гранями сердечников 1 и 2 поток рассеяния с внешних граней определить аналитически довольно трудно. В основном этот поток зависит



от размеров магнитной цепи, величины зазоров и насыщенности магнитной цепи. При значениях  $l/c < 2 \div 2,5$  (рис. 1-7, а, б и др.) поле между внутренними гранями становится неоднородным. Проводимость таких цепей рекомендуется определить по построенной картине поля.

*Пятая группа. Несимметричные магнитные цепи с переменной удельной проводимостью рассеяния.* В эту группу входят самые многочисленные по конструктивному исполнению магнитные цепи. На рис. 1-8 и 1-9 показаны цепи электрических аппаратов и приборов, выполненных на электромагнитном, поляризованном, индукционном и электродинамическом принципах. Характерной особенностью этих цепей является их магнитная несимметрия, приводящая к сложному потокораспределению в магнитопроводе.

Расчет магнитных проводимостей таких цепей, как правило, должен определяться по картине поля (см. гл. 7).

Проведенная классификация, конечно, не может считаться исчерпывающей и охватывающей все без исключения разновидности магнитных цепей электрической аппаратуры. Те цепи, которые нельзя по тем или иным причинам включить в одну из рассмотренных нами групп, следует отнести в новую группу.

## Глава вторая

# ФЕРРОМАГНИТНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, ИХ ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА И ХАРАКТЕРИСТИКИ

## 2-1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Для магнитных цепей электрических аппаратов применяются разнообразные ферромагнитные материалы. По основным магнитным свойствам они разбиваются на две группы: магнитомягкие и магнитотвердые.

В данной книге рассматриваются такие магнитные цепи, в которых используются магнитомягкие материалы. Эти материалы находят применение в случаях, когда требуется высокая магнитная проницаемость, небольшая коэрцитивная сила, малые (или большие) потери энергии на вихревые токи, высокое по величине индукции насыщение, определенная форма петли гистерезиса и хорошая устойчивость против старения (с течением времени потери энергии в стали растут слабо).

От правильного выбора магнитного материала во многом зависит качество конструкции электрического аппарата в целом. Кроме

магнитных свойств, материал должен удовлетворять еще требуемым механическим свойствам и условиям электропроводности. Разумеется, выбор его должен быть экономически оправдан.

К магнитомягким материалам можно отнести технически чистое железо, углеродистую и легированную мягкую сталь, листовую электротехническую сталь, некоторые марки чугуна, сплавы с вы-

сокой магнитной проницаемостью (пермаллой), сплавы с высокой индукцией насыщения (пермендюр), термомагнитные сплавы и др.

Теоретические основы электромагнитных процессов в ферромагнитных телах изложены в работах В. К. Аркадьева [Л. 5], Н. С. Акулова [Л. 6], Б. А. Введенского и Г. С. Ландсберга [Л. 9], С. В. Вонсовского и Я. С. Шура [Л. 8], Л. Р. Неймана [Л. 23], К. М. Поливанова [Л. 7] и др. Подробный материал по магнит-

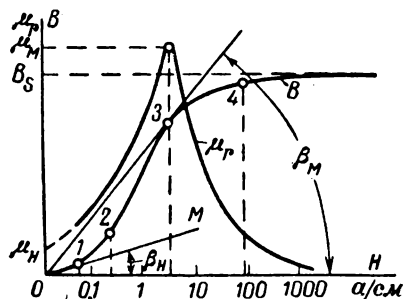


Рис. 2-1. Начальная кривая намагничивания  $B(H)$  и кривая относительной магнитной проницаемости  $\mu_r(H)$ .

ным свойствам, характеристикам магнитных материалов приведен в книге А. С. Займовского и Л. А. Чудновской [Л. 80].

По магнитным измерениям обширные сведения даны в работах И. И. Кифера и В. С. Пантюшина [Л. 30], Е. Г. Шрамкова [ред., Л. 47] и др.

Одной из характеристик ферромагнитного материала является связь между магнитной индукцией  $B$  и напряженностью поля  $H$ , которые, как известно, связаны соотношением

$$B = \mu H. \quad (2-1)$$

Здесь  $\mu$  — магнитная проницаемость вещества

$$\mu = \mu_0 \mu_r, \quad (2-2)$$

где  $\mu_0$  — магнитная постоянная пустоты, равная  $4\pi \cdot 10^{-9}$  гн/см;

$\mu_r$  — относительная магнитная проницаемость вещества (безразмерная величина).

Характер кривой  $B=f(H)$ , представленной на рис. 2-1, исключительно сложен и зависит как от примесей в железе различных химических элементов, так и от механической и термической обработки материала. При очень слабых полях кривая  $B=f(H)$  на участке  $0I$  имеет линейный характер, затем, изгибаясь на участке  $12$ , практически переходит в линейную зависимость (участок  $23$ ). В точке  $3$  кривая делает перегиб, имея на участке  $34$  так называемое «колени». За «колени» кривая переходит в прямую, имеющую некоторый наклон к оси абсцисс. Этот участок кривой характеризуется состоянием магнитного насыщения материала, где индукция на-

## Магнитомягкие материалы

Наименование магнитного материала	Марки сталей	Химический состав (основные примеси к желе- зу)	Индукция насыще- ния $B_s$	Остаточная индук- ция $B_r$	Коэрци- тивная сила $H_c$	Начальная проницае- мость $\mu_n$ (относи- тельная)	Максимальная про- ницаемость $\mu_m$ (от- носительная)	Индукция в точке, соответствующая $\mu_m$	Удельное электриче- ское сопротивление $\rho \cdot 10^8$ ом·см	Удельный вес $\gamma$	Цена за тонну (руб.) при толщи- не листа $\Delta$ , мм
Электротитче- ское железо, пла- вленное в вакууме, отожженное		0,012C	21,6	10—13	0,24—0,32	500—700	(13—15)	7	9,6	7,88	—
Низкоуглероди- стая электротех- ническая сталь (типа армко)	Э ЭА ЭАА	$\left\{ \begin{array}{l} 0,04C; 0,20 Si \\ 0,20 Mn \\ 0,03 S \\ 0,025 P \end{array} \right.$	21,4 21,4 21,5	10—14 10—12	0,64—0,95 0,48—0,8 0,32—0,64	200 —	3,5—5,0 4,5—5,5 4,5—6,0	9,0 9,0 9,0	10—11 10—11 10—11	7,85 7,85 7,85	При $\Delta = 0,5 \div 3,9$ 200,4—128,0 208,5—133,1 217,0—165,0
Качественная конструкционная углеродистая сталь, отожжен- ная	Ст. 10	(0,07—0,15) C, (0,17—0,37) Si (0,35—0,65) Mn	21,3	—	0,88—1,68	—	2—3	—	11—16	7,85	При $\Delta = 0,5 \div 1,4$ 151,5—134,0
Легированный серый чугун, отожженный	00	(2,5—3,5) C (3,0—4,0) Si 0,6 Mn; 0,3 P 0,03 S	16,7	5,3	3,2—4,8	180	0,62	3,2	80—120	7,3	—

## Кремнистые электротехнические тонколистовые стали

1. Слябобетиро- ванная	Э11	(0,8—1,8) Si (0,02—0,03) C	21	9—12	0,4—0,64	150	5—6	6—8	25	7,8	При $\Delta = 0,5 \div 1,0$ 131,9—128,1
---------------------------	-----	-------------------------------	----	------	----------	-----	-----	-----	----	-----	--

Продолжение табл. 2-1

Наименование магнитного материала	Марки сталей	Химический состав (основные примеси к желе- зу)	Индукция насыще- ния $B_s$ кГс	Остаточная индук- ция $B_r$ кГс	Коэрци- тентная сила $H_c$ а/см	Начальная проницае- мость $\mu_n$ (относи- тельная)	Максимальная про- ницаемость $\mu_m$ (от- носительная)	Индукция в точке, соответствующей $\mu_m$	Удельное электриче- ское сопротивление $\rho \cdot 10^8$	Удельный вес $\gamma$	Цена за тонну (руб.) при толща- не листа $\Delta$ , мм								
												%	кГс	кГс	а/см	10 <sup>3</sup>	кГс	Ом·см	г/см <sup>3</sup>
Железоникелевые сплавы																			
1. Низконикеле- вый легиро- ванный пермал- лой (толщина 0,35—2,5 мм)	50Н	50 Ni	15,0	8,0	0,1—0,14	(2,5—3)× 10 <sup>3</sup>	25—30	5,7	45—50	8,2	При $\Delta = 0,35 \div$ 4010,0—3590,0								
2. Высоконикеле- вый легирован- ный пермаллой (0,2—2,5 мм)	80НХС	—	7,0	3—5	0,008—0,016	(25—35)× 10 <sup>3</sup>	120—170	2,3	63	8,5	При $\Delta = 0,2 \div 2$ 6370,0—6040,0								
Железобальтовый сплав																			
Пермендюр	—	50Co; 1,8 V	23,6	13—14	1,2—1,6	500—800	4,5	11,0	26—30	8,2	—								

магнитности в пределе достигает величины насыщения  $B_s$  и затем остается постоянной. При этом увеличение индукции  $B$  в магнитной цепи определяется уже возрастанием н. с. катушки  $\mu_0 H$ , что и приводит к неизменному наклону кривой  $B(H)$  к оси абсцисс.

Значения индукции насыщения  $B_s$  для различных материалов приведены в табл. 2-1 [Л. 16, 76, 78].

Для очень слабых полей при  $H \rightarrow 0$  относительную магнитную проницаемость на определенном участке можно положить постоянной и считать ее начальной проницаемостью  $\mu_n$ . Если провести касательную  $OM$  (рис. 2-1) к начальному прямолинейному участку кривой намагничивания, то

$$\mu_n = \left( \frac{1}{\mu_0} \right) \lim_{H \rightarrow 0} \frac{B}{H} = \text{tg } \beta_n. \quad (2-3)$$

Величина максимальной относительной магнитной проницаемости определяется касательной в точке  $3$ , проведенной к кривой намагничивания из точки  $O$ ,

$$\mu_m = \left( \frac{1}{\mu_0} \right) \frac{B_s}{H_s} = \text{tg } \beta_m. \quad (2-4)$$

Значения начальной и максимальной относительной магнитной проницаемости для различных магнитных материалов приведены также в табл. 2-1.

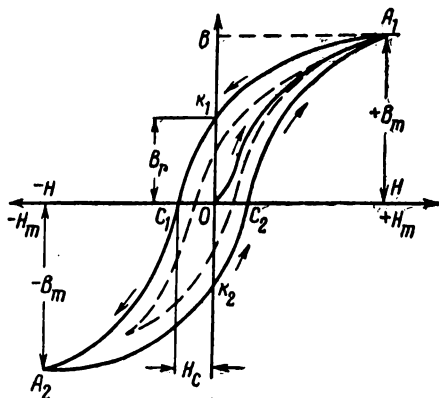


Рис. 2-2. Петля гистерезиса.

Характерным для ферромагнитных материалов является наличие петли гистерезиса. На рис. 2-2 показана стабилизированная симметричная петля гистерезиса (сплошная кривая), полученная после 10—12 повторных изменений полного цикла. Из нее легко получить величины, характеризующие ферромагнитный материал: остаточную магнитную индукцию  $B_r$  в предельно намагниченном до насыщения образце и коэрцитивную или задерживающую силу  $H_c$ .

при которой индукция равна нулю. На этом же рисунке пунктиром показана одна из частных симметричных петель.

Значения величин  $B_r$  и  $H_c$  для различных материалов даны в табл. 2-1. Там же приведены цены на некоторые марки сталей и другие данные, характеризующие ферромагнетик.

## 2-2. МАГНИТНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ДЛЯ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Для изготовления магнитопроводов в аппаратостроении и приборостроении применяются следующие ферромагнитные материалы: технически чистое железо, качественная углеродистая сталь, серый чугун, электротехническая кремнистая сталь, железоникелевые сплавы, железокобальтовые сплавы и др.

Рассмотрим кратко некоторые их свойства и возможности применения.

*Технически чистое железо.* Для магнитных цепей реле, электроизмерительных приборов, электромагнитных муфт, магнитных экранов и т. п. широко используется технически чистое железо. Этот материал имеет очень малое содержание углерода (меньше 0,1%) и минимальное количество марганца, кремния и других примесей. К таким материалам обычно относят: армо-железо, чистое шведское железо, электролитическое и карбонильное железо и т. п. Качество чистого железа зависит от незначительных долей примесей. Наиболее вредное влияние на магнитные свойства железа оказывают углерод и кислород. Получение химически чистого железа сопряжено с большими технологическими трудностями и является сложным и дорогим процессом. Специально разработанная в лабораторных условиях технология [Л. 8] с двукратным высокотемпературным отжигом в водороде позволила получить монокристал чистого железа с исключительно высокими магнитными свойствами ( $\mu_m = 1\,430\,000$ ).

Наибольшее распространение нашла сталь типа армко, полученная мартеновским способом. Этот материал имеет достаточно высокую магнитную проницаемость, значительную индукцию насыщения, сравнительно невысокую стоимость (табл. 2-1) и вместе с тем обладает хорошими механическими и технологическими свойствами. Низкое электрическое сопротивление стали армко способствует уменьшению вихревых токов, увеличивающих время срабатывания и отпущения у электромагнитных реле и муфт, принято считать крупным недостатком. В то же время при использовании этого материала для электромагнитных реле времени это свойство, наоборот, является положительным фактором, так как позволяет получить исключительно простыми средствами сравнительно большие замедления работы реле.

Наша промышленность производит три марки листовой технической чистой стали типа армко: Э, ЭА и ЭАА. Они отличаются величинами максимальной магнитной проницаемости и коэрцитивной силы (табл. 2-1). Кривая намагничивания железа марки Э приведена на рис. 2-3 (кривая 2). Там же показана кривая 1 для электролитического железа. Начиная с напряженностей поля 50 а/см и выше, эти материалы имеют примерно одинаковые показатели. При малых же значениях поля (до 1 а/см) железо марки Э уступает

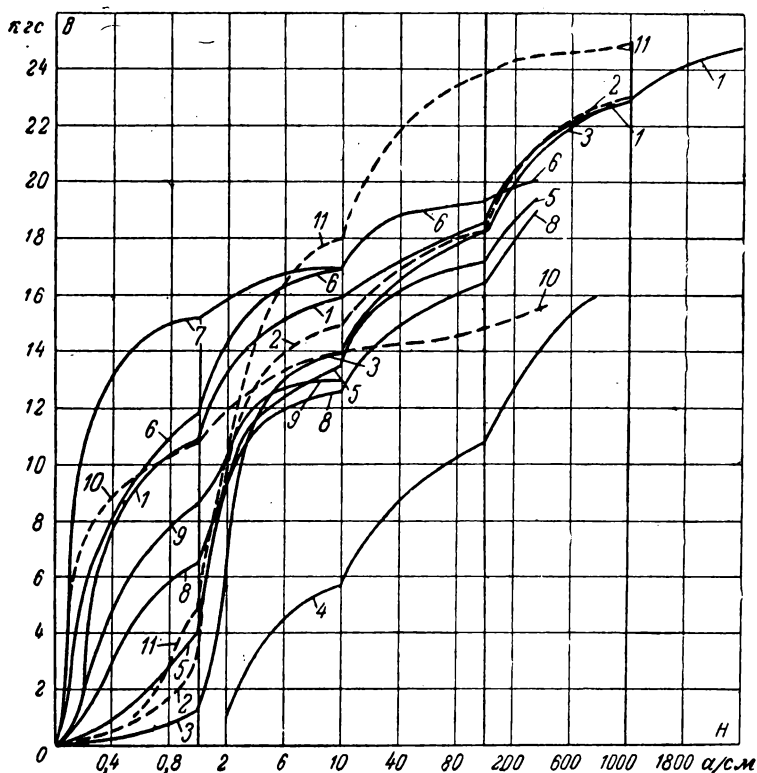


Рис. 2-3. Кривые намагничивания магнитомягких материалов.

1 — электролитическое железо вакуумной плавки, отожженное при  $t=900^{\circ}\text{C}$ ; 2 — низкоуглеродистая электротехническая сталь марки Э, отожженная; 3 — качественная конструкционная сталь марки Ст. 10, отожженная; 4 — легированный серый чугун марки № 00, отожженный; 5 — электротехническая слаболегированная сталь марки Э 11, толщина 0,5 мм; 6 — электротехническая холоднокатаная текстурованная сталь марки Э330, толщина 0,35 мм; 7 — повышенолегированная холоднокатаная текстурованная сталь марки Э380 с повышенной магнитной проницаемостью в средних полях, толщина 0,5 мм; 8 — электротехническая высоколегированная сталь марки Э41, толщина 0,35 мм; 9 — высоколегированная, с повышенной магнитной проницаемостью в средних полях сталь марки Э48, толщина 0,35 мм; 10 — сплав марки 50Н (низконикелевый пермаллой); 11 — пермендюр.

по магнитным свойствам электролитическому железу (табл. 2-1).

**Качественные конструкционные углеродистые стали.** В ряде случаев для изготовления магнитных систем электромагнитов, реле и т. п. вместо технически чистого железа применяются различные сорта конструкционных углеродистых сталей с содержанием углерода от 0,07 до 0,35%. Такими, например, материалами являются марки сталей 0,5; 10; 20 и др. Они имеют хорошие механические и технологические свойства, значительную индукцию насыщения

(21,3 кгс) и вполне удовлетворяют ряду электромагнитных механизмов в части магнитной проницаемости ( $\mu_m$  порядка 2000—4000).

Углеродистые стали выпускаются в виде прямоугольных, круглых и других сечений; из них также отливаются детали различного профиля. Кривая намагничивания Ст. 10 приведена на рис. 2-3.

*Серый чугун.* Для магнитных систем серый чугун, как правило, не применяется вследствие плохих магнитных свойств. Использование его для мощных электромагнитов может быть оправдано экономическими соображениями. Он также применяется для оснований, плат, стоек и других деталей. Чугун хорошо отливается и легко обрабатывается. Ковкий чугун, специальным образом отожженный, а также некоторые сорта серого легированного чугуна обладают достаточно удовлетворительными магнитными свойствами.

Кривая намагничивания серого легированного чугуна (кривая 4) дана на рис. 2-3, а основные магнитные и электрические параметры приведены в табл. 2-1.

*Электротехнические кремнистые стали.* Тонколистовая электротехническая сталь получила широкое применение в электроприборостроении и аппаратостроении и используется для всевозможных электроизмерительных приборов, механизмов, реле, дросселей, феррорезонансных стабилизаторов и других устройств, работающих на переменном токе с нормальной и повышенной частотой.

В зависимости от технических требований к потерям в стали, магнитным характеристикам и применяемой частоте переменного тока ГОСТ 802-58 предусматривается выпуск 28 марок тонколистовой стали толщиной от 0,1 до 1 мм. Для увеличения электрического сопротивления вихревым токам в состав стали добавляется различное количество кремния и в зависимости от его содержания получают: слаболегированные, среднелегированные, повышеннолегированные и высоколегированные стали.

Основные данные, характеризующие электротехнические кремнистые стали, даны в табл. 2-1. При введении кремния потери в стали уменьшаются, магнитная проницаемость в ослабых и средних полях возрастает, а коэрцитивная сила уменьшается. Примеси (в особенности углерод) в этом случае влияют слабее, старение стали уменьшается (потери в стали с течением времени изменяются слабо).

Применение кремнистой стали улучшает стабильность работы электромагнитных механизмов, увеличивает быстродействие на срабатывание и отпускание и уменьшает возможность «залипания» якоря. В то же время с введением кремния ухудшаются механические свойства стали. При значительном содержании кремния (более 4,5%) сталь делается хрупкой, твердой и трудно обрабатываемой; мелкие штамповки дают значительный брак и быстрый износ штампа. Увеличение содержания кремния также снижает индукцию насыщения (табл. 2-1).

Кремнистые стали выпускаются двух видов: горячекатаные и холоднокатаные. Холоднокатаные стали имеют различные магнитные свойства в зависимости от кристаллографических направлений. Их подразделяют на текстурованные и малотекстурованные. Текстурованные стали обладают несколько лучшими магнитными свойствами. Холоднокатаная сталь по сравнению с горячекатаной имеет более высокую магнитную проницаемость и низкие потери, но при условии, если магнитный поток совпадает с направлением про-



катки стали. В противном случае магнитные свойства стали значительно снижаются.

Применение холоднокатаной стали для тяговых электромагнитов и других электромагнитных устройств, работающих при сравнительно высоких индукциях, дает значительную экономию в н. с. и потерях в стали, что позволяет уменьшить общие габариты и вес магнитной цепи.

В табл. 2-1, 2-2 и 2-3 приведены основные свойства различных марок сталей. Согласно ГОСТ 802-58 буквы и цифры отдельных марок сталей обозначают: Э — электротехническая сталь, первая за буквой цифра 1, 2, 3 и 4 указывает степень легирования стали кремнием, а именно: 1 — слаболегированная, 2 — среднелегированная, 3 — повышенолегированная и 4 — высоколегированная.

Вторая за буквой цифра 1, 2 и 3 обозначает величину потерь в стали на 1 кг веса при частоте 50 гц и магнитной индукции  $B$  в сильных полях, причем цифра 1 характеризует нормальные удельные потери, цифра 2 — пониженные и 3 — низкие. Вторая за буквой Э цифра 4, 5, 6, 7 и 8 указывает: 4 — сталь с удельными потерями при частоте, равной 400 гц, и магнитной индукции в средних полях; 5 и 6 — сталь с магнитной проницаемостью в слабых полях от 0,002 до 0,008 а/см (5 — с нормальной магнитной проницаемостью, 6 — с повышенной); 7 и 8 — сталь с магнитной проницаемостью в средних полях от 0,03 до 10 а/см (7 — с нормальной магнитной проницаемостью, 8 — с повышенной).

Третья по порядку следующая за буквой Э цифра 0 обозначает, что сталь холоднокатаная текстурованная; третья и четвертая цифры 00 указывают, что сталь холоднокатаная малотекстурованная.

Например, сталь Э3100 является повышенолегированной холоднокатаной малотекстурованной с нормальными удельными потерями при частоте 50 гц. Буква А, поставленная после всех этих цифр, обозначает особо низкие удельные потери в стали.

Перевод марок тонколистовой электротехнической стали на прежнее обозначение дан в приложении 1.

В табл. 2-2 и 2-3 указаны магнитные индукции при напряженностях магнитного поля от 0,002 до 10 (табл. 2-3) и от 25 до 300 а/см (табл. 2-2).

В табл. 2-2 даны полные удельные потери  $P$  в ваттах на 1 кг стали. Числитель при букве  $P$  означает магнитную индукцию в килोगауссах при ее синусоидальном изменении во времени, знаменатель — частоту перемагничивания, при которой получены потери в стали (50 и 400 гц).

Для трансформаторов тока и некоторых видов аппаратов связи, магнитные цепи которых работают при очень малых индукциях, ГОСТ 802-58 предусматривается выпуск электротехнических высоколегированных сталей марок Э45 и Э46 (табл. 2-3).

На рис. 2-3 приведены кривые намагничивания для сталей Э11, Э330, Э380, Э41 и Э48. Из сравнения их характеристик следует, что при средних намагничивающих силах до 10 а/см наибольшими индукциями обладают холоднокатаные текстурованные стали Э380 (кривая 7) и Э330 (кривая 6). Например, при  $H=1$  а/см индукция стали Э380 больше индукции горячекатаной стали Э11 (кривая 5) примерно в 3,8 раза. При увеличении напряженности магнитного поля эта разница сокращается.

**Магнитная индукция, удельные потери в стали и другие данные для тонколистовой электротехнической железокремнистой стали различных марок**

Наименование материала стали	Марки стали	Толщина, мм	При напряженности магнитного поля, а/см						Удельные потери, вт/кг,						Удельное электрическое сопротивле- ние, ом/см · 10 <sup>-8</sup>
			магнитная индукция, кгс (не менее)						не более						
			5	10	25	50	100	300	P 10/50	P 15/50	P 17/50	P 7,5/400	P 10/400		
1. Слабелегированная	{ Э11 Э11 Э12 Э12 Э13 }	— — — — —	1,0 0,50 1,0 0,50 0,50	— — — — —	15,3 15,3 15,0 15,0 15,0	16,3 16,4 16,2 16,2 16,2	17,6 17,6 17,5 17,5 17,5	20,0 20,0 19,8 19,8 19,8	5,8 3,3 5,5 3,2 2,8	13,4 7,7 12,5 6,5 6,5	— — — — —	— — — — —	25		
Горячекатаная													25		
Холоднокатаная													25		
малотекстурован- ная													25		
2. Среднелегированная													25		
Горячекатаная	{ Э21 Э22 }	— —	0,50 0,50	— —	14,8 14,8	15,9 15,8	17,3 17,3	19,5 19,5	2,5 2,2	6,1 5,3	— —	— —	40		
													40		
3. Повышеннолегированная	{ Э31 Э31 Э32 Э32 }	— — — —	0,50 0,35 0,5 0,5	— — — —	14,6 14,6 14,6 14,6	15,7 15,7 15,7 15,7	17,2 17,1 17,1 17,1	19,4 19,2 19,2 19,2	2,0 1,6 1,8 1,4	4,4 3,6 3,9 3,2	— — — —	— — — —	50		
													Горячекатаная	50	
													Холоднокатаная	50	
													малотекстурованная	50	

Продолжение таб. л. 2-2

Наименование материала стали	Марки стали	Толщина, мм	При напряженности магнитного поля, а/с.м							Удельные потери, вт/кг.						Удельное электроприемное сопротивле- ние, ом/см 10 <sup>-6</sup>
			магнитная индукция, кгс (не менее)							не более						
			5	10	25	50	100	300	P 10/50	P 15/50	P 47/50	P 7,5/400	P 10/400			
Холоднокатаная текстурированная	Э310	0,50	—	16,0	17,5	18,3	19,1	19,8	1,1	2,45	3,2	—	—	50	—	
	Э310	0,35	—	16,0	17,5	18,3	19,1	19,8	0,8	1,75	2,5	—	—	50	—	
	Э320	0,50	—	16,5	18,0	18,7	19,2	20,0	0,95	2,1	2,8	—	—	50	—	
	Э320	0,35	—	16,5	18,0	18,7	19,2	20,0	0,7	1,5	2,2	—	—	50	—	
	Э330	0,50	—	17,0	18,5	19,0	19,5	20,0	0,8	1,75	2,5	—	—	50	—	
	Э330	0,35	—	17,0	18,5	19,0	19,5	20,0	0,6	1,3	1,9	—	—	50	—	
	Э330А	0,35	—	17,0	18,5	19,0	19,5	20,0	0,5	1,1	1,6	—	—	50	—	
4. Высоколегированная	Э41	0,50	—	13,0	14,6	15,7	17,0	19,0	1,55	3,5	—	—	—	60	—	
	Э41	0,35	—	13,0	14,6	15,7	17,0	19,0	1,35	3,0	—	—	—	60	—	
	Э42	0,50	—	12,9	14,5	15,6	16,9	18,9	1,4	3,1	—	—	—	60	—	
	Э42	0,35	—	12,9	14,5	15,6	16,9	18,9	1,2	2,8	—	—	—	60	—	
	Э43	0,50	—	12,9	14,4	15,5	16,9	18,9	1,25	2,9	—	—	—	60	—	
	Э43	0,35	—	12,9	14,4	15,5	16,9	18,9	1,05	2,5	—	—	—	60	—	
	Э43А	0,50	—	12,9	14,4	15,5	16,9	18,9	1,15	2,7	—	—	—	60	—	
	Э43А	0,35	—	12,9	14,4	15,5	16,9	18,9	0,9	2,2	—	—	—	60	—	
	Э44	0,35	12,1	13,0	14,4	—	—	—	—	—	—	10,7	19	57	—	
	Э44	0,20	12,0	12,9	14,2	—	—	—	—	—	—	7,2	12,5	57	—	
Холоднокатаная текстурированная	Э44	0,10	11,9	12,8	14,0	—	—	—	—	—	6	10,5	57	—		
	Э440	0,20	15,0	16,0	17,0	—	—	—	—	—	7	12	57	—		



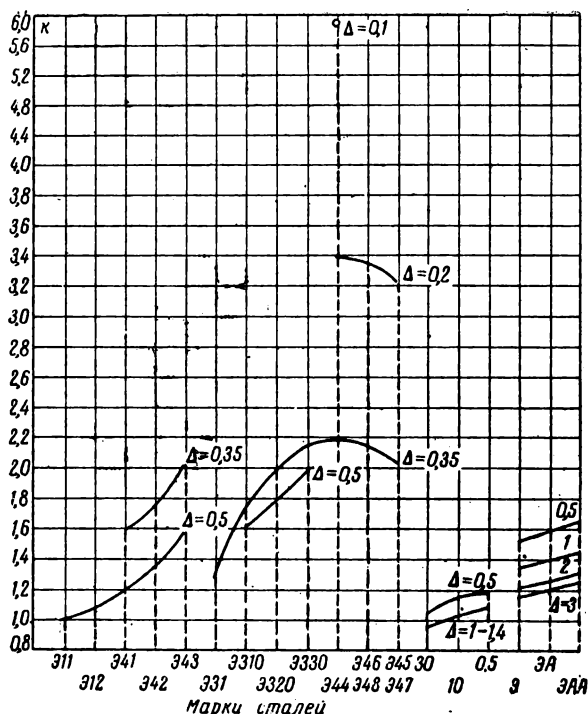


Рис. 2-4. Относительная стоимость тонколистовых сталей различных марок

$$k = \frac{\text{цена стали марки } N}{\text{цена стали } \text{Э}11}.$$

При проектировании электрического аппарата, кроме технических показателей стали, необходимо также учитывать и ее стоимость.

Если за исходную величину принять стоимость единицы веса стали Э11 (цена 1 т равна 131,9 руб. при толщине листа  $\Delta=0,5$  мм), то можно определить для различных марок сталей коэффициент  $k$ , обуславливающий их относительную стоимость.

Из кривых рис. 2-4 следует, что уменьшение толщины листа увеличивает ее относительную стоимость, которая заметно возрастает.

**Железоникелевые сплавы.** Эти сплавы, известные также под названием пермаллоев, главным образом применяются для изготовления аппаратов связи и автоматики. Характерными свойствами пермаллоев являются: большая магнитная проницаемость, низкая коэрцитивная сила, малые потери в стали, а для ряда марок — наличие, кроме того, прямоугольной формы петли гистерезиса. В за-

Висимости от соотношения железа и никеля, а также содержания других компонентов, железоникелевые сплавы выпускаются нескольких марок и имеют различные характеристики.

В табл. 2-4 приведены статические магнитные свойства при малых толщинах. Например, при толщине  $\Delta=0,1$  мм стоимость стали Э44 почти в 6 раз больше стали Э11. Для одной и той же толщины стали изготовление магнитопроводов из технической чистого железа, работающих при слабых и средних полях, более целесообразно, чем из качественных конструктивных сталей. Так, например, при  $H \leq 10$  а/см сталь марки Э (кривая 2 на рис. 2-3), имеет более высокую магнитную индукцию, чем Ст. 10 (кривая 3), хотя стоимость стали марки Э выше стоимости стали марки Ст. 10. примерно в 1,3 раза (рис. 2-4) ( $\Delta=0,5$  мм).

К такому же результату приходим и при сравнении холодно- и горячекатаных сталей при одной и той же толщине листа. Так, при напряженности поля  $100 \leq a/\text{см}$  кривая  $B(H)$  для стали Э330 расположена значительно выше аналогичной кривой для стали Э41 (кривые 6 и 8, рис. 2-3), а вместе с тем сталь Э330 дороже стали Э41 только в 1,4 раза.

На рис. 2-3 показана кривая намагничивания пермаллоя марки 50НУ (кривая 10). По межведомственным техническим условиям 4МТУ 5010-55 [Л. 77] железоникелевые сплавы изготавливаются в виде холоднокатаных термически необработанных лент и полос толщиной 0,02—2,5 мм различной ширины и длины (см. приложение 2). Выпускаются также горячекатаные полосы, прутки и проволоки, но они не нормируются. Из всех марок пермаллоев сплавы с содержанием никеля 45—50% обладают наиболее высокой индукцией насыщения (15 000 гс) и сравнительно высоким удельным электрическим сопротивлением. Поэтому эти сплавы позволяют получить при небольших воздушных зазорах необходимое тяговое усилие электромагнита или реле при малых потерях н. с. на сталь и вместе с тем обеспечить достаточное быстродействие.

Для электромагнитных механизмов весьма существенным является остаточная тяговая сила, получаемая за счет коэрцитивной силы магнитного материала. Применение пермаллоя дает снижение этой силы.

Сплавы марок 79НМ, 80НХС и 79НМА, обладающие очень малой коэрцитивной силой, весьма высокими магнитной проницаемостью и удельным электрическим сопротивлением, могут быть использованы для магнитных цепей высокочувствительных электромагнитных, поляризованных и других реле.

Применение пермаллоев марок 80НХС и 79НМА для маломощных дросселей с малым воздушным зазором дает возможность получить весьма большие индуктивности при малых по объему и весу магнитопроводах.

Для более мощных электромагнитов, реле и других электромагнитных устройств, работающих при сравнительно большой н. с., пермаллой не имеет особых преимуществ перед углеродистыми и кремнистыми сталями, так как индукция насыщения значительно ниже, а стоимость материала выше (рис. 2-5).

**Железokoбальтовые сплавы.** Промышленное применение получил сплав, состоящий из 50% кобальта, 48,2% железа и 1,8% ванадия (известен под названием пермендюр). При сравнительно небольших н. с. он дает наибольшую индукцию из всех известных

Таблица 2-4

## Железоникиелевые сплавы с высокой магнитной проницаемостью

Марка сплава	Характеристика сплава	Толщина лент и полос, мм	Индукция насыщения, зс	Начальная проницаемость, зс/э		Максимальная проницаемость, зс/э		Коэффициентная сила, э	Удельное электростатическое сопротивление, ом·см·10 <sup>-9</sup>	Удельный вес, г/см <sup>3</sup>
				не менее		не менее				
45Н	Сплав с повышенной магнитной проницаемостью, обладающий наибольшим значением индукции насыщения из всей группы железоникелевых сплавов	0,35—2,50 0,20—0,34 0,10—0,19 0,05—0,09	15 000	2 500 2 200 1 800 1 700		23 000 20 000 18 000 16 000		0,20 0,25 0,30 0,30	45	8,2
50Н	То же	1,10—2,50 0,50—1,00 0,35—0,49 0,20—0,34 0,10—0,19 0,05—0,09	15 000	2 500 3 000 3 000 2 600 2 300 1 900		25 000 30 000 35 000 28 000 23 000 19 000		0,18 0,15 0,12 0,15 0,20 0,25	45	8,2
50НП	Сплав с повышенной проницаемостью и наивысшим значением индукции насыщения, обладающий кристаллографической текстурой и прямоугольной петлей гистерезиса	0,05 0,02	15 000 $\frac{B_r}{B_s} \geq 85\%$	1 000 900		40 000 30 000		0,30 0,45	45	8,2

Продолжение табл. 2-4

Марка сплава	Характеристика сплава	Толщина лент и полос, мм	Индукция насыщения, гс	Началь- ная про- ницае- мость, гс/э	Макси- мальная проницае- мость, гс/э	Коэф- фици- ент силы, а	Удельное элек- трическое со- противле- ние, ом·см·10 <sup>-8</sup>	Удельный вес, г/см <sup>3</sup>
65НП	Сплав с высокой проницаемостью и с относительно высокой индукцией насыщения, обладающий магнитной текстурой и прямоугольной петлей гистерезиса	0,05—0,10	13 000	400	100 000	0,15	25	8,35
		0,02—0,04	$\frac{B_r}{B_s} \geq 85\%$	400	35 000	0,20		
38НС	Сплав с повышенной магнитной проницаемостью, высоким удельным электрическим сопротивлением и малым магнитным последствием	0,10—0,19	9 500	3 000	25 000	0,15	90	8,3
		0,05—0,09		3 000	22 000	0,15		
42НС	То же	0,02—0,04	10 000	2 500	20 000	0,10	85	8,0
		0,10—0,19		3 000	25 000	0,10		
50НХС	То же	0,35—1,00	10 000	3 200	30 000	0,12	90	8,2
		0,20—0,34		3 000	28 000	0,15		
		0,10—0,19		2 500	25 000	0,15		
		0,05—0,09		2 000	20 000	0,20		
		0,02—0,04		1 500	12 000	0,30		



Продолжение табл. 2-4

Марка сплава	Характеристика сплава	Толщина лент и полос, мм	Индукция насыщения, гс		Началь- ная про- ницае- мость, гс/э		Макси- мальная проницае- мость, гс/э		Коэф- фици- ная силы, э		Удельное элек- трическое со- противление, ом·см·10 <sup>-8</sup>	Удельный вес, г/см <sup>3</sup>
			не менее		не ме- нее		не менее		не бо- лее			
79NM	Сплав с высокой магнитной про- ницаемостью и повышенным удельным электрическим со- противлением	0,35—2,50 0,20—0,34 0,10—0,19 0,05—0,09 0,02—0,04	7 500	22 000 20 000 18 000 16 000 14 000	120 000 100 000 100 000 80 000 60 000	0,02 0,03 0,04 0,05 0,06	55	8,6				
80NXC	Сплав с особо высокой магнитной проницаемостью и высоким удельным электрическим сопро- тивлением	1,20—2,50 0,50—1,10 0,35—0,49 0,20—0,34 0,1—0,19 0,05—0,09 0,02—0,04	7 000	25 000 30 000 35 000 28 000 22 000 20 000 16 000	150 000 170 000 150 000 120 000 100 000 80 000 70 000	0,01 0,01 0,01 0,02 0,03 0,04 0,05	63	8,5				
79NMA	Сплав с наивысшей магнитной про- ницаемостью и повышенным удельным электрическим сопро- тивлением	0,8—1,00 0,50—0,79 0,35—0,49 0,20—0,34 0,10—0,19 0,05—0,09 0,02—0,04	7 500	50 000 40 000 40 000 32 000 30 000 25 000 18 000	300 000 300 000 250 000 150 000 120 000 100 000 80 000	0,01 0,01 0,01 0,02 0,03 0,05 0,06	56	8,85				

магнитных материалов. Из кривой 11 рис. 2-3 видно, что уже при  $7 \text{ а/см}$  индукция получается выше  $17 \text{ кгс}$ , а при  $100 \text{ а/см}$  — выше  $24 \text{ кгс}$ . В слабых полях (до  $1 \text{ а/см}$ ) индукция пермендюра ниже индукции горячекатаных электротехнических сталей Э41, Э48 и в особенности холоднокатаных Э330 и Э380, электролитического железа и пермаллоя.

Потери на гистерезис и вихревые токи пермендюра сравнительно велики, а удельное электрическое сопротивление относительно

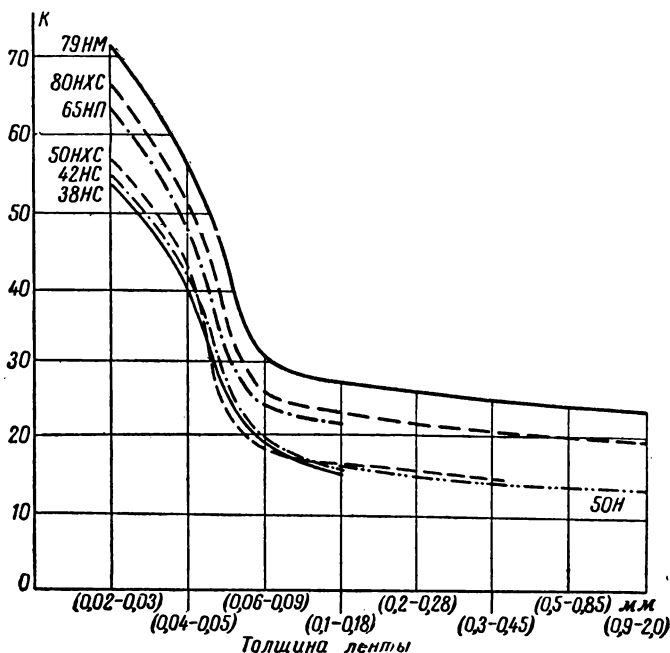


Рис. 2-5. Относительная стоимость железоникелевых сплавов

$$k = \frac{\text{цена стали } \text{N}}{\text{цена стали Э330}}$$

мало. Поэтому этот сплав представляет интерес для изготовления электрической аппаратуры, работающих при большой магнитной индукции (электромагниты, динамические репродукторы, мембраны телефонов и т. п.). Например, для тяговых электромагнитов и электромагнитных реле применение его при малых воздушных зазорах дает определенный эффект; заданное тяговое усилие можно получить при меньших габаритах магнитной цепи.

Материал этот выпускается в виде холоднокатаных листов толщиной  $0,2-2 \text{ мм}$  и прутков диаметром  $8-30 \text{ мм}$ . Существенным недостатком железокобальтовых сплавов является их высокая стои-

мость, вследствие сложности технологического процесса и значительной стоимости кобальта.

Кроме перечисленных материалов, в электрических аппаратах используются и другие, например железоникелекобальтовые сплавы, имеющие постоянную магнитную проницаемость и очень малые потери на гистерезис в слабых полях.

## **2-3. ВЛИЯНИЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ И ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ НА СВОЙСТВА МАГНИТОМЯГКИХ МАТЕРИАЛОВ**

Изготовление магнитопроводов электрических аппаратов связано с механической обработкой, которая может включать различные виды операций: резку, штамповку, изгиб, шлифовку, наливку сердечников из ленты и т. п. Все эти операции вызывают внутренние изменения структуры магнитного материала и в большинстве случаев ухудшают его магнитные свойства: возрастает петля гистерезиса и магнитные потери, уменьшается магнитная проницаемость и увеличивается коэрцитивная сила.

При таких операциях с готовыми магнитопроводами, как обточка, резка, опилковка, шлифовка и т. п., нарушается изоляция между пластинами и, следовательно, увеличиваются вихревые токи и потери в стали.

Степень изменения магнитных и электрических свойств зависит от размеров обрабатываемого образца и видов механической обработки. При малых размерах магнитной цепи в результате обработки будет затронута значительная часть объема материала и, следовательно, произойдут большие изменения его структуры и свойств. Например, при штамповке и резке листовой стали, как наиболее распространенном виде механической обработки материала, магнитные свойства стали особенно резко ухудшаются в зоне наибольшей деформации — на расстоянии 0,5—3 мм от края листа. Величина этой зоны зависит от качества штампа или ножниц, толщины и сорта стали [Л. 80]. При проектировании малогабаритных аппаратов и сложных форм магнитных цепей реле и приборов (индукционных и др.), работающих при малых воздушных зазорах, это обстоятельство необходимо учитывать. Для нарезанных пластин шириной 5 мм из высоколегированной стали марки Э41 потери на гистерезис увеличиваются примерно на 230%, а начальная магнитная проницаемость уменьшается на 300%. При ширине же пластины в 30 мм и более влиянием резки и штамповки можно пренебречь [Л. 80, 30]. Набранные из штампованных или нарезанных пластин пакеты стягиваются болтами или винтами, а иногда склепываются, что также ухудшает магнитные и электрические свойства стали. При этом электрическое сопротивление стали уменьшается, а потери возрастают. При сжимающем усилии, равном, например,  $100 \text{ кг/см}^2$ , потери в стали Э42 возрастают примерно на 200% [Л. 30].

К механической обработке особенно чувствительны железоникелевые сплавы. В некоторых случаях магнитная проницаемость этих сплавов снижается в десятки раз (в особенности это относится к начальной проницаемости), а н. с. и потери возрастают.

Для снятия механических напряжений в магнитном материале после его обработки все детали магнитопровода должны быть подвергнуты отжигу. Температура и условия отжига для разных мате-

риалов различны. Например, для штамповки из листовой электро-технической стали рекомендуется отжиг проводить при температуре  $720-780^{\circ}\text{C}$  в течение  $1-1,5$  ч с последующим охлаждением в печи до  $200-250^{\circ}\text{C}$  со скоростью не выше  $40-60^{\circ}\text{C/ч}$  [Л. 80].

Железоникелевые сплавы (пермаллой) из-за большой чувствительности к всевозможным деформациям поставляются потребителю в неотожженном виде после холодной прокатки. Изделия из них должны отжигаться при температуре  $1\,000-1\,200^{\circ}\text{C}$  в сухом очищенном водороде или вакууме при охлаждении со скоростью  $50-100^{\circ}\text{C/ч}$ . Это обеспечивает получение оптимальной величины начальной и максимальной магнитных проницаемостей. Отожженные таким образом детали не должны подвергаться в процессе сборки изгибам, ударам, шлифовке и чрезмерной затяжке или сдавливанию обмоткой.

При изготовлении магнитопроводов из тонколистовой электро-технической стали необходимо учитывать, что указанные в табл. 2-2 марки сталей имеют различную хрупкость, которая зависит от содержания кремния и возрастает с его увеличением. Так, например, слабо- и среднелегированные стали холодной и горячекатаной прокатки толщиной листа  $0,5$  мм и шириной  $30$  мм (ГОСТ 802-58) могут выдержать не менее 10 перегибов. Для высоколегированных же горячекатаных сталей образец той же толщины и ширины может выдержать не менее одного перегиба.

## 2-4. ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НА СВОЙСТВА МАГНИТОМЯГКИХ МАТЕРИАЛОВ

Электрические аппараты работают в самых разнообразных температурных условиях. Окружающая температура может изменяться в пределах от  $-60$  до  $+60^{\circ}\text{C}$ , т. е. в диапазоне  $120^{\circ}\text{C}$ . Отдельные же части магнитопровода иногда могут нагреваться до температуры  $100^{\circ}\text{C}$  и больше (индукционно-тепловые реле, подъемные электромагниты, электромагнитные муфты трения и т. п.).

Ниже рассматривается влияние температуры на кривую намагничивания, остаточную индукцию, начальную магнитную проницаемость и другие параметры магнитомягких материалов.

При нагревании намагничивание ферромагнитного материала, находящегося под действием магнитного поля, сначала уменьшается сравнительно медленно, а затем резко падает, и при определенной температуре намагничивания тело полностью теряет свои магнитные свойства, переходя в парамагнитное состояние. Температура эта называется критической, или точкой Кюри, и для химически чистых ферромагнитных металлов равна:  $770^{\circ}\text{C}$  для железа,  $1\,130^{\circ}\text{C}$  для кобальта,  $358^{\circ}\text{C}$  для никеля,  $16^{\circ}\text{C}$  для гольмия и  $168^{\circ}\text{C}$  для диспрозия [Л. 80]. Для различных сплавов железа с другими металлами точка Кюри в ряде случаев значительно снижается.

На рис. 2-6,а показаны кривые намагничивания железа при различных температурах [Л. 5], из которых следует, что при малых напряженностях поля с увеличением температуры крутизна кривой  $B(H)$  возрастает. Аналогичный характер имеют также кривые намагниченности для монокристалла никеля [Л. 8].

Для пермаллоя, имеющего в составе 50% никеля, на рис. 2-6,б показано изменение остаточной индукции  $B_r$ , коэрцитивной силы  $H_c$ , максимальной и начальной проницаемости  $\mu_{\max}$  и  $\mu_n$  при различных значениях температуры. Величины  $H_c$  и  $B_r$  с увеличением температуры заметно уменьшаются и достигают минимального значения вблизи точки Кюри. Максимальная же проницаемость в большом диапазоне температур изменяется сравнительно слабо и лишь вблизи критической точки имеет довольно резкое изменение. Такая же закономерность влияния температуры имеет место и у ряда других магнитных материалов [Л. 5].

У магнитного материала типа супермаллой [Л. 36] увеличение температуры вызывает понижение индукции насыщения и увеличение удельного электрического сопротивления. Гистерезисная петля становится уже, а остаточная индукция возрастает. Измерения при синусоидальном токе в диапазоне температур от  $-51$  до  $+49^\circ\text{C}$  показывают, что остаточная индукция при этом изменилась соответственно от 3,4 до 5,5 кГс, т. е. увеличилась более чем в 1,6 раза.

Особый интерес представляют ферромагнитные материалы с сильно выраженным влиянием температуры на магнитную проницаемость или индукцию, которые называются термомагнитными и используются для магнитных шунтов, компенсирующих влияние температуры в магнитоэлектрических и индукционных приборах и реле.

Увеличение температуры приводит к возрастанию магнитного сопротивления сплава термомагнитного шунта, что увеличивает поток в рабочей части магнитопровода; этим и компенсируется влияние температуры на параметры прибора.

Термомагнитные сплавы находят применение и для тепловых реле электромагнитного типа, так как из такого сплава выполнен якорь реле. При увеличении температуры магнитная проницаемость и поток в якоре и сердечниках падает, уменьшая, таким образом,

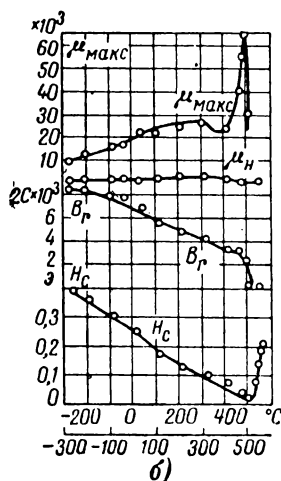
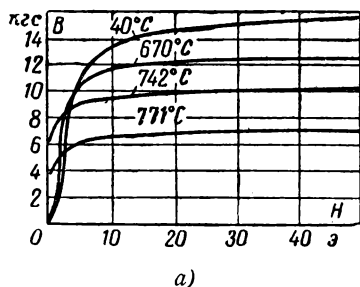


Рис. 2-6. Влияние температуры на магнитные свойства ферромагнитных материалов.

а — кривая намагничивания железа при различных температурах; б — влияние температуры на магнитные свойства пермаллоя при 50% Ni.

тяговую силу электромагнита. Под действием пружины якорь отывается и замыкает контакты.

Термомагнитные сплавы изготавливаются на основе железа или никеля с точкой Кюри между 0 и 100° С. Практическое применение получили следующие термомагнитные сплавы.

*Кальмаллой* — сплав никеля с 30—40% меди. Он хорошо поддается обработке давлением и может быть использован для изготовления деталей магнитопровода различного профиля. Для каль-

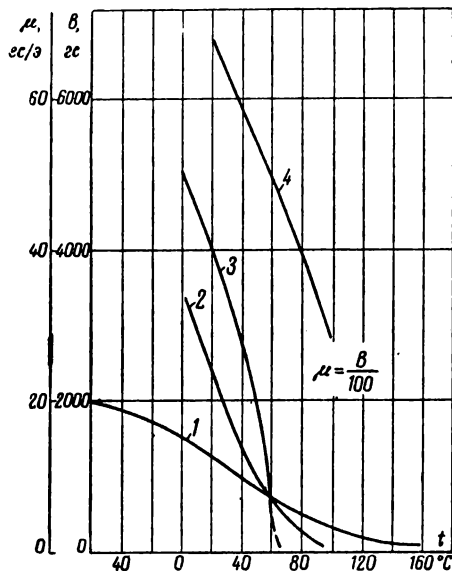


Рис. 2-7. Температурная зависимость индукции и магнитной проницаемости термомагнитных материалов при  $H=100$  э.

1 — кальмаллой; 2 — термаллой; 3 — сплав компенсатор при 7% Cr; 4 — сплав компенсатор при 10,5% Cr.

маллой с 30% меди на рис. 2-7 приведена зависимость магнитной проницаемости или индукции от температуры (кривая 1). Этот сплав пригоден для компенсации температуры примерно от -60 до +120° С. Кальмаллой имеет сравнительно низкую магнитную индукцию, поэтому для компенсации влияния температуры требуются массивные магнитные шунты, что является существенным недостатком этого сплава.

*Термаллой* — сплав железа с 30% никеля (кривая 2). Обладает по сравнению с кальмаллоем более высокой индукцией и имеет более крутую характеристику в диапазоне температур от 0 до 70° С.

*Компенсатор* (кривые 3 и 4) — сплав железа (57,7—52,7%), никеля (35%), хрома (7—12%) и кремния (0,3%). Из сопоставления кривых рис. 2-7 следует, что сплав компенсатор в сравнительно широком диапазоне температур имеет значительно большую магнитную индукцию, чем сплавы калъмаллой и термаллой. Кроме того, он более чувствителен к изменению температуры. Магнитные шунты, выполненные из этого сплава, получают меньшего сечения.

## Глава третья

### МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОСТАВЛЯЮЩИХ КОМПЛЕКСНОГО МАГНИТНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ СТАЛИ

Магнитные цепи электрических аппаратов, приборов и других электромагнитных устройств, работающих на переменном токе, наиболее просто и удобно рассчитывать комплексным методом. Это становится особенно наглядным при расчете сложных магнитных цепей. Прежде чем переходить к расчету, введем понятие о комплексных характеристиках стали и ознакомимся с методом их получения опытным путем.

Впервые понятие о комплексной магнитной проницаемости было введено в 1913 г. В. К. Аркадьевым и получило применение в ряде исследований [Л. 1, 5, 7].

При синусоидальном изменении напряженности поля катушки  $H = \frac{F_k}{l}$  можем считать, что магнитная индук-

ция  $B$  в слабых полях изменяется также по синусоидальному закону. Рассматривая отношение  $B$  и  $H$  как отношение комплексов, В. К. Аркадьев получил комплексную магнитную проницаемость в виде:

$$\frac{\dot{B}}{\dot{H}} = \dot{\mu} = \mu_1 - j\mu_2, \quad (3-1)$$

где  $\mu_1$  и  $\mu_2$  — соответственно консервативная и поглощающая магнитные проницаемости (действующие значения).

Комплексное магнитное сопротивление (действующее значение) для тороидальной формы магнитной цепи переменного тока можно выразить отношением

$$\dot{Z}_\mu = \frac{\dot{F}_K}{\dot{\Phi}} \quad (3-2)$$

Здесь  $\dot{F}_K$  и  $\dot{\Phi}$  — н. с. катушки (действующее значение) и магнитный поток в магнитопроводе тороида (максимальное значение).

Выражение (3-2) для магнитопровода длиной  $l$  и сечением  $S$  можно представить в виде:

$$\dot{Z}_\mu = \frac{\dot{H}}{\dot{B}} \frac{l}{S} = \dot{\rho}_Z \frac{l}{S}, \quad (3-3)$$

где  $\dot{\rho}_Z = \frac{\dot{H}}{\dot{B}}$ .

Здесь  $\dot{H}$  и  $\dot{B}$  — напряженность поля и магнитная индукция в сердечнике в комплексной форме;  $\dot{\rho}_Z$  — комплексное удельное магнитное сопротивление (действующее значение).

Измеряя величины тока в катушке  $I_K$  и э. д. с.  $E$  и используя (3-2) и (3-3), а также равенства

$$I_K = \frac{F_K}{w}; \quad \Phi = \frac{E}{4k_f f w}, \quad (3-4)$$

получим выражение для определения опытного значения

$$\rho_Z = 4k_f w^2 f \frac{I_K S}{E l}. \quad (3-5)$$

В (3-5) обозначено:  $w$  — число витков намагничивающей катушки;  $k_f$  — коэффициент формы кривой;  $f$  — частота изменения переменного тока.

В общем случае, когда связь между  $B$  и  $H$  нелинейна, несинусоидальные токи, э. д. с. и потоки при исследованиях могут быть заменены эквивалентными синусоидами [Л. 23].

Полное комплексное магнитное сопротивление магнитопровода  $Z_\mu$  представим в виде двух составляющих

$$\dot{Z}_\mu = R_\mu + jX_\mu,$$



где  $R_\mu$  — полное активное магнитное сопротивление (действительное значение);

$X_\mu$  — полное реактивное магнитное сопротивление (действительное значение).

Реактивную составляющую комплексного магнитного сопротивления найдем из суммарных потерь в стали

$$P_c = \frac{EF_c}{w}.$$

Здесь  $F_c$  — н. с., компенсирующая потери в стали,

$$F_c = \Phi X_\mu = \Phi \rho_x \frac{l}{S}, \quad (3-6)$$

где  $\rho_x$  — удельное реактивное магнитное сопротивление, связанное с полным реактивным сопротивлением соотношением

$$X_\mu = \rho_x \frac{l}{S}. \quad (3-7)$$

Суммарные потери в стали с учетом равенств (3-6) и (3-4) можно выразить следующим образом:

$$P_c = 4k_f \Phi^2 X_\mu = 4k_f \Phi^2 \rho_x \frac{l}{S}. \quad (3-8)$$

Подставляя опытное значение потребляемой мощности и потока (по данным измерения э. д. с.), из уравнения (3-8) определяем удельное реактивное магнитное сопротивление  $\rho_x$ . Полное и удельное активные магнитные сопротивления определяются из уравнения

$$R_\mu = \sqrt{Z_\mu^2 - X_\mu^2} = \rho_R l / S, \quad (3-9)$$

где  $\rho_R$  — удельное активное магнитное сопротивление.

Таким образом, из опыта можно сравнительно просто определить значения удельных магнитных сопротивлений  $\rho_R$ ,  $\rho_x$  и  $\rho_z$ , связь между которыми выражается зависимостью

$$\rho_z = \sqrt{\rho_R^2 + \rho_x^2}. \quad (3-10)$$

По опытным данным Н. Н. Шумиловского [Л. 52] на рис. 3-1 автором построены для стали марки Э12 кривые

удельных магнитных сопротивлений в зависимости от напряженности поля и индукции.

На рис. 3-2 приведены магнитные характеристики  $\rho_R(B)$  и  $\rho_x(B)$  для других марок сталей. При этом в случае постоянного тока активное удельное магнитное со-

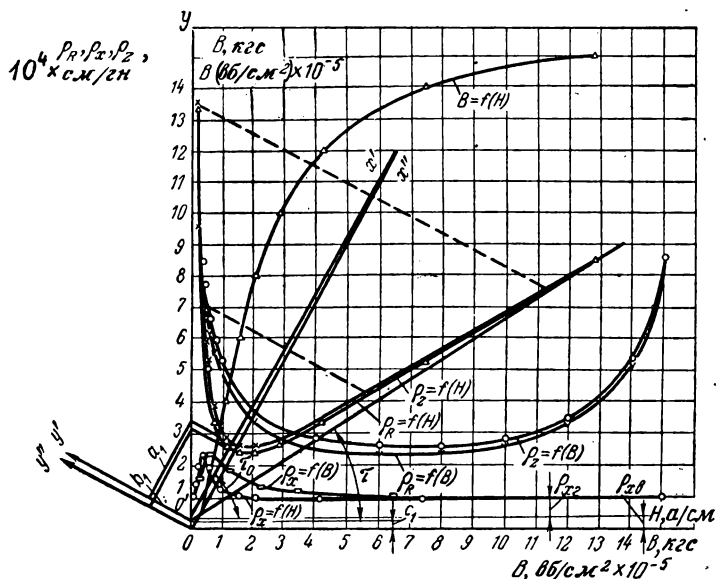


Рис. 3-1. Кривые магнитной индукции и магнитных сопротивлений для листов стали марки Э12 толщиной 0,5 мм при  $f=50$  гц.

противление для сталей типа армко, Э45 и ст. 10 подсчитывалось по уравнению

$$\rho_R = \frac{H}{B}, \quad (3-11)$$

где значения  $H$  и  $B$  определялись из кривой намагничивания.

Из (3-1), (3-3) и соотношения

$$\rho_z = \frac{1}{\mu} \quad (3-12)$$

с.м./сек  $\times 10^4$

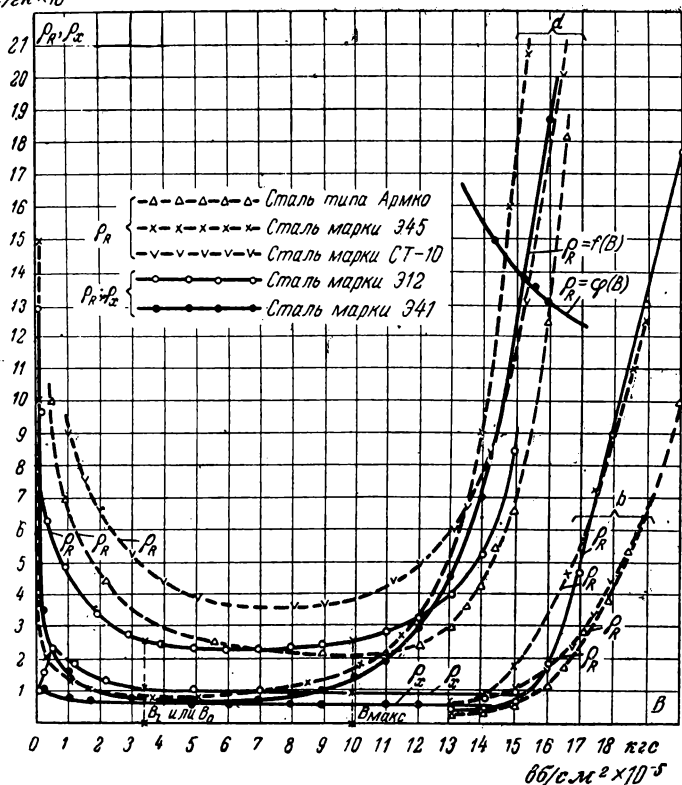


Рис. 3-2. Кривые удельных активных и реактивных магнитных сопротивлений стали в функции магнитной индукции (для сталей 312 и 341, толщина 0,5 мм,  $f=50$  гц).

получаем связь между составляющими комплексной магнитной проницаемости и составляющими удельного магнитного сопротивления:

$$\rho_R = \frac{\mu_1}{\mu_1^2 + \mu_2^2}; \quad \rho_x = \frac{\mu_2}{\mu_1^2 + \mu_2^2}. \quad (3-13)$$

Тангенс угла потерь

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{X_\mu}{R_\mu} = \frac{\rho_x}{\rho_R} = \frac{\mu_2}{\mu_1}. \quad (3-14)$$

### 3-1. ВЫВОД УРАВНЕНИЙ МАГНИТНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ СТАЛИ

Для исследования и расчета магнитных цепей и определения потерь в стали на вихревые токи и гистерезис выразим удельные магнитные сопротивления стали в аналитической форме в зависимости от магнитной индукции или напряженности поля.

Начиная с индукции, равной 7 кгс и выше, для некоторых сортов стали зависимость  $\rho_R = f(H)$  можно представить в виде уравнения прямой. Однако многие электромеханизмы работают при индукциях ниже 7 кгс. Кроме того, зависимость  $\rho_R = f(H)$  некоторых сталей становится прямолинейной при значительно большем значении индукции, чем 7 кгс. Так, например, для стали типа Э12 (рис. 3-1) линейность зависимостей  $\rho_R = f(H)$  и  $\rho_Z = f(H)$  наблюдается примерно со значения 10 кгс. Поэтому целесообразнее решить задачу в общем виде.

Опытные кривые магнитных сопротивлений  $\rho_Z = f(H)$  и  $\rho_R = f(H)$  рис. 3-1 сравнительно хорошо аппроксимируются уравнениями гипербол, отнесенными к координатным осям  $y'o'x'$ . Определим уравнение гиперболы для  $\rho_Z = f(H)$ . Одну асимптоту гиперболы совмещаем с осью  $y$ , на которой откладываем также магнитные сопротивления стали. Другую асимптоту проводим под углом  $\tau$  таким образом, чтобы точки обеих ветвей относительно оси  $x'$  находились на одинаковом расстоянии. Уравнение гиперболы относительно координатных осей  $y'$  и  $x'$  будет:

$$b_1^2 x'^2 - a_1^2 y'^2 = a_1^2 b_1^2, \quad (3-15)$$

где значения  $a_1$  и  $b_1$  определяются из рис. 3-1.

При повороте осей координат  $x'$  и  $y'$  на угол  $\tau_0$  и переносе начала координат в точку 0 получим уравнения:

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \tau_0 + (y - c_1) \sin \tau_0; \\ y' &= -x \sin \tau_0 + (y - c_1) \cos \tau_0. \end{aligned} \quad (3-16)$$

После подстановки значений  $x'$  и  $y'$  из (3-16) в (3-15) получаем уравнение гиперболы в координатах  $xOy$ :

$$y = -\frac{b_1^2 - a_1^2}{2a_1 b_1} x + \frac{a_1 b_1}{2x} + C_1. \quad (3-17)$$

Обозначая через  $n$  и  $m$  соответственно масштабы для удельной н. с. и модуля удельного комплексного магнитного сопротивления, будем иметь:

$$\rho_z = \alpha_1 + \beta_1 H + \frac{\gamma_1}{H}, \quad (3-18)$$

где  $\alpha_1 = mC_1 = 1 \cdot 10^4 \cdot 0,275 = 27,5 \cdot 10^2$ ;

$$\beta_1 = -\frac{(b_1^2 - a_1^2)}{2a_1b_1} \cdot \frac{m}{n} = \frac{1,53^2 - 2,78^2}{2 \cdot 2,78 \cdot 1,53} \cdot \frac{1 \cdot 10^4}{1} = 63,1 \cdot 10^2; \quad (3-18a)$$

$$\gamma_1 = \frac{a_1b_1mn}{2} = \frac{2,78 \cdot 1,53 \cdot 1 \cdot 10^4 \cdot 1}{2} = 2,12 \cdot 10^4. \quad (3-18б)$$

Пользуясь уравнением (3-3), выразим  $\rho_z$  через магнитную индукцию

$$\rho_z = \frac{\alpha_1 B + \sqrt{\alpha_1^2 B^2 + 4\gamma_1 (1 - \beta_1 B) B}}{2 (1 - \beta_1 B) B}. \quad (3-19)$$

Первый член подкоренного выражения при всех значениях индукции мал по сравнению со вторым, поэтому

$$\rho_z = \frac{\alpha_1}{2 (1 - \beta_1 B)} + \sqrt{\frac{\gamma_1}{B (1 - \beta_1 B)}}. \quad (3-20)$$

Расчет по этому уравнению дает максимальную погрешность меньше 10% при изменении индукции от 0,1 до 15 кГс.

Если взять пределы изменения индукции меньшими, то точность увеличится. Так, в пределах от 0,6 до 15 кГс расчет при  $\alpha_1 = 0$  дает погрешность около 6%, а при индукциях от 2 до 15 кГс — порядка 4%.

При этом коэффициенты  $\beta_1 = 6,56 \cdot 10^3$  и  $\gamma_1 = 24,9 \cdot 10^3$ .

Для удельного активного магнитного сопротивления при  $\alpha_2 = 0$  получим аналогичное уравнение гиперболы

$$\rho_R = \beta_2 H + \frac{\gamma_2}{H}, \quad (3-21)$$

где коэффициенты  $\beta_2 = 6,52 \cdot 10^3$  и  $\gamma_2 = 22,4 \cdot 10^3$  подсчитаны согласно (3-18а) и (3-18б) для кривой  $\rho_R = f(H)$ . Погрешность уравнения (3-21) составляет максимально 9% при изменении индукции от 0,3 до 15 кГс, а при индукциях от 2 до 15 кГс максимально 4%.

Если же коэффициенты  $\beta_1$ ,  $\gamma_1$ ,  $\beta_2$  и  $\gamma_2$  определять для более узких пределов индукций, то погрешность по (3-18) и (3-21) не превышает 5%.

Значения указанных коэффициентов приведены в табл. 3-1.

Таблица 3-1

**Расчетные коэффициенты для определения магнитных сопротивлений стали**

Пределы изменения магнитной индукции, кгс	Коэффициенты для полного магнитного сопротивления		Коэффициенты для активного магнитного сопротивления		Коэффициенты	
	$\beta_1$ 10 <sup>3</sup>	$\gamma_1$ 10 <sup>3</sup>	$\beta_2$ 10 <sup>3</sup>	$\gamma_2$ 10 <sup>3</sup>	$\sigma_1$ 10 <sup>7</sup>	$\sigma_2$ 10 <sup>7</sup>
0,2—0,6	60,2	16,72	46,8	17,05	—1,12	—24
0,6—6	6,65	25,7	5,77	23,5	+10,82	—0,799
6—15	6,52	25,3	6,51	21,7	+16,92	+2,3

Модули полного и активного удельных магнитных сопротивлений, выраженные через магнитную индукцию, имеют вид:

$$\rho_z = \sqrt{\frac{\gamma_1}{B(1 - \beta_1 B)}}; \quad (3-22)$$

$$\rho_R = \frac{\gamma_2 + B\sigma_2}{\sqrt{\gamma_1 B(1 - \beta_1 B)}}, \text{ где } \sigma_2 = \gamma_1 \beta_2 - \gamma_2 \beta_1. \quad (3-23)$$

Из (3-3) и (3-19) получаем уравнение для кривых намагничивания

$$H = \frac{\alpha_1 B}{2(1 - \beta_1 B)} + \sqrt{\frac{\beta_1 B}{(1 - \beta_1 B)}}. \quad (3-24)$$

При  $\alpha_1 = 0$

$$H = \sqrt{\frac{\gamma_1 B}{(1 - \beta_1 B)}} \text{ или } B = \frac{H^2}{\gamma_1 + \beta_1 H^2}. \quad (3-25)$$

Пользуясь (3-18) и (3-21—3-23), можно выразить удельное реактивное магнитное сопротивление так:

$$\begin{aligned} \rho_x &= \sqrt{\rho_z^2 - \rho_R^2} = \sqrt{\left(\beta_1 H + \frac{\gamma_1}{H}\right)^2 - \left(\beta_2 H + \frac{\gamma_2}{H}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\frac{\sigma_1 - 2\gamma_2 \sigma_2 B - \sigma_2^2 B^2}{\gamma(1 - \beta_1 B)B}}, \end{aligned} \quad (3-26)$$

где

$$\sigma_1 = \gamma_1^2 - \gamma_2^2.$$

Третий член подкоренного выражения (3-26) сказывается очень мало в пределах изменения индукций от 0,2 до 14 кГс и им вполне можно пренебречь.

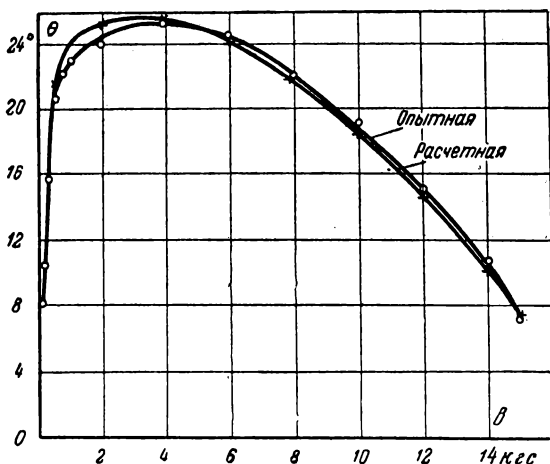


Рис. 3-3. Изменение угла потерь стали типа Э12 толщиной 0,5 мм в зависимости от магнитной индукции.

Выражение тангенса угла потерь в стали находим из уравнений (3-23) и (3-26):

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{p_x}{p_R} = \sqrt{\frac{\gamma_1^2}{(\gamma_2^2 + \sigma_2 B)^2} - 1}. \quad (3-27)$$

По приведенным в табл. 3-1 коэффициентам и уравнению (3-27) была построена расчетная кривая изменения угла потерь в стали в функции магнитной индукции (рис. 3-3). Из сравнения расчетной и опытной кривых следует, что уравнение (3-27) дает вполне удовлетворительные результаты.

### 3-2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСЧЕТНЫХ ФОРМУЛ ПОТЕРЬ В СТАЛИ И ИХ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА

Аналитическое определение с достаточной для практики точностью удельного реактивного магнитного сопротивления  $\rho_x$  особенно ценно, поскольку это позволяет получить новые расчетные уравнения для определения суммарных потерь в стали и отдельно потерь на гистерезис и вихревые токи.

Из (3-8) и (3-26) получаем суммарные потери в стали

$$P_c = 4k_f f_0 S l B \sqrt{\frac{(\sigma_1 - 2\sigma_2 \gamma_2 B) B}{\gamma_1 (1 - \beta_1 B)}}, \text{ вт}, \quad (3-28)$$

где  $f_0$  — частота переменного тока, при которой определялись магнитные сопротивления. В рассматриваемом случае  $f_0 = 50$  гц.

Представленную на рис. 3-1 кривую  $\rho_x = \varphi(B)$  в диапазоне индукции от 0,1 до 15 кгс можно также выразить уравнением

$$\rho_x = \frac{aB}{b + B^2} + c. \quad (3-29)$$

Здесь постоянные коэффициенты следует принять при индукциях от 0,6 до 15 кгс:  $a = 0,15$ ;  $b = 0,25 \cdot 10^{-10}$  и  $c = 8,5 \cdot 10^3$ ; при индукциях от 0,1 до 0,6 кгс:  $a = 0,305$ ;  $b = 8,2 \cdot 10^{-11}$  и  $c = 6,3 \cdot 10^3$ . Погрешность в определении  $\rho_x$  по (3-29) в указанных пределах индукций составляет максимально 6%. При индукциях же свыше 4 кгс погрешность практически не изменится, если даже положить  $b = 0$ . Отсюда суммарные потери в стали в диапазоне индукций от 0,1 до 15 кгс

$$P_c = 4k_f f_0 S l B^2 \left( c + \frac{aB}{b + B^2} \right), \text{ вт}. \quad (3-30)$$

При индукциях от 4 кгс и выше это уравнение значительно упрощается:

$$P_c = 4k_f f_0 S l (aB + cB^2). \quad (3-31)$$

Формулу общих потерь в стали (3-8) при индукциях свыше 7 кгс можно выразить еще более просто, так как



удельное реактивное магнитное сопротивление  $\rho_x$  в этом случае остается практически постоянным (рис. 3-1):

$$P_c = \sigma_0 k_f B^2 l S. \quad (3-32)$$

Для стали марки Э12 постоянный коэффициент

$$\sigma_0 = 4\pi f_0 10^{-8} = 4 \cdot 0,98 \cdot 10^4 \cdot 50 = 19,58 \cdot 10^5.$$

Уравнение (3-32) аналогично формуле общих потерь, приведенной проф. Г. Н. Петровым в книге „Трансформаторы“ [Л. 43].

Полученные уравнения потерь в стали пригодны для расчета при частоте  $f_0 = 50$  гц. Выведем теперь формулы для определения потерь в стали при переменной частоте.

Если разделить известным способом потери в стали на потери на вихревые токи и гистерезис, то можно будет найти и соответствующие им удельные реактивные магнитные сопротивления:

$$\rho_{xв} = k_1 \frac{P_{c,в}}{f B^2}; \quad \rho_{xг} = k_1 \frac{P_{c,г}}{f B^2}, \quad (3-33)$$

где

$$k_1 = \frac{1}{4k_f l}.$$

При этом индексы «в» и «г» соответствуют вихревому и гистерезисному значениям величин. Удельное реактивное магнитное сопротивление при другой частоте определяется равенством

$$\rho_{xf} = \rho_x - \rho_{xв} \left(1 - \frac{f}{f_0}\right), \quad (3-34)$$

где  $\rho_x$  — удельное реактивное магнитное сопротивление при частоте  $f_0 = 50$  гц.

Суммарные потери в стали при другой частоте равны:

$$P_0 = 4k_f f S l B^2 \left[ \rho_x - \rho_{xв} \left(1 - \frac{f}{f_0}\right) \right] 10^{-8}. \quad (3-35)$$

Пользуясь экспериментальными данными Н. Н. Шумиловского, автором подсчитана реактивная составляющая потерь от вихревых токов  $\rho_{xв}$  для ранее указанного сорта стали при  $f_0 = 50$  гц. Она оказалась равной  $3,41 \cdot 10^3$  см/гн (рис. 3-1). Тогда формула (3-30) для под-

счета суммарных потерь в стали при переменной частоте в диапазоне индукции от 0,1 до 15 кгс, запишется следующим образом:

$$P_c = 4k_f f S l B^2 \left[ \left( C_0 + \frac{aB}{b + B^2} \right) + \rho_{xв} \frac{f}{f_0} \right] 10^{-8}. \quad (3-36)$$

Здесь  $C_0 = c - \rho_{xв} = (8,5 - 3,41) 10^3 = 5,09 \cdot 10^3$  при индукциях от 0,6 до 15 кгс и  $C_0 = (6,3 - 3,41) 10^3 = 2,89 \cdot 10^3$  при индукциях от 0,1 до 0,6 кгс.

По выражению (3-36) и ранее полученным коэффициентам  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $\rho_{xв}$  построены кривые потерь в стали в зависимости от индукции для трех значений частоты: 30, 50 и 60 гц (рис. 3-4). Сравнение опытных и расчетных кривых показывает, что (3-36) дает вполне удовлетворительные результаты при индукциях от 0,1 до 15 кгс.

При индукциях от 4 до 5 кгс и выше в (3-36), как уже ранее отмечалось, можно положить  $b = 0$ . Тогда

$$P_c = 4k_f S l f [aB + (C_0 + \tau'_0 f) B^2], \quad (3-37)$$

где

$$\tau'_0 = \frac{\rho_{xв}}{f} = \frac{3,41 \cdot 10^3}{50} = 68,2.$$

При индукциях же свыше 6—7 кгс, когда гистерезисное реактивное магнитное сопротивление  $\rho_{xг}$  остается практически постоянным (рис. 3-1), потери в стали

$$P_c = 4k_f S l B^2 f (\rho_{xг} + \tau_0 f). \quad (3-38)$$

Здесь

$$\rho_{xг} = \rho_x - \rho_{xв} = (9,8 - 3,41) 10^3 = 6,39 \cdot 10^3.$$

Определим теперь расчетные уравнения потерь в стали отдельно на вихревые токи и на гистерезис при переменной частоте.

Потери на вихревые токи

$$P_{с.в} = 4k_f S l (Bf)^2 \frac{\rho_{xв}}{f_0}. \quad (3-39)$$

Потери на гистерезис

$$P_{с.г} = 4k_f f S l B \left( C_0 + \frac{aB}{b + B^2} \right). \quad (3-40)$$

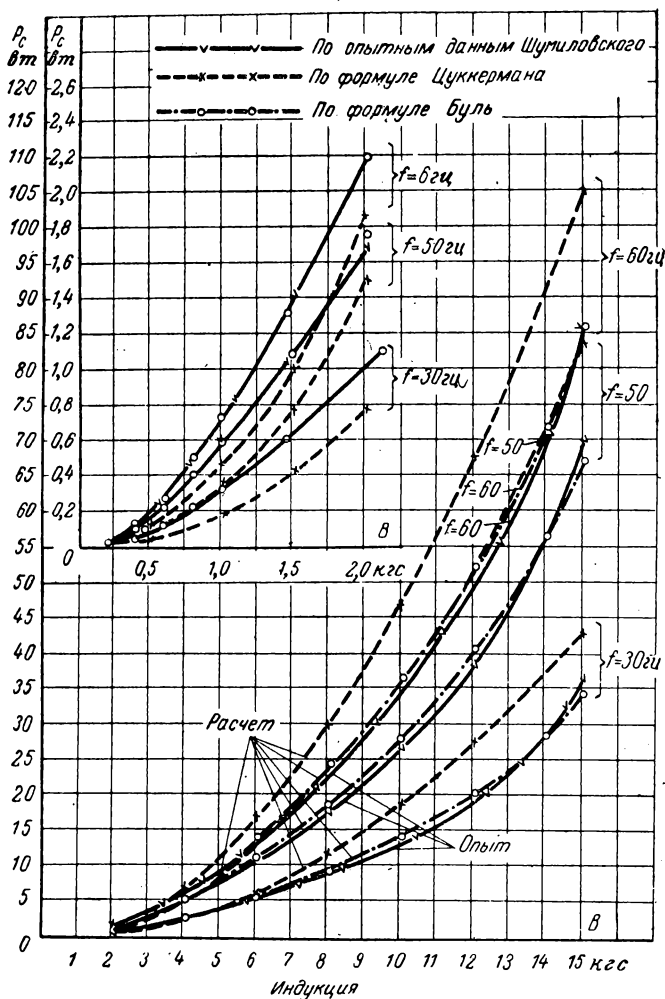


Рис. 3-4. Изменение опытных и расчетных потерь\* в стали типа Э12 в зависимости от индукции при различных частотах.

1 — по опытным данным Шумиловского; 2 — по формуле Цуккермана; 3 — по формуле Буль.

Положив в (3-40) при  $B \geq 4 \div 5$  кГс коэффициент  $b=0$ , получаем:

$$P_{с.г} = 4k_f S l f (aB + C_0 B^2). \quad (3-41)$$

Это уравнение потерь на гистерезис совпадает с известным уравнением Рихтера. Таким образом, для подсчета потерь на гистерезис формула (3-40) является более общей и может быть использована в диапазоне индукций от 0,1 до 15 кГс с погрешностью порядка 7%.

При индукциях свыше 7 кГс, когда гистерезисное удельное реактивное магнитное сопротивление практически остается постоянным, имеем:

$$P_{с.г} = 4k_E S l B^2 \rho_{x.г} f, \quad (3-42)$$

где для стали типа Э12  $\rho_{x.г} = 6,39 \cdot 10^3$ .

В заключение целесообразно дать сводку более простых расчетных формул удельных магнитных сопротивлений для случая, когда магнитная цепь работает в более узком диапазоне изменения индукций (табл. 3-2).

Эти формулы получены из кривых  $\rho_R = f(B)$  и  $\rho_x = f(B)$  (рис. 3-1) для четырех характерных участков изменения удельных магнитных сопротивлений в зависимости от индукции. Там же приведены расчетные уравнения для потерь в стали при  $f_0 = 50$  Гц.

Известные в литературе формулы потерь в стали пригодны только в определенных довольно узких пределах магнитных индукций. Например, формула Штейнмеца [Л. 42] практически пригодна для индукций в диапазоне от 1 до 10—12 кГс. Формула Рихтера при подсчете потерь на гистерезис дает все же значительные отклонения от опытной кривой в пределах индукций 2—9 кГс; максимальная погрешность получается порядка 24% [Л. 41]. Расчетная формула Цуккермана [Л. 92] дает удовлетворительные результаты в сравнительно узких пределах индукций примерно от 5,8 до 9,5 кГс. Как видно из рис. 3-4, максимальная погрешность при этом равна 72% при 30 Гц, 42% при 50 Гц и 40% при 60 Гц. Расчет же по формуле (3-36) при частотах 30, 50 и 60 Гц в диапазоне от 0,1 до 15 кГс дает максимальную погрешность 7—10%.

Сводная таблица более простых расчетных формул для удельных магнитных сопротивлений и потерь в стали

Число полюсов	Пределы изменения индукции, кэс	Расчетные уравнения для магнитного сопротивления	Максимальная погрешность для магнитного сопротивления	Значение постоянных коэффициентов	Расчетные уравнения для полных потерь в стали при $f_0=50$ эг, $вт$
1	0,2—0,6	$\rho_R = k_1 - k_2 B,$ $\rho_x = k_3 + k_4 B$	5%  5%	$k_1=11,22 \cdot 10^4$ $k_2=8,96 \cdot 10^3$ $k_3=8,4 \cdot 10^3$ $k_4=2,56 \cdot 10^3$	$P_c = a_1 l S (k_3 + k_4 B) B^2,$ где $a_1 = 2,22 \cdot 10^2$
2	0,6—6	$\rho_R = k_5 + \frac{k_6}{B},$ $\rho_x = \frac{k_7}{k_8 + B}$	5%  3%	$k_5=2 \cdot 10^4$ $k_6=0,27$ $k_7=0,92$ $k_8=3,3 \cdot 10^{-5}$	$P_c = a_2 l S \frac{B^2}{k_8 + B},$ где $a_2 = 2,04 \cdot 10^2$
3	4—10	$\rho_R = \text{const} = 2,55 \cdot 10^4$ $\rho_x = \text{const} = 1,01 \cdot 10^4$	5%  5%	—	$P_c = a_3 l S B^2,$ где $a_3 = 2,24 \cdot 10^5$
4	10—15	$\rho_R = k_9 + \frac{k_{10}}{k_{11} - B}$ $\rho_x = \text{const} = 0,98 \cdot 10^4$	4%  5%	$k_9=1,54 \cdot 10^4$ $k_{10}=0,695$ $k_{11}=16 \cdot 10^{-5}$	$P_c = a_4 l S B^2,$ где $a_4 = 2,17 \cdot 10^6$

Более высокая точность расчета потерь по формуле автора получилась благодаря проведенной им достаточно точной аппроксимации кривой удельного реактивного магнитного сопротивления стали на всем диапазоне индукций от 0,1 до 15 кГс. Кроме того, коэффициентом формы  $k_f$  учитывалось также изменение формы кривой магнитного потока при изменении индукции.

Изложенный метод определения формул удельных магнитных сопротивлений и потерь в стали можно использовать для других магнитных материалов.

#### *Глава четвертая*

### **РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ И ПАРАМЕТРОВ КАТУШКИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА БЕЗ УЧЕТА ПОТОКА РАССЕЯНИЯ**

#### **4-1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ**

Трудности расчета магнитных цепей с малым зазором или без зазора (датчиков, дросселей, поляризованных, тепловых индукционных реле и т. п.) главным образом определяются нелинейностью магнитной характеристики стали, размагничивающим действием экранов, необходимостью учета потерь в стали и активного сопротивления катушки. По теории и методике расчета таких цепей имеется всего лишь несколько работ [Л. 49, 52, 62, 99]; расчет же катушки переменного тока на различные заданные параметры разработан недостаточно [Л. 51, 53, 59].

Расчет магнитной цепи постоянного тока является частным случаем расчета магнитной цепи переменного тока, он менее сложен и в большей степени представлен в литературе. В дальнейшем основное внимание будет уделено расчету цепей переменного тока.

В цепях с малым воздушным зазором полем рассеяния и полем выпучивания вблизи воздушного зазора пренебрегаем.

Под малым зазором будем понимать такой, при котором поток рассеяния составляет 5—15% от основного потока в зазоре.

В самом простейшем случае расчет магнитных цепей обычно сводят или к определению н. с. катушки при

заданном потоке в определенной части магнитопровода, или к определению потока при заданной н. с. катушки. При этом геометрия магнитной цепи (длина и сечение магнитопровода) бывает задана [Л. 12—18, 20—22, 32, 49, 50, 59].

Однако большой практический интерес представляет рассмотрение задачи расчета магнитной цепи при других исходных параметрах. Например, одним из существенных исходных параметров для защитных реле является предельно допустимая потребляемая мощность, для мощных реакторов со сталью и дросселей без катушки подмагничивания — полная или реактивная мощность (варианты 1 и 2 табл. 4-2). Вместе с тем потребляемая аппаратом мощность определяет габариты, вес, магнитную индукцию, число витков и другие параметры.

При расчете дросселей малой мощности, широко используемых в цепях электрических фильтров, исходными параметрами обычно являются индуктивность  $L$  и добротность катушки  $Q$  [Л. 97] (варианты 5 и 6, табл. 4-2).

В ряде случаев расчет целесообразно вести по индукции в сердечнике или в воздушном зазоре, значение которой может быть, в частности, определено из заданной величины тяговой силы или вращающего момента (варианты 1—4, табл. 4-1).

Автором получен ряд уравнений, которые связывают магнитные, электрические и конструктивные величины. Метод основан на графическом определении неизвестных величин. Из совместного решения ряда уравнений мы получили зависимости полного удельного магнитного сопротивления стали  $\rho_z$  от индукции  $B$  и коэффициента заполнения медью окна обмотки  $f_m$  от диаметра провода  $d$ . Эти зависимости построили в тех же координатных осях, что и опытные характеристики магнитного материала и обмоточного провода. Пересечение расчетных кривых с соответствующими опытными определяет искомые величины  $\rho_z$  и  $B$ ,  $f_m$  и  $d$ .

Особенностью разработанного метода расчета является возможность получения расчетным путем геометрических размеров магнитопровода (сечения, толщины пакета или длины), параметров катушки (числа витков, диаметра провода и др.) и величины индукции.

Чтобы разработанную методику расчета дать в виде

практического инженерного руководства, рассмотрен ряд конкретных расчетных вариантов на различные заданные параметры (варианты табл. 4-1 и 4-2).

В ходе расчета плотность тока выбирается из условия теплового режима. Для электромагнитных механизмов, находящихся под напряжением, величина допустимой плотности тока обычно выбирается: при длительной нагрузке  $2,5 \text{ а/мм}^2$ ; при кратковременной работе  $10\text{—}15 \text{ а/мм}^2$ ; при работе в несколько миллисекунд иногда допускают до  $30 \text{ а/мм}^2$  [Л. 15].

Коэффициент заполнения пакета сталью  $k_3$  зависит, как известно, от рода изоляции и толщины листов стали. Для листов толщиной  $0,5$  и  $0,35 \text{ мм}$   $k_3$  обычно принимается соответственно  $0,95$  и  $0,9$ , если листы изолированы специальным лаком, и  $0,9$  и  $0,85$ , если они изолированы путем оклейки бумагой.

Встречаются магнитные цепи, у которых между отдельными частями магнитопровода имеются небольшие технологические воздушные зазоры. Такие зазоры являются в цепи дополнительными магнитными сопротивлениями, требующими увеличения н. с. катушки. На основании практических данных [Л. 14 и 22] установлено, что воздушный зазор между точно обработанными поверхностями, соединенными друг с другом без давления, равен примерно  $0,035 \text{ мм}$ ; при давлении порядка  $200 \text{ кг/см}^2$  становится практически равным нулю. Зазор стыка обычно принимают равным:  $0,05 \text{ мм}$  — при нормальной технологической обработке и  $0,08 \text{ мм}$  — в случае соединения двух оцинкованных деталей.

При исследовании принято синусоидальное изменение напряжения, тока и потока.

Если магнитная цепь работает при высоких индукциях (за коленом кривой намагничивания), то расчет ведется по первой гармонике [Л. 23].

#### 4-2. РАСЧЕТ ЗАМКНУТОЙ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ (ТОРОИДА)

На рис. 1-1,а показана магнитная цепь в форме тороида. Цепи такого вида используются для изготовления магнитных усилителей, трансформаторов, как сердечники для магнитных испытаний на постоянном и переменном токе. Обмотка обычно наматывается равномерно. Если ширина тороида мала по сравнению с его диаметром, то напряженность поля и магнитная индук-



ция во всех точках сердечника практически одинакова, и тогда расчет можно вести по средней силовой линии. Магнитный поток (максимальное значение) в сердечнике тороида по закону Ома для магнитной цепи переменного тока

$$\dot{\Phi} = \frac{\dot{F}}{Z_{\mu}}. \quad (4-1)$$

Здесь  $\dot{F}$  — н. с. катушки (действующее значение);

$Z_{\mu}$  — комплексное магнитное сопротивление тороида (действующее значение),

$$Z_{\mu} = R_{\mu} + jx_{\mu}, \quad (4-2)$$

где  $R_{\mu}$  и  $x_{\mu}$  — соответственно активное и реактивное магнитные сопротивления сердечника, равные

$$R_{\mu} = \rho_R l/S \text{ и } x_{\mu} = \rho_x l/S; \quad (4-3)$$

$\rho_R$  и  $\rho_x$  — удельные активное и реактивное магнитные сопротивления материала сердечника;

$l$  и  $S$  — средняя длина и активное сечение тороида.

Угол потерь в стали на вихревые токи и гистерезис

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{x_{\mu}}{R_{\mu}} = \frac{\rho_x}{\rho_R}. \quad (4-4)$$

**Пример 4-1.** Рассчитать величину тока, необходимого для обеспечения в тороиде индукции  $10 \text{ кгс}$ ; определить потери в стали и величину угла потерь.

Дано. Размеры тороида: внутренний диаметр  $20 \text{ см}$ ; ширина пакета  $1 \text{ см}$ ; толщина  $1,3 \text{ см}$ . Марка стали—Э12; число витков обмотки  $1000$ ; частота переменного тока  $50 \text{ гц}$ .

Решение. Принимая коэффициент заполнения пакета сталью  $k_a = 0,9$ , получим активное сечение магнитопровода

$$S = 1 \cdot 1,3 \cdot 0,9 = 1,17 = 1,2 \text{ см}^2.$$

Магнитный поток (амплитудное значение)

$$\Phi = 10 \cdot 10^3 \cdot 10^{-8} \cdot 1,2 = 12 \cdot 10^{-5} \text{ вб}.$$

Полученный модуль потока откладываем по действительной оси комплексной плоскости. По индукции из кривой на рис. 3-2 для заданной марки стали находим:

$$\rho_R = 2,7 \cdot 10^4 \text{ см/гн};$$

$$\rho_x = 1,0 \cdot 10^4 \text{ см/гн}.$$

Определяем магнитные сопротивления сердечника:

$$R_{\mu} = 2,7 \cdot 10^4 \frac{\pi (20 + 1)}{1,2} = 148 \cdot 10^4 \text{ 1/гн};$$

$$x_{\mu} = 55 \cdot 10^4 \text{ 1/гн};$$

$$Z_{\mu} = (14,8 + j5,5) 10^5 \text{ 1/гн}.$$

Ток по величине и фазе определится из (4-1):

$$I = \frac{1}{\omega} \Phi Z_{\mu} = \frac{1}{1000} \cdot 12 \cdot 10^{-5} (14,8 + j5,5) 10^5 = (17,8 + j6,6) 10^{-2} \text{ а};$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{6,6}{17,8} = 0,37, \quad \theta = 20^{\circ} 20'.$$

По (3-8) находим суммарные потери в стали:

$$P_c = 4k_f f \Phi^2 \rho_x \frac{l}{S} = 4 \cdot 1,11 \cdot 50 \cdot 12^2 \cdot 10^{-10} \cdot 1 \cdot 10^4 \frac{\pi (20 + 1)}{1,2} = 1,76 \text{ вт}.$$

Если задана н. с. катушки, то расчет ведется в следующем порядке.

По известной длине сердечника определяется напряженность поля

$$H = F/l. \quad (4-5)$$

Из кривых  $\rho_R(H)$  и  $\rho_x(H)$  рис. 3-1 находятся значения  $\rho_R$  и  $\rho_x$ . Исходя из выражений (4-2) и (4-3), подсчитывается комплексное магнитное сопротивление сердечника, а по (4-1) — величина и фаза магнитного потока.

Для магнитной цепи постоянного тока расчет ведется по активному магнитному сопротивлению, которое определяется для стали Э12 из кривых рис. 3-2. Для сталей других марок активное магнитное сопротивление находят из кривых намагничивания, как  $\rho_R = H/B$ .

#### 4-3. РАСЧЕТ НЕРАЗВЕТВЛЕННОЙ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ, СОСТОЯЩЕЙ ИЗ УЧАСТКОВ РАЗЛИЧНОГО СЕЧЕНИЯ

На рис. 4-1,а приведена магнитная цепь дросселя переменной индуктивности. На среднем стержне расположена намагничивающая катушка, высота которой условно показана двумя жирными прямыми линиями. При одинаковых воздушных зазорах ( $\delta_{12} = \delta'_{12} = \delta_{23} = \delta'_{23}$ ) магнитная цепь симметрична относительно оси среднего

сердечника. Поэтому достаточно рассчитать одну ее половину, уменьшив сечение среднего сердечника вдвое и сохранив ту же величину н. с. катушки. Можно также эту цепь привести к одной цепи П-образной формы, сло-

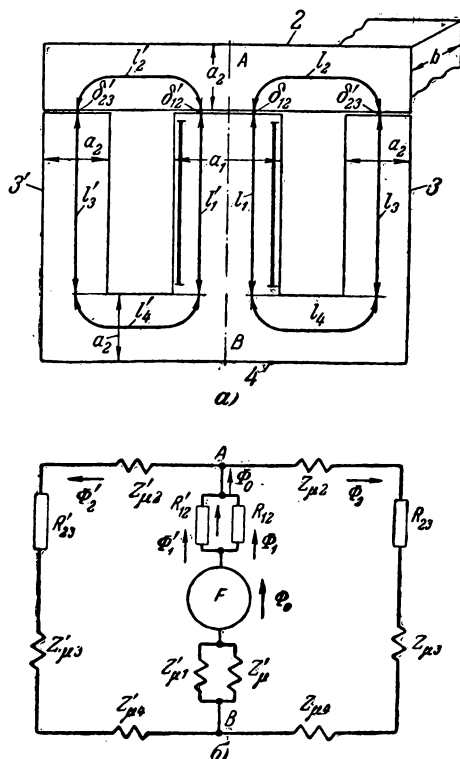


Рис. 4-1.

$a$  — магнитная цепь дросселя Ш-образной формы,  $a_1=35$  мм,  $a_2=22$  мм,  $b=20$  мм.  $l_1=l_3=61,5$  мм;  $l_2=l_4=50,4$  мм;  $b$  — схема замещения.

жив две половины магнитопровода по оси симметрии. При этом сечение сердечника 1 останется без изменения, а сечения всех остальных сердечников требуется удвоить.

Для правой половины магнитопровода на рис. 4-1,  $a$  полное комплексное магнитное сопротивление равно сумме комплексных сопротивлений участков цепи 1, 2, 3

и 4 и сумме активных магнитных сопротивлений двух воздушных зазоров  $\delta_{12}$  и  $\delta_{23}$ , т. е.

$$Z_{\mu} = Z_{\mu 1} + Z_{\mu 2} + Z_{\mu 3} + Z_{\mu 4} + R_{12} + R_{23} = R_{\mu} + jx_{\mu}, \quad (4-6)$$

где

$$Z_{\mu 1} = (\rho_{R1} + j\rho_{x1}) \frac{l_1}{S_1}; \quad Z_{\mu 2} = Z_{\mu 4} = (\rho_{R2} + j\rho_{x2}) \frac{l_2}{S_2};$$

$$Z_{\mu 3} = (\rho_{R3} + j\rho_{x3}) \frac{l_3}{S_3}; \quad R_{12} = \frac{\delta_{12}}{\sqrt{2} \mu_0 S_1}; \quad R_{23} = \frac{\delta_{23}}{\sqrt{2} \mu_0 S_3}. \quad (4-7)$$

Здесь  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  и  $l_4$  — средняя длина соответствующих участков цепи правой половины магнитопровода;  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  и  $S_4$  — их поперечные сечения.

Коэффициент  $\sqrt{2}$  введен в знаменатель дроби в выражениях (4-7) для того, чтобы потоки и н. с. соответственно выразить в максимальных и действующих значениях. (Величины  $\rho_R$  и  $\rho_x$  взяты действующими значениями.)

Активное и реактивное магнитные сопротивления найдены из уравнений (4-6) и (4-7):

$$R_{\mu} = \frac{\delta_{12}}{\sqrt{2} \mu_0 S_1} + \frac{\delta_{23}}{\sqrt{2} \mu_0 S_3} + \rho_{R1} \frac{l_1}{S_1} + 2\rho_{R2} \frac{l_2}{S_2} + \rho_{R3} \frac{l_3}{S_3}; \quad (4-8)$$

$$x_{\mu} = \rho_{x1} \frac{l_1}{S_1} + 2\rho_{x2} \frac{l_2}{S_2} + \rho_{x3} \frac{l_3}{S_3}. \quad (4-9)$$

Магнитный поток для правой половины магнитопровода

$$\dot{\Phi}_1 = \frac{\dot{F}}{Z_{\mu}} = \dot{\Phi}_2. \quad (4-10)$$

Левая половина цепи находится под той же разностью магнитных потенциалов и потому поток

$$\dot{\Phi}_1 = \frac{\dot{F}}{Z'_{\mu}} = \dot{\Phi}_2, \quad (4-11)$$

$\Phi'_1$  и  $\Phi'_2$  — потоки в левой половине цепи соответственно на участках  $l'_1$  и  $l'_2$ .

Для симметричной цепи  $Z_{\mu} = Z'_{\mu}$  и  $\Phi_1 = \Phi'_1$ ; следовательно, общее комплексное магнитное сопротивление (для

всего магнитопровода) и общий магнитный поток получим из равенств

$$Z_{\mu 0} = \frac{1}{2} Z_{\mu}; \quad \dot{\Phi}_0 = 2\dot{\Phi}_1. \quad (4-12)$$

Тангенс угла потерь найдем из (4-8) и (4-9) как отношение  $x_{\mu}/R_{\mu}$ .

При расчете магнитной цепи, в особенности сложной, очень удобно использовать схемы замещения, как это делается для электрической цепи. На рис. 4-1,б показана такая схема для Ш-образного магнитопровода с воздушным зазором, изображенная на рис. 4-1,а. Схема замещения составляется сообразно конфигурации магнитопровода. Все участки магнитных сопротивлений цепи на схеме обозначены сосредоточенными магнитными сопротивлениями, а н. с. катушки  $F$  показана как источник потока. Для симметричной цепи магнитное сопротивление среднего сердечника  $l$  состоит как бы из двух равных магнитных сопротивлений стали  $Z_{\mu 1} = Z'_{\mu 1}$  и сопротивлений воздушного зазора  $R_{12} = R'_{12}$ .

Участки цепи  $Z_{\mu 1}$  и  $Z'_{\mu 1}$  и участки  $R_{12}$  и  $R'_{12}$  на схеме соединяются параллельно.

1. Расчет симметричной магнитной цепи, когда заданы размеры магнитопровода и магнитный поток в среднем сердечнике  $\Phi_0$ , проводится в следующем порядке.

Применительно к рис. 4-1 имеем:

$$\Phi_1 = \frac{\Phi_0}{2}.$$

По потоку  $\Phi_1$  находим индукции в различных частях магнитопровода:

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1}; \quad B_2 = B_4 = \frac{\Phi_1}{S_2}; \quad B_3 = \frac{\Phi_1}{S_3}.$$

По этим индукциям из рис. 3-2 для выбранной марки стали определяем удельные магнитные сопротивления:

$$p_{R1}, p_{R2}, p_{R3} \text{ и } p_{x1}, p_{x2}, p_{x3}.$$

Пользуясь уравнениями (4-6), (4-8) и (4-9), подсчитываем  $R_{\mu}$ ,  $x_{\mu}$  и  $Z_{\mu}$ , а из (4-10) находим н. с. катушки  $F$  по величине и фазе. Последняя будет опережать поток,

отложенный по действительной оси комплексной плоскости, на угол  $\theta = \arctg \frac{x_\mu}{R_\mu}$ . Потери в стали в этом случае

определяются по реактивным магнитным сопротивлениям отдельных частей магнитопровода. В частности, для двух половин магнитопровода по (3-8) получим:

$$P_c = 4k_f f \Phi_0^2 \left( \frac{x_\mu}{2} \right), \text{ вт.} \quad (4-13)$$

**Пример 4-2.** Рассчитать магнитную цепь дросселя переменной индуктивности при частоте 500 гц для одного фиксированного положения воздушных зазоров (рис. 4-1, а).

Дано: магнитопровод Ш-35, активное поперечное сечение участков  $2S_1 = 6,3 \text{ см}^2$ ;  $S_2 = S_3 = S_4 = 4,0 \text{ см}^2$ ; средняя длина участков:

$$l_1 = l'_1 = l_3 = l'_3 = 6,15 \text{ см}; \quad l_2 = l'_2 = l_4 = l'_4 = 5,04 \text{ см};$$

$$\delta_{12} = \delta'_{12} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ см}; \quad \delta_{23} = \delta'_{23} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ см}.$$

Индукция в среднем сердечнике  $B_0 = 14 \text{ кгс}$ .

Определить: намагничивающую силу катушки  $F$ , потери в стали  $P_c$  и угол потерь  $\theta$ .

Решение. Вследствие равенства зазоров  $\delta_{23} = \delta'_{23}$  рассматриваем только правую половину магнитопровода.

Магнитная индукция участков

$$\begin{aligned} B_1 = B_0 = 14 \text{ кгс}; \quad B_2 = B_3 = B_4 = \frac{\Phi_0}{2S_2} = \\ = \frac{2B_0S_1}{2S_2} = \frac{14 \cdot 6,3}{2 \cdot 4} = 11,1 \text{ кгс}. \end{aligned}$$

Для стали Э12 при  $f = 500 \text{ гц}$  (рис. 3-2) имеем:

$$\rho_{R1} = 5,2 \cdot 10^4 \text{ см/гн};$$

$$\rho_{R2} = \rho_{R3} = \rho_{R4} = 3 \cdot 10^4 \text{ см/гн};$$

$$\rho_{x1} = \rho_{x2} = \rho_{x3} = 0,9 \text{ см/гн}.$$

Полученное удельное реактивное магнитное сопротивление необходимо пересчитать на частоту 500 гц по уравнению (3-34):

$$\begin{aligned} \rho_{xf1} = \rho_{x1} - \rho_{xv} \left( 1 - \frac{f}{f_0} \right) = \\ = 0,9 - 3,41 \cdot 10^3 \left( 1 - \frac{500}{50} \right) = 3,97 \cdot 10^4 \text{ см/гн}. \end{aligned}$$

Эквивалентные магнитные сопротивления магнитопровода определяются из выражений (4-8) и (4-9):

$$R_{\mu} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2} \cdot 1,256 \cdot 10^{-8} \cdot 3,15} + \frac{5 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2} \cdot 1,256 \cdot 10^{-8} \cdot 4} +$$

$$+ 5,2 \cdot 10^4 \frac{6,15}{3,15} + \frac{3 \cdot 10^4}{4} (2 \cdot 5,04 + 6,15) =$$

$$= (8,94 + 7 + 10,02 + 12,7) 10^4 = 38,84 \cdot 10^4 \text{ см/гн.}$$

$$x_{\mu} = 3,97 \cdot 10^4 \left( \frac{6,15}{3,15} + 2 \frac{5,04}{4} + \frac{6,15}{4} \right) \cong 23,9 \cdot 10^4 \text{ см/гн.}$$

Угол потерь найдем из (4-4)

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{23,9}{38,84} = 0,616, \quad \theta = 31^{\circ} 40'.$$

Полные потери в стали по (4-13)

$$P_c = 4 \cdot 1,11 \cdot 500 (14 \cdot 10^{-5} \cdot 6,3)^2 \times$$

$$\times \left( \frac{23,9 \cdot 10^4}{2} \right) = 207 \text{ вт.}$$

2. Рассмотрим расчет той же магнитной цепи, но при заданной н. с. катушки  $F$ . Расчет даже для случая симметричной цепи (рис. 4-1, а и б) несколько усложняется по той причине, что  $\Phi_1$  нелинейно связан с суммарным магнитным сопротивлением  $Z_{\mu}$  (4-10).

В данном случае расчет проще провести графоаналитическим способом. Задаваясь предварительно потоком

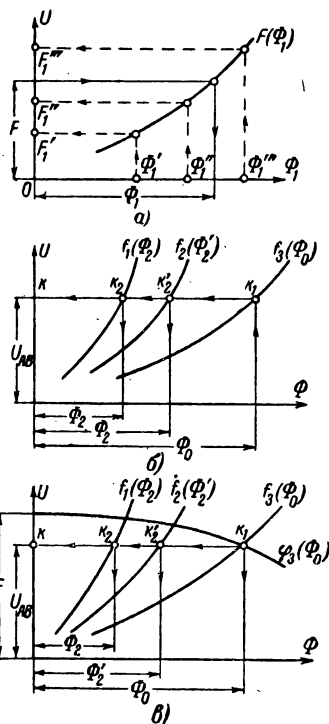


Рис. 4-2. Графики к определению потоков и н. с. катушки для Ш-образной магнитной цепи при заданных значениях:

а — н. с. катушки  $F$  и симметричном магнитопроводе ( $R_{23} = R'_{23}$ ); б — потоке  $\Phi_0$  и воздушных зазорах  $\delta_{23} > \delta'_{23}$ ; в —  $F$  и  $\delta_{23} > \delta'_{23}$ .

$\Phi'_1 = \Phi'_2$ , по индукциям для отдельных участков определяем величины  $\rho_R$  и  $\rho_x$  (рис. 3-2), а следовательно, и суммарные магнитные сопротивления  $R_\mu$  и  $x_\mu$  (4-8) и (4-9).

Для этого потока находим величину н. с. катушки:

$$F'_1 = \Phi'_1 \sqrt{R_\mu^2 + x_\mu^2}. \quad (4-14)$$

Подобные расчеты повторяем еще для двух значений потока  $\Phi''_1$  и  $\Phi'''_1$ , а затем строим на рис. 4-2,а зависимость  $F(\Phi_1)$ . По заданной величине  $F$  находим искомую величину потока  $\Phi_1$ . Значения  $R_\mu$ ,  $x_\mu$ ,  $\operatorname{tg} \theta$  и  $P_c$  теперь уже легко определяются (см. пример 4-2).

#### 4.4. РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОЙ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ

Представляет практический интерес рассмотрение методики расчета магнитной цепи в случае несимметричного магнитопровода Ш-образной формы (рис. 4-1,а). Несимметрия указанной цепи может быть вызвана, например, неравенством воздушных зазоров ( $\delta_{23} \neq \delta'_{23}$ ). Такую цепь уже необходимо рассчитывать целиком. Расчет проводим для постоянного тока, используя кривую намагничивания (рис. 2-3).

1. Вначале рассмотрим прямую задачу, когда задан поток в среднем сердечнике  $\Phi_0$  и требуется определить н. с. катушки  $F$ . Пользуясь схемой замещения (рис. 4-1,б), составим ряд расчетных уравнений.

Общий поток в среднем сердечнике

$$\Phi_0 = \Phi_1 + \Phi'_1 = \Phi_2 + \Phi'_2. \quad (4-15)$$

Разность магнитных потенциалов в магнитопроводе между точками  $A$  и  $B$ :

для правого контура

$$\begin{aligned} U_{AB} &= \Phi_2 (R_{\mu 2} + R_{\mu 3} + R_{\mu 4} + R_{23}) = \\ &= H_2 l_2 + H_3 l_3 + H_4 l_4 + \Phi_2 R_{23} = f_1(\Phi_2); \end{aligned} \quad (4-16)$$

для левого контура

$$\begin{aligned} U_{AB} &= \Phi'_2 (R'_{\mu 2} + R'_{\mu 3} + R'_{\mu 4} + R'_{23}) = \\ &= H'_2 l'_2 + H'_3 l'_3 + H'_4 l'_4 + \Phi'_2 R'_{23} = f_2(\Phi'_2); \end{aligned} \quad (4-17)$$



для средней ветви

$$U_{AB} = F - \Phi_0 \left( \frac{R_{\mu 1}}{2} + \frac{R_{12}}{2} \right) = F - \left( H_0 l_1 + \Phi_0 \frac{R_{12}}{2} \right) = f_3(\Phi_0). \quad (4-18)$$

Здесь  $H_0$ ,  $H_2$ ,  $H'_2$  и т. д. — напряженности магнитного поля на соответствующих участках магнитопровода;  $R_{\mu 1}$ ,  $R_{\mu 2}$ ,  $R'_{\mu 2}$ ,  $R_{\mu 3}$  и т. д. — активные магнитные сопротивления этих участков. Расчет разветвленной цепи проводим также графоаналитическим методом.

Задаемся рядом значений потоков  $\Phi_2$  и  $\Phi'_2$  в правой и левой ветвях. По индукциям, соответствующим этим потокам, из кривой намагничивания на рис. 2-3 находим значения для напряженностей  $H_2 = H_4$ ,  $H_3$ ,  $H'_2 = H'_4$  и  $H'_3$ . Затем по (4-16) и (4-17) строим зависимости  $f_1(\Phi_2)$  и  $f_2(\Phi'_2)$ , изображенные на рис. 4-2,б. Результирующую кривую потока в среднем сердечнике  $f_3(\Phi_0)$  получаем суммированием абсцисс кривых  $f_1(\Phi_2)$  и  $f_2(\Phi'_2)$ . Тогда по заданному значению  $\Phi_0$  и суммарной кривой  $f_3(\Phi_0)$  находим разность магнитных потенциалов  $U_{AB}$ , соответствующую потоку  $\Phi_0$ . Точки пересечения прямой  $k - k_1$  с кривыми  $f_1(\Phi_2)$  и  $f_2(\Phi'_2)$  определяют потоки в сердечниках  $\Phi_2$  и  $\Phi'_2$ . Затем подсчитывают н. с. катушки  $F$  по выражению (4-18), что уже не представляет труда.

2. Если задана н. с. катушки  $F$  и требуется определить потоки в сердечниках  $\Phi_2$ ,  $\Phi'_2$  и  $\Phi_0$  (обратная задача), то ход расчета сводится к следующему. Аналогично предыдущему по выражениям (4-16) и (4-17) строятся кривые  $f_1(\Phi_2)$ ,  $f_2(\Phi'_2)$  и суммарная кривая  $f_3(\Phi_0)$ .

Задаваясь различными значениями  $\Phi_0$ , по (4-18) рассчитывается и наносится кривая  $\varphi_3(\Phi_0)$ . Точка пересечения кривых  $\varphi_3(\Phi_0)$  и  $f_3(\Phi_0)$  дает магнитное напряжение  $U_{AB}$  и поток  $\Phi'_0$  (точка  $k_1$ ); пересечения прямой  $k - k_1$  с кривыми  $f_1(\Phi_2)$  и  $f_2(\Phi'_2)$  определяют потоки  $\Phi_2$  и  $\Phi'_2$  (точки  $k_2$  и  $k'_2$ ).

#### 4-5. РАСЧЕТ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ И ПАРАМЕТРОВ КАТУШКИ ПРИ ЗАДАННОЙ ИНДУКЦИИ (ВАРИАНТЫ 1—4, ТАБЛ. 4-1)

При проектировании электрических аппаратов магнитную цепь приходится рассчитывать на самые разнообразные начальные условия.

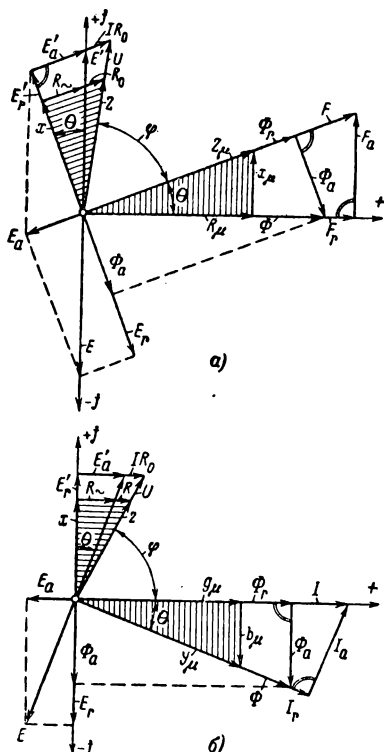


Рис. 4-3. Векторные диаграммы катушки со сталью с учетом потерь в стали, но без учета потока рассеяния.

*a* — при  $\Phi_m = \text{пост.}$ ; *б* — при  $I = \text{пост.}$

катушки  $F$ , если учитывать потери в стали, опережает поток  $\Phi$  на угол  $\theta$ . Намагничивающую силу можно разложить на две взаимно-перпендикулярные составляющие, т. е.

$$F = F_r + jF_a,$$

$$\text{где } F = I\omega, F_a = I_a\omega, F_r = I_r\omega$$

— соответственно действующее значение н. с. и ее активная и реактивная составляющие. Тогда магнитное сопротивление цепи

Рассмотрим методику расчета, когда основными исходными величинами являются: индукция в сердечнике, ток или напряжение катушки, сечение или средняя длина магнитопровода.

При заданной плотности тока и высоте катушки однозначно определяются: напряжение или ток катушки, средняя длина или сечение магнитопровода, потребляемая мощность, число витков, активное и реактивное сопротивление катушки, угол потерь, сдвиг по фазе между током и напряжением и другие параметры.

#### **а) Расчет при заданном напряжении.**

Для вывода расчетных формул воспользуемся комплексным методом. Вектор потока  $\Phi$  откладываем по действительной оси комплексной плоскости (рис. 4-3, *a*).

Намагничивающая сила

$$Z_{\mu} = \frac{\dot{F}}{\Phi} = \frac{F_r}{\Phi} + j \frac{F_a}{\Phi} = R_{\mu} + jx_{\mu} = (\rho_R + j\rho_x) \frac{l}{S}; \quad (4-19)$$

$$R_{\mu} = \rho_R \frac{l}{S}; \quad x_{\mu} = \rho_x \frac{l}{S};$$

$$Z_{\mu} = \sqrt{R_{\mu}^2 + x_{\mu}^2}; \quad S = abk_3. \quad (4-20)$$

Здесь  $l$  — средняя длина магнитопровода;  $S$  — активное поперечное сечение магнитопровода (рис. 4-4);  $\omega$  — число витков катушки;  $k_3$  — коэффициент заполнения сталью пакета магнитопровода;  $\rho_R$  и  $\rho_x$  — активное и реактивное удельные магнитные сопротивления стали. Значение их определяется из кривых рис. 3-2.

Тангенс угла потерь в стали на вихревые токи и гистерезис

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{x_{\mu}}{R_{\mu}} = \frac{\Phi_a}{\Phi_r} = \frac{\rho_x}{\rho_R}. \quad (4-21)$$

Через составляющие потока  $\Phi$  определим э. д. с.:

$$E'_a = \frac{\omega \omega}{\sqrt{2}} \Phi_a \quad \text{и} \quad E'_r = \frac{\omega \omega}{\sqrt{2}} \Phi_r. \quad (4-22)$$

Складывая эти э. д. с. с активным падением напряжения катушки  $IR_0$ , получаем полное напряжение на зажимах  $U$ . Полная мощность катушки в комплексном виде

$$\dot{P}_K = \dot{U}I^*. \quad (4-23)$$

Определим значения тока и напряжения из векторной диаграммы на рис. 4-3, а:

$$\dot{I}_r = I_r - jI_a; \quad \dot{U} = jE' + IR_0 \cos \theta + jIR_0 \sin \theta,$$

где  $E'$  — э. д. с., создаваемая потоком  $\Phi$ ,

$$E' = \frac{\omega \omega}{\sqrt{2}} \Phi = \frac{\omega \omega^2}{\sqrt{2} R_{\mu}} I \cos \theta = x_0 I \cos \theta.$$

Здесь  $x_0$  — индуктивное сопротивление катушки для случая, когда потери в стали равны нулю,

$$x_0 = \frac{\Phi \omega^2}{\sqrt{2} R_{\mu}}. \quad (4-24)$$

Подставляя полученные соотношения в (4-23), получим:

$$\dot{P}_K = I^2 Z. \quad (4-25)$$

Полное электрическое сопротивление катушки с учетом потерь в стали

$$Z = R_0 + x_0 \sin \theta \cos \theta + j x_0 \cos^2 \theta = R + j x. \quad (4-26)$$

Полное активное сопротивление катушки

$$R = R_0 + x_0 \sin \theta \cos \theta = R_0 + R_{\sim}, \quad (4-27)$$

$R_0$  — активное сопротивление, определяемое свойствами материала провода и конструктивными параметрами самой катушки,

$$R_0 = \rho \frac{l_{cp}}{q} \quad \omega = \rho l_{cp} i_q \frac{\omega}{I} = C_1 \frac{\omega}{I}, \quad (4-28)$$

где  $C_1 = \rho l_{cp} i_q$ ;

$\rho$  — удельное электрическое сопротивление провода;

$l_{cp}$  — средняя длина витка катушки;

$i_q$  — плотность тока;

$q$  — поперечное сечение голого провода;

$R_{\sim}$  — активное сопротивление катушки, обусловленное потерями в стали на вихревые токи и гистерезис,

$$R_{\sim} = x_0 \sin \theta \cos \theta. \quad (4-29)$$

Реактивное сопротивление катушки с учетом потерь в стали

$$x = x_0 \cos^2 \theta. \quad (4-30)$$

Индуктивность катушки

$$L = \frac{\omega^2}{\sqrt{2} R_{\mu}} \cos^2 \theta = L_0 \cos^2 \theta, \quad (4-31)$$

где  $L_0$  — индуктивность катушки, когда потери в стали равны нулю,

$$L_0 = \frac{\omega^2}{\sqrt{2} R_{\mu}}. \quad (4-32)$$

Угол между током и напряжением определяется из выражения

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R} = \frac{\omega L_0}{R_0 + \omega L_0 \sin \theta \cos \theta}. \quad (4-33)$$

Из векторной диаграммы на рис. 4-3,а легко получить соотношение между электрическими и магнитными сопротивлениями:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{R_{\sim}}{x} = \frac{x_{\mu}}{R_{\mu}} \text{ или } R_{\sim} = \frac{\omega \omega}{\sqrt{2}} \frac{x_{\mu}}{Z_{\mu}^2}, \quad x = \frac{\omega \omega^2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{R_{\mu}}{Z_{\mu}^2}. \quad (4-34)$$

Зависимости (4-27), (29-34) были получены автором еще в 1945—1946 гг. [Л. 91]. Точно такие же выражения для  $R_{\sim}$  и  $x$  (4-34) можно получить и из работы Макфедина, опубликованной в 1947 г. [Л. 112], и Левина — в 1948 г. [Л. 51], хотя метод получения уравнений у них иной.

Зависимость между числом витков намагничивающей катушки, приложенным напряжением и заданной индукцией принято [Л. 12—14, 18] определять из уравнения, в котором э. д. с. приравнивается к приложенному напряжению (активное сопротивление  $R_0$  не учитывается), т. е.

$$U = E = \frac{\omega \omega}{\sqrt{2}} \Phi. \quad (4-35)$$

Погрешность при этом получается тем больше, чем меньше магнитная индукция и чем больше потери в стали.

Пользуясь векторной диаграммой рис. 4-3,а, можно найти число витков с учетом активного сопротивления катушки и потерь в стали.

Подставляя в соотношение

$$U^2 = E_r'^2 + (E_a' + IR_0)^2$$

значение величин из уравнений  $E_a' = E' \sin \theta$ ;  $E_r' = E' \cos \theta$ ;  $E' = \frac{\omega \omega}{\sqrt{2}} \Phi$ , а также из (4-29), (4-30) и (4-34), получим для числа витков катушки расчетную формулу

$$\omega = \frac{U}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2 + 2C_1C_2 \sin \theta}}. \quad (4-36)$$

Здесь

$$C_1 = \rho i_q l_{cp}; \quad C_2 = \frac{\omega \Phi}{\sqrt{2}};$$

$$l_{cp} = 2(a_1 + b_1) + \pi h;$$

$$a_1 = 2(a + \Delta_3); \quad b_1 = b + 2\Delta_3; \quad (4-37)$$

$h, a_1, b_1, a, b, \Delta_3$  — линейные размеры, соответствующие обозначениям на рис. 4-4.

Если потери в стали равны нулю, то

$$\omega = \frac{U}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}}. \quad (4-38)$$

Соотношение между электрическими, магнитными и конструктивными величинами находится на основании следующих зависимостей:

диаметр голого провода обмотки

$$d = \sqrt{\frac{4I}{\pi i_q}}, \quad (4-39)$$

намагничивающая сила катушки

$$I\omega = \Phi Z_\mu = B S \rho_z \frac{l}{S} = B \rho_z l, \quad (4-40)$$

средняя длина магнитопровода

$$l = 2(c + l_0) + \pi a = 2l_K + \mathcal{O}, \quad (4-41)$$

где

$$c = h + \Delta_1 + \Delta_3; \quad l_0 = l_K + 2\Delta_2; \quad (4-42)$$

$$\mathcal{O} = 2(\Delta_1 + 2\Delta_2 + \Delta_3 + h) + \pi a = 2(2\Delta_2 + c) + \pi a, \quad (4-42')$$

$c$  и  $l_0$  — ширина и высота окна магнитопровода (рис. 4-4).

Величины  $\Delta_2$  и  $\Delta_3$  учитывают, кроме толщины каркаса, еще и воздушный зазор между каркасом и магнитопроводом.

Площадь окна обмотки можно представить в таком виде:

$$hl_K = \frac{I\omega}{i_q f_m}; \quad l_K = I\omega\lambda; \quad \lambda = \frac{1}{i_q f_m h}. \quad (4-43)$$

Тогда

$$l = \mathcal{O} + \frac{2I\omega}{i_q f_m h} = \mathcal{O} + \frac{\pi\omega d^2}{2hf_m} = \mathcal{O} + 2I\omega\lambda, \quad (4-44)$$

где  $f_m$  — коэффициент заполнения медью площади окна катушки и определяется как отношение сечения меди к площади окна, т. е.

$$f_m = \frac{\omega q}{l_k h}.$$

Значение  $f_m$  для различного вида изоляции и величины диаметра провода определяется из опытной характеристики обмоточного провода [Л. 13]

$$f_m = f(d). \quad (4-45)$$

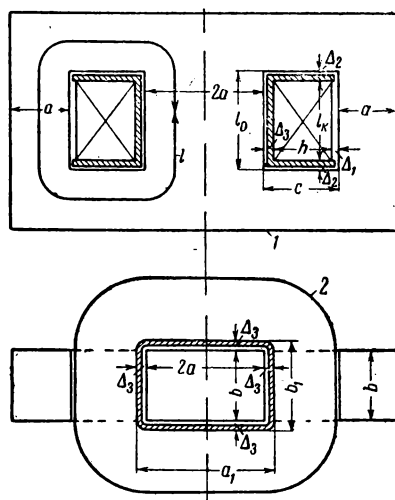


Рис. 4-4. Магнитная цепь дроссельной катушки.

1 — магнитопровод; 2 — каркас;  $a=10$ ;  
 $b=12$ ;  $h=10$ ;  $\Delta_1=1$ ;  $\Delta_2=\Delta_3=1,5$   
 (размеры, мм).

Рассмотрим несколько вариантов расчета цепи и катушки переменного тока без воздушного зазора (пункты «а», табл. 4-1) и с зазором (пункты «б») при условии, если можно пренебречь потоком рассеяния. Определение неизвестных величин проводим в том порядке, который указан в табл. 4-1. Во всех вариантах толщиной стенок каркаса  $\Delta_2$  и  $\Delta_3$ , а также прослойкой между катушкой и магнитопроводом  $\Delta_1$  (рис. 4-4) следует задаваться.

Таблица 4-1

**Варианты расчета магнитной цепи и катушки  
на переменном токе**

Варианты	Задано	Выбираем	Определяем
1 а)	$U, B, S$	$i_q, h$	$\theta, \omega, d, I, l, R_0, R_{\sim}, x, \varphi, P_K$
б)	$U, B, S, \delta$	То же	То же
2 а)	$U, B, l$	То же	$\theta, f_m, d, I, \omega, b, S, R_0, R_{\sim}, x, P_K$
б)	$U, B, l, \delta$	То же	То же
3 а)	$I, B, S$	То же	$d, f_m, \omega, l, \theta, R_0, R_{\sim}, x, \varphi, P_K$
б)	$I, B, S, \delta$	То же	То же
4 а)	$I, B, l$	$i_q, h, b$	$\omega, d, \theta, R_0, R_{\sim}, x, Z, \varphi, P_K$
б)	$I, B, l, \delta$	То же	То же

В а р и а н т 1а (цепь без зазора). Задано:  $U, B, S$ . Рассмотрим ход расчета цепи и катушки.

1. По индукции  $B$  из кривых на рис. 3-2 находим  $\rho_R, \rho_x$  и  $\operatorname{tg} \theta = \rho_x / \rho_R$ . Число витков определяем по (4-36).

2. Пользуясь (4-39), (4-40) и (4-44), находим соотношение между коэффициентом заполнения  $f_m$  и диаметром голого провода  $d$ :

$$f_m = \frac{\pi \omega V d^2}{h (\pi \omega d^2 i_q - 2 \mathcal{E} V)} = \varphi(d), \quad (4-46)$$

где  $V = 2 \rho_z B$ .

Здесь коэффициент заполнения зависит не только от диаметра провода, но также и от магнитной индукции, характеристики магнитного материала, числа витков, плотности тока и других параметров.

Задаваясь рядом значений  $d$ , строим расчетную кривую  $f_m = \varphi(d)$ . Точка пересечения этой кривой с опытной



характеристикой обмоточного провода  $f_m = f(d)$  дает искомые значения  $f_m$  и  $d$  (рис. 4-5).

3. По (4-39) подсчитываем величину тока  $I$ .

4. Из (4-40) получаем среднюю длину магнитопровода  $l$  и находим  $l_k = \frac{1}{2}(l - \mathcal{D})$ .

5. Учитывая (4-20), (4-28), (4-29), (4-30), (4-34), (4-37), определяем активные сопротивления  $R_0$  и  $R_{\sim}$ ,

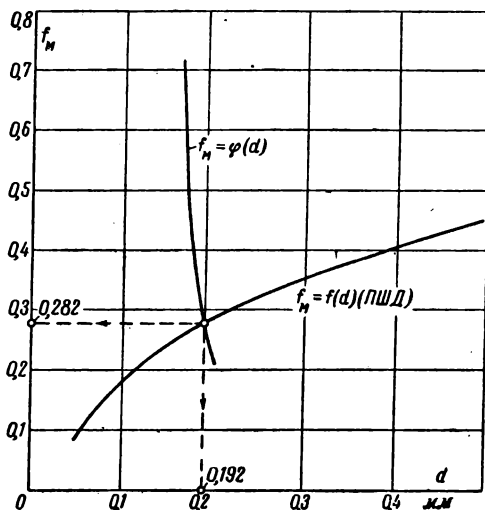


Рис. 4-5. К определению диаметра провода и коэффициента заполнения (для обмоточного провода ПШД).

$f_m = f(d)$  — характеристика обмоточного провода;

$f_m = \varphi(d)$  — расчетная характеристика обмоточного провода.

реактивное  $x$ , угол между током и напряжением катушки  $\varphi$  и потребляемую мощность  $S$ .

Полное сопротивление катушки  $Z = \frac{U}{I}$  можно выразить еще так:

$$Z = \sqrt{(R_0 + R_{\sim})^2 + x^2}. \quad (4-47)$$

Подсчитанные по этим уравнениям величины  $Z$  должны примерно быть одинаковыми.

В а р и а н т 1б (цепь с зазором). Задано:  $U$ ,  $B$ ,  $S$  и  $\delta$ .

Полное магнитное сопротивление и тангенс угла потерь найдем из выражений:

$$Z_{\mu} = \sqrt{(R_{\mu} + R_{\mu\delta})^2 + x_{\mu}^2}; \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{x_{\mu}}{R_{\mu} + R_{\mu\delta}}. \quad (4-48)$$

Здесь активное магнитное сопротивление воздушного зазора  $\delta$

$$R_{\mu\delta} = \frac{\delta}{\sqrt{2\mu_0 S}}; \quad \mu_0 = 0,4\pi 10^{-8}. \quad (4-49)$$

Решая уравнения (4-40), (4-44) и (4-48) относительно  $f_m$  и  $d$ , определяем коэффициент заполнения медью площади окна катушки:

$$f_m = \frac{b_2 + \sqrt{b_2^2 + 4a_2c_2}}{2a_2} = \varphi(d), \quad (4-50)$$

где

$$a_2 = \left(\frac{h_i k_1}{2B}\right)^2 - \left(R_{\mu\delta} + \rho_R \frac{\partial}{S}\right)^2 - \left(\rho_x \frac{\partial}{S}\right)^2;$$

$$b_2 = 2k_1 \left(\rho_z^2 \frac{\partial}{S} + \rho_R R_{\mu\delta}\right); \quad c_2 = (\rho_z k_1)^2; \quad k_1 = \frac{\pi w d^2}{2hS}. \quad (4-51)$$

Число витков катушки можно определить из выражения (4-38), полагая, что  $\sin \theta = 0$ . Такое допущение вызывается тем, что активное магнитное сопротивление цепи с воздушным зазором значительно больше реактивного.

По уравнению (4-50) строим кривую  $f_m = \varphi(d)$ . Точка пересечения ее с опытной кривой  $f_m = f(d)$  дает искомые значения  $f_m$  и  $d$ .

В а р и а н т 2а. Расчет по этому варианту представляет интерес, когда используются стандартные пластины с известными размерами  $a$ ,  $l_0$  и  $S$  (рис. 4-4). Наряду с другими параметрами в этом варианте приходится определять требуемую толщину пакета магнитопровода  $b$ .

Из выражений (4-40), (4-41) и (4-43) находится коэффициент заполнения медью площади окна катушки:

$$f_m = \frac{2Bl\rho_z}{(l - \partial)hi_q}. \quad (4-52)$$

По  $f_m$  из кривых  $f_m = f(d)$  [Л. 13] для выбранной марки изоляции определяется диаметр провода, а затем по уравнениям (4-39) и (4-40) подсчитывается ток  $I$  и число витков  $w$ . Толщину пакета  $b$  определяем из (4-36), где коэффициенты

$$C_1 = \rho i_q (n_2 + 2b); \quad C_2 = n_1 b B; \quad (4-53)$$

$$n_1 = \frac{wak_3}{\sqrt{2}}; \quad n_2 = \pi h + 2(a_1 + 2\Delta_3). \quad (4-54)$$

Тогда

$$b = \frac{-b_3 \pm \sqrt{b_3^2 - 4a_3 C_3}}{2a_3}. \quad (4-55)$$

Здесь

$$a_3 = \tau_1^2 + \tau_2^2 + 2\tau_1\tau_2 \sin \theta; \quad b_3 = n_2(\tau_1^2 + \tau_1\tau_2 \sin \theta); \quad (4-56)$$

$$C_3 = \left(n_2 \frac{\tau_1}{2}\right)^2 - \left(\frac{U}{w}\right)^2, \quad \text{где } \tau_1 = 2\rho i_q, \quad \tau_2 = n_1 b. \quad (4-57)$$

Если потери в стали малы ( $\theta = 0$ ), то выражения (4-55), (4-56) несколько упрощаются. При  $R_0 = 0$  толщина пакета рассчитывается по формуле

$$b = \frac{\sqrt{2}U}{\omega w a k_3 B}. \quad (4-58)$$

Зная  $l$ ,  $S$  и  $B$ , легко определить  $R_\mu$ ,  $x_\mu$ ,  $R_0$ ,  $R_\infty$ .

Вариант 2б. Из выражений (4-40), (4-44), (4-49) находим коэффициент заполнения медью площади окна катушки:

$$f_m = \frac{2Bm_0}{(l - \partial)i_q h}, \quad (4-59)$$

где

$$m_0 = \sqrt{\left(\rho_R l + \frac{\delta}{\sqrt{2\mu_0}}\right)^2 + (\rho_x l)^2}. \quad (4-60)$$

По  $f_m$  определяются  $d$  и  $l$ . Из равенства (4-40) находится число витков катушки

$$\omega = \frac{R}{l} m_0. \quad (4-61)$$

По уравнению (4-55) подсчитываем толщину пакета  $b$ , где значение  $\theta$  находится из уравнения

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\rho_x l}{\rho_R l + \frac{\delta}{\sqrt{2} \mu_0}}. \quad (4-62)$$

Определение остальных величин особого труда не представляет.

б) Расчет при заданном токе.

По действительной оси комплексной плоскости откладывают ток в катушке (рис. 4-3,б). Поток  $\Phi$ , как это делалось ранее, представляем в виде двух составляющих:

$$\Phi = \Phi_r - j\Phi_a.$$

Если правую и левую части этого уравнения разделить на полную н. с., то получится уравнение магнитных проводимостей

$$Y_\mu = \frac{\Phi}{F} = \frac{\Phi_r}{F} - j \frac{\Phi_a}{F} = g_\mu - jb_\mu. \quad (4-63)$$

Здесь  $Y_\mu$  — полная магнитная проводимость цепи;  
 $g_\mu$  и  $b_\mu$  — ее активная и реактивная составляющие.

Выразим составляющие потока и э. д. с. через проводимости:

$$\Phi_a = \omega I b_\mu; \quad \Phi_r = \omega I g_\mu; \quad (4-64)$$

$$E'_a = \frac{\omega^2}{\sqrt{2}} b_\mu I; \quad E'_r = \frac{\omega^2}{\sqrt{2}} g_\mu I. \quad (4-65)$$

Напряжение на зажимах катушки

$$U = (IR_0 + E'_a) + jE'_r = I\dot{Z}. \quad (4-66)$$

Активное и реактивное электрические сопротивления катушки можно определить следующим образом:

$$R = R_0 + \frac{\omega^2 \omega}{\sqrt{2}} b_\mu = R_0 + R_\sim, \text{ где } R_\sim = \frac{\omega^2 \omega}{\sqrt{2}} b_\mu; \quad (4-67)$$

$$x = \frac{\omega \omega^2}{\sqrt{2}} g_{\mu}, \text{ где } L = \frac{\omega^2}{\sqrt{2}} g_{\mu}. \quad (4-68)$$

Магнитные проводимости связаны с магнитными сопротивлениями равенствами:

$$Y_{\mu} = \frac{1}{Z_{\mu}}; g_{\mu} = \frac{R_{\mu}}{Z_{\mu}^2}; b_{\mu} = \frac{x_{\mu}}{Z_{\mu}^2}. \quad (4-69)$$

В а р и а н т 3а (табл. 4-1). Расчетную формулу для числа витков находим из равенств (4-40), (4-41), (4-43):

$$\omega = \frac{\mathcal{E} \rho_z B}{I (1 - 2\lambda \rho_z B)}. \quad (4-70)$$

Зная  $\omega$ , по уравнению (4-40) определим сначала длину магнитопровода  $l$ , затем  $R_{\mu}$  и  $x_{\mu}$ . Величины  $R_{\mu}$  и  $x_{\mu}$  рассчитываются по уравнениям (4-69), (4-67). Остальные параметры определяются просто.

В а р и а н т 3б. Совместное решение уравнений (4-40), (4-48), (4-43) и (4-44) дает среднюю длину магнитопровода

$$l = \frac{b_4 \pm \sqrt{b_4^2 - 4a_4 C_4}}{2a_4}. \quad (4-71)$$

Здесь

$$a_4 = 1 - k_2 \rho_z^2; b_4 = 2 \left( \mathcal{E} + k_2 \frac{\delta \rho_z}{\sqrt{2} \mu_0} \right); C_4 = \mathcal{E}^2 - \left( k_2 \frac{\delta}{\sqrt{2} \mu_0} \right)^2, \quad (4-72)$$

где  $k_z = (2\lambda B)^2$ .

По уравнению (4-40) находим  $\omega$ .

В а р и а н т 4а. По уравнениям (4-40) и (4-39) подсчитываем  $\omega$  и  $d$ . Задаваясь толщиной пакета магнитопровода  $b$ , по уравнениям (4-36), (4-53), (4-54) определяем  $U$ . Затем находим все остальные величины.

В а р и а н т 4б. Учитывая уравнения (4-40) и (4-49), число витков

$$\omega = \frac{b}{I} \sqrt{\left( \rho_R l + \frac{\delta}{\sqrt{2} \mu_0} \right)^2 + (\rho_x l)^2}, \quad (4-73)$$

Выбирая величину  $b$  и определяя угол потерь  $\theta$ , находим  $U$  и другие величины.

Приведенный метод пригоден и при расчете магнитных цепей, работающих с повышенной частотой. Для этого требуется лишь пересчитать удельное реактивное магнитное сопротивление по уравнению (3-34) на другую частоту; воспользовавшись кривой на рис. 3-2, построенной при  $f=50$  гц для марки стали Э12.

**Пример 4-3.** Рассчитать магнитную цепь и намагничивающую катушку, если заданы: напряжение  $U=100$  в, магнитная индукция в сердечнике  $B=15$  кгс, плотность тока  $i_q=3$  а/мм<sup>2</sup> и частота изменения переменного тока  $f_0=50$  гц. Выбираем размеры магнитопровода: ширина пластины магнитопровода  $a=10$  мм; толщина пакета  $b=12$  мм; высота намотки  $h=10$  мм; конструктивные размеры каркаса  $\Delta_2=\Delta_3=1,5$  мм (рис. 4-4); расстояние от катушки до магнитопровода  $\Delta_1=1$  мм.

Определяем: угол потерь  $\theta$ , число витков катушки  $w$ , диаметр провода  $d$ , намагничивающий ток  $I$ , среднюю длину магнитопровода  $l$ , активные и реактивные сопротивления  $R_0$ ,  $R_\omega$  и  $x$ , угол между током и напряжением  $\varphi$  и потребляемую мощность катушки  $P$ .  
*Ход расчета.* Расчет ведем по первому варианту (табл. 4-1).

1. Из кривой на рис. 3-2 для стали Э12 при  $B=15$  кгс определяем:

$$p_R = 8,5 \cdot 10^4 \text{ см/гн}; \quad p_x = 1 \cdot 10^4 \text{ см/гн}$$

и

$$p_Z = \sqrt{p_R^2 + p_x^2} = 8,54 \cdot 10^4 \text{ см/гн}.$$

Угол потерь

$$\theta = \arctg \frac{1}{8,54} = 6^\circ 45'.$$

Значение коэффициентов  $C_1$  и  $C_2$  находим по уравнению (4-37):

$$\begin{aligned} C_1 &= \rho i_q [2(a_1 + b_1) + \pi h] = \\ &= 1,89 \cdot 10^{-6} \cdot 300 [2(2,3 + 1,5) + \pi 1] = 6,13 \cdot 10^{-3}, \end{aligned}$$

где

$$a_1 = 2(a + \Delta_3) = 2(1 + 0,15) = 2,3 \text{ см};$$

$$b_1 = b + 2\Delta_3 = 1,2 + 2 \cdot 0,15 = 1,5 \text{ см};$$

$$C_2 = \frac{2\omega B}{\sqrt{2}} S = \frac{2 \cdot 314 \cdot 15 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{2}} 2,16 = 72 \cdot 10^{-3};$$

$$S = 2abk_a = 2 \cdot 1 \cdot 1,2 \cdot 0,9 = 2,16 \text{ см}^2.$$

Число витков катушки рассчитываем по уравнению (4-36):

$$w = \frac{100 \cdot 10^3}{\sqrt{6,1^2 + 72^2 + 2 \cdot 6,1 \cdot 72 \sin 6^\circ 45'}} = 1,33 \cdot 10^3.$$

2. Из выражения (4-46) имеем коэффициент заполнения окна катушки медью

$$f_m = \varphi(d) = \frac{t_1 d^2}{t_2 d^2 - t_3} = \frac{10,7 \cdot 10^4 d^2}{125,5 d^2 - 320},$$

где

$$t_1 = \frac{\pi \omega V}{h} = \frac{\pi 1,33 \cdot 10^3 25,6}{1} = 10,7 \cdot 10^4;$$

$$t_2 = \pi \omega i_q = \pi \cdot 1,33 \cdot 10^3 \cdot 300 = 125,5 \cdot 10^4;$$

$$t_3 = 2\vartheta V = 2 \cdot 6,24 \cdot 25,6 = 320;$$

$$V = 2\rho_Z B = 2 \cdot 8,54 \cdot 10^4 \cdot 15 \cdot 10^{-6} = 25,6;$$

$$\vartheta = 2(0,1 + 2 \cdot 0,15 + 1) + \pi \cdot 1 = 6,24.$$

Задавая различные значения  $d$ , находим  $f_m$ . По этим данным строим кривую  $f_m = \varphi(d)$  (рис. 4-5).

$d, \text{ мм}$	$f_m$
0,17	0,69
0,18	0,398
0,20	0,235

Точка пересечения расчетной кривой  $f_m = \varphi(d)$  с опытной  $f_m = \hat{f}(d)$  дает искомые значения:

$$d = 0,192 \text{ мм} \text{ и } f_m = 0,282.$$

3. Величину тока определяем по уравнению (4-39):

$$I = \frac{\pi d^2}{4} i_q = \frac{\pi \cdot 1,92^2 \cdot 10^{-4}}{4} 300 = 8,68 \cdot 10^{-2} \text{ а.}$$

4. Средняя длина магнитопровода может быть найдена из уравнения (4-40)

$$l = \frac{I \omega}{\rho_Z B} = \frac{8,68 \cdot 10^{-2} \cdot 1,33 \cdot 10^3}{8,56 \cdot 10^4 \cdot 15 \cdot 10^{-6}} = 8,98 \text{ см.}$$

Определяем размеры окна магнитопровода:

$$l_k = \frac{1}{2} (l - \vartheta) = \frac{1}{2} (8,98 - 6,24) = 1,37 \text{ см.}$$

$$l_0 = l_k + 2\Delta_2 = 1,37 + 2 \cdot 0,15 = 1,67 \text{ см.}$$

$$C = h + \Delta_1 + \Delta_3 = 1 + 0,1 + 0,15 = 1,25 \text{ см.}$$

### 5. Электрические сопротивления:

$$R_0 = \rho \frac{l_{cp}}{q} = C_1 \frac{\omega}{I} = 6,1 \cdot 10^{-3} \frac{1,33 \cdot 10^3}{8,68 \cdot 10^{-2}} = 93,5 \text{ ом};$$

$$x_0 = \frac{\omega^2}{\sqrt{2} R_\mu} = \frac{314 \cdot 1,33^2 \cdot 10^6}{\sqrt{2} \cdot 35,3 \cdot 10^4} = 1110 \text{ ом};$$

$$R_\sim = x_0 \sin \theta \cos \theta = 1110 \cdot 0,1175 \cdot 0,993 = 129 \text{ ом};$$

$$x = x_0 \cos^2 \theta = 1110 \cdot 0,993^2 = 1090 \text{ ом};$$

$$Z = \sqrt{(R_0 + R)^2 + x^2} = \sqrt{(93,5 + 129)^2 + 1090^2} = 1110 \text{ ом}.$$

Полное сопротивление можно также найти по формуле

$$Z' = \frac{U}{I} = \frac{100}{8,68 \cdot 10^{-2}} = 1150.$$

Расхождение в определении полного сопротивления составляет меньше 4%, что для технических расчетов вполне допустимо.

Сдвиг фаз между током и напряжением определяем из выражения

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x}{R_0 + R_\sim} = \frac{1090}{93,5 + 129} = 4,9; \quad \varphi = 78^\circ 28'.$$

### 6. Потребляемая мощность катушки

$$P_k = UI = 100 \cdot 8,68 \cdot 10^{-2} = 8,68 \text{ ватт}.$$

## 4-6. РАСЧЕТ ПРИ ЗАДАННОЙ МОЩНОСТИ (ВАРИАНТЫ 1 и 2, ТАБЛ. 4-2)

Рассмотрим последовательность расчета магнитной цепи для случая, когда, кроме мощности, исходными параметрами также являются напряжение  $U$  (или ток  $I$ ) и сечение магнитопровода  $S$ . Вместо сечения  $S$  могут быть даны размеры стандартной стали  $l$  и  $a$  (рис. 4-4). В вариантах 1б и 2б должно быть известно также значение воздушного зазора  $\delta$ . Если плотностью тока  $i_q$  и высотой катушки  $h$  предварительно задаться, то все остальные величины, приведенные в табл. 4-2, определяются однозначно.

При выводе расчетных формул здесь используются полученные ранее соотношения: уравнение н. с. катушки с зазором

$$\begin{aligned} F = I\omega &= \Phi \sqrt{(R_{\mu\delta} + R_\mu)^2 + x_\mu^2} = \\ &= B \sqrt{\left(\frac{\delta}{\sqrt{2} \mu_0} + \rho_R l\right)^2 + (\rho_x l)^2} \end{aligned} \quad (4-74)$$



и магнитные характеристики стали (рис. 4-6)

$$\rho_R = f(B) \text{ и } \rho_Z = f(B). \quad (4-75)$$

Вариант 1а.

Найдем соотношения между полным удельным магнитным сопротивлением стали  $\rho_Z$ , магнитной индукцией  $B$

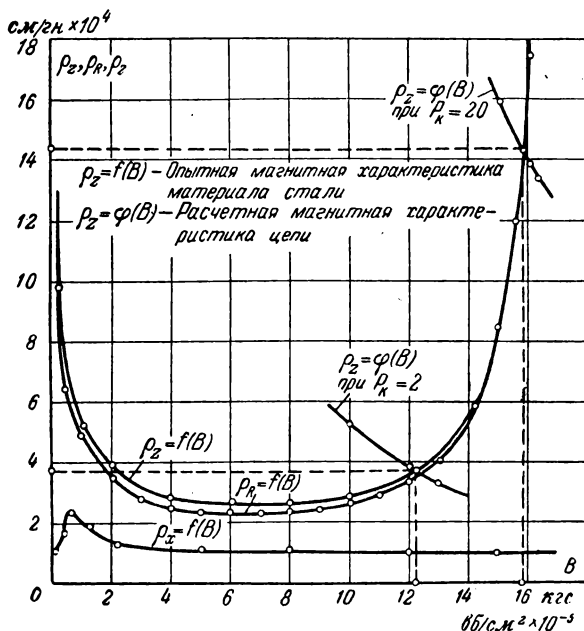


Рис. 4-6. Изменение удельного (эффективного) активного, реактивного и полного магнитных сопротивлений стали Э12 в зависимости от индукции при толщине листа 0,5 мм и  $f = 50$  гц.

и другими известными электрическими и конструктивными параметрами цепи и обмотки. Решая уравнения (4-36), (4-40) и (4-44) относительно  $\rho_Z$ , получим:

$$\rho_Z = \frac{-b_5 \pm \sqrt{b_5^2 + 4a_5C_5}}{2a_5}. \quad (4-76)$$

Таблица 4-2

**Расчет магнитной цепи и катушки**

Варианты	Задано	Выбираем	Определяем
1	а) $U$ (или $I$ ) $P_k, S$	$i_q, h$	$I, Z, d, f_m, B, \theta, \omega,$ $l, R_0, x, \varphi$ То же
	б) $U$ (или $I$ ) $P_k, S, \delta$	То же	То же
2	а) $U$ (или $I$ ) $P_k, l, a$	$i_q, h$	$I, Z, d, f_m, B, \omega, b,$ $R_0, x, \varphi$ То же
	б) $U$ (или $I$ ) $P_k, l, a, \delta$	То же	То же
3	$U, l, S, \omega, h, d, \delta$	—	$B, \rho_R, \theta, I, i_q, P_k, R_{\sim},$ $x, Z, \varphi$
4	$I, l, S, \omega, h, d, \delta$	—	$B, \rho_R, \theta, U, R_{\sim}, x,$ $Z, P_k, \varphi$
5	$I, L, Q, f$	$B$	$R_0, R_{\sim}, Z, \varphi, U, P_k,$ $V, S, l, q$
6	$U, L, Q, f$	$B$	$R_0, R_{\sim}, Z, \varphi, I, P_k,$ $V, S, l, q$

Здесь —

$$a_s = B^2(m_2 + m_3 B^2); \quad b_s = B(m_1 + m_4 B^2); \quad (4-77)$$

$$C_s = P_k^2; \quad m_1 = 4\lambda P_k^2; \quad m_2 = (C_1 \mathcal{E})^2 - m_1 \lambda; \quad (4-78)$$

$$m_3 = \left( \frac{\omega S \mathcal{E}}{\sqrt{2}} \right)^2; \quad m_4 = \frac{2}{\sqrt{2}} C_1 \omega \mathcal{E}^2 S \rho_x.$$

Можно принять величину  $\rho_x = 1 \cdot 10^4 \text{ см/гн}$ , так как при  $B > 4 \text{ кгс}$  она изменяется незначительно.

**Ход расчета.** 1. Ток в катушке и полное электрическое сопротивление определяются из заданных параметров.

2. Задаваясь плотностью тока  $i_q$ , по уравнению (4-39) подсчитывается диаметр голого провода. Для определенного вида изоляции из кривой  $f_m = f(d)$  [Л. 13] находится

коэффициент заполнения медью окна катушки  $f_m$  (рис. 4-5).

3. Из уравнений (4-42'), (4-43) и (4-78) имеем  $\mathfrak{A}$ ,  $\lambda$ ,  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  и  $m_4$ . На графике опытной магнитной характеристики стали  $\rho_z = f(B)$  (рис. 4-6) строим по выражению (4-76) расчетную кривую  $\rho_z = \varphi(B)$  в том же масштабе. Точка пересечения этих характеристик дает искомые значения  $B$  и  $\rho_z$ .

4. Используя уравнения (4-40), (4-44) и (4-43), получим формулу для определения числа витков катушки:

$$\omega = \frac{\mathfrak{A} B \rho_z}{I (1 - 2 \lambda B \rho_z)} \quad (4-79)$$

Число витков можно определить и по уравнению (4-36).

5. Из выражения (4-40) находим  $l$ ,  $l_k = \frac{1}{2}(l - \mathfrak{A})$ ,  $l_0$  и  $C$  (рис. 4-4).

6. Активное и реактивное электрические сопротивления катушки без учета потерь в стали подсчитываем по уравнениям (4-28) и (4-24), где  $R_\mu = \rho_R l / S$ . Значение  $\rho_R$  для стали Э12 находится из кривой, изображенной на рис. 4-6, по известной индукции.

Электрические сопротивления с учетом потерь в стали получаем по (4-27) и (4-30). Когда активное сопротивление и потери в стали малы и, следовательно, ими можно пренебречь, выражение (4-76) значительно упрощается:

$$\rho_z = \rho_R = \frac{\sqrt{2} P_k}{(\omega \mathfrak{A} S B + 2 \sqrt{2} \lambda P_k) B} = \varphi(B). \quad (4-80)$$

Для определения индукции и удельного активного магнитного сопротивления, как и в предыдущем случае, задаваясь рядом значений  $B$ , строим кривую  $\rho_R = \varphi(B)$ . Точка пересечения ее с опытной кривой  $\rho_R = f(B)$  дает искомые значения  $B$  и  $\rho_R$ , соответствующие заданной мощности  $P_k$ .

В а р и а н т 16.

Учет параметров  $R_0$  и  $\theta$  существенно осложняет решение задачи в общем виде, поскольку получается алгебраическое уравнение высокой степени. Поэтому расчет проводим при  $R_0 = 0$  и  $\theta = 0$ .

Длина магнитопровода определится из уравнений (4-35), (4-40) и (4-44)

$$l = \mathcal{L} + 2\lambda I \frac{\sqrt{2} U}{\omega SB}. \quad (4-81)$$

Из выражений (4-35), (4-41) и (4-81) можно найти:

$$\rho_R = \frac{-b_0 \pm \sqrt{b_0^2 + 4a_0 b_0}}{2a_0} = \varphi(B). \quad (4-82)$$

Здесь

$$a_0 = (Bz)^2; \quad b_0 = 2zSB^2 R_{\mu}; \quad C_0 = \left( \frac{\sqrt{2} \lambda P_{\kappa}}{\omega SB} \right)^2; \quad (4-83)$$

$$z = \mathcal{L} + \frac{2\sqrt{2} \lambda P_{\kappa}}{\omega SB}. \quad (4-84)$$

Задавая значения индукции  $B$ , по (4-84) строим расчетную кривую  $\rho_R = \varphi(B)$ . Точка пересечения ее с опытной кривой  $\rho_R = f(B)$  дает искомые значения  $B$  и  $\rho_R$ . Зная эти величины, легко определить все остальные параметры.

Вариант 2а. Определим расчетные уравнения при заданных размерах штампованных пластин (рис. 4-4).

Из уравнений (4-40) и (4-44) имеем:

$$\rho_z = \frac{l - \mathcal{L}}{2\lambda B} = \varphi(B). \quad (4-85)$$

Искомые значения  $B$  и  $\rho_z$  находим аналогично предыдущему.

Из выражения (4-40) получаем число витков

$$w = \frac{lB}{I} \rho_z. \quad (4-86)$$

Толщина пакета рассчитывается по уравнению (4-55). Зная активное сечение магнитопровода, по уравнению (4-20) подсчитываем  $R_{\mu}$ ,  $x_0$ ,  $x$ ,  $\operatorname{tg} \varphi$ .

Вариант 2б. По значению  $I$  находим  $d$  и  $f_m$ , а по уравнению (4-43) определяем величину  $\lambda$ . Из равенства (4-44)

$$w = \frac{l - \mathcal{L}}{2\lambda I}. \quad (4-87)$$

Пользуясь уравнением (4-74), найдем активное удельное сопротивление

$$\rho_R = \frac{-b_7 + \sqrt{b_7^2 - 4a_7C_7}}{2a_7} = \varphi(B). \quad (4-88)$$

Здесь

$$a_7 = l^2; \quad b_7 = 2l \left( \frac{\delta}{\sqrt{2}\mu_0} \right); \\ C_7 = \left( \frac{\delta}{\sqrt{2}\mu_0} \right)^2 + (\rho_x l)^2 - \left( \frac{Iw}{B} \right)^2. \quad (4-89)$$

Без учета потерь в стали выражение (4-88) упрощается

$$\rho_R = \frac{1}{l} \left( \frac{Iw}{B} - \frac{\delta}{\sqrt{2}\mu_0} \right). \quad (4-90)$$

Аналогично предыдущему определяем значения  $\rho_R$  и  $B$ . По уравнению (4-55) или (4-58) подсчитываем толщину пакета  $b$ , а затем и все другие величины (см. табл. 4-2).

**Пример 4-4.** Рассчитать магнитную цепь и параметры намагничивающей катушки, если заданы: напряжение  $U = 100$  в, потребляемая мощность катушки  $P_K = 2$  ватт, сечение магнитопровода  $S = 1,98$  см<sup>2</sup>.

Выбираем: плотность тока  $i_q = 2,5$  а/мм<sup>2</sup>; высоту намотки  $h = 10$  мм;  $\Delta_1 = 1$  мм;  $\Delta_2 = 1,5$  мм и  $\Delta_3 = 2$  мм (рис. 4-4).

Определяем: длину магнитопровода  $l$ , число витков  $w$ , диаметр провода  $d$ , индукцию в сердечнике  $B$ , активные потери в стали и обмотке  $P_a$ , угол потерь  $\theta$ , электрические сопротивления катушки  $Z$ ,  $R_0$ ,  $R_\omega$  и  $x$ , угол между током и напряжением  $\varphi$ .

**Ход расчета.** 1. Ток и полное сопротивление катушки равны:

$$I = \frac{P_K}{U} = \frac{2}{100} = 0,02 \text{ а}; \quad Z = \frac{U}{I} = \frac{100}{0,02} = 5000 \text{ ом}.$$

2. По плотности  $i_q$  и току находим диаметр голого провода:

$$d = \sqrt{\frac{4I}{\pi i_q}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,02}{\pi \cdot 2,5}} = 0,1 \text{ мм}.$$

Из кривой  $f_m = f(d)$  определяем коэффициент заполнения:

$$f_m = 0,17 \text{ (рис. 4-5)}.$$

3. По (4-37), (4-41), (4-43) и (4-78) соответственно подсчитываем:

$$a_1 = a + 2\Delta_3 = 1,2 + 2 \cdot 0,2 = 1,6 \text{ см};$$

$$b_1 = b + 2\Delta_3 = 1,65 + 2 \cdot 0,2 = 2,05 \text{ см};$$

$$l_{cp} = 2(a_1 + b_1) + \pi h = 2(1,6 + 2,05) + \pi 1 = 10,44 \text{ см};$$

$$c_1 = \rho l_{cp} i_q = 1,89 \cdot 10^{-6} \cdot 10,44 \cdot 250 = 5,16 \cdot 10^{-3};$$

$$\begin{aligned} \vartheta &= 2(\Delta_1 + 2\Delta_2 + \Delta_3 + h) + \pi a = \\ &= 2(0,1 + 2 \cdot 0,15 + 0,2 + 1) + \pi 1,2 = 6,97 \text{ см}; \end{aligned}$$

$$\lambda = \frac{1}{i_q f_m h} = \frac{1}{250 \cdot 0,17 \cdot 1} = 2,35 \cdot 10^{-2};$$

$$m_1 = 4\lambda P^2 = 4 \cdot 2,35 \cdot 10^{-2} \cdot 2^2 = 37,6 \cdot 10^{-2};$$

$$\begin{aligned} m_2 &= (C_1 \vartheta)^2 - m_1 \lambda = \\ &= (5,16 \cdot 10^{-3} \cdot 6,97)^2 - 37,6 \cdot 10^{-2} \cdot 2,35 \cdot 10^{-2} = -75,6 \cdot 10^{-4}; \end{aligned}$$

$$m_3 = \left( \frac{\omega S \vartheta}{\sqrt{2}} \right)^2 = \left( \frac{314 \cdot 1,8 \cdot 6,97}{\sqrt{2}} \right)^2 = 7,7 \cdot 10^6;$$

$$m_4 = \frac{2}{\sqrt{2}} C_1 \omega \vartheta^2 S \rho_x = \frac{2}{\sqrt{2}} 5,16 \cdot 10^{-3} \cdot 314 \cdot 6,97^2 \cdot 1,8 \cdot 1 \cdot 10^4 = 2 \cdot 10^6.$$

Задавая значения  $B$  (табл. 4-3), находим по уравнению (4-77) значения коэффициентов  $a_5$  и  $b_5$ , а затем из выражения (4-76) определяем  $\rho_Z$ . По данным табл. 4-3 строим расчетную кривую  $\rho_Z = \varphi(B)$  (рис. 4-6).

Точка пересечения этой кривой с опытной характеристикой  $\rho_Z = f(B)$  стали Э12 дает искомую индукцию  $B = 12,2 \cdot 10^{-5}$  вб/см<sup>2</sup> и полное удельное магнитное сопротивление

$$\rho_Z = 3,7 \cdot 10^4 \text{ см/гн.}$$

Таблица 4-3

Данные для построения расчетной кривой  $\rho_Z = \varphi(B)$

$B, \text{ вб/см} \cdot 10^{-5}$	$a_5 \cdot 10^{-10}$	$b_5 \cdot 10^{-6}$	$\rho_Z$ (см/гн) $\cdot 10^4$	Примечание
10	6,94	39,6	5,24	$C_5 = P_K^2 = 2^2 = 4$
12	14,9	48,5	3,84	
13	20,7	53,2	3,29	

4. Число витков катушки согласно (4-70)

$$\begin{aligned} w &= \frac{\vartheta B \rho_Z}{I(1 - 2\lambda B \rho_Z)} = \\ &= \frac{6,97 \cdot 12,2 \cdot 10^{-5} \cdot 3,7 \cdot 10^4}{0,02(1 - 2 \cdot 2,35 \cdot 10^{-2} \cdot 12,2 \cdot 10^{-5} \cdot 3,7 \cdot 10^4)} = 1990. \end{aligned}$$

5. Намагничивающая сила катушки и средняя длина магнитопровода соответственно равны:

$$F = Iw = 0,02 \cdot 1\,990 = 39,8 \text{ а};$$

$$l = \frac{F}{B\mu_Z} = \frac{39,8}{12,2 \cdot 10^{-5} \cdot 3,7 \cdot 10^4} = 8,82 \text{ см.}$$

Длина каркаса и размеры окна магнитопровода:

$$l_k = \frac{1}{2} (l - \varnothing) = \frac{1}{2} (8,82 - 6,97) = 9,3 \text{ мм};$$

$$l_0 = l_k + 2\Delta_2 = 9,3 + 2 \cdot 1,5 = 12,3 \text{ мм};$$

$$C = h + \Delta_1 + \Delta_3 = 10 + 1 + 2 = 13 \text{ мм.}$$

6. Активное и реактивное электрические сопротивления катушки:

а) Без учета потерь в стали

$$R_0 = C_1 \frac{w}{l} = 5,16 \cdot 10^{-3} \frac{1\,990}{0,02} = 513 \text{ ом};$$

$$x_0 = \frac{\omega w^2}{\sqrt{2} R_\mu} = \frac{\omega w^2 S}{\sqrt{2} \cdot \mu_R l} = \frac{314 \cdot 1\,990^2 \cdot 1,8}{\sqrt{2} \cdot 3,53 \cdot 10^4 \cdot 8,82} = 5,07 \cdot 10^3 \text{ ом},$$

где удельное магнитное сопротивление  $\mu_R = 3,53 \cdot 10^4 \text{ см/гн}$  получено из кривой  $\mu_R(B)$ , изображенной рис. 4-6 при  $B = 12,2 \cdot 10^{-5} \text{ вб/см}^2$ .

б) С учетом потерь в стали

$$\begin{aligned} R &= R_0 + R_\sim = R_0 + x_0 \sin \theta \cos \theta = \\ &= 513 + 5,07 \cdot 10^3 \sin 15^\circ 40' \cdot \cos 15^\circ 40' = 1\,828 \text{ ом.} \end{aligned}$$

Здесь угол потерь  $\theta$  определяется из уравнения

$$\sin \theta = \frac{\mu_x}{\mu_Z} = \frac{1 \cdot 10^4}{3,7 \cdot 10^4} = 0,27;$$

$$\theta = 15^\circ 40';$$

$$x = x_0 \cos^2 \theta = 5,07 \cdot 10^3 \cdot 0,963^2 = 4,7 \cdot 10^3;$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x}{R_0 + R_\sim} = \frac{4,7}{1,828} = 2,57; \quad \varphi = 68^\circ 45'.$$

Активные потери в катушке и стали составляют:

$$P_a = I^2 (R_0 + R_\sim) = (0,02)^2 \cdot 1\,828 = 0,732 \text{ вт.}$$

Полное электрическое сопротивление

$$Z' = \sqrt{(R_0 + R_{\omega})^2 + x^2} = \sqrt{1,828^2 + 4,67^2} = \\ = \sqrt{25,08} \cdot 10^3 = 5 \cdot 10^3 \text{ ом},$$

что практически совпадает со значением, полученным из формулы

$$\frac{U}{I} = Z = \frac{100}{0,02} = 5 \cdot 10^3 \text{ ом}.$$

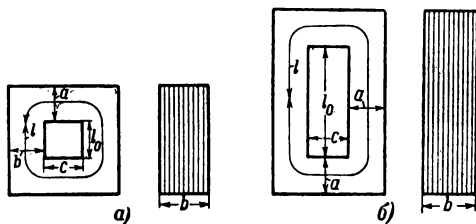


Рис. 4-7. Изменение размеров магнитной цепи в зависимости от заданной мощности.  
а —  $P_K = 2 \text{ в а}$ ;  $a = 12$ ;  $b = 16,5$ ;  $c = 13$ ;  $l = 88,2$ ;  $l_0 = 12,3$ ; б —  $P_K = 20 \text{ в а}$ ;  $a = 12$ ;  $b = 16,5$ ;  $c = 13$ ;  $l = 139,5$ ;  $l_0 = 37,9$  (размеры, мм).

Эскиз рассчитанной в примере 4-4 магнитной системы дан на рис. 4-7, а. Таким же методом проведен расчет цепи и при заданной мощности  $P_K = 20 \text{ в а}$ ; индукция при этом получилась равной  $15,8 \text{ кгс}$  (рис. 4-6 и 4-7, б).

#### 4-7. РАСЧЕТ ПРИ ЗАДАННОМ НАПРЯЖЕНИИ (ИЛИ ТОКЕ) И ИЗВЕСТНЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРАХ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ И КАТУШКИ (ВАРИАНТЫ 3 и 4, ТАБЛ. 4-2)

Расчет по этому варианту следует вести, когда заданы размеры магнитной цепи и катушки и когда требуется определить магнитные и электрические параметры при изменении величины воздушного зазора.

Из (4-36), (4-40) и (4-74) соотношение между  $\rho_R$  и  $B$  определяется выражением

$$B = \frac{U}{S\omega \sqrt{0,5\omega^2 + \frac{k_0 Z_{\mu}}{\omega} \left( \frac{k_0 Z_{\mu}}{\omega} + \sqrt{\frac{2\omega \rho_x}{2\rho_z}} \right)}}, \quad (4-91)$$



где

$$z_{\mu} = \sqrt{\left(\rho_R \frac{l}{S} + R_{\mu\delta}\right)^2 + x_{\mu}^2}, \quad k_0 = \rho \frac{l_{cp}}{q}. \quad (4-92)$$

Задавая значения  $\rho_R$ , из выражения (4-91) находим  $B$  и строим расчетную кривую  $\rho_R = \varphi(B)$ . Затем известным уже способом получаем искомые значения  $\rho_R$  и  $B$ .

Магнитное сопротивление  $Z_{\mu}$  подсчитываем по уравнению (4-92), угол  $\theta$  — по уравнению (4-62).

Ток в катушке находим по уравнению

$$I = \frac{BSZ_{\mu}}{\omega}. \quad (4-93)$$

Остальные величины определить нетрудно. Расчет при  $R_0=0$  значительно упрощается. Уравнение (4-91) при  $k_0=0$  принимает вид, аналогичный уравнению (4-35).

Вариант 4. Если воспользоваться выражением (4-74), то  $\rho_R = \varphi(B)$  получаем из (4-88). Определив аналогично предыдущему числовые значения  $B$  и  $\rho_R$ , находим все остальные искомые параметры (см. табл. 4-2).

#### 4-8. РАСЧЕТ ПРИ ЗАДАННОЙ ИНДУКТИВНОСТИ (ВАРИАНТЫ 5 и 6, ТАБЛ. 4-2)

Определим необходимые формулы для расчета маломощных дросселей, если заданными величинами являются:  $I$  (или  $U$ ), коэффициент самоиндукции  $L$  и коэффициент добротности катушки со сталью  $Q$ . Под добротностью катушки понимается:

$$Q = \frac{x}{R_0 + R_{\sim}} = \frac{x}{R} \quad (4-94)$$

или

$$\frac{1}{Q} = \frac{R_0 + R_{\sim}}{x} = \frac{R_0}{x} + \frac{R_{\sim}}{x} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{\mu}} = \frac{Q_{\mu} + Q_0}{Q_{\mu}Q_0},$$

откуда

$$Q = \frac{Q_{\mu}Q_0}{Q_{\mu} + Q_0}. \quad (4-95)$$

Здесь добротность обмотки, равная

$$Q_0 = \frac{x}{R_0}; \quad (4-96)$$

добротность магнитного материала

$$Q_\mu = \frac{x}{R_\sim} = \frac{x_0 \cos^2 \theta}{x_0 \cos \theta \sin \theta} = \frac{R_\mu}{x_\mu} = \frac{\rho_R}{\rho_x}. \quad (4-97)$$

Пользуясь векторной диаграммой на рис. 4-3,а и выражением (4-40), определяем объем магнитопровода

$$V = Sl = \frac{\sqrt{2} P_K \sin \varphi}{\omega B^2 \rho_R}, \text{ см}^3. \quad (4-98)$$

Это уравнение учитывает потери в стали и активное сопротивление катушки  $R_0$ . При  $R_0 = 0$

$$V = \frac{\sqrt{2} P_K \cos \theta}{\omega B^2 \rho_R}. \quad (4-99)$$

Если также пренебречь потерями в стали, то

$$V = \frac{\sqrt{2} P_K}{\omega B^2 \rho_R}. \quad (4-100)$$

В а р и а н т 5 (табл. 4-2).

1. Выбираем индукцию  $B$  [Л. 97]. По ней из кривой на рис. 3-2 находим  $\rho_R$  и  $\rho_x$ , а по (4-97) и (4-95) определяем  $Q_\mu$  и  $Q_0$ .

Если частота отлична от 50 гц, то  $\rho_x$  пересчитываем на заданную частоту по формуле (3-34).

2. По (4-88), (4-97), (4-47) и (4-33) определяем  $R_0$ ,  $R_\sim$ ,  $Z$  и  $\varphi$ .

3. Тогда легко найти по (4-98) объем стали магнитопровода, так как  $P_K = I^2 Z$  известно.

4. По полученному объему выбираем необходимый тип стандартной (штампованной) пластины с размерами  $a$ ,  $b$  и  $l$ .

5. Пользуясь (4-40), подсчитываем число витков катушки.

6. Из (4-28) и (4-37) находим сечение провода  $q$ .

В а р и а н т 6. Расчет здесь проводится по тем же уравнениям, что и в варианте 5.

Потребляемая мощность катушки  $P_K = \frac{U^2}{Z}$ .

#### 4-9. РАСЧЕТ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Как ранее отмечалось, расчет магнитной цепи постоянного тока является частным случаем расчета цепи переменного тока. Поэтому, пользуясь (4-74), (4-41), (4-43) и (4-39), рассчитываются магнитные цепи постоянного тока с учетом нелинейности кривой намагничивания. Здесь, разумеется, реактивное удельное магнитное сопротивление стали  $\rho_x = 0$ , а активное —  $\rho_R = \frac{1}{\mu}$ , где  $\mu$  — магнитная проницаемость стали.

В качестве примера рассмотрим расчет цепи по варианту 16 (табл. 4-2).

Из (4-28) определяем число витков

$$\omega = \frac{R_0 I}{\rho l_{cp} i_q} = \frac{U}{\rho l_{cp} i_q}. \quad (4-101)$$

По току  $I$  находим  $d$  и  $f_m$ , а по выражению (4-44) определяем  $l$ .

Из уравнения (4-74) получаем:

$$\rho_R = \frac{1}{l} \left( \frac{I\omega}{B} - \frac{\delta}{\sqrt{2} \mu_0} \right) = \varphi(B). \quad (4-102)$$

Как и раньше, точка пересечения этой кривой с опытной характеристикой  $\rho_R = \frac{1}{\mu} = f(B)$  дает искомые величины  $B$  и  $\rho_R$ .

### Глава пятая

## ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ЭКРАНИРОВАНИЯ И РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ЭКРАНАМИ

### 5-1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Магнитные цепи переменного тока с экранами широко применяются в электроаппаратостроении и приборостроении. Электромагнитный экран служит для изменения величины и фазы магнитных потоков, тока, напряжения и других параметров. Экран может быть выполнен в виде: а) сплошного короткозамкнутого витка, охватывающего полюс целиком или частично; б) катушки, замкнутой накоротко или на активное, емкостное,

смешанное сопротивление; в) рамки или цилиндра, пластины или диска.

Экранирование нашло наибольшее применение в индукционных, электромагнитных и тепловых приборах и аппаратах. Оно используется в электрических счетчиках, реле, датчиках, микродвигателях и других электромагнитных механизмах и устройствах.

С помощью экрана получают вращающий, дополнительный или тормозной моменты в индукционных и индукционно-динамических приборах и аппаратах. Экран позволяет устранить или уменьшить вибрацию якоря в электромагнитах и реле переменного тока; уменьшить потребляемую мощность и, следовательно, увеличить чувствительность электромагнитных и индукционных систем; образовать фазосмещающий контур для перераспределения магнитных потоков в сложных магнитных цепях; уменьшить погрешности в счетчиках электрической энергии и т. п.

Процессы даже в простейших магнитных цепях с электромагнитными экранами очень сложны. Изменение какого-либо параметра экрана влечет за собой изменение величины и фазы как магнитных, так и электрических параметров.

По отдельным вопросам теории электромагнитного экранирования и расчету магнитных цепей с экранами имеется несколько работ. В отечественной литературе этому вопросу посвятили свои работы Б. С. Сотсков [Л. 49], М. И. Левин [Л. 51], Н. Н. Шумиловский [Л. 52], Н. А. Лившиц [Л. 62] и А. А. Ткачев [Л. 99].

Из зарубежных авторов наиболее интересна работа А. Кальсена [Л. 100]. Автором этот вопрос также исследовался [Л. 84, 89, 90 и 93].

## **5-2. ИССЛЕДОВАНИЕ НЕРАЗВЕТВЛЕННОЙ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ С ВОЗДУШНЫМ ЗАЗОРОМ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ЭКРАНОМ БЕЗ УЧЕТА РАССЕЯНИЯ И МАГНИТНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ СТАЛИ**

### **а) Основные уравнения**

Рассмотрим магнитную цепь рис. 5-1,а с воздушным зазором  $\delta$  н. с. катушки  $F_K = I_1 \omega_1$  (первичная обмотка) и н. с. экрана  $F_2$  (вторичная обмотка). Магнитные пото-

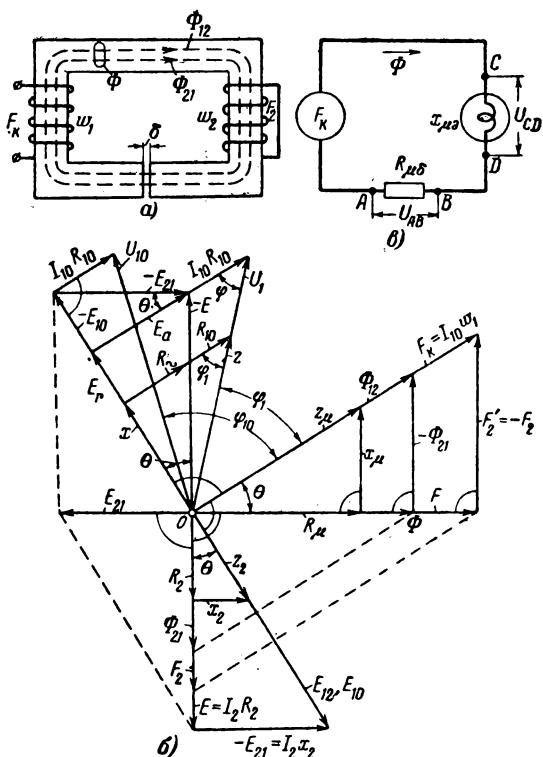


Рис. 5-1. К расчету магнитной цепи с электромагнитным экраном и воздушным зазором без учета рассеяния и магнитного сопротивления стали при постоянной н. с. катушки  $F_K$ .

$a$  — магнитная цепь;  $b$  — векторная диаграмма  $c$  — схема замещения.

ки  $\Phi_{12}$  и  $\Phi_{21}$  соответственно получены при разомкнутой обмотке экрана и при разомкнутой намагничивающей катушке. Реальный поток в сердечнике

$$\bar{\Phi} = \bar{\Phi}_{12} + \bar{\Phi}_{21}$$

находится при включенной намагничивающей катушке, когда экран замкнут накоротко (рис. 5-1,  $a$ ). Положим ради простоты числа витков намагничивающей и экранирующей катушек равными, т. е.  $w_1 = w_2$ . Исследование проводим при постоянном значении н. с. катушки  $F_K$ .

При разомкнутой экранирующей обмотке ( $I_2=0$ ) магнитный поток  $\Phi_{12}$  совпадает по фазе с  $F_K$  и находится по уравнению

$$\Phi_{12} = \frac{F_K}{R_\mu}, \quad (5-1)$$

где  $R_\mu = R_{\mu 0}$  — магнитное сопротивление воздушного зазора.

Поток наводит в катушке и экране э. д. с.

$$E_{10} = -j\omega L_{10} I_{10}; \quad E_{12} = -j\omega M I_{10}. \quad (5-2)$$

При неизменных значениях тока  $I_{10}$  э. д. с. остаются постоянными и отстающими от тока  $I_{10}$  на  $90^\circ$ .

Напряжение на зажимах намагничивающей катушки при этом равно:

$$\begin{aligned} \bar{U}_{10} &= \bar{I}_{10} \bar{R}_{10} + (-\bar{E}_{10}) = I_{10} (R_{10} + jx_{10}) = \\ &= I_{10} R_{10} (1 + j\omega T_1). \end{aligned} \quad (5-3)$$

Здесь  $T_1$  — постоянная времени намагничивающей катушки, равная отношению индуктивности катушки  $L_{10}$  к ее активному сопротивлению  $R_{10}$ , т. е.

$$T_1 = \frac{L_{10}}{R_{10}} = \frac{x_{10}}{\omega R_{10}}; \quad x_{10} = \frac{\omega^2 \omega}{\sqrt{2} R_\mu}. \quad (5-4)$$

Сдвиг фаз между напряжением и током определится из уравнения

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \omega T_1. \quad (5-5)$$

Для экрана имеем:

$$\Phi_{21} = \frac{F_2}{R_\mu}; \quad \dot{E}_{21} = -j\omega M \dot{I}_2. \quad (5-6)$$

При действии намагничивающей катушки и экрана результирующий поток создает э. д. с., определяемую из уравнения

$$\bar{E} = \bar{E}_{12} + \bar{E}_{21}. \quad (5-7)$$

Электродвижущая сила  $E$  отстает от  $\Phi$  на  $90^\circ$ ; при этом напряжение на зажимах намагничивающей катушки

$$\begin{aligned}\bar{U}_1 &= \bar{I}_{10} \bar{R}_{10} + (-\bar{E}_{10}) + (-\bar{E}_{21}) = \\ &= \bar{I}_{10} \bar{R}_{10} + (-\bar{E}).\end{aligned}\quad (5-8)$$

Полная векторная диаграмма магнитной цепи с экраном приведена на рис. 5-1,б.

## б) Круговая диаграмма магнитной цепи с экраном

Влияние изменения параметров экрана на электрические и магнитные параметры можно исследовать с помощью круговой диаграммы. Изменяя активное или индуктивное электрическое сопротивление экрана, определим изменение: напряжения на зажимах намагничивающей катушки  $U_1$ , результирующего магнитного потока  $\Phi$ , его составляющих  $\Phi_{12}$  и  $\Phi_{21}$ , тока  $I_2$  или н. с. экрана  $F_2$ , результирующей э. д. с.  $E$  и ее составляющих  $E_{12}$  и  $E_{21}$ , угла  $\theta$  между н. с. катушки  $F_K$  и ее составляющей  $F$  (создающей реальный поток  $\Phi$ ), угла между током и напряжением намагничивающей катушки  $\varphi_1$ , комплексного магнитного сопротивления  $Z_\mu$  и его составляющих  $R_\mu$  и  $x_\mu$  и, наконец, комплексного электрического сопротивления намагничивающей катушки  $Z$  и его составляющих  $R$  и  $x$  с учетом размагничивающего действия экранирующей катушки.

Определим геометрическое место концов вектора напряжения при изменении активного сопротивления экрана. Решая совместно уравнения

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_{10} (R_{10} + j\omega L_{10}) + j\omega M \dot{I}_2; \quad (5-9)$$

$$0 = \dot{I}_2 (R_2 + j\omega L_2) + j\omega M \dot{I}_{10}, \quad (5-10)$$

получим:

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= \dot{I}_{10} \left[ (R_{10} + jx_{10}) + \frac{\omega^2 M^2}{R_2 + jx_2} \right] = \\ &= \dot{I}_{10} \frac{(R_{10} + jx_{10}) (R_2 + jx_2) + \omega^2 M^2 + R_2 (R_{10} + jx_{10})}{R_2 + jx_2}.\end{aligned}\quad (5-11)$$

Здесь  $R_2$  и  $x_2$  — активное и реактивное электрические сопротивления экранирующей обмотки (вторичной).

Положив

$$\dot{a} = I_{10} [(R_{10} + jx_{10}) jx_2 + \omega^2 M^2];$$

$$\dot{b} = R_0 I_{10} (R_{10} + jx_{10});$$

$$\dot{c} = jx_2; \quad \dot{d} = R_0 \quad \text{и} \quad R_2 = R_0 p,$$

найдем уравнение искомого геометрического места концов вектора  $\dot{U}_1$

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{a} + \dot{b}p}{\dot{c} + dp}. \quad (5-12)$$

Исследование выражения (5-12) показывает, что при изменении активного сопротивления экрана (параметра  $p$ ) конец вектора напряжения  $U_1$  скользит по окружности  $K_U$  (рис. 5-2, а).

Найдем расположение вектора  $U_1$ . Пусть  $p = \infty$ , т. е. полагаем, что экран разомкнут; тогда в соответствии с формулой (5-12) имеем:

$$\dot{U}_{10} = \frac{\dot{b}}{\dot{d}} = I_{10} (R_{10} + jx_{10}) = \overline{I_{10}} \overline{R_{10}} + \overline{E_{10}}. \quad (5-13)$$

При  $p = 0$  (случай полного экранирования)

$$U_1 = \frac{a}{c} = I_{10} \left( R_{10} + jx_{10} + \frac{\omega^2 M^2}{jx_2} \right). \quad (5-14)$$

Так как взаимная и собственная индуктивности обмоток соответственно равны:

$$M = \frac{\omega_1 \omega_2}{\sqrt{2} R_\mu}; \quad (5-15)$$

$$L_{10} = \frac{\omega_1^2}{\sqrt{2} R_\mu}; \quad (5-16)$$

$$L_2 = \frac{\omega_2^2}{\sqrt{2} R_\mu}, \quad (5-17)$$

то напряжение на намагничивающей катушке будет:

$$U_1 = I_{10} R_{10} \quad (5-18)$$



Физически это означает, что при сопротивлении экрана, равном нулю (что может иметь место при сверхпроводимости), поток намагничивающей катушки, проходящий через экран, полностью компенсируется потоком экрана. Индуктивность катушки при этом равна нулю, а напряжение на ее зажимах определяется только активным сопротивлением (рассеяние катушки не учитывается).

Для построения окружности концов вектора  $U_1$  необходимо знать еще направление касательной к кругу. Это направление определится производной напряжения  $U_1$  по параметру  $p$ :

$$\frac{dU_1}{dp} = \frac{\dot{b}\dot{c} - \dot{a}\dot{d}}{(c + dp)^2}.$$

В частности, в точке  $p=0$

$$\left(\frac{dU_1}{dp}\right)_{p=0} = \frac{\dot{b}\dot{c} - \dot{a}\dot{d}}{\dot{c}^2} = I_{10}R_0 \frac{x_{10}}{x_2}.$$

Следовательно, направление касательной в точке  $p=0$  совпадает с н. с. катушки  $F_K$ .

Как известно, пересечение перпендикуляра, восстановленного к касательной в конце вектора  $I_{10}R_{10}$ , с перпендикуляром, проведенным к середине линии, соединяющей две характерные точки, определяет искомый центр окружности  $O'$  (рис. 5-2, а).

Определим геометрическое место концов вектора результирующей э. д. с.  $E$ .

Учитывая (5-2), (5-6) и (5-7), имеем:

$$\dot{E} = -j\omega L \dot{I}_{10} - j\omega M \dot{I}_2.$$

Подставляя значение тока экрана из (5-10), получим уравнение окружности, проходящей через начало координат:

$$\dot{E} = \frac{\dot{b}p}{c + dp} \quad (5-19)$$

Здесь

$$\dot{b} = -j\omega MR_{10}\dot{I}_{10}; \quad \dot{c} = jx_2; \quad d = R_0.$$

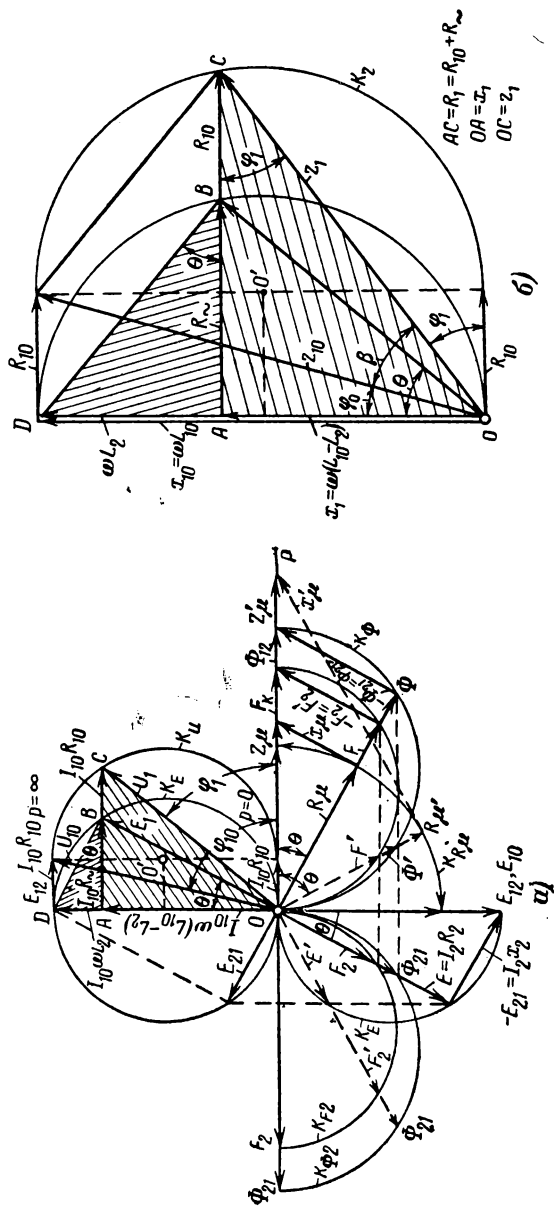


Рис. 5-2.

*a* — круговая диаграмма магнитной цепи с электромагнитным экраном; *б* — круговая диаграмма изменения электрических сопротивлений при экранировании.

При  $p = \infty$  (разомкнутая цепь экрана)

$$\dot{E} = \frac{\dot{b}}{d} = -j\omega M I_{10} = \dot{E}_{12}.$$

При  $p = 0$  (полное размагничивание)  $E = 0$ .

Следовательно, конец вектора результирующей э. д. с. с изменением параметра  $p$  скользит по окружности  $K_E$  от величины  $E_{12}$  до нулевого значения.

Геометрическое место конца вектора  $E$  можно найти иначе, если воспользоваться (5-8). Согласно этому уравнению геометрическим местом концов вектора  $E$  является смещенная влево на величину  $I_{10}R_{10}$  окружность  $K_U$ .

### в) Определение намагничивающей силы экрана

Выразим н. с. экрана через н. с. катушки. Модуль тока экрана определится из выражения (5-10):

$$I_2 = \frac{I_{10}\omega M}{\sqrt{R_2^2 + x_2^2}}. \quad (5-20)$$

Учитывая постоянную времени экрана, можно написать:

$$I_2 = I_{10} \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{\omega T_2}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}}. \quad (5-21)$$

Так как

$$\frac{\omega T_2}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}} = \frac{\operatorname{tg} \theta}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta}} = \sin \theta,$$

то значение н. с. экрана

$$F_2 = F_K \sin \theta, \quad (5-22)$$

где угол  $\theta$  будем называть углом экранирования или углом потерь в экране.

Таким образом, зная конструктивные параметры экрана, можно по (5-21) или (5-22) определить значение тока или н. с. экрана, поскольку н. с. катушки остается величиной постоянной.

Значение н. с. для создания реального магнитного потока  $\Phi$  (рис. 5-2, а) определится из уравнения

$$F = F_K \cos \theta = \frac{F_K}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}}. \quad (5-23)$$

Уравнение (5-23) показывает, что конец вектора  $F$  при изменении активного сопротивления экрана скользит по окружности диаметра  $F_K$ .

Геометрическое же место концов вектора тока в экране можно определить из (5-10):

$$I_2 = \frac{1}{\dot{c} + d p}, \quad (5-24)$$

где

$$\begin{aligned} \dot{c} &= -\frac{x_2}{\omega M I_{10}}; & d &= -\frac{R_0}{j \omega M I_{10}}; \\ p &= \frac{R_2}{R_0}. \end{aligned}$$

Эта окружность проходит через начало координат.

При  $p = \infty$  } ток в экране  $I_2 = 0$ ;  
при  $p = 0$  }

$$I_2 = \frac{1}{\dot{c}} = -\frac{\omega M}{x_2} I_{10};$$

так как

$$M = \frac{\omega_1 \omega_2}{\sqrt{2} R_\mu}; \quad L_2 = \frac{\omega_2^2}{\sqrt{2} R_\mu},$$

то

$$F_2 = -F_K. \quad (5-25)$$

Таким образом, при нулевом значении активного сопротивления экрана н. с. экрана равна и обратна по направлению н. с. катушки. При этом величина н. с. экрана  $F_2$  является диаметром круга  $K_{F_2}$ .

### г) Определение составляющих комплексного магнитного сопротивления цепи

Часть общей намагничивающей силы, необходимая для проведения потока через воздушный зазор, равна:

$$F = R_\mu \Phi. \quad (5-26)$$

Величина сопротивления  $R_\mu$  совпадает по фазе с реальным потоком  $\Phi$  (5-1, б, и 5-2, а).

Так как  $R_\mu$  постоянно, то его конец при изменении активного сопротивления экрана будет описывать окружность с центром в начале координат.

Из уравнения н. с. экрана находим:

$$F_2 = \frac{w_2 E}{R_2} = \frac{4w_2^2 k_f}{R_2} f \Phi = x_\mu \Phi, \quad (5-27)$$

причем

$$x_\mu = \frac{4w_2^2 k_f}{R_2} f = \frac{w_2^2 \omega}{\sqrt{2} R_2} = x_{\mu 2}. \quad (5-28)$$

Здесь  $x_\mu = x_{\mu 2}$  — реактивное магнитное сопротивление цепи, определяемое размагничивающим действием экрана.

Намагничивающая сила катушки

$$\bar{F}_K = \bar{F} + \bar{F}'_2 = \dot{\Phi} (R_\mu + jx_\mu) = Z_\mu \dot{\Phi}, \quad (5-29)$$

где  $Z_\mu$  — полное магнитное сопротивление цепи,

$$Z_\mu = R_\mu + jx_\mu. \quad (5-30)$$

Конец вектора этого сопротивления при изменении  $R_2$  скользит по оси  $OP$ , совпадающей с  $F_K$ .

Величина и фаза полного магнитного сопротивления определяется из уравнений:

$$Z_\mu = \sqrt{R_\mu^2 + x_\mu^2}; \quad (5-31)$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{x_\mu}{R_\mu} = \frac{x_2}{R_2} = \omega T_2. \quad (5-32)$$

Активное и реактивное магнитные сопротивления можно также выразить так:

$$R_\mu = Z_\mu \cos \theta; \quad x_\mu = Z_\mu \sin \theta. \quad (5-33)$$

**д) Определение составляющих комплексного электрического сопротивления намагничивающей катушки**

Из круговой диаграммы (рис. 5-2,а) определим полное электрическое сопротивление намагничивающей катушки и его составляющие.

Рассмотрим прямоугольный треугольник  $ADB$ :

$$\begin{aligned} AB &= E_{21} \cos \theta = E_{12} \sin \theta \cos \theta = \\ &= \frac{\omega^2 M^2}{R_2^2 + x_2^2} R_2 I_{10} = I_{10} R_{\sim}; \end{aligned}$$

$$AD = E_{21} \sin \theta = E_{12} \sin^2 \theta = \frac{\omega^2 M^2}{R_2^2 + x_2^2} x_2 I_{10} = I_{10} \omega L_2.$$

Из этих уравнений следует, что

$$R_{\sim} = R_2 \frac{\omega^2 M^2}{R_2^2 + x_2^2}; \quad (5-34)$$

$$\omega L_2 = x_2 \frac{\omega^2 M^2}{R_2^2 + x_2^2} \quad (5-35)$$

полностью определяют влияние параметров экрана на активное и индуктивное сопротивления намагничивающей катушки. Изменение электрических сопротивлений катушки от параметров экрана рассмотрены также на рис. 5-2,б.

При отсутствии экрана, когда  $R_2 = \infty$ ,

$$R_{\sim} = 0; \quad \omega L_2 = 0.$$

При  $R_2 = 0$

$$R_{\sim} = 0; \quad \omega L_2 = \omega L_{10} = x_{10} = OD.$$

Таким образом, при  $R_2 = 0$  реактивное сопротивление экрана равно реактивному сопротивлению намагничивающей катушки. Поскольку  $x_1 = x_{10} - \omega L_2$ , то при  $R_2 = 0$  индуктивность намагничивающей катушки равна нулю.

Из прямоугольного треугольника  $OAC$  (рис. 5-2,а) получаем:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= (AB + BC) + j(OD - AD) = \\ &= (\dot{I}_{10} R_{\sim} + \dot{I}_{10} R_{10}) + j(\dot{I}_{10} x_{10} - \dot{I}_{10} \omega L_2) = \dot{I}_{10} \dot{Z}_1, \quad (5-36) \end{aligned}$$

где полное электрическое сопротивление намагничивающей катушки

$$Z_1 = R_{10} + R_{\sim} + j\omega(L_{10} - L_2). \quad (5-37)$$

С изменением  $R_2$  конец вектора  $Z_1$  будет скользить по окружности  $K_Z$  (рис. 5-2,б). Модуль и фазу этого вектора определяем из уравнений:

$$Z_1 = \sqrt{(R_{10} + R_{\sim})^2 + \omega^2(L_{10} - L_2)^2}; \quad (5-38)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\omega(L_{10} - L_2)}{R_{10} + R_{\sim}}. \quad (5-39)$$

Таким образом, полное электрическое сопротивление намагничивающей катушки определяется, помимо активного и реактивного ее сопротивлений, еще параметрами экрана.

Как видим из рис. 5-2,б, увеличение угла  $\theta$  (уменьшаем активное сопротивление экрана  $R_2$ ) приводит сначала к увеличению  $R_{\sim}$ , а затем после наступления максимума при  $R_{\sim} = \frac{x_{10}}{2}$  — к уменьшению  $R_{\sim}$  до нулевого значения.

Что касается реактивной части  $Z_1$ , то она все время уменьшается с уменьшением  $R_2$  и при  $R_2 = 0$ , как было отмечено раньше, превращается в нуль.

Полное электрическое сопротивление намагничивающей катушки можно выразить также иначе, если на основании диаграммы на рис. 5-2,а записать:

$$\begin{aligned} \bar{U}_1 &= I_{10} Z_1 = \overline{AC} + \overline{OA} = \\ &= (I_{10} R_{10} + I_{10} x_{10} \sin \theta \cos \theta) + j I_{10} x_{10} (1 - \sin^2 \theta) = \\ &= I_{10} [R_{10} + x_{10} \sin \theta \cos \theta + j x_{10} \cos^2 \theta]. \end{aligned}$$

Из последнего следует, что

$$\begin{aligned} Z_1 &= \sqrt{(R_{10} + x_{10} \sin \theta \cos \theta)^2 + (x_{10} \cos^2 \theta)^2} = \\ &= \sqrt{R_1^2 + x_1^2}; \end{aligned} \quad (5-40)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{x_{10} \cos^2 \theta}{R_{10} + x_{10} \sin \theta \cos \theta} = \frac{x_1}{R_1}, \quad (5-41)$$

где активное и реактивное электрические сопротивления намагничивающей катушки соответственно равны:

$$R_1 = R_{10} + x_{10} \sin \theta \cos \theta = R_{10} + R_{\sim}; \quad (5-42)$$

$$x_1 = x_{10} \cos^2 \theta, \quad (5-43)$$

причем

$$R_{\sim} = x_{10} \cos \theta \sin \theta; \quad (5-44)$$

$$x_{10} = \frac{\omega_1^2 \omega}{\sqrt{2} R_{\mu 3}}. \quad (5-45)$$

Активное электрическое сопротивление катушки  $R_1$  состоит из активного сопротивления намагничивающей катушки  $R_{10}$  и сопротивления  $R_{\sim}$ , обусловленного потерями в экране.

Сопротивления  $R_1$  и  $x_1$  можно представить, пользуясь (5-4) и (5-33), также в другом виде:

$$R_1 = R_{10} + \frac{\omega \omega_1^2}{\sqrt{2}} \frac{x_{\mu}}{Z_{\mu}^2}; \quad (5-46)$$

$$x_1 = \frac{\omega \omega_1^2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{R_{\mu}}{Z_{\mu}^2}. \quad (5-47)$$

Значения  $R_{\sim}$  и  $x_1$  можно получить из рис. 5-1,б, раскладывая полную э. д. с.  $E$  на составляющие: активную  $E_a$  и реактивную  $E_r$ .

Индуктивность катушки определяется из (5-43) и (5-47):

$$L_1 = L_{10} \cos^2 \theta \quad (5-48)$$

или

$$L_1 = \frac{\omega_1^2}{\sqrt{2}} \frac{R_{\mu}}{Z_{\mu}^2}. \quad (5-49)$$

Здесь  $L_{10}$  — индуктивность катушки без экрана

$$L_{10} = \frac{\omega_1^2}{\sqrt{2} R_{\mu}}. \quad (5-50)$$



Зависимости (5-42)—(5-49) аналогичны (4-27), (4-29) — (4-34), полученным ранее для магнитных систем без экрана, но с учетом потерь в стали. Они имеют большое практическое значение для расчета магнитных цепей с электромагнитными экранами, так как определяют весьма простую связь между электрическими сопротивлениями намагничивающей катушки  $R_1$  и  $x_1$ , учитывающими размагничивающее действие экрана, и магнитными сопротивлениями цепи  $R_\mu$  и  $x_\mu$ .

### е) Схема замещения магнитной цепи с электромагнитным экраном

Для удобства расчета магнитных цепей, в особенности разветвленных, составляются схемы замещения. На рис. 5-1, в показана подобная схема замещения для магнитной цепи с воздушным зазором и экраном (рис. 5-1, а). Здесь последовательно соединены активное магнитное сопротивление воздушного зазора  $R_{\mu\delta} = R_\mu$  и реактивное магнитное сопротивление экрана  $x_{\mu\epsilon} = x_\mu$ . В отличие от реактивного магнитного сопротивления стали сопротивление экрана  $x_{\mu\epsilon}$  заключается в круг, что условно обозначает активный характер элемента схемы (источник размагничивающего потока).

Разности магнитных потенциалов на отдельных участках схемы определяются уравнениями:

$$U_{AB} = \Phi R_{\mu\delta} \quad \text{и} \quad U_{CD} = \Phi x_{\mu\epsilon}. \quad (5-51)$$

Намагничивающая сила катушки

$$\bar{F}_K = \bar{U}_{AB} + \bar{U}_{CD} = \Phi (R_{\mu\delta} + x_{\mu\epsilon}); \quad (5-52)$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{x_{\mu\epsilon}}{R_{\mu\delta}}. \quad (5-53)$$

Поток  $\Phi$  отстает от  $F_K$  на угол потерь  $\theta$ . Последний определяется конструктивными параметрами экрана, сечением и величиной воздушного зазора,

### ж) Определение магнитных потоков

Общий магнитный поток  $\Phi$  согласно уравнениям (5-1), (5-6) и (5-7) равен:

$$\bar{\Phi} = \frac{1}{R_{\mu}} (\bar{F}_K + \bar{F}_2). \quad (5-54)$$

Подставляя значение  $I_2$  из (5-10), находим:

$$\dot{\Phi} = \frac{F_K}{R_{\mu}} \cdot \frac{R_2}{R_2 + jx_2} = \Phi_{12} \frac{R_2}{R_2 + jx_2}. \quad (5-55)$$

Обозначив

$$b = \Phi_{12} R_0; \quad c = jx; \quad d = R_0 \quad \text{и} \quad R_2 = R_0 p,$$

получим для потока уравнение окружности

$$\dot{\Phi} = \frac{bp}{c + dp}. \quad (5-56)$$

При  $p = \infty$  (случай разомкнутого экрана)

$$\dot{\Phi} = \frac{b}{d} = \frac{\Phi_{12} R_0}{R_0} = \Phi_{12},$$

т. е. общий поток является потоком намагничивающей катушки.

При  $p = 0$  общий поток  $\Phi = 0$ . Действительно, поток экрана

$$\dot{\Phi}_{21} = \frac{x_2 I_2}{\omega w_2} = -j \frac{x_2 M I_{10}}{w_2 (R_2 + jx_2)}. \quad (5-57)$$

Обозначая

$$c = -\frac{w_2}{M I_{10}}; \quad d = -\frac{w_2 R_0}{j x_2 M I_{10}} \quad \text{и} \quad R_2 = R_0 p,$$

получаем уравнение окружности в виде:

$$\dot{\Phi}_{21} = \frac{1}{c + dp}. \quad (5-58)$$

При  $p = \infty$ , как следовало ожидать,  $\Phi_{21} = 0$ . Однако при  $p = 0$

$$\Phi_{21} = \frac{1}{c} = -\frac{M I_{10}}{w_2} = \frac{w_1 w_2}{w_2 R_{\mu}} I_{10} = -\Phi_{12}.$$

Таким образом, при  $R_2 = 0$  поток экрана равен по величине и противоположен по фазе потоку намагничивающей катушки. При изменении же  $R_2$  конец вектора потока экрана скользит по окружности  $K_{\Phi_2}$ .

Значения потоков  $\Phi_{12}$  и  $\Phi_{21}$  можно также выразить через поток  $\Phi$  и постоянную времени экрана. Действительно, из уравнения (5-55)

$$\Phi_{12} = \Phi (1 + j\omega T_2). \quad (5-59)$$

По модулю эти потоки связаны уравнением

$$\Phi = \Phi_{12} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}} = \Phi_{12} \cos \theta = \frac{F_K}{R_\mu} \gamma_1. \quad (5-60)$$

Коэффициент электромагнитного экранирования

$$\gamma_1 = \frac{\Phi}{\Phi_{12}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}}. \quad (5-61)$$

Этот коэффициент характеризует изменение реального потока  $\Phi$  при изменении активного сопротивления экрана.

В свою очередь магнитный поток экрана

$$\Phi_{21} = \frac{F_2}{R_\mu} = \frac{\omega_2 E}{R_\mu R_2} = \frac{x_\mu}{R_\mu} \Phi = \Phi \operatorname{tg} \theta, \quad (5-62)$$

или

$$\Phi_{21} = \Phi_{12} \sin \theta = \Phi \frac{\omega T_2}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}} = \frac{F_K}{R_\mu} \gamma_2. \quad (5-63)$$

Коэффициент, характеризующий изменение потока экрана при изменении активного сопротивления,

$$\gamma_2 = \frac{\omega T_2}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}}. \quad (5-64)$$

Выведенные выше уравнения позволяют подсчитать магнитную индукцию в сердечнике при экранировании. Из (5-60) магнитная индукция

$$\begin{aligned} B &= B_{12} \cos \theta = \mu_0 \frac{\sqrt{2} F_K}{\delta} \cos \theta = \\ &= \frac{\sqrt{2} \mu_0 F_K}{\delta \sqrt{1 + \left( \frac{\mu_0 S \omega^2}{\delta R_2} \right)^2}}. \end{aligned} \quad (5-65)$$

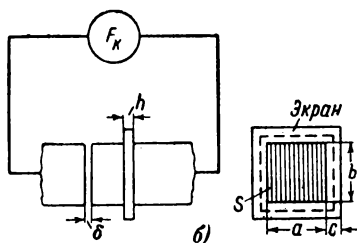
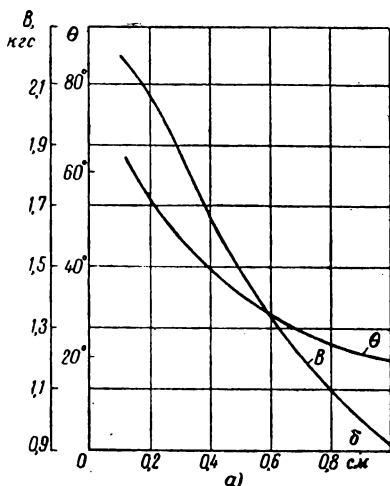


Рис. 5-3.

*a* — влияние воздушного зазора на магнитную индукцию и угол экранирования; *б* — к расчету экрана для уменьшения магнитной индукции на 50%.

Угол экранирования

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{x_{\mu}}{R_{\mu}} = \operatorname{arctg} \frac{\mu_0 \omega S \omega_2^2}{\delta R_2}. \quad (5-66)$$

Из равенств (5-65), (5-66) следует, что эффект экранирования (уменьшение индукции и увеличение угла  $\theta$ ) тем больше, чем больше частота переменного тока, сечение сердечника  $S$ , число витков экрана  $\omega_2$  и чем меньше активное сопротивление экрана  $R_2$  и величина зазора  $\delta$ .

Уменьшение воздушного зазора  $\delta$  приводит к увеличению магнитной индукции и угла экранирования (рис. 5-3, *a*).

Пример 5-1. Требуется рассчитать экран ( $w_2=1$ ) для уменьшения магнитной индукции в воздушном зазоре на 50% заданного значения. При этом ток  $I=10$  а, число витков намагничивающей катушки  $w=100$ , воздушный зазор  $\delta=2$  мм, сечение магнитопровода  $S=ab=2 \cdot 2=4$  см<sup>2</sup> (рис. 5-3,б), частота переменного тока  $f=50$  гц.

Магнитная индукция при отсутствии экрана определяется из уравнения

$$\Phi_{12} = B_{12}S = \frac{0,4\pi \sqrt{2} SF_K}{\delta}, \quad (5-67)$$

откуда

$$B_{12} = \frac{0,4\pi \sqrt{2} F_K}{\delta} = \frac{1,78 \cdot 10 \cdot 100}{0,2} = 8900 \text{ гс}. \quad (5-68)$$

При наличии экрана в виде короткозамкнутого витка из красной меди

$$B = \frac{B_{12}}{2} = \frac{8900}{2} = 4450 \text{ гс}.$$

При этом угол экранирования

$$\theta = \arccos \frac{B}{B_{12}} = \arccos \frac{4450}{8900} = 60^\circ.$$

Размеры экрана определим из уравнения

$$\gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + w^2 T_2^2}} = \frac{\Phi}{\Phi_{12}} = \frac{BS}{B_{12}S} = \frac{B}{B_{12}} = \frac{4450}{8900} = 0,5,$$

откуда

$$T_2 = \frac{\sqrt{3}}{\omega} = 5,52 \cdot 10^{-3} \text{ сек.}$$

Из (5-20) находим величину активного сопротивления экрана:

$$\begin{aligned} R_2 &= \frac{L_2}{T_2} = \frac{w_2^2}{R_\mu T_2} = \frac{1,78 S w_2^2 \cdot 10^{-8}}{\delta T_2} = \frac{1,78 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 10^{-8}}{0,2 \cdot 5,52 \cdot 10^{-3}} = \\ &= 6,4 \cdot 10^{-5} \text{ ом.} \end{aligned}$$

Сопротивление  $R_2$  можно также выразить и через конструктивные параметры:

$$R_2 = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{2(a+b+2c)}{ch}, \quad (5-69)$$

где  $ch$  — сечение экранирующего витка,

Если удельное сопротивление меди  $\rho = 1,76 \cdot 10^{-6} \text{ ом/см}$ , а ширина и высота магнитопровода  $a = b = 2 \text{ см}$ , то равенство (5-69) можно переписать в другом виде:

$$c \left( \frac{R_2}{\rho} h - 4 \right) = 8.$$

Таким образом, получается одно уравнение с двумя неизвестными. Задаваясь одним из них, например  $c = 0,5 \text{ см}$ , получим другое  $h = 0,55 \text{ см}$ . Сечение экрана при этом

$$S_3 = 0,55 \cdot 0,5 = 0,275 \text{ см}^2.$$

Таким образом, сравнительно небольшое сечение экрана дает значительное снижение магнитной индукции в сердечнике, а также обеспечивает сравнительно большой сдвиг фаз между н. с. катушки и реальным магнитным потоком.

### 5-3. ИССЛЕДОВАНИЕ НЕРАЗВЕТВЛЕННОЙ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ЭКРАНОМ С УЧЕТОМ МАГНИТНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ СТАЛИ, НО БЕЗ УЧЕТА РАССЕЯНИЯ

Рассмотрим ту же магнитную цепь (рис. 5-1,а) с учетом магнитного сопротивления стали, но без учета потоков рассеяния.

Результирующий поток  $\Phi$  определим по реактивной составляющей н. с. катушки  $F_r$  и полному активному магнитному сопротивлению цепи:

$$\Phi = \frac{F_r}{R_\mu}, \quad (5-70)$$

где

$$R_\mu = R_{\mu\delta} + R_{\mu\sigma}, \quad (5-71)$$

$R_{\mu\delta}$  — магнитное сопротивление воздушного зазора;

$R_{\mu\sigma}$  — активное магнитное сопротивление стали,

$$R_{\mu\sigma} = \rho_R \frac{l}{S}.$$

Здесь  $l$  и  $S$  — соответственно средняя длина и сечение магнитопровода (рис. 5-1,а);

$\rho_R$  — удельное активное сопротивление стали, определяемое из кривой на рис. 3-2.

Векторная диаграмма для рассматриваемого случая представлена на рис. 5-4,а. На ней векторы  $F_r$ ,  $\dot{\Phi}$  и  $R_\mu$  по своему направлению совпадают. Активная составляющая н. с. катушки  $F_a$ , зависящая от реального потока  $\Phi$ , реактивного магнитного сопротивления стали

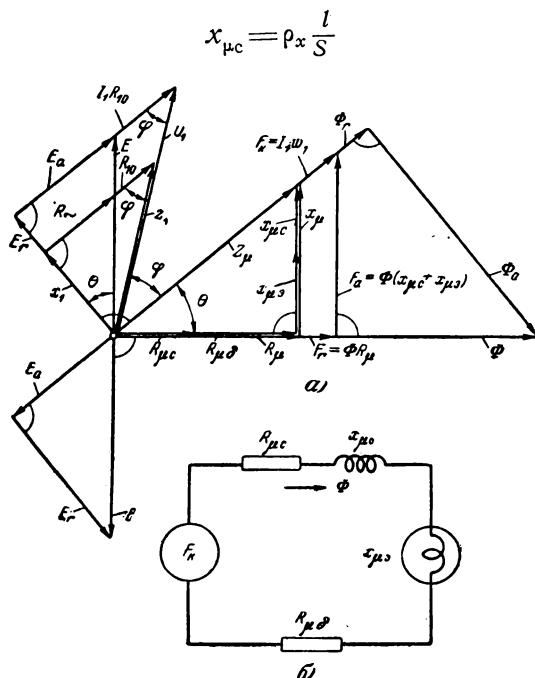


Рис. 5-4. К расчету магнитной цепи с воздушным зазором и электромагнитным экраном с учетом магнитного сопротивления стали, но без учета рассеяния.

а — векторная диаграмма; б — схема замещения.

и реактивного магнитного сопротивления экрана  $x_{\mu \Delta}$ , может быть определена по уравнению

$$F_a = \Phi (x_{\mu c} + x_{\mu \Delta}) = \Phi_{x\mu}, \quad (5-72)$$

где реактивное магнитное сопротивление цепи

$$x_\mu = x_{\mu c} + x_{\mu \Delta}. \quad (5-73)$$

Полная н. с. катушки

$$F_K = \Phi \sqrt{(R_{\mu c} + R_{\mu d})^2 + (x_{\mu c} + x_{\mu d})^2}. \quad (5-74)$$

Из выражения (5-74) легко получить полное магнитное сопротивление цепи

$$Z_\mu = \frac{F_K}{\Phi} = \sqrt{(R_{\mu c} + R_{\mu d})^2 + (x_{\mu c} + x_{\mu d})^2},$$

или

$$Z_\mu = (R_{\mu c} + R_{\mu d}) + j(x_{\mu c} + x_{\mu d}). \quad (5-75)$$

Угол между потоком  $\Phi$  и  $F_K$ , определяемый потерями в стали и экране, находится из уравнения

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{x_{\mu c} + x_{\mu d}}{R_{\mu c} + R_{\mu d}}. \quad (5-76)$$

В соответствии с равенством (5-75) на рис. 5-4,б составлена схема замещения магнитной цепи с экраном. В ней активные и реактивные магнитные сопротивления соединены последовательно и содержат сопротивления магнитопровода, воздушного зазора и экрана.

Для определения электрических параметров намагничивающей катушки разложим реальный поток  $\Phi$  на две составляющие: активную  $\Phi_a$ , направленную перпендикулярно к вектору н. с. катушки  $F_K$ , и реактивную  $F_r$ , совпадающую с вектором  $F_K$ . Эти составляющие соответственно наводят в намагничивающей катушке э. д. с.  $E_a$  и  $E_r$ . Геометрически складывая  $E_a$ ,  $E_r$  и вектор активного падения напряжения в катушке ( $I_1 R_{10}$ ), получаем полное электрическое напряжение  $U_1$ , приложенное к зажимам намагничивающей катушки.

Из векторной диаграммы на рис. 5-4,а имеем:

$$U_1 = \sqrt{(I_1 R_{10} + E_a)^2 + E_r^2} = I_1 \sqrt{R_1^2 + x_1^2}.$$

Здесь э. д. с.

$$E_a = E \sin \theta = I_1 \frac{\omega_1^2 \omega}{\sqrt{2}} \cdot \frac{x_\mu}{Z_\mu^2}; \quad (5-77)$$



$$E_r = I_1 \frac{\omega_1^2}{V^2} \cdot \frac{R_\mu}{Z_\mu^2}. \quad (5-78)$$

Активные электрические сопротивления намагничивающей катушки:

$$R_1 = R_{10} + \frac{\omega_1^2}{V^2} \cdot \frac{x_\mu}{Z_\mu^2} = R_{10} + R_\omega; \quad (5-79)$$

$$R_\omega = \frac{\omega_1^2}{V^2} \cdot \frac{x_\mu}{Z_\mu^2} = x_0 \sin \theta \cos \theta. \quad (5-80)$$

Реактивные электрические сопротивления катушки

$$x_0 = \frac{\omega_1^2}{V^2 (R_{\mu c} + R_{\mu d})}; \quad (5-81)$$

$$x_1 = \frac{\omega_1^2}{V^2} \cdot \frac{R_\mu}{Z_\mu^2} = x_0 \cos^2 \theta. \quad (5-82)$$

Угол между напряжением и током катушки определяется уравнением

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x_1}{R_{10} + R_\omega}. \quad (5-83)$$

Как видно, расчетные формулы для определения активного и реактивного электрических сопротивлений катушки при учете только комплексного магнитного сопротивления стали (4-29) и (4-30), или только магнитного сопротивления воздушного зазора и экрана (5-42), (5-43 и (5-44), или, наконец, магнитного сопротивления стали, экрана и воздушного зазора (5-79), (5-80) и (5-82) имеют одну и ту же внешнюю форму. Различие состоит лишь в значении сопротивлений  $R_\mu$  и  $x_\mu$ .

#### 5-4. РАСЧЕТ НЕРАЗВЕТВЛЕННОЙ ЦЕПИ С ВОЗДУШНЫМ ЗАЗОРОМ С УЧЕТОМ РАССЕЯНИЯ ЭКРАНА

##### а) Расчет магнитной цепи с экраном без учета потерь в стали

Многие электромагнитные (рис. 1-5,е), индукционные (рис. 1-4,в и к, рис. 1-9,з) и индукционно-динамические (рис. 1-5,л; 1-7,е) устройства имеют экран, который

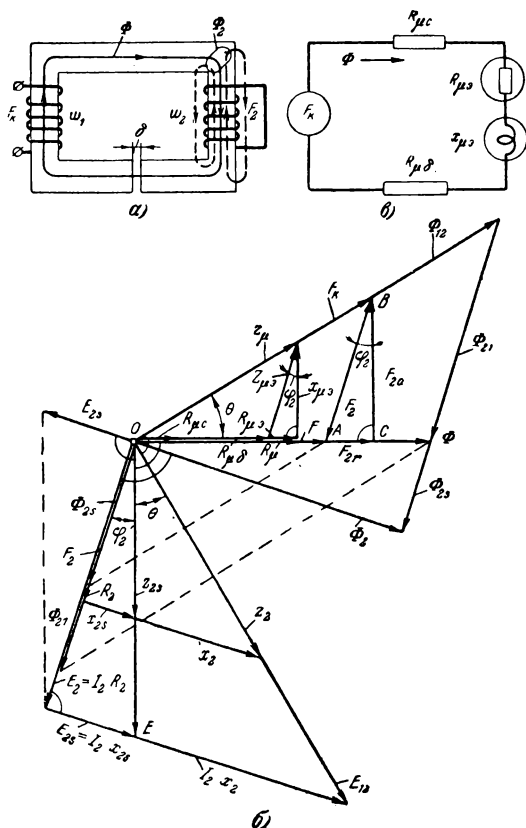


Рис. 5-5. К расчету магнитной цепи с воздушным зазором и электромагнитным экраном с учетом рассеяния экрана.

*a* — магнитная система; *б* — векторная диаграмма; *в* — схема замещения.

расположен в пазу магнитопровода, охватывая лишь часть его или в воздушном зазоре малой величины. Поток рассеяния экрана в этих случаях получается значительным и его необходимо учитывать.

Для простоты рассмотрим цепь на рис. 5-5, *a*. Реальные магнитные потоки в магнитопроводе

$$\dot{\Phi} = \dot{\Phi}_{12} + \dot{\Phi}_{21}; \quad \dot{\Phi}_2 = \dot{\Phi} + \dot{\Phi}_{2s}, \quad (5-84)$$

где  $\Phi_{12}$  и  $\Phi_{21}$  — потоки, соответственно полученные при разомкнутой обмотке экрана и при разомкнутой намагничивающей катушке;

$\Phi_2$  — поток, пронизывающий экран, т. е. вторичную короткозамкнутую обмотку;

$\Phi_{2s}$  — поток рассеяния вторичной обмотки.

Поток  $\Phi_2$  наводит в экране э. д. с.  $E_2 = I_2 R_2$ , которая вследствие индуктивности рассеяния отстает от э. д. с. намагничивающей катушки  $E$  на угол  $\varphi_2$  (рис. 5-5, б). При этом

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{x_{2s}}{R_2}. \quad (5-85)$$

Здесь  $x_{2s}$  — индуктивное сопротивление рассеяния вторичной обмотки (экрана). Метод его расчета будет изложен в гл. 8 [Л. 90].

Складывая н. с.  $F$ , создающую магнитный поток  $\Phi$ , и н. с. экрана  $F_2$ , получим н. с. катушки  $F_K$ . Намагничивающую силу экрана  $F_2$ , в свою очередь, можно разложить на активную и реактивную составляющие:

$$F_{2a} = \Phi x_{\mu\epsilon} \quad \text{и} \quad F_{2r} = \Phi R_{\mu\epsilon}.$$

Здесь  $R_{\mu\epsilon}$  и  $x_{\mu\epsilon}$  — активное и реактивное магнитные сопротивления экрана;

тогда

$$\dot{F}_K = (F + \Phi R_{\mu\epsilon}) + j\Phi x_{\mu\epsilon}.$$

Учитывая, что н. с.  $F$  должна компенсировать падения магнитных напряжений в активном магнитном сопротивлении стали  $\Phi R_{\mu\sigma}$  и в воздушном зазоре  $\Phi R_{\mu\delta}$ , получим:

$$\dot{F}_K = \Phi [(R_{\mu\sigma} + R_{\mu\delta} + R_{\mu\epsilon}) + jx_{\mu\epsilon}]. \quad (5-86)$$

Из (5-86) просто определить комплексное магнитное сопротивление

$$\dot{Z}_\mu = \frac{\dot{F}_K}{\Phi} = (R_{\mu\sigma} + R_{\mu\delta} + R_{\mu\epsilon}) + jx_{\mu\epsilon} = R_\mu + jx_\mu, \quad (5-87)$$

где

$$R_\mu = R_{\mu\sigma} + R_{\mu\delta} + R_{\mu\epsilon}; \quad x_\mu = x_{\mu\epsilon}. \quad (5-88)$$

Таким образом, эквивалентное активное магнитное сопротивление цепи равно сумме активных магнитных сопротивлений стали, воздушного зазора и экрана. Реактивное магнитное сопротивление цепи в данном случае определяется только реактивным магнитным сопротивлением экрана.

Выразим магнитные сопротивления экрана  $R_{\mu_3}$  и  $x_{\mu_3}$  через его конструктивные параметры. Из прямоугольного треугольника  $ABC$  (рис. 5-5,б) можно написать:

$$AC = \Phi R_{\mu_3} = F_2 \sin \varphi_2 = F_2 r.$$

В свою очередь намагничивающая сила экрана

$$F_2 = I_2 \omega_2 = \omega_2 \frac{F_2}{R_2} = \omega_2 \frac{E \cos \varphi_2}{R_2} = \omega_2^2 \frac{\omega \Phi}{\sqrt{2} R_2} \cos \varphi_2,$$

тогда

$$AC = \Phi R_{\mu_3} = \frac{\omega_2^2 \omega \Phi}{\sqrt{2} R_2} \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 = \frac{\omega_2^2 \omega \Phi}{\sqrt{2} R_2} \cdot \frac{x_{2s} R_2}{Z_{2s}^2},$$

откуда активное магнитное сопротивление экрана

$$R_{\mu_3} = \frac{\omega_2^2 \omega}{\sqrt{2}} \cdot \frac{x_{2s}}{(R_2^2 + x_{2s}^2)}. \quad (5-89)$$

Таким образом, при учете рассеяния экрана в комплексном магнитном сопротивлении цепи появляется активная составляющая магнитного сопротивления экрана. Если рассеяние экрана не учитывать, то  $R_{\mu_3} = 0$ .

Реактивную магнитную составляющую экрана также можно найти из рассмотрения прямоугольного треугольника  $ABC$  (рис. 5-5,б):

$$CB = \Phi x_{\mu_3} = F_2 \cos \varphi_2 = \frac{\omega_2 E}{R_2} \cos^2 \varphi_2 = \frac{\omega_2^2 \omega}{\sqrt{2} R_2} \Phi \cos^2 \varphi_2,$$

откуда

$$x_{\mu_3} = \frac{\omega_2^2 \omega}{\sqrt{2}} \cdot \frac{R_2}{(R_2^2 + x_{2s}^2)}. \quad (5-90)$$

Если  $x_{2s} = 0$ , то (5-90) переходит в (5-28). Схема замещения цепи с экраном без учета потерь в стали пока-

зана на рис. 5-5, в. Она отличается от схемы рис. 5-4, б тем, что имеет последовательно включенное активное магнитное сопротивление  $R_{\mu\delta}$ , учитывающее рассеяние экрана.

Реальный поток  $\Phi$  в магнитной цепи в рассматриваемом случае определится уравнением

$$\Phi = \frac{F_K}{\sqrt{(R_{\mu c} + R_{\mu\delta} + R_{\mu\delta})^2 + x_{\mu\delta}^2}} = \frac{F_K}{Z_\mu}, \quad (5-91)$$

где модуль комплексного магнитного сопротивления

$$Z_\mu = \sqrt{(R_{\mu c} + R_{\mu\delta} + R_{\mu\delta})^2 + x_{\mu\delta}^2}. \quad (5-92)$$

Угол потерь в экране

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{x_{\mu\delta}}{R_{\mu c} + R_{\mu\delta} + R_{\mu\delta}}. \quad (5-93)$$

Электрические параметры намагничивающей катушки определяются по общим формулам (5-77), (5-78), (5-79) и (5-82), причем значение  $R_\mu$  берется из выражения (5-88), а  $Z_\mu$  из выражения (5-92).

#### б) Расчет цепи с учетом потерь в стали и рассеяния экрана и намагничивающей катушки

Выведем расчетные уравнения в самом общем виде, когда имеют место потери в стали, рассеяние экрана и рассеяние намагничивающей катушки.

По сравнению с предыдущим случаем здесь н. с. катушки  $F_K$  должна компенсировать еще составляющую  $\Phi x_{\mu c}$ , обусловленную потерями в стали. Эта составляющая совпадает по фазе с вектором  $F_{2a}$  (рис. 5-6, б). Тогда

$$\dot{F}_K = \dot{\Phi} Z_\mu = \dot{I}_1 \omega_1, \quad (5-94)$$

где модуль комплексного сопротивления

$$\begin{aligned} Z_\mu &= \sqrt{(R_{\mu c} + R_{\mu\delta} + R_{\mu\delta})^2 + (x_{\mu c} + x_{\mu\delta})^2} = \\ &= \sqrt{R_\mu^2 + x_\mu^2}; \end{aligned} \quad (5-95)$$

эквивалентные магнитные сопротивления цепи

$$R_{\mu} = R_{\mu c} + R_{\mu d} + R_{\mu \varepsilon}; \quad x_{\mu} = x_{\mu c} + x_{\mu \varepsilon}, \quad (5-96)$$

тангенс угла потерь

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{x_{\mu c} + x_{\mu \varepsilon}}{R_{\mu c} + R_{\mu d} + R_{\mu \varepsilon}}. \quad (5-97)$$

Полагая поток рассеяния намагничивающей катушки  $\Phi_{1s}$  сосредоточенным, получим реальный поток для сердечника намагничивающей катушки

$$\overline{\Phi}_1 = \overline{\Phi} + \overline{\Phi}_{1s}. \quad (5-98)$$

Он наводит э. д. с.  $E_1$  в катушке, отстающую от  $\Phi_1$  на угол, равный  $90^\circ$ .

Напряжение на зажимах катушки (рис. 5-6,6)

$$\begin{aligned} \overline{U}_1 &= -\overline{E}_1 + \overline{I}_1 \overline{R}_{10} = -\dot{E} + \dot{I}_1 Z_{1s} = \\ &= j \frac{\omega w}{V^2} \dot{\Phi} + Z_{1s} \dot{I}_1, \end{aligned} \quad (5-99)$$

где э. д. с. намагничивающей катушки

$$\dot{E}_1 = E_a + j(E_r + E_{1s}).$$

Учитывая равенства (5-77), (5-78), (5-80) и (5-82), получим:

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 [(R_{10} + x_0 \sin \theta \cos \theta) + j(x_{1s} + x_0 \cos^2 \theta)]; \quad (5-100)$$

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{U_1}{\sqrt{(R_{10} + x_0 \sin \theta \cos \theta)^2 + (x_{1s} + x_0 \cos^2 \theta)^2}} = \\ &= \frac{U_1}{\sqrt{R_1^2 + x_1^2}}; \end{aligned} \quad (5-101)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{x_{1s} + x_0 \cos^2 \theta}{R_{10} + x_0 \sin \theta \cos \theta} = \frac{x_1}{R_1}. \quad (5-102)$$

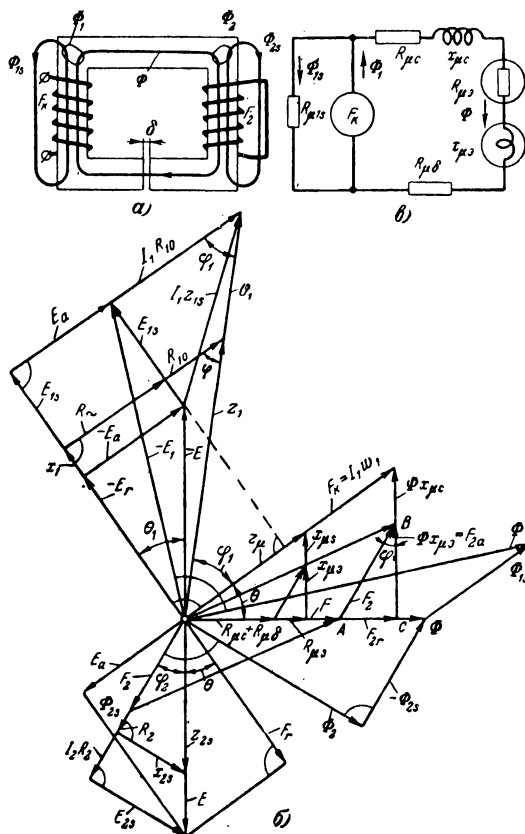


Рис. 5-6. К расчету магнитной цепи с воздушным зазором и экраном с учетом потерь в стали и рассеяния.

а — магнитная цепь; б — векторная диаграмма при замкнутой цепи экрана; в — схема замещения.

Активное и индуктивное электрические сопротивления намагничивающей катушки при этом будут равны:

$$R_1 = R_{10} + x_0 \sin \theta \cos \theta = R_{10} + \frac{\omega_1^2 \omega}{\sqrt{2}} \frac{x_\mu}{Z_\mu^2}; \quad (5-103)$$

$$x_1 = x_{1s} + x_0 \cos^2 \theta = x_{1s} + \frac{\omega_1^2 \omega}{\sqrt{2}} \cdot \frac{R_\mu}{Z_\mu^2}; \quad (5-104)$$

$$x_0 = \frac{\omega_1^2 \omega}{\sqrt{2} (R_{\mu c} + R_{\mu d} + R_{\mu e})}. \quad (5-105)$$

Связь между комплексным электрическим сопротивлением намагничивающей катушки и комплексным магнитным сопротивлением цепи можно получить из совместного решения уравнений (5-99) и (5-94):

$$Z_1 = \frac{\dot{U}_1}{I_1} = \dot{Z}_{1s} + j \frac{\omega_1^2 \omega}{\sqrt{2} Z_\mu} = R_1 + j x_1. \quad (5-106)$$

При построении векторной диаграммы на рис. 5-6,б принято, что потоки рассеяния намагничивающей и экранирующей катушек, поскольку они проходят по значительным воздушным путям, совпадают со своими н. с.

### в) Последовательность расчета магнитной цепи и параметров намагничивающей катушки

Ниже приводится расчет магнитной цепи с воздушным зазором и экраном с учетом комплексного магнитного сопротивления стали, рассеяния намагничивающей катушки и рассеяния короткозамкнутого витка.

Пусть задано: результирующий магнитный поток  $\Phi$ , материал и размеры магнитопровода и экрана (рис. 5-6,а), число витков намагничивающей катушки.

1. По индукции в сердечнике  $B = \frac{\Phi}{S}$ , из кривых на рис. 3-2 для заданной марки стали находим удельные магнитные сопротивления  $\rho_R$  и  $\rho_x$ . Тогда активное и реактивное магнитные сопротивления стали

$$R_{\mu c} = \rho_R \frac{l}{S} \quad \text{и} \quad x_{\mu c} = \rho_x \frac{l}{S}.$$



Определяем величину магнитного сопротивления воздушного зазора (см. гл. 6 и 7). Если зазор мал и выпучиванием можно пренебречь, то

$$R_{\mu\delta} = \frac{\delta}{\sqrt{2}\mu_0 S}.$$

Активное и реактивное магнитные сопротивления экрана подсчитываем по формулам (5-89) и (5-90), причем величины, входящие в эти уравнения, находим по формулам:

$$R_2 = \rho \frac{l_2}{S_2} = \rho \frac{l_2}{a_2 h_2}; \quad x_{2s} = \omega L_{2s};$$

$$L_{2s} = \frac{w_2^2 G_{2s}}{\sqrt{2}}; \quad w_2 = 1.$$

Здесь  $\rho$  — удельное электрическое сопротивление материала экрана;  $l_2$ ,  $a_2$ ,  $h_2$  — соответственно средняя длина, ширина и высота экрана;  $L_{2s}$ ,  $G_{2s}$  — индуктивность и магнитная проводимость рассеяния экрана (расчет см. в гл. 8).

2. Так как  $R_{\mu c}$ ,  $R_{\mu\delta}$ ,  $R_{\mu s}$ ,  $x_{\mu c}$  и  $x_{\mu s}$  известны из выражения (5-95), можем определить значение модуля комплексного сопротивления  $Z_\mu$ , а по (5-94) и (5-97) значение н. с.  $F_K = I_1 w_1$  и угол  $\theta$ , на который поток  $\Phi$  отстает от н. с.  $F_K$ .

3. Активное и реактивное электрические сопротивления намагничивающей катушки подсчитываем по формулам (5-103) и (5-104), предварительно определив активное сопротивление при постоянном токе и индуктивность рассеяния катушки:

$$R_{10} = \rho \frac{w_1 l_{cp}}{q}; \quad x_{1s} = \omega L_{1s}; \quad L_{1s} = \frac{w_1^2 G_{1s}}{\sqrt{2}}, \quad (5-107)$$

где  $l_{cp}$  и  $q$  — средняя длина витка и сечение провода намагничивающей катушки;

$L_{1s}$  и  $G_{1s}$  — индуктивность и магнитная проводимость катушки.

4. Для построения векторной диаграммы при заданных параметрах необходимо воспользоваться рядом

уравнений. Величину н. с. экрана  $F_2 = I_2 \omega_2$  при известном магнитном потоке можем получить из прямоугольного треугольника  $ABC$  (рис. 5-6, б):

$$F_2 = \Phi \sqrt{R_{\mu_3}^2 + x_{\mu_3}^2}. \quad (5-108)$$

Тогда поток взаимной индуктивности и поток рассеяния экрана

$$\Phi_{21} = \frac{F_2}{R_{\mu_3} + R_{\mu_3}}; \quad \Phi_{2s} = F_2 G_{2s}. \quad (5-109)$$

Результирующую э. д. с. и э. д. с. экрана определяем из уравнений:

$$E = -j\omega\Phi; \quad E_2 = I_2 R_2. \quad (5-110)$$

Напряжение на зажимах намагничивающей обмотки

$$\dot{U}_1 = (I_1 R_{10} + E_a) + j(E_r + E_{1s}) = \bar{E} + I_1 Z_{1s} = \bar{E}_1 + I_1 \bar{R}_{10}, \quad (5-111)$$

где

$$\begin{aligned} Z_{1s} &= \sqrt{R_{10}^2 + x_{1s}^2}; \quad E_a = E \sin \theta; \\ E_r &= E \cos \theta; \quad E_{1s} = I_1 x_{1s}; \\ E_1 &= -j\omega_1 \Phi_1. \end{aligned} \quad (5-112)$$

#### 5-5. НЕРАЗВЕТВЛЕННАЯ МАГНИТНАЯ ЦЕПЬ С НЕСКОЛЬКИМИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ЭКРАНАМИ

В индукционных и других приборах и аппаратах часто встречаются магнитные цепи с двумя и более экранами. Чтобы установить соотношение между н. с. экранов и параметрами магнитной цепи, рассмотрим сначала простейшую неразветвленную магнитную цепь с двумя экранами, имеющими различное число витков (рис. 5-7). Если пренебречь магнитным сопротивлением стали, то н. с. катушки должна уравновешивать только падение магнитного напряжения в воздушном зазоре  $F$  и н. с. экранов  $F'_2$  и  $F'_3$ , т. е.

$$\dot{F}_K = \dot{F} + j(F'_2 + F'_3). \quad (5-113)$$

В результате действия экранов начальный магнитный поток намагничивающей катушки  $\Phi_{10}$  (без экранов) изменится по величине и фазе и станет равным  $\Phi$  (рис. 5-7, в). Связь между потоками будет иметь следующий вид:

$$\Phi_{10} = \Phi + j(\Phi'_2 + \Phi'_3).$$

Пренебрегая рассеянием экранов и их взаимной связью, представим выражения для н. с. зазора, экранов и намагничивающей катушки таким образом:

$$F = \Phi R_\mu; \quad F'_2 = \Phi x_{\mu 2}; \quad F'_3 = \Phi x_{\mu 3} \quad (5-114)$$

и

$$\dot{F}_K = \Phi \dot{Z}_\mu.$$

Здесь  $R_\mu$  — магнитное сопротивление воздушного зазора;  $x_{\mu 2}$  и  $x_{\mu 3}$  — реактивные магнитные сопротивления экранов;

$Z_\mu$  — эквивалентное комплексное магнитное сопротивление цепи

$$\dot{Z}_\mu = R_\mu + j(x_{\mu 2} + x_{\mu 3}). \quad (5-115)$$

Модуль эквивалентного магнитного сопротивления цепи

$$Z_\mu = \sqrt{R_\mu^2 + (x_{\mu 2} + x_{\mu 3})^2}, \quad (5-116)$$

его аргумент

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{x_{\mu 2} + x_{\mu 3}}{R_\mu} = \omega(T_2 + T_3), \quad (5-117)$$

где  $T_2$  и  $T_3$  — постоянные времени экранов.

Значения реактивных сопротивлений находим из уравнений:

$$x_{\mu 2} = \frac{\omega \omega_2^2}{\sqrt{2} R_2}; \quad x_{\mu 3} = \frac{\omega \omega_3^2}{\sqrt{2} R_3}. \quad (5-118)$$

Здесь  $R_2$ ,  $R_3$  и  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  — соответственно активные электрические сопротивления и числа витков экранов. Схема замещения и круговая диаграмма магнитной цепи, приведенные на рис. 5-7, а, показаны на рис. 5-7, б и в. При изменении активного электрического сопротивления одного из экранов (параметра  $p$ ) конец вектора магнитно-

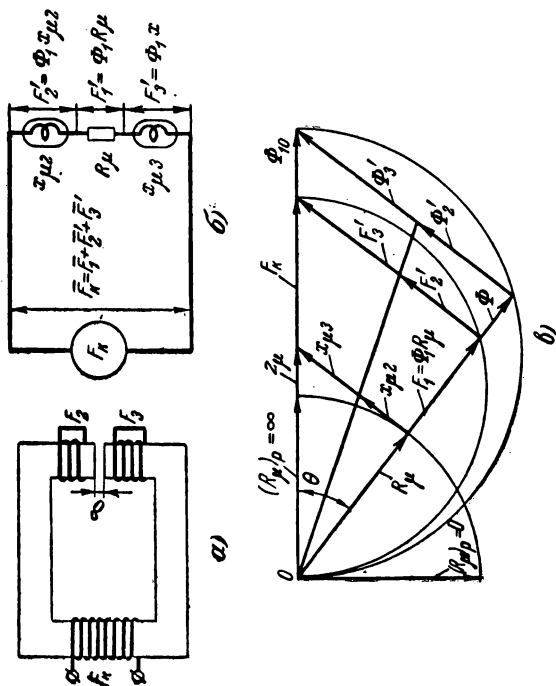


Рис. 5-7. К исследованию магнитной цепи с двумя электромагнитными экранами.

а — магнитная цепь; б — схема замещения магнитной цепи; в — круговая диаграмма магнитной цепи.

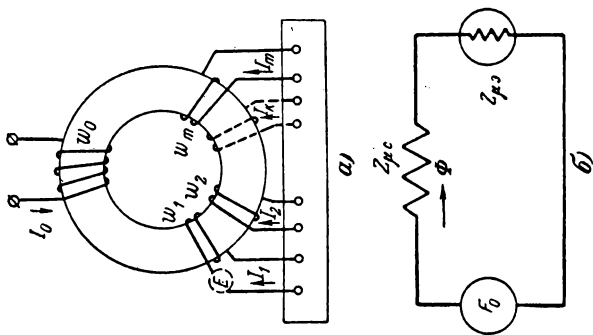


Рис. 5-8. К исследованию магнитной цепи с  $m$  электромагнитными экранами.

а — магнитная цепь; б — схема замещения.

го сопротивления воздушного зазора  $R_\mu$  скользит по окружности (рис. 5-2,а) в пределах угла  $\theta = 90^\circ$ , так же как это имело место с одним экраном.

Рассмотрим сердечник тороидальной формы, на котором расположены  $m$  экранирующих обмоток  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_m$  (рис. 5-8,а). Такая цепь была в свое время исследована проф. М. И. Левиным [Л. 51]. Каждая экранирующая обмотка связана с намагничивающей только через результирующий поток  $\Phi$ . Обозначим ток намагничивающей катушки через  $I_0$ , а экранирующих катушек через  $I_1, I_2, \dots, I_k, \dots, I_m$ . Тогда результирующая н. с., создающая поток  $\Phi$ ,

$$\begin{aligned} \dot{F} = \dot{\Phi} Z_{\mu c} = F_0 + I_1 \omega_1 + I_2 \omega_2 + \dots + I_k \omega_k + \\ + \dots + I_m \omega_m = F_0 + \sum_{k=1}^m I_k \omega_k. \end{aligned} \quad (5-119)$$

Здесь  $Z_{\mu c}$  — комплексное магнитное сопротивление сердечника.

Значение тока  $I_k$  для  $k$ -го экрана определяется э. д. с.  $E_1, E_2, \dots, E_m$ , которые наводятся потоком  $\Phi$  во всех экранах. Следовательно,

$$\begin{aligned} \dot{I}_k = \frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_{1k}} + \frac{\dot{E}_2}{\dot{Z}_{2k}} + \dots + \frac{\dot{E}_k}{\dot{Z}_{kk}} + \dots + \frac{\dot{E}_m}{\dot{Z}_{mk}} = \\ = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\dot{Z}_{ik}} = - \frac{j\omega\Phi}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^m \frac{\omega_i}{\dot{Z}_{ik}}. \end{aligned} \quad (5-120)$$

После подстановки  $I_k$  в равенство (5-119) получим:

$$\dot{F} = \dot{\Phi} Z_{\mu c} = \dot{F}_0 - \frac{j\omega\Phi}{\sqrt{2}} \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^m \frac{\omega_i \omega_k}{\dot{Z}_{ik}}. \quad (5-121)$$

Из этого уравнения легко найти эквивалентное комплексное магнитное сопротивление магнитной цепи с учетом магнитного сопротивления стали и размагничивающего действия  $m$  экранов:

$$Z_\mu = \frac{\dot{F}_0}{\dot{\Phi}} = Z_{\mu c} + \frac{j\omega}{\sqrt{2}} \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^m \frac{\omega_i \omega_k}{\dot{Z}_{ik}} = Z_{\mu c} + Z_{\mu \Sigma}, \quad (5-122)$$

где эквивалентное комплексное магнитное сопротивление экранов

$$Z_{\mu 3} = \frac{j\omega}{\sqrt{2}} \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^m \frac{\omega_i \omega_k}{Z_{ik}}. \quad (5-123)$$

Запишем это уравнение применительно к магнитной цепи с двумя экранами

$$Z_{\mu 3} = \frac{j\omega}{\sqrt{2}} \left( \frac{\omega_1^2}{Z_{11}} + \frac{\omega_2^2}{Z_{22}} + \frac{2\omega_1 \omega_2}{Z_{12}} \right). \quad (5-124)$$

Здесь  $Z_{11}$ ,  $Z_{22}$  и  $Z_{12}$  — соответственно собственные и взаимное электрические сопротивления экранов.

При слабой магнитной связи между экранами 1 и 2 можно положить  $Z_{12} = \infty$ . Тогда

$$Z_{\mu 3} = \frac{j\omega}{\sqrt{2}} \left( \frac{\omega_1^2}{Z_{11}} + \frac{\omega_2^2}{Z_{22}} \right). \quad (5-125)$$

Если рассеянием экранов пренебречь, то

$$Z_{11} = R_1 + jx_{1s} = R_1; \quad Z_{22} = R_2 + jx_{2s} = R_2$$

и

$$Z_{\mu 3} = \frac{j\omega}{\sqrt{2}} \left( \frac{\omega_1^2}{R_1} + \frac{\omega_2^2}{R_2} \right) = jx_{\mu 3}, \quad (5-126)$$

откуда

$$x_{\mu 3} = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \left( \frac{\omega_1^2}{R_1} + \frac{\omega_2^2}{R_2} \right) = x_{\mu 1} + x_{\mu 2}.$$

Здесь реактивное магнитное сопротивление для каждого экрана

$$x_{\mu 1} = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\omega_1^2}{R_1} \quad \text{и} \quad x_{\mu 2} = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\omega_2^2}{R_2}. \quad (5-127)$$

При одном экране (например, втором) при учете рассеяния экрана выражение для эквивалентного магнитного

сопротивления цепи согласно (5-125) может быть представлено в виде:

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{\mu s} &= R_{\mu s} + jx_{\mu s} = \frac{j\omega w_2^2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{(R_2 + jx_{2s})} = \\ &= \frac{\omega w_2^2}{\sqrt{2}} \left( \frac{x_{2s}}{R_2^2 + x_{2s}^2} + j \frac{R_2}{R_2^2 + x_{2s}^2} \right). \end{aligned} \quad (5-128)$$

Как видим, составляющие  $Z_{\mu s}$  в этом уравнении полностью соответствуют ранее полученным значениям  $R_{\mu s}$  и  $x_{\mu s}$  [уравнения (5-89) и (5-90)], выведенным из векторной диаграммы. Пользуясь равенством (5-122), можно составить схему замещения магнитной цепи с  $m$  экранами. Эта схема будет состоять из н. с. катушки  $F_0$  и последовательно соединенных комплексных магнитных сопротивлений стали  $Z_{\mu c}$  и экранов  $Z_{\mu s}$  (рис. 5-8,б). Пользуясь равенством (5-106) и зная полное комплексное магнитное сопротивление цепи  $Z_{\mu}$ , нетрудно определить входное комплексное электрическое сопротивление намагничивающей катушки:

$$\begin{aligned} Z_0 &= Z_{0s} + j \frac{\omega w_0^2}{\sqrt{2} Z_{\mu}} = Z_{0s} + \\ &+ \frac{w_0^2}{Z_{\mu c} + \frac{j\omega}{\sqrt{2}} \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^m \frac{w_i w_k}{Z_{i k}}}. \end{aligned} \quad (5-129)$$

Здесь  $Z_{0s}$  — комплексное электрическое сопротивление намагничивающей катушки, определяемое активным сопротивлением обмотки и индуктивностью рассеяния.

#### 5-6. РАЗВЕТВЛЕННАЯ МАГНИТНАЯ ЦЕПЬ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ЭКРАНАМИ

Исследуем разветвленную магнитную цепь (рис. 5-9,а), состоящую из двух полюсов различного сечения и расположенных на них замкнутых накоротко экранов. Магнитным сопротивлением стали, рассеянием намагничивающей и экранирующей катушек пренебрегаем. Схе-

ма замещения для такой цепи изображена на рис. 5-9,б. При отсутствии экранов будем иметь:

$$\Phi_{10} = \Phi_{20} + \Phi_{30};$$

$$F_K = \Phi_{20} R_{\mu 2} = \Phi_{30} R_{\mu 3} = \Phi_{10} R_{\mu 1},$$

где

$$R_{\mu 1} = \frac{R_{\mu 2} R_{\mu 3}}{R_{\mu 2} + R_{\mu 3}},$$

$R_{\mu 2}$  и  $R_{\mu 3}$  — активные магнитные сопротивления воздушных зазоров.

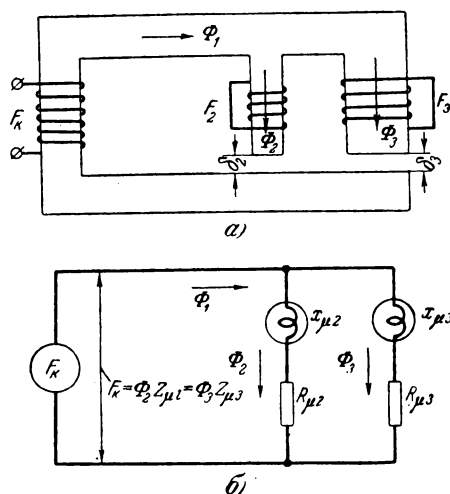


Рис. 5-9. К исследованию разветвленной магнитной цепи с электромагнитными экранами.

а — магнитная цепь; б — схема замещения.

При наличии экранов и постоянной н. с. катушки  $F_K$  все потоки при изменении параметров экранов будут изменяться как по величине, так и по фазе.

Реальные потоки и н. с. в этом случае будут связаны соотношениями:

$$\dot{\Phi}_1 = \dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3; \dot{F}_K = F_2 + jF'_2; \dot{F}_K = F_3 + jF'_3.$$



При изменении активных электрических сопротивлений экранов концы векторов магнитных потоков  $\Phi_2$  и  $\Phi_3$  скользят соответственно по окружностям  $K_2$  и  $K_3$  (рис. 5-10); концы же векторов н. с.  $F_2$  и  $F_3$ , создающих эти потоки, скользят по одной окружности  $K_F$ , поскольку н. с. катушки и ответвлений соединены параллельно. Конец же вектора результирующего потока  $\Phi_1$  при изме-

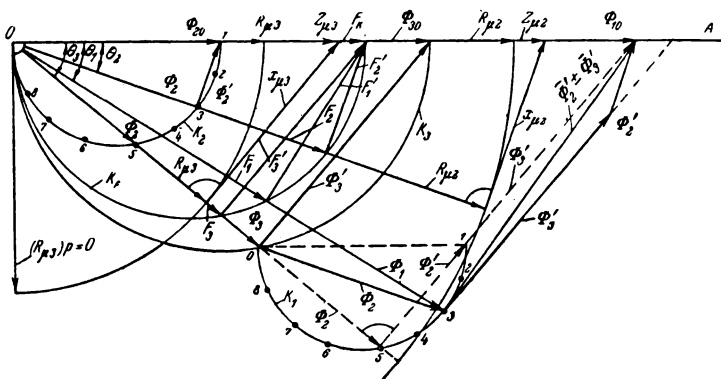


Рис. 5-10. Круговая диаграмма разветвленной магнитной цепи с электромагнитными экранами при изменении активного сопротивления экрана  $R_2$  ( $\theta_2 = \text{перем.}$ ).

нении, например, активного сопротивления экрана  $R_2$  будет скользить по кругу  $K_1$ ; при этом вектор  $\Phi_3$  остается по величине и фазе постоянным, так как параметры магнитной цепи и экрана, определяющие этот поток, не изменяются.

Положение вектора  $\Phi_1$  в точке 1, соответствует случаю, когда н. с.  $F_2$  равна нулю (экран разомкнут) и сдвиг фаз между потоками  $\Phi_{20}$  и  $\Phi_3$  равен максимальной величине  $\theta_3$ . При этом поток  $\Phi_3$  отстает от потока  $\Phi_{20}$  (без экрана). Если, например, поместить в воздушный зазор магнитной цепи тонкий медный диск, экранирующее действие которого мало, то он будет вращаться в сторону полюса, имеющего н. с.  $F_3$  (рис. 5-9,а).

При положении конца вектора  $\Phi_1$  в точке 5 (рис. 5-10) диск остановится, так как потоки  $\Phi_2$  и  $\Phi_3$  совпадают по фазе и, следовательно, вращающий момент его будет равен нулю.

Дальнейшее перемещение вектора  $\Phi_1$  в сторону точек 6, 7 и т. д. приводит к отставанию вектора  $\Phi_2$  от вектора  $\Phi_3$ . Это вызывает вращение диска в обратную сторону, т. е. в сторону полюса с потоком  $\Phi_2$ .

При угле экранирования  $\theta_2 = 90^\circ$  (когда  $R_2 = 0$ ) магнитный поток  $\Phi_2$  равен нулю, т. е. поток через воздушный зазор  $\delta_2$  не проходит и полностью экранируется по-

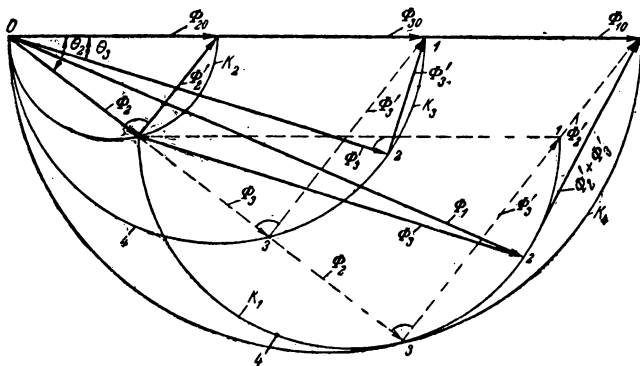


Рис. 5-11. Круговая диаграмма магнитных потоков разветвленной магнитной цепи с электромагнитными экранами при изменении активного сопротивления экрана  $R_2$  ( $\theta_2 = \text{перем.}$ ).

током от н. с.  $F_2$ . В этом случае результирующий поток намагничивающей катушки  $\Phi_1$  проходит только через ответвление с н. с.  $F_3$ ; численно этот поток равен потоку  $\Phi_3$  (точка  $O$  на окружности  $K_1$ ).

Иначе говоря, при угле экранирования  $\theta_2 = 90^\circ$  разветвленная магнитная цепь с двумя экранами перерождается в неразветвленную цепь с воздушным зазором  $\delta_3$ .

Рассуждая подобным образом относительно полюса, имеющего н. с.  $F_3$ , можно проследить за изменением результирующего магнитного потока  $\Phi_1$  при увеличении угла экранирования  $\theta_3$  (рис. 5-11).

Результирующий магнитный поток и его составляющие определяются для магнитной цепи на рис. 5-9, а из уравнений:

$$\dot{\Phi}_1 = \frac{\dot{F}_1}{R_{\mu 1}} = \frac{\dot{F}_K}{Z_{\mu 1}};$$

$$\dot{\Phi}_2 = \frac{\dot{F}_2}{R_{\mu 2}} = \frac{\dot{F}_K}{Z_{\mu 2}}; \quad (5-130)$$

$$\dot{\Phi}_3 = \frac{\dot{F}_3}{R_{\mu 3}} = \frac{\dot{F}_K}{Z_{\mu 3}}.$$

Составляющие результирующего магнитного потока можно также выразить в следующем виде:

$$\dot{\Phi}_2 = \frac{R_{\mu 3} + jx_{\mu 3}}{(R_{\mu 2} + R_{\mu 3}) + j(x_{\mu 2} + x_{\mu 3})} \dot{\Phi}_1;$$

$$\dot{\Phi}_3 = \frac{R_{\mu 2} + jx_{\mu 2}}{(R_{\mu 2} + R_{\mu 3}) + j(x_{\mu 2} + x_{\mu 3})} \dot{\Phi}_1.$$

Общее магнитное сопротивление согласно (5-130) равно

$$Z_{\mu 1} = \frac{Z_{\mu 2} Z_{\mu 3}}{Z_{\mu 2} + Z_{\mu 3}}. \quad (5-131)$$

Заметим, что при постоянных магнитных сопротивлениях воздушных промежутков  $\delta_2$  и  $\delta_3$  концы векторов полных магнитных сопротивлений  $Z_{\mu 2}$  и  $Z_{\mu 3}$  будут перемещаться по прямой  $OA$  (рис. 5-10).

Составляющие сопротивления  $Z_{\mu 1}$  можно найти из равенства (5-131). В окончательном виде имеем:

$$\begin{aligned} Z_{\mu 1} &= R_{\mu 1} + jx_{\mu 1} = \\ &= \frac{R_{\mu 2}(R_{\mu 3}^2 + x_{\mu 3}^2) + R_{\mu 3}(R_{\mu 2}^2 + x_{\mu 2}^2) +}{(R_{\mu 2} + R_{\mu 3})^2 +} \\ &\quad \frac{+ j[x_{\mu 2}(R_{\mu 3}^2 + x_{\mu 3}^2) + x_{\mu 3}(R_{\mu 2}^2 + x_{\mu 2}^2)]}{+ (x_{\mu 2} + x_{\mu 3})^2}, \end{aligned}$$

откуда

$$R_{\mu 1} = \frac{R_{\mu 2}(R_{\mu 3}^2 + x_{\mu 3}^2) + R_{\mu 3}(R_{\mu 2}^2 + x_{\mu 2}^2)}{(R_{\mu 2} + R_{\mu 3})^2 + (x_{\mu 2} + x_{\mu 3})^2}; \quad (5-132)$$

$$x_{\mu 1} = \frac{x_{\mu 2}(R_{\mu 3}^2 + x_{\mu 3}^2) + x_{\mu 3}(R_{\mu 2}^2 + x_{\mu 2}^2)}{(R_{\mu 2} + R_{\mu 3})^2 + (x_{\mu 2} + x_{\mu 3})^2}. \quad (5-133)$$

Фаза вектора  $Z_{\mu 1}$  определится из уравнения

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta_1 &= \frac{x_{\mu 1}}{R_{\mu 1}} = \\ &= \frac{x_{\mu 2} (R_{\mu 3}^2 + x_{\mu 3}^2) + x_{\mu 3} (R_{\mu 2}^2 + x_{\mu 2}^2)}{R_{\mu 2} (R_{\mu 3}^2 + x_{\mu 3}^2) + R_{\mu 3} (R_{\mu 2}^2 + x_{\mu 2}^2)}. \end{aligned} \quad (5-134)$$

Изменения  $R_{\mu 1}$ ,  $x_{\mu 1}$  и  $Z_{\mu 1}$  в зависимости от параметров экрана показаны на рис. 5-12, а.

Остановимся несколько подробнее на случае, когда потоки  $\Phi_2$  и  $\Phi_3$  совпадают по фазе (точка 3 на рис. 5-11), т. е. когда обеспечивается условие  $\theta_2 = \theta_3$ . В этом случае конец вектора реального потока  $\Phi_1$  скользит по

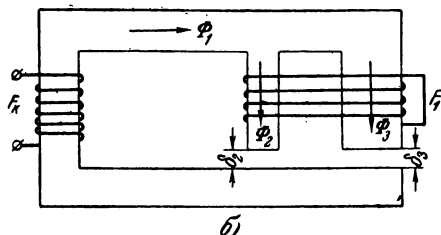
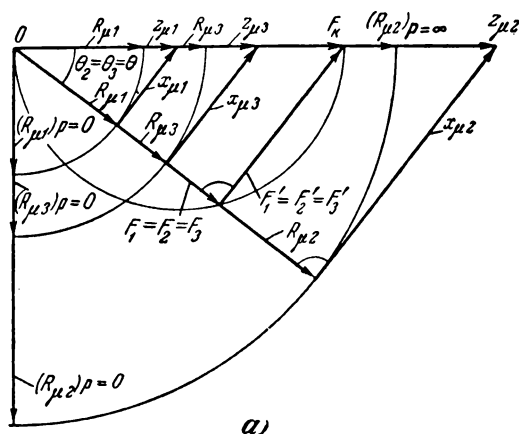


Рис. 5-12. К исследованию разветвленной магнитной цепи при  $\theta_2^* = \theta_3$ .

а — изменение магнитных сопротивлений; б — магнитная цепь с одним эквивалентным экраном.

окружности  $K_4$ , поскольку угол между ним и суммарным потоком  $(\Phi'_2 + \Phi'_3)$  от экранов сохраняется равным  $90^\circ$ . Потоки  $\Phi_2$  и  $\Phi_3$  при этом будут обратно пропорциональны их активным и реактивным магнитным сопротивлениям. Намагничивающие силы, определяющие реальные магнитные потоки, будут равны, т. е.

$$F_1 = F_2 = F_3.$$

Если взять равное число витков экранов, то токи в них будут также равны. Это означает, что два экрана, расположенные на ответвлениях с различными магнитными сопротивлениями, можно заменить одним эквивалентным, охватывающим оба ответвления (рис. 5-12,б). И, наоборот, когда имеется один экран, охватывающий два разветвления (например, рамка или диск), его также можно заменить двумя отдельными экранами (рис. 5-9,а), расположенными на каждом ответвлении.

Запишем необходимые условия для осуществления такой замены.

Из прямоугольных треугольников рис. 5-12,а имеем:

$$\frac{x_{\mu 2}}{x_{\mu 1}} = \frac{R_{\mu 2}}{R_{\mu 1}} \quad \text{и} \quad \frac{x_{\mu 3}}{x_{\mu 1}} = \frac{R_{\mu 3}}{R_{\mu 1}}, \quad (5-135)$$

$$R_{\mu 2} = x_{\mu 2} \operatorname{tg} \theta; \quad R_{\mu 3} = x_{\mu 3} \operatorname{tg} \theta. \quad (5-136)$$

Принимая во внимание равенства (5-133), (5-134) и (5-136), запишем следующие выражения для магнитных сопротивлений эквивалентной обмотки:

$$R_{\mu 1} = \frac{R_{\mu 2} R_{\mu 3}}{R_{\mu 2} + R_{\mu 3}}; \quad (5-137)$$

$$x_{\mu 1} = \frac{x_{\mu 2} x_{\mu 3}}{x_{\mu 2} + x_{\mu 3}}. \quad (5-138)$$

Соотношение между электрическими активными сопротивлениями экранов и активным электрическим сопротивлением эквивалентного экрана определяется из (5-28), (5-135):

$$x_{\mu 2} = x_{\mu 1} \frac{R_{\mu 2}}{R_{\mu 1}} = \frac{\omega_1^2 \omega}{\sqrt{2} R_1} \cdot \frac{R_{\mu 2}}{R_{\mu 1}} = \frac{\omega_2^2 \omega}{\sqrt{2} R_2}.$$

Полагая  $\omega_1 = \omega_2$ , из последнего равенства получаем:

$$R_2 = R_1 \frac{R_{\mu 1}}{R_{\mu 2}}. \quad (5-139)$$

Аналогично (5-139) имеем:

$$R_3 = R_1 \frac{R_{\mu 1}}{R_{\mu 3}}. \quad (5-140)$$

Здесь  $R_1$  — активное электрическое эквивалентное сопротивление экрана, охватывающего оба разветвления (рис. 5-12,б);  $R_2$  и  $R_3$  — активные электрические сопротивления экранов, расположенных на разветвлениях. Если заменить один экран, охватывающий два полюса, двумя эквивалентными, то реактивные магнитные сопротивления экранов будут:

$$x_{\mu 2} = \frac{\omega_1^2 \omega}{\sqrt{2} R_1} \cdot \frac{(R_{\mu 2} + R_{\mu 3})}{R_{\mu 3}}; \quad (5-141)$$

$$x_{\mu 3} = \frac{\omega_1^2 \omega}{\sqrt{2} R_1} \cdot \frac{(R_{\mu 2} + R_{\mu 3})}{R_{\mu 2}}. \quad (5-142)$$

Реактивное магнитное сопротивление эквивалентного экрана найдем из совместного решения уравнений (5-138), (5-141) и (5-142):

$$x_{\mu 1} = \frac{\omega_1^2 \omega}{\sqrt{2} (R_2 + R_3)}, \quad (5-143)$$

откуда

$$R_1 = R_2 + R_3. \quad (5-144)$$

Таким образом, для перехода от одного экрана, охватывающего оба параллельных полюса, к двум экранам, расположенным на каждом полюсе, необходимо при заданном активном сопротивлении одного экрана определить активные сопротивления этих экранов (5-139), (5-140). Реактивные магнитные сопротивления для каждого экрана находятся из равенств (5-141) и (5-142).

Необходимость замены одного экрана двумя эквивалентными возникает при расчете индукционных систем с диском. Диск в этих случаях, как экран, заменяется при расчете двумя короткозамкнутыми витками [Л. 93].

## 5.7. РАСЧЕТ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ С ЭКРАНОМ НА ЗАДАННЫЕ ПАРАМЕТРЫ

Расчет магнитной цепи с экраном при учете нелинейности кривой намагничивания, когда не задана магнитная индукция, представляет определенные трудности. В качестве примера рассмотрим неразветвленную магнитную цепь с малым воздушным зазором. В этом случае рассеяниями экрана и намагничивающей катушки вполне можно пренебречь. Допускается также, что активное электрическое сопротивление намагничивающей катушки постоянному току  $R_0$  равно нулю. В большинстве практических случаев это допущение приемлемо, так как  $R_0$  действительно мало по сравнению с индуктивным и активным  $R_{\Sigma}$ . Расчет же цепи с учетом  $R_0$  приводит к неоправданно громоздким уравнениям.

Решим задачу в самом общем виде, когда магнитное сопротивление стали зависит от магнитной индукции.

Пусть заданы: напряжение на зажимах намагничивающей катушки  $U$  или ток в ней  $I$  и потребляемая мощность  $P_K$ . Кроме того, задаемся активной площадью поперечного сечения магнитопровода, высотой окна обмотки  $h$ , величиной воздушного зазора и размерами экрана. Плотность тока намагничивающей катушки выбираем из условий нагревания.

Определим ток  $I$ , проходящий через катушку, или напряжение на зажимах катушки  $U$ , полное электрическое сопротивление катушки  $Z$ , диаметр изолированного провода  $d$ , магнитную индукцию  $B$ , число витков катушки  $\omega$ , среднюю длину магнитопровода  $l$ , полный угол потерь в стали и электромагнитном экране  $\theta$ , активное электрическое сопротивление  $R_{\Sigma}$ , электрическое реактивное сопротивление намагничивающей катушки  $x$  и угол между током и напряжением катушки  $\phi$ . Намагничивающая сила катушки при наличии экрана

$$F = \Phi Z_{\mu} = \Phi Z_{\mu} I^{\theta}.$$

Здесь магнитное сопротивление стали и экрана

$$\begin{aligned} Z'_{\mu} = & R_{\mu c} + R_{\mu \delta} + j(x_{\mu c} + x_{\mu \delta}) = \rho_R \frac{l}{S} + \\ & + R_{\mu \delta} + j\left(\rho_x \frac{l}{S} + x_{\mu \delta}\right). \end{aligned} \quad (5-145)$$

Как известно, соотношение между числом витков катушки  $w_1$ , напряжением на ее зажимах  $U$ , активным сечением магнитопровода  $S$  и индукцией в магнитопроводе  $B$  выражается уравнением

$$w_1 = \frac{\sqrt{2} U}{\omega S B}. \quad (5-146)$$

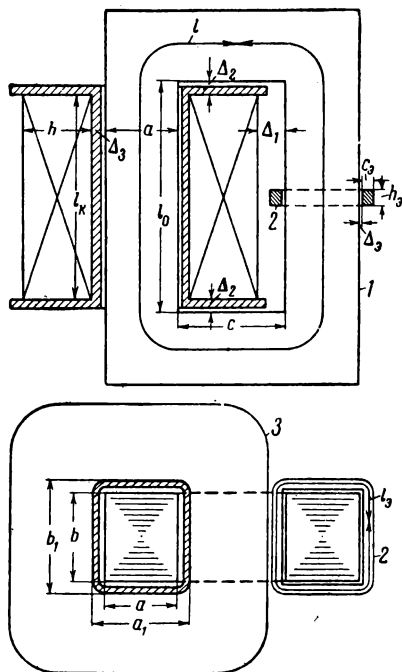


Рис. 5-13. Магнитная цепь с электромагнитным экраном.

1 — магнитопровод; 2 — экран; 3 — каркас катушки;  
 $a = 12$ ;  $b = 15$ ;  $h = 11,5$ ;  $\Delta_1 = 4,5$ ;  $\Delta_2 = \Delta_3 = 2$ ;  
 $h_3 = 2,5$ ;  $c_3 = 2$ ;  $\Delta_3 = 0,5$  (размеры, мм).

Средняя длина магнитопровода (рис. 5-13)

$$l = 2l_k + \mathcal{E} = 2l w_1 \lambda + \mathcal{E} = \mathcal{E} + \frac{2\sqrt{2} \lambda P_k}{\omega S B}, \quad (5-147)$$

где

$$\mathcal{E} = \pi a + 2(\Delta_1 + 2\Delta_2 + \Delta_3 + h); \quad \lambda = \frac{1}{i_q f_m h}.$$



Из совместного решения (5-145) и (5-147) получаем расчетное значение удельного активного магнитного сопротивления цепи

$$\rho_R = \frac{-b_0 + \sqrt{b_0^2 + 4a_0c_0}}{2a_0} = \varphi(B). \quad (5-148)$$

Здесь

$$a_0 = \left(\frac{l}{S}\right)^2; \quad b_0 = \frac{2R_{\mu\delta}}{S} l; \\ c_0 = \left(\frac{\sqrt{2}P_K}{\omega S^2 B^2}\right)^2 - R_{\mu}^2 - \left(x_{\mu} + l \frac{\rho_R}{S}\right)^2.$$

Если магнитопровод выполнен без воздушного зазора, то

$$\rho_R = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}P_K}{\omega S^2 l B^2}\right)^2 - \left(\rho_x + \frac{S}{l} x_{\mu\delta}\right)^2} = \varphi(B). \quad (5-149)$$

Искомая магнитная индукция и соответствующее ей удельное активное магнитное сопротивление определяется графически совместным решением расчетных уравнений (5-148) или (5-149) и опытной кривой для данной марки стали  $\rho_R = f(B)$ . Точка пересечения расчетной зависимости  $\rho_R = \varphi(B)$  с опытной кривой  $\rho_R = f(B)$  (рис. 3-2) однозначно определяет искомые значения  $\rho_R$  и  $B$ . Затем по (5-147) представляется возможность определить среднюю длину магнитопровода. Нахождение других параметров удобнее рассмотреть на конкретном примере.

**Пример 5-2.** Требуется рассчитать замкнутую магнитную цепь (рис. 5-13) и намагничивающую катушку, если напряжение питающей сети  $U = 100$  в и потребляемая мощность  $P_K = 20$  ватт.

Выбираем магнитопровод из листового стали марки Э41, провод марки ПШД, экран из алюминия  $\omega_2 = 1$ .

Задаемся  $l_q = 250$  а/см;  $S_0 = ab = 1,2 \cdot 1,55 = 1,86$  см<sup>2</sup>;  $h = 1,15$  см;  $\Delta_1 = 0,45$  см;  $\Delta_2 = \Delta_3 = 0,2$  см;  $h_3 = 0,25$  см;  $C_0 = 0,2$  см;  $\Delta_0 = 0,05$  см.

Определяем:  $I$ ,  $Z$ ,  $d$ ,  $B$ ,  $l$ ,  $\omega_1$ ,  $\theta$ ,  $R_{\mu}$ ,  $x$ ,  $\varphi$ .

1. Величина намагничивающего тока и полное электрическое сопротивление катушки получаются равными:

$$I = \frac{P_K}{U} = \frac{20}{100} = 0,2 \text{ а}; \quad Z = \frac{U}{I} = \frac{100}{0,2} = 500 \text{ ом}.$$

## 2. Диаметр провода

$$d = \sqrt{\frac{4I}{\pi i_q}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,2}{\pi \cdot 250}} = 0,0319 \text{ см.}$$

По величине  $d$  для марки провода ПШД находим коэффициент заполнения  $f_m = 0,36$  [Л.13]. Тогда коэффициенты

$$\lambda = \frac{1}{250 \cdot 0,36 \cdot 1,15} = 9,68 \cdot 10^{-3} \text{ см/а;}$$

$$\vartheta = \pi \cdot 1,2 + 2(2 \cdot 0,2 + 1,8) = 8,17 \text{ см.}$$

Активное сечение магнитопровода

$$S = S_0 k_s = 1,86 \cdot 0,9 = 1,67 \text{ см}^2.$$

Здесь  $k_s$  — коэффициент заполнения пакета сталью магнитопровода.

## 3. Удельное сопротивление материала экрана

$$\rho_s = 3,21 \cdot 10^{-6} \text{ ом} \cdot \text{см.}$$

Активное электрическое сопротивление экрана

$$R_2 = \rho_s \frac{l_s}{S_s} = \rho_s \frac{l_s}{C_s h_s} = 3,21 \cdot 10^{-6} \frac{6,43}{0,2 \cdot 0,25} = 4,12 \cdot 10^{-4} \text{ ом,}$$

где

$$l_s = 2(a_s + b_s) + \pi C_s = 2(1,3 + 1,6) + \pi \cdot 0,2 = 6,43 \text{ см;}$$

$$a_s = a + 2\Delta_s; \quad b_s = b + 2\Delta_s.$$

Реактивное магнитное сопротивление экрана

$$x_{\mu s} = \frac{\omega w_s^2}{\sqrt{2} R_2} = \frac{314 \cdot 10^4}{\sqrt{2} \cdot 4,12} = 53,8 \cdot 10^4 \text{ 1/гн.}$$

4. Для определения индукции  $B$  и удельного магнитного сопротивления  $\rho_R$  подставим в уравнение (5-149) известные нам величины

$$\begin{aligned} \rho_R &= \sqrt{\left( \frac{\sqrt{2} \cdot 20}{314 \cdot 1,67^2 l B^2} \right)^2 - \left( 0,7 \cdot 10^4 + \frac{1,67 \cdot 53,8 \cdot 10^4}{l} \right)^2} = \\ &= \sqrt{\left( \frac{5,4 \cdot 10^{-2}}{l B^2} \right)^2 - \left( 0,7 \cdot 10^4 + \frac{89,7 \cdot 10^4}{l} \right)^2}. \end{aligned}$$

Входящая в это выражение средняя длина магнитопровода согласно (5-147) является также функцией индукции  $B$ , т. е.

$$l = 8,17 + \frac{2 \sqrt{2} \cdot 9,68 \cdot 10^{-3} \cdot 20}{314 \cdot 1,67 \cdot B} = 8,17 + \frac{1,048 \cdot 10^{-3}}{B}.$$

Последние два уравнения позволяют построить расчетную кривую  $\rho_R = \varphi(B)$ . Данные расчета приведены в табл. 5-1.

Т а б л и ц а 5-1

**Изменение удельного активного магнитного сопротивления цепи в зависимости от индукции**

$B, 10^{-5} \text{ вб/см}^2$	14,3	15,5	16
$\rho_R, 10^4 \text{ см/гн}$	15,0	13,45	13,1

По данным табл. 5-1 на рис. 3-2 построена расчетная кривая  $\rho_R = \varphi(B)$ . Точка пересечения этой кривой с кривой  $\rho_R = f(B)$  для стали марки Э41 дает искомые значения индукции в магнитопроводе и его удельное сопротивление:  $B = 15,25 \cdot 10^{-5} \text{ вб/см}^2$  и  $\rho_R = 13,8 \cdot 10^4 \text{ см/гн}$ .

5. По известной индукции по уравнению (5-146) находим число витков катушки:

$$w = \frac{2 \cdot 100 \cdot 10^5}{314 \cdot 1,67 \cdot 15,25} = 1,775 \cdot 10^3.$$

Намагничивающая сила катушки

$$F = Iw = 0,1 \cdot 1,775 \cdot 10^3 = 355 \text{ а.}$$

6. Полное магнитное сопротивление

$$Z_\mu = \frac{F}{BS} = \frac{355}{15,25 \cdot 10^{-5} \cdot 1,665} = 139,5 \cdot 10^4 \text{ 1/гн.}$$

Средняя длина магнитопровода по формуле (5-147)

$$l = 2,0 \cdot 2 \cdot 1,775 \cdot 10^3 \cdot 9,68 \cdot 10^{-3} + 8,17 = 15 \text{ см.}$$

При этом

$$l_k = \frac{l - \varnothing}{2} = \frac{15 - 8,17}{2} = 3,42 \text{ см;}$$

высота окна штампа магнитопровода

$$l_0 = 3,42 + 2 \cdot 0,2 = 3,82 \text{ см.}$$

7. Активное и реактивное магнитные сопротивления стали

$$R_\mu = \rho_R \frac{l}{S} = 13,8 \cdot 10^4 \frac{15}{1,665} = 124,2 \cdot 10^4 \text{ 1/гн;}$$

$$x_\mu = \rho_x \frac{l}{S} = 0,4 \cdot 10^4 \frac{15}{1,665} = 6,3 \cdot 10^4 \text{ 1/гн.}$$

Тангенс угла потерь в стали и экране

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{x_{\mu} + x_{\mu\epsilon}}{R_{\mu}} = \frac{6,3 + 53,8}{124,2} = 0,483.$$

Полное магнитное сопротивление цепи

$$\begin{aligned} Z_{\mu} &= \sqrt{R_{\mu}^2 + (x_{\mu} + x_{\mu\epsilon})^2} = \\ &= 10^4 \sqrt{124,2^2 + (6,3 + 53,8)^2} = 138,5 \cdot 10^4 \text{ 1/гн.} \end{aligned}$$

Сравнивая полученную величину  $Z_{\mu}$  с ранее подсчитанной (п.6), находим, что они почти равны. Следовательно, расчет сделан правильно.

8. Активное электрическое сопротивление и индуктивность катушки без учета потерь в стали и экранах находят по уравнениям, указанным ниже, при  $R_0 = 0$

$$x_0 = \frac{\omega \omega}{\sqrt{2} R_{\mu}} = \frac{314 \cdot 1,775 \cdot 10^8}{2 \cdot 124,2 \cdot 10^4} = 559 \text{ ом};$$

с учетом потерь в стали и экране (5-44), (5-45)

$$R_{\sim} = x_0 \sin \theta \cos \theta = 559 \cdot 0,436 \cdot 0,9 = 219 \text{ ом};$$

$$x = x_0 \cos^2 \theta = 559 \cdot 0,9^2 = 453 \text{ ом};$$

$$Z = \sqrt{R_{\sim}^2 + x^2} = \sqrt{219^2 + 453^2} = 503 \text{ ом}.$$

Величина  $Z$  почти полностью совпадает с величиной, подсчитанной по формуле  $Z = \frac{U}{I}$  (см. п. 1).

Интересно отметить, что активное сопротивление катушки, обусловленное потерями в экране и стали (особенно в экране), составляет по сравнению с индуктивным почти 50%. Из этого следует, что расчет без учета этих потерь дает большую погрешность.

## 5-8. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ЭКРАНАМИ

### а) Неразветвленная магнитная цепь

Для определения влияния параметров экрана на магнитный поток в сердечнике, угол потерь  $\theta$ , коэффициент рассеяния между сердечниками  $\sigma$ , и коэффициент экранирования  $\gamma_1$  автором было проведено экспериментальное исследование на магнитной цепи с П-образным магнитопроводом (рис. 5-14,а). Опыты проводились с экранами в виде медных колец одинакового внутреннего и внеш-

Для того чтобы иметь возможность оценить влияние экранирования, все измерения проводились как при наличии экрана, так и без него. Экранирующие кольца располагались на якоре симметрично. Намагничивающая катушка 5 возбуждалась синусоидальным током постоянного значения с н. с., равной 200 а. Магнитные потоки определялись по величине и фазе на компенсационной установке с помощью измерительных катушек 2—10. Опыт проводился при трех значениях воздушного зазора: 0,1; 0,5 и 1,5 мм. Для развернутой магнитной цепи с воздушным зазором 0,1 мм на рис. 5-15 показано изменение магнитного потока вдоль длины сердечника (измерительные катушки 2—5) и длины якоря (катушки 6—8) при различной толщине экрана. Как видно, даже при отсутствии экрана ( $\Delta=0$ ) вследствие сравнительно большой длины сердечников 1 и 2 и малого расстояния между ними поток рассеяния по отношению к потоку в сечении 5 составляет около 20%. Поток в сердечниках вдоль их длины до сечения 5 уменьшается, а затем за счет поля выпучивания с трех внешних и одной внутренней граней вплоть до расположения измерительной катушки 8 незначительно возрастает.

Электрическое сопротивление экранирующего кольца

$$R_2 = \frac{1}{\int_{R_1}^{\infty} \frac{\Delta dR}{2\pi \rho R}} = \frac{2\pi \rho}{\Delta \ln \frac{R_2}{R_1}},$$

где  $R_1$  и  $R_2$  — внутренний и внешний радиусы кольца (рис. 5-14,б);  
 $\rho$  — удельное электрическое сопротивление материала кольца.

Экранирующее действие кольца особенно велико при толщине кольца  $\Delta = 7$  мм.

Линии магнитной индукции основного потока, встречая на своем пути большое магнитное сопротивление экранирующего кольца, как бы обтекают его. Это хорошо иллюстрируется эксперименталь-

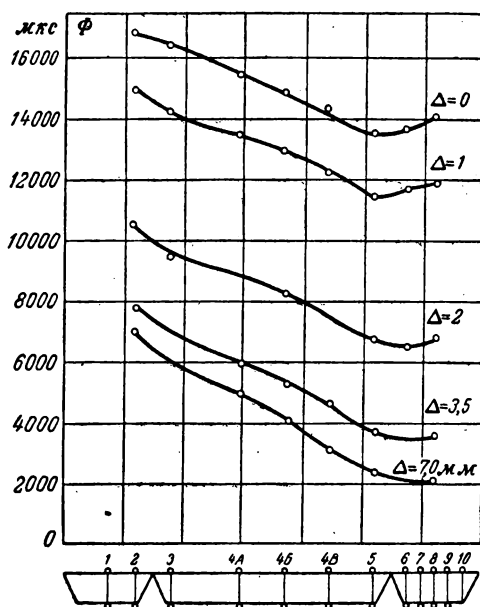


Рис. 5-15. Изменение магнитного потока вдоль длины магнитопровода при различной толщине кольца (экрана) для воздушного зазора  $\delta = 0,1$  мм.

но (рис. 5-16) посредством железных опилок, расположенных на плотной бумаге. Заметное уменьшение реального потока в сердечнике с уменьшением активного сопротивления экрана в достаточной степени отражается полученными ранее уравнениями (5-55), (5-94) и (5-95).

Измеряя потоки в сечениях 2 и 5 (рис. 5-14,а), можно определить поток рассеяния  $\Phi_s$  между сердечниками 1 и 2 и коэффициент рассеяния:

$$\Phi_s = \Phi_1 - \Phi_2$$

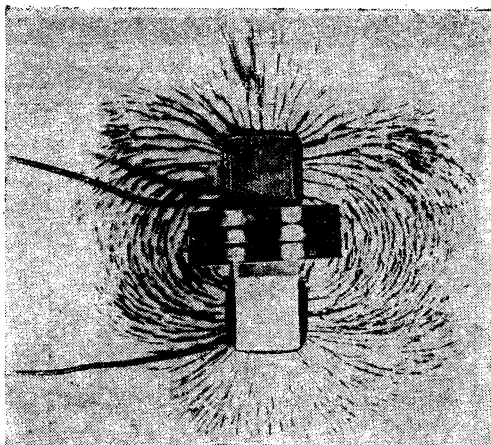


Рис. 5-16. Спектр магнитного поля цепи с электромагнитным экраном.

и

$$\sigma_s = \frac{\Phi_s}{\Phi_2} 100\%.$$

Здесь  $\Phi_2$  и  $\Phi_s$  — реальные потоки, измеренные в сечениях 2 и 5.

Экранирующее действие кольца приводит к заметному возрастанию потока рассеяния. Например, коэффициент рассеяния при толщине кольца  $\Delta = 7$  мм и воздушном зазоре 0,1 мм достигает более 65% (рис. 5-17). Однако для колец толщины  $\Delta = 1-2$  мм влияние его на  $\sigma_s$  сравнительно невелико: коэффициент  $\sigma_s$  возрастает с 20% при  $\Delta = 0$  до 24—35% при  $\Delta = 1-2$  мм.

Размагничивающее действие кольца хорошо иллюстрируется коэффициентом экранирования  $\gamma_1$  (рис. 5-17), который показывает отношение потока в каком-либо сечении сердечника при наличии экрана к потоку в этом сечении без экрана. Так увеличение толщины экрана дает возрастание постоянной времени экрана  $T_2$ , что приводит в соответствии с (5-61) к уменьшению коэффициента  $\gamma_1$ .

Опыт показывает также (рис. 5-18), что для магнитной цепи без экрана и при малом зазоре (0,1 мм) угол между током намагничивающей катушки и потоком (угол потерь в стали  $\theta$ ) изменяется в пределах 9—11°. Величина  $\theta$  определяется из уравнения

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{x_{\mu c}}{R_{\mu c} + R_{\mu \delta}},$$

где реактивное магнитное сопротивление стали мало по сравнению с активными магнитными сопротивлениями стали и воздушного за-

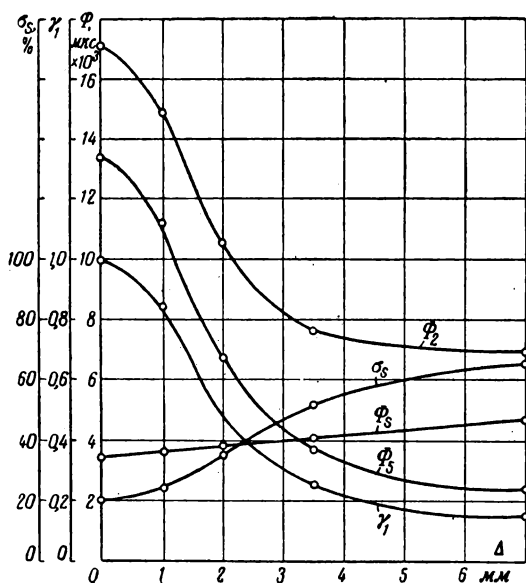


Рис. 5-17. Изменение магнитных потоков  $\Phi_2$  и  $\Phi_s$  в двух сечениях магнитопровода, потока рассеяния между сердечниками  $\Phi_{ts}$ , коэффициента рассеяния  $\sigma_s$  и коэффициента электромагнитного экранирования  $\gamma_1$  в зависимости от толщины кольца (экрана) при воздушном зазоре  $\delta = 0,1$  мм.

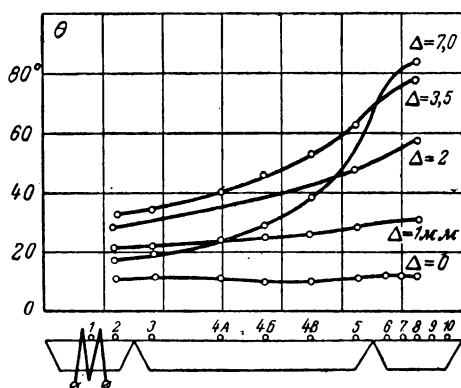


Рис. 5-18. Изменение общего угла потерь, вызванного экраном и сталью вдоль длины магнитопровода при различной толщине экрана для воздушного зазора 0,1 мм.



зора. При наличии же экрана этот угол заметно возрастает, так как к потерям в стали добавляются еще потери в экране. Если рассеяние в экране не учитывать, то

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{x_{\mu c} + x_{\mu \varepsilon}}{R_{\mu c} + R_{\mu \varepsilon}}.$$

Как следует из рис. 5-18, угол  $\theta$  особенно велик в непосредственной близости к экрану. Например, в сечении 8 (под экраном) при  $\Delta = 3,5$  мм магнитный поток отстаёт от тока намагничивающей катушки на угол около  $78^\circ$ .

Увеличение воздушного зазора снижает размагничивающее действие экрана и тем сильнее, чем больше величина этого зазора.

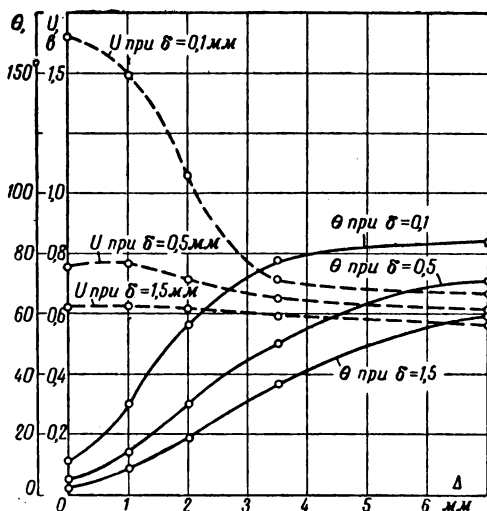


Рис. 5-19. Кривые изменения общего угла потерь, вызванного экраном и сталью, и напряжения на зажимах намагничивающей катушки в зависимости от толщины экрана при постоянной величине  $n$  с катушки.

В этом легко убедиться, если сравнить кривые изменения потока вдоль длины магнитопровода при воздушных зазорах 0,1 и 1,5 мм (рис. 5-15 и 5-20). При зазоре 0,1 мм расхождение в потоках между предельными кривыми при  $\Delta = 0$  и  $\Delta = 7$  мм значительно больше, чем при зазоре 1,5 мм. Увеличение воздушного зазора приводит также к уменьшению угла отставания потока от тока, что хорошо видно из кривых  $\theta(\Delta)$ , построенных на рис. 5-19 для измерительной катушки 8. При зазоре 1,5 мм угол  $\theta$  в пределах расположения измерительных катушек 2—5 (рис. 5-20) увеличивается

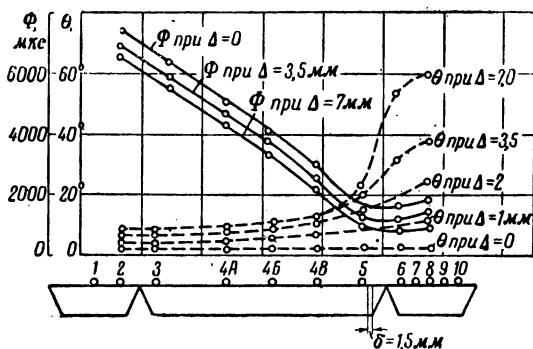


Рис. 5-20. Изменение магнитного потока и общего угла потерь в экране и стали вдоль длины магнитопровода при различной толщине экрана для воздушного зазора 1,5 мм.

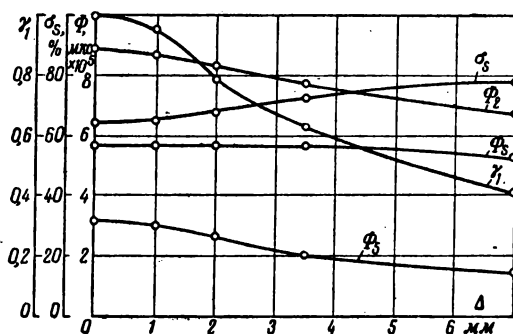


Рис. 5-21. Изменение магнитных потоков в двух сечениях магнитопровода  $\Phi_2$  и  $\Phi_5$ , потока рассеяния между сердечниками  $\Phi_s$ , коэффициента рассеяния  $\sigma$ , и коэффициента электромагнитного экранирования  $\gamma$  в зависимости от толщины экрана при воздушном зазоре  $\delta = 0,5$  мм.

незначительно, достигая, например, при  $\Delta = 7 \text{ мм}$   $23^\circ$  и сравнительно резко возрастает почти до  $70^\circ$  в непосредственной близости к экрану.

Таким образом, введение в неразветвленную магнитную цепь воздушного зазора приводит к снижению влияния электромагнитного экрана на потоки, угол потерь в экране и стали (рис. 5-15, 5-19 и 5-20), напряжение на зажимах намагничивающей катушки (рис. 5-19), коэффициент рассеяния и коэффициент экранирования (рис. 5-20).

Изменение ряда величин в зависимости от толщины экрана дано на рис. 5-21.

## б) Магнитная цепь двухполюсной индукционной системы с диском

Как известно, в подвижном элементе индукционной системы (диске, барабане или рамке) наводятся вихревые токи, которые создают свой поток, называемый потоком реакции. Величина его зависит от конструктивных параметров магнитной цепи и подвижного элемента, от расположения последнего относительно полюсов и от величины н. с. катушек.

Для исследования экранирующего действия подвижного элемента была сконструирована модель индукционной системы с алюминиевым диском диаметром 100 мм, толщиной 0,98 мм (рис. 5-22, а). В этой модели предусмотрена возможность перемещения оси диска, позволяющая изменять охват диска полюсами. Расстояние между полюсами  $S$  также может изменяться путем перемещения магнитных систем в специальных направляющих. Таким образом, полюсы по отношению к диску могут занимать самое разнообразное положение.

При исследовании к зажимам намагничивающих катушек подводилось постоянное по величине синусоидальное напряжение, причем одна из катушек присоединялась через вторичную обмотку фазорегулятора. Такое включение необходимо было для изменения величины сдвига фаз между напряжениями катушек.

Величина вращающего момента  $M_{вр}$  в большой степени зависит от расположения полюсов; максимальное значение  $M_{вр}$  имеет место только при определенном их расположении.

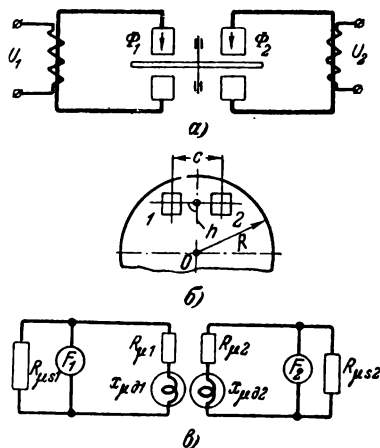


Рис. 5-22. К расчету магнитной цепи с электромагнитным экраном (диском).

а — магнитная цепь; б — расположение полюсов относительно диска; в — схема замещения двухполюсной индукционной системы.

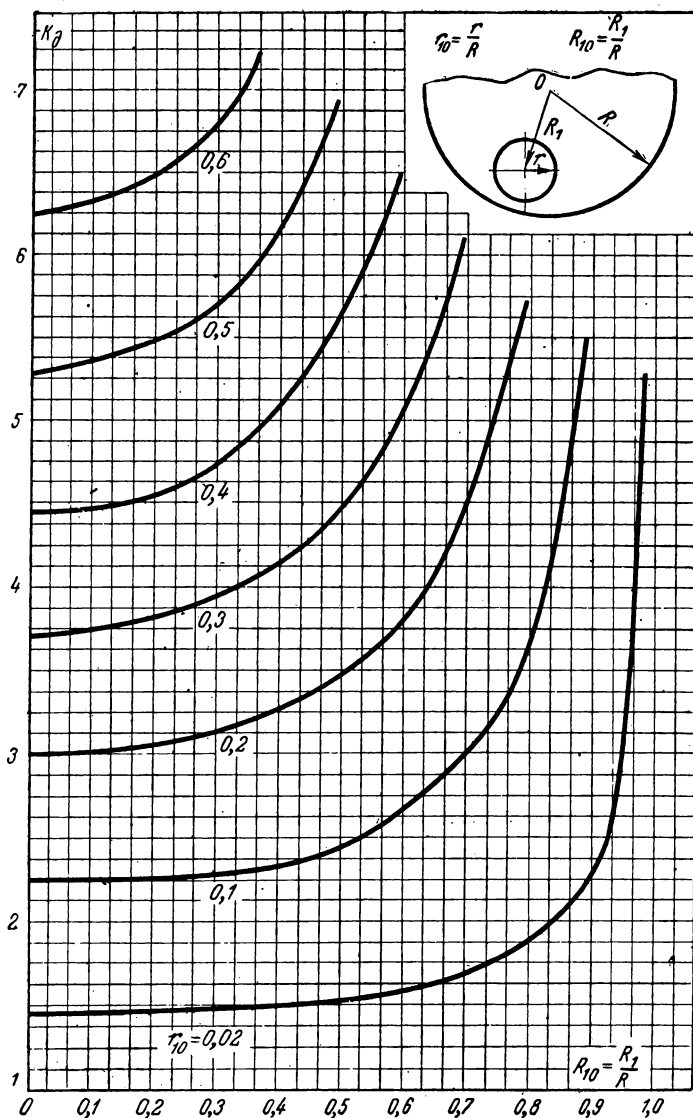


Рис. 5-23. Расчетные кривые коэффициента  $k_d$  для определения активного сопротивления диска при эксцентричном расположении полюса относительно диска.

Как известно, величина вращающего момента определяется из выражения

$$M_{вр} = \frac{\kappa \Delta f}{981 \cdot 10^9 \rho} \Phi_1 \Phi_2 \sin \psi, \text{ Г} \cdot \text{см.} \quad (5-150)$$

Здесь  $\kappa$  — геометрическая постоянная индукционной системы, зависящая только от расположения полюсов относительно диска;  $\Delta$  — толщина диска, см;  $\rho$  — удельное электрическое сопротивление диска, ом · см;  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  — амплитудные значения результирующих потоков с учетом экранирующего действия диска, мкс;  $\psi$  — угол между этими потоками, град.

При постоянной величине напряжений  $U_1$  и  $U_2$  и при постоянном сдвиге фаз между ними значения  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  и  $\psi$  зависят, как показали исследования, от экранирующего действия диска, которое в свою очередь определяется величиной активного электрического сопротивления диска  $R_d$ . Величина  $R_d$  зависит от координат расположения полюса относительно диска и может быть определена на основе работы П. Н. Горюнова для круглого полюса [Л. 46] по формуле

$$R_d = k_d \frac{\rho}{\Delta},$$

где коэффициент

$$k_d = \frac{4\pi}{1 + 2 \ln \frac{1 - R_{10}^2}{r_{10}}}; \quad (5-151)$$

$$R_{10} = \frac{R_1}{R}; \quad r_{10} = \frac{r_1}{R}; \quad r_1 = \sqrt{\frac{S_1}{\pi}}.$$

Применительно к полюсам прямоугольного сечения в этом случае имеем:

$R$  — радиус диска;

$R_1$  — расстояние от центра диска до центра круглого полюса (рис. 5-23);  $r_1$  — радиус полюса эквивалентного круглому;  $S_1$  — эквивалентная площадь сечения полюса.

Для определения коэффициента  $k_d$  при различных значениях  $r_{10}$  и  $R_{10}$  с помощью равенства (5-151) автором построена на рис. 5-23 серия кривых.

Если пренебречь магнитным потоком рассеяния диска, что в ряде случаев вполне допустимо, когда магнитная проводимость воздушных путей относительно мала, то магнитное сопротивление диска будет определяться лишь одной реактивной составляющей

$$x_{\mu d} = \frac{\omega}{\sqrt{2} R_d}. \quad (5-152)$$

На рис. 5-24 построена по опытным данным полная векторная диаграмма двухполюсной магнитной цепи с диском, полученным автором на координатном компенсаторе переменного тока. Опыт

и различных охватах диска полюсами  $h_0 = \frac{h}{R}$  (рис. 5-22,б). Величина  $h_0 = \infty$  соответствует случаю, когда диск удален из сферы действия потока.

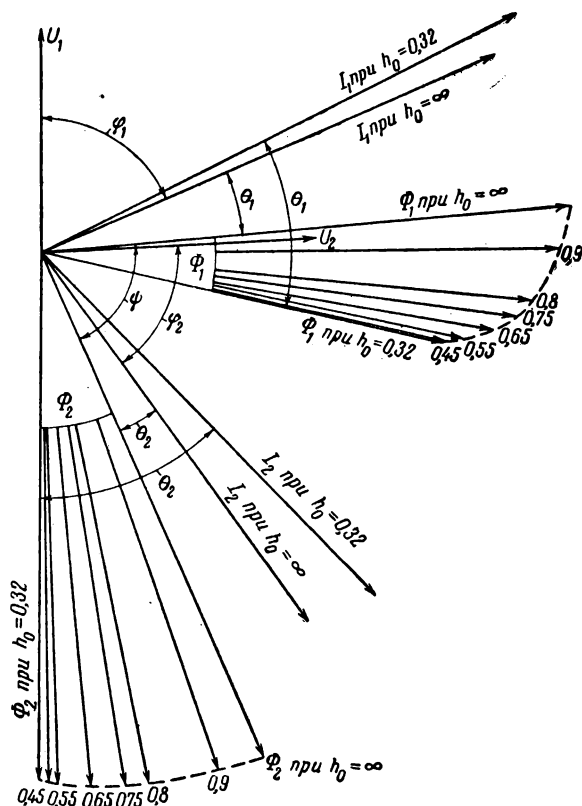


Рис. 5-24. Векторная диаграмма модели двухполюсной индукционной системы при различных полюсных охватах диска для  $c_0=0,4$  и  $U_1=U_2=90$  в.

Масштаб: 1 мм=1 в; 1 мм=2 ма; 1 мм=40 мкс.

Как видно из векторной диаграммы, токи  $I_1$  и  $I_2$ , их фазы относительно собственных напряжений  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , магнитные потоки  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  и угол сдвига между ними  $\psi$  зависят от экранирующего действия диска. Наибольшего изменения указанные величины достигают при максимальном охвате диска полюсами (при малом  $h_0$ ).

Тангенс угла потерь для магнитной системы  $I$  с учетом магнитного сопротивления стали, диска и воздушного зазора в общем случае равен:

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{x_{\mu d} + x_{\mu c}}{R_{\mu c} + R_{\mu \delta}}$$

При отсутствии же диска ( $h_0 = \infty$ )  $\theta_1$  будет определяться только потерями в стали и имеет минимальное значение. Когда же полюс

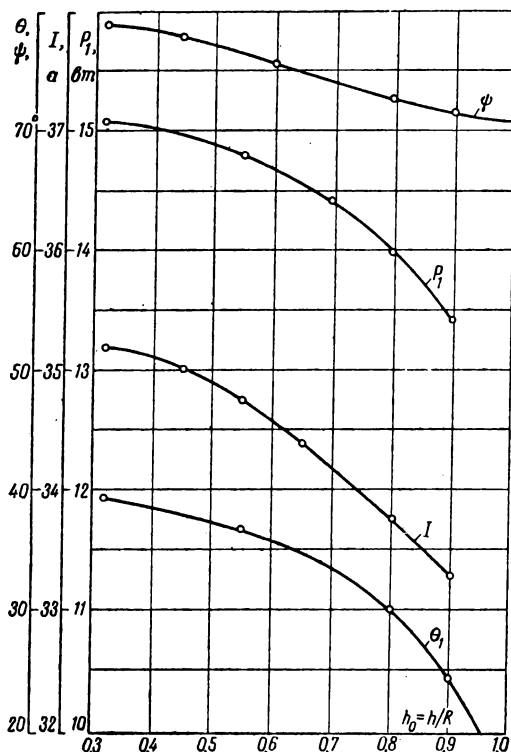


Рис. 5-25. Изменение потребляемой мощности, тока в катушке  $I$ , угла между потоком и током и угла между рабочими потоками в зависимости от охвата полюсами диска при  $U=90$  в и  $c_0=0,4$ .

магнитной системы  $I$  располагается по возможности ближе к центру диска, активное сопротивление  $R_d$  становится наименьшим [см. (5-150) и рис. 5-23], а реактивное магнитное сопротивление  $x_{\mu d}$  (5-152) и угол отставания потока  $\Phi_1$  от тока  $I_1$  — максималь-

ными (рис. 5-25). Опыт показывает, что при  $h_0 = 0,32$  угол  $\theta_1 = 40^\circ$ , а при отсутствии диска  $\theta_1 = 18,5^\circ$ .

При увеличении  $h_0$  сопротивление  $R_d$  возрастает и, следовательно,  $\theta$  уменьшается (рис. 5-25). Величина результирующих потоков (рис. 5-26) с увеличением охвата диска полюсами при  $U_1$  и

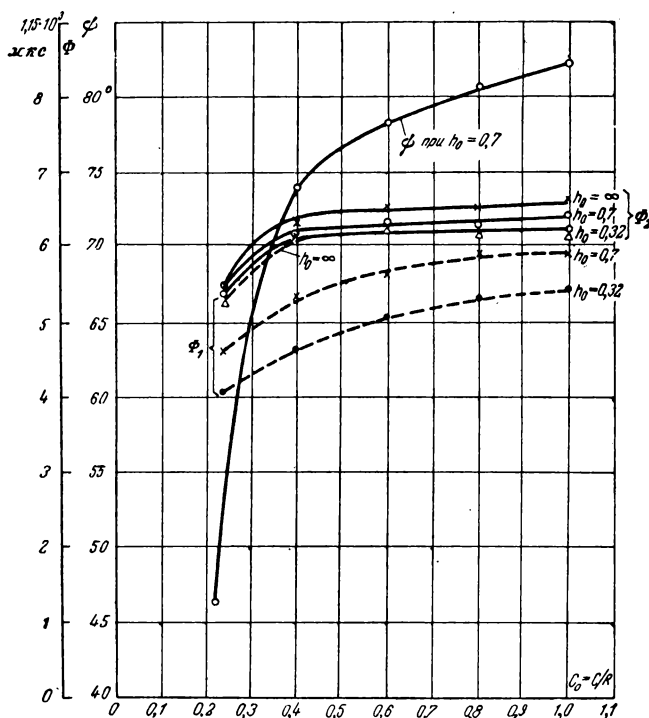


Рис. 5-26. Кривые изменения рабочих потоков и угла между ними в зависимости от расстояния между полюсами при различных полюсных охватах диска и при

$$U_1 = U_2 = 90 \text{ в.}$$

$U_2 = \text{const}$  заметно уменьшается только вблизи центра диска, где вихревые токи и поток реакции диска являются наибольшими.

Уменьшение расстояния между полюсами  $c_0$  также приводит к увеличению реакции диска, так как сопротивление  $R_d$  в этом случае уменьшается. Так, для магнитной системы 1 при постоянном охвате диска полюсами  $h_0 = 0,32$ , при изменении расстояния от  $c_0 = 1$  до  $c_0 = 0,23$  поток  $\Phi_1$  уменьшился в 1,36 раза. Примерно во столько же раз уменьшается поток  $\Phi_1$  при изменении охвата от  $h_0 = \infty$  до  $h_0 = 0,32$ . Для магнитной системы 2 это влияние сказывается несколько меньше.



Особенно сильно изменяется угол сдвига  $\psi$  между рабочими потоками при изменении расстояния между полюсами (рис. 5-26). Например,  $\psi = 82^\circ$  при  $C_0 = 1$  и уменьшается до  $46^\circ$  при  $C_0 = 0,23$ . Такое значительное уменьшение объясняется, кроме реакции диска, еще и тем, что при малом расстоянии между полюсами имеет место индуктивная связь между магнитными системами 1 и 2.

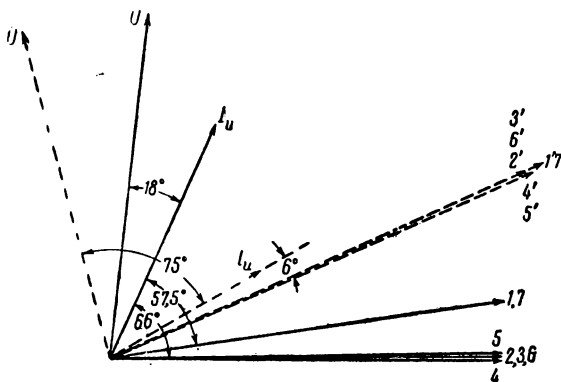
**в) Магнитная цепь быстродействующего  
индукционно-динамического реле**

Diagram illustrating the geometry of a rectangular frame with a central hole and a rectangular insert. The frame has an outer width of 20 and an inner width of  $l_1$ . The central hole has a width of  $a$  and a height of  $l_3$ . The insert has a width of  $b$ . The frame is labeled "Рамка". Dimensions  $l_2$  and  $l_3$  are also indicated. Arrows indicate forces or moments at various points.

$$l_1=22; \quad l_2=32; \quad l_3=22; \quad a=b=13.$$

Реакция рамки для системы тока, сказывается незначительно. Как показывают расчет и опыт, угол потерь в стали и экране здесь

Исследование магнитной системы напряжения было проведено с рамкой и без рамки; измерялись по величине и фазе ток, напря-



Масштаб: 1 мм=1 в; 1 мм=100 мкс, 1 мм=0,5 ма.

$$R_{\mu} = R_{\mu c} \quad \text{и} \quad x_{\mu} = x_{\mu c} + x_{\mu g} \quad (5-153)$$
$$\operatorname{tg} \theta = \frac{x_{\mu c} + x_{\mu \varepsilon}}{R_{\mu c}}. \quad (5-154)$$

Пренебрегая рассеянием рамки, ее реактивное магнитное сопротивление определится равенством

$$x_{\mu 2} = \frac{\omega}{\sqrt{2} R_2} = \frac{k_2}{R_2}, \quad (5-155)$$

где  $R_2$  — активное сопротивление рамки;  $k_2 = \frac{\omega}{\sqrt{2}}$ .

Если для простоты исследования также не учитывать потери в стали, активное сопротивление постоянному току и рассеяние намагничивающей катушки, то электрические сопротивления катушки напряжения можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} R_1 = R_{\sim} &= k_1 \frac{x_{\mu 3}}{R_{\mu c}^2 + x_{\mu 3}^2} = \\ &= \frac{k_1 k_2 R_2}{R_{\mu c}^2 R_2^2 + k_2^2} = \frac{k_1 k_2}{R_{\mu c} R_2 + \frac{k_2}{R_2}}; \end{aligned} \quad (5-156)$$

$$x_1 = \frac{k_1 R_{\mu c}}{R_{\mu c}^2 + x_{\mu 3}^2} = \frac{k_1 R_{\mu c} R_2^2}{R_{\mu c}^2 R_2^2 + k_2^2} = \frac{k_1 R_{\mu c}}{R_{\mu c}^2 + \frac{k_2^2}{R_2^2}}, \quad (5-157)$$

где

$$k_1 = \frac{\omega_1^2 \omega}{\sqrt{2}}.$$

Интересно отметить, что при уменьшении сопротивления рамки  $R_2$  (5-156) активное электрическое сопротивление катушки сначала растет, а затем, достигнув максимума, падает до нуля. Соотношение параметров экрана для получения максимума активного сопротивления катушки можно найти, взяв производную от выражения (5-156) — по  $R_2$  и приравняв ее нулю:

$$\frac{\partial R_1}{\partial R_2} = R_2^2 R_{\mu c} - k_2^2 = 0,$$

откуда

$$R_2 = \frac{\omega}{\sqrt{2} R_{\mu c}} = \omega L_2 = x_2. \quad (5-158)$$

Полученный результат для системы напряжения с замкнутой магнитной цепью полностью совпадает с ранее полученным выводом для системы тока с воздушным зазором в магнитной цепи (рис. 5-2,б).

Тангенс угла сдвига между током и напряжением, приложенным к катушке, найдем из уравнения

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{x_1}{R_{10} + R_{\sim}}.$$

Если принять, что активное сопротивление катушки при постоянном токе  $R_{10} = 0$ , то

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{R_2 R_{\mu c}}{k_2} = \frac{R_2}{x_2}, \quad (5-159)$$

а при условии максимума  $R_{\sim}$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = 1; \quad \varphi_1 = 45^\circ.$$

Напряжение на зажимах катушки в общем случае

$$\bar{U}_1 = \bar{E}_1 + \bar{I}_1 \bar{R}_{10} = \frac{\omega_1 \omega}{\sqrt{2}} \bar{\Phi} + \bar{I}_1 \bar{R}_{10}. \quad (5-160)$$

С помощью приведенных уравнений нетрудно объяснить результаты опыта (рис. 5-28). При отсутствии экрана значение  $\operatorname{tg} \theta$  определяется только активным и реактивным магнитными сопротивлениями стали магнитопровода  $R_{\mu c}$  и  $x_{\mu c}$ . При наличии же рамки к реактивному магнитному сопротивлению стали добавляется еще реактивное магнитное сопротивление рамки (5-154), которое обуславливает увеличение угла  $\theta$  от 6 до 66 град (измерительная катушка 4). Благодаря сильной реакции рамки ( $R_2$  мало) фаза тока в катушке уменьшилась от 75 до 18 град, так как  $\operatorname{tg} \varphi_1$  в соответствии с выражением (5-159) падает пропорционально величине  $R_2$ . Охват магнитопровода рамкой увеличивает величину тока в катушке на 54%. Это может быть объяснено тем, что как активное электрическое сопротивление  $R_1 = R_{10} + R_{\sim}$  (при условии  $R_2 < X_2$ ), так и индуктивное  $x_1$  уменьшились (5-156) и (5-157).

Магнитный поток в сердечнике для катушки напряжения, когда пренебрегают падением напряжения на активном сопротивлении постоянному току, должен оставаться постоянным, так как

$$U \approx E = \frac{\omega_1 \omega}{\sqrt{2}} \Phi.$$

Если же учесть увеличение тока в катушке, а следовательно, и увеличение падения напряжения на активном сопротивлении  $I_1 R_{10}$ , то величина потока должна уменьшиться (5-160). Опыт показал уменьшение потока на 23,5%. Исследования также показали, что поток рассеяния с рамкой и без нее для замкнутого магнитопровода невелик и составляет около 1,5% максимального потока.

## *Глава шестая*

# **РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ПРОВОДИМОСТЕЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЯ ВБЛИЗИ ВОЗДУШНОГО ЗАЗОРА**

### **6-1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ**

Точный расчет магнитной цепи с воздушным зазором во многом зависит от точности расчета проводимости между боковыми поверхностями полюсов или проводимости воздушного зазора с учетом поля выпучивания. Эта проводимость при определенных значениях воздушного зазора составляет значительную часть от основной проводимости между торцами полюсов.

В большинстве практических случаев точный расчет поля выпучивания произвести не представляется возможным ввиду его трехмерности (неплоскопараллельности).

В инженерной практике в настоящее время широко используются расчетные формулы и графики [Л. 12—18, 20—22, 33], определяющие боковую проводимость с каким-то приближением. При выводе расчетных формул магнитной проводимости воздушного зазора с учетом поля с боковых граней картина магнитного поля многими авторами (Форб, Финнис, Ротерс и др.) принималась весьма упрощенной с заранее заданной формой линий магнитной индукции. При этом влияние ширины полюса на удельную боковую проводимость не учитывалось, а точность, которую дают эти формулы, была неизвестна, так как опубликованные работы, посвященные экспериментальной их проверке, отсутствуют. Лишь в работе А. Г. Сливинской [Л. 56] проведено экспериментальное исследование для ряда расположений полюсов.

В связи с возросшими требованиями к электрическим аппаратам и необходимостью повышения точности их расчета возникла надобность более полного исследования данного вопроса.

Проведенное автором экспериментальное исследование поля с боковой поверхности полюсов при различных зазорах позволило определить погрешности ряда существующих формул, установить пределы их использо-

вания и получить новые данные для более точного расчета удельных проводимостей между боковыми поверхностями сердечников. В литературе эти вопросы, насколько известно автору, не освещались, а важность их в инженерной практике очевидна.

## 6-2. РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ПРОВОДИМОСТЕЙ ВОЗДУШНОГО ЗАЗОРА МЕЖДУ ПОЛЮСОМ И ПЛОСКОСТЬЮ С УЧЕТОМ ПОЛЯ ВЫПУЧИВАНИЯ

### а) Общие положения

Наличие воздушного зазора между двумя полюсами или полюсом и плоскостью делает поле вдоль осей  $x$  и  $y$  неравномерным (рис. 6-1). В зазоре под серединой

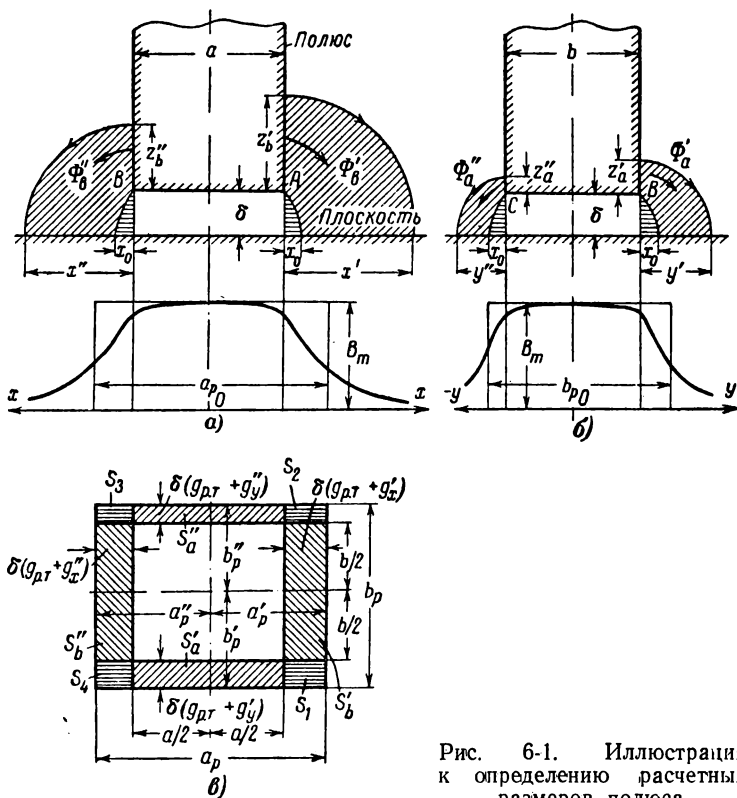


Рис. 6-1. Иллюстрация к определению расчетных размеров полюса.

полюса индукция максимальна, а по направлению к краям она убывает. Заметное ослабление поля происходит за пределами полюса. Распределение потока под полюсом и вне его пределов зависит от отношения ширины полюса к величине воздушного зазора. Таким об-

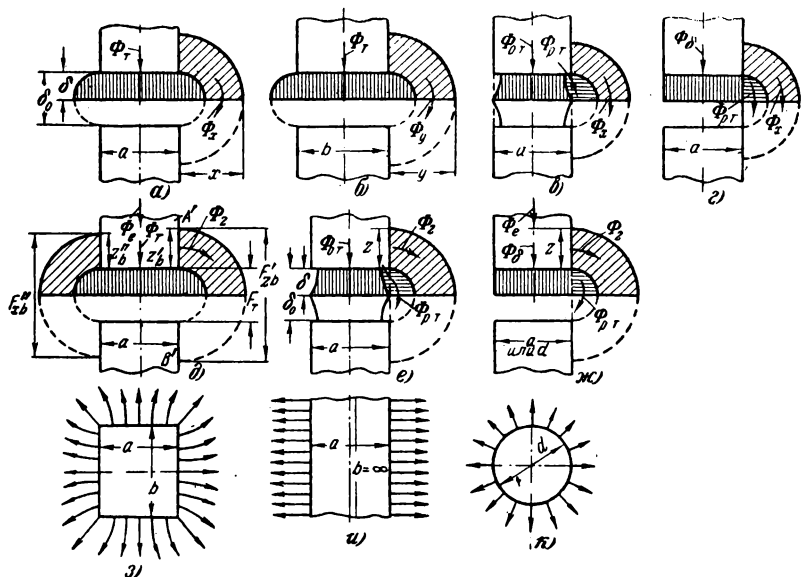


Рис. 6-2. Схематическое изображение картин поля вблизи воздушного зазора.

разом, магнитное поле, занимая весь объем, имеет весьма сложную форму.

На рис. 6-2,з показана достаточно близкая к действительности картина поля под полюсом. Из нее не трудно убедиться, что магнитное поле не является плоскопараллельным. Оно будет таковым только при бесконечно большой длине полюса ( $b = \infty$ , рис. 6-2,и).

В реальных цепях электрических аппаратов и приборов длина полюса всегда соизмерима с шириной и поэтому при использовании расчетных формул проводимостей, которые получены при условии плоскопараллельного поля, обычно допускают ошибку.

Расчет проводимости воздушного зазора можно произвести:

- 1) когда известны координаты поля  $x$  и  $y$ ;
- 2) когда известны координаты поля в направлении оси  $z$ ;
- 3) когда известны координаты поля  $x$  или  $y$  и одна из координат  $z$ .

В первом случае распределение потока показано на рис. 6-2,а и б (заштрихованные области), где обозначено  $\Phi_T$  — поток с торца;  $\Phi_x$  и  $\Phi_y$  — потоки с боковых граней.

Для удобства расчета представим:

$$\Phi_T = \Phi_{o.T} + \Phi_{p.T}. \quad (6-1)$$

Здесь  $\Phi_{o.T}$  — основной поток с части торцевой поверхности, проходящий через середину воздушного зазора в пределах следа полюса;

$\Phi_{p.T}$  — оставшаяся часть потока с торцевой поверхности полюса, условно отнесенная к «ребру» торца (рис. 6-2,в и г).

Такое представление реального поля дает возможность экспериментально найти значение потока с «ребра» торцевой поверхности  $\Phi_{p.T}$ . Действительно, располагая по одному витку в середине воздушного зазора (размеры витка взяты равными размерам полюса) и на самом конце полюса, измеряем потоки  $\Phi_{o.T}$  и  $\Phi_T$ . Величину  $\Phi_T$  можно более точно определить из кривой рас-

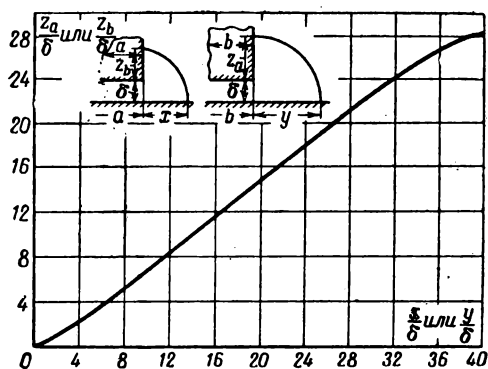


Рис. 6-3. Соотношение между координатами поля выпучивания.



пределения потока вдоль высоты полюса, построенной по данным ряда измерительных витков.

Для второго случая расчета потоки показаны в виде заштрихованных участков на рис. 6-2, *д, е, ж*.

Координаты поля выпучивания  $Z'_a, Z''_a, Z'_b$  и  $Z''_b$  (рис. 6-1, *а, б*) определяют потоки, выходящие из боковых граней. Эти потоки связаны с координатами  $x', x'', y'$  и  $y''$  зависимостью, показанной на рис. 6-3.

Рассмотрим метод определения проводимости воздушного зазора с учетом поля выпучивания, когда сложное поле заменяется однородным (не имеющим поля выпучивания); при этом действительные размеры полюса заменяются расчетными.

### б) Определение расчетных размеров для прямоугольного полюса

Найдем в случае плоскопараллельного поля суммарный поток правой половины верхнего полюса (рис. 6-2, *д*):

$$\frac{1}{2} \Phi_e = \frac{1}{2} \Phi_T + \Phi_Z = G'_T \left( \frac{F_T}{2} \right) + G'_{zb} \left( \frac{F'_{zb}}{2} \right). \quad (6-2)$$

Здесь  $F_T$  и  $F'_{zb}$  — разности магнитных потенциалов, приложенные соответственно между торцами полюсов и точками  $A'$  и  $B'$ ;

$G'_T$  — полная проводимость воздушного зазора для торцевой поверхности правой половины полюса.

Эта проводимость

$$G'_T = \frac{1}{2} G_{o.T} + G_{p.T}, \quad (6-3)$$

где

$$G_{p.T} = \mu_0 b g_{p.T} \text{ и } G_{o.T} \approx \mu_0 \frac{ab}{\delta}; \quad (6-4)$$

$G_{o.T}$  — основная проводимость воздушного зазора, соответствующая потоку  $\Phi_{o.T}$ ;

$G_{p.T}$  и  $g_{p.T}$  — полная и удельная проводимости для одного „ребра“ торцевой поверхности грани  $b$ .

Магнитная проводимость с правой боковой грани

$$G'_{zb} = \mu_0 b g'_{zb}. \quad (6-5)$$

Здесь  $g'_{zb}$  — удельная боковая проводимость, определяемая по координате  $z'_b$  для правой грани  $b$ .

Чтобы сложное поле с максимальной индукцией  $B_m$  при зазоре  $\delta$  заменить однородным, увеличим размер полюса  $a$ .

Обозначая расчетный размер правой половины полюса через  $a'_p$  (рис. 6-1), будем иметь:

$$\frac{1}{2} \Phi_e = \frac{1}{2} F_T \frac{ba'_p}{\delta} \mu_0. \quad (6-6)$$

Приравняв (6-2) и (6-6), находим:

$$a'_p = \frac{1}{2} a + \delta (g_{p.T} + \tau'_{zb} g'_{zb}), \quad (6-7)$$

где  $\tau'_{zb}$  — коэффициент, учитывающий магнитное сопротивление полюса на высоте координаты поля выпучивания  $z'_b$ ;

$$\tau'_{zb} = \frac{F'_{zb}}{F_T}. \quad (6-8)$$

Аналогично для левой половины полюса

$$a''_p = \frac{1}{2} a + \delta (g_{p.T} + \tau''_{zb} g''_{zb}); \quad \tau''_{zb} = \frac{F''_{zb}}{F_T}. \quad (6-9)$$

Здесь  $F''_{zb}$  и  $g''_{zb}$  — разность потенциалов и удельная магнитная проводимость по координате  $z''_b$  для левой грани  $b$  (рис. 6-2, д).

Полный расчетный размер по грани  $a$

$$a_p = a'_p + a''_p = a + \delta (2g_{p.T} + \tau'_{zb} g'_{zb} + \tau''_{zb} g''_{zb}). \quad (6-10)$$

Аналогично определяется расчетный размер по грани  $b$ :

$$\begin{aligned} b'_p &= \frac{1}{2} b + \delta (g_{p.T} + \tau'_{za} g'_{za}); \\ b''_p &= \frac{1}{2} b + \delta (g_{p.T} + \tau''_{za} g''_{za}). \end{aligned} \quad (6-11)$$

Полный расчетный размер по грани  $b$

$$b_p = b'_p + b''_p = b + \delta (2g_{p.T} + \tau'_{za} g'_{za} + \tau''_{za} g''_{za}). \quad (6-12)$$

Для большинства магнитных систем расчет можно несколько упростить, введя среднюю координату поля выпучивания

$$z = \frac{1}{4}(z'_a + z''_a + z'_b + z''_b). \quad (6-13)$$

Тогда разность магнитных потенциалов и коэффициенты насыщения

$$F_z = F'_{za} = F''_{za} = F'_{zb} = F''_{zb}$$

и

$$\tau_z = \tau'_{za} = \tau''_{za} = \tau'_{zb} = \tau''_{zb}.$$

Расчетные размеры полюса в этом случае можно определить по уравнениям:

$$a_p = a + \delta [2g_{p.т} + \tau_z (g'_{zb} + g''_{zb})]; \quad (6-14)$$

$$b_p = b + \delta [2g_{p.т} + \tau_z (g'_{za} + g''_{za})]. \quad (6-15)$$

Расчетную проводимость воздушного зазора с учетом поля выпучивания на высоте координаты  $z$  находим по формуле

$$G_e = \mu_0 \frac{a_p b_p}{\delta}. \quad (6-16)$$

В большинстве случаев можно положить:

$$F_z \approx F_{\tau} \text{ и } \tau_z \approx 1.$$

Если учитывать из выпучивания только поле с „ребер“ торца, то расчетные размеры полюса

$$a_p = a + 2\delta g_{p.т}; \quad b_p = b + 2\delta g_{p.т}. \quad (6-17)$$

Аналогично можно определить расчетные размеры полюса по координатам  $x$  и  $y$  (рис. 6-1 и 6-2):

$$a'_p = a/2 + \delta (g_{p.т} + g'_x); \quad a''_p = a/2 + \delta (g_{p.т} + g''_x); \quad (6-18)$$

$$b'_p = b/2 + \delta (g_{p.т} + g'_y); \quad b''_p = b/2 + \delta (g_{p.т} + g''_y); \quad (6-19)$$

$$a_p = a + \delta [2g_{p.т} + (g'_x + g''_x)]; \quad (6-20)$$

$$b_p = b + \delta [2g_{p.т} + (g'_y + g''_y)]. \quad (6-21)$$

Если заданы, например  $x'$  и  $z''_b$  (рис. 6-1, а), то

$$a_p = a + \delta (2g_{p.\tau} + g''_{zb} + g'_x). \quad (6-22)$$

Пользуясь рис. 6-1 и выражениями (6-16), (6-19) и (6-20), выразим для малонасыщенного полюса ( $\tau_z = 1$ ) расчетную проводимость через ее составляющие:

$$G'_e = G_\delta + G'_a + G''_a + G'_b + G''_b + G'_{p.\delta}. \quad (6-23)$$

Здесь  $G'_a$ ,  $G''_a$ ,  $G'_b$  и  $G''_b$  — проводимости для каждой боковой грани и „ребра“ торца.

$$G'_a = \mu_0 \frac{S'_a}{\delta} = \mu_0 a (g_{p.\tau} + g'_y); \quad G''_a = \mu_0 \frac{S''_a}{\delta} = a (g_{p.\tau} + g''_y); \quad (6-24)$$

$$G'_b = \mu_0 \frac{S'_b}{\delta} = \mu_0 b (g_{p.\tau} + g'_x); \quad G''_b = \mu_0 \frac{S''_b}{\delta} = \mu_0 b (g_{p.\tau} + g''_x),$$

где  $S'_a$ ,  $S''_a$ ,  $S'_b$  и  $S''_b$  — площади приращений полюса за счет поля выпучивания с соответствующих граней (рис. 6-1, в). Суммарную проводимость боковых „ребер“ и „углов“ торца (рис. 6-1, а) определим из выражения

$$\begin{aligned} G'_{p.\delta} &= \mu_0 \frac{S_1}{\delta} + \mu_0 \frac{S_2}{\delta} + \mu_0 \frac{S_3}{\delta} + \mu_0 \frac{S_4}{\delta} = \mu_0 \delta (g_{p.\tau} + g'_y) \times \\ &\times (g_{p.\tau} + g'_x) + \mu_0 \delta (g_{p.\tau} + g'_x) (g_{p.\tau} + g''_y) + \\ &+ \mu_0 \delta (g_{p.\tau} + g''_y) (g_{p.\tau} + g''_x) + \mu_0 \delta (g_{p.\tau} + g''_x) (g_{p.\tau} + g'_y) = \\ &= \mu_0 \delta (2g_{p.\tau} + g'_x + g''_x) (2g_{p.\tau} + g'_y + g''_y). \end{aligned} \quad (6-25)$$

Если координаты поля выпучивания  $x' = x''$ ,  $y' = y''$ , то

$$G'_{p.\delta} = \mu_0 4\delta (g_x + g_{p.\tau}) (g_y + g_{p.\tau}).$$

Для одного бокового „ребра“ и одного „угла“ торцевой поверхности полюса

$$G_{p.\delta} = \frac{G'_{p.\delta}}{4} = \mu_0 \delta (g_{p.\tau} + g_x) (g_{p.\tau} + g_y). \quad (6-26)$$

Только для одного „угла“ торцевой поверхности полюса

$$G_{y.\tau} = \mu_0 \delta g_{p.\tau}^2. \quad (6-27)$$

Полученные уравнения позволяют определить проводимости воздушного зазора с учетом поля выпучивания с боковых граней и «ребер» и с торцевых «ребер», а также учесть в случае необходимости падение магнитного напряжения в полюсах.

В отличие от метода Ротерса [Л, 22] изложенный выше метод проще, так как не требует дополнительного расчета проводимостей

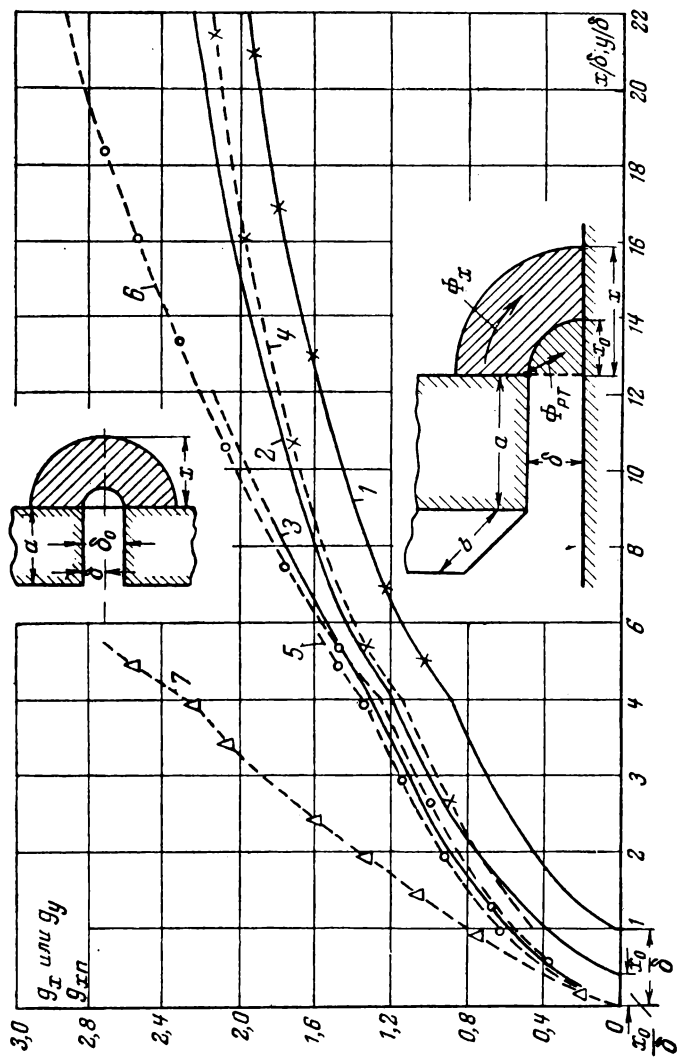


Рис. 6-4. Изменение удельной магнитной проводимости поля с боковой грани ( $g_x$ ) и с периметра полюса ( $g_{xn}$ ) в зависимости от отношения  $x/\delta$ . Кривые  $g_x$  ( $x/\delta$ ): 1 — Ротерса; 2 — Фрая; 3 — Бергтольда; 4 — опытная при  $a/\delta = 14,4$ ; 5 — опытная при  $a/\delta = 2,66$ . Кривые  $g_{xn}$  ( $x/\delta$ ): 6 — опытная при  $a/\delta = 14,4$ ; 7 — опытная при  $a/\delta = 2,66$ .

сферического квадранта и квадранта сферической оболочки. Расчет проводимости воздушного зазора по (6-16) становится исключительно простым, если удельные проводимости с боковых граней определять не по формулам, как это обычно делается, а по кривым рис. 6-4 и 6-5, построенным автором по литературным данным [Л. 22, 55, 56, 108, 109]. При этом следует иметь в виду, что удельные проводимости для боковой грани и для «ребра» торцевой поверхности прямоугольных и круглых полюсов не зависят от ширины

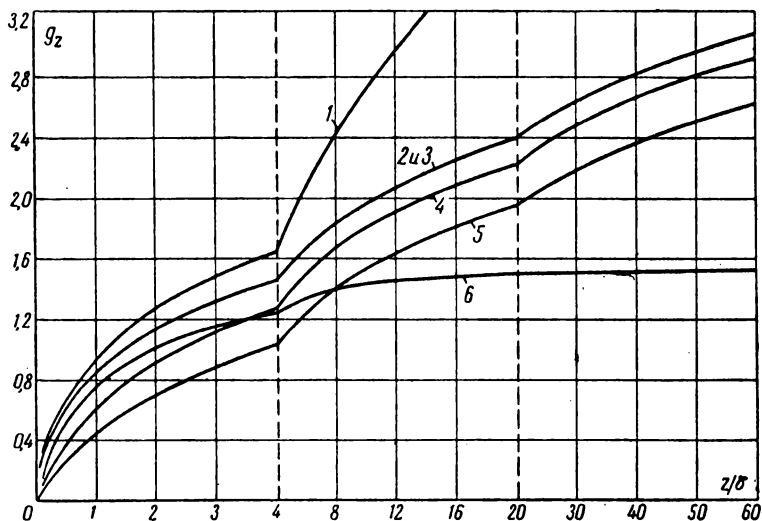


Рис. 6-5. Изменение удельной магнитной проводимости круглых и прямоугольных полюсов в зависимости от отношения  $z/\delta$ .

1 — Эвершед (круглые полюсы); 2 — Финнис (прямоугольные полюсы); 3 — Крэмп и Кольдервуд (прямоугольные полюсы); 4 — Фарб (прямоугольные полюсы); 5 — Ротерс (прямоугольные полюсы); 6 — Сливинская (круглые полюсы).

или диаметра полюса. При расчете значения удельных проводимостей для «ребра» торцевой поверхности полюса в случае «полюс — плоскость» следует брать: по Ротерсу  $g_{p,r}=0,52$ , по Крэмп и Кольдервуду, и Финнису  $g_{p,r}=0,1$  и по Фраю  $g_{p,r}=0,42$  (величину, полученную автором, см. ниже). При этом значения  $g_{p,r}$  и  $g_x$  следует выбирать по данным одного и того же автора, поскольку каждый из них ведет учет полей с торцевой и боковой поверхностей различно. При использовании кривой Берггольда (рис. 6-4) значения  $g_{p,r}=0$ , так как кривые уже учитывают поле с «ребер» торца.

#### Пример 6-1.

Рассчитать магнитную проводимость воздушного зазора с учетом и без учета поля выпучивания.

Задано: расположение полюсов «полюс — плоскость» (рис. 6-4), величина воздушного зазора  $\delta=0,25$  см, размеры полюса  $a=2$  см и  $b=2,5$  см, координата поля выпучивания  $z=1,5$  см.

Решение.

1. Находим проводимость воздушного зазора без учета поля выпучивания

$$G_{0, \tau} = \mu_0 \frac{ab}{\delta} = 1,256 \cdot 10^{-8} \frac{2 \cdot 2,5}{0,25} = 25,6 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

2. Из выражений (6-17) и (6-16) определяем расчетные размеры полюса и проводимость воздушного зазора с учетом поля выпучивания в пределах торцевой поверхности, взяв значение удельной проводимости «ребра» торца по Ротерсу:

$$a_p = a + 2\delta g_{p, \tau} = 2 + 2 \cdot 0,25 \cdot 0,52 = 2,26 \text{ см;}$$

$$b_p = b + 2\delta g_{p, \tau} = 2,5 + 2 \cdot 0,25 \cdot 0,52 = 2,76 \text{ см;}$$

$$G_{\tau} = \mu_0 \frac{a_p b_p}{\delta} = 1,256 \cdot 10^{-8} \frac{2,26 \cdot 2,76}{0,25} = 31,3 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

Таким образом, проводимость воздушного зазора за счет учета поля выпучивания с торцевой поверхности увеличилась в 1,23 раза.

3. Определим расчетные размеры полюса и магнитную проводимость воздушного зазора с учетом полного поля выпучивания для ненасыщенного полюса. Пользуясь кривой Ротерса (рис. 6-5), находим по  $\frac{z}{\delta} = \frac{1,5}{0,25} = 6$  значение удельной проводимости для боковой грани  $g_z \approx 1,3$ . Тогда расчетные размеры полюса и проводимость зазора

$$a_p = a + 2\delta (g_{p, \tau} + g_z) = 2 + 2 \cdot 0,25 (0,52 + 1,3) = 2,91 \text{ см;}$$

$$b_p = b + 2\delta (g_{p, \tau} + g_z) = 2,5 + 2 \cdot 0,25 (0,52 + 1,3) = 3,41 \text{ см;}$$

$$G'_e = \mu_0 \frac{a_p b_p}{\delta} = 1,256 \cdot 10^{-8} \frac{2,91 \cdot 3,41}{0,25} = 50 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

Проводимость воздушного зазора возросла за счет учета поля выпучивания в 1,95 раза.

### в) Определение расчетного диаметра и проводимости воздушного зазора для круглых полюсов

Полный поток верхней части полюса, показанный на рис. 6-2,  $\Phi_z$ , состоит из потоков с торцевой и боковой поверхностей:

$$\Phi_e = \Phi_{\tau} + \Phi_z = G_{\tau} \left( \frac{F_{\tau}}{2} \right) + G_z \left( \frac{F_z}{2} \right).$$

Здесь

$$G_{\tau} = G_{\delta} + G_{p.\tau}; \quad G_{\delta} = \frac{\pi d^2}{4\delta}; \quad G_{p.\tau} = \pi d g_{p.\tau}; \quad G_z = \pi d g_z.$$

Поток  $\Phi_e$  можно также выразить через расчетный диаметр полюса  $d_p$ :

$$\Phi_e = G_e \left( \frac{F_{\tau}}{2} \right) = \frac{\pi d_p^2}{4\delta} \left( \frac{F_{\tau}}{2} \right).$$

Решая совместно приведенные уравнения, находим расчетный диаметр и полную проводимость воздушного зазора для круглых полюсов:

$$d_p = d \sqrt{1 + \frac{4\delta}{d} (g_{p.\tau} + \tau_z g_z)}; \quad (6-28)$$

$$G_e = G_{\delta} \left[ 1 + \frac{4\delta}{d} (g_{p.\tau} + \tau_z g_z) \right], \quad (6-29)$$

где  $\tau_z \approx 1$ .

Если не учитывать поток с боковой поверхности, то

$$G_e = G_{\delta} \left( 1 + \frac{4\delta}{d} g_{p.\tau} \right). \quad (6-30)$$

Удельные проводимости определяются по кривым рис. 6-5.

Таким образом, расчет полной проводимости воздушного зазора в этом случае также прост.

### 6-3. РАСЧЕТ МАГНИТНОЙ ПРОВОДИМОСТИ ВОЗДУШНОГО ЗАЗОРА С УЧЕТОМ ПОЛЯ ВЫПУЧИВАНИЯ ДЛЯ ДРУГИХ СЛУЧАЕВ РАСПОЛОЖЕНИЯ ПОЛЮСОВ

С помощью кривых на рис. 6-4 и 6-5 представляется возможным рассчитать проводимость при следующих расположениях полюсов: *полюс — полюс*, *полюс — полюс — плоскость*, *ребро — ребро* и *угол — угол*.

*Полюс — полюс.* Пользуясь методом зеркального изображения (рис. 6-2, а и б), можно показать, что расчетная проводимость при расположении *полюс — полюс*



равна половине проводимости при расположении *полюс — плоскость*, т. е.

$$G_{e\sqcup} = \frac{1}{2} G_{e\sqsubseteq}; \quad \delta_0 = 2\delta, \quad (6-31)$$

где индекс  $\sqcup$  относится к расположению *полюс — полюс*,  
 $\sqsubseteq$  — *полюс — плоскость*.

Величина  $G_{e\sqsubseteq}$  определяется по (6-16), где значения удельных проводимостей при зазоре  $\delta = \delta_0/2$  берутся по отношениям:

$$\frac{2x}{\delta_0}; \quad \frac{2y}{\delta_0} \quad \text{или} \quad \frac{2z}{\delta_0}.$$

*Полюс — полюс — плоскость.* В практике довольно часто встречаются магнитные цепи с комбинированным расположением полюсов (рис. 6-6). Например, с правой стороны сердечника для рис. 6-6,в имеем *полюс — плоскость*, с трех других сторон — *полюс — полюс*. В первом случае значение  $g'_x$  определяется по  $x'/\delta$ , во втором — значение  $g''_{zb} = g'_{za} = g''_{za} = g_z$  (при  $z'_a = z''_a = z''_b$ ) находится по  $2z''_b/\delta$ .

Если пренебречь магнитным сопротивлением стали полюса, то расчетные размеры полюса в этом случае

$$a_p = a + \delta (g_{p.т} + g'_{zb}) + \frac{\delta}{2} (g_{p.т} + g''_{zb}); \quad (6-32)$$

$$b_p = b + \frac{2\delta}{2} (g_{p.т} + g'_{za}). \quad (6-33)$$

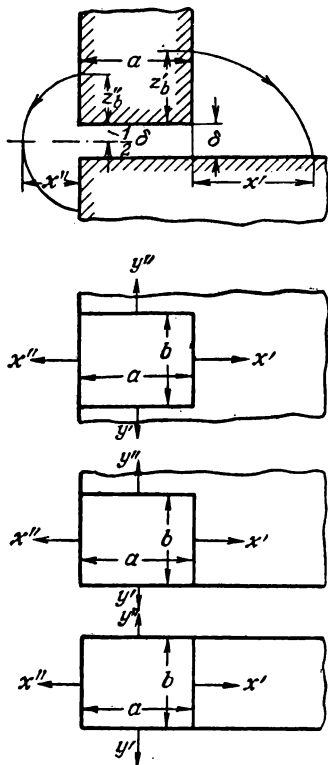


Рис. 6-6. К определению магнитной проводимости для случая *полюс — плоскость — полюс*.

В выражении (6-32) и (6-33) все удельные проводимости приведены к случаю *полюс — плоскость*.

Из этих уравнений можно также определить полную проводимость для четырех «ребер» и «углов»

$$G'_{p.б} = \delta [(g_{p.т} + g'_{zb}) + 0,5 (g_{p.т} + g''_{zb})] (g_{p.т} + g'_{za}). \quad (6-34)$$

*Ребро — ребро.* Ребра  $BB'$  и  $EM$  полюсов 1 и 2 (рис. 6-7) параллельны и отстоят друг от друга на расстоянии  $\delta$ . Грани  $BHKB'$  и  $EMNF$  находятся в одной плоскости.

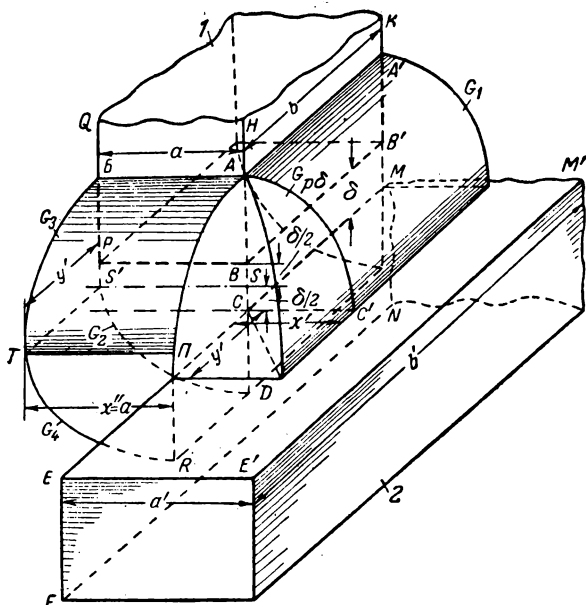


Рис. 6-7. Расположение полюсов 1 и 2 для случая *ребро — ребро*.  
 $x' = y''$ ;  $x'' = a$ .

Точный расчет магнитных проводимостей в данном случае практически невозможен. Задачу эту решим приближенно. Считаем, что объемное поле состоит из суммы отдельных объемных элементов. Тогда проводимость каждого объемного элемента можно найти вышеизложенным методом.

Магнитная проводимость между гранью  $b$  (плоскость  $BHKB'$ ) и плоскостью  $EMM'E'$  при заданных значениях  $b$ ,  $\delta$  и  $x'$  согласно (6-24) будет:

$$G_1 = G'_b = (g_{p.t} + g'_{x'})b. \quad (6-35)$$

Аналогично для противоположной грани  $b'$  (плоскость  $EMNF$ )

$$G_2 = G''_b = (g_{p.t} + g''_{x'})b. \quad (6-36)$$

Удельные проводимости  $g'_{x'}$  и  $g''_{x'}$  определяем из кривых на рис. 6-4 по  $\frac{x'}{\delta}$ ;  $\frac{x''}{\delta} = \frac{a}{\delta}$ . Магнитная проводимость между гранью  $a$  (плоскость  $PQNB$ ) и плоскостью  $EMNF$  состоит из двух последовательно соединенных проводимостей  $G_3$  и  $G_4$ :

$$G_{34} = \frac{G_3 G_4}{G_3 + G_4}, \quad (6-37)$$

где

$$G_3 = G'_a = (g_{p.t} + g'_y)a; \quad G_4 = (g_{p.t} + g''_{x'})y'. \quad (6-38)$$

Значения  $g'_y$  и  $g''_{x'}$  находим по  $2y/\delta = 2x'/\delta$  и  $2a/\delta$  (рис. 6-4).

Ввиду большого магнитного сопротивления потоком с противоположной стороны грани  $b$  можно пренебречь.

Проводимость двух боковых «ребер»  $AB$  и  $A'B'$  при  $x' = y''$  согласно (6-26)

$$G_{p.6} = 2\delta (g_{p.t} + g_x)(g_{p.t} + g_y). \quad (6-39)$$

Полная проводимость полюсов при  $b' > b$

$$G = G_1 + 2G_2 + G_{34} + G_{p.6}. \quad (6-40)$$

«Угол — угол». Из рис. 6-8 видно, что ребра  $AB$  и  $CD$  полюсов 1 и 2 расположены по одной прямой, а все одноименные грани полюсов параллельны.

Приблизительно полная магнитная проводимость состоит из следующих слагаемых:

1) проводимости  $G'_{p.6}$  между «ребром»  $AB$  и торцом полюса 2; 2) проводимости  $G''_{p.6}$  между «ребром»  $CD$  и торцом полюса 1; 3) последовательно соединенных проводимостей  $G_3$  и  $G_2$  между гранью  $a$  и гранью, проти-

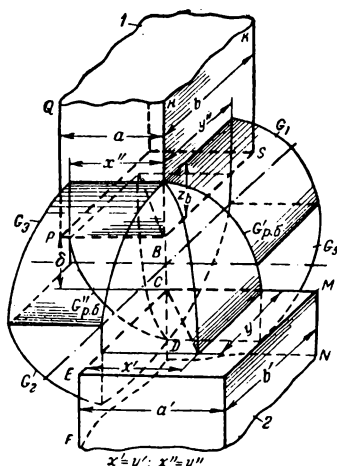


Рис. 6-8. Расположение полюсов 1 и 2 для случая угла — уголка.

$$x' = y'; \quad x'' = y''.$$

воположной грани  $b'$ ; 4) последовательно соединенных проводимостей  $G_5$  и  $G_1$  между гранями  $b$  и гранью, противоположной грани  $a'$ . Полная проводимость

$$G = G'_{p.б} + G''_{p.б} + \frac{G_3 G_2}{G_3 + G'_2} + \frac{G_1 G'_5}{G_1 + G'_5}. \quad (6-41)$$

Значения  $G_1$ ,  $G'_{p.б}$ ,  $G_3$  и  $G_2$  находятся из выражений (6-35), (6-39), (6-38):

$$G''_{p.б} = \delta (g_{p.т} + g''_x) \times (g_{p.т} + g''_y);$$

$$G_3 = (g_{p.т} + g''_{y_5}) a'. \quad (6-42)$$

Здесь  $g''_x$ ,  $g''_y$  и  $g''_{y_5}$  определяются из кривых на рис. 6-4 по отношениям  $x''/\delta$ ;  $y''/\delta$  и  $2y''/\delta$ .

#### 6-4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ ПОЛЯ ВЫПУЧИВАНИЯ

Рассмотрим определение координат поля выпучивания  $x$ ,  $y$  и  $z$  для некоторых реальных магнитных систем, представленных на рис. 6-9,  $a$ ,  $b$  и  $в$ .

Пренебрегая магнитным сопротивлением стали полюсов (рис. 6-9,  $a$ ), проводимость одного воздушного зазора получим из выражения (6-16). При этом расчетные полюсы будут:

$$a_p = a + \delta \left( g_{p.т} + \frac{1}{2} g_{p.т} + g'_x + \frac{1}{2} g''_{zb} \right);$$

$$b_p = b + 2\delta \left( \frac{1}{2} g_{p.т} + \frac{1}{2} g'_z a \right). \quad (6-43)$$

Все удельные проводимости здесь приведены к случаю *полюс—плоскость*. При этом  $g'_x$  находится из рис. 6-4 по отношению  $x'/\delta$ , где  $x' = \frac{1}{2} c$ , причем  $c$  — расстояние между сердечниками.

Величину  $g'_{za} = g''_{zb}$  определяем из кривой рис. 6-5 по  $\frac{2z_a}{\delta} = \frac{2t}{\delta}$ .

В тяговом электромагните на рис. 6-9,б поле выпучивания является основным рабочим полем. Зная изменение проводимости поля выпучивания в зависимости от хода якоря, легко найти тяговую характеристику такого электромагнита.

Приближенно проводимость выпучивания можно найти по формуле (6-40) (ребро — ребро).

Координаты рассматриваемого поля приводятся в табл. 6-1.

На рис. 6-9,в показаны координаты поля выпучивания для индукционного механизма с электромагнитным экраном. С помощью этих координат определяются расчетные размеры полюсов, которые в свою очередь позволяют определить вращающий момент.

Расчетные размеры полюса.

$$a_p = a + \frac{1}{2} \delta_0 (2g_{p.t} + g'_{zb} + g''_x);$$

$$b_p = b + \frac{1}{2} \delta_0 (2g_{p.t} + g'_y + g''_y). \quad (6-44)$$

Величины  $g'_{zb}$  и  $g''_x$  соответственно берутся для расположения полюс — плоскость из кривой на рис. 6-4 и 6-5 по отношениям  $2z'_b/\delta_0$ ;  $2x''/\delta_0$ . Значения  $g'_y = g''_y$  определяются по отношениям  $2y'/\delta_0 = 2y''/\delta_0$  (диск рас-

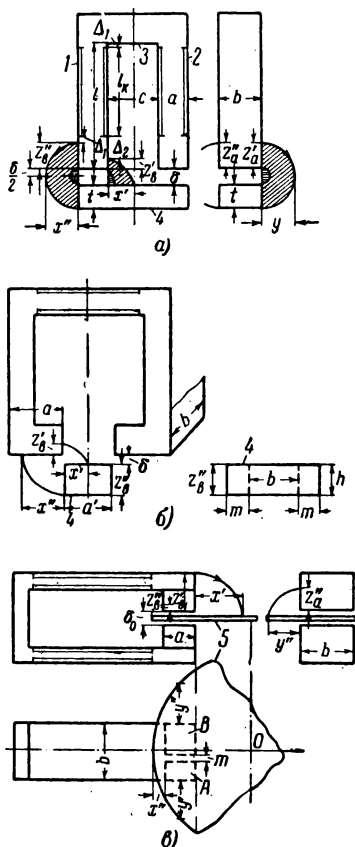


Рис. 6-9. К определению координат поля выпучивания.

1, 2 — сердечники; 3 — ярмо;  
4 — якорь; 5 — диск.

Таблица 6-1

## К определению координат поля выпучивания

№ п/п.	Удельная проводимость	Координаты поля
1	$g'_x$ [для $G_1$ по уравнению (6-35)]	$x' = a'/2$
2	$g''_{zb}$ [вместо $g''_x$ для $G_2$ по (6-36)]	$z''_b = h$
3	$g''_y$ [для $G_3$ по (6-40)]	$y' = m$
4	$g''_x$ [для $G_4$ по (6-40)]	$x'' = a$

положен относительно магнитопровода симметрично). Если разделить расчетный полюс на две части  $A$  и  $B$ , как это в действительности имеет место, и учесть также проводимости прилегающих к пазу сторон полюсов, то за счет дополнительного выпучивания ширина полюса  $A$  увеличивается на величину  $\frac{\delta_0}{2} (g_{p.t} + g''_{yA})$ , ширина полюса  $B$  — на величину  $\frac{\delta_0}{2} (g_{p.t} + g'_{yB})$ . Величина  $g''_{yA} = g'_{yB}$  находится по  $2m/\delta_0$ , где  $m$  — ширина паза расщепленного полюса.

**Пример 6-2.** Необходимо рассчитать магнитную проводимость воздушного зазора с учетом поля выпучивания для магнитной цепи П-образной формы (рис. 6-9,а).

Задано: размеры полюса  $a=2,4$  см;  $b=3,5$  см, воздушный зазор  $\delta=0,30$  см, расстояние между сердечниками  $c=4,2$  см, высота якоря  $t=2,4$  см.

1. Определим сначала координаты поля выпучивания. На рис. 6-9,а заштриховано наклонными линиями поле выпучивания с боковых граней  $a$  и  $b$ , идущее на якорь. Поле же с «ребер» торцевой поверхности заштриховано горизонтальными линиями. Границей между потоком рассеяния и полем выпучивания будет магнитная линия индукции, выходящая из середины якоря и входящая во внутреннюю грань  $b$ ; координата этой магнитной линии

$$x' = \frac{c}{2} = \frac{4,2}{2} = 2,1.$$

Поле с трех внешних граней (одной грани  $b$  и двух граней  $a$ ) имеет весьма сложную форму. Как показывает опыт и графически построенная картина поля, наибольшая концентрация поля будет все же вблизи воздушного зазора. С достаточной для практики точностью можно положить, что предельные магнитные линии индукции выходят из верхнего и нижнего «ребра» торца якоря и входят соответственно в левое «ребро» торца и внешнюю грань  $b$  левого сердечника. Получаем, таким образом, магнитную трубку начальной

и конечной ширины  $t=z''_b$ . С двух граней  $a$  картина поля вблизи воздушного зазора примерно аналогична предыдущей.

Следовательно,  $z'_a=z''_a=z''_b=t=2,4$  см.

2. Для определения расчетных размеров полюса воспользуемся кривой удельных проводимостей Фрая (рис. 6-4), построенной для расположения *полюс—плоскость*. По значению  $x'/\delta = \frac{2,1}{0,3} = 7$  для внутренней грани  $b$  удельная проводимость будет  $g'_x = 1,52$ . Координату  $x''$  внешней грани  $b$  получим из кривой на рис. 6-3. Тогда по отношению  $\frac{z''_b}{\delta/2} = \frac{2,4}{0,3/2} = 16$  для расположения *полюс—плоскость* находим  $\frac{x''}{\delta/2} = 21,7$ . Затем уже по этому значению из кривой Фрая получаем  $g''_x = 2,24$ . Теперь расчетные размеры полюса (6-43) будут:

$$a_p = 2,4 + 0,3 \left( 0,42 + \frac{1}{2} 0,42 + 1,52 + \frac{1}{2} 2,24 \right) = 3,38 \text{ см};$$

$$b_p = 3,5 + 2 \cdot 0,3 \left( \frac{1}{2} 0,42 + \frac{1}{2} 2,24 \right) = 4,295 \text{ см}.$$

Расчетная проводимость двух воздушных зазоров с учетом поля выпучивания

$$G_{\Sigma} = \mu_0 \frac{1}{2} \frac{a_p b_p}{\delta} = \frac{1}{2} 1,256 \cdot 10^{-8} \frac{3,38 \cdot 4,295}{0,3} = 29,9 \cdot 10^{-8} \text{ гн};$$

без учета поля выпучивания

$$G_{\Sigma} = \mu_0 \frac{ab}{2\delta} = 1,256 \cdot 10^{-8} \frac{2,4 \cdot 3,5}{2 \cdot 0,3} = 17,6 \cdot 10^{-8} \text{ гн}.$$

Таким образом, проводимость воздушного зазора за счет поля выпучивания увеличилась в 1,7 раза.

## 6-5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЯ ВБЛИЗИ ВОЗДУШНОГО ЗАЗОРА

### а) Общие положения

Экспериментальное исследование магнитной цепи с воздушным зазором в силу трехмерности поля представляет весьма сложную задачу. Воздушный зазор существенно влияет на распределение потока как вблизи воздушного зазора, так и по длине магнитопровода.

Для проведения экспериментального исследования была разработана модель магнитной цепи (рис. 6-10), намагничивающая катушка которой питалась от аккумуляторной батареи.

Длина сердечников и высота полюсов выбраны были таких размеров, чтобы в пределах измерительной пластины 5, расположенной в середине зазора, можно было получить поле только с полюсов. Внутренние грани

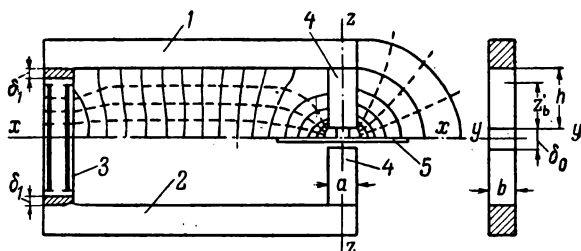


Рис. 6-10. Модель магнитной цепи для исследования поля вблизи воздушного зазора.

$a=29,25$  мм;  $b=24,8$  мм;  $S=ab=7,25$  см<sup>2</sup>;  $\delta_0=20,54$  мм;  $h=60$  мм; 1, 2 — сердечники; 3 — ярмо; 4 — полюса; 5 — измерительная пластина.

сердечников, торцы ярма и все грани и торцы полюсов магнитопровода тщательно отшлифованы. Все детали, кроме магнитопровода, сделаны из диамагнитных материалов. Величина воздушного зазора  $\delta_0$  менялась с помощью ферромагнитных прокладок  $\delta_1$ . В модели также предусмотрена смена полюсов 4.

Измерение потоков проводилось баллистическим методом [Л. 30, 47]. В схеме измерения использовались специально разработанные нами мощные ртутные контакты, которые обеспечивали стабильность отброса гальванометра. Максимальная погрешность при измерении потоков не превышала 3%.

Разность магнитных потенциалов на отдельных участках цепи определялась с помощью магнитного потенциометра (пояса Роговского) [Л. 23 и 30], максимальная погрешность которого не превышает 2,5%.

Исследование поля проводилось при изменении координаты  $x$  (рис. 6-2,  $a$  и  $b$ , при  $x=y$ ) и при изменении координаты  $z$  (рис. 6-2,  $d$ ).



**б) Исследование поля по координате  $x$ .  
Опытная проверка формул удельной проводимости  
Фрая и Ротерса и кривой Бергтольда**

Для определения изменения потока по координатам  $x$  и  $y$  использовалась измерительная пластина 5 из плексигласа толщиной 3,74 мм (рис. 6-12, а и д), в которой было выфрезеровано большое количество взаимно-перпендикулярных пазов. В пазах размещались измерительные катушки в количестве 31 шт. из провода ПЭЛ 0,06 мм. Предельные габариты пластины 5 определялись из картины магнитного поля на рис. 6-10. Исследования поля проводились при двух воздушных зазорах:  $\delta_0 = 2\delta = 3,74$  мм и  $\delta_0 = 20,24$  мм.

**1) Измерение потока по координатам  $x$  и  $y$   
в пределах ширины граней**

Потоки с граней  $A$ ,  $B$  и  $B'$  определялись измерительными катушками 7—21 (рис. 6-11, в). Например, для измерения потока с внешней грани  $B$  в пластине 5 были уложены катушки  $ABB'A'$  (измерительная катушка 7),  $ABV'A'$  (катушка 8),  $BGG'B'$  (катушка 9),  $VDD'B'$  (катушка 10) и  $GEE'T'$  (катушка 11). Катушки для измерения потока с других граней укладывались аналогичным образом.

Результаты измерения потоков с боковых граней для двух воздушных зазоров показаны на рис. 6-12. Как видим, с увеличением значений  $x$  и  $y$  (рис. 6-12, в) потоки  $\Phi_x$  и  $\Phi_y$  заметно возрастают. Поток грани  $B$  несколько отличается от потока грани  $B'$ ; объясняется это некоторым влиянием намагничивающей катушки и сердечников 1 и 2 (рис. 6-10).

Опытные удельные магнитные проводимости граней  $a$  и  $b$  определялись по уравнениям:

$$g_x = \frac{2}{\mu_0 b} \left( \frac{\Phi_{xb}}{F_{zx}} \right); \quad g_y = \frac{2}{\mu_0 a} \left( \frac{\Phi_{ya}}{F_{zy}} \right). \quad (6-45)$$

Здесь  $\Phi_{xb}$  и  $\Phi_{ya}$  — потоки граней  $b$  и  $a$ , полученные из опыта;

$F_{zx}$  и  $F_{zy}$  — разности магнитных потенциалов, соответствующие этим потокам.

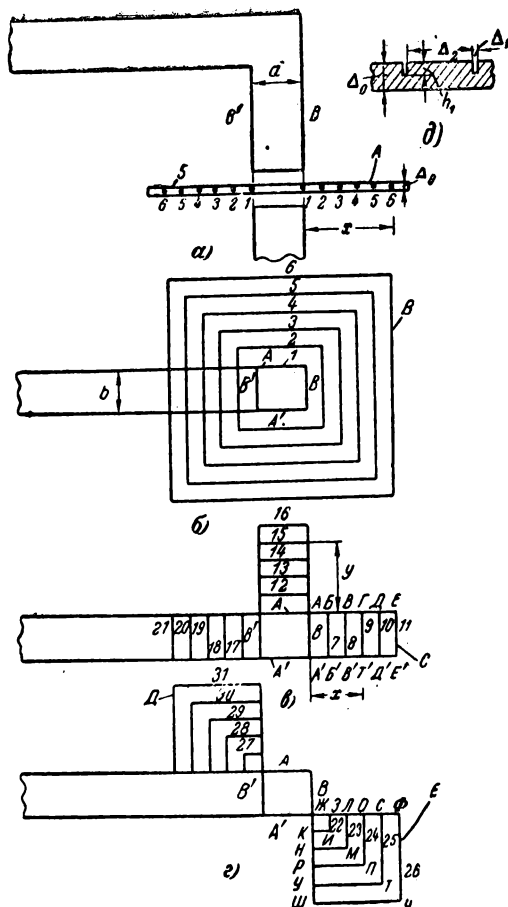


Рис. 6-11. Расположение измерительных катушек.

$A$  — измерительная пластина;  $B$  — измерение потоков по периметру;  $C$  — измерение потоков с граней;  $D$  — измерение потоков с внутреннего „ребра“;  $E$  — измерение потоков с внешнего „ребра“;  $\Delta_2 = 10$  мм;  $\Delta_0 = 3,77$  мм;  $\Delta_1 = 0,5$  мм;  $h_1 = 1,9$  мм.

Номера измерительных катушек	Число витков
1 — 6	3
25, 26, 30, 31	5
7, 8, 12, 13, 17,	10
18, 23, 24, 28, 29	10
9, 14, 17	15
10, 15, 20, 22, 27	25
11, 16, 21	30

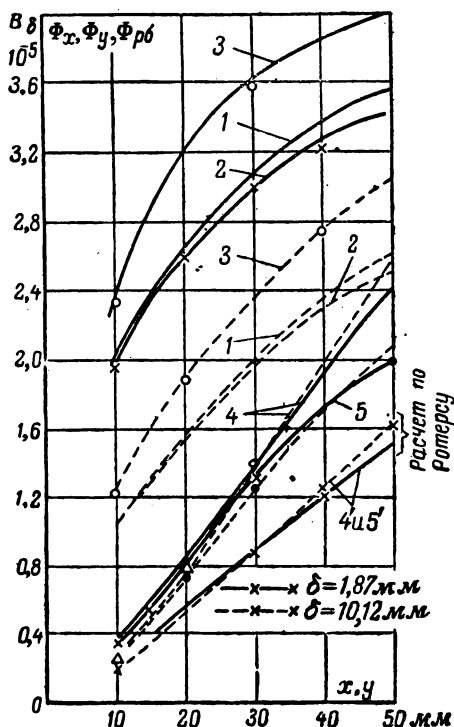


Рис. 6-12. Опытные кривые магнитных потоков с боковых граней и «ребер» в зависимости от координат  $x$  и  $y$ .  
 $4'$  и  $5'$  — расчет по Ротерсу; 1 — внутренняя грань  $B'$ ; 2 — внешняя грань  $B$ ; 3 — грань  $A'$ ,  
 $4$  и  $4'$  — внутреннее «ребро», 5 и  $5'$  — внешнее «ребро».

Значения  $F_{zx}$  и  $F_{zy}$  измерялись на расстоянии координаты  $z$ , значения которой определялись из кривой на рис. 6-13 по величине  $x$  и  $y$ .

Пользуясь опытными данными, по формуле (6-45) строим кривые для различных значений  $x/\delta$  (рис. 6-14). Кривая 5 удельной боковой проводимости при  $a/\delta=2,66$  лежит выше кривой 4 при  $a/\delta=14,4$ . Следовательно, боковая проводимость при одном и том же воздушном зазоре зависит от ширины грани  $a$ ; она тем больше, чем меньше величина  $a$ . Эту зависимость известные анали-

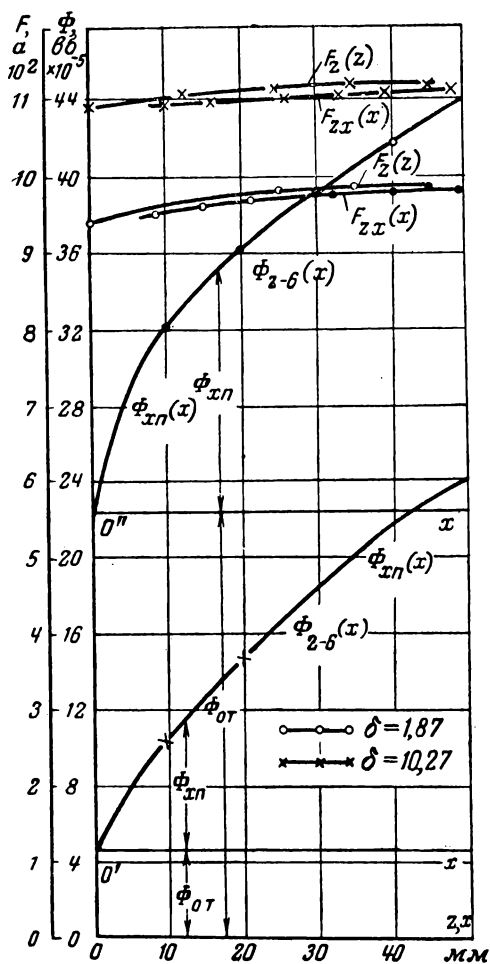


Рис. 6-13. Изменение полного потока и разности магнитных потенциалов между полюсами в зависимости от координаты  $x$  при разных зазорах  $\delta$ .

тические формулы не учитывают. С уменьшением величины  $a$  (при  $b = \text{const}$ ) магнитное поле с боковой грани заметно отклоняется от плоскопараллельного. С увеличением зазора поле вблизи него сильнее выпучивается, что при постоянном значении  $x/\delta$  приводит к увеличению бокового потока, а следовательно, и проводимости.

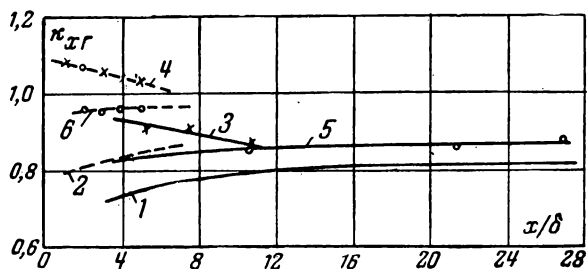


Рис. 6-14. Кривые поправочного коэффициента к удельной проводимости поля с боковой грани.  $a/\delta$  или  $b/\delta = 14,4$  (сплошная линия);  $a/\delta$  или  $b/\delta = 2,66$  (пунктирная линия); кривые 1, 2 к формуле Фрая; 3, 4 к кривым Бергтольда; 5, 6 к формуле Ротерса.

Пользуясь результатами опыта, можно установить пределы использования формул Фрая, Ротерса и Бергтольда.

Фрай [Л. 108, 110] для расположения *полюс — полюс* дает формулу

$$g_x = \frac{1}{\pi} \ln \sigma, \quad (6-46)$$

где величина  $\sigma$  связана с отношением  $x/\delta$  уравнением

$$\frac{x}{\delta} = \frac{2}{\pi} \left[ \sqrt{1 + \sigma} + \frac{1}{2} \ln \sigma - \ln(1 + \sqrt{1 + \sigma}) \right]. \quad (6-47)$$

Сравнение опытных кривых на рис. 6-14 с расчетными данными показывает, что при  $a/\delta = 14,4$  расчет по формуле Фрая дает хорошие результаты. Максимальная погрешность не превышает +8%. При значении же  $a/\delta = 2,66$  погрешность достигает -41,5%, причем она тем больше, чем меньше значение  $x$ .

Формула Фрая не полностью учитывает поток выпучивания с торца. Предельную координату этого потока

$x_0$  (рис. 6-1) можно найти из выражений (6-46) и (6-47), положив поток с боковой грани равным нулю ( $g_x = 0$ ).

При этом  $k_1 = \frac{x_0}{\delta} = 0,34 \text{ const.}$

При малом зазоре ( $\delta = 1,87 \text{ мм}$ ) поток выпучивания с «ребра» торца  $\Phi_{p.t}$  на длине  $x_0 = k_1 \delta = 0,34 \cdot 1,87 = 0,63 \text{ мм}$  мал, и формула Фрая при любых значениях  $x$  дает хорошие результаты. При зазоре же, равном  $10,12 \text{ мм}$ , этот поток на длине  $x_0 = 0,34 \cdot 10,12 = 3,45 \text{ мм}$  уже ощутим и при малых значениях  $x$  получаются большие погрешности.

Чтобы увеличить точность расчета по Фраю при малых значениях  $a/\delta$ , следует приближенно определить удельную проводимость с «ребра» торца  $g_{p.t}$ .

Проведя необходимые построения, находим среднюю длину магнитной линии индукции и среднюю площадь сечения пути потока, а затем и проводимость для потока с «ребра» торца для случая *полюс — полюс*. В результате проведенных расчетов получаем:

$$g_{p.t \square} = 0,21; \quad g_{p.t \sqcup} = 0,42. \quad (6-48)$$

Учет  $g_{p.t}$  при  $a/\delta = 2,66$  дает снижение максимальной погрешности почти в 2 раза, а при  $a/\delta = 14,4$  имеется, наоборот, небольшое завышение. Таким образом, формулой Фрая целесообразно пользоваться тогда, когда ширина полюса велика по сравнению с величиной воздушного зазора, т. е. при  $a/\delta \geq 14$ .

При малых же значениях  $a/\delta$  следует прибавлять к величине  $g_x$  постоянную величину  $g_{p.t} = 0,42$ .

Кривая Бергтольда (рис. 6-4, [Л. 104]), полученная на основе графического построения картины поля, дает удовлетворительные результаты как при малом, так и при большом зазорах. Максимальная погрешность при  $x/\delta = 1-27$  и  $a/\delta = 2,7-14,5$  не превышает 17%.

Расчет по формуле Ротерса [Л. 22]

$$g_x = g_{p.t} + \ln \frac{x}{\delta} \quad (6-49)$$

при  $g_{p.t} = 0,52$  дает погрешности: при зазоре  $10,12 \text{ мм}$  ( $a/\delta = 2,66$ ) не более +5%; при малом же зазоре  $1,87 \text{ мм}$  ( $a/\delta = 14,4$ ) и малых значениях  $x$  ( $x = 3 \text{ мм}$ ) порядка +33%.

В целях увеличения точности расчета по Фраю, Бергтольд и Ротерсу автором получен на основе экспериментальных данных поправочный коэффициент  $k_{x\Gamma}$ . С введением этого коэффициента истинное значение расчетной удельной проводимости для боковой грани и «ребра» торца

$$g_{x\Gamma} = k_{x\Gamma} (g_{p,\Gamma} + g_x), \quad (6-50)$$

где

$$k_{x\Gamma} = \frac{G_{x \text{ опыт}}}{G_{x \text{ расч}}} = \frac{2}{\mu_0 b (g_{p,\Gamma} + \tau_x g_x)} \left( \frac{\Phi_{xb}}{F_{xx}} \right). \quad (6-51)$$

На рис. 6-14 приведены зависимости  $k_{x\Gamma}(x/\delta)$ , где кривые 1 и 2 построены при  $g_{p,\Gamma}=0,42$ ; 3 и 4 при  $g_{p,\Gamma}=0$ ; 5 и 6 при  $g_{p,\Gamma}=0,52$ . Как видим, значения коэффициента  $k_{x\Gamma}$  при  $a/\delta=2,66$  (пунктирные кривые) оказались несколько больше, чем при  $a/\delta=14,4$  (сплошные кривые).

Расчет  $g_{x\Gamma}$  с помощью поправочного коэффициента получается предельно простым и дает погрешность не выше 8% в сравнительно большом диапазоне отношений  $a/\delta$  и  $x/\delta$  ( $a/\delta=2,7-14,5$  и  $x/\delta=1-27$ ).

**Пример 6-3.** Требуется определить удельную проводимость между боковой гранью  $b$  полюса и плоскостью, а также между «ребром» торца полюса и плоскостью, пользуясь методом Ротерса с учетом поправочного коэффициента.

Дано:  $a = 2 \text{ см}$ ;  $x = 1,5 \text{ см}$ ;  $\delta = 0,25 \text{ см}$  и  $g_{p,\Gamma} = 0,52$ .

Удельную проводимость  $g_x = 1,15$  для боковой грани полюса находим по  $x/\delta = 1,5/0,25 = 6$  из кривых рис. 6-4. Поправочный коэффициент  $k_{x\Gamma} \approx 0,9$  берем по кривым рис. 6-14 между двумя предельными кривыми 5 и 6 по отношению  $\frac{a}{\delta} = \frac{2}{0,25} = 8$ . Тогда полная удельная проводимость с боковой грани и «ребра» торца по формуле (6-50)

$$g_{x\Gamma} = 0,9 (0,52 + 1 \cdot 1,15) = 1,5.$$

## 2. Определение потока со смежных граней $A, B'$ и $A', B$ (рис. 6-11, г)

Суммарный поток со смежных граней  $A$  и  $B'$  полюса условно назовем потоком с внутреннего «ребра» боковой поверхности  $\Phi_{p.b}$ . Измеряем его с помощью катушек 27—31, уложенных в пазы пластины 5 (рис. 6-11, а, г). Поток с внешнего «ребра» граней  $A'$  и  $B$  измеряем при помощи катушек 22—26.

Измерительные катушки имеют квадратную форму и укладываются в пазы в таком порядке: ЖЗИКЖ (22),

ЖЛМНЖ (23) и т. д. Каждая из последующих катушек по направлениям координат  $x$  и  $y$  имела размер на 10 мм больше по сравнению с предыдущей.

Результаты измерения потоков приведены на рис. 6-12. Кривые  $\Phi_{p,6}$  в зависимости от  $x$  и  $y$  для внутренних и внешних «ребер» несколько не совпадают. Объясняется это тем, что измерительные катушки находились на различных расстояниях от намагничивающей катушки и сердечников 1 и 2 (рис. 6-10). Разница в величине потоков  $\Phi_{p,6}$  тем больше, чем больше значение  $x$ . Эта разница достигала максимальной величины при  $x=50$  мм (примерно 20%).

Опыт показал, что магнитный поток с боковых «ребер» соизмерим с потоком с граней (табл. 6-2) и возрастает с увеличением координат  $x$  и  $y$ . При  $x=50$  мм поток с четырех «ребер» составляет от потока с четырех граней 60% при зазоре 1,87 мм и 83,4% при зазоре 10,12 мм.

Таблица 6-2

**Соотношения между суммарным потоком с граней и суммарным потоком «ребер» при изменении координаты  $x$**

$x = y, \text{ мм}$	При $\delta, \text{ мм}$					
	1,87			10,12		
	Суммарный поток граней $\Phi_r, \times 10^{-5} \text{ вб}$	Суммарный поток ребер $\Phi_{p,6}, \times 10^{-5} \text{ вб}$	$\frac{\Phi_{p,6}}{\Phi_r} \cdot 100, \%$	Суммарный поток граней $\Phi_r, \times 10^{-5} \text{ вб}$	Суммарный поток «ребер» $\Phi_{p,6}, \times 10^{-5} \text{ вб}$	$\frac{\Phi_{p,6}}{\Phi_r} \cdot 100, \%$
10	8,67	1,48	17	4,56	1,12	27,2
20	11,17	3,46	27	6,9	3,06	44,2
30	12,86	5,42	42	8,66	5,3	61,2
40	13,99	7,28	52	10,15	7,38	72,7
50	14,55	8,78	60	11,19	9,32	83,4

Из сравнения опытных значений потоков одного «ребра» боковой поверхности и «угла» торца для случая полюс — плоскость (кривые 4 и 5, рис. 6-12) с расчетными значениями (кривые 4' и 5'), определенными по формуле Ротерса [Л. 22]

$$\Phi_{p,6} = \Phi'_{p,6} + \Phi_{y,т} = \left( \frac{F_{zx}}{2} \right) G_{p,6}, \quad (6-52)$$

$$\text{где } G_{p,6} = G'_{p,6} + G_{y,т} = \mu_0 [0,5(x - \delta) + 0,308\delta], \quad (6-53)$$



видно, что погрешность потоков при всех значениях координат поля выпучивания лежит в пределах 21—38%.

С целью повышения точности расчета магнитных проводимостей для потока  $\Phi_{p.6}$  автор экспериментально

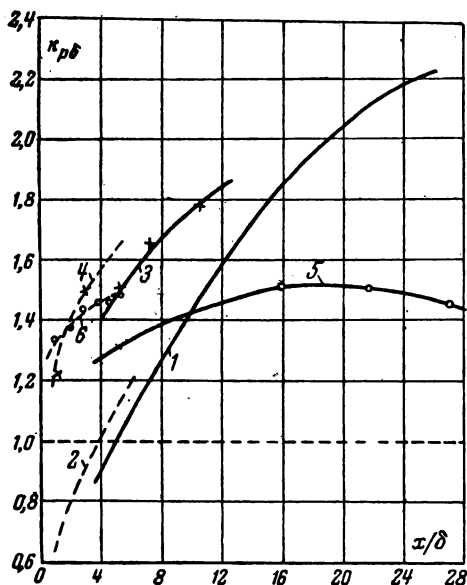


Рис. 6-15. Кривые поправочного коэффициента для проводимости поля с «ребер» боковой и торцевой поверхностей.  
 $a/d$  или  $b/d=14,4$  (сплошная линия);  
 $a/d$  или  $b/d=2,66$  (пунктирная линия);  
 кривые 1, 2 к формуле Фрая; 3, 4 — к кривым Бергтольда; 5, 6 — к формуле Ротерса.

определил к ним поправочный коэффициент  $k_{p.6}$  (рис. 6-15). Как видно, этот коэффициент зависит от ширины полюса ( $a/d$  или  $b/d$ ).

С учетом поправочного коэффициента по Ротерсу, например, для одного сферического квадранта и одного квадранта сферической оболочки:

для случая *полюс — плоскость*

$$G_{p.6} = \mu_0 k_{p.6} (0,5x - 0,192\delta); \quad (6-54)$$

для случая *полюс—полюс*

$$G_{p.б} = \mu_0 k_{p.б} (0,25x - 0,048\delta_0). \quad (6-55)$$

Здесь  $\delta_0$  — воздушный зазор между полюсами;  $\delta_0 = 2\delta$ .

Если же эту проводимость определять по расчетным размерам полюса, то для одного бокового «ребра» и «угла» торцевой поверхности в случае симметричного поля выпучивания ( $x' = x'' = y' = y''$ ) получим:

для случая *полюс — плоскость*

$$G_{p.б} = \mu_0 k_{p.б} \delta (g_{p.т} + g_x)^2; \quad (6-56)$$

для случая *полюс—полюс*

$$G_{p.б} = \mu_0 k_{p.б} \frac{\delta_0}{4} (g_{p.т} + g_x)^2. \quad (6-57)$$

Значения  $g_{p.т}$  и  $g_x$  здесь берутся для случая *полюс—плоскость*.

**Пример 6-4.** Требуется определить удельную проводимость одного «ребра» боковых поверхностей для случая *полюс—полюс*, если задано:  $a = 1,5$  см;  $x = 1,5$  см и  $\delta_0 = 0,25$  см.

Из кривых рис. 6-15 для  $\frac{x}{\delta} = \frac{2x}{\delta_0} = \frac{2 \cdot 1,5}{0,25} = 12$  и  $\frac{2a}{\delta_0} = \frac{2 \cdot 1,5}{0,25} = 12$  находим поправочный коэффициент  $k_{p.б}$  к формуле Ротерса  $k_{p.б} = 1,48$ . Тогда магнитная проводимость согласно (6-55)

$G_{p.б} \approx 1,25 \cdot 10^{-8} \cdot 1,48 (0,25 \cdot 1,5 - 0,048 \cdot 0,25) = 0,68 \cdot 10^{-8}$  зм.  
Расчет же по Ротерсу без учета коэффициента  $k_{p.б}$  дает  $G_{p.б} = 0,456 \cdot 10^{-8}$  зм, т. е. на 33% меньше фактического значения.

Проводимость  $G_{p.б}$  по уравнению (6-56), если  $g_x$  определять по кривой Бергтольда (рис. 6-4), а коэффициент  $k_{p.б}$  из кривой на рис. 6-15 будет:

$$G_{p.б} = 1,256 \cdot 10^{-8} \cdot 1,86 \frac{0,25}{4} 2,14^2 = 0,67 \cdot 10^{-8} \text{ зм.}$$

### 3. Определение полного потока с боковой поверхности по периметру

С помощью катушек 2—6 (рис. 6-11, а и б) исследовался торцовый поток и поток выпучивания. Катушка 1 имела размеры следа полюса и, следовательно, с ее помощью измерялся поток в середине воздушного зазора под полюсами  $\Phi_{0.т}$ .

Можно представить, что поток для катушек 2—6 имеет составляющие:

$$\Phi_{2-6} = \Phi_{0.т} + \Phi_{р.т} + \Phi_x + \Phi_{р.б} = \Phi_{0.т} + \Phi_{хп}, \quad (6-58)$$

где

$$\Phi_{хп} = \Phi_{р.т} + \Phi_x + \Phi_{р.б} = \Phi_{2-6} - \Phi_{0.т}.$$

Таким образом, поток по периметру  $\Phi_{хп}$  состоит из суммы потоков: с „ребер“ торца  $\Phi_{р.т}$ , боковых граней  $\Phi_x$  и боковых „ребер“  $\Phi_{р.б}$ . Измеряя основной поток  $\Phi_{0.т} = \Phi_1$  и поток  $\Phi_{2-6}$ , можно из выражения (6-58) определить  $\Phi_{хп}$ .

На рис. 6-13 показаны опытные кривые  $\Phi_{2-6}(x)$  для двух зазоров. Из них легко можно получить кривые  $\Phi_{хп}(x)$ , если на расстоянии  $\Phi_{0.т}$  от начала координат провести линии  $O'x$  и  $O''x$ , параллельные оси  $Ox$ .

Как и следовало ожидать, отношение потоков  $\frac{\Phi_{хп}}{\Phi_{0.т}}$  в значительной степени зависит от величины воздушного зазора. При зазоре  $\delta = 10,12 \text{ мм}$  и  $x = 50 \text{ мм}$   $\Phi_{хп}$  больше  $\Phi_{0.т}$  почти в 4,1 раза, а при зазоре  $\delta = 1,87 \text{ мм}$  это отношение составляет всего лишь около единицы. Следует также отметить значительную концентрацию потока вблизи зазора.

Полную боковую проводимость по периметру полюса с учетом поправочных коэффициентов можно представить в виде суммы проводимостей с боковых граней и боковых «ребер».

$$G_{хп} = G_x + 4G_{р.б} = 2\mu_0 k_{хг} (g_{р.т} + g_x) (a + b) + 4\mu_0 \delta k_{р.б} (g_{р.т} + g_x)^2 = 2\mu_0 (a + b) g_{хп}, \quad (6-59)$$

откуда удельная проводимость по периметру

$$g_{хп} = k_{хг} (g_{р.т} + g_x) + 4k_{р.б} g_{р.б}. \quad (6-60)$$

Здесь

$$g_{р.б} = \frac{\delta (g_{р.т} + g_x)^2}{2(a + b)}; \quad (6-61)$$

$g_{р.б}$  — полная проводимость одного „ребра“ боковой поверхности с учетом удельной проводимости „ребра“ торца, отнесенная к периметру полюса.

Эта же проводимость по Ротерсу

$$g_{p.6} = \frac{0,5x - 0,192\delta}{2(a + \delta)}. \quad (6-62)$$

По экспериментальным данным и уравнению

$$g_{xp} = \frac{10^8}{\mu_0(a + b)} \left( \frac{\Phi_{xp}}{F_{zx}} \right) \quad (6-63)$$

на рис. 6-4 построены опытные кривые  $g_{xp}(x/\delta)$  при двух значениях  $a/\delta$  (кривые 6 и 7). Опыт показывает, что в отличие от удельной проводимости грани  $g_x(x/\delta)$  (кривые 4 и 5) удельная проводимость по периметру еще в большей степени зависит от ширины полюса или величины воздушного зазора.

Так как влияние  $a/\delta$  на удельную проводимость в пределах ширины грани сравнительно мало (см. рис. 6-4), увеличение проводимости  $g_{xp}$  следует считать главным образом за счет потока с боковых «ребер».

Расчет величины  $g_{xp}$  по уравнению (6-60) без учета поправочных коэффициентов (при  $k_{xt}=k_{p.6}=1$ ) до координаты  $x=20$  мм и при малых зазорах по Фрау ( $g_{p.т}=0,42$ ) дает погрешность порядка 21—53%. Причем, чем меньше  $x$ , тем погрешность больше. Вполне удовлетворительные результаты расчета  $g_{xp}$  получаются по уравнению (6-60), если  $g_x$  брать по кривой Бергтольда (рис. 6-4), а  $g_{p.6}$  рассчитывать по выражению (6-61). Максимальная погрешность при этом не превышает 16%. По Ротерсу максимальная погрешность равна 24%.

Если в расчет ввести поправочные коэффициенты  $k_{xt}$  и  $k_{p.6}$  (кривые на рис. 6-14 и 6-15), то максимальную погрешность в пределах значений  $a/\delta=2,7 \div 14,5$  и  $x/\delta=0,2 \div 21,5$  по Фрау, Бергтольду и Ротерсу можно снизить до 11,5%.

Расчет полной и удельной проводимости по периметру более удобен, чем расчет по отдельным составляющим. В данном случае проводимость воздушного зазора с учетом поля выпучивания

$$G = G_{o.т} + G_{xp} = \mu_0 \frac{ab}{\delta} + 2\mu_0(a + b)g_{xp}, \quad (6-64)$$

где  $g_{xp}$  — подсчитывается по (6-60).

При расчете проводимости магнитной цепи может оказаться, что координаты поля выпучивания  $x'$ ,  $x''$ ,  $y'$  и  $y''$  различны. В этом случае более удобно определять проводимость зазора по расчетным полюсам, подставляя удельные проводимости с учетом поправочного коэффициента (6-50):

$$a_p = a + \delta(g'_{xг} + g''_{xг}); \quad b_p = b + \delta(g'_{yг} + g''_{yг}),$$

где удельные проводимости для соответствующих граней:

$$g'_{xг} = k'_{xг}(g_{p.т} + g'_x); \quad g''_{xг} = k''_{xг}(g_{p.т} + g''_x);$$

$$g'_{yг} = k'_{yг}(g_{p.т} + g'_y); \quad g''_{yг} = k''_{yг}(g_{p.т} + g''_y).$$

$k'_{xг}$ ,  $k''_{xг}$ ,  $k'_{yг}$ ,  $k''_{yг}$  — поправочные коэффициенты; определяются из кривых на рис. 6-14 соответственно по отношениям  $x/\delta = x'/\delta$  и  $b/\delta$ ,  $x''/\delta$  и  $b/\delta$ ,  $y/\delta = y'/\delta$  и  $a/\delta$ ,  $y''/\delta$  и  $a/\delta$ .

Тогда проводимость воздушного зазора между полюсом и плоскостью с учетом поля выпучивания с боковых граней и торцовых и боковых „ребер“

$$G = G_{o.т} + G_a + G_b + G_{p.б}, \quad (6-64')$$

где

$$G_{o.т} = \mu_0 \frac{ab}{\delta}; \quad G_a = \mu_0(g'_{yг} + g''_{yг})a; \quad G_b = \mu_0(g'_{xг} + g''_{xг})b;$$

$$G_{p.б} = \mu_0 \delta(g'_{xг} + g''_{xг})(g'_{yг} + g''_{yг}).$$

**в) Исследование поля с боковой поверхности круглых полюсов по координате  $z$ . Экспериментальная проверка формул Эвершедда, Ротерса, Крэмпса и Кольдервуда, Сливинской и кривых Шмиделя**

1. Как известно, при относительно больших зазорах магнитный поток по высоте полюса (координате  $z$ ) изменяется значительно. Определение этого потока проводилось на той же модели при воздушных зазорах  $\delta = 2,05$ ; 5,55 и 10,3 мм с помощью восьми измерительных витков, расположенных по высоте круглого полюса (рис. 6-16,б).

Измерительный виток 1 с диаметром, равным диаметру полюса, размещается в середине зазора. Расстояние витка 2 от основания полюса определяло координату  $z$ . При выбранном диаметре провода с изоляцией ( $d_{\text{изм}} = 0,26$  мм) минимальная координата витка 2  $z = 0,23$  мм.

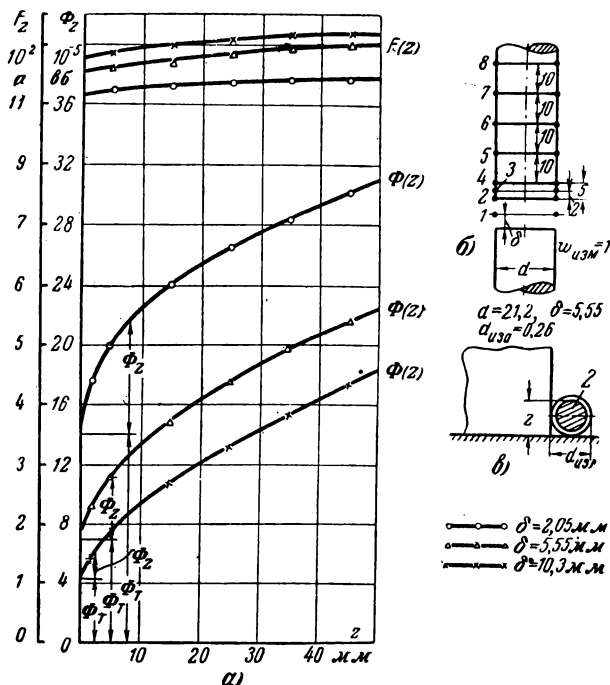


Рис. 6-16. Изменение полного магнитного потока по высоте полюса и разности магнитных потенциалов между полюсами в зависимости от координаты  $z$  при различных воздушных зазорах для круглых полюсов.

$a$  — кривые  $\Phi(z)$  и  $F(z)$ ; б и в — расположение измерительных катушек на полюсе: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 ( $w_{\text{изм}} = 1$ ).

На рис. 6-16,а построены опытные кривые изменения полного потока  $\Phi_z$  и разности магнитных потенциалов  $F_z$  в зависимости от координаты  $z$  при разных зазорах. Проводя кривые  $\Phi(z)$  до пересечения с осью ординат, на последней определялись отрезки, равные потокам

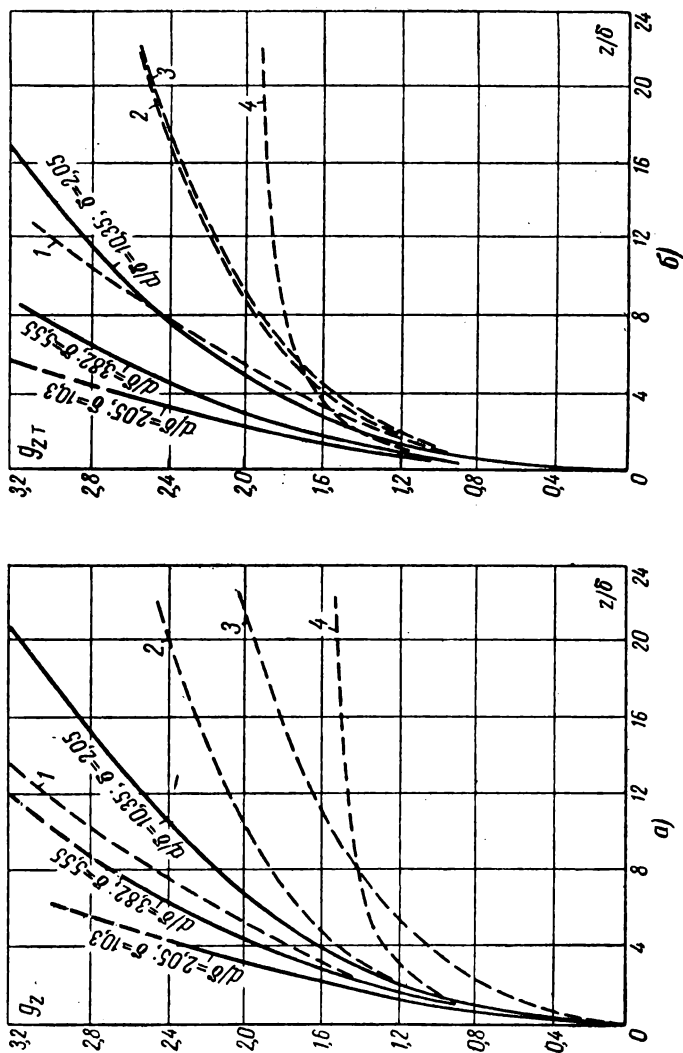


Рис. 6-17. Сравнение расчетных и экспериментальных кривых удельных магнитных проводимостей для полюсов круглого сечения.  
а — кривые  $g_z = f(z/b)$ ; б — то же  $g_{zT} = f(z/b)$ , где  $g_{zT} = g_r + g_z$ ; опытные кривые — сплошная линия; расчетные кривые — пунктирная линия; 1 — Эвершед; 2 — Крамп и Кольдеруд; 3 — Ротерс; 4 — Сливинская.

при  $z=0$ , т. е. находим потоки с торцевой поверхности  $\Phi_T$ . Поток с боковой поверхности

$$\Phi_z = \Phi - \Phi_T = G_z \left( \frac{F_z}{2} \right) = \pi d g_z \mu_0 \left( \frac{F_z}{2} \right), \quad (6-65)$$

где  $G_z$  и  $g_z$  — полная и удельная боковые проводимости круглого полюса.

Поток  $\Phi_{0.т.}$ , проходящий через середину зазора, измерялся с помощью витка 1. Поток выпучивания на торцово-

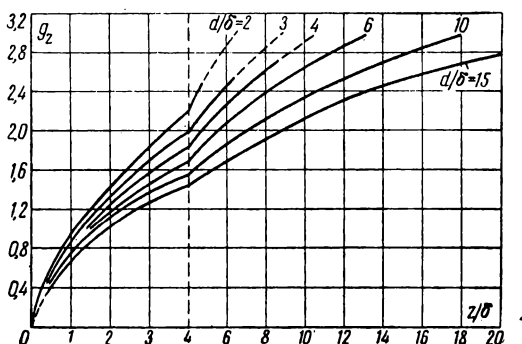


Рис. 6-18. Кривые удельной боковой магнитной проводимости для круглых полюсов, построенные по экспериментальным данным.

вой поверхности (рис. 6-2,е) находился как разность потоков  $\Phi_T$  и  $\Phi_{0.т.}$ :

$$\Phi_{p.т} = \Phi_T - \Phi_{0.т} = \pi d g_{p.т} \mu_0 \left( \frac{F_z}{2} \right). \quad (6-66)$$

Из выражений (6-65) и (6-66) находим удельные проводимости по уравнениям:

$$g_z = \frac{2}{\mu_0 \pi d} \left( \frac{\Phi_z}{F_z} \right) \quad \text{и} \quad g_{p.т} = \frac{2}{\mu_0 \pi d} \left( \frac{\Phi_T - \Phi_{0.т}}{F_z} \right). \quad (6-67)$$

По этим уравнениям на рис. 6-17, 6-18 и 6-19 построены опытные кривые  $g_z = f(z/d)$  и  $g_{p.т} = f(d/\delta)$  удельных магнитных сопротивлений. Важной особенностью этих кривых является то, что удельные проводимости  $g_z$  и  $g_{p.т}$  между боковой поверхностью полюса и плоскостью и



между «ребром» торца полюса и плоскостью зависят при постоянном значении воздушного зазора от диаметра полюса.

Полученные нами кривые (рис. 6-18 и 6-19) позволяют при известных значениях  $\delta$ ,  $d$  и  $z$  достаточно быст-

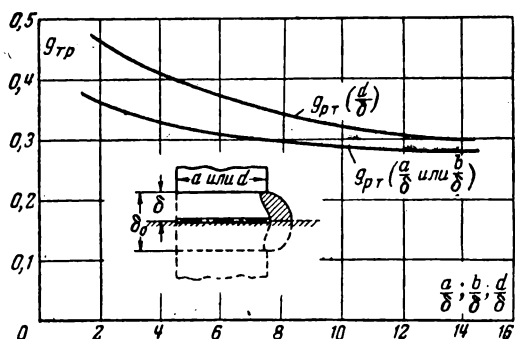


Рис. 6-19. Кривые удельной магнитной проводимости для «ребра» торца прямоугольных и круглых полюсов в зависимости от отношения  $a/\delta$  или  $b/\delta$  и  $d/\delta$  (для случая полюс — плоскость).

ро и с погрешностью не выше 5—8% определить полную боковую проводимость с учетом «ребра» торца по формуле

$$G_{zt} = \mu_0 \pi d (g_{p.t} + g_z). \quad (6-68)$$

Полная магнитная проводимость воздушного зазора с учетом поля выпучивания для случая полюс — плоскость

$$G_e = G_{o.t} + G_{p.t} + G_z = \mu_0 \left[ \frac{\pi d^2}{4\delta} + \pi d (g_{p.t} + g_z) \right], \quad (6-69)$$

$$\text{где } G_{o.t} = \mu_0 \frac{\pi d^2}{4\delta}; \quad G_{p.t} = \mu_0 \pi d g_{p.t}; \quad G_z = \mu_0 \pi d g_z.$$

Для расположения полюс — полюс удельные проводимости  $g_{p.t}$  и  $g_z$ , полученные из кривых на рис. 6-18 и 6-19 для случая полюс — плоскость, следует уменьшить в 2 раза. При определении этих проводимостей отношение  $z/\delta$  должно определяться по значению

$z/\delta_0/2 = 2z/\delta_0$ . С учетом сказанного для случая *полюс — полюс* можно записать:

$$G_z = \mu_0 \pi d \frac{g_z}{2}; \quad G_{p.т} = \mu_0 \pi d \frac{g_{p.т}}{2}; \quad G_{o.т} = \mu_0 \frac{\pi d^2}{4\delta_0} \quad (6-70)$$

и

$$G_e = \mu_0 \left[ \frac{\pi d^2}{4\delta_0} + \frac{\pi d}{2} (g_{p.т} + g_z) \right]. \quad (6-71)$$

**Пример 6-5.** Пусть требуется определить боковую магнитную проводимость и проводимость воздушного зазора с учетом поля выпучивания для круглых полюсов в случае *полюс — полюс*, когда заданы  $d = 1$  см;  $\delta_0 = 1$  см и  $z = 2,5$  см.

Проводимость воздушного зазора между торцами полюсов

$$G_{o.т} = \mu_0 \frac{\pi d^2}{4\delta_0} = 1,256 \cdot 10^{-8} \frac{\pi \cdot 1}{4 \cdot 1} = 0,987 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

По отношениям  $\frac{z}{\delta} = \frac{2z}{\delta_0} = \frac{2 \cdot 2,5}{1} = 5$  и  $\frac{d}{\delta} = \frac{2d}{\delta_0} = \frac{2 \cdot 1}{1} = 2$  из кривой рис. 6-18 находим удельную боковую проводимость  $g_z = 2,6$ . Тогда полная боковая проводимость

$$G_z = \mu_0 \pi d \frac{g_z}{2} = 1,256 \cdot 10^{-8} \pi \cdot 1 \frac{2,6}{2} = 5,13 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

Как видно, эта проводимость более чем в 5 раз больше проводимости с торцевой поверхности. Далее, по отношению  $d/\delta = 2$  определяем из кривой на рис. 6-19 удельную и полную проводимости «ребра» торцевой поверхности  $g_{p.т} = 0,465$  и

$$G_{p.т} = \mu_0 \pi d \frac{g_{p.т}}{2} = 1,256 \cdot 10^{-8} \pi \cdot 1 \frac{0,465}{2} = 0,917 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

Тогда проводимость воздушного зазора с учетом поля выпучивания

$$G_e = G_{o.т} + G_z + G_{p.т} = (0,987 + 5,13 + 0,917) 10^{-8} = 7,03 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

Интересно сравнить полученные результаты с боковой проводимостью и проводимостью воздушного зазора, когда влиянием  $d/\delta$  на боковое поле пренебрегают. По отношению  $z/\delta = 5$  и кривой Ротерса<sup>\*</sup> (рис. 6-5) имеем  $g_z = 1,13$  и

$$G_z = 1,256 \cdot 10^{-8} \pi \cdot 1 \frac{1,13}{2} = 2,23 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

Погрешность при этом

$$\frac{\Delta G_z}{G_z} = \frac{5,13 - 2,23}{5,13} 100\% = 56,5\%.$$

Полная проводимость воздушного зазора (6-71)

$$G_e = 1,256 \cdot 10^{-8} \left[ \frac{\pi \cdot 1}{4 \cdot 1} + \frac{\pi \cdot 1}{2} (0,52 + 1,13) \right] = 4,25 \cdot 10^{-8} \text{ эи},$$

т. е. погрешность составляет 39,7%.

Если же значение удельной проводимости определять по кривой Эвершеда, то погрешность по расчету полной проводимости воздушного зазора  $\approx 34\%$ .

Как видим, расчет без учета влияния ширины полюса на боковую проводимость порождает существенные погрешности.

2. Сравним теперь расчетные кривые, построенные по формулам Эвершеда, Ротерса, Крэмпса и Кольдервуда, Сливинской и др. (табл. 6-3 и рис. 6-5) с результатами проведенного нами эксперимента [Л. 93].

Обычно полную боковую проводимость для цилиндрических полюсов подсчитывают по формуле

$$G_z = \mu_0 \pi d g_z. \quad (6-72)$$

При этом  $g_z$  для круглых полюсов находится или по формулам Эвершеда или Сливинской (табл. 6-3). Часто с некоторым приближением величину  $g_z$  определяют также и по формулам для прямоугольных полюсов (Ротерс, и др.).

При всех значениях  $z$  до 5 мм и  $z/\delta$  до 2,5 лучшие результаты дает формула Сливинской [Л. 56]. Однако с увеличением  $z$  и  $z/\delta$  погрешность ее возрастает весьма ощутимо.

Формулы Крэмпса и Кольдервуда [Л. 109], а также Финниса [Л. 55] в диапазоне  $z = 1 \div 20$  мм;  $z/\delta = 0,5 \div 10$ ;  $a/\delta = 10$  и выше дают погрешность  $\pm 15\%$ . В том же диапазоне  $z$  и  $z/\delta$ , но при  $d/\delta < 10$  погрешности достигают 40%. Формула Эвершеда [Л. 107, 55] дает погрешность не более  $\pm 10\%$  в значительно большем диапазоне ( $z/\delta = 0,8 \div 8$  и  $d/\delta = 3,8 \div 6,5$ ), но при значениях  $z < 2$  мм и  $z/\delta$  до 0,8 погрешность по формуле получается 20—180%. По формуле Ротерса [Л. 22] при всех значениях  $z/\delta$  и  $d/\delta$  расчетная проводимость меньше опытной на 33—72%.

Таблица 6-3

Расчетные формулы боковой удельной проводимости для  
круглых и прямоугольных полюсов при расположении  
полюс — плоскость

Автор	Форма полюса	Вид формулы
Эвершед [Л. 107, 55]	Круглая	$g_z = \frac{2 \sqrt{v^2 - z^2}}{d \arccos \frac{z}{v}} \quad \text{при } v > z$ $g_z = \frac{2z}{d} \quad \text{при } v > z$ $g_z = \frac{2 \sqrt{z^2 - v^2}}{d \ln \left[ \frac{z}{v} + \frac{1}{v} \sqrt{z^2 - v^2} \right]} \quad \text{при } v < z;$ <p>где:</p> $v = 0,5d \ln [1 + m + \sqrt{m(2 + m)}];$ $m = \frac{z}{\delta}$
Ротерс [Л. 22]	Круглая и прямо- угольная	$g_z = \frac{2}{\pi} \ln (1 + m) \quad \text{при } \delta < 3z$ $g_z = \frac{4m}{\pi (2 + m)} \quad \text{при } \delta > 3z$
Крэмп и Кольдервуд [Л. 109]	Прямо- угольная	$g_z = \frac{1}{\pi} \ln [1 + 2m(2 + m) +$ $+ 2(1 + m) \sqrt{m(2 + m)}]$
Форб [Л. 55, 107]	Прямо- угольная	$g_z = \frac{2}{\pi} \ln \left( 1 + \frac{\pi}{2} m \right)$

Автор	Форма полюса	Вид формулы
Финнис [Л. 55]	Прямо-угольная	$g_z = \frac{2}{\pi} \ln [1 + m + \sqrt{m(2+m)}]$
Сливинская [Л.57, 95]	Круглая	$G_z \sqcup = \frac{zd}{0,22\delta_0 + 0,4z} = \pi d g_z \sqcup,$ $g_z \sqcup = \frac{m}{\pi (0,22 + 0,2m)}$

Автор в своих исследованиях также подвергнул анализу и опытной проверке кривые Шмиделя [Л. 111, 21], представляющие кривые коэффициентов, учитывающих поле «выпучивания» в зависимости от величины зазора и ширины или длины полюса. Эти кривые построены для определения проводимости в случае расположения полюсов *полюс — полюс* и *полюс — плоскость*. Пользование кривыми и расчет проводимости с помощью их исключительно прост. Поэтому не удивительно, что они получили очень большое распространение [Л. 12, 15, 20, 21, 31 и 34].

Исследования, однако, показали, что кривые Шмиделя не удовлетворяют ни принципу подобия, ни методу зеркальных изображений.

Если сфотографировать картину магнитного поля, построенную в плоскости чертежа, а затем ее увеличить (допустим, в 5 раз), то магнитная проводимость на единицу длины ( $b=1$ , рис. 6-1, а, б) при этом не должна увеличиться, так как ширина полюса  $a$  и величина воздушного зазора  $\delta$  увеличились в одно и то же число раз. Если воспользоваться кривыми Шмиделя, результат получается другим. Для  $a_1=4$  мм,  $\delta_1=3$  мм согласно кривой Шмиделя [Л. 21] для случая *полюс — плоскость* удельная проводимость  $g_1=3,2$ . При увеличении линей-

ных размеров в 5 раз, когда  $a_2=5a_1=20$  мм и  $\delta_2=5\delta_1=15$  мм, получим  $g_2=2,1$  и  $g_1/g_2=1,52$ . В действительности это отношение должно быть равным единице. Следовательно, погрешность составляет 52%. Для случая расположения *полюс — полюс* погрешности достигают также значительных величин.

Кривые Шмиделя не выдерживают также проверки и по методу зеркальных изображений. Так, для случая *полюс — плоскость* при  $a=2$  мм и  $\delta=1$  мм по кривой  $g(\delta)$  [Л. 21] проводимость  $g_1=5$ , а для случая *полюс — полюс* при  $a=2$  мм и  $2\delta=2$  мм проводимость  $g_2=2,1$ . Отношение проводимостей при этом  $g_1/g_2=2,38$  вместо  $g_1/g_2=2$ .

Графическое построение поля и экспериментальное исследование показывают, что проводимость боковой поверхности в большей мере зависит от координаты  $z$  (рис. 6-2, ж); кривые же Шмиделя этого не учитывают.

Из сравнения результатов расчета по кривым Шмиделя и опытным данным можно заключить, что кривые Шмиделя пригодны для расчета проводимости круглых полюсов только в очень узком диапазоне  $z$  (3,5—6) мм погрешность при этом не превышает  $\pm 15\%$ . При других же значениях  $z$  погрешность достигает весьма больших размеров.

Оценим погрешности суммарной боковой проводимости и проводимости «ребра» торца.

Суммарная проводимость для круглых полюсов

$$G_{z\tau} = \mu_0 \pi d g_{z\tau}, \quad (6-73)$$

где

$$g_{z\tau} = g_{p.\tau} + g_z.$$

Ниже находятся удельные проводимости поля с «ребра» торца из уравнений ряда авторов.

По методу Ротерса, как уже было известно,  $g_{p.\tau} = 0,52$ . Значение  $g_{p.\tau}$  по Крэмпу и Кольдервуду [Л. 55] можно определить из уравнения для проводимости торца прямоугольных полюсов. В случае *полюс — полюс*

$$G_{\tau} = \frac{\mu_0}{\delta_0} \left( a + \frac{0,307\delta_0}{\pi} \right) \left( b + \frac{0,307\delta_0}{\pi} \right) = \frac{\mu_0 a_p b_p}{\delta}, \quad (6-74)$$

$$\text{где } a_p = a + \frac{0,307\delta_0}{\pi}, \quad b_p = b + \frac{0,307\delta_0}{\pi}, \quad \delta_0 = 2\delta.$$

Сравнивая (6-74) с (6-17), находим, что для одного „ребра“ торца в случае *полюс — плоскость*

$$g_{p.т} = \frac{0,307}{\pi} \approx 0,1. \quad (6-75)$$

Из формулы Сливинской [Л. 95] для круглых полюсов в случае *полюс — полюс* имеем:

$$G_{p.т} = \frac{0,36d^2}{0,24d + \delta_0} + 0,48d = \pi \frac{d}{2} g_{p.т\sqcup}. \quad (6-76)$$

откуда удельная проводимость „ребра“ торца для случая *полюс — плоскость*

$$g_{p.т\sqcup} = \frac{0,1145d}{1,2d + \delta} + 0,306. \quad (6-77)$$

Расчет по уравнению (6-73) показывает, что учет  $g_{p.т}$  по методу Ротерса дает снижение погрешности. В результате суммарная боковая проводимость  $g_{zt}$  в пределах отклонения  $d/\delta$ , равного 2—4,8, и  $z \leq 2$  м рассчитывается с погрешностью не более 15%. Максимальная же погрешность в диапазоне  $d/\delta = 2 \div 10$  и при  $z/\delta$ , равном 0,2—22, не превосходит 43%.

Учет  $g_{p.т}$  уточняет также расчет  $g_{zt}$  и по формуле Сливинской. В пределах  $d/\delta \geq 2$  при  $z = 1,5 \div 6$  мм погрешность расчета  $g_{zt}$  в этом случае не будет превосходить 16%.

Из сравнения кривой  $g_z(z/\delta)$  Эвершеда с опытными  $g_{zt}(z/\delta)$  получаем, что при  $d/\delta \geq 10,35$  в диапазоне  $z/\delta = 0,7 \div 22$  погрешность находится в пределах 15%. Однако она заметно возрастает при уменьшении  $d/\delta$ . Кривая  $g_{zt}(z/\delta)$ , полученная по методу Крэмпла и Кольдервуда при  $z \geq 5$  мм, очень близка к кривой Ротерса, следовательно, эти методы расчета дают примерно одинаковую точность.

Таким образом, ни одна из рассмотренных формул на всем исследуемом диапазоне ( $z = 0,23 \div 45$ ,  $z/\delta = 0,02 \div 22$  и  $d/\delta = 2 \div 10$ ) не дает удовлетворительных результатов.

г) Исследование поля с боковой поверхностью  
прямоугольных полюсов по координате  $z$ .  
Экспериментальная проверка формул Ротерса, Финниса,  
Крэмпа и Кольдервуда, Форба и кривых Шмиделя

1. Указанные авторы дали расчетные формулы или кривые для определения боковой проводимости прямоугольных полюсов в случае плоскопараллельного поля.

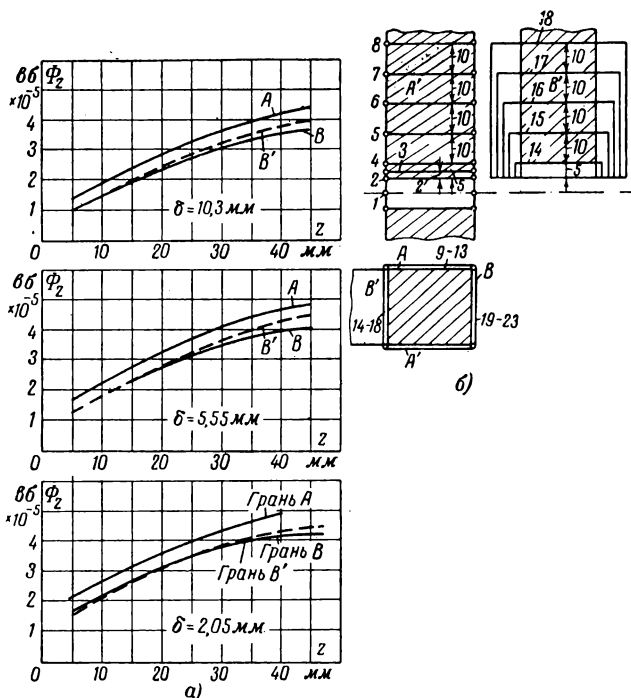


Рис. 6-20. Изменение потока с боковых граней  
в зависимости от координаты  $z$ .

а — кривые  $\Phi(z)$ ; б — расположение измерительных катушек на полюсе; А, А' и В, В' — грани полюса.

Номера измерительных катушек	Число витков
1—8	1
9, 14, 19	3
10, 15, 20	2
11, 12, 13, 16, 17	1
18, 21, 22, 23	1



Весьма интересной работой по этому вопросу является также работа Л. Р. Неймана [Л. 23]. Принимая поле между полюсами также плоскопараллельным, им аналитически получены расчетные кривые, которые позволяют определить полное магнитное сопротивление воздушного зазора с учетом магнитного сопротивления боковых граней. Однако выбранные Л. Р. Нейманом пределы воздушных зазоров и ширина полюса, к сожалению, не позволяют их широко использовать для расчета электрических аппаратов (в работе рассмотрены соотношения для стальной трубы с воздушным зазором, применяемой для шины высокого напряжения).

Потоки с боковых граней прямоугольных полюсов 4 (рис. 6-10) можно определить экспериментально с помощью измерительных витков 2—8 (рис. 6-20,б), намотанных по периметру полюса, и с помощью катушек 9—23, намотанных в плоскости граней  $A$ ,  $B$  и  $B'$ .

По опытным данным на рис. 6-20,а построены кривые потоков с боковых граней  $A$ ,  $B$  и  $B'$  (катушки (9—23) в зависимости от координаты  $z$ . На рис. 6-21 изображены кривые полных потоков  $\Phi(z)$  (витки 2—8). Пунктирные кривыми нанесены суммарные потоки с четырех боковых граней (катушки 9—23).

Как видим, тот и другой способ измерения потоков в пределах  $z=5 \div 45$  мм дает почти одинаковые результаты.

Боковой поток по периметру  $\Phi_{\text{зп}}$  и поток с торца  $\Phi_{\text{т}}$  определялся из рис. 6-21 точно так же, как делалось раньше. По значениям этих потоков и потоку  $\Phi_{\text{о.т}}$ , измеренному одним витком 1 (рис. 6-20,б) в середине зазора, подсчитывались удельные проводимости, отнесенные к периметру полюса

$$g_z = \frac{1}{\mu_0(a+b)} \left( \frac{\Phi_{\text{зп}}}{F_z} \right) \text{ и } g_{\text{р.т}} = \frac{1}{\mu_0(a+b)} \left( \frac{\Phi_{\text{т}} - \Phi_{\text{о.т}}}{F_z} \right). \quad (6-78)$$

По результатам подсчета  $g_z$  и  $g_{\text{р.т}}$  для различных значений  $a/\delta$  (или  $b/\delta$ ) и  $z/\delta$  нами построены кривые, изображенные на рис. 6-22 и 6-19. Как видим, удельные проводимости для боковой поверхности и для «ребра» торца прямоугольного полюса зависят при постоянном значении воздушного зазора от ширины полюса. Особенно сильное влияние ширины полюса сказывается при малых величинах  $a/\delta$  (или  $b/\delta$ ) и больших значе-

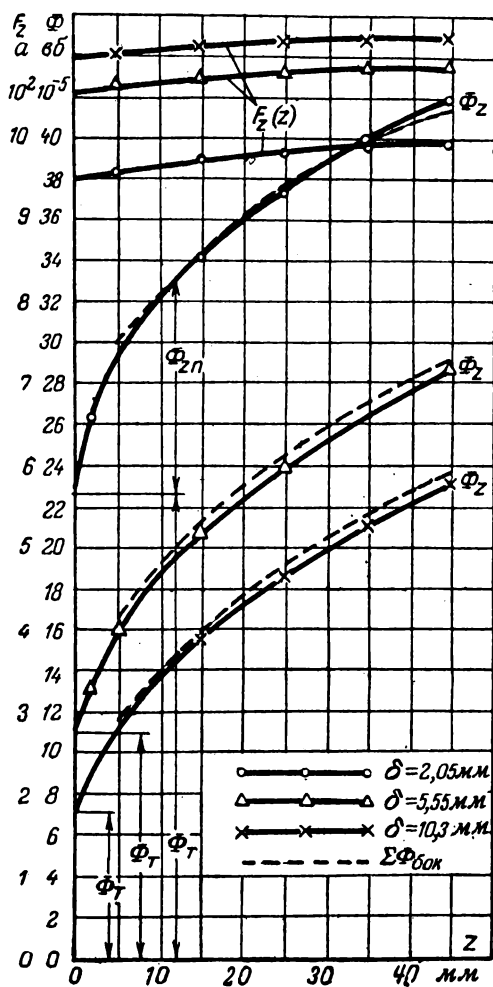


Рис. 6-21. Результаты изменения полного потока и разности магнитных потенциалов между полюсами для полюсов прямоугольного сечения.

ниях  $z/\delta$ . При заданных размерах полюса  $a$  и  $b$ , величине воздушного зазора  $\delta$  и высоте координаты поля выпучивания  $z$  кривые на рис. 6-22 позволяют достаточно просто и с погрешностью не выше 5—8% рассчитывать

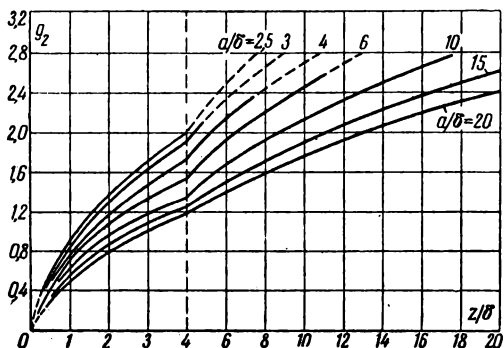


Рис. 6-22. Кривые удельной боковой магнитной проводимости для прямоугольных полюсов, построенные по экспериментальным данным (полюс — плоскость).

боковую проводимость прямоугольных полюсов по формуле

$$G_z = \mu_0 [a(g'_{za} + g''_{za}) + b(g'_{zb} + g''_{zb})]. \quad (6-79)$$

Здесь  $g'_{za}$ ,  $g''_{za}$ ,  $g'_{zb}$  и  $g''_{zb}$  — удельные боковые проводимости между соответствующими гранями и плоскостью с учетом влияния ширины грани. Их величины определяются из кривых на рис. 6-22:  $g'_{za}$  по отношению  $z/\delta = z'_a/\delta$  (на рис. 6-1) и  $b/\delta$ ;  $g''_{za}$  по  $z/\delta = z''_a/\delta$  и  $b/\delta$ ;  $g'_{zb}$  по отношению  $z/\delta = z'_b/\delta$  и  $a/\delta$ ;  $g''_{zb}$  по отношению  $z/\delta = z''_b/\delta$  и  $a/\delta$ .

Полная проводимость „ребер“ торцевой поверхности будет:

$$G_{p.т} = 2\mu_0(ag_{p.та} + bg_{p.тб}). \quad (6-80)$$

Здесь  $g_{p.та}$  и  $g_{p.тб}$  — удельные проводимости между „ребрами“ торцевой поверхности полюса и плоскостью с учетом влияния ширины грани полюса соответственно для граней  $a$  и  $b$ . Их значение определяется из кривых на рис. 6-19:  $g_{p.та}$  по отношению  $b/\delta$ ;  $g_{p.тб}$  по отношению  $a/\delta$ .

Учитывая, что основная проводимость воздушного зазора по торцовой поверхности полюса для случая *полюс — плоскость*

$$G_{o.т} = \mu_0 \frac{ab}{\delta},$$

находим полную проводимость воздушного зазора с учетом поля выпучивания и размеров полюса для случая *полюс — плоскость*:

$$\begin{aligned} G_e &= G_{o.т} + G_{p.т} + G_z = \\ &= \mu_0 \left[ \frac{ab}{\delta} + a(2g_{p.т a} + g'_{za} + g''_{za}) + \right. \\ &\quad \left. + b(2g_{p.т b} + g'_{zb} + g''_{zb}) \right]. \end{aligned} \quad (6-81)$$

При расчете проводимости в случае *полюс — полюс* в уравнениях (6-79), (6-80) и (6-81) значения всех удельных проводимостей следует уменьшить в 2 раза, а вместо величин  $z/\delta$  и  $a/\delta$  или  $b/\delta$  необходимо брать соотношения  $2z/\delta_0$  и  $2a/\delta_0$  или  $2b/\delta_0$ , так как  $\delta = \frac{1}{2}\delta_0$ . Тогда полная проводимость воздушного зазора для случая *полюс — полюс* определится из выражения

$$\begin{aligned} G_e &= \mu_0 \left[ ab/\delta_0 + \frac{a}{2}(2g_{p.т a} + g'_{za} + g''_{za}) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{b}{2}(2g_{p.т b} + g'_{zb} + g''_{zb}) \right]. \end{aligned} \quad (6-82)$$

В уравнении (6-82) значения всех удельных проводимостей представлены для случая *полюс — плоскость* и берутся из рис. 6-19 и 6-22.

Расчет проводимости воздушного зазора с учетом поля выпучивания при комбинированном расположении полюсов (рис. 6-6 и 6-9) следует проводить для каждой грани в отдельности, учитывая вид расположения полюса. Так, например, для полюса на рис. 6-9,а боковую проводимость и проводимость «ребра» торца между внутренней гранью  $b$  и якорем 4, следует брать для случая

*полюс — плоскость* и полную проводимость для этой грани подсчитывать по уравнению

$$G'_{zb} = \mu_0 b (g'_{p.tb} + g'_{zb}). \quad (6-83)$$

Здесь значения  $g'_{p.tb}$  и  $g'_{zb}$  находятся соответственно из кривых на рис. 6-19 и 6-22 по  $a/\delta$  и  $z/\delta = z_b/\delta$ , причем значение  $z/\delta$  определяется из кривой на рис. 6-3 по отношению  $x/\delta = x'/\delta = c/2\delta$ . Проводимости же для внешней грани  $b$  и двух граней  $a$  (рис. 6-9,а) подсчитываются для случая *полюс — полюс*:

$$G''_{zb} = \mu_0 b \left( \frac{1}{2} g''_{p.tb} + \frac{1}{2} g''_{zb} \right); \quad (6-84)$$

$$G'_{za} = G''_{za} = \mu_0 a \left( \frac{1}{2} g_{p.ta} + \frac{1}{2} g''_{za} \right). \quad (6-85)$$

Значения  $g''_{p.tb}$  и  $g_{p.ta}$  берутся из кривой на рис. 6-19 соответственно по отношениям  $2a/\delta$  и  $2b/\delta$ , а  $g''_{zb}$  и  $g'_{za}$  находятся из кривых на рис. 6-22 по  $z/\delta = 2z'_b/\delta$  и  $2a/\delta$ , а также по  $z/\delta = 2z'_a/\delta$  и  $2b/\delta$ . Полная боковая проводимость с учетом проводимости „ребра“ торцевой поверхности

$$G_z = G'_{za} + G''_{za} + G'_{zb} + G''_{zb} = \mu_0 \left[ a(\bar{g}_{p.ta} + g'_{za}) + \right. \\ \left. + b \left( g'_{p.tb} + \frac{1}{2} g''_{p.tb} + g'_{zb} + \frac{1}{2} g''_{zb} \right) \right]. \quad (6-86)$$

Полная проводимость одного воздушного зазора в рассматриваемом случае (рис. 6-9,а) с учетом поля выпучивания и влияния размеров полюса на удельные боковые проводимости и проводимости с «ребер» торца определяются уравнением

$$G_e = \mu_0 \left[ \frac{ab}{\delta} + (g_{p.ta} + g''_{za}) a + \right. \\ \left. + \left( g'_{p.tb} + \frac{1}{2} g''_{p.tb} + g'_{zb} + \frac{1}{2} g''_{zb} \right) b \right]. \quad (6-87)$$

**Пример 6-6.** Пусть требуется рассчитать отдельные составляющие полной магнитной проводимости воздушного зазора П-образной магнитной цепи (рис. 6-9,а) с учетом влияния размеров полюса на боковые и торцевые удельные проводимости.

Задано:  $a=2$  см,  $b=3$  см,  $c=6$  см,  $\delta=0,5$  см и  $t=2$  см.

1. Удельную проводимость между ребром торца полюса для грани  $b$  находим из рис. 6-19 по  $\frac{a}{\delta} = \frac{2}{0,5} = 4$ ;  $g'_{p.tb} = 0,33$ .

Пользуясь кривой на рис. 6-3, по  $\frac{x}{\delta} = \frac{x'}{\delta} = \frac{c}{2 \cdot \delta} = \frac{6}{2 \cdot 0,5} = 6$ .

Определяем  $z/\delta = z'_b/\delta = 3,7$ , откуда  $z'_b = \delta \cdot 3,7 = 0,5 \cdot 3,7 = 1,85$  см.

По значению  $z/\delta = 3,7$  и  $a/\delta = \frac{2}{0,5} = 4$  из кривой рис. 6-22 получаем  $g'_{zb} = 1,69$ . Тогда боковая проводимость для внутренней грани согласно равенству (6-83)

$$G'_{zb} = 1,256 \cdot 10^{-8} \cdot 3 (0,33 + 1,69) = 7,62 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

2. Для внешней грани  $b$  (6-84) имеем:  $\frac{2a}{\delta} = \frac{2 \cdot 2}{0,5} = 8$ ,  $g''_{p.tb} = 0,295$ ;  $\frac{2z}{\delta} = \frac{2t}{\delta} = \frac{2 \cdot 2}{0,5} = 8$  и  $\frac{2a}{\delta} = 8$ ;  $g''_{zb} = 2,13$ .

Тогда

$$G''_{zb} = 1,256 \cdot 10^{-8} \cdot 3 \left( \frac{1}{2} \cdot 0,295 + \frac{1}{2} \cdot 2,13 \right) = 4,58 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

3. Боковую проводимость для грани  $a$  (6-85) получаем следующим образом: по  $\frac{2b}{\delta} = \frac{2 \cdot 3}{0,5} = 12$ ;  $g_{p.ta} = 0,285$ ; по  $\frac{2z}{\delta} = \frac{2t}{\delta} = \frac{2 \cdot 2}{0,5} = 8$  и  $\frac{2b}{\delta} = \frac{2 \cdot 3}{0,5} = 12$ ,  $g'_{za} = 1,88$ .

Тогда

$$G'_{za} = G''_{za} = 1,256 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \left( \frac{1}{2} \cdot 0,285 + \frac{1}{2} \cdot 1,88 \right) = 2,73 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

4. Полная боковая проводимость с учетом проводимости «ребер» торца будет:

$$G_z = G'_{zb} + G''_{zb} + 2G'_{za} = (7,62 + 4,58 + 2 \cdot 2,73) 10^{-8} = 17,66 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

5. Основная торцовая проводимость

$$G_{o.t} = \mu_0 \frac{ab}{\delta} = 1,256 \cdot 10^{-8} \frac{2 \cdot 3}{0,5} = 15,1 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

6. Полная проводимость зазора с учетом поля выпучивания

$$G_g = G_{o.t} + G_z = (15,1 + 17,66) \cdot 10^{-8} = 32,76 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

2. Определим погрешности расчета магнитных проводимостей поля с боковых граней по формулам Ротерса, Форба, Финниса и Крэмпа и Кольдервуда (табл. 6-3). Так как формулы указанных авторов получены для плоскопараллельного поля, то при определении полной боковой проводимости  $G_{\text{зп}}$  по всему периметру полюса необходимо учесть, кроме проводимости между боковыми гранями полюса и плоскостью, еще проводимости между боковыми и торцовыми ребрами полюса и плоскостью. В этом случае расчетное уравнение

$$G'_{\text{зп}} = \mu_0 2(a+b) (g_{\text{р.т}} + g_z + 4g_{\text{р.б}}) = \mu_0 2(a+b) g'_{\text{зп}}, \quad (6-88)$$

где удельная боковая проводимость по периметру полюса

$$g'_{\text{зп}} = g_{\text{р.т}} + g_z + 4g_{\text{р.б}}. \quad (6-89)$$

При расчете по этому уравнению следует брать: удельные проводимости с «ребра» торца по Ротерсу  $g_{\text{р.т}} = 0,52$ , по Финнису и Крэмпу и Кольдервуду  $g_{\text{р.т}} = 0,1$  и по Форбу  $g_{\text{р.т}} = 0$ ; удельные боковые проводимости  $g_z$  определяются по кривым рис. 6-5.

Значение же приведенной проводимости  $g_{\text{р.б}}$  для одного бокового «ребра» подсчитывается по формуле

$$g_{\text{р.б}} = \frac{0,5z + 0,308\delta}{2(a+b)} \quad (6-90)$$

при условии, что  $g_z$  находится по кривой Ротерса; для других авторов  $g_{\text{р.б}}$  определяется по уравнению

$$g_{\text{р.б}} = \frac{\delta (g_{\text{р.т}} + g_z)^2}{2(a+b)}. \quad (6-91)$$

Сравнение результатов расчета по уравнению (6-89) с экспериментом показало, что при всех значениях  $z/\delta$  погрешности при расчете боковой проводимости по Ротерсу положительны, а по Форбу, наоборот, отрицательны. При малых значениях  $z \leq 2$  мм, когда концентрация потока у зазора наибольшая, погрешности получаются: по Ротерсу 17—67%, по Форбу 27—94,5%. Такие значительные отклонения в расчетах получаются из-за несоответствия с действительной формой магнитных линий индукции боковых граней, принятых при выводе формул (полуокружность у Ротерса, прямая и полуокружность

у Форба). При значениях  $z$ , лежащих в пределах 5—45 мм и  $a/\delta=2,6\div 13$ , погрешность не превосходит 11% по Ротерсу и 54% по Форбу.

Исследование показало, что и для прямоугольных полюсов значение  $g_{p.t}=0,52$ , полученное Ротерсом, велико. Если  $g_{p.t}$  взять по кривой на рис. 6-19, то погрешность расчета заметно снижается. Расчет по формулам Финниса и Крэмпса и Кольдервуда дает хорошие результаты только в пределах  $z=2\div 45$  мм и  $a/\delta=2,6\div 13,2$  (погрешность не более 8%). В пределах же координаты  $z\leq 2$  мм и  $a/\delta$  до 2,6—5 погрешность равна минус 3,9—51%. Погрешность незначительна лишь при большом превышении ширины полюса над зазором, когда реальное и расчетное поля близки по форме.

Весьма большую погрешность дает метод Шмиделя; она изменяется в пределах 115—190% (положительная) и 62—76% (отрицательная). Кривыми Шмиделя поэтому можно пользоваться лишь в очень узком диапазоне, ограничиваясь  $z=1,5\div 5,5$  мм при  $a/\delta=2,6\div 10,3$ , когда погрешности не превышают  $\pm 10\%$ .

## 6-6. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РАСЧЕТУ

1. Исследования показали, что магнитное поле вблизи зазора в реальных магнитных цепях неплоскопараллельно. Распределяется оно по всему объему неравномерно, причем значительная часть поля выходит за пределы граней.

Расчет магнитной проводимости для боковой поверхности по методу Ротерса, Фрая, Бергтольда, Шмиделя и других авторов практически можно проводить только в сравнительно узких пределах значений  $z$ ,  $z/\delta$ ,  $x/\delta$  и  $a/\delta$  или  $d/\delta$ . В более широких пределах расчет приводит к значительным погрешностям.

В результате исследований автора определены пределы использования формул и расчетных кривых, полученных по методам указанных авторов (табл. 6-4 и 6-5), установлены погрешности расчета проводимостей.

2. Удельная проводимость между боковыми поверхностями прямоугольных полюсов, а также удельные проводимости для боковых и торцовых «ребер» в значительной степени зависят от отношения ширины полюса к величине воздушного зазора ( $a/\delta$  или  $b/\delta$ ). Аналогич-



Таблица 6-4

**Погрешности и пределы применимости формул и расчетных кривых различных авторов для боковой удельной проводимости с грани и периметра по координате  $x$**   
*полюс — плоскость*

Автор	Номер формулы и рисунка	Пределы применимости по			Максимальная погрешность, %
		$x, \text{ мм}$	$x/\delta$	$a/\delta$	
<b>Фрай</b>					
1. При расчете по грани	(6-46) рис. 6-4	10—50	5—27	$\geq 14$	8
При расчете с поправкой по Буль ( $g_{p.т} = 0,42$ )	(6-50) рис. 6-14	10—50	1—27	2,7—14,5	8
2. При расчете по периметру с поправкой по Буль ( $g_{p.т} = 0,42$ )	(6-60) (6-64) рис. 6-14 рис. 6-15	1—50	0,2—21,5	2,7—14,5	11,5
<b>Бергтольд</b>					
1. При расчете по грани	рис. 6-4	5—50	1—10,7	2,7—14,5	17
При расчете с поправкой по Буль ( $g_{p.т} = 0$ )	(6-60) рис. 6-14	5—50	1—10,7	2,7—14,5	8
2. При расчете по периметру	рис. 6-4 (6-60)	1—50	0,2—21,5	2,7—14,5	16
При расчете с поправкой по Буль ( $g_{p.т} = 0$ )	(6-60) и (6-64) рис. 6-14, рис. 6-15	1—50	0,2—21,5	2,5—14,5	11,5
<b>Ротерс</b>					
1. При расчете по грани ( $g_{p.т} = 0,52$ )	(6-49) рис. 6-4	10—50	1—27	2,7—14,5	19
При расчете с поправкой по Буль ( $g_{p.т} = 0,52$ )	(6-50) рис. 6-4	10—50	1—27	2,7—14,5	8

Автор	Номер формулы и рисунка	Пределы применимости по			Максимальная погрешность, %
		$x, \text{ мм}$	$x/\delta$	$a/\delta$	
2. При расчете по периметру	(6-60), (6-61) рис. 6-4	2,5—50	1,3—21,5	2,7—14,5	24
При расчете с поправкой по Буль ( $g_{p.t} = 0,52$ )	(6-64), (6-60), (6-62) рис. 6-14, рис. 6-15	2,5—50	1,3—21,5	2,7—14,5	11,5

ная зависимость имеет место и для цилиндрических полюсов.

Формулы и расчетные кривые различных авторов, исследованные автором данной книги, не учитывают влияния отношения  $a/\delta$  или  $d/\delta$  на удельную магнитную проводимость. Это в значительной степени увеличивает их погрешности и ограничивает пределы возможного использования.

С целью повышения точности расчета проводимостей автором предлагаются расчетные кривые для прямоугольных и круглых полюсов (рис. 6-18, 6-19 и 6-22). В отличие от известных формул и кривых они учитывают влияние на боковую удельную проводимость отношения ширины или диаметра полюса к величине воздушного зазора. С их помощью предельно просто и с погрешностью не выше 5—8% представляется возможным определить полную проводимость воздушного зазора с учетом поля выпучивания. Расчет магнитных проводимостей рекомендуется проводить по уравнениям (6-69) — (6-71), (6-79) — (6-87).

3. Расчет магнитных проводимостей воздушных зазоров с учетом поля выпучивания по расчетным размерам полюсов проще, чем другие аналитические методы расчета, и вместе с тем учитывает весьма сложное распределение поля в воздушном зазоре и вблизи его (автоматически исключается определение проводимости с боко-

Т а б л и ц а 6-5

**Погрешности и пределы использования формул различных авторов для удельной проводимости поля с боковой поверхности полюса по длине грани и периметра при заданной координате  $z$  (полюс — плоскость)**

Автор	Номер формулы и рисунка	Пределы использования по:			Максимальная погрешность, %
		$z$ , мм	$z/\delta$	$d/\delta$ или $a/\delta$	
Эвершед Круглые полюсы При расчете проводимости с боковой поверхности	табл. 6-3 рис. 6-5	5—45	0,8—8	3,8—6,5	$\pm 10$
Ротерс Круглые полюсы При расчете проводимости с боковой и „ребра“ торцовой поверхностей ( $g_{p.т} = 0,52$ ) Прямоугольные полюсы При расчете проводимости с боковых граней ( $g_{p.т} = 0,52$ )	табл. 6-3  рис. 6-5  табл. 6-3 (6-88) рис. 6-5	  До 2  5—45	  0,02—0,4  1,2—22	  2—4,8  2,6—13	  15  11
Крэмп и Кольдервуд и Финнис Круглые полюсы  Прямоугольные полюсы При расчете проводимости с боковых граней по периметру полюса ( $g_{p.т} = 0,1$ )	табл. 6-3 рис. 6-5  табл. 6-3 (6-88) рис. 6-5	1—20  2—45	0,5—10  0,15—22	$\geq 10$  2,6—13	$\pm 15$  8

Автор	Номер формулы и рисунка	Пределы использования по:			Максимальная погрешность, %
		$z$ , мм	$z/\delta$	$d/\delta$ или $a/\delta$	
Сливинская					
Круглые полюсы	{ табл. 6-3, рис. 6-5	1—5	{ 0,1—0,4 0,36—0,6 0,85—2,4	{ 2 3,8 10	$\pm 10$
При расчете проводимости с поверхности:					
а) боковой					
б) боковой и «ребра торца»	{ табл. 6-3, (6-73) и (6-77), рис. 6-5	0,5—8 До 11 1—7,3	0,8—3,1 До 17 0,1—0,7	10 3,8 2,0	$\pm 10$ —16 —16
Буль					
Круглые полюсы	(6-68), рис. 6-18, 6-19	До 45	0,02—22	2—10	5—8
При расчете проводимости с боковой поверхности					
Прямоугольные полюсы	(6-79), рис. 6-19, 6-22	До 45	0,02—22	2,6—13	5—8
При расчете проводимости с боковых граней по периметру полюса					

вых «ребер» и «углов» для прямоугольных полюсов). Расчет значительно облегчается, если воспользоваться не формулами, которые имеют сравнительно сложный вид (табл. 6-3), а графиками на рис. 6-4 и 6-5, построенными автором.

С помощью кривых удельных магнитных проводимостей приближенно определяются полные проводимости для сложных расположений полюсов: *ребро — ребро*, *угол — угол* и др. Для расчета магнитных проводимостей прямоугольных и круглых полюсов рекомендуется пользоваться формулами, приведенными в § 6-7. Расчетные размеры полюсов удобно могут быть использованы и при определении вращающего момента индук-

ционной системы, а также тягового усилия электромагнитного механизма.

4. Опыты показали, что при прочих равных условиях формула Форба дает большие погрешности и поэтому ее использование для расчета проводимости нецелесообразно.

Не могут быть рекомендованы и широко известные кривые Шмиделя. Полученные по ним проводимости не зависят от координат поля выпучивания; это также приводит к большим погрешностям при расчете.

5. Для прямоугольных полюсов электрических аппаратов, в которых длина и ширина полюса соизмеримы, реальное поле вблизи зазора трехмерное и точный аналитический расчет его оказывается невозможным. С некоторым приближением, но с достаточной для практики точностью, расчет этот можно произвести по известным уже формулам Ротерса, Фрая и Бергтольда для плоскопараллельного поля с использованием поправочных коэффициентов, полученных на основании опытных данных (рис. 6-14 и 6-15). Тогда расчет удельных проводимостей поля выпучивания становится пригодным в более широких пределах изменения  $x$ ;  $x/\delta$  и  $a/\delta$  (табл. 6-4) и погрешность расчета не будет превышать 5—11,5%. Расчет магнитных проводимостей в этом случае рекомендуется проводить по формулам (6-50), (6-54)—(6-57).

6. В практике проектирования электрических аппаратов автоматики встречаются самые разнообразные магнитные цепи с большим многообразием расположения сердечников и полюсов друг относительно друга. Для облегчения расчета в этом случае в § 6-7 приводится сводка расчетных формул для удельных и полных магнитных проводимостей. Все формулы даны для плоскопараллельного или плоскорадиального полей без учета магнитного сопротивления стали. Приведенные формулы (6-46)—(6-187) автором экспериментально не проверялись, но в ряде случаев они дополнялись проводимостями, учитывающими поле выпучивания или давала более простая методика расчета проводимостей.

## 6-7. СВОДКА РАСЧЕТНЫХ ФОРМУЛ ДЛЯ МАГНИТНЫХ ПРОВОДИМОСТЕЙ ВОЗДУШНЫХ ПРОМЕЖУТКОВ

Виды расположения поверхностей даны на рис. 6-23—6-58.

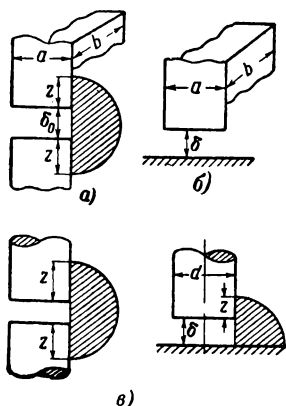


Рис. 6-23.

### I. Магнитная проводимость воздушного зазора между двумя параллельными поверхностями с полюсами, обращенными друг к другу

#### А. Основная торцовая проводимость

##### *Прямоугольные полюсы*

Основная проводимость воздушного зазора в пределах торцевой поверхности с учетом поля выпучивания соответственно для случая *полюс — полюс* (рис. 6-23,а) и *полюс — плоскость* (рис. 6-23,б)

$$G_{o.т} = \mu_0 \frac{ab}{\delta_0} \quad \text{и} \quad G_{o.т} = \mu_0 \frac{ab}{\delta}, \quad (6-92)$$

$$\mu_0 = 1,25 \cdot 6 \cdot 10^{-8} \text{ гн/см.}$$

##### *Круглые полюсы* (рис. 6-23,в)

$$G_{o.т} = \mu_0 \frac{\pi d^2}{4\delta_0} \quad \text{и} \quad G_{o.т} = \mu_0 \frac{\pi d^2}{4\delta}. \quad (6-93)$$

Проводимости  $G_{0.т}$  для прямоугольных и круглых полюсов могут быть подсчитаны с погрешностью не выше 10%, если для случая *полюс — плоскость*  $a/\delta$  и  $b/\delta$  достаточно велики (порядка 50 и выше) и отношение  $z/\delta \leq 2$ .

Для расположения полюс — полюс в этом случае  $a/\delta_0$  и  $b/\delta_0 \geq 25$  и  $z/\delta_0 \leq 1$ .

**Б. Учет влияния ширины и диаметра полюсов на величину удельной боковой проводимости по методу автора [Л. 93, 94]**

### Прямоугольные полюсы

1. Проводимость между одним „ребром“  $b$  торца полюса и плоскостью для случая *полюс — плоскость* (рис. 6-24,а)

$$G_{р.т\ b} = \mu_0 b g_{р.т\ b}; \quad (6-94)$$

полная проводимость для четырех „ребер“ полюса

$$G_{р.т} = 2\mu_0 (b g_{р.т\ b} + a g_{р.т\ a}), \quad (6-95)$$

где удельные проводимости  $g_{р.т\ b}$  и  $g_{р.т\ a}$  берутся из кривых на рис. 6-19 соответственно по  $a/\delta$  и  $b/\delta$ .

2. Проводимость для одного „ребра“ торцевой поверхности для случая *полюс — полюс* (рис. 6-24,б)

$$G_{р.т\ b} = \mu_0 \left( \frac{g_{р.т\ b}}{2} \right) b; \quad (6-96)$$

для четырех „ребер“

$$G_{р.т} = \mu_0 (b g_{р.т\ b} + a g_{р.т\ a}). \quad (6-97)$$

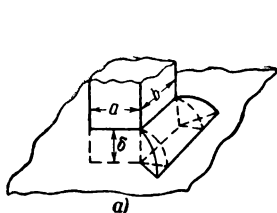
Здесь значения  $g_{р.т\ b}$  и  $g_{р.т\ a}$  определяются из рис. 6-19 соответственно по  $2a/\delta_0$  и  $2b/\delta_0$ .

3. Проводимость между боковой гранью  $b$  полюса и плоскостью на высоте координаты  $z'_b$  в случае расположения *полюс — плоскость* (рис. 6-25,а)

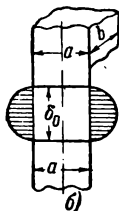
$$G'_{zb} = \mu_0 b g'_{zb}. \quad (6-98)$$

Полная проводимость между боковыми гранями по периметру полюса (для четырех граней) и плоскостью

$$G_{z\sqcup} = \mu_0 [(g'_{zb} + g''_{zb})b + (g'_{za} + g''_{za})a]. \quad (6-99)$$

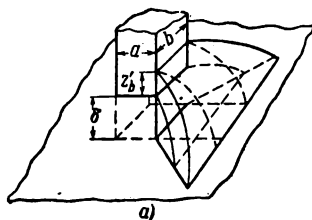


а)

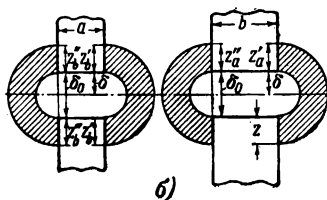


б)

Рис. 6-24.



а)



б)

Рис. 6-25.

В данном случае значения удельных проводимостей  $g'_{zb}$ ,  $g''_{zb}$ ,  $g'_{za}$  и  $g''_{za}$  находятся из кривых на рис. 6-22 по отношениям соответственно  $z/\delta = z'_b/\delta$  и  $a/\delta$ ;  $z''_b/\delta$  и  $a/\delta$ ;  $z'_a/\delta$  и  $b/\delta$ ;  $z''_a/\delta$  и  $b/\delta$ .

4. Полная проводимость между боковыми гранями двух полюсов в случае расположения *полюс — полюс* (рис. 6-25, б)

$$G_{z\sqcup} = \frac{G_{z\sqcup}}{2} = \mu_0 \left[ \frac{1}{2} (g'_{zb} + g''_{zb})b + \frac{1}{2} (g'_{za} + g''_{za})a \right], \quad (6-100)$$

где  $g'_{zb}$ ,  $g''_{zb}$ ,  $g'_{za}$  и  $g''_{za}$  также берутся по рис. 6-22 по отношениям

$$\frac{z}{\delta} = \frac{2z'_b}{\delta_0} \text{ и } \frac{a}{\delta} = \frac{2a}{\delta_0}; \quad \frac{2z''_b}{\delta_0} \text{ и } \frac{2a}{\delta_0}, \quad \frac{2z'_a}{\delta_0} \text{ и } \frac{2b}{\delta_0};$$

$$\frac{2z''_a}{\delta_0} \text{ и } \frac{2b}{\delta_0}.$$



Полная проводимость воздушного зазора с учетом проводимостей поля с „ребер“ торца и боковых граней для случаев *полюс—плоскость* и *полюс—полюс*

$$G_{e\sqcup} = \mu_0 \left[ \frac{ab}{\delta} + (2g_{p.t} b + g'_{zb} + g''_{zb}) b + \right. \\ \left. + (2g_{p.t} a + g'_{za} + g''_{za}) a \right]; \quad (6-101)$$

$$G_{e\sqcap} = \mu_0 \left[ \frac{ab}{\delta_0} + \left( g_{p.t} b + \frac{1}{2} g'_{zb} + \frac{1}{2} g''_{zb} \right) b + \right. \\ \left. + \left( g_{p.t} a + \frac{1}{2} g'_{za} + \frac{1}{2} g''_{za} \right) a \right]. \quad (6-102)$$

Удельные проводимости  $g_{p.t}$ ,  $g_x$ ,  $g_y$ ,  $g_z$  приведены к случаю *полюс—плоскость*.

5. Полная проводимость воздушного зазора с учетом поля боковых граней для случая *полюс—плоскость—полюс* (рис. 6-26) \*

$$G_e = \mu_0 \left[ \frac{ab}{\delta} + \left( g'_{p.t} b + \frac{1}{2} g''_{p.t} b + g'_{zb} + \frac{1}{2} g''_{zb} \right) b + \right. \\ \left. + (g'_{p.t} a + g'_{za}) a \right]. \quad (6-103)$$

Удельные проводимости поля с „ребер“ торца  $g'_{p.t} b$ ,  $g''_{p.t} b$  и  $g'_{p.t} a = g''_{p.t} a$  определяются из рис. 6-19 соответственно по  $a/\delta$ ,  $2a/\delta$  и  $2b/\delta$ ; удельные проводимости поля боковых граней  $g'_{zb}$ ,  $g''_{zb}$  и  $g'_{za} = g''_{za}$  находятся из кривых на рис. 6-22 по  $z/\delta = z'_b/\delta$  и  $a/\delta$ ,  $z/\delta = 2z''_b/\delta = 2t/\delta$ ,  $2z'_a/\delta = 2z''_a/\delta = 2t/\delta$  и  $2b/\delta$ .

При этом величина  $z/\delta = z'_b/\delta$  берется из кривой на рис. 6-3 по  $x/\delta = x'/\delta = 2c/\delta$ .

### Круглые полюсы

1. Проводимость между „ребром“ торца и плоскостью для случая *полюс—плоскость* (рис. 6-27, а)

$$G_{p.t} = \mu_0 \pi d g_{p.t}, \quad (6-104)$$

где удельная проводимость  $g_{p.t}$  берется из кривой на рис. 6-19 по  $d/\delta$ .

Проводимость для случая *полюс—полюс* (рис. 6-27,б)

$$G_{p.т} = \mu_0 \pi d \left( \frac{g_{p.т}}{2} \right). \quad (6-105)$$

Здесь  $g_{p.т}$  находится по  $2d/\delta_0$ .

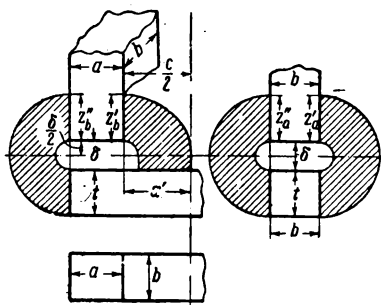


Рис. 6-26.

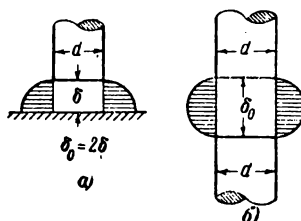


Рис. 6-27.

2. Проводимость между боковой поверхностью полюса и плоскостью на высоте координаты  $z$  для случая *полюс—плоскость* (рис. 6-28,а)

$$G_z = \mu_0 \pi d g_z, \quad (6-106)$$

где удельная проводимость  $g_z$  находится из кривой на рис. 6-18 по  $d/\delta$ .

Проводимость для *полюс—полюс* (рис. 6-28,б)

$$G_z = \mu_0 \pi d \left( \frac{g_z}{2} \right). \quad (6-107)$$

Величина  $g_z$  определяется из рис. 6-18 по  $2d/\delta_0$ .

3. Полная проводимость воздушного зазора с учетом проводимостей поля с „ребра“ торца и боковой поверхности (рис. 6-28,в, г)

$$G_{e\sqcup} = \mu_0 \left[ \frac{\pi d^2}{4\delta} + \pi d (g_{p.т} + g_z) \right]; \quad (6-108)$$

$$G_{e\sqcup} = \mu_0 \left[ \frac{\pi d^2}{4\delta_0} + \frac{\pi d}{2} (g_{p.т} + g_z) \right]. \quad (6-109)$$

## В. Проводимости, определяемые по методу расчетных полюсов

### Прямоугольные полюсы

1. Проводимость воздушного зазора с учетом поля выпучивания с „ребер“ торца полюса (рис. 6-29,а):

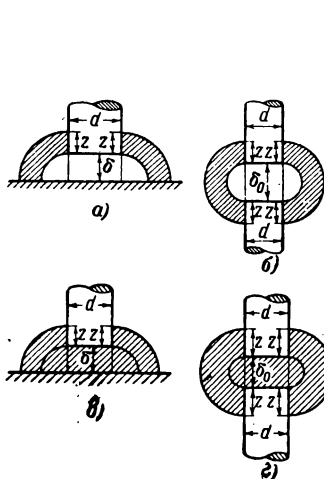


Рис. 6-28.

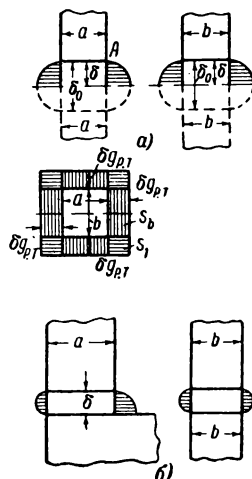


Рис. 6-29.

а) для случая *полюс—плоскость*

$$G_{\tau} = \mu_0 \frac{a_p b_p}{\delta} = \mu_0 \frac{S_{\tau}}{\delta}, \quad (6-110)$$

где расчетная площадь торца и расчетные размеры полюса

$$S_{\tau} = a_p b_p; \quad a_p = a + 2\delta g_{p,\tau}; \quad b_p = b + 2\delta g_{p,\tau}. \quad (6-111)$$

Здесь удельная проводимость между „ребром“ торца и плоскостью определяется по данным:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Крэмп и Кольдервуда и Финниса } g_{p,\tau} = 0,1; \\ \text{Бергтольда } g_{p,\tau} = 0; \\ \text{Ротерса } g_{p,\tau} = 0,52; \\ \text{Фрая } g_{p,\tau} = 0,42. \end{array} \right\} \quad (6-112)$$

Значение  $g_{p.т}$  берется по данным тех же авторов, что и удельные проводимости поля с боковых граней,

б) Для случая *полюс—полюс* (рис. 6-29,а)

$$G_T = \mu_0 \frac{a_p b_p}{\delta_0}; \quad (6-113)$$

$$a_p = a + \delta_0 g_{p.т}; \quad b_p = b + \delta_0 g_{p.т}. \quad (6-114)$$

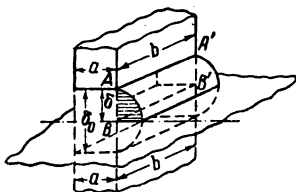


Рис. 6-30.

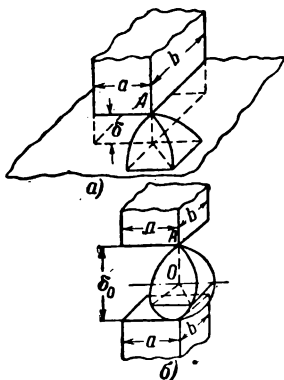


Рис. 6-31.

в) Для случая *полюс—плоскость—полюс* (рис. 6-29,б)

$$G_T = \mu_0 \frac{a_p b_p}{\delta}; \quad a_p = a + \frac{3}{2} \delta g_{p.т}; \quad b_p = b + \delta g_{p.т}. \quad (6-115)$$

2. Магнитная проводимость между „ребром“ торца и плоскостью для плоскопараллельного поля (рис. 6-30 и 6-29,а)

$$G_{p.т} = \mu_0 \frac{G_b}{\delta} = \mu_0 b g_{p.т}. \quad (6-116)$$

Для случая *полюс—полюс*

$$G_{p.т} = \mu_0 \left( \frac{g_{p.т}}{2} \right) b. \quad (6-117)$$

3. Магнитная проводимость между „углом“ торца А и плоскостью (рис. 6-31,а)

$$G_{y.p.т} = \mu_0 \frac{S_1}{\delta} = \mu_0 \delta g_{p.т}^2. \quad (6-118)$$

Для случая *полюс—полюс* (рис. 6-31,б)

$$G_{y.p.t} = \frac{1}{4} \mu_0 \delta_0 g_{p.t}^2. \quad (6-119)$$

4. Проводимость воздушного зазора с учетом поля выпучивания с боковых граней и „ребер“ торца полюса.

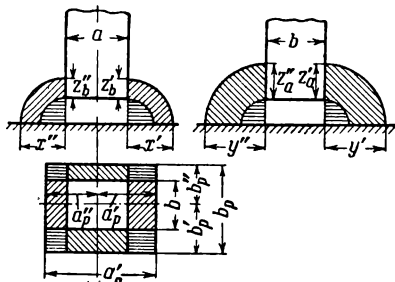


Рис. 6-32.

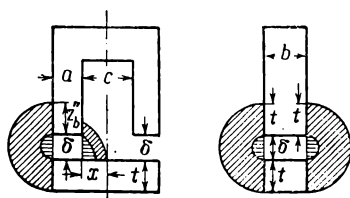


Рис. 6-33.

а) Для случаев *полюс—плоскость* (рис. 6-32) проводимость зазора рассчитывается по формуле

$$G_e = \mu_0 \frac{a_p b_p}{\delta} = \mu_0 \frac{S_p}{\delta}, \quad (6-120)$$

где расчетная площадь  $S_p$  через расчетные размеры полюса

$$a_p = a'_p + a''_p, \quad b_p = b'_p + b''_p. \quad (6-121)$$

При заданных, например, координатах поля выпучивания  $x'$ ,  $z''_b$ ,  $y'$  и  $z''_a$  имеем:

$$a'_p = \frac{a}{2} + \delta(g_{p.t} + g'_x); \quad a''_p = \frac{a}{2} + \delta(g_{p.t} + g''_{zb});$$

$$b'_p = \frac{b}{2} + \delta(g_{p.t} + g'_y); \quad b''_p = \frac{b}{2} + \delta(g_{p.t} + g''_{za}).$$

$$(1-122)$$

Удельные проводимости для плоскопараллельного поля определяются:  $g'_x$  и  $g'_y$  из рис. 6-4 соответственно по отношениям  $x/\delta = x'/\delta$  и  $y/\delta = y'/\delta$ ;  $g''_{zb}$  и  $g''_{za}$  из рис. 6-5 по  $z/\delta = z''_b/\delta$ ;  $z/\delta = z''_a/\delta$ .

б) Для распоряжения *полюс—плоскость—полюс* (рис. 6-33) проводимость одного воздушного зазора рассчитывается по уравнениям (6-120)—(6-121), где

$$a'_p = \frac{a}{2} + \delta(g_{p.\tau} + g'_x); \quad a''_p = \frac{a}{2} + \delta\left(\frac{g_{p.\tau}}{2} + \frac{g''_{zb}}{2}\right); \quad (6-123)$$

$$b'_p = b''_p = \frac{b}{2} + \delta\left(\frac{g_{p.\tau}}{2} + \frac{g'_z}{2}\right). \quad (6-124)$$

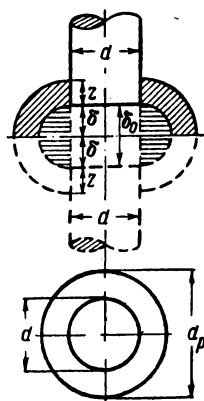
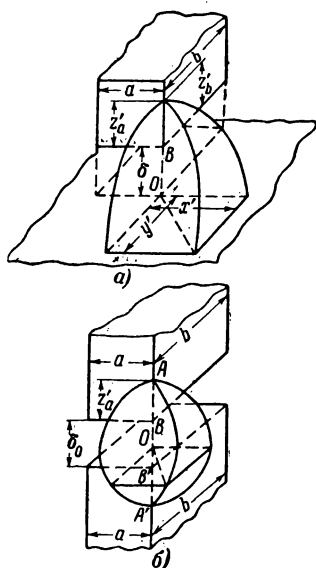


Рис. 6-35.

Рис 6-34.

Значения  $g'_x$  и  $g''_z$  соответственно находятся из рис. 6-4 и 6-5 по отношениям  $x_1/\delta = x/\delta = c/2\delta$ ;  $z/\delta = 2z'_b/\delta = 2t/\delta$ .

5. Проводимость между боковым „ребром“  $AB$  и плоскостью с учетом проводимости „ребер“ торца ( $z'_b = z'_a$ , рис. 6-34 и 6-32)

$$G_{p\delta\perp} = \mu_0 \frac{S_1}{\delta} = \mu_0 \delta (g_{p.\tau} + g'_{zb})^2 = \mu_0 \delta (g_{p.\tau} + g'_x)^2. \quad (6-125)$$

Значения  $g'_{zb}$  и  $g'_x$  находятся соответственно из кривых на рис. 6-5 и 6-4 по отношениям  $z/\delta = z'_b/\delta$ ,  $x/\delta = x'/\delta$ .

Для одного „ребра“ в случае расположения *полюс—полюс* (рис. 6-34,б)

$$G_{p\delta} = \frac{1}{4} \mu_0 \delta_0 (g_{p.\tau} + g'_{zb})^2. \quad (6-126)$$

Величина  $g'_{zb}$  определяется из рис. 6-5 по отношениям  $z/\delta = 2z'_b/\delta_0$ .

Если учесть влияние  $a/\delta$  (или  $b/\delta$ ) на удельную боковую проводимость (§ 6-5,2), то

$$G_{p\delta} = \mu_0 k_{p\delta} \delta (g_{p.\tau} + g'_x)^2; \quad G_{p\delta} = \frac{1}{4} \mu_0 k_{p\delta} \delta_0 (g_{p.\tau} + g'_x)^2. \quad (6-127)$$

Здесь величина поправочного коэффициента  $k_{p\delta}$  находится из кривых на рис. 6-15 по отношениям  $x/\delta$  и  $a/\delta$  для случая *полюс—плоскость* и по  $x/\delta = 2x/\delta_0$  и  $2a/\delta_0$  для случая *полюс—полюс*. При заданной координате  $z$  и зазору  $\delta$  значения  $x$  и  $y$  определяются из кривой на рис. 6-3.

### Круглые полюсы

Проводимость воздушного зазора для случая *полюс—плоскость* с учетом поля выпучивания (рис. 6-35)

$$G_e = \frac{\pi d_p^2}{4\delta}, \quad (6-128)$$

где расчетный размер полюса

$$d_p = d \sqrt{1 + \frac{4\delta}{d} (g_{p.\tau} + g_z)}. \quad (6-129)$$

Величина  $g_z$  определяется из рис. 6-5 по отношению  $z/\delta$ ;  $g_{p.\tau}$  находится из уравнения (6-112).

Проводимость воздушного зазора для случая *полюс—полюс*

$$G_e = \frac{\pi d_p^2}{4\delta_0}, \quad d_p = d \sqrt{1 + \frac{2\delta_0}{d} (g_{p.\tau} + g_z)}. \quad (6-130)$$

Значение  $g_z$  выбирается по отношениям  $z/\delta = 2z/\delta_0$  (рис. 6-5).

Г. Определение проводимостей простых геометрических форм по методу Ротерса [Л. 22]

Прямоугольные полюса

1. Проводимость четверти цилиндра (между „ребром“  $AB$  торца полюса и плоскостью, рис. 6-36,а)

$$G_{p.т} = \mu_0 g_{p.т} b, \quad g_{p.т} = 0,52. \quad (6-131)$$

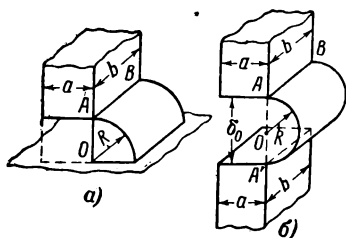


Рис. 6-36.

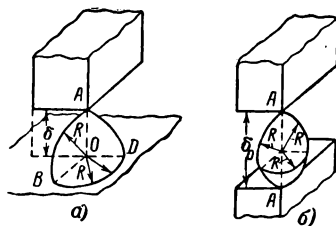


Рис. 6-37.

Проводимость полуцилиндра для случая *полюс—полюс* (рис. 6-36,б)

$$G_{p.т} = \mu_0 \left( \frac{g_{p.т}}{2} \right) b = 0,26 \mu_0 b. \quad (6-132)$$

2. Проводимость половины шарового квадранта между „углом“  $A$  полюса и плоскостью (рис. 6-37,а)

$$G_{yг} = \mu_0 g_{yг} \delta, \quad \text{где } g_{yг} = 0,308. \quad (6-133)$$

Для случая *полюс—полюс* (рис. 6-37,б)

$$G_{yг} = \mu_0 \left( \frac{g_{yг}}{4} \right) \delta_0. \quad (6-134)$$

3. Проводимость половины шаровой оболочки между боковым „ребром“  $AB$  полюса и плоскостью (рис. 6-38,а)

$$G_{p\delta} = \mu_0 g_{p\delta} z, \quad \text{где } g_{p\delta} = 0,5. \quad (6-135)$$

Для случая *полюс—полюс* (проводимость между боковыми „ребрами“  $AB$  и  $A'B'$ , рис. 6-38,б)

$$G_{p\delta} = \mu_0 \left( \frac{g_{p\delta}}{2} \right) z = 0,25 \mu_0 z. \quad (6-136)$$



4. Суммарная проводимость шарового квадранта и шаровой оболочки с учетом поправочного коэффициента (§ 6-5,2) (между „углом“ полюсов  $B$  и  $B'$  и между боковыми „ребрами“  $AB$  и  $A'B'$ , рис. 6-38,б)

$$G'_{p\delta} = \frac{1}{2} \mu_0 k_{p\delta} \left( \frac{1}{2} g_{yr} \delta_0 + g_{p\delta} z \right). \quad (6-137)$$

Здесь поправочный коэффициент  $k_{p\delta}$ , учитывающий влияние отношения  $a/\delta$  (или  $b/\delta$ ) на суммарную проводи-

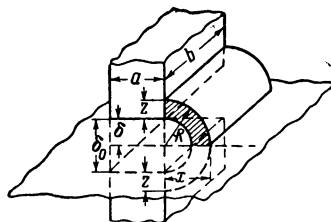
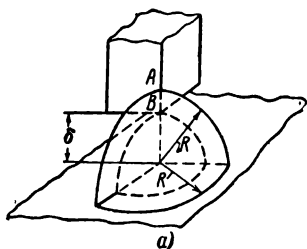


Рис. 6-39.

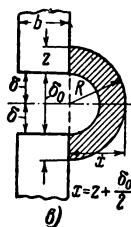
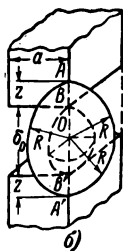


Рис. 6-38.

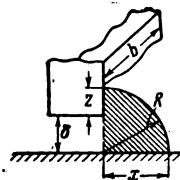


Рис. 6-40.

мость  $G'_{p\delta}$ , определяется из кривой на рис. 6-15 по отношению  $x/\delta = 2x/\delta_0 = 1 + 2z/\delta_0$  (рис. 6-38,г) и  $2a/\delta_0$  (или  $2b/\delta_0$ ).

5. Проводимость четверти полого цилиндра (между боковой гранью полюса и плоскостью, рис. 6-39)

$$G_{xb} = \mu_0 g_x b \text{ или } G_{zb} = \mu_0 g_z b, \quad (6-138)$$

где удельные проводимости  $g_x$  и  $g_z$  определяются соответственно по кривым Ротерса из рис. 6-4 и 6-5.

Для случая *полюс—полюс*

$$G_{xb} = \mu_0 \left( \frac{g_z}{2} \right) b \quad \text{или} \quad G_{zb} = \mu_0 \left( \frac{g_{zb}}{2} \right) b. \quad (6-139)$$

6. Суммарная проводимость четверти целого и полого цилиндров (рис. 6-40) с учетом влияния величины  $a/\delta$  или  $b/\delta$  на удельные проводимости  $g_{p.t}$  и  $g_x$  (§ 6-5,1) (между боковой гранью „ребром“ торца полюса и плоскостью)

$$G_{x\Gamma} = \mu_0 g_{x\Gamma} b, \quad \text{где} \quad g_{x\Gamma} = k_{x\Gamma} (g_{p.t} + g_x). \quad (6-140)$$

Здесь поправочный коэффициент  $k_{x\Gamma}$  и удельная проводимость  $g_x$  находятся по кривым Ротерса из рис. 6-14;  $g_{p.t} = 0,52$ .

Для случая *полюс—полюс* (рис. 6-39)

$$G_{x\Gamma} = \mu_0 \left( \frac{g_{x\Gamma}}{2} \right) b. \quad (6-141)$$

### *Круглые полюсы*

1. Проводимость тела вращения (четверти окружности) или проводимость между ребром торца полюса и плоскостью (рис. 6-41,а)

$$G_{p.t} = \mu_0 \pi d g_{p.t}, \quad (6-142)$$

где по Ротерсу  $g_{p.t} = 0,52$ .

Для случая *полюс—полюс*

$$G_{p.t} = \mu_0 \pi d \left( \frac{g_{p.t}}{2} \right). \quad (6-143)$$

2. Проводимость тела вращения для четверти кольца (между боковой поверхностью полюса и плоскостью при известной координате  $z$  (рис. 6-41,б)

$$G_z = \mu_0 \pi d g_x. \quad (6-144)$$

Здесь  $g_x$  определяется из кривой Ротерса (рис. 6-4) по отношению  $x/\delta = 1 + \frac{z}{\delta}$ .

Для случая *полюс—полюс* (рис. 6-41,б)

$$G_z = \mu_0 \pi d \left( \frac{g_x}{2} \right), \quad (6-145)$$

где  $g_x$  находится по отношению  $x/\delta = 2x/\delta_0 = 1 + 2z/\delta_0$ .

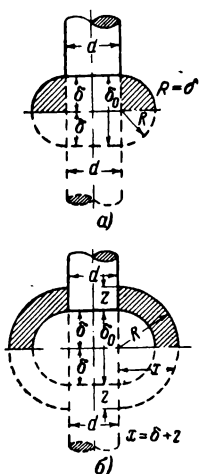


Рис. 6-41.

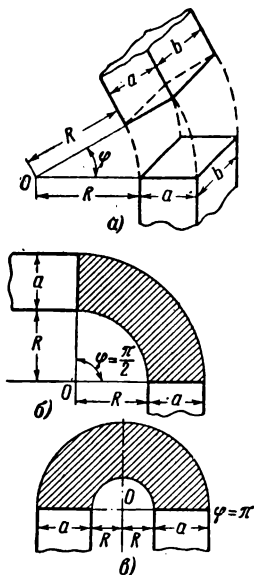


Рис. 6-42.

## II. Магнитная проводимость между поверхностями, торцовые плоскости которых расположены под углом (плоскопараллельное поле)

1. Проводимость воздушного зазора между торцовыми поверхностями одинаковых полюсов (рис. 6-42,а)

$$G_T = \mu_0 \frac{b}{\varphi} \ln \left( 1 + \frac{a}{R} \right). \quad (6-146)$$

Угол  $\varphi$  выражен в радианах.

а) При  $\varphi = \pi/2$  (рис. 6-42,б)

$$G_T = \mu_0 \frac{2b}{\pi} \ln \left( 1 + \frac{a}{R} \right); \quad (6-147)$$

б) при  $\varphi = \pi$  (рис. 6-42, в)

$$G_{\pi} = \mu_0 \frac{b}{\pi} \ln \left( 1 + \frac{a}{R} \right) = \mu_0 \left( \frac{g_z}{2} \right) b, \quad (6-148)$$

где удельная проводимость

$$g_z = 2/\pi \ln(1 + a/R). \quad (6-149)$$

По этому уравнению на рис. 6-5 построена кривая 5 при  $a = z$  и  $R = \delta$ .

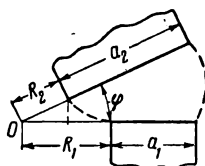
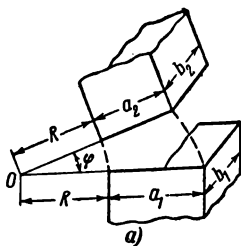


Рис. 6-44.

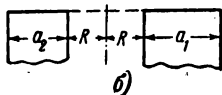


Рис. 6-43.

2. Проводимость воздушного зазора между торцами двух полюсов различной ширины  $a_1 \neq a_2$  с одинаковым полярным расстоянием  $R$  и одинаковыми длинами  $b_1 = b_2 = b$ , рис. 6-43 [Л. 105]

$$G_{\pi} = \frac{\mu_0 b}{\varphi(a_1 + a_2)} [a_1 \ln(1 + a_2/R) + a_2 \ln(1 + a_1/R)]. \quad (6-150)$$

Расположение полюсов для определения проводимости между торцами при  $\varphi = \pi$  показано на рис. 6-43, б.

3. Проводимость воздушного зазора между торцами двух полюсов различной ширины  $a_1 \neq a_2$  с неодинаковыми полярными расстояниями  $R_1 \neq R_2$  и одинаковыми длинами  $b_1 = b_2 = b$  (рис. 6-44) [Л. 105]

$$G_{\pi} = G_1 - G_2, \quad (6-151)$$

где

$$G_1 = \frac{\mu_0 b}{\varphi (a_1 + a_2 + R_1 - R_2)} \left[ (a_1 + R_1 - R_2) \ln \left( 1 + \frac{a_2}{R_2} \right) + a_2 \ln \frac{a_1 + R_1}{R_2} \right];$$

$$G_2 = \frac{\mu_0 b}{\varphi (a_2 + R_1 - R_2)} [a_2 \ln R_1/R_2 + (R_1 - R_2) \ln (1 + a_2/R_2)].$$

4. Проводимость воздушного зазора между цилиндрическим сердечником и прямоугольным якорем, расположенным под углом (рис. 6-45).

а) Полная проводимость, полученная аналитическим методом Н. К. Гальперном [Л. 114, 113], выражается:

$$G_e = G_T + G_{p.T} + G_z, \quad (6-152)$$

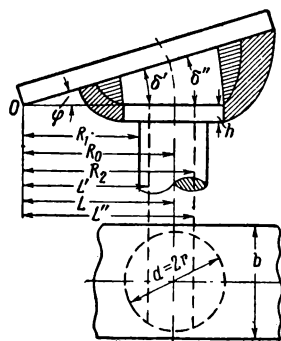


Рис. 6-45.

где проводимости соответственно между торцом, ребром и боковой поверхностью полюсного наконечника и якорем:

$$G_T = \frac{2\pi\mu_0}{\varphi} (R_0 - \sqrt{R_1 R_2}); \quad (6-153)$$

$$G_{p.T} = \frac{\pi^2 \mu_0}{\left(\frac{\pi}{2} + 1\right)^3} \left[ r(2 + \pi) + \frac{\pi}{2} R_0 \operatorname{tg} \varphi \right]; \quad (6-154)$$

$$G_z = 2\mu_0 h \left[ 1 + \frac{2r}{\sqrt{\left(\frac{h}{2} + R_1 \operatorname{tg} \varphi\right) \left(\frac{h}{2} + R_2 \operatorname{tg} \varphi\right)}} \right]; \quad (6-155)$$

б) Полная проводимость воздушного зазора приближенно может быть получена также на основании кривых автора (рис. 6-18 и 6-19)

$$G_e = G_T + G'_{p.T} + G''_{p.T} + G_z + G'_z. \quad (6-156)$$

Здесь

$$G_T = \mu_0 \frac{\pi r^2}{\varphi L}. \quad (6-157)$$

Проводимости между „ребрами“ с двух сторон длины окружности полюсного наконечника и якорем

$$G'_{p.T} = \mu_0 \pi r g'_{p.T} \text{ и } G''_{p.T} = \mu_0 \pi r g''_{p.T}. \quad (6-158)$$

Значения  $g'_{p.T}$  и  $g''_{p.T}$  находятся из кривой рис. 1-19 соответственно по отношениям  $d/\delta = d/\delta' = d/\varphi\alpha'$  и  $d/\delta = d/\delta'' = d/\varphi L''$ .

Проводимости между боковыми поверхностями двух половин полюсного наконечника и якорем

$$G'_z = \mu_0 \pi r g'_z \text{ и } G''_z = \mu_0 \pi r g''_z. \quad (6-159)$$

Величины  $g'_z$  и  $g''_z$  берутся из кривых на рис. 6-18 соответственно отношениям  $d/\delta = d/\delta' = d/\varphi L'$ ,  $z/\delta = h/\delta' = h/\varphi L'$  и  $d/\delta = d/\varphi L''$ ,  $z/\delta = h/\varphi L''$ .

### III. Магнитная проводимость между плоскостью и боковой поверхностью, расположенной под углом (плоскопараллельное поле) (рис. 6-46,а)

$$G_x = \mu_0 b g_x, \quad (6-160)$$

где удельная проводимость боковой грани  $g_x$  [Л. 104] находится по известным значениям  $x/\delta$  и  $\varphi$  (из рис. 6-46,б).

### IV. Полная магнитная проводимость воздушного зазора между двумя полюсами с учетом поля выпучивания с боковых поверхностей, расположенных под различными углами (рис. 6-47)

$$G_e = \mu_0 \frac{a_p b_p}{\delta_0} = \mu_0 \frac{a_p b_p}{2\delta}. \quad (6-161)$$

Здесь расчетные размеры полюса:

$$a_p = a + \delta (g'_x + g''_x); \quad (6-162)$$

$$b_p = b + 2\delta g_y. \quad (6-163)$$

Удельные проводимости поля с соответствующих границей  $g'_x$ ,  $g''_x$  и  $g_y$  берутся из кривых на рис. 6-46, б соответственно по отношениям  $x/\delta = 2x'/\delta_0$  и  $\varphi = \varphi'_x$ ,  $x/\delta = 2x''/\delta_0$  и  $\varphi = \varphi''_x$ ,  $y/\delta = 2y'/\delta_0$  и  $\varphi = \varphi_y = 90^\circ$ .

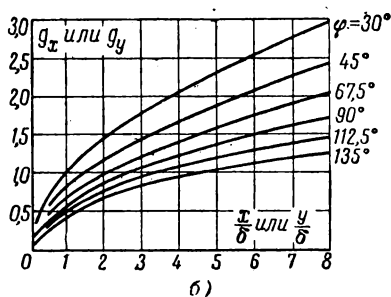
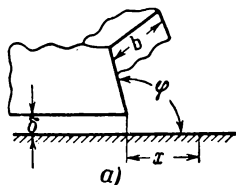


Рис. 6-46.

При этом координаты поля выпучивания приблизительно определяются следующим образом:  $x'$  — до границы потока рассеяния;  $x'' \approx z' + \frac{\delta_0}{2}$  и  $y'$  из кривой на рис. 6-3.

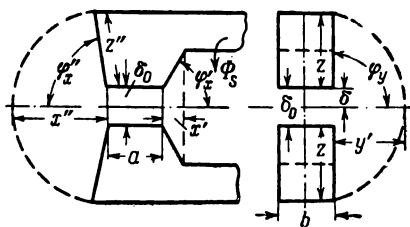


Рис. 6-47.

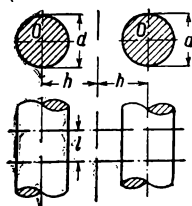


Рис. 6-48.

**V. Магнитная проводимость между боковыми поверхностями двух параллельно расположенных цилиндров на участке длиной  $l$  плоскопараллельного поля (рис. 6-48)**

$$G = \mu_0 g_1 l, \quad (6-164)$$

где удельная проводимость

$$g_1 = \frac{\pi}{\ln \left[ \left( \frac{2h}{d} \right) + \sqrt{\left( \frac{2h}{d} \right)^2 - 1} \right]}. \quad (6-165)$$

При  $2h/d \geq 5$  с достаточной точностью

$$g_1 = \frac{\pi}{\ln \frac{4h}{d}}. \quad (6-166)$$

## VI. Магнитная проводимость между боковой поверхностью цилиндра и плоскостью, расположенной параллельно его оси (поле плоскопараллельное, рис. 6-49)

### 1. Плоскость бесконечна.

Если учесть, что в этом случае поверхность представляет собой половину поверхности при параллельном

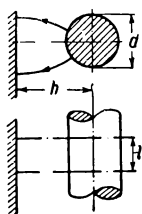


Рис. 6-49.

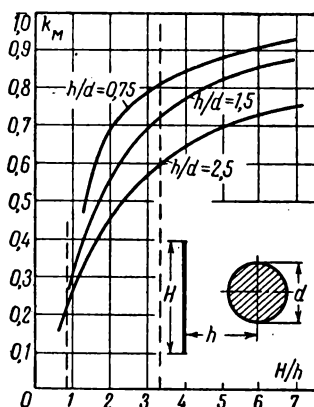


Рис. 6-50.

расположении двух цилиндров (рис. 6-48), то удельная проводимость

$$g_2 = 2g_1 = \frac{2\pi}{\ln \left[ \left( \frac{2h}{d} \right) + \sqrt{\left( \frac{2h}{d} \right)^2 - 1} \right]}. \quad (6-167)$$

$$\text{При } h/d \geq 2.5, g_2 \approx \frac{2\pi}{\ln \frac{4h}{d}}. \quad (6-168)$$



2. Плоскость конечной высоты  $H$  (рис. 6-50) и бесконечной длины.

Полная проводимость на участке длиной  $l$  цилиндра и плоскости

$$G = \mu_0 g l,$$

где

$$g = \frac{2\pi k_m}{\ln \left[ \left( \frac{2h}{d} \right) + \sqrt{\left( \frac{2h}{d} \right)^2 - 1} \right]}. \quad (6-169)$$

Значения поправочного коэффициента  $k_m$ , полученного автором на основе графического построения поля, определяются из кривых, показанных на рис. 6-50.

## VII. Магнитная проводимость между боковой поверхностью цилиндра и двумя бесконечными плоскостями, расположенными параллельно его оси на одинаковом расстоянии (поле плоскопараллельное, рис. 6-51)

### 1. Плоскости бесконечны.

Учитывая, что правая половина поля на рис. 6-51 (пунктир) является зеркальным изображением поля между плоскостью и левой половиной цилиндра (рис. 6-49), удельная проводимость для рис. 6-51

$$g_3 \approx 2g_2 \quad (6-170)$$

и

$$G = \mu_0 g_3 l. \quad (6-171)$$

2. Плоскость имеет конечную высоту  $H$  (рис. 6-51).

Удельная проводимость

$$g_3 = \frac{4\pi k_m}{\ln \left[ \left( \frac{2h}{d} \right) + \sqrt{\left( \frac{2h}{d} \right)^2 - 1} \right]}. \quad (6-172)$$

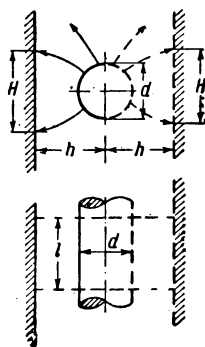


Рис. 6-51.

Значения поправочного коэффициента  $k_m$  в пределах  $H/h=0,6—3,4$  (пунктир) определяется из кривых на рис. 6-50.

# **VIII. Удельные проводимости между прямоугольными параллельными сердечниками (плоскопараллельное поле, рис. 6-52)**

1. Для двух сердечников на рис. 6-52,а удельные проводимости определяют так:

а) между внутренними гранями

$$g = b/c. \quad (6-173)$$

б) Между двумя внутренними «ребрами»  $\frac{1}{2} g_{p.t}$  (расположение полюс — полюс).

в) Между двумя боковыми гранями  $\frac{1}{2} g_z$  (расположение полюс — полюс), лежащими в одной плоскости. Величина  $g_z$  определяется из рис. 6-5 по отношению  $z/\delta = 2a/c$ .

Полная удельная проводимость между двумя сердечниками.

$$g' = g + 2(g_{p.t}/2) + 2(g_z/2). \quad (6-174)$$

Величины  $g_{p.t}$  и  $g_z$  находятся по данным одного и того же автора.

2. Удельная проводимость трех сердечников (рис. 6-52,б)

а) при  $a_1 = a_2$

$$g'' = 2g'; \quad (6-175)$$

б) при  $a_1 \neq a_2$  величина  $g_z$  определяется из кривых на рис. 6-5 по отношению  $\frac{z}{\delta} = \frac{a_1 + a_2}{c}$ .

**IX. Удельная проводимость между боковыми поверхностями двух параллельных цилиндров, один из которых помещен внутри другого (рис. 6-53)**

$$g = \frac{2\pi}{\ln R/r}; \quad G = \mu_0 g l. \quad (6-176)$$

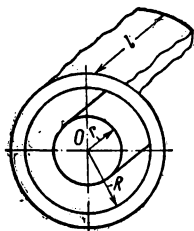


Рис. 6-53.

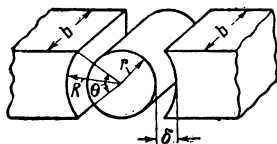


Рис. 6-54.

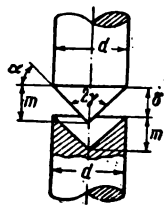


Рис. 6-55.

**X. Магнитная проводимость между цилиндром и двумя концентрическими поверхностями для плоскорадиального поля (без учета поля выпучивания с торцовых поверхностей, рис. 6-54)**

$$G_e = \mu_0 \frac{\theta b}{\ln R/r}. \quad (6-177)$$

При  $r \gg \delta$

$$G_e = \frac{1}{2} \mu_0 b \theta (1/2 + r/\delta). \quad (6-178)$$

Величина угла  $\theta$  выражается в радианах.

**XI. Магнитная проводимость воздушного зазора между двумя конусами**

а) Аналитическим методом Ротерс (рис. 6-55) [Л. 22] определим:

$$G_e = \frac{\mu_0 \pi d}{2\delta \cos \alpha} \left( \frac{d}{2 \cos \alpha} - \delta \sin \alpha \right). \quad (6-179)$$

б) На основе обработки экспериментальных данных А. Г. Сливинской [Л. 95] можно записать:

$$G_e = \mu_0 d \left( \frac{\pi d}{4\delta \sin^2 \gamma} - \frac{0,157}{\sin^2 \gamma} + 0,75 \right). \quad (6-180)$$

**ХII. Магнитная проводимость воздушного зазора между прямым и обратным усеченными конусами (рис. 6-56) по формуле А. Г. Сливинской [Л. 95]**

$$G_e = \mu_0 d \left\{ \left[ \frac{\pi d}{4\delta \sin^2 \gamma} - \frac{0,157}{\sin^2 \gamma} + 0,75 \right] - \frac{1,97}{\sin \gamma} (1 - \kappa_1) \left[ \frac{0,6 - \kappa_1}{\ln \left( 1 + \frac{\delta}{d} \sin 2\gamma \right)} + \frac{1 + \kappa_1}{\ln \left( 1 + 5 \frac{\delta}{d} \sin 2\gamma \right)} \right] \right\}. \quad (6-181)$$

Здесь

$$\kappa_1 = \kappa + 0,29 \operatorname{tg} (1 - \kappa) \quad \text{при} \quad \frac{\delta}{d} < \frac{\kappa}{\sin 2\gamma},$$

где  $\kappa = h/H$ ;

$$\kappa_1 = \frac{\delta}{d} \sin 2\gamma \quad \text{при} \quad \frac{\delta}{d} \geq \frac{h}{\sin 2\gamma};$$

$$\kappa_1 = 1 \quad \text{при} \quad \frac{\delta}{d} > \frac{1}{2 \operatorname{tg} \gamma}.$$

**ХIII. Магнитная проводимость воздушного зазора между двумя усеченными коническими поверхностями с учетом поля выпучивания (рис. 6-57)**

$$G_e = G_{AB} + G_{AD} + G_{BC}.$$

1. Проводимости воздушного зазора на длине конических поверхностей  $AB$  и  $A'B'$  находятся по методу Ротерса [Л. 22]:

$$G_{AB} = \frac{\pi \mu_0 d}{r \cos \alpha} \left( \frac{m}{\sin \alpha} - \tau \sin \alpha \right), \quad (6-182)$$

где  $\tau d$  — средний диаметр усеченной части конуса на участке  $m - \tau$ .

2. Проводимости поля выпучивания, определяемые по нашей методике, находятся следующим образом:

а) Проводимость между торцом усеченного конуса и конической поверхностью на длине  $x = A'D'$

$$G_{AD} = 2\pi\mu_0 g_x \left( R_0 - \sqrt{\frac{R_0\delta}{\sin \varphi_1}} \right), \quad (6-183)$$

где

$$R_0 = r_1 + \frac{\delta}{\sin \varphi_1}.$$

Удельная проводимость  $g_x$  находится из кривой, приведенной на рис. 6-46,б по  $\varphi = \varphi_1$  и  $x/\delta = R_0/\delta - \operatorname{ctg} \varphi_1$ .

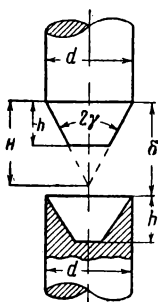


Рис. 6-56.

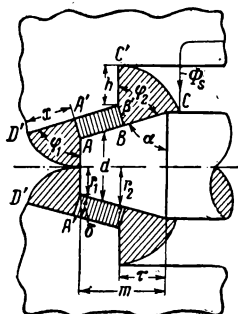


Рис. 6-57.

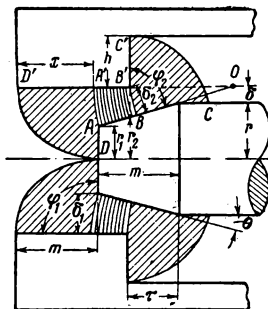


Рис. 6-58.

б) Проводимость между поверхностью усеченного конуса на длине  $BC$  и поверхностью кольца шириной  $B'C'$

$$G_{BC} = 2\pi\mu_0 g_x \left[ r_2 + \sqrt{\frac{\delta}{\sin \varphi_2} \left( h + \frac{\delta}{\sin \varphi_2} \right)} \right]. \quad (6-184)$$

Значение  $g_x$  также находится из рис. 6-46,б по известным величинам  $\varphi_2$  и  $x/\delta = h/\delta + 1/\sin \varphi_2 - \operatorname{tg} \varphi_2$ .

#### XIV. Магнитная проводимость воздушного зазора между усеченным конусом и цилиндром с учетом поля выпучивания (рис. 6-58)

$$G_e = G_{AB} + G_{AD} + G_{BC}. \quad (6-185)$$

1. Проводимость воздушного зазора на длине  $AB$  подсчитывается по уравнению Ротерса [Л. 22]

$$G_{AB} = \pi \left[ \tau - m + \frac{2(r + \delta)}{\theta} \ln \frac{\delta + m \operatorname{tg} \theta}{\delta + \tau \operatorname{tg} \theta} \right]. \quad (6-186)$$

2. Проводимость поля выпучивания находится аналогично пункту XIII, 2а по формуле (6-183):

а) Проводимость между торцом усеченного конуса и внутренней поверхностью цилиндра на длине  $A'D'$

$$G_{A'D'} = 2\pi\mu_0 g_x [r + \delta - \sqrt{\delta_1(\delta_1 + r)}]. \quad (6-187)$$

Величина  $g_x$  определяется из кривой, изображенной на рис. 6-46,б по отношению  $x/\delta = x/\delta_1 = 1 + r_1/\delta_1$  и  $\varphi_1 = 90^\circ$ .

б) Проводимость между боковой поверхностью усеченного конуса на длине  $BC$  и поверхностью кольца шириной  $B'C'$  подсчитывается по уравнению (6-184).

### Глава седьмая

## РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ПРОВОДИМОСТЕЙ ГРАФИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

### 7-1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В практике широко используются магнитные цепи, у которых магнитная проводимость рассеяния на единицу длины сердечника непостоянна. Такие цепи в дальнейшем будут называться цепями с переменной магнитной проводимостью рассеяния  $g_s$ . К ним относятся магнитные цепи 4-й и 5-й групп, представленные на рис. 1-7—1-9, а также цепи с сосредоточенной н. с., когда  $l/c < 1 \div 1,5$  (рис. 1-4 и 1-6) и с распределенной н. с., когда  $l/c < 2 \div 2,5$  (рис. 1-5 и 1-6). Магнитное поле таких цепей неоднородно; оно сильно зависит от формы магнитопровода, расположения катушки и величины н. с. Реальные цепи с переменной проводимостью рассеяния не поддаются точному расчету. Известные в литературе формулы для определения проводимостей [Л. 12—18, 21 и 22] получены при весьма значительном упрощении истинной картины поля. Проводимости отдельных участков магнитной цепи при этом вообще не учитываются. Поэтому разработка методики расчета, хотя и приближенной, но удовлетворяющей требованиям точности, достаточно простой и пригодной для лю-

бых конструктивных форм цепей, является практически важной задачей.

Исследования автора показали, что задачу расчета цепей с переменной проводимостью  $g_s$  можно решить, сочетая графический метод с аналитическим.

Существует несколько способов графического построения картины магнитного поля. В последнее время много внимания уделено применению для расчета магнитного поля метода потенциальной сетки [Л. 44, 45, 67 и 106]. Хотя этот метод дает приближенное решение дифференциальных уравнений Лапласа и Пуассона, расчет магнитного поля с его помощью получается все же сложным и громоздким.

При расчете поля электрических машин успешно применяется графический метод Лемана — Рихтера [Л. 26, 39 и 102]. Так как этот метод сравнительно прост и в электромашиностроении дает вполне удовлетворительные результаты [Л. 102], автором была сделана попытка применить его к расчету магнитных цепей электрических аппаратов.

Однако если в электрических машинах размеры в осевом направлении велики и их поле можно принять плоскопараллельным, то в цепях электрических аппаратов все размеры соизмеримы и, как правило, магнитное поле является трехмерным. Кроме того, магнитное поле многих аппаратов усложняется еще наличием нескольких воздушных зазоров и нескольких намагничивающих катушек.

Учет этих особенностей побудил автора провести специальные исследования. Результаты этих исследований позволили ему использовать метод расчета магнитных цепей со сложным трехмерным полем, изложенный в данной главе. Метод охватывает прямоугольные цепи с сосредоточенной и распределенной н. с. и позволяет учитывать при расчетах поле всего аппарата, в том числе и по длине намагничивающей катушки.

Насколько известно из литературы, подобный метод расчета магнитных цепей аппаратов автоматики не освещался. Известный метод Лемана можно применять лишь к расчету проводимостей воздушных промежутков без учета влияния намагничивающей катушки. Учет поля всего аппарата также никем не рассматривался [Л. 11—18, 20—22, 31—34].

При графическом построении картины поля приняты следующие допущения:

1. Магнитное сопротивление стали равно нулю, вследствие чего н. с. катушки вдоль длины сердечника изменяется линейно. 2. Поле рассеяния и выпучивания для плоских магнитных цепей плоскопараллельно. 3. Реальная катушка, имеющая н. с. и конечные размеры, заменяется эквивалентным бесконечно тонким проводящим слоем той же длины и с той же величиной н. с. [Л. 1, 26 и 39]. Такая замена вносит незначительную погрешность по сравнению с действительной картиной поля и в то же время позволяет представить вихревое поле безвихревым [Л. 39]. 4. Вне проводящего слоя магнитные линии индукции и линии равного магнитного потенциала пересекаются под прямым углом. К поверхности проводящего слоя они могут быть расположены под различными углами. 5. Средняя длина и средняя ширина единичной трубки одинаковы.

Картину поля, построенного при сделанных допущениях, в дальнейшем будем называть приближенной.

Исходными уравнениями при расчете магнитной цепи являются:

$$\Phi_e = F_k G_e; \quad (7-1)$$

$$\Phi_m = F_k G_m; \quad (7-2)$$

$$\Phi_s = \Phi_m - \Phi_e; \quad G_m = G_e + G_s. \quad (7-3)$$

Здесь  $\Phi_e$  и  $G_e$  — поток и магнитная проводимость в воздушном зазоре с учетом поля выпучивания;

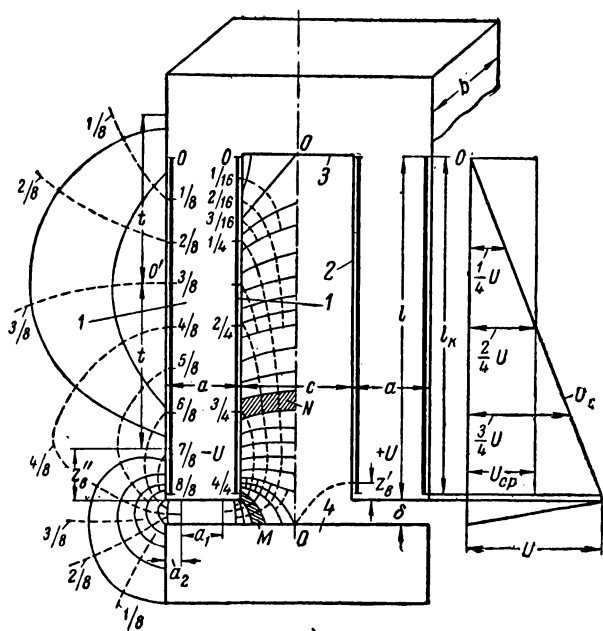
$\Phi_s$  и  $G_s$  — поток рассеяния и приведенная проводимость рассеяния;

$\Phi_m$  и  $G_m$  — максимальный поток и полная приведенная проводимость всей цепи.

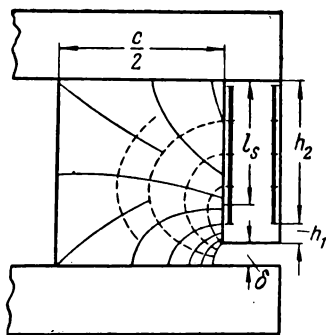
Геометрические размеры магнитной цепи предполагаются заданными. При известных размерах цепи строится картина поля. По этой картине и ряду аналитических уравнений определяются проводимости  $G_e$ ,  $G_s$  и  $G_m$ . Из трех величин  $F_k$ ,  $\Phi_e$  и  $\Phi_m$  для расчета цепи необходимо задаться одной.

Ниже рассматривается потокораспределение в различных магнитных цепях аппаратов и приборов и дается расчет их проводимостей.





a)



б)

Рис. 7-1. Поле П-образной магнитной цепи с распределенной н. с.

а) —  $a = 2,6$ ;  $b = 3,0$ ;  $c = 3,6$ ;  $l = 11,1$ ;  $\delta = 0,4$ ;  $t = 5,5$ ;  $z'_\delta = 0,5$ ;  
 $l/c = 3,08$ ; б) —  $c = 7,7$ ;  $\delta = 0,5$ ;  $h_1 = 0,4$ ;  $h_2 = 3,5$ ;  $l_\bullet = 3,0$ ;  
 $l = h_1 + h_2 = 3,9$ ;  $l/c = 0,507$  (размеры в сантиметрах).

## 7-2. АНАЛИЗ ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ В П-ОБРАЗНОЙ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЕ

Поле симметричной П-образной магнитной системы трехмерно и неоднородно по длине магнитопровода (рис. 7-1,а). Спектры поля (рис. 7-2), снятые в различ-



Рис. 7-2. Спектры поля П-образной магнитной цепи с распределенной н. с. при  $l > c$ .

ных сечениях магнитопровода (например, в плоскости сечения  $D-D$  (рис. 7-2,б), показывают, что линии магнитной индукции между внутренними гранями  $b$  имеют различную форму. Вблизи воздушного зазора они, выпучиваясь, замыкаются на якорь 4 вдоль длины сердечников проходят с граней  $b$  сердечника 1 на ту же грань  $b$  сердечника 2 и, наконец, часть линий индукции замыкается на ярмо 3.

Поле с внешних боковых граней  $b$  имеет еще более сложную форму. Вблизи воздушного зазора часть линий индукции, выпучиваясь, замыкается на якорь, другая часть — на собственную грань.

Форма линий индукции с граней  $a$  меняется как вдоль длины сердечника (сечение  $A-A$ ), так и вдоль ширины

границ (сечение  $C-C$ ). Одна часть потока с грани  $a$  замыкается на собственный сердечник, другая — на грань  $a$  другого сердечника. Соотношение этих потоков зависит от отношения длины сердечника  $l$  к расстоянию между сердечниками  $1$  и  $2$ , т. е. от величины  $l/c$ . Например, при  $l/c=3,08$  значительная часть потока замыкается между гранями  $a$  сердечников  $1$  и  $2$ . Точ-



Рис. 7-3. Спектры поля П-образной магнитной цепи при  $l=c$ .  
 $a$  — с сосредоточенной н. с.;  $b$  — с распределенной н. с. при  $l=c$ .

ки на спектре (рис. 7-2,в) изображают линии индукции, перпендикулярные к плоскости чертежа.

Исследования автора [Л. 93] показали, что форма поля зависит при прочих равных условиях как от отношения  $l/c$ , так и от расположения намагничивающей катушки на магнитопроводе. Внутреннее поле магнитной цепи с сосредоточенной н. с. (рис. 7-3,а) на значительной длине сердечника сравнительно однородно и искажается только вблизи зазора. Внутреннее же поле цепи с распределенной н. с. искажено значительно сильнее (рис. 7-3,б).

При расчете магнитных проводимостей удобно реальное полное объемное поле представить в виде суммы частичных объемных полей.

### 7-3. РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ПРОВОДИМОСТЕЙ ПО КАРТИНЕ ПОЛЯ ДЛЯ П-ОБРАЗНОЙ СИММЕТРИЧНОЙ СИСТЕМЫ

Остановимся кратко на методике графического построения картины магнитного поля. В качестве примера возьмем П-образную магнитную цепь (рис. 7-1,а).

Вследствие симметрии цепи достаточно рассмотреть одну половину магнитопровода, мысленно соединив по оси симметрии ярмо 3 и якорь 4 фиктивным магнитным шунтом, имеющим нулевой магнитный потенциал. Разность магнитных потенциалов  $U_x$  между сердечником и магнитным шунтом изменяется линейно вдоль длины проводящего слоя (длины катушки).

При построении картины поля вся длина катушки разбивается на  $n$  равных частей, соответствующих  $n-1$  линиям уровня. Если длину катушки разбить, например, на 4 равных участка, то разности потенциалов между концом каждого из них и магнитным шунтом получаются равными:  $1/4$ ,  $2/4$ ,  $3/4$  и  $4/4$  полной разности магнитного потенциала  $U$ , равной по величине н. с. одной катушки. Число линий уровня для построения поля в начале катушки получается, как правило, недостаточным. Поэтому длину катушки в этом месте следует разбить на 8, 16 и т. д. частей; меньшая густота линий уровня получается при этом на конце катушки, большая — в начале ее.

В конце каждого участка проводится линия равного магнитного потенциала (линия уровня). Построение единичных и элементарных трубок целесообразно начинать с зоны, где поле сравнительно однородно. В нашем случае такой зоной является середина воздушного зазора. Линии уровня (пунктирные) и линии магнитной индукции (сплошные) следует наносить одновременно.

На рис. 7-1,а произведены необходимые графические построения для определения приближенной картины магнитного поля П-образной системы. Элементарные трубки, лежащие в зоне катушки, разбитой на одинаковые участки, проводят одинаковые потоки. При увеличении  $U_x$  проводимость элементарной трубки  $\Delta G_x$  уменьшается таким образом, что произведение  $U_x \Delta G_x = \Delta \Phi_x$  остается примерно величиной постоянной. Так, например, трубка  $M$  находится под полной разностью потенциалов  $U$  и состоит из четырех последовательно соединенных единичных элементов. Трубка  $N$  имеет разность потенциалов составляющей  $3/4 U$  и состоит из трех единичных элементов. Потоки же в трубках  $M$  и  $N$

$$\Delta \Phi_M = \Delta G_M U = \frac{m}{n} b U = \frac{1}{4} b U$$

и

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_N &= \Delta G_N \left( \frac{3}{4} U \right) = \frac{m}{n} b \left( \frac{3}{4} U \right) = \frac{1}{3} b \left( \frac{3}{4} U \right) = \\ &= \frac{1}{4} b U = \Delta\Phi_M.\end{aligned}$$

Здесь  $m$  — число элементарных трубок;

$n$  — число последовательно включенных единичных элементов в каждой элементарной трубке.

Границей между потоком рассеяния и потоком выпучивания является магнитная линия, идущая в середину якоря 4. Ниже этой линии проходит поток выпучивания, выше — поток рассеяния. Последний состоит из суммы отдельных элементарных трубок в зонах разбивки длины катушки на различные участки. В соответствии с картиной поля (рис. 7-1, а) в зоне разбивки длины катушки на  $n_4=4$  части содержится число элементарных трубок, проводящих одинаковый поток  $m_4=9,5$ ; при  $n_8=8$ ,  $m_8=5$ ; при  $n_{16}=16$ ,  $m_{16}=3$  и при  $n_{32}=32$ ,  $m_{32}=1$ .

Поток рассеяния с внутренней грани, следовательно, можно определить так:

$$\begin{aligned}\Phi'_{sb} &= \Sigma\Delta\Phi_4 + \Sigma\Delta\Phi_8 + \Sigma\Delta\Phi_{16} + \Sigma\Delta\Phi_{32} = \\ &= 9,5\Delta\Phi_4 + 5\Delta\Phi_8 + 3\Delta\Phi_{16} + \Delta\Phi_{32} = \\ &= \mu_0 b U \left( \frac{m_4}{n_4} + \frac{m_8}{n_8} + \frac{m_{16}}{n_{16}} + \frac{m_{32}}{n_{32}} \right) = \mu_0 b U g'_{sb},\end{aligned}\quad (7-4)$$

где

$$g'_{sb} = \frac{m_4}{n_4} + \frac{m_8}{n_8} + \frac{m_{16}}{n_{16}} + \frac{m_{32}}{n_{32}} = \frac{9,5}{4} + \frac{5}{8} + \frac{3}{16} + \frac{1}{32} = 3,22;\quad (7-5)$$

$g_{sb}$  — приведенная к полной разности магнитных потенциалов удельная проводимость поля рассеяния между внутренней гранью  $b$  и магнитным шунтом.

Для внешней грани  $b$  пограничной трубкой между потоком рассеяния и потоком выпучивания является силовая трубка, находящаяся под разностью потенциалов, примерно равной  $7/8 U$ . Одна половина потока этой трубки замыкается на ярмо 3 (граница потока рассеяния),

другая — на якорь 4 (граница потока выпучивания). Поток рассеяния с внешней грани

$$\Phi''_{sb} = \mu_0 b U g''_{sb},$$

где  $g''_{sb}$  — удельная проводимость рассеяния с внешней грани  $b$ :

$$g''_{sb} = \frac{m_s}{n_s} = \frac{2,5}{8} = 0,312. \quad (7-6)$$

Если  $l$  соизмеримо с  $c$  ( $l/c < 2$ ), то поле с грани  $a$  приближенно можно считать равным полю с внешней грани  $b$ . В этом случае  $g'_{sa} = g''_{sa} = g''_{sb}$  и полные проводимости  $G'_{sa} = G''_{sa} = 0,312 \mu_0 a$ . Если же  $l/c > 2 \div 2,5$ , то поток с грани  $a$  сердечника 1 замыкается в основном на грань  $a$  сердечника 2 и тогда проводимость между гранью  $a$  и магнитным шунтом определяется с помощью построенной картины поля или по приближенной формуле

$$G_{sa} = \frac{2\mu_0 k}{\pi} (l - Z'_a) \ln \left( 1 + \frac{2a}{c} \right) = \mu_0 k g_z (l - Z'_a). \quad (7-7)$$

Здесь  $Z'_a$  — координата поля выпучивания с грани  $a$ , равная  $Z''_b$  (рис. 7-1,  $a$ );

$g_z$  — удельная проводимость между боковой гранью  $a$  и магнитным шунтом; определяется из кривой 5, показанной на рис. 6-5,

$$\text{по } Z/\delta = \frac{2a}{c}.$$

Когда намагничивающая катушка расположена на сердечнике 1, коэффициент  $k=0,5$ ; когда она размещается на яреме 3,  $k=1$ .

В полный объем поля рассеяния еще входит поле рассеяния с двух внутренних и двух внешних «ребер» сердечника 1. Проводимость рассеяния внутренних «ребер» сердечника 1 состоит из двух половин полуцилиндрических объемов [уравнение (6-131)]:

$$G'_{sp} = 2\mu_0 k (l - Z'_b) g_p, \quad (7-8)$$

где  $g_p=0,52$  — удельная проводимость «ребра» сердечника 1 для случая «полюс—плоскость» [Л. 13 и 22];  $Z'_b$  — координата поля выпучивания с внутренней грани  $b$  (рис. 7-1,  $a$ ).

Проводимость рассеяния двух внешних «ребер» сердечника  $I$

$$G''_{sp} = 2\mu_0 k t g''_p. \quad (7-9)$$

Здесь  $g''_p = 0,25$  — удельная проводимость сферического квадранта [Л. 13 и 22].

Расчетную проводимость воздушного зазора с учетом поля выпучивания [Л. 93] и поток в этом зазоре определяем из уравнений:

$$G_e = \mu_0 \frac{a_p b_p}{\delta}; \quad \Phi_e = G_e U, \quad (7-10)$$

вводя расчетные размеры полюса

$$a_p = a_1 + \delta (g'_{tb} + g''_{tb}); \quad b_p = (b - 2a_2) + 2\delta g_{ta}. \quad (7-11)$$

Здесь  $g'_{tb}$  и  $g''_{tb}$  — удельные проводимости выпучивания с внутренней и внешней грани  $b$  с учетом неоднородности поля торцевой поверхности:

$g'_{ta} = g''_{ta}$  — удельная проводимость выпучивания с граней  $a$  с учетом проводимости торцевой поверхности.

Из картины поля на рис. 7-1,  $a$  получаем:

$$g'_{tb} = \frac{m'_{\tau}}{n'_{\tau}} + \frac{m'_{bb}}{n'_{bb}} = \left( \frac{1}{2} + \frac{2}{4} \right) + \left( \frac{2,5}{4} \right) = \frac{6,5}{4}; \quad (7-12)$$

$$g''_{tb} = g'_{ta} = \frac{m''_{\tau}}{n''_{\tau}} + \frac{m''_{bb}}{n''_{bb}} = \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) + \left( \frac{1}{4} + \frac{3,5}{8} \right) = \frac{11,5}{8}.$$

$m'_{\tau}$ ,  $m''_{\tau}$ ,  $m'_{bb}$ ,  $m''_{bb}$  и  $n'_{\tau}$ ,  $n''_{\tau}$ ,  $n'_{bb}$ ,  $n''_{bb}$  — числа элементарных трубок и количество единичных элементов в них соответственно с торцевой и боковых поверхностей поля выпучивания.

Полная проводимость одной половины цепи и максимальный поток в ярме 3 определяются равенствами:

$$G_m = G_e + G'_{sb} + G''_{sb} + G_{sa} + G'_{sp} + G''_{sp};$$

$$\Phi_m = F_k G_m. \quad (7-13)$$

Сопоставим величины удельной проводимости между внутренними гранями  $b$ , полученные графическим мето-

дом и по уравнению, записанному в предположении однородности поля:

$$\left. \begin{aligned} g_{\text{ур}} &= k \frac{l}{c/2} = 0,5 \frac{111}{36/2} = 3,08; \\ g_{\text{граф}} &= \left( g'_{sb} + \frac{m}{n} \right) = 3,22 + \frac{2,5}{4} = 3,845. \end{aligned} \right\} \quad (7-14)$$

Отношение их дает

$$\frac{g_{\text{граф}}}{g_{\text{ур}}} = k_0 = 1,25. \quad (7-15)$$

Следовательно, даже при сравнительно большом значении  $\frac{l}{c} = \frac{111}{36} = 3,08$  поле не совсем однородно и графический метод учитывает его точнее.

Неоднородность поля между сердечниками тем больше, чем меньше отношение  $l/c$ . На рис. 7-1,б построена картина поля для отношения  $l/c = 0,507$ . Удельная проводимость с внутренней грани при этом получилась

$$\begin{aligned} g_{\text{граф}} &= \frac{m}{n} = \frac{7,25}{4} = 1,81; \\ g_{\text{ур}} &= \frac{h_1 + kh_2}{c/2} = \frac{4 + 0,5 \cdot 35}{77/2} = 0,558; \quad k_0 = 3,25. \end{aligned}$$

Проводимость по картине поля оказалась для этого случая в 3,25 раза больше проводимости, рассчитанной по уравнению для однородного поля. Как видно, необходимость в общем случае в графическом построении поля при расчете магнитных цепей с сильно неоднородным магнитным полем является очевидной.

На основании проведенных исследований для П-образной магнитной системы с распределенной н. с. автором построена кривая поправочного коэффициента  $k_0$  в функции отношения  $l/c$  (рис. 7-4). Из кривой следует, что при значении  $l/c > 2 \div 2,5$  расхождение между  $g_{\text{ур}}$  и  $g_{\text{граф}}$  сравнительно невелико и составляет примерно 20%. Если для инженерных расчетов такую погрешность считать допустимой, то удельную проводимость рассеяния между внутренними гранями можно рассчитывать по формуле (7-14), не делая графического построения поля.



При значениях же  $l/c < 2 + 2,5$  поле можно не строить лишь в том случае, когда удельная проводимость рассеяния определяется по уравнению с учетом поправочного коэффициента  $k_0$ .

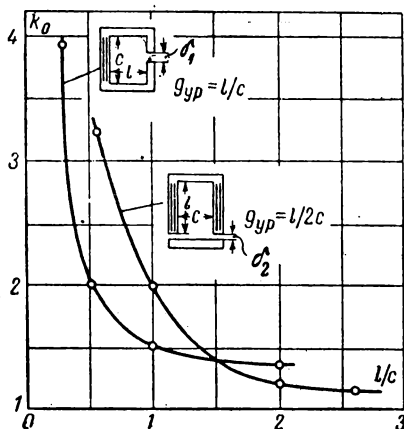


Рис. 7-4. Поправочный коэффициент к расчету удельной проводимости рассеяния между внутренними гранями при  $\delta_1 = 2,5$  мм и  $\delta_2 = 5$  мм.

$$k = \frac{g_{\text{поле}}}{g_{\text{ур}}}$$

Например, для П-образной магнитной цепи имеем

$$g = k_0 g_{\text{ур}} = k_0 k \frac{l}{c}, \quad (7-16)$$

где  $k_0$  берется из кривой на рис. 7-4.

#### 7-4. РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ПРОВОДИМОСТЕЙ ЦЕПИ С ДВУМЯ НЕОДИНАКОВЫМИ ВОЗДУШНЫМИ ЗАЗОРАМИ

Пусть в магнитной цепи на рис. 7-1,а имеется лишь одна намагничивающая катушка и неравные между собой воздушные зазоры  $\delta_1$  и  $\delta_2$ . Поток, проходящий через оба неравных зазора,

$$\Phi = U_1 G_1 = U_2 G_2, \quad (7-17)$$

где  $G_1$  и  $G_2$  — проводимости воздушных зазоров с учетом поля выпучивания;  $U_1$  и  $U_2$  — падения магнитных потенциалов в воздушных зазорах.

Если пренебречь сопротивлением стали, то нетрудно установить:

$$U_2 = \frac{F_K}{1 + \frac{G_2}{G_1}} \text{ и } U_1 = F_K - U_2. \quad (7-18)$$

Проводимости  $G_1$  и  $G_2$  определяются графическим или аналитическим методом. Падения магнитных напряжений для каждого зазора находятся по формуле (7-18).

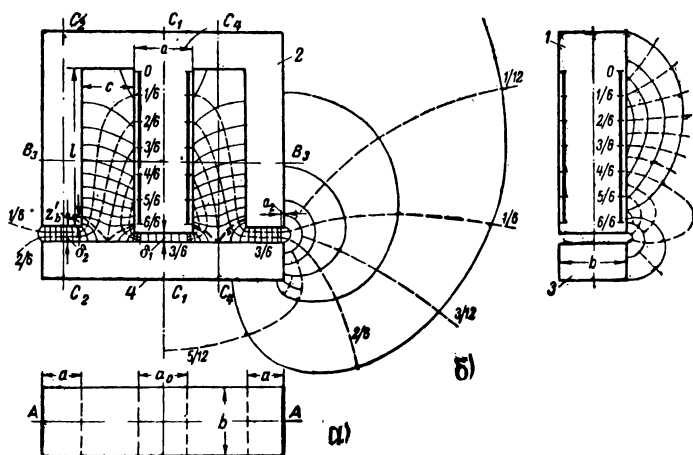


Рис. 7-5. Поле Ш-образной магнитной цепи в сечениях А—А (а);  $C_1$ — $C_1$  (б).

Для определения числа линий уровня удобнее выразить  $U_2$  и  $U_1$  в долях  $F_K$ . В этих целях числитель и знаменатель уравнения (7-18) умножаем на такое целое число  $n$  (число делений намагничивающей катушки), которое при делении на начальную величину знаменателя давало бы также целое число. Например, если  $\delta_1 > \delta_2$  и проводимости воздушных зазоров при этом  $G_1 = 5,75 \text{ см}$  и  $G_2 = 8,25 \text{ см}$ , то целесообразно принять  $n = 5$ , т. е. катушку разбить на 5 частей. Тогда

$$U_2 = \frac{F_K}{1 + \frac{8,25}{5,75}} = \frac{F_K}{2,45} \cdot \frac{5}{5} \approx \frac{2}{5} F_K; \quad U_1 = \frac{3}{5} F_K.$$

при общем числе линий уровня  $n-1=4$ . Линия уровня с  $^{1/5} F_K$  пойдет через воздушный зазор  $\delta_2$ , линия с  $^{2/5} F_K$  — на якорь. Линии уровня с  $^{3/5} F_K$  и  $^{4/5} F_K$  пройдут через зазор  $\delta_1$ .

В качестве иллюстрации изложенного определим магнитные проводимости для Ш-образной симметричной цепи по построенной приближенной картине поля (рис. 7-5). Проводимость воздушного зазора среднего сердечника  $G_1$  в рассматриваемой системе принимается равной сумме проводимостей двух крайних зазоров.

Из (7-18) при  $n=6$  находим

$$U_2 = \frac{1}{2} F_K = U_1 = \frac{6}{6} \frac{F_K}{2} = \frac{3}{6} F_K.$$

Таким образом, одна половина н. с. катушки расходуется на проведение потока через крайние зазоры, другая — через средний. Якорь 4 находится под магнитным потенциалом, равным  $^{3/6} F_K$ .

На рис. 7-5 приведено необходимое графическое построение для определения приближенной картины магнитного поля. Опытные спектры поля (рис. 7-6, а и в) подтверждают правильность приведенных построений. Спектр на рис. 7-6, в показывает, что поток  $\Phi_{sa}$  с грани  $a_0$  (рис. 7-5, а) в основном замыкается на ту же грань. На спектрах, изображенных на рис. 7-6, б и г для сечений  $B_3-B_3$  и  $C_4-C_4$  видно значительное поле выпучивания между сердечниками 1 и 2. На спектре, показанном на рис. 7-6, д, точки указывают, что силовые линии направлены перпендикулярно плоскости чертежа.

Определим значения магнитных проводимостей. Расчетные проводимости воздушных зазоров для половины магнитной цепи:

$$G_1 = \mu_0 \frac{a_p b_p}{\delta_1}; \quad G_2 = \mu_0 \frac{a_{p2} b_{p2}}{\delta_2},$$

где

$$a_{p1} = \delta_1 \left( \frac{3}{1} + \frac{4,5}{3} \right); \quad b_{p1} = b + 2\delta_1 \left( \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1,5}{6} \right); \quad (7-19)$$

$$a_{p2} = \delta_2 \left( \frac{10,5}{3} + \frac{5}{6} \right); \quad b_{p2} = (b - 2a_2) + 2\delta_2 \left( \frac{2}{3} + \frac{2,5}{6} \right). \quad (7-20)$$

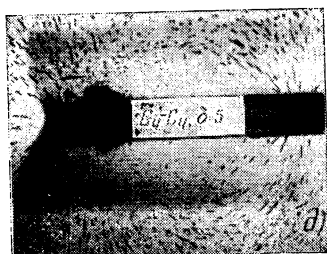
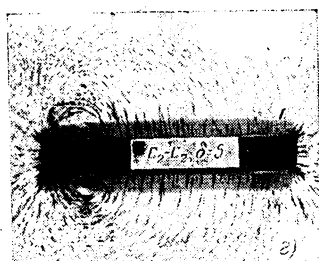
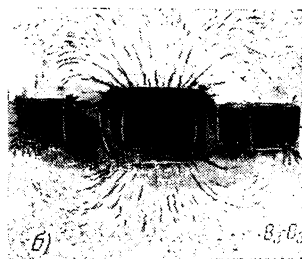
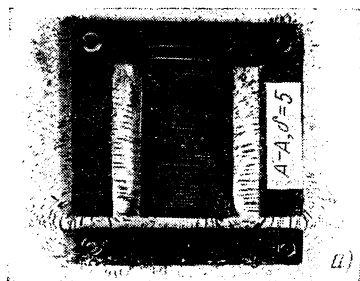


Рис. 7-6. Спектры поля Ш-образной магнитной цепи.

Выражения, заключенные в скобках в (7-19) и (7-20), находятся по картине поля, изображенной на рис. 7-5.

Проводимости рассеяния для внутренней грани  $b$  (рис. 7-5,а) и половины грани  $a_0$  (рис. 7-5,б).

$$G_{sb} = \mu_0 \left( \frac{0,5}{6} + \frac{9}{6} + \frac{1}{12} \right) b; \quad G_{sa} = \mu_0 \frac{4,5}{12} \left( \frac{a_0}{2} \right). \quad (7-21)$$

Проводимость рассеяния для „ребер“ между сердечниками 1 и 2 подсчитывается по выражению (7-8), где значение  $\frac{1}{2} q_{p, \tau} = 0,26$  берется для случая *полюс—полюс*.

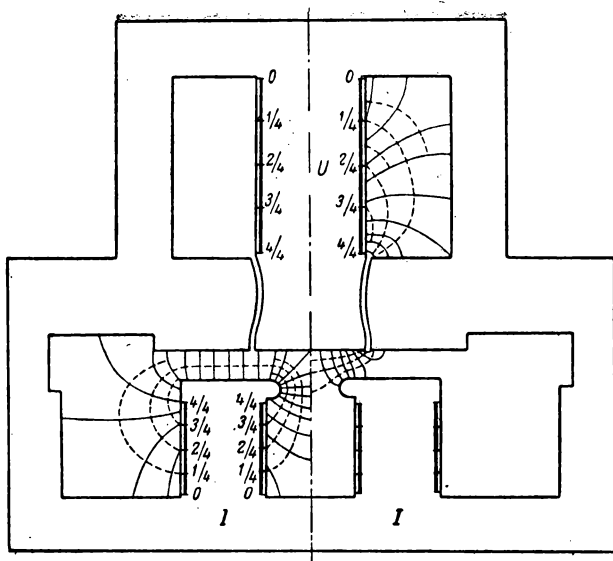


Рис. 7-7. Магнитное поле индукционного механизма с двумя н. с.

Графическим методом можно рассчитать проводимости весьма сложных цепей, имеющих несколько распределенных н. с.

Некоторые трудности этого метода вызываются не самим подсчетом проводимостей, что осуществляется чрезвычайно просто, а построением поля, требующим определенных навыков. Сам по себе метод является универсальным и нередко единственно возможным для определения проводимостей.

На рис. 7-7 построено поле индукционного реле мощности с двумя распределенными н. с., которые создаются катушкой напряжения и катушками тока. Слева от оси симметрии показано поле токовой катушки, справа — катушки напряжения.

Для быстродействующего индукционного реле с пустотелым ротором (рис. 1-7,к) на рис. 7-8,а и б построены внутреннее и внешнее поля для катушки тока, а на рис. 7-8,в и г — поле для катушки напряжения.

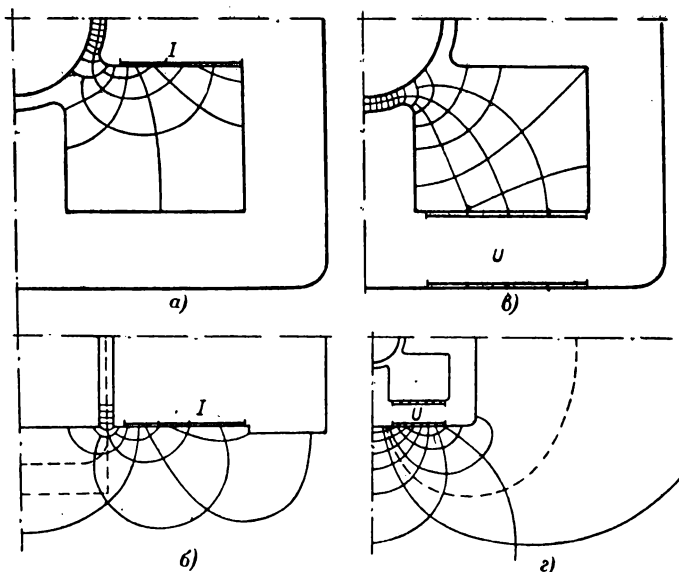


Рис. 7-8. Внутреннее и внешнее поля магнитной цепи индукционного реле мощности для катушек тока и напряжения.

#### 7-5. РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ПРОВОДИМОСТЕЙ И ПОТОКОВ ЦЕПИ С СОСРЕДОТОЧЕННОЙ Н. С.

На рис. 7-9 и 7-10 построены приближенные картины поля для магнитных цепей, у которых катушка расположена на ярме. Как видно, они существенно отличаются от картины поля цепей с распределенной н. с.

Для цепи, показанной на рис. 7-9,а, магнитная проводимость и поток в воздушном зазоре с учетом поля выпучивания с торца

$$G_T = \frac{a_{p.т} b_{p.т}}{\delta} \mu_0; \Phi_{eT} = G_{eT} F_K.$$

Здесь

$$a_{p.т} = \delta \left( \frac{4}{2} + \frac{2}{4} + \frac{1}{8} \right); b_{p.т} = (b - 2a_2) + 2\delta \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \right).$$

(7-22)

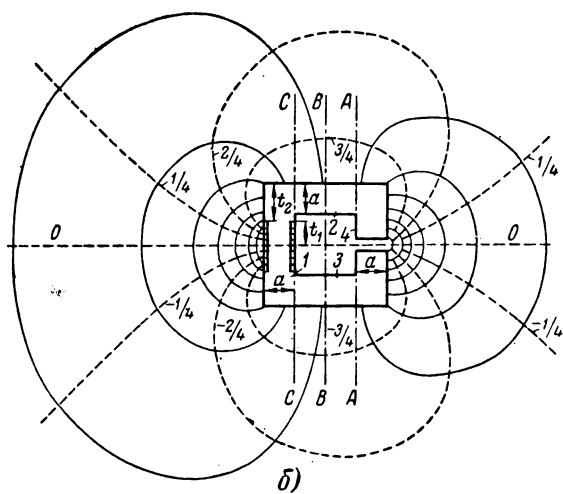
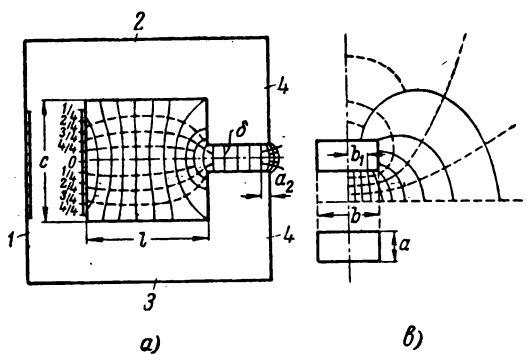


Рис. 7-9. Поле магнитной цепи с сосредоточенной н. с.

$a$  — внутреннее;  $b$  — внешнее;  $a$  — в сечении  $B-B$ .

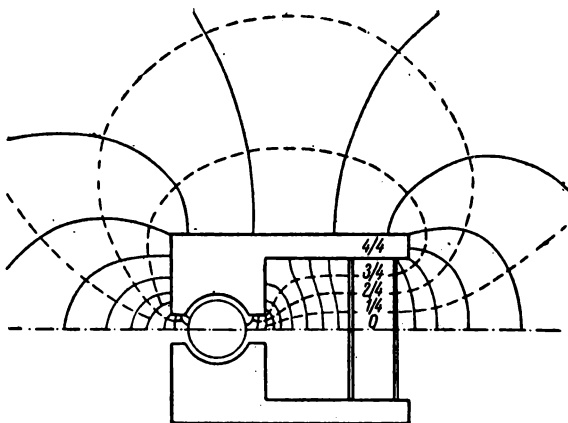


Рис. 7-10. Поле магнитной цепи ферродинамического прибора.

В сечении  $A-A$  имеем:

$$G_{(A-A)} = \frac{a_p b_p}{\delta}; \quad \Phi_{(A-A)} = G_{(A-A)} F_K;$$

$$a_p = a_{p.т} + \delta \left[ \left( \frac{1}{4} + \frac{2}{8} \right) + \left( \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{4}{8} \right) \right];$$

$$b_p = b_{p.т} + 2\delta \left( \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{4}{8} + \frac{1,5}{8} \right). \quad (7-23)$$

В уравнении (7-23) трубки подсчитывались: для первого члена  $a_p$  (круглые скобки) — по левой картине поля на рис. 7-9,б, для второго члена — по правой половине поля на рис. 7-9,б и  $a$  и для  $b_p$  — по полю на рис. 7-9,а в пределах высоты сердечника и 1,5 трубки по полю на рис. 7-9,в.

Проводимость рассеяния  $G_s$  между сердечниками 2 и 3 состоит из проводимости  $G_{sb}$  между внутренними гранями  $b$ , проводимости  $G_{aa}$  между гранями  $a$  и проводимости  $G_{bb}$  между внешними гранями  $b$ . Значение  $G_{sb}$  может быть определено по картине поля на рис. 7-9,б,



причем на длине  $2b_1$  (рис. 7-9, в) поле принимается плоскопараллельным. Тогда

$$G_s = G_{sb} + G_{aa} + G_{bb} = \mu_0 \left[ \left( \frac{7}{8} 2b_1 + \frac{2}{8} 2l \right) + \frac{3}{8} 2l + \frac{1,5}{8} 2l \right]. \quad (7-24)$$

В сечении  $C-C$  (рис. 7-9, а) поток

$$\Phi_{(C-C)} = \Phi_{(A-A)} + \Phi_s = F_K (G_{(A-A)} + G_s). \quad (7-25)$$

Проводимость рассеяния ярма  $1$   $G_{ся}$  также состоит из суммы проводимостей:  $G_b$  — проводимости одной внешней грани  $b$ ;  $G_a$  — проводимости двух граней  $a$ ;  $G_{sp}$  — проводимости двух внешних «ребер» [уравнение (7-9)];  $G_{bb}$  — проводимости между противоположно обращенными гранями  $b$  на длине ярма  $a$ .

Из картины поля на рис. 7-9, а и в находим

$$G_{ся} = G_b + G_a + G_{sp} + G_{bb} = \mu_0 \left[ \frac{5}{8} b + 2 \frac{5}{8} a + 2 (k t_1 g_{pb} + t_2 g_{pb}) + \frac{1,5}{8} 2a \right]. \quad (7-26)$$

Здесь  $k=0,5$ .

Тогда  $\Phi_{ся} = G_{ся} F_K$ .

Максимальный поток в ярме (сечение  $O-O$  на рис. 7-9, б)

$$\Phi_m = \Phi_{(C-C)} + \Phi_{ся} = F_K (G_{(A-A)} + G_s + G_{ся}). \quad (7-27)$$

Аналогично проводится расчет проводимостей и потоков для цепи на рис. 7-10.

Для магнитной цепи на рис. 7-9, подобно тому как это было сделано для П-образной системы, автором построена кривая поправочного коэффициента  $k_0$  к определению по уравнению удельной проводимости рассеяния между внутренними гранями (рис. 7-4). Как и следовало ожидать,  $k_0$  является функцией  $l/c$ . Чем меньше отношение  $l/c$ , тем большую погрешность имеет расчетное уравнение для однородного поля. Например, для отечественного реле типа ИТ-81 при  $l/c = 25/51 = 0,49$  удельная

проводимость рассеяния участков магнитопровода 1, 2, 3, вычисленная по картине поля (рис. 7-11), в 2,04 раза больше проводимости, подсчитанной по формуле (7-14) при  $k=1$ . Исследования показали, что удельная проводимость, определенная из картины поля, всегда в  $k_0$  раз больше проводимости, подсчитанной по формуле.

Пользуясь кривой  $k_0 \approx f(l/c)$ , изображенной на рис. 7-4, представляется возможным рассчитывать цепи

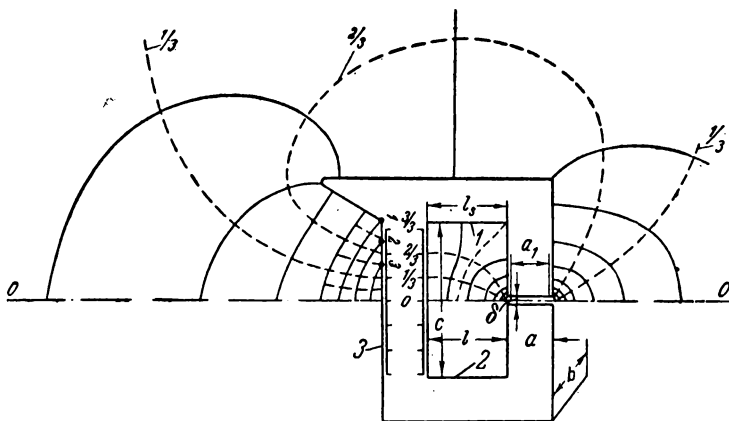
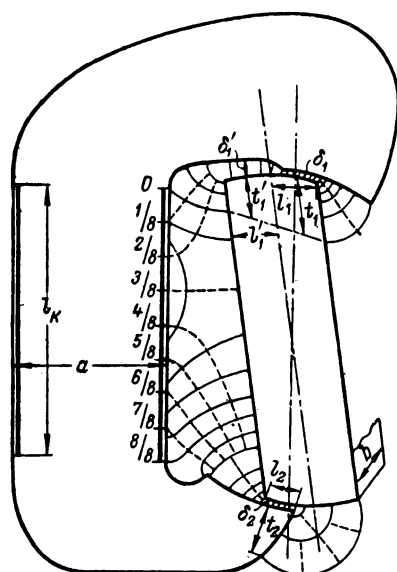


Рис. 7-11. Поле магнитной цепи индукционного реле.

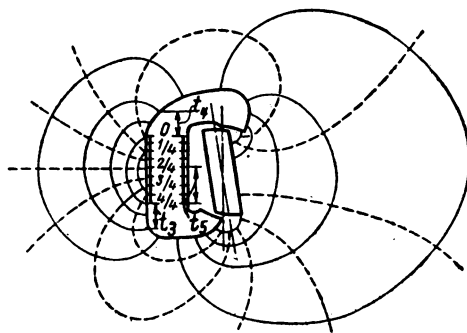
индукционных, электродинамических, поляризованных и других механизмов с зазором 2—2,5 мм по уравнению (7-16) без построения картины поля.

На рис. 7-12 приведена приближенно построенная картина поля для сложной несимметричной цепи электромагнитного реле с поворотным якорем. При расчете подобных цепей возникают трудности в определении магнитного потенциала, под которым находится якорь.

Учитывая, что полюсы и якорь являются линиями уровня, сначала строят поле в воздушном зазоре и вблизи него; при этом область, занятую намагничивающей катушкой, не включают. По построенному полю находят проводимости  $G_1$  и  $G_2$ , а по формуле (7-18)  $U_1$  и  $U_2$ . Разбив длину катушки на  $n$  частей, строят внутреннее и внешнее поля и, если требуется, несколько уточняют ранее построенное поле.



a)



б)

Рис. 7-12. Поле сложной несимметричной магнитной цепи.

$a$  — внутреннее;  $b$  — внешнее.  
 $b=4,0$ ;  $t_1=2,9$ ;  $t_1'=2,1$ ;  $t_2=2,6$ ;  $t_2'=2,55$ ;  $t_1'=2,35$ ;  
 $t_2=1,75$ ;  $\delta_1=\delta_2=0,3$ ;  $\delta_1'=0,78$  (размеры в сантиметрах).

Рассмотрим методику расчета магнитных проводимостей этой цепи. По картине поля проводимости воздушных зазоров (рис. 7-12,а)

$$G'_1 = \mu_0 \left( \frac{5}{2} + \frac{12}{1} + \frac{2}{3} \right) b = 15,17b\mu_0;$$

$$G'_2 = \mu_0 \left( \frac{1}{4} + \frac{2}{2} + \frac{6}{1} + \frac{4}{2} + \frac{2}{5} \right) b = 9,65b\mu_0.$$

Проводимости выпучивания с „ребер“ торцевой поверхности полюсов [уравнение (6-132)];

$$G''_1 = 2\mu_0 0,26 (l_1 + l'_1) = 0,52 (2,55 + 2,35)\mu_0 = 2,55\mu_0;$$

$$G''_2 = 2\mu_0 0,26 l_2 = 0,52 \cdot 1,75\mu_0 = 0,91\mu_0.$$

Проводимости с боковых граней [уравнение (7-7)]:

$$G'''_1 = 2\mu_0 \left[ \frac{l_1}{\pi} \ln \left( 1 + \frac{2t_1}{\delta_1} \right) + \frac{l'_1}{\pi} \ln \left( 1 + \frac{2t'_1}{\delta'_1} \right) \right] =$$

$$= 2\mu_0 \left[ \frac{2,55}{\pi} \ln \left( 1 + \frac{2 \cdot 2,9}{0,3} \right) + \right. \\ \left. + \frac{2,35}{\pi} \ln \left( 1 + \frac{2 \cdot 2,1}{0,73} \right) \right] = 7,63\mu_0;$$

$$G'''_2 = 2\mu_0 \frac{l_2}{\pi} \ln \left( 1 + \frac{2t_2}{\delta_2} \right) = \\ = \frac{2 \cdot 1,75}{\pi} \mu_0 \ln \left( 1 + \frac{2 \cdot 2,6}{0,3} \right) = 3,25\mu_0.$$

Полные проводимости:

$$G_1 = G'_1 + G''_1 + G'''_1 = 71\mu_0;$$

$$G_2 = G'_2 + G''_2 + G'''_2 = 42,86\mu_0.$$

Падение магнитного напряжения в зазорах

$$U_2 = \frac{F_K}{1 + \frac{G_2}{G_1}} = \frac{F_K}{1 + \frac{42,86}{71}} = \frac{4,97}{8} F_K \approx \\ \approx \frac{5}{8} F_K; \quad U_1 = \frac{3}{8} F_K.$$

Таким образом, якорь находится под магнитным напряжением  $\frac{3}{8} F_K$  (утолщенная пунктирная линия уровня на рис. 7-12,а). Линия уровня с  $\frac{3}{8} F_K$  является как бы фиктивным магнитным шунтом. Она разбивает цепь на две части, одна из которых имеет н. с. катушки, равную  $\frac{3}{8} F_K$ , и проводимость зазора  $G_1$ , другая — н. с., равную  $\frac{3}{8} F_K$ , и  $G_2$ .

На всей длине катушки проводимость рассеяния между внутренними гранями ярма и якоря

$$G_{s1} = \mu_0 \left( \frac{2}{3} + \frac{0,5}{3} + \frac{0,5}{5} + \frac{4}{5} \right) b.$$

Проводимость рассеяния между внутренними „ребрами“ ярма и якоря можно определить приближенно по уравнению (6-132):

$$G'_{sp} = 2k\mu_0 \left( \frac{g_{p,\tau}}{2} \right) l_K = 2 \cdot 0,5 \left( \frac{0,52}{2} \right) l_K \mu_0.$$

Проводимости рассеяния с трех внешних граней и двух внешних „ребер“ [уравнение (6-136), рис. 7-12,б]:

$$\left. \begin{aligned} G_{sb} &= \mu_0 \frac{9}{8} b; \quad G_{sa} = 2\mu_0 \frac{6}{8} a; \\ G'_{sp} &= 2\mu_0 \left[ k_1 \left( \frac{g_{p\delta}}{2} \right) t_5 + k_2 \frac{(t_3 + t_4)}{2} \left( \frac{g_{p\delta}}{2} \right) \right]. \end{aligned} \right\} (7-28)$$

Здесь  $k_1 = 0,5$ ;  $k_2 = 1$ ;  $g_{p\delta} = 0,5$ .

Суммарная проводимость

$$G_m = G_1 + G_2 + G_{s1} + G'_{sp} + G'_{sa} + G_{sb}.$$

Максимальный поток и потоки в зазорах определяются по формулам

$$\Phi_m = F_K G_m; \quad \Phi_1 = F_K G_1 \quad \text{и} \quad \Phi_2 = F_K G_2. \quad (7-29)$$

## 7-6. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА МЕТОДИКИ РАСЧЕТА

В целях оценки погрешности расчета магнитных проводимостей графическим методом были проведены опыты на специальной модели (рис. 7-13). Электродвижущая сила на концах каждой из 38 измерительных катушек, намотанных для определения потоков в раз-

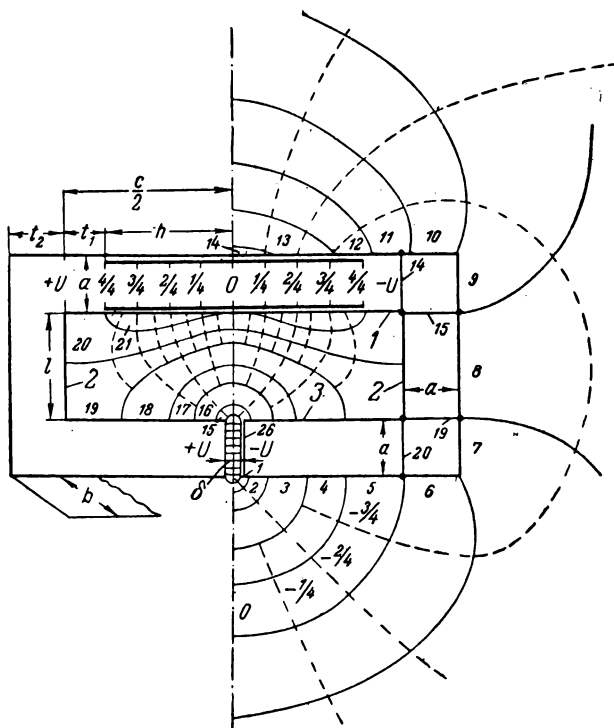


Рис. 7-13. Поле магнитной цепи экспериментальной модели.

$\delta=2,47$ ;  $a=t_2=10$ ;  $b=10$ ;  $c=19$ ;  $h=23$ ;  $t_1=7,0$  (размеры в миллиметрах).

личных сечениях магнитопровода, измерялась компенсатором переменного тока (точность порядка 0,5%). Расположение измерительных катушек и изменения потока вдоль длины магнитопровода показаны на рис. 7-14.

Несмотря на сравнительно малый воздушный зазор модели (2,47 мм), величина потока рассеяния тем не менее получилась большой и составила около 74% максимального. Основной поток имеет наибольшее значение в середине ярма, где поток с боковых граней отсутствует (рис. 7-15). На концах магнитопровода поток рассеяния максимален. Вблизи воздушного зазора существенно проявляется поток выпучивания. Построенное на рис. 7-13 поле почти совпадает со спектром на рис. 7-16, а. На спектрах б и в (рис. 7-16), показано поле в плоскостях сечений  $N-N$  и  $M-M$ . Сравнивая спектры а и б, замечаем, что поле на внешних гранях ярма одинаково. То же самое можно сказать о поле вблизи воздушного зазора (спектры а и б). Следовательно, для расчета по-

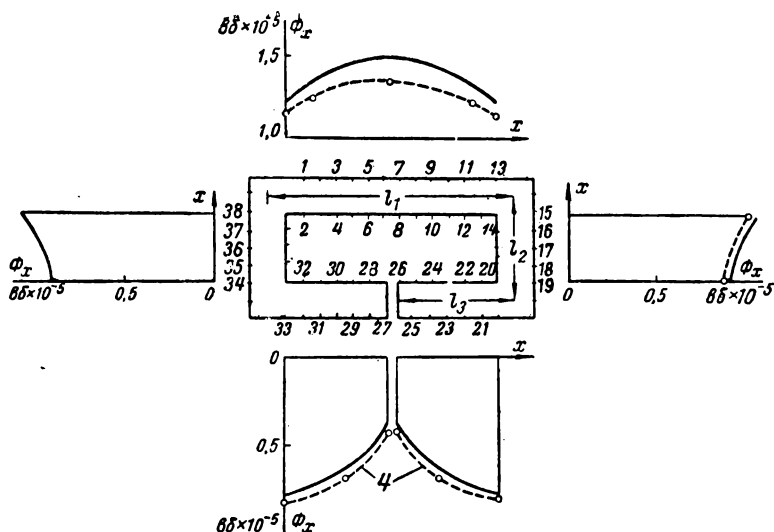


Рис. 7-14. Расчетные и опытные кривые магнитного потока вдоль длины магнитопровода.

$l_1=7,0$ ;  $l_2=3,0$ ;  $l_3=6,75$  (размеры в сантиметрах).

добных цепей достаточно построить картину поля лишь в одной плоскости (рис. 7-13).

Проведем числовой расчет магнитной цепи, показанной на рис. 7-13. Определим поток на различных участках магнитопровода и сравним его с опытным значением.

Для увеличения точности расчета учтем, используя экспериментальные данные, потери н. с. в стали. Разделив магнитопровод на три участка:  $l_1$ ,  $l_2$  и  $l_3$  (рис. 7-14), определим на каждом из них среднее значение потока:

$$\Phi_{ср} = \frac{\Delta l}{l} \left( \frac{1}{2} \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \dots + \Phi_{n-1} + \frac{1}{2} \Phi_n \right). \quad (7-30)$$

Здесь  $\Delta l$  — длина выбранного элемента на участке;  $l$  — общая длина участка;  $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n$  — потоки в каждом элементе.

Если разбить 1-й участок экспериментальной кривой  $\Phi(x)$  на 6 частей (рис. 7-14), а 2-й и 3-й — на 4 части, то средние значения потоков в каждом участке будут:

$$\Phi_{1ср} = 1,37 \cdot 10^{-5} \text{ вб}; \quad \Phi_{2ср} = 0,988 \cdot 10^{-5} \text{ вб};$$

$$\Phi_{3ср} = 0,638 \cdot 10^{-5} \text{ вб}.$$

Средние значения индукции на каждом участке при коэффициенте заполнения стали 0,9 приводятся в табл. 7-1. Из кривых, приведенных на рис. 3-2 для стали Э41, определим удельные активные и реак-

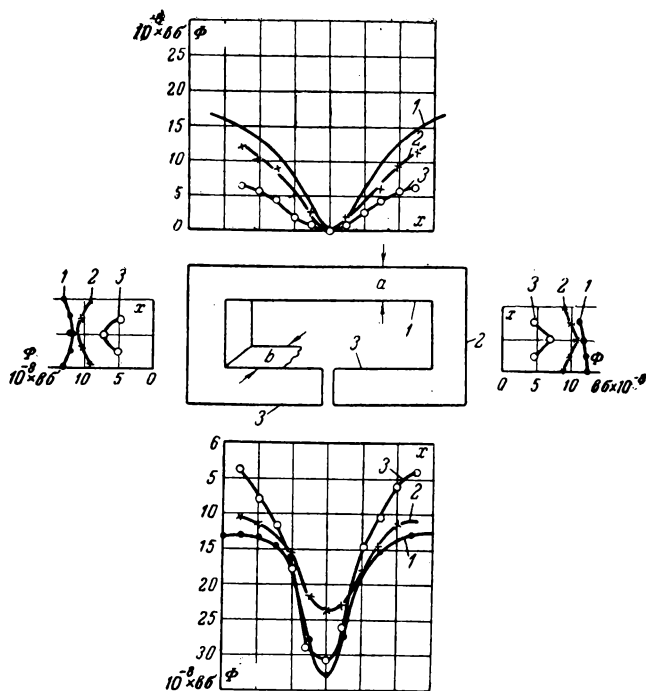


Рис. 7-15. Опытные кривые потока с боковых поверхностей вдоль длины магнитопровода.

1 — с внешней грани *b*; 2 — с грани *a*; 3 — с внутренней грани *b*.

Таблица 7-1

Данные для определения потерь н. с. в стали

Участок	Магнитная индукция <i>B</i> , вб/см <sup>2</sup>	Удельное магнитное сопротивление, см/гн			Магнитное сопротивле- ние участка $Z\mu, \frac{1}{гн}$	Потери н. с. на участке $F_{ст}, а$
		$\rho_R$	$\rho_x$	$\rho_Z$		
	$\times 10^{-5}$	$\times 10^4$	$\times 10^4$	$\times 10^4$	$\times 10^4$	$\times 1$
1	1,53	1,2	0,7	1,39	10,8	1,5
2	1,1	1,5	0,75	1,67	5,6	0,55
3	0,71	2,0	0,8	2,15	8,05	0,5

тивные магнитные сопротивления  $\rho_R$  и  $\rho_x$ , по которым полное удельное сопротивление

$$\rho_Z = \sqrt{\rho_R^2 + \rho_x^2}.$$



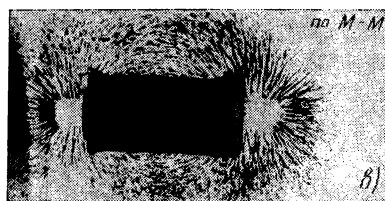
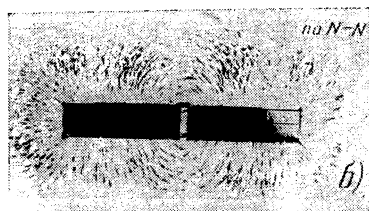
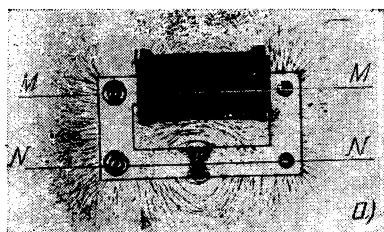


Рис. 7-16. Спектры поля магнитной цепи индукционного прибора.

Магнитное сопротивление и потери н. с. на каждом участке подсчитываем по уравнениям

$$Z_{\mu} = \mu_z \frac{l}{S} \quad \text{и} \quad F_{\text{с т}} = \Phi_{\text{с р}} Z_{\mu}. \quad (7-31)$$

Результаты расчета потерь н. с. для трех участков сводим в таблицу.

Найдем теперь расчетные значения потока в сечениях магнитопровода, где расположены измерительные катушки 26, 20, 19, 15, 14 и в середине сердечника 1 (рис. 7-14).

Поток, проходящий через катушку 26, расположенную от торца полюса на расстоянии примерно  $Z_a = 0,4$  мм (в масштабе  $Z_a = 2,5$  мм), определим из уравнения

$$\Phi_{26} = G_{26} [F_{\kappa} - (F_1 + 2F_2 + 2F_3)]. \quad (7-32)$$

Здесь  $F_1$ ,  $F_2$  и  $F_3$  — потери н. с. в стали на длине участков  $l_1$ ,  $l_2$  и  $l_3$  (рис. 7-14);

$G_{26}$  — магнитная проводимость воздушного зазора с учетом поля выпучивания.

$$G_{26} = \frac{\sqrt{2} \mu_0 a_p b_p}{\delta} = 1,78 \cdot 10^{-8} \frac{a_p b_p}{\delta}, \quad (7-33)$$

где

$$\begin{aligned} a_p &= \delta \left( \frac{m_{\delta}}{n_{\delta}} + \frac{1}{n_1} \cdot \frac{Z_a}{Z'_a} + \frac{1}{n_{15}} \cdot \frac{Z_a}{Z''_a} \right) = \\ &= 0,247 \left( \frac{9}{2} + \frac{0,4}{1,2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{0,4}{1,4} \right) = 1,15 \text{ см}; \end{aligned} \quad (7-34)$$

$$\begin{aligned} b_p &= \delta \left( \frac{m_{\delta}}{n_{\delta}} + 2 \frac{1}{n_1} \cdot \frac{Z_a}{Z'_a} \right) = \\ &= 0,247 \left( \frac{9}{2} + 2 \frac{1}{4} \cdot \frac{0,4}{1,2} \right) = 1,155 \text{ см}; \end{aligned} \quad (7-35)$$

$Z'_a = 1,2$  мм и  $Z''_a = 1,4$  мм ширина трубок соответственно 1 и 15 (берется из рис. 7-13);

$m_{\delta}$  — число элементарных трубок в воздушном зазоре;

$n_1$ ,  $n_{15}$ ,  $n_{\delta}$  — числа единичных элементов в элементарных трубках 1 и 15 и в трубках воздушного зазора.

Числовое значение н. с. катушки было измерено на компенсаторе переменного тока и равно  $F_{\kappa} = 47,1$  а.

Таким образом,

$$\begin{aligned} \Phi_{26} &= [47,1 - (1,5 + 2 \cdot 0,55 + 2 \cdot 0,5)] \cdot 1,78 \cdot 10^{-8} \frac{1,15 \cdot 1,155}{0,247} = \\ &= 0,416 \cdot 10^{-5} \text{ вб}. \end{aligned}$$

По опытным данным  $\Phi_{28} = 0,385 \cdot 10^{-5}$  вб (см. рис. 7-14). Погрешность расчета  $\Delta\Phi_{28} = +8\%$ . Если потерь н. с. в стали не учитывать, то  $\Phi_{28} = 0,45 \cdot 10^{-5}$  вб и погрешность возрастает до  $+17\%$ .

Расчетные размеры и поток, проходящий через катушку 20:

$$a_{p20} = \delta \left[ \frac{m_8}{n_8} + \left( \frac{m_{1+2+3}}{n_{1,2,3}} + \frac{m_{4+5}}{n_{4,5}} \right) + \left( \frac{m_{15+16}}{n_{15,16}} + \frac{m_{17+18}}{n_{17,18}} + \frac{0,5m_{19}}{n_{19}} \right) \right] =$$

$$= 0,247 \left[ \frac{9}{2} + \left( \frac{3}{4} + \frac{2}{8} \right) + \left( \frac{2}{4} + \frac{2}{8} + \frac{0,5}{16} \right) \right] = 1,56 \text{ см}; \quad (7-36)$$

$$b_{p20} = \delta \left[ \frac{m_8}{n_8} + 2 \left( \frac{m_{1+2+3}}{n_{1,2,3}} + \frac{m_{4+5}}{n_{4,5}} \right) \right] =$$

$$= 0,247 \left[ \frac{9}{2} + 2 \left( \frac{3}{4} + \frac{2}{8} \right) \right] = 1,61 \text{ см}; \quad (7-37)$$

$$\Phi_{20} = 1,78 \cdot 10^{-5} [47,1 - (1,5 + 2 \cdot 0,55)] \frac{1,56 \cdot 1,61}{0,247} = 0,806 \cdot 10^{-5} \text{ вб};$$

$$\Delta\Phi_{20} = +4\%.$$

Расчетные размеры, проводимость и поток в катушке 19 составят:

$$a_{p19} = a_{p20} + \delta \left( \frac{m_6}{n_6} + \frac{m_7}{n_7} \right) = 1,56 + 0,247 \left( \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \right) = 1,62 \text{ см};$$

$$b_{p19} = b_{p20} + 2\delta \left( \frac{m_6}{n_6} \right) = 1,61 + 0,247 \frac{2}{8} = 1,67 \text{ см};$$

$$G_{19} = \frac{1,78 \cdot 1,62 \cdot 1,67 \cdot 10^{-5}}{0,247} = 19,6 \cdot 10^{-5} \text{ зн};$$

$$\Phi_{19} = 44,5 \cdot 19,6 \cdot 10^{-5} = 0,875 \cdot 10^{-5} \text{ вб}; \quad \Delta\Phi_{19} = -5,6\%.$$

Сравним расчетный и опытный потоки, проходящие через катушку 15.

Проводимость между измерительными катушками 19 и 15.

$$G'_{15} = 1,78 \cdot 10^{-5} \left[ \left( \frac{m_8}{n_8} + 0,5 \frac{m_{19}}{n_{19}} + 0,5 \frac{m_{20}}{n_{20}} \right) b + 2 \left( \frac{m_6}{n_6} + \frac{g_{p,т}}{2} \right) l \right] =$$

$$= 1,78 \cdot 10^{-5} \left[ \left( \frac{1}{8} + 0,5 \frac{1}{16} + 0,5 \frac{1}{16} \right) \cdot 1 + \right.$$

$$\left. + 2 \left( \frac{1}{8} + 0,26 \right) \cdot 1,9 \right] = 2,95 \cdot 10^{-5} \text{ зн}.$$

Здесь  $\left( \frac{g_{p,т}}{2} \right)$  — удельная проводимость между внутренними ребрами сердечников 2; для полуцилиндрического объема  $g_{p,т} = 0,52$  [уравнение (6-131)].

Полная проводимость и поток в сечении катушки 15:

$$G_{15} = G'_{15} + G_{19} = (2,95 + 19,6) \cdot 10^{-8} = 22,55 \cdot 10^{-8} \text{ зн};$$

$$\Phi_{15} = (47,1 - 1,5) \cdot 22,55 \cdot 10^{-8} = 1,03 \cdot 10^{-5} \text{ вб}; \Delta\Phi_{15} = -5,5\%.$$

Найдем теперь расчетное значение потока в сечении магнитопровода, где расположена измерительная катушка 14.

Проводимость ярма 1 между катушками 14 и 15

$$\begin{aligned} G'_{14} = 1,78 \cdot 10^{-8} & \left[ \left( \frac{m_9}{n_9} + \frac{m_{10}}{n_{10}} \right) + 0,25 \frac{m_{11}}{n_{11}} \right] b + 2 \left( \frac{m_{10}}{n_{10}} + 0,25 \frac{m_{11}}{n_{11}} \right) a + \\ & + 2 \left( \frac{g_{p\delta}}{2} \right) t_2 \Big] = 1,78 \cdot 10^{-8} \left[ \left( \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + 0,25 \frac{1}{8} \right) \cdot 1,0 + \right. \\ & \left. + 2 \left( \frac{1}{8} + 0,25 \frac{1}{8} \right) \cdot 1,0 + 2 \left( \frac{0,5}{2} \right) \cdot 1 \right] = 1,96 \cdot 10^{-8} \text{ зн}; \end{aligned}$$

$\left( \frac{g_{p\delta}}{2} \right) = 0,25$  — удельная проводимость между боковыми „ребрами“ (квадрант сферической оболочки толщиной  $t_2 = a = 1,0$  см [уравнение (6-136)]).

Поток в катушке 14

$$\begin{aligned} \Phi_{14} = (F_K - F_1) G_{14} = (47,1 - 1,5) G_{14} = 45,6 \cdot 24,51 \cdot 10^{-8} = \\ = 1,12 \cdot 10^{-5} \text{ вб}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} G_{14} = G_{15} + G'_{14} = (22,55 + 1,96) \cdot 10^{-8} = 24,51 \cdot 10^{-8} \text{ зн}; \\ \Delta\Phi_{14} = -6,6\%. \end{aligned}$$

Проводимость ярма между катушкой 14 и началом намагничивающей катушки (рис. 7-13 и 7-14)

$$\begin{aligned} G'_{н.к} = 1,78 \cdot 10^{-8} & \left[ \left( 0,5 \frac{m_{20}}{n_{20}} + 0,75 \frac{m_{11}}{n_{11}} + \frac{1}{3} \cdot \frac{m_{12}}{n_{12}} \right) b + \right. \\ & \left. + 2 \left( 0,75 \frac{m_{11}}{n_{11}} + \frac{1}{3} \cdot \frac{m_{12}}{n_{12}} \right) a + 2 \left( \frac{g_{p\delta}}{2} \right) t_1 \right] = \\ & = 1,78 \cdot 10^{-8} \left[ \left( 0,5 \cdot \frac{1}{16} + 0,75 \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} \right) \cdot 1,0 + \right. \\ & \left. + 2 \left( 0,75 \frac{1}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} \right) \cdot 1 + 2 \left( \frac{0,5}{2} \right) \cdot 0,7 \right] = 1,41 \cdot 10^{-8} \text{ зн}. \end{aligned}$$

Поток в начале намагничивающей катушки (рис. 7-13)

$$\begin{aligned} \Phi_{н.к} = \left( F_K - F \frac{2h}{l_1} \right) G_{н.к} = \left( 47,1 - 1,5 \frac{2 \cdot 2,3}{7} \right) \cdot 25,92 \cdot 10^{-8} = \\ = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ вб}, \end{aligned}$$

где  $h$  — расстояние от начала намагничивающей катушки до середины сердечника  $I$ ,

$$G_{н,к} = G'_{н,к} + G_{14} = (1,41 + 25,4) \cdot 10^{-8} = 25,92 \cdot 10^{-8} \text{ зн};$$

$$\Delta\Phi_{н,к} = -7,8\%.$$

Проводимость рассеяния в пределах намагничивающей катушки (рис. 7-13)

$$\begin{aligned} G_{с,к} &= 1,78 \cdot 10^{-8} \left[ \left( 0,25 \frac{m_{14}}{n_{14}} + \frac{m_{13}}{n_{13}} + 0,75 \frac{m_{12}}{n_{12}} + \frac{m_{21}}{n_{21}} \right) b + \right. \\ &+ 2 \left( 0,25 \frac{m_{14}}{n_{14}} + \frac{m_{13}}{n_{13}} + 0,75 \frac{m_{12}}{n_{12}} \right) a + 2k \left( \frac{g_{p\delta}}{2} \right) h \left. \right] = \\ &= 1,78 \cdot 10^{-8} \left[ \left( 0,25 \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + 0,75 \cdot \frac{1}{8} + \right. \right. \\ &+ \left. \frac{1}{16} \right) \cdot 1,0 + 2 \left( 0,25 \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + 0,75 \cdot \frac{1}{8} \right) \cdot 1,0 + \\ &+ 2 \frac{1}{2} \left( \frac{0,5}{2} \right) \cdot 2,3 \left. \right] = 2,41 \cdot 10^{-8} \text{ зн}. \end{aligned}$$

Здесь  $k = \frac{1}{2}$  — коэффициент, с помощью которого магнитная проводимость между «ребрами» боковой поверхности ярма приводится к полной н. с. катушки.

Полная проводимость магнитной цепи

$$G_m = G_{с,к} + G'_{н,к} = (2,41 + 25,92) \cdot 10^{-8} = 28,3 \cdot 10^{-8} \text{ зн}.$$

Максимальный поток (поток в среднем сечении сердечника  $I$ )

$$\Phi_m = (F_k - F_1) G_m = (47,1 - 1,5) \cdot 28,3 \cdot 10^{-8} = 1,29 \cdot 10^{-5} \text{ вб};$$

$$\Delta\Phi_m = -10,5\%.$$

Итак, при самом подробном учете потока вдоль длины магнитопровода погрешность расчета не превосходит 11% (с учетом магнитного сопротивления стали).

Для практических расчетов вполне достаточно ограничиться определением максимального потока и потока в воздушном зазоре. Погрешности в этом случае получаются также сравнительно небольшими, однако сам расчет значительно упрощается.

Так, например, в исследуемом случае получаем: торцовый поток

$$\begin{aligned} \Phi_\tau &= F_k G_\tau = 1,78 \cdot 10^{-8} F_k \frac{a_{p,\tau} b_{p,\tau}}{\delta} = 1,78 \cdot 10^{-8} \cdot 47,1 \frac{1,1^2}{0,247} = \\ &= 0,422 \cdot 10^{-5} \text{ вб}; \quad \Delta\Phi_\tau \% = +9,6\%. \end{aligned}$$

Здесь

$$a_{p.\tau} = b_{p.\tau} = \delta \frac{m_{\tau}}{n_{\tau}} = 0,247 \frac{9}{2} = 1,11 \text{ см.}$$

Проводимость воздушного зазора (до расположения измерительной катушки 19) с учетом выпучивания и полная проводимость рассеяния:

$$\begin{aligned} G_{p19} &= 1,78 \cdot 10^{-8} \frac{a_{p19} b_{p19}}{\delta} = \\ &= \frac{1,78 \cdot 10^{-8}}{\delta} \left[ a_{p.\tau} + \delta \left( \frac{3}{4} + \frac{4}{8} + \frac{2}{4} + \frac{2}{8} + \frac{0,5}{16} \right) \right] \times \\ &\quad \times \left[ b_{p.\tau} + 2\delta \left( \frac{3}{4} + \frac{3}{8} \right) \right] = 19,6 \cdot 10^{-8} \text{ зН}; \\ G_s &= 1,78 \cdot 10^{-8} \left[ \left( \frac{6,25}{8} + \frac{2,5}{16} \right) b + 2 \frac{4,25}{8} a + 2 \left( \frac{1}{8} + \frac{g_{p.\tau}}{2} \right) l + \right. \\ &\quad \left. + 2 \left( \frac{0,5}{2} \right) (t_1 + t_2) + 2k \left( \frac{0,5}{2} \right) h \right] = 8,72 \cdot 10^{-8} \text{ зН.} \end{aligned}$$

Полная проводимость, максимальный поток и погрешность по потоку:

$$G_m = G_{p19} + G_s = (19,6 + 8,72) \cdot 10^{-8} = 28,3 \cdot 10^{-8} \text{ зН};$$

$$\Phi_m = F_{\kappa} G_m = 47,1 \cdot 28,3 \cdot 10^{-8} = 1,33 \cdot 10^{-5} \text{ вб};$$

$$\Delta \Phi_m = -7,6\%.$$

Изложенный в данной главе метод расчета магнитных проводимостей при некотором навыке в построении картины поля несложен и для большинства магнитных цепей, в особенности цепей с переменной магнитной проводимостью рассеяния, является наиболее точным. По сравнению с аналитическим методом он полнее учитывает магнитные проводимости вблизи воздушных зазоров, на отдельных участках магнитопровода и в особенности в зоне расположения намагничивающей катушки. По картине поля легко определяются зоны рабочего потока и потока рассеяния, что позволяет наглядно оценить достоинства и недостатки выбранной конструкции магнитной цепи. С помощью этого метода можно рассчитать цепи самых разнообразных конструктивных форм при условии, что магнитное сопротивление стали мало по сравнению с сопротивлением воздушного зазора. Если же воспользоваться расчетом цепи по участкам, то при-

ближенно можно рассчитать цепь и с учетом магнитного сопротивления стали.

Степень неоднородности поля рассеяния между внутренними гранями сердечников зависит, как уже указывалось, от отношения длины сердечников  $l$  к расстоянию между ними  $s$ . При малых значениях  $l/s$  расчет по формулам однородного поля дает большую ошибку (в ряде случаев до 300%). Кривые поправочного коэффициента к расчету удельной проводимости рассеяния для П- и С-образных магнитных систем (рис. 7-4), предложенные автором, учитывают искажение однородного поля при изменении отношения  $l/s$ . Они безусловно облегчают расчет цепи, так как не требуют построения поля.

Пользуясь построенной картиной поля, нетрудно определить среднюю удельную проводимость рассеяния как отношение полной проводимости рассеяния к длине  $l_s$ , в пределах которой рассматривается поток рассеяния.

## *Глава восьмая*

# **АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ С УЧЕТОМ МАГНИТНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ СТАЛИ, РАССЕЯНИЯ И РАЗМАГНИЧИВАЮЩЕГО ДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЭКРАНОВ**

## **8-1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ**

Аналитический расчет магнитных цепей с воздушным зазором с учетом рассеяния и нелинейности кривой намагничивания в общем случае исключительно сложен и практически исключается. В. И. Коваленков [Л. 11] и Н. А. Лившиц [Л. 64], аппроксимируя кривую намагничивания, получили закон распределения потока вдоль длины магнитопровода. Однако, как указано одним из этих авторов [Л. 64], «аналитические методы расчета при нелинейной трактовке задачи весьма сложны даже для простейших конфигураций магнитных цепей».

Однако, для цепей с постоянной магнитной проницаемостью стали и постоянной удельной проводимостью рассеяния между сердечниками, особенно для цепей постоянного тока, аналитический метод применим и даже широко используется [Л. 12, 16, 18 и 82]. Осно-

вы теории таких цепей наиболее полно разработаны В. И. Коваленковым [Л. 11] и В. Беллером [Л. 101].

Расчет же магнитных цепей переменного тока с учетом рассеяния и магнитного сопротивления стали разработан вообще слабо [Л. 49—52, 59 и 62]; между тем необходимость в таком расчете, в особенности при повышенной частоте, велика.

В результате проведенных исследований магнитных цепей переменного тока с помощью комплексного метода и теорий пассивного и активного четырехполюсников автор предложил инженерные методы расчета таких цепей и параметров катушки [Л. 82, 83, 86—90 и 93]. Анализ магнитных характеристик различных марок сталей показал, что в достаточно широком диапазоне индукций удельные активные и реактивные магнитные сопротивления  $\rho_R$  и  $\rho_x$  можно принять почти постоянными (рис. 3-2). Так, постоянство  $\rho_R$  и  $\rho_x$  сохраняется примерно в пределах 3,5—10 кгс для стали марки Э12, 2—8 кгс — для сталей марок Э41 и Э45, 6,5—12,5 кгс — для стали типа Армко.

## **8-2. РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ С СОСРЕДОТОЧЕННОЙ Н. С.**

### **а) Общие положения**

Эта разновидность магнитных цепей, когда намагничивающая катушка расположена на ярме 3 (рис. 8-1,а), широко используется для построения электромагнитных (рис. 1-4,а), поляризованных (рис. 1-4,ж), индукционных (рис. 1-4,в и и), индукционно-тепловых (рис. 1-4,б), ферродинамических (рис. 1-4,з) и других типов реле, а также для индукционных датчиков (рис. 1-4,е), электромагнитных линз, применяемых в электронных микроскопах (рис. 1-4,д), микродвигателей (рис. 1-4,к) и другой аппаратуры автоматики.

Сложное магнитное поле рассматриваемых цепей (рис. 1-4,а и 8-1,а) можно разбить на три характерные зоны:

- 1) зону вблизи воздушного зазора с координатой поля выпучивания на длине  $z$ ;
- 2) зону поля рассеяния между сердечниками на длине  $l_s$  и
- 3) зону поля рассеяния ярма 3.



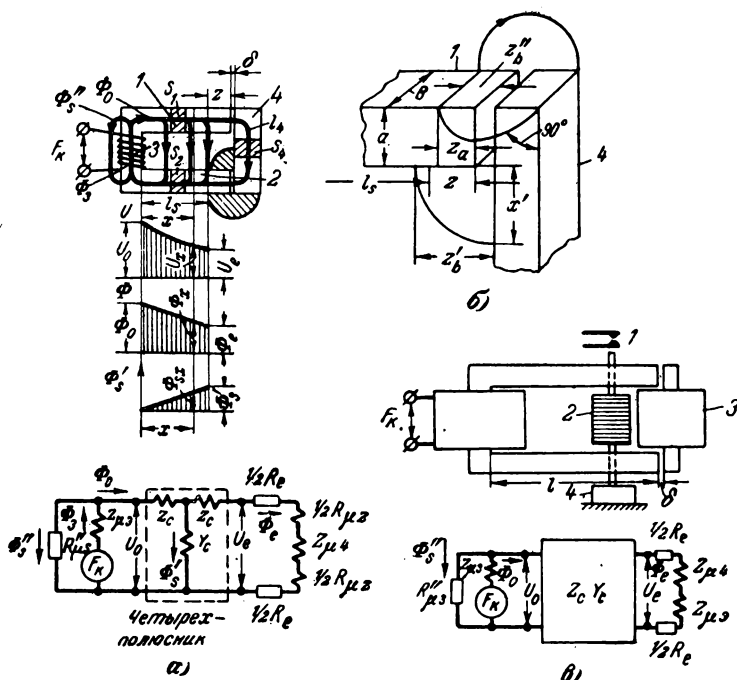


Рис. 8-1. К расчету магнитной цепи с сосредоточенной н. с.  
 а — магнитная цепь и схема замещения; б — к определению координаты поля выпучивания; в — магнитная цепь индукционно-теплового реле и ее схема замещения.

1 — контакты; 2 — реагирующий элемент; 3 — нагревающий элемент (экран); 4 — температурный компенсатор.

В каждой из этих зон поле изменяется по разным законам. Магнитные проводимости поля в разных зонах могут быть определены или методами, изложенными в § 6-7, или известными из литературы методами [Л. 12, 14, 17 и 95], или, наконец, на основе графического построения полной картины поля (см. гл. 7).

Границей между полем рассеяния и выпучивания с четырех граней является средняя координата последнего. Найдем ее из соотношения

$$z = \frac{z'_b + 3z_a}{4}, \quad (8-1)$$

где  $z'_b$  и  $z_a = z''_b$  — координаты поля выпучивания с внутренней и внешней граней (рис. 8-1, б); на рис. 8-1, а поле выпучивания заштриховано.

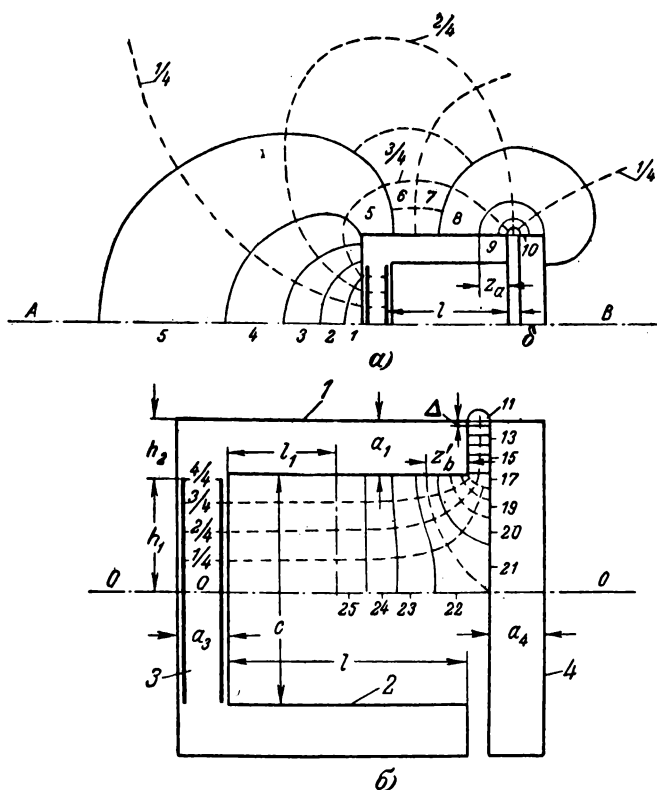


Рис. 8-2. Внутреннее и внешнее поля П-образной магнитной цепи с сосредоточенной н. с.

Исследования показали [Л. 93], что если отношение длины сердечника  $l$  к расстоянию между сердечниками  $c$  примерно больше 1—1,5, то поле рассеяния на длине  $l_s$  (рис. 8-1, а и б) можно принять достаточно однородным, а удельную проводимость рассеяния на этой длине — постоянной. При малых значениях  $l/c$  поле искажается; в этом случае магнитные проводимости рекомендуется определять графическим методом по полной картине поля. На рис. 8-2 построены внутреннее (между сердечниками 1 и 2) и внешнее магнитные поля для П-образной магнитной цепи при отношении  $l/c=1$ . Как видно, внутреннее поле на значительной длине сердеч-

ника достаточно однородно и лишь вблизи воздушного зазора искажено. Внешнее же поле является сложным, и более точный расчет проводимости поэтому возможен только по картине поля (см. гл. 7).

На рис. 7-11 дана полная картина поля для цепи индукционного реле типа ИТ-81 (без магнитного шунта), где отношение  $l/c=0,5$ . Внутреннее поле в этом случае получается уже искаженным, и удельную проводимость следует определять как среднюю величину. Для этого полную проводимость рассеяния между сердечниками 1 и 2, полученную из построенной картины поля, необходимо разделить на длину сердечника  $l_s$ , в пределах которой проходит поток рассеяния. Остальные все трубки потока учитываются как проводимость поля выпучивания воздушного зазора и проводимость поля рассеяния с ярма 3.

#### б) Законы распределения потока и разности магнитных потенциалов в магнитной цепи

Для расчета магнитных цепей, у которых удельную магнитную проводимость рассеяния и удельное магнитное сопротивление стали можно считать постоянными, мы вправе применить теорию пассивного четырехполюсника. Распределение потока вдоль длины сердечников и разность магнитных потенциалов между ними описываются в этом случае линейными дифференциальными уравнениями второго порядка. Решение их приводит к аналитической форме уравнений, в которых поток и разность магнитных потенциалов выражены через параметры магнитной цепи.

На длине сердечника  $l_s$  (рис. 8-1, а) будет справедливым:

$$-\frac{d\dot{U}_x}{dx} = (\dot{Z}'_{\mu 1} + \dot{Z}'_{\mu 2}) \dot{\Phi}_x; \quad (8-2)$$

$$-\frac{d\dot{\Phi}_x}{dx} = g\dot{U}_x. \quad (8-3)$$

Здесь  $\dot{U}_x$  и  $\dot{\Phi}_x$  — разность магнитных потенциалов между сердечниками 1 и 2 и поток в сердечниках (комплексные величины) при значении координаты  $x$ ;

$g$  — суммарная удельная магнитная проводимость рассеяния между сердечниками 1 и 2 на длине  $l_s$ ;

$Z'_{\mu 1}$  и  $Z'_{\mu 2}$  — комплексные магнитные сопротивления сердечников 1 и 2 на единицу длины:

$$\begin{aligned} Z'_{\mu 1} &= \rho_{z1} \frac{1}{S_1} = (\rho_{R1} + j\rho_{x1}) \frac{1}{S_1}; \\ Z'_{\mu 2} &= \rho_{z2} \frac{1}{S_2} = (\rho_{R2} + j\rho_{x2}) \frac{1}{S_2}. \end{aligned} \quad (8-4)$$

Значения  $\rho_{R1}$ ,  $\rho_{R2}$ ,  $\rho_{x1}$  и  $\rho_{x2}$  определяются для соответствующего материала из магнитных характеристик, показанных на рис. 3-2 по заданной индукции;

$S_1$  и  $S_2$  — поперечные сечения сердечников.

Если уравнения (8-2) и (8-3) продифференцировать и подставить в них значения первых производных, то получаются линейные дифференциальные уравнения второго порядка:

$$\frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = g (\dot{Z}'_{\mu 1} + \dot{Z}'_{\mu 2}) \dot{U}; \quad (8-5)$$

$$\frac{d^2 \dot{\Phi}}{dx^2} = g (\dot{Z}'_{\mu 1} + \dot{Z}'_{\mu 2}) \dot{\Phi}_x. \quad (8-6)$$

Решение (8-5) и (8-6) дает:

$$\begin{aligned} \dot{U}_x &= \dot{U}_e \operatorname{ch} V \sqrt{\dot{Z}'_{\mu} \dot{Y}'_{\mu}} \left(1 - \frac{x}{l_s}\right) + \\ &+ \sqrt{\frac{\dot{Z}'_{\mu}}{\dot{Y}'_{\mu}}} \dot{\Phi}_e \operatorname{sh} V \sqrt{\dot{Z}'_{\mu} \dot{Y}'_{\mu}} \left(1 - \frac{x}{l_s}\right); \end{aligned} \quad (8-7)$$

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_x &= \dot{U}_e \sqrt{\frac{\dot{Y}'_{\mu}}{\dot{Z}'_{\mu}}} \operatorname{sh} V \sqrt{\dot{Z}'_{\mu} \dot{Y}'_{\mu}} \left(1 - \frac{x}{l_s}\right) + \\ &+ \dot{\Phi}_e \operatorname{ch} V \sqrt{\dot{Z}'_{\mu} \dot{Y}'_{\mu}} \left(1 - \frac{x}{l_s}\right). \end{aligned} \quad (8-8)$$

Здесь  $\dot{U}_e$  и  $\dot{\Phi}_e$  — разность магнитных потенциалов между сердечниками 1 и 2 и магнитный поток в сердечниках при  $x = l_s$ ;

$\dot{Z}_\mu$  и  $Y_\mu = G_s$  — полное комплексное магнитное сопротивление стали сердечника и полная магнитная проводимость рассеяния между сердечниками (действующие значения).

При этом

$$\dot{Z}_\mu = \dot{Z}_{\mu 1} + \dot{Z}_{\mu 2} = \dot{Z}_{\mu 1} l_{s1} + \dot{Z}_{\mu 2} l_{s2}; \quad Y_\mu = G_s = \sqrt{2} g l_s \mu_0;$$

$$l_s = l_{s1} = l_{s2}; \quad (8-9)$$

$\dot{Z}_{\mu 1}$  и  $\dot{Z}_{\mu 2}$  — полные комплексные магнитные сопротивления сердечников.

Изменения разности магнитных потенциалов  $U_x$ , потока в сердечнике  $\Phi_x$  и потока рассеяния  $\Phi_{sx}$  вдоль длины сердечника представлены на кривых, изображенных на рис. 8-1, а.

При  $x=0$  уравнения (8-7) и (8-8) преобразовываются в уравнения пассивного четырехполюсника:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_0 &= \dot{A} \dot{U}_e + \dot{B} \dot{\Phi}_e; \\ \dot{\Phi}_0 &= \dot{C} \dot{U}_e + \dot{A} \dot{\Phi}_e, \end{aligned} \right\} \quad (8-10)$$

где  $\dot{A}$ ,  $\dot{B}$  и  $\dot{C}$  — комплексные постоянные четырехполюсника:

$$\left. \begin{aligned} \dot{A} &= \text{ch} \sqrt{\dot{Z}_\mu \dot{Y}_\mu}; \\ \dot{B} &= \sqrt{\frac{\dot{Z}_\mu}{\dot{Y}_\mu}} \text{sh} \sqrt{\dot{Z}_\mu \dot{Y}_\mu}; \\ \dot{C} &= \sqrt{\frac{\dot{Y}_\mu}{\dot{Z}_\mu}} \text{sh} \sqrt{\dot{Z}_\mu \dot{Y}_\mu}. \end{aligned} \right\} \quad (8-11)$$

Если гиперболические синус и косинус разложить в ряд и ограничиться первыми двумя членами, то (8-7) и (8-8) примут вид:

$$\begin{aligned} \dot{U}_x &= \dot{U}_e \left[ 1 + \dot{Z}_\mu G_s \left( 1 - \frac{x}{l_s} \right)^2 \right] + \\ &+ \dot{\Phi}_e \dot{Z}_\mu \left( 1 - \frac{x}{l_s} \right) \left[ 1 + \frac{\dot{Z}_\mu G_s}{6} \left( 1 - \frac{x}{l_s} \right)^2 \right]; \end{aligned} \quad (8-12)$$

$$\begin{aligned}\Phi_x = \dot{U}_e G_s \left(1 - \frac{x}{l_s}\right) \left[1 + \frac{1}{6} G_s \dot{Z}_\mu \left(1 - \frac{x}{l_s}\right)^2\right] + \\ + \dot{\Phi}_e \left[1 + \frac{G_s \dot{Z}_\mu}{2} \left(1 - \frac{x}{l_s}\right)^2\right].\end{aligned}\quad (8-13)$$

Поток в сердечнике и разность магнитных потенциалов при  $x = l_s$  (рис. 8-1, а):

$$\left. \begin{aligned}\dot{\Phi}_e &= \dot{\Phi}_T \frac{G_e}{G_T}; \\ \dot{U}_e &= \dot{\Phi}_e \dot{Z}_{\mu e}.\end{aligned}\right\} \quad (8-14)$$

Здесь  $\dot{\Phi}_T$  — поток в воздушном зазоре между торцевой поверхностью сердечника и якорем 4;

$G_T$  — магнитная проводимость воздушного зазора между торцевой поверхностью сердечника и якорем 4;

$G_e = \frac{1}{R_e}$  — расчетная проводимость двух воздушных зазоров с учетом поля выпучивания на длине сердечника  $Z$  (при  $x = l_s$ , рис. 8-1, а);

$\dot{Z}_{\mu e}$  — эквивалентное комплексное магнитное сопротивление.

Для магнитной цепи на рис. 8-1, а:

$$\begin{aligned}\dot{Z}_{\mu e} = R_l + \dot{Z}_{\mu 4} + \dot{Z}_{\mu z} = R_e + \dot{\rho}_{z4} \frac{l_4}{S_4} + \\ + \dot{\rho}_{zz} \frac{2z}{S_1} = R_e + (\rho_{R4} + j\rho_{x4}) \frac{l_4}{S_4} + (\rho_{Rz} + j\rho_{xz}) \frac{2z}{S_1}.\end{aligned}\quad (8-15)$$

При этом  $\dot{Z}_{\mu 4}$  и  $\dot{Z}_{\mu z}$  — комплексные магнитные сопротивления якоря 4 и сердечников 1 и 2 на длине координаты поля выпучивания  $z$ ;  $l_4$  и  $S_4$  — средняя длина и сечение якоря.

Значения удельных магнитных сопротивлений якоря и сердечников  $\rho_{R4}$ ,  $\rho_{x4}$ ,  $\rho_{Rz}$  и  $\rho_{xz}$  находим из кривой на рис. 3-2 для выбранного материала стали по магнитным индукциям  $B_4 = \frac{\Phi_e}{S_4}$  и  $B_z = \frac{\Phi_e}{S_1}$ . Поток и разность маг-

нитных потенциалов в начале сердечников 1 и 2, т. е. при  $x=0$ , будут:

$$\dot{\Phi}_0 = \dot{\Phi}_e \left[ \left( 1 + \frac{G_s \dot{Z}_{\mu e}}{2} \right) + \dot{Z}_{\mu} G_s \left( 1 + \frac{1}{6} G_s \dot{Z}_{\mu e} \right) \right]; \quad (8-16)$$

$$\dot{U}_0 = \dot{\Phi}_e \left[ (\dot{Z}_{\mu e} + \dot{Z}_{\mu}) + G_s \dot{Z}_{\mu} \times \left( \dot{Z}_{\mu e} + \frac{1}{6} \dot{Z}_{\mu} \right) \right]. \quad (8-17)$$

Если магнитное сопротивление рассеяния ярма  $R''_{\mu s}$  привести к полной разности потенциалов в начале сердечника, то поток рассеяния с ярма (рис. 8-1, а)

$$\dot{\Phi}''_s = \frac{\dot{U}_0}{R''_{\mu s}}. \quad (8-18)$$

Тогда поток в яреме

$$\dot{\Phi}_s = \dot{\Phi}_0 + \dot{\Phi}''_s. \quad (8-19)$$

Определив по индукции в яреме  $B_s = \frac{\Phi_s}{S_s}$  удельное активное и реактивное магнитные сопротивления ярма  $\rho_{R3}$  и  $\rho_{x3}$ , найдем полную н. с. катушки:

$$\dot{F}_K = \dot{U}_0 + \dot{\Phi}_s (\rho_{R3} + j\rho_{x3}) \frac{l_s}{S_s} = \dot{U}_0 + \dot{\Phi}_s \dot{Z}_{\mu 3}. \quad (8-20)$$

Здесь  $l_s$  и  $S_s$  — средняя длина и сечение ярма;

$\dot{Z}_{\mu 3}$  — комплексное магнитное сопротивление ярма.

### в) Ход расчета магнитной цепи

Рассмотрим ход расчета цепи (рис. 8-1, а) при заданном потоке в воздушном зазоре с торцевой поверхности  $\Phi_t$ , заданных размерах магнитной цепи и выбранной магнитной характеристике стали.

Определяем: н. с. катушки  $F_K$ , поток в начале сердечника  $\Phi_0$ , потоки рассеяния  $\Phi'_s$  и  $\Phi''_s$ , поток в яреме катушки  $\Phi_s$  и разность магнитных потенциалов между сердечниками 1 и 2 в начале магнитопровода  $U_0$  и в конце его  $U_e$ .

Уравнения (8-16) и (8-17) принимаем за основные расчетные формулы.

Зная величину воздушного зазора и размеры полюса, подсчитываем проводимости для двух воздушных зазоров в пределах торцевой поверхности полюса  $G_T$  (6-110) и с учетом поля выпучивания  $G_e$  (6-120) — (6-124).

Если для магнитной цепи на рис. 8-1,а построить картину поля и по ней определять проводимости, то расчетные размеры

$$a_p = \delta \frac{m_b}{n_b}; \quad b_p = \delta \frac{m_a}{n_a}. \quad (8-21)$$

При этом  $m_b$ ,  $m_a$  — числа элементарных трубок гра-ней  $b$  и  $a$ ;

$n_b$ ,  $n_a$  — количества единичных элементов в каждой из них.

Зная  $G_T$  и  $G_e$ , по формуле (8-14) находим  $\Phi_e$ , а по индукции  $B = \Phi_e / S_1$  и кривым на рис. 3-2 для заданной марки стали определяем величины удельных магнитных сопротивлений  $\rho_R$  и  $\rho_x$ . Тогда комплексные магнитные сопротивления сердечников, имеющих одинаковые длины и сечение, будут

$$\dot{Z}_{\mu e} = \dot{Z}_{\mu 2} = \dot{Z}'_{\mu} l_s = (\rho_R + j\rho_x) \frac{l_s}{S_1}.$$

Пользуясь равенством (8-9), подсчитываем  $G_{\mu}$  и  $Z_{\mu e}$  по (8-15) и получаем поток  $\Phi_0$  (8-16), разности магнитных напряжений  $U_0$  (8-17) и  $U_e$  (8-14).

Намагничивающую силу катушки находим по формуле (8-20).

Поток рассеяния между сердечниками 1 и 2

$$\dot{\Phi}_s = \dot{\Phi}_0 - \dot{\Phi}_e, \quad (8-22)$$

поток же рассеяния с ярма  $\Phi''_s$  определяем из выражения (8-18).

Располагая по положительной оси комплексной плоскости поток  $\Phi_T$  или  $\Phi_e$ , нетрудно построить векторную диаграмму и найти угол потерь в стали. Расчет магнитной цепи по заданному потоку  $\Phi_0$  при известных размерах магнитопровода и воздушных зазоров проводим аналогично.



Следует отметить, что если магнитного сопротивления стали не учитывать, то (8-12) и (8-13) значительно упрощаются:

$$\dot{U}_x = \dot{U}_e = \dot{\Phi}_e \dot{Z}_{\mu e} \text{ и } \dot{\Phi}_x = \dot{U}_e \left[ \frac{1}{\dot{Z}_{\mu e}} + \left( 1 - \frac{x}{l_s} \right) G_s \right]. \quad (8-23)$$

По этим уравнениям довольно просто рассчитать, например, цепь переменного тока с короткозамкнутым витком, если предварительно определить комплексное магнитное сопротивление экрана.

### г) Схемы замещения магнитной цепи с сосредоточенной н. с.

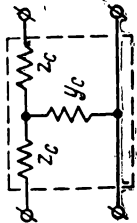
Расчет магнитных цепей с сосредоточенной н. с. можно также производить с помощью схем замещения (рис. 8-1 и 8-3). В этих схемах замещения участок цепи в пределах зоны потока рассеяния заменяется четырехполюсником. Если воспользоваться известными соотношениями между постоянными четырехполюсника и элементами схемы замещения [Л. 1], то представляется возможным получить для Т- и П-образной схем расчетные уравнения, в которых комплексные магнитные сопротивления  $\dot{Z}_c$  и проводимость  $\dot{Y}_c$  схемы выражаются через параметры магнитной цепи  $R_\mu$ ,  $x_\mu$  и  $G_s$  (табл. 8-1).

Для магнитных цепей, выполненных из электротехнической стали и работающих при промышленной частоте, можно пренебречь влиянием вторых членов в уравнениях для  $\dot{Z}_c$  и  $\dot{Y}_c$  и с достаточной для практики точностью определять эти величины по приведенным в табл. 8-1 приближенным формулам.

Если же цепь выполнена из стали с высокими потерями (например, цепь индукционно-теплового реле) или если она работает при повышенной частоте, то сначала следует убедиться, насколько велико, например для Т-образной схемы замещения, влияние вторых членов в уравнениях для  $\dot{Z}_c$  и  $\dot{Y}_c$ . Затем в зависимости от желаемой точности расчет значений  $R_c$ ,  $x_c$ ,  $g_c$  и  $b_c$  ведется или по приближенным, или по более точным формулам.

Таблица 8-1

# Расчетные уравнения для магнитных сопротивлений и проводимостей в схемах замещения магнитной цепи

Тип схемы смещения	Полное магнитное сопротивление схемы четырехполюсника и его составляющие		приближенно	Полная проводимость схемы замещения четырехполюсника и ее составляющие		приближенно
	более точно			более точно		
	$z_c = \frac{1}{2} Z_\mu \left( 1 - \frac{1}{12} G_s Z_\mu \right) = R_c + jx_c;$ $R_\mu = \frac{R_c}{2} - \frac{G_s}{24} (R_\mu^2 - x_\mu^2);$ $x_\mu = \frac{x_c}{2} \left( 1 - \frac{G_s R_\mu}{6} \right).$	$z_c = \frac{1}{2} Z_\mu = \frac{1}{2} (R_\mu + jx_\mu);$ $R_\mu = \frac{R_\mu}{2};$ $x_\mu = \frac{x_\mu}{2}$		$y_c = G_s \left( 1 + \frac{G_s Z_\mu}{6} \right) = g_c - jb_c;$ $g_c = G_s \left( 1 + \frac{R_\mu G_s}{6} \right);$ $b_c = -\frac{G_s^2 x_\mu}{6}$		$Y_\mu = G_s;$ $g_c = G_s;$ $b_c = 0$
	$Z_c = R_{\mu c} + jx_{\mu c};$ $R_c = R_\mu + \frac{1}{6} G_s (R_\mu^2 - x_\mu^2);$ $x_c = x_\mu \left( 1 + \frac{1}{3} G_s R_\mu \right)$	$Z_\mu = R_\mu + jx_\mu;$ $R_c = R_\mu;$ $x_c = x_\mu$		$y_c = g_{\mu c} - jb_{\mu c};$ $g_c = \frac{G_s}{2} \left( 1 - \frac{G_s R_\mu}{12} \right);$ $b_c = -\frac{G_s^2 x_\mu}{24}$		$Y_\mu = \frac{G_s}{2};$ $g_c = \frac{G_s}{2};$ $b_c = 0$

Уравнения для расчета магнитной цепи с сосредоточенной н. с. по схеме замещения, изображенной на рис. 8-1,а запишутся следующим образом:

$$\dot{U}_0 = \dot{\Phi}_e \dot{Z}_m; \quad \dot{U}_e = \dot{\Phi}_e \dot{Z}_{\mu e}; \quad (8-24)$$

$$\dot{\Phi}_0 = \frac{\dot{U}_0}{\dot{Z}_m} (\dot{m} + \dot{Z}_{\mu e} \dot{Y}_c - 1); \quad \dot{\Phi}_0 = \dot{\Phi}_e + \dot{\Phi}'_s; \quad (8-25)$$

$$\dot{\Phi}'_s = \frac{\dot{U}_0 \dot{Y}_c}{\dot{Z}_m} (\dot{Z}_c + \dot{Z}_{\mu e}); \quad \dot{\Phi}''_s = \frac{\dot{U}_0}{R''_{\mu s}}, \quad (8-26)$$

где

$$\dot{Z}_m = \dot{m} (\dot{Z}_c + \dot{Z}_{\mu e}) - \dot{Z}_{\mu e}; \quad (8-27)$$

$$\dot{m} = 2 + \dot{Z}_c \dot{Y}_c. \quad (8-28)$$

Аналогично можно составить расчетные уравнения и для П-образной схемы замещения.

Практические расчеты показали, что для большинства магнитных цепей при частоте переменного тока до 500 гц формулы (8-25) — (8-26) можно упростить, пренебрегая в выражении (8-28) вторым членом. При этом получим:

$$\dot{\Phi}_0 = \dot{\Phi}_e (1 + \dot{Z}_{\mu e} G_s); \quad (8-29)$$

$$\dot{U}_0 = \dot{\Phi}_e (\dot{Z}_{\mu e} + \dot{Z}_\mu); \quad (8-30)$$

$$\dot{\Phi}'_s = \dot{\Phi}_e G_s \dot{Z}_{\mu e}; \quad \dot{\Phi}''_s = G''_{\mu s} \dot{U}_0; \quad (8-31)$$

$$\dot{\Phi}_3 = \dot{\Phi}_e [1 + G_s \dot{Z}_{\mu e} + G''_s (\dot{Z}_{\mu e} + \dot{Z}_\mu)]; \quad (8-32)$$

$$F_K = \dot{\Phi}_e (\dot{Z}_{\mu e} + \dot{Z}_\mu) + \dot{\Phi}_3 \dot{Z}_{\mu 3}. \quad (8-33)$$

Здесь  $G''_s = \frac{1}{R''_{\mu s}}$  — полная магнитная проводимость рассеяния ярма.

Таким образом, при известных размерах магнитной цепи и заданном потоке  $\Phi_e$  или  $\Phi_\tau$  или  $\Phi_0$ , пользуясь (8-29) — (8-33) и (8-14), нетрудно провести полный расчет магнитной цепи и построить векторную диаграмму.

Отметим, что если магнитное сопротивление стали равно нулю, то (8-29) — (8-33) еще более упрощаются:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\Phi}_0 &= \dot{F}_K \left( G_s + \frac{1}{\dot{Z}_{\mu e}} \right); \quad \dot{\Phi}_e = \frac{\dot{F}_K}{\dot{Z}_{\mu e}}; \\ \dot{\Phi}'_s &= \dot{F}_K G_s; \quad \dot{\Phi}''_s = \dot{F}_K G''_s. \end{aligned} \right\} \quad (8-34)$$

#### д) Расчет эквивалентного комплексного магнитного сопротивления нагрузки четырехполюсника

Несмотря на большое разнообразие конструктивных форм магнитных цепей с сосредоточенной н. с., расчетные формулы (8-29) — (8-33) являются пригодными для каждой из них. Обусловлено это тем, что различие в конструкциях учитывается величиной эквивалентного комплексного магнитного сопротивления  $\dot{Z}_{\mu e}$ , включенного в схему замещения (рис. 8-1, а) на выходе четырехполюсника. Для цепей постоянного тока эквивалентной нагрузкой на выходе четырехполюсника будет только активное магнитное сопротивление  $R_{\mu e}$ .

Описанным методом можно рассчитывать цепи, имеющие разветвления и электромагнитные экраны. Например, для индукционно-теплового реле (рис. 8-1, в) нагрузкой на выходе четырехполюсника является эквивалентное комплексное магнитное сопротивление, которое состоит из активного магнитного сопротивления воздушных зазоров с учетом поля выпучивания  $R_e$  и комплексных магнитных сопротивлений экрана  $\dot{Z}_{\mu \varepsilon}$  и якоря  $\dot{Z}_{\mu 4}$ :

$$\dot{Z}_{\mu e} = R_e + \dot{Z}_{\mu \varepsilon} + \dot{Z}_{\mu 4}. \quad (8-35)$$

Для разветвленной магнитной цепи индукционного прибора с диском и короткозамкнутыми витками (рис. 8-3) нагрузка на выходе определится уравнением

$$\dot{Z}_{\mu e} = jx_{\mu d} + \frac{R_{\delta A} \dot{Z}_{\mu B}}{R_{\delta A} + \dot{Z}_{\mu B}}, \quad (8-36)$$

где для полюса  $B$  комплексное магнитное сопротивление

$$\dot{Z}_{\mu B} = R_{\delta B} + R_{\mu \varepsilon} + jx_{\mu \varepsilon}, \quad (8-37)$$

$R_{\delta A}$  и  $R_{\delta B}$  — активные магнитные сопротивления воздушных зазоров с учетом поля выпучивания для полюсов  $A$  и  $B$ ;

$R_{\mu \varepsilon}$  и  $x_{\mu \varepsilon}$  — активное и реактивное магнитные сопротивления экрана, расположенного на полюсе  $B$ ;

$x_{\mu d}$  — реактивное магнитное сопротивление диска:

$$x_{\mu d} = \frac{\omega}{\sqrt{2} R_d}. \quad (8-38)$$

Здесь активное электрическое сопротивление диска  $R_d$  определяется из рис. 5-23 или по уравнению (5-150).

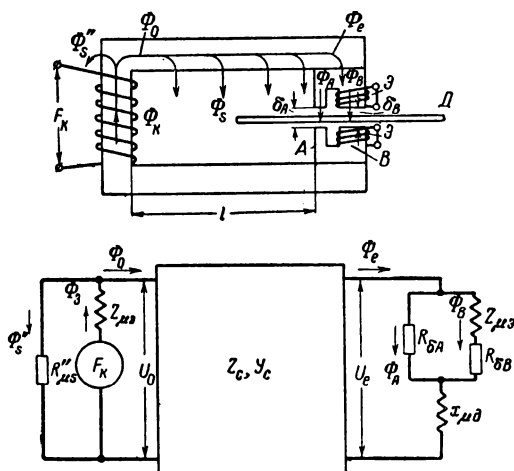


Рис. 8-3. Магнитная цепь индукционной системы с сосредоточенной н. с. и ее схема замещения.

$A$  — неэкранированный полюс;  $E$  — экран;  $B$  — экранированный полюс;  $D$  — диск.

Комплексное магнитное сопротивление экрана

$$\dot{Z}_{\mu \varepsilon} = R_{\mu \varepsilon} + jx_{\mu \varepsilon}. \quad (8-40)$$

Согласно равенствам (5-89) и (5-90)

$$R_{\mu \varepsilon} = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \omega_s^2 \frac{x_s}{R_s^2 + x_{ss}^2}; \quad (8-41)$$

$$x_{\mu_3} = \frac{\omega_1}{\sqrt{2}} \omega_0^2 \frac{R_0}{R_0^2 + x_{3s}^2}, \quad (8-41')$$

где  $\omega_0$  — число витков экрана;  $R_0$  и  $x_0$  — активное и реактивное электрические сопротивления экрана.

Допустим теперь, что требуется попутно определить вращающий момент индукционной системы. Для этого реальные потоки  $\dot{\Phi}_A$  и  $\dot{\Phi}_B$  необходимо выразить по величине и фазе через заданный поток  $\dot{\Phi}_e$  и  $\dot{\Phi}_0$ .

Так как разность магнитных потенциалов на концах полюсов  $A$  и  $B$

$$\dot{U}_A = \dot{U}_B = \dot{U}_e = \dot{\Phi}_e \dot{Z}_{\mu e}, \quad (8-42)$$

реальные магнитные потоки, пронизывающие диск, определяются из уравнений:

$$\dot{\Phi}_A = \frac{\dot{U}_A}{R_{\delta A}} = \dot{\Phi}_e \frac{\dot{Z}_{\mu e}}{R_{\delta A}}; \quad (8-43)$$

$$\dot{\Phi}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z_{\mu B}} = \dot{\Phi}_e \frac{\dot{Z}_{\mu e}}{\dot{Z}_{\mu B}}. \quad (8-43')$$

Располагая векторы  $\dot{\Phi}_A$  и  $\dot{\Phi}_B$  на комплексной плоскости, находим угол между этими потоками  $\psi$ , а следовательно, и величину вращающего момента по формуле (5-150').

Предложенный автором метод расчета по схеме замещения позволяет сравнительно просто провести полный расчет магнитной цепи переменного тока с сосредоточенной н. с. с учетом магнитного сопротивления стали, проводимостей воздушного зазора, полей выпучивания и рассеяния, а также размагничивающего действия экранов. Этот метод применим и к расчету магнитных печей постоянного тока и может быть также использован для расчета цепей, работающих на повышенных частотах переменного тока.

### 8-3. РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОСТИ КРИВОЙ НАМАГНИЧИВАНИЯ

Для магнитных цепей постоянного и переменного тока, в которых необходимо учесть изменения магнитного сопротивления стали вдоль длины магнитопровода, автором разработан весьма простой метод расчета.

В пределах поля рассеяния магнитную цепь с сосредоточенной н. с. разбивают на ряд участков, каждый из которых принимается за пассивный четырехполюсник с постоянным комплексным магнитным сопротивлением.

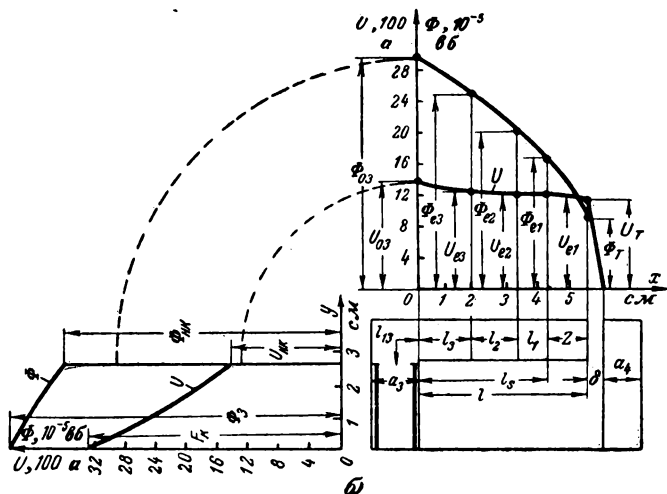
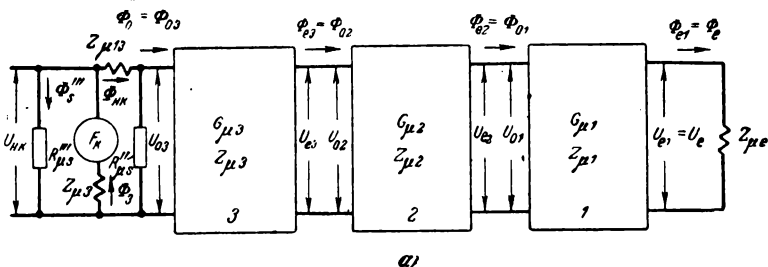


Рис. 8-4. К расчету цепи с сосредоточенной н. с. с учетом нелинейности кривой намагничивания.

а — схема замещения; б — изменение магнитного потока и магнитного напряжения вдоль длины магнитопровода.

Тогда расчет входных и выходных величин отдельных четырехполюсников можно произвести по тем же формулам, т. е. по уравнениям (8-24)—(8-28) или (8-29)—(8-30).

Рассмотрим расчет цепи (рис. 8-2) для практически наиболее важного случая, когда задан поток в воздушном зазоре  $\Phi_e$  (или поток с торца полюса  $\Phi_r$ ), известны все размеры магнитопровода и магнитная характеристика материала; требуется определить  $\Phi_0$ ,  $\Phi'_0$ ,  $\Phi_3$ ,  $\Phi'_3$  и  $F_K$ .

Разобьем магнитную цепь на 3 участка (рис. 8-4,б) и составим схему замещения (рис. 8-4,а). Из последней следует, что входные величины для первого четырехполюсника являются одновременно выходными для второго, то же самое можно сказать и о четырехполюсниках 2 и 3.

#### а) Порядок расчета

1. По заданному потоку  $\Phi_e = \Phi_{e1}$  по (8-15) находим на выходе первого четырехполюсника комплексное магнитное сопротивление  $\dot{Z}_{\mu e1}$  и магнитное напряжение

$$\dot{U}_{e1} = \Phi_e \dot{Z}_{\mu e1}. \quad (8-44)$$

2. На длине первого участка  $l_1$  по индукции  $B_{e1} = \Phi_{e1}/S_1$  и кривой, изображенной на рис. 3-2, определяем комплексное магнитное сопротивление сердечников 1 и 2 и магнитную проводимость рассеяния между этими сердечниками:

$$\dot{Z}_{\mu 1} = 2\dot{\rho}_{z1} \frac{l_1}{S_1} \text{ и } G_{s1} = \sqrt{2} \mu_0 g l_1. \quad (8-45)$$

Величину удельного комплексного магнитного сопротивления  $\dot{\rho}_{z1} = \dot{\rho}_{R1} + j\dot{\rho}_{x1}$  находим по  $B_{e1} = \Phi_{e1}/S_1$  из кривой, приведенной на рис. 3-2.

Из равенства (8-27) и уравнения табл. из 8-1 определяем  $\dot{Z}_{m1}$ . Если взять  $\dot{Z}_c = \dot{Z}_{\mu 1}/2$  и  $Y_{\mu c} = G_{s1}$ , то

$$\dot{Z}_{m1} = \left(2 + \frac{1}{2} \dot{Z}_{\mu 1} G_{s1}\right) \left(\frac{1}{2} \dot{Z}_{\mu e} + \dot{Z}_{\mu e1}\right) - \dot{Z}_{\mu e1}. \quad (8-46)$$



3. По (8-24) находим магнитное напряжение на входе первого четырехполюсника:

$$\dot{U}_{01} = \dot{\Phi}_{e1} \dot{Z}_{m1} = \dot{U}_{e2}; \quad (8-47)$$

$$\dot{\Phi}_{01} = \frac{\dot{U}_{01}}{\dot{Z}_{m1}} \left( 1 + G_{s1} \dot{Z}_{\mu e1} + \frac{1}{2} G_{s1} \dot{Z}_{\mu 1} \right) = \dot{\Phi}_{e2}. \quad (8-48)$$

4. По известным  $\dot{U}_{e2}$  и  $\dot{\Phi}_{e2}$  рассчитываем входные величины второго четырехполюсника  $\dot{\Phi}_{02}$  и  $\dot{U}_{02}$ . Для этого в выражениях (8-45)—(8-48) заменяем индексы 1 на 2 и 2 на 3, т. е.

$$\dot{U}_{02} = \dot{\Phi}_{e2} \dot{Z}_{m2} = \dot{U}_{e3}; \quad (8-49)$$

$$\dot{\Phi}_{02} = \frac{\dot{U}_{02}}{\dot{Z}_{m2}} \left( 1 + G_{s2} \dot{Z}_{\mu e2} + \frac{1}{2} G_{s2} \dot{Z}_{\mu 2} \right) = \dot{\Phi}_{e3},$$

где

$$\dot{Z}_{m2} = \left( 2 + \frac{1}{2} \dot{Z}_{\mu 2} G_{s2} \right) \left( \frac{1}{2} \dot{Z}_{m2} + \dot{Z}_{\mu e2} \right) - \dot{Z}_{\mu e2}; \quad (8-50)$$

$$\dot{Z}_{\mu 2} = 2 \dot{p}_{z2} \frac{l_2}{S_1}; \quad (8-51)$$

$$G_{s2} = \sqrt{2} \mu_0 g l_2; \quad \dot{Z}_{\mu e2} = \frac{\dot{U}_{e2}}{\dot{\Phi}_{e2}} = \frac{\dot{U}_{01}}{\dot{\Phi}_{01}}. \quad (8-52)$$

Значение  $\dot{p}_{z2}$  находим по  $B_{e2} = \frac{\dot{\Phi}_{e2}}{S_1}$  из кривой, изображенной на рис. 3-2.

5. Аналогично проводим расчет и для третьего четырехполюсника, в результате чего получаем поток  $\dot{\Phi}_{03} = \dot{\Phi}_0$  и напряжение  $\dot{U}_{03} = \dot{U}_0$ .

6. Другие искомые величины находим из выражений:

$$\dot{\Phi}''_s = \frac{\dot{U}_{03}}{R''_{\mu s}}; \quad \dot{\Phi}'_s = \dot{\Phi}_{03} - \dot{\Phi}_e; \quad \dot{\Phi}_3 = \dot{\Phi}_{03} + \dot{\Phi}''_s; \quad (8-53)$$

$$\dot{F}_K = \dot{U}_{03} + \dot{\Phi}_3 \dot{Z}_{\mu 3}, \quad \text{где } \dot{Z}_{\mu 3} = (\rho_{R3} + j\rho_{x3}) \frac{l_3}{S_3}. \quad (8-54)$$

Величины  $\rho_{R3}$  и  $\rho_{x3}$  определяем по  $B_3 = \frac{\dot{\Phi}_3}{S_3}$  из кривой, приведенной на рис. 3-2, где  $\dot{\Phi}_3$  — магнитный поток в ярме;  $l_3$  и  $S_3$  — средняя длина и поперечное сечение ярма 3.

Рассмотренная методика расчета при относительной простоте дает вполне удовлетворительные результаты.

Как уже отмечалось выше, в ряде практических случаев достаточную точность расчета дают уравнения (8-29) и (8-30). Их использование в ходе расчета магнитной цепи с учетом нелинейности кривой намагничивания еще более упрощает эту методику.

Если же магнитное сопротивление каждого участка в изложенной методике определять по среднему значению индукции, то точность расчета увеличится. Величину потока  $\Phi_0$  следует при этом принимать лишь за первое приближение. Среднее же значение потока на участке  $l$

$$\Phi_{1cp} = \frac{1}{2} (\Phi_e + \Phi_{o1}) = B_{1cp} S_1.$$

По средней индукции  $B_{1cp}$  отыскиваем новые значения  $\rho_{R1}$  и  $\rho_{x1}$ , по последним находим  $Z_{m1}$ ,  $\Phi_{o1}$  и  $\dot{U}_{o1}$ , являющиеся величинами второго приближения, которые и принимаем за окончательные. Для остальных участков расчет аналогичен.

Необходимость в расчете цепи по среднему значению потока возникает тогда, когда поток вдоль длины сердечников 1 и 2 сильно меняется. Обычно это имеет место при значительных воздушных зазорах и сравнительно больших индукциях в сердечнике и в особенности в ядре, когда магнитное сопротивление стали резко возрастает.

Магнитную цепь в этом случае рекомендуется разбивать на 4—6 участков, в то время как обычно достаточно ограничиться 2—4 участками. Для расчета магнитных цепей постоянного тока по изложенной методике необходимо в расчетных уравнениях реактивное сопротивление стали, учитывающее потери н. с. на вихревые токи и гистерезисы, положить равными нулю, а в выражения для магнитных проводимостей не вводить множителя  $\sqrt{2}$ .

Магнитное напряжение на выходе первого четырехполюсника должно уравновешивать падение магнитного

напряжения в воздушном зазоре, якоре и сердечниках на длине координаты поля выпучивания  $z$ , т. е.

$$\dot{U}_{e1} = \dot{\Phi}_T R_{\mu T} + \dot{\Phi}_{e1} Z_{\mu 1} + \dot{\Phi}_{e1cp} Z_{\mu z}.$$

Здесь  $R_{\mu T}$  — активное магнитное сопротивление воздушного зазора; определяется с учетом поля выпучивания с торцевой поверхности;

$Z_{\mu z}$  — комплексное магнитное сопротивление участка сердечников на длине координаты поля выпучивания  $z$  (см. рис. 8-1, а).

Учитывая, что

$$\Phi_a = B_m S_e = B_e S_1; \quad \Phi_T = B_m S_T \quad \text{и} \quad \Phi_T = \Phi_e \frac{S_T}{S_e}, \quad (8-55)$$

где  $B_m$  и  $B_e$  — соответственно максимальные индукции в воздушном зазоре и в сечении сердечника в конце координаты поля выпучивания  $z$ ;

$S_T$  и  $S_e$  — расчетные площади с учетом поля выпучивания с торца и на длине координаты  $z$  (6-110) и (6-120), получаем на выходе первого четырехполюсника

$$Z_{\mu e1} = \frac{\dot{U}_{e1}}{\dot{\Phi}_{e1}} = R_{\mu T} \frac{S_T}{S_e} + Z_{\mu 1} + \frac{1}{2} Z_{\mu z} \left( 1 + \frac{S_T}{S_e} \right). \quad (8-56)$$

### б) Пример расчета магнитной цепи с сосредоточенной н. с.

Требуется определить н. с. катушки электромагнита постоянного тока для создания тягового усилия, равного  $2 \text{ кГ}$ , при воздушном зазоре  $\delta = 5 \text{ мм}$ .

Магнитная цепь, представленная на рис. 8-2 и 8-6, выполнена из электротехнической стали Э12 и имеет следующие размеры:

$$l = 55,8 \text{ мм}; \quad c' = \frac{c}{2} = 28 \text{ мм}; \quad a_1 = a_2 = 13 \text{ мм};$$

$$a_3 = 15 \text{ мм}; \quad a_4 = b_1 = b_4 = 12,5 \text{ мм}; \quad b_3 = 14,5 \text{ мм};$$

$$h_1 = 27 \text{ мм} \quad \text{и} \quad h_2 = 14 \text{ мм}.$$

Так как цепь симметрична, середины ярма 3 и якоря 4 находятся под нулевым магнитным напряжением, т. е. по линии 0—0 на рис. 8-2 как бы проходит магнитный шунт — бесконечно тонкий магнитопровод с нулевым магнитным сопротивлением.

Расчет такой цепи целесообразно проводить для половины магнитопровода с сердечником 1 (рис. 8-4,б), развивающей тяговое усилие, равное половине заданной. Предполагается также, что это усилие создается потоком с торцевой поверхности сердечника

$$\Phi_T = B_m S_T.$$

Как известно, по формуле Максвелла тяговое усилие электромагнита можно представить так:

$$F = \left( \frac{B_m}{5000} \right)^2 S_T, \text{ кг}, \quad (8-57)$$

где  $B_m$  — максимальная индукция в воздушном зазоре, гс;

$S_T$  — расчетная площадь полюса с учетом поля выпучивания с торцевой поверхности, см<sup>2</sup>.

1. Расчетные размеры полюса определяем из картины поля, изображенной на рис. 8-2. В пределах торцевой поверхности полюса (рис. 8-2,б) расположены трубки 11—17. Следовательно, расчетная ширина полюса с однородным полем и максимальной индукцией

$$a_{p.T} = \delta \frac{m_T}{n_T} = 0,5 \left( \frac{7}{2} \right) = 1,75 \text{ см}.$$

Здесь  $m_T$  — число элементарных трубок в пределах торца полюса;

$n_T$  — число единичных элементов в каждой трубке.

Принимая трубку поля выпучивания с торцевой поверхности в направлении грани  $a_1$  аналогичной трубке 11 с внешней грани  $b_1$ , получаем расчетную длину полюса и его расчетную площадь:

$$b_{p.T} = (b - \Delta) + 2\delta \frac{m_{11}}{n_{11}} = (1,25 - 0,13) + 2 \cdot 0,5 \left( \frac{1}{2} \right) = 1,62 \text{ см};$$

$$S_T = a_{p.T} b_{p.T} = 1,75 \cdot 1,62 = 2,84 \text{ см}^2.$$

Магнитная проводимость между торцом полюса и якорем

$$G_T = \mu_0 \frac{S_T}{\delta} = \mu_0 \frac{2,84}{0,5} = 5,7 \mu_0, \text{ гн};$$

$$R_{\mu T} = \frac{1}{G_T} = \frac{10^9}{1,256 \cdot 5,7} = 1390 \cdot 10^4 \text{ 1/гн}.$$

Согласно (8-57) индукция в воздушном зазоре

$$B_m = 5 \cdot 10^3 \sqrt{\frac{F}{S_T}} = 5 \cdot 10^3 \sqrt{\frac{1}{2,84}} \approx 3 \text{ кгс}.$$

Поток с торцевой поверхности полюса и магнитное напряжение

$$\Phi_T = B_m S_T = 3 \cdot 10^3 \cdot 2,84 = 8,52 \cdot 10^{-5} \text{ вб};$$

$$U_T = \Phi_T R_{\mu T} = 8,52 \cdot 10^{-5} \cdot 1390 \cdot 10^4 = 1186 \text{ а.}$$

2. Проводимость воздушного зазора с учетом потоков с боковых граней определяем по трубкам 7—21 (рис. 8-2, а и б). Пользуясь также расчетными размерами полюса, находим:

$$a_{pe} = \delta \frac{m_e}{n_e} = 0,5 \left( \frac{1}{8} + \frac{3}{4} + \frac{7}{2} + \frac{3}{4} + \frac{1}{8} \right) = 2,62 \text{ см};$$

$$b_{pe} = (b - \Delta) + 2\delta \left( \frac{m_0}{n_0} + \frac{m_{10}}{n_{10}} + \frac{m_{11}}{n_{11}} \right) =$$

$$= (1,25 - 0,13) + 2 \cdot 0,5 \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) = 2,12 \text{ см};$$

$$S_e = a_{pe} b_{pe} = 2,62 \cdot 2,12 = 5,55 \text{ см}^2;$$

$$G_e = \mu_0 \frac{S_e}{\delta} = \mu_0 \frac{5,55}{0,5} = 11,1 \mu_0 \text{ гн.}$$

3. Определяем проводимости рассеяния между сердечником 1 и магнитным шунтом 0—0 (рис. 8-2, б).

1) Проводимость между внутренней гранью  $b_1$  и шунтом (проводимость трубок 22—25 и проводимость на длине  $l_1$ )

$$G'_{sb} = \mu_0 \left( \frac{m'_{sb}}{n'_{sb}} b_1 + \frac{l_1 b_1}{c'} \right) = \mu_0 \left( \frac{3,5}{4} \cdot 1,25 + 2,43 \frac{1,25}{2,8} \right) = 2,18 \mu_0.$$

2) Проводимость между двумя гранями  $a_1$  и шунтом (рис. 8-2, а)

$$G'_{sa} = 2\mu_0 \frac{2a_1(l - z_a)}{\pi \left( c' + \frac{a_1}{2} \right)} = 2\mu_0 \frac{2 \cdot 1,3(5,58 - 1,48)}{\pi \left( 2,8 + \frac{1,3}{2} \right)} = 1,96 \mu_0.$$

3) Проводимость между двумя внутренними „ребрами“ и шунтом (рис. 8-2, б)

$$G'_{sp} = 2\mu_0 (l - z'_b) g_{p,6} = 2\mu_0 (5,58 - 1,015) \cdot 0,52 = 4,75 \mu_0,$$

где  $g_{p,6}$  — удельная проводимость между боковым „ребром“ сердечника 1 и магнитным шунтом (расположение *полюс—плоскость*); по Ротерсу  $g_{p,6} = 0,52$  [Л. 22].

Среднее значение удельной проводимости рассеяния равно отношению суммарной проводимости рассеяния к средней длине  $l_s$  сердечника:

$$g = \frac{G'_{sb} + G'_{sa} + G'_{sp}}{l_s} = \frac{(2,18 + 1,96 + 4,75)}{4,22} \mu_0 = 2,09 \mu_0,$$

где

$$l_s = l - z = 5,58 - 1,36 = 4,22 \text{ см},$$

средняя длина координаты поля выпучивания

$$z = \frac{z'_b + 3z_a}{4} = \frac{1,015 + 3 \cdot 1,48}{4} = 1,36 \text{ см}.$$

4. Определяем поток, магнитное напряжение и нагрузку на выходе первого четырехполюсника (рис. 8-4, а).

По формуле (8-55) индукция в сердечнике при  $z = 1,36 \text{ см}$

$$B_e = B_m \frac{S_e}{S_1} = 3 \cdot 10^3 \frac{5,55}{1,54} = 10,8 \text{ кгс};$$

$$S_1 = a_1 b_1 k_c = 1,3 \cdot 1,25 \cdot 0,95 = 1,54 \text{ см}^2,$$

где  $k_c$  — коэффициент заполнения пакета сталью.

$$\Phi_{e1} = \Phi_e = B_e S_1 = 10,8 \cdot 10^{-5} \cdot 1,54 = 16,65 \cdot 10^{-5} \text{ вб}.$$

Магнитное сопротивление якоря 4

$$z_{\mu 4} = R_{\mu 4} = \rho_{R4} \frac{l_4}{S_4} = 4,3 \cdot 10^4 \frac{3,78}{1,49} = 10,9 \cdot 10^4 \text{ 1/гн}.$$

Здесь

$$l_4 = c' + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a_4}{2} = 2,8 + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1,25}{2} = 3,78 \text{ см};$$

$$S_4 = a_4 b_4 k_a = 1,25 \cdot 1,25 \cdot 0,95 = 1,49 \text{ см}^2;$$

$$B_4 = \frac{\Phi_e}{S_4} = \frac{16,65 \cdot 10^{-5}}{1,49} = 11,2 \text{ кгс}$$

Значение  $\rho_{R4} = 4,3 \cdot 10^4 \text{ см/гн}$  определяем из кривой (рис. 8-5), полученной при постоянном токе для стали Э12. Магнитное сопротивление сердечника на длине  $z$

$$z_{\mu z} = \rho_{Rz} \frac{z}{S_1} = 3 \cdot 10^4 \frac{1,36}{1,54} = 2,6 \cdot 10^4 \text{ 1/гн}.$$

Значение  $\rho_{Rz}$  находим по среднему потоку:

$$\Phi_{e1cp} = \frac{1}{2} (\Phi_e + \Phi_r) = \frac{1}{2} (16,65 + 8,52) \cdot 10^{-5} = 12,6 \cdot 10^{-5} \text{ вб};$$

$$B_{e1cp} = \frac{\Phi_{e1cp}}{S_1} = 8,17 \text{ кгс};$$

$$\rho_{Rz} = 3,0 \cdot 10^4 \text{ см/гн}.$$

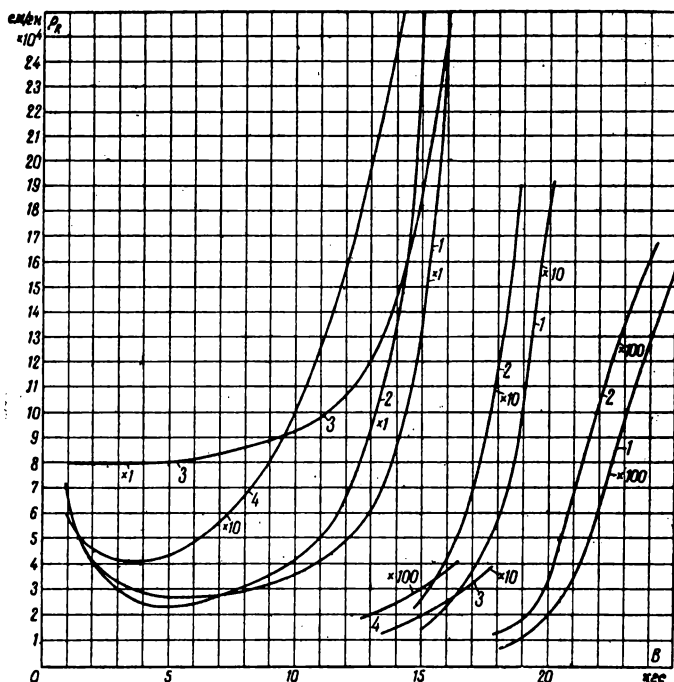


Рис. 8-5. Кривая активных удельных магнитных сопротивлений листовой электротехнической стали, литой стали и чугуна в зависимости от индукции.

1 — сталь марок Э11, Э12, Э21; 2 — сталь марок Э41, Э42, Э43; 3 — простая углеродистая литая сталь; 4 — чугун.

По формулам (8-56) и (8-44) рассчитываем нагрузку и магнитное напряжение на выходе первого четырехполюсника:

$$z_{\mu e1} = 1390 \cdot 10^4 \frac{2,84}{5,55} + 10,9 \cdot 10^4 + \frac{1}{2} \cdot 2,6 \cdot 10^4 \left(1 + \frac{2,84}{5,55}\right) = 724,9 \cdot 10^4 \text{ 1/гн;}$$

$$U_{e1} = \Phi_{e1} z_{\mu e1} = 16,65 \cdot 10^{-5} \cdot 724,9 \cdot 10^4 = 1205 \text{ а.}$$

5. Определим входные величины первого четырехполюсника. Длину сердечника  $l_s$  (рис. 8-4,б), от которой ответвляется поток рассеяния, разбиваем на три участка:

$$l_1 = 1 \text{ см; } l_2 = 1,5 \text{ см и } l_3 = 1,65 \text{ см.}$$

Проводимость рассеяния первого участка

$$G_{s1} = g l_1 = 1,256 \cdot 10^{-8} \cdot 2,09 \cdot 1 = 2,63 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

По формуле (8-29) находим поток на входе первого четырех-  
полюсника:

$$\Phi_{01} = 16,65 \cdot 10^{-5} (1 + 724,9 \cdot 10^4 \cdot 2,63 \cdot 10^{-8}) = 19,8 \cdot 10^{-5} \text{ вб.}$$

Магнитное сопротивление первого участка  $R_{\mu 1}$  определяем по  
среднему потоку:

$$\Phi_{1cp} = \frac{1}{2} (\Phi_{e1} + \Phi_{01}) = \frac{1}{2} (16,65 + 19,8) \cdot 10^{-5} = 18,23 \cdot 10^{-5} \text{ вб.}$$

Индукция на этом участке

$$B_{1cp} = \frac{\Phi_{1cp}}{S_1} = \frac{18,23 \cdot 10^{-5}}{1,54} = 11,8 \text{ кЗс;}$$

$$\rho_{R1} = 4,75 \cdot 10^4 \text{ см/ЗН;}$$

$$Z_{\mu 1} = \rho_{R1} \frac{l_1}{S_1} = 4,75 \cdot 10^4 \frac{1}{1,54} = 3,08 \cdot 10^4 \text{ 1/ЗН.}$$

Магнитное напряжение согласно формуле (8-30) применительно  
к цепи постоянного тока

$$U_{01} = \Phi_{e1} (z_{e1} + z_{\mu e}) = 16,65 \cdot 10^{-5} (724,9 \cdot 10^4 + 3,08 \cdot 10^4) = 1210 \text{ а.}$$

6. Определим входные величины второго четырехполюсника.  
Учитывая, что  $U_{12} = U_{01}$  и  $\Phi_{e2} = \Phi_{01}$ , нагрузку на выходе второго  
четырёхполюсника (рис. 8-4) найдем так:

$$z_{e2} = \frac{U_{e2}}{\Phi_{e2}} = \frac{U_{01}}{\Phi_{01}} = \frac{1210}{19,8} \cdot 10^5 = 610 \cdot 10^4 \text{ 1/ЗН.}$$

По аналогии с предыдущим

$$G_{s2} = gl_2 = 1,256 \cdot 10^{-8} \cdot 2,09 \cdot 1,5 = 3,94 \cdot 10^{-8} \text{ ЗН;}$$

$$\begin{aligned} \Phi_{02} = \Phi_{e2} = \Phi_{e2} (1 + G_{\mu 2} z_{e2}) &= 19,8 \cdot 10^{-5} (1 + 3,94 \cdot 10^{-8} \cdot 610 \cdot 10^4) = \\ &= 24,6 \cdot 10^{-5} \text{ вб;} \end{aligned}$$

$$\Phi_{2cp} = \frac{1}{2} (\Phi_{e2} + \Phi_{02}) = \frac{1}{2} (19,8 + 24,6) \cdot 10^{-5} = 22,2 \cdot 10^{-5} \text{ вб;}$$

$$B_{2cp} = \frac{\Phi_{2cp}}{S_1} = \frac{22,2 \cdot 10^{-5}}{1,54} = 14,4 \text{ кЗс; } \rho_{R2} = 10,4 \cdot 10^4 \text{ см/ЗН;}$$

$$R_{\mu 2} = \rho_{R2} \frac{l_2}{S_1} = 10,4 \cdot 10^4 \frac{1,5}{1,54} = 10,15 \cdot 10^4 \text{ 1/ЗН;}$$

$$U_{02} = \Phi_{e2} (Z_{e2} + R_{\mu 2}) = 19,8 \cdot 10^{-5} (610 + 10,15) \cdot 10^4 = 1230 \text{ а.}$$



7. Для третьего участка сердечника (рис. 8-4) в результате аналогичного расчета имеем:

$$Z_{\text{сз}} = 500 \cdot 10^4 \text{ 1/2H}; \quad G_{\mu\text{з}} = 4,33 \cdot 10^{-8};$$

$$\Phi_{\text{сз}} = 29,9 \cdot 10^{-5} \text{ вб}; \quad U_{\text{сз}} = 1 \text{ 360 а.}$$

8. Определение потока рассеяния с ярма 3 вне пределов намагничивающей катушки (рис. 8-6):

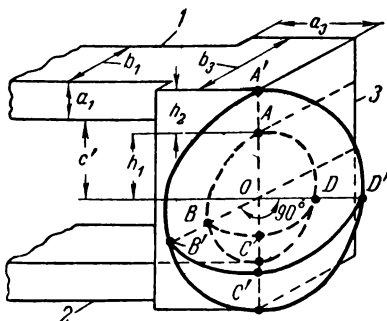


Рис. 8-6. К расчету магнитной проводимости между «ребрами» ярма.

1 и 2 — сердечники; 3 — ярмо.

1) Потоки с внешних граней  $b_1$  и  $b_3$  определим по картине поля на рис. 8-2,б и рис. 8-6:

$$\begin{aligned} \Phi''_{\text{сб}} &= U_{\text{сз}} G''_{\text{сб}} = \mu_0 U_{\text{сз}} \left[ \frac{m_5}{n_5} b_1 + \left( \frac{m_5}{n_5} + \frac{m_4}{n_4} + \frac{m_3}{n_3} \right) b_3 \right] = \\ &= 1,256 \cdot 10^{-8} \cdot 1 \text{ 360} \left[ \frac{1}{8} \cdot 1,25 + \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) \cdot 1,45 \right] = 2,13 \cdot 10^{-5} \text{ вб}. \end{aligned}$$

2) Поток с двух граней  $a_3$  (рис. 8-2 и 8-6)

$$\begin{aligned} \Phi''_{\text{са}} &= 2 U_{\text{сз}} G''_{\text{са}} = 2 \mu_0 U_{\text{сз}} \left( \frac{m_4}{n_4} + \frac{m_3}{n_3} \right) a_3 = \\ &= 2 \cdot 1,256 \cdot 10^{-8} \cdot 1 \text{ 360} \cdot \frac{2}{4} \cdot 1,5 = 2,57 \cdot 10^{-5} \text{ вб}. \end{aligned}$$

3) Поток с двух внешних «ребер» (половина квадранта сферической оболочки  $AA' BB' CC' DD' AA'$ , (рис. 8-6)

$$\Phi''_{\text{ср}} = 2 U_{\text{сз}} G_{\text{ср}} = 2 \cdot 1,256 \cdot 10^{-8} \cdot 1 \text{ 360} \cdot 0,7 = 2,36 \cdot 10^{-5} \text{ вб},$$

где

$$G_{\text{ср}} = g_{\text{р.б}} h_2 = 0,5 \cdot 1,4 = 0,7.$$

4) Суммарный поток рассеяния

$$\Phi''_s = \Phi''_{sb} + \Phi''_{sa} + \Phi''_{sp} = (2,13 + 2,57 + 2,36) \cdot 10^{-5} \approx 7 \cdot 10^{-5} \text{ вб.}$$

5) Магнитное сопротивление рассеяния

$$R''_{\mu s} = \frac{U_{0s}}{\Phi''_s} = \frac{1360}{7} \cdot 10^5 = 1950 \cdot 10^4 \text{ 1/гн.}$$

6) Поток в сечении ярма в начале катушки

$$\Phi_{н.к} = \Phi_{0s} + \Phi''_s = (29,9 + 7) \cdot 10^{-5} = 36,9 \cdot 10^{-5} \text{ вб.}$$

7) Средние значения индукции и магнитного сопротивления на длине участка  $l_{1s}$  (рис. 8-4,б)

$$B_{1s} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Phi_{н.к} + \Phi_{0s}}{S_{1s}} = \frac{10^{-5}}{2 \cdot 1,93} (36,9 + 29,9) = 17,2 \cdot 10^5 \text{ вб/см}^2;$$

$$\begin{aligned} \rho_{R13} &= 40 \cdot 10^4 \text{ см/гн}; \quad R_{\mu 13} = \rho_{R13} \frac{l_{1s}}{S_{1s}} = \rho_{R13} \frac{a_1 + a_2}{2S_{1s}} = \\ &= 40 \cdot 10^4 \frac{(1,3 + 1,5)}{2 \cdot 1,93} = 29,2 \cdot 10^4 \text{ 1/гн.} \end{aligned}$$

Здесь  $S_{1s}$  — среднее сечение ярма на длине  $l_{1s}$ :

$$\begin{aligned} S_{1s} &= \frac{1}{2} (S'_1 + S_2) = \frac{1}{2} (a_1 b_1 k_c + a_2 b_2 k_c) = \\ &= \frac{1}{2} (1,3 \cdot 1,45 \cdot 0,95 + 1,5 \cdot 1,45 \cdot 0,95) = 1,93 \text{ см}^2. \end{aligned}$$

Падение магнитного напряжения на длине участка  $l_{1s}$  (усредненное значение)

$$U_{1s} = \frac{1}{2} (\Phi_{0s} + \Phi_{н.к}) R_{\mu 13} = \frac{1}{2} (29,9 + 36,9) \cdot 10^{-5} \cdot 29,2 \cdot 10^4 \approx 97 \text{ а;}$$

(составляет более 7%  $U_{0s}$ ).

9. Рассчитаем поток рассеяния с ярма в пределах высоты катушки  $h_1$  (рис. 8-6):

1) Магнитное напряжение  $U_{н.к}$  (рис. 8-4,а)

$$U_{н.к} = U_{0s} + U_{1s} = 1360 + 97 = 1457 \text{ а.}$$

2) Полная проводимость рассеяния по длине катушки (рис. 8-2,а и 8-4,а)

$$\begin{aligned} G'''_s &= \frac{1}{R'''_{\mu s}} = G'''_{sb} + G'''_{sa} + G'''_{sp} = \\ &= \mu_0 \left[ \left( \frac{m_2}{n_2} + \frac{m_1}{n_1} \right) b_s + 2 \left( \frac{m_2}{n_2} + \frac{m_1}{n_1} \right) a_s + 2kg_{p.с} h_1 \right] = \end{aligned}$$

$$= 1,256 \cdot 10^{-8} \left[ \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) \cdot 1,45 + 2 \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) \cdot 1,5 + \right. \\ \left. + 2 \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 2,7 \right] = 4,5 \cdot 10^{-8} \text{ зн.}$$

С помощью коэффициента  $k = 1/2$  учитывается, что поток с „ребра“ находится под средней разностью магнитных потенциалов  $F_{\text{ср}}$  намагничивающей катушки. Действительно, принимая изменение н. с. катушки по линейному закону из условий равенства площадей прямоугольного треугольника со сторонами  $F_k$  и  $h_1$  и прямоугольника со сторонами  $F_{\text{ср}}$  и  $h_1$  имеем

$$\frac{h_1 F_k}{2} = F_{\text{ср}} h_1.$$

Следовательно,

$$F_{\text{ср}} = \frac{1}{2} F_k = k F_k.$$

### 3) Поток рассеяния

$$\Phi''_s = U_{\text{н.к}} G'''_s = 1\,457 \cdot 4,5 \cdot 10^{-8} = 6,56 \cdot 10^{-5} \text{ вб.}$$

### 4) Максимальный поток в ярме

$$\Phi_s = \Phi_{\text{н.к}} + \Phi''_s = (36,9 + 6,56) \cdot 10^{-5} = 43,46 \cdot 10^{-5} \text{ вб.}$$

индукция

$$B_s = \frac{\Phi_s}{S_s} = \frac{\Phi_s}{a_s b_s k_c} = \frac{43,46 \cdot 10^{-5}}{1,5 \cdot 1,45 \cdot 0,95} = 21 \cdot 10^{-5} \text{ вб/см}^2;$$

удельное магнитное сопротивление

$$\rho_{R3} = 350 \cdot 10^4 \text{ см/зн.}$$

полное сопротивление

$$R_{\mu3} = \rho_{R3} \frac{h_1}{S_s} = 350 \cdot 10^4 \frac{2,7}{2,07} \approx 455 \cdot 10^4 \text{ 1/зн.}$$

### 5) Падение магнитного напряжения в ярме

$$\Phi_s R_{\mu3} = 43,46 \cdot 10^{-5} \cdot 455 \cdot 10^4 = 1\,970 \text{ а.}$$

10. Намагничивающая сила катушки, обеспечивающая тяговое усилие, равное 1 кГ при одном воздушном зазоре 5 мм,

$$F_k = \Phi_s R_{\mu3} + U_{\text{н.к}} = 1\,970 + 1\,457 = 3\,427 \text{ а.}$$

Расчет показывает, что 38% н. с. катушки падает на воздушные зазоры и 62% — на сталь. Наибольшие потери н. с. приходятся на ярмо (~ 57%), в сердечнике они равны ~ 5%, а в ярке ~ 0,6%.

Для уменьшения требуемой н. с. катушки при сохранении той же величины тягового усилия необходимо, как показывает пример расчета, увеличить сечение ярма. Это уменьшит в результате его магнитное сопротивление, а следовательно, и падение магнитного напряжения  $\Phi_2 R_{\mu 2}$ . Например, если увеличить только размер  $b_3$  от 14,5 до 21 мм, то получим:  $B_{13}=11,2$  кгс;  $U_{13}=8,5$  а;  $U_{н.к.}=1368,5$  а;  $B_3=14,85$  кгс и  $F_K=1443,5$  а.

Следовательно, увеличение площади сечения ярма в 1,45 раза привело к уменьшению н. с. катушки в 2,38 раза. Такое значительное снижение объясняется тем, что при увеличении сечения ярма магнитная индукция уменьшилась с 21 до 14,85 кгс. Вследствие этого резко уменьшилось магнитное сопротивление стали ярма (с  $445 \cdot 10^4$  до  $16,9 \cdot 10^4$  1/гн, т. е. более чем в 26 раз).

Таким образом, при проектировании электромагнитных механизмов с сосредоточенной н. с. целесообразно выбирать индукцию в яре выше 15—16 кгс.

#### 8.4. РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ Н. С.

##### а) Общие положения

Излагаемый ниже метод расчета применим для магнитных цепей второй группы. Некоторые конструкции этих цепей приведены на рис. 1-5 и 1-6.

На рис. 8-7,а показана магнитная цепь с воздушными зазорами  $\delta_0$  и  $\delta_e$  с полем рассеяния, но без учета поля выпучивания.

При выводе расчетных уравнений воспользуемся основными положениями теории активного четырехполюсника. Если витки намагничивающей обмотки уложены по длине катушки  $l_K$  равномерно, то удельная н. с.

$$f_K = \frac{F_K}{l_K}.$$

Считая удельную проводимость рассеяния  $g$  постоянной, для магнитной цепи с распределенной н. с. получаем следующие дифференциальные уравнения:

$$\frac{d\dot{U}_x}{dx} = f_K - (\dot{Z}'_{\mu 1} + \dot{Z}'_{\mu 2}) \dot{\Phi}_x; \quad (8-58)$$

$$\frac{d\dot{\Phi}_x}{dx} = -g \dot{U}_x; \quad (8-59)$$

$$\frac{d^2 \dot{U}_x}{dx^2} - g (\dot{Z}'_{\mu 1} + \dot{Z}'_{\mu 2}) \dot{U}_x = 0; \quad (8-60)$$

$$\frac{d^2 \dot{\Phi}_x}{dx^2} + g [f_K - (\dot{Z}'_{\mu 1} + \dot{Z}'_{\mu 2}) \dot{\Phi}_x] = 0. \quad (8-61)$$

Решение уравнений (8-60) и (8-61) дает:

$$\begin{aligned}\dot{U}_x = & \dot{U}_e \operatorname{ch} \sqrt{\dot{Z}_\mu G_s} \left(1 - \frac{x}{l_s}\right) + \\ & + (\dot{\Phi}_e - \dot{\Phi}_a) \sqrt{\frac{\dot{Z}_\mu}{G_s}} \operatorname{sh} \sqrt{\dot{Z}_\mu G_s} \left(1 - \frac{x}{l_s}\right); \quad (8-62)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_x = & \dot{\Phi}_a + \dot{U}_e \sqrt{\frac{G_s}{\dot{Z}_\mu}} \operatorname{sh} \sqrt{\dot{Z}_\mu G_s} \left(1 - \frac{x}{l_s}\right) + \\ & + (\dot{\Phi}_e - \dot{\Phi}_a) \operatorname{ch} \sqrt{\dot{Z}_\mu G_s} \left(1 - \frac{x}{l_s}\right). \quad (8-63)\end{aligned}$$

Здесь  $\dot{\Phi}_a$  — поток, при расчете которого учитывается только комплексное магнитное сопротивление сердечников 1 и 2, т. е.

$$\dot{\Phi}_a = \frac{\dot{F}_K}{Z_\mu}, \quad (8-64)$$

где

$$\dot{Z}_\mu = \dot{Z}_{\mu 1} + \dot{Z}_{\mu 2}.$$

### б) Схема замещения магнитной цепи

При  $x=0$  (8-62) и (8-63) можно привести к виду уравнений активного четырехполюсника:

$$\left. \begin{aligned}\dot{U}_0 &= A\dot{U}_e + B(\dot{\Phi}_e - \dot{\Phi}_a); \\ (\dot{\Phi}_0 - \dot{\Phi}_a) &= C\dot{U}_e + A(\dot{\Phi}_e - \dot{\Phi}_a).\end{aligned} \right\} \quad (8-65)$$

Для того чтобы составить расчетную схему замещения, удобно представить

$$\dot{\Phi}_0 = \dot{\Phi}_a + \dot{\Phi}_1 \quad \text{и} \quad \dot{\Phi}_e = \dot{\Phi}_a + \dot{\Phi}_2. \quad (8-66)$$

Тогда

$$\dot{U}_0 = A\dot{U}_e + B\dot{\Phi}_2; \quad \dot{\Phi}_1 = C\dot{U}_e + A\dot{\Phi}_2, \quad (8-67)$$

где магнитные напряжения между сердечниками 1 и 2 на концах магнитопровода:

$$\dot{U}_0 = -\dot{\Phi}_0 \dot{Z}_{\mu 0}; \quad \dot{U}_e = \dot{\Phi}_e \dot{Z}_{\mu e}. \quad (8-68)$$



Комплексные магнитные сопротивления нагрузок (на входе и выходе) четырехполосников

$$\dot{Z}_{\mu 0}=R_0+\dot{Z}_{\mu 3}; \quad \dot{Z}_{\mu e}=R_e+\dot{Z}_{\mu 4}. \quad (8-69)$$

Уравнения (8-67) по виду подобны уравнениям для пассивного четырехполосника с входным и выходным потоками  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ . Это обстоятельство позволяет положить в основу построения схемы замещения для цепи с распределенной н. с. В соответствии с уравнениями (8-66 и 8-67) на рис. 8-7, в составлена схема замещения магнитной цепи.

Таким образом, магнитная цепь с распределенной вдоль длины сердечника н. с. представлена в виде пассивного четырехполосника, на концах которого включены нагрузки  $Z_{\mu 0}$  и  $Z_{\mu e}$  и сосредоточенные источники потока  $\dot{\Phi}_a$ , заменяющие распределенную н. с. катушки  $F_K$ .

Пользуясь схемой замещения, представляется возможным составить расчетные уравнения, в которых потоки  $\Phi_0$ ,  $\Phi_e$  и  $\Phi_{se}$  выражены через н. с. катушки и конструктивные параметры магнитной цепи.

Из схемы, показанной на рис. 8-7 имеем:

$$\dot{\Phi}_0 \dot{Z}_{\mu 0} + \dot{\Phi}_1 \dot{Z}_c + \dot{\Phi}_2 \dot{Z}_c + \dot{\Phi}_e \dot{Z}_{\mu e} = 0; \quad \dot{\Phi}_1 = \dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_b; \quad (8-70)$$

$$\dot{\Phi}_0 \dot{Z}_{\mu 0} + \dot{\Phi}_1 \dot{Z}_c + \frac{\dot{\Phi}_b}{\dot{Y}_c} = 0. \quad (8-71)$$

Расчетные формулы получаются из решения (8-66), (8-70) и (8-71):

$$\dot{\Phi}_0 = \frac{\dot{\Phi}_a \dot{Z}_c}{\dot{Z}_n} (\dot{m} + \dot{Z}_{\mu e} \dot{Y}_c); \quad (8-72)$$

$$\dot{\Phi}_e = \frac{\dot{\Phi}_a \dot{Z}_c}{\dot{Z}_n} (\dot{m} + \dot{Z}_{\mu 0} \dot{Y}_c); \quad (8-73)$$

$$\dot{\Phi}_b = \frac{\dot{\Phi}_a \dot{Y}_{\mu c} \dot{Z}_c}{\dot{Z}_n} (\dot{Z}_{\mu e} - \dot{Z}_{\mu 0}), \quad (8-74)$$

где

$$\begin{aligned} \dot{Z}_n &= (\dot{Z}_c + \dot{Z}_{\mu 0}) + (\dot{Z}_c + \dot{Z}_{\mu e}) (\dot{m} - 1 + \dot{Y}_c \dot{Z}_{\mu 0}); \\ \dot{m} &= 2 + \dot{Z}_c \dot{Y}_c. \end{aligned} \quad (8-75)$$

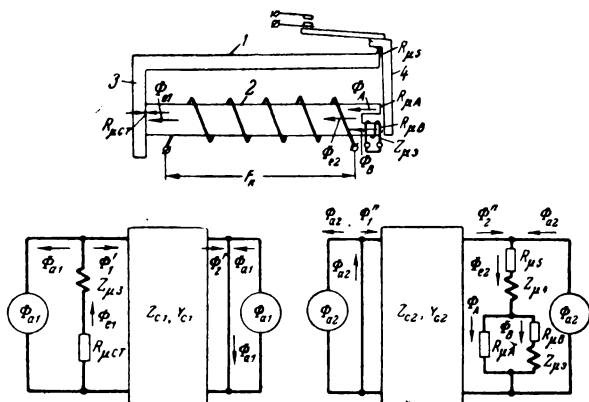


Рис. 8-8. Расчетная схема замещения реле переменного тока с поворотным якорем с распределенной н. с.

Для ряда магнитных систем (например, изображенных на рис. 8-8, 8-9, б и 8-12) с достаточной для практики точностью можно пренебречь магнитным сопротивлением ярма ( $Z_{\mu 0} = 0$ ). Тогда выражения (8-72) — (8-75) примут вид:

$$\dot{\Phi}_m = \dot{\Phi}_0 = \frac{\dot{\Phi}_a \dot{Z}_c}{\dot{Z}_m} (\dot{m} + \dot{Z}_{\mu e} \dot{Y}_c); \quad (8-76)$$

$$\dot{\Phi}_e = \frac{\dot{\Phi}_a \dot{Z}_c}{\dot{Z}_m} \dot{m}; \quad (8-77)$$

$$\dot{\Phi}_{se} = \dot{\Phi}_b = \frac{\dot{\Phi}_a}{\dot{Z}_m} \dot{Y}_c \dot{Z}_{\mu e} \dot{Z}_c; \quad (8-78)$$

$$\dot{Z}_n = \dot{Z}_m = \dot{m} (\dot{Z}_c + \dot{Z}_{\mu e}) - \dot{Z}_{\mu e}. \quad (8-79)$$

Ход расчета магнитной цепи с распределенной н. с. при  $z_{\mu 0} = 0$  сводится к следующим этапам:

1. При заданных размерах магнитопровода  $l_1 = l_2, l_3, l_4, S_1, S_2, S_3, S_4, \delta_e$  (рис. 8-7) и заданной величине индукции  $B_a$  или  $B_m = B_0$  по кривым, изображенным на рис. 3-2, определяем  $\rho_R$  и  $\rho_x$ .

2. По (8-9) и (8-15) рассчитываем  $\dot{Z}_{\mu}, \dot{Z}_{\mu e}$  и  $G_s$ . По уравнениям в табл. 8-1 находим  $\dot{Z}_c$  и  $\dot{Y}_c$ .



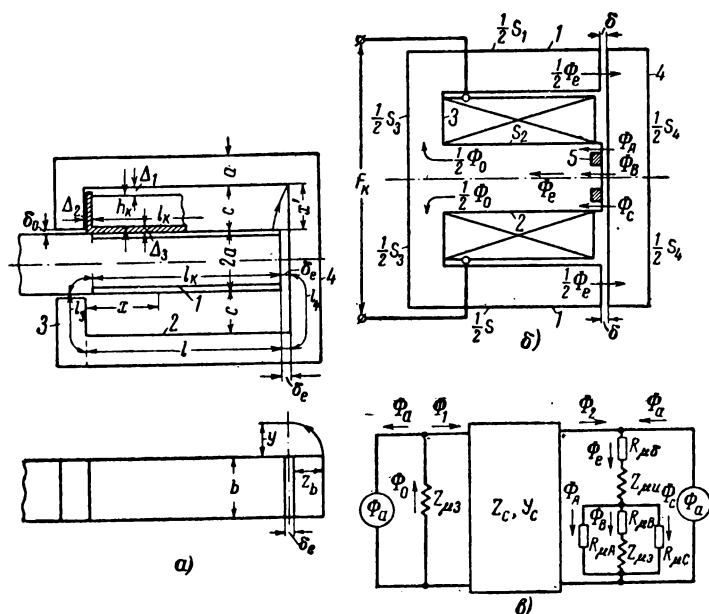


Рис. 8-9. Магнитные цепи электромагнитов.  
 а — постоянного тока; б — переменного тока; в — схема замещения цепи б.

3. Пользуясь (8-76) — (8-79) подсчитываем  $\dot{\Phi}_m$  по заданному  $\dot{\Phi}_e$  (или, наоборот,  $\dot{\Phi}_e$  по заданному  $\dot{\Phi}_m$ ), а также поток рассеяния  $\dot{\Phi}_{se}$  и н. с. катушки  $\dot{F}_K$ .

4. Откладывая заданную величину потока  $\dot{\Phi}_e$  или  $\dot{\Phi}_m$  по вещественной оси комплексной плоскости, строим векторную диаграмму, по которой определяем необходимые углы между векторами отдельных величин.

Если в выражениях (8-76) — (8-79) положить магнитное сопротивление стали  $z_{\mu} = 0$ , то

$$\dot{\Phi}_0 = \dot{F}_K \left( \frac{1}{Z_{\mu e}} + \frac{1}{2} G_s \right); \quad \dot{\Phi}_e = \frac{\dot{F}_K}{Z_{\mu e}} \quad \text{и} \quad \dot{\Phi}_{se} = \frac{1}{2} \dot{F}_K G_s. \quad (8-80)$$

При отсутствии электромагнитных экранов уравнения (8-80) упрощаются и принимают вид, приведенный в [Л. 12 и 15]:

$$\Phi = F_K \left( \frac{1}{R_{\mu e}} + \frac{1}{2} G_s \right); \quad \Phi_e = \frac{F_K}{R_{\mu e}}; \quad \Phi_{se} = \frac{1}{2} F_K G_s. \quad (8-81)$$

**в) Замена одной магнитной цепи двумя эквивалентными**

Уравнения (8-72) и (8-73) дают только начальное и конечное значения магнитного потока. При  $z_{\mu 0} = 0$  наибольшее значение потока в этом случае будет в ярме, т. е.  $\Phi_m = \Phi_0$ .

В магнитной цепи с двумя воздушными зазорами  $\delta_0$  и  $\delta_e$  (рис. 8-10) (или с одним зазором  $\delta_e$ , но с большим магнитным сопротивлением ярма  $z_{\mu 3}$ ) максимум потока находится где-то в промежутке между ярмом и якорем.

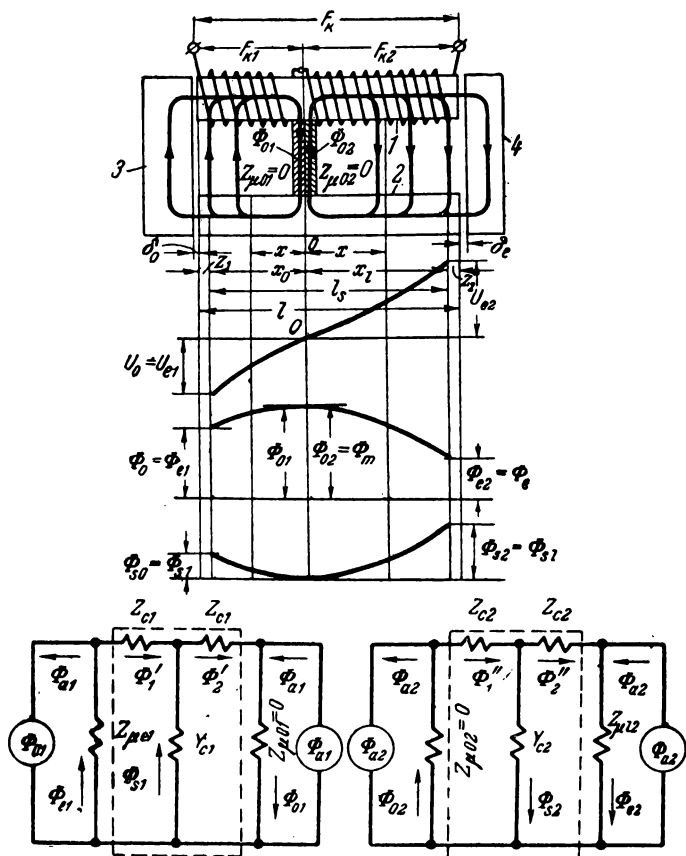


Рис. 8-10. Магнитная цепь с двумя воздушными зазорами и ее схема замещения.

1 и 2 — сердечники; 3 — ярмо; 4 — якорь.

Для определения координаты наибольшего значения потока такие магнитные цепи следует разбивать на две эквивалентные цепи, причем линия раздела должна проходить через точку с нулевой разностью потенциалов. Если по линии раздела ввести фиктивное ярмо с равным нулю магнитным сопротивлением ( $z_{\mu 01} = z_{\mu 02} = 0$ ), то можно рассматривать две самостоятельные магнитные цепи, имеющие н. с.  $F_{K1}$  и  $F_{K2}$ , сумма которых составляет полную н. с. катушки  $F_K$ :

$$\dot{F}_K = \dot{F}_{K1} + \dot{F}_{K2}. \quad (8-82)$$

Для каждой цепи можно составить отдельную схему замещения и таким образом привести к расчету по уравнениям (8-76) — (8-79). В расчетах принимается, что поток рассеяния между сердечниками 1 и 2 имеется на длине  $l_s$  (рис. 8-10); поток выпучивания замыкается с длин  $z_1$  и  $z_2$  сердечников 1 и 2 соответственно на ярмо 3 и якорь 4.

Текущие значения  $U_x$  и  $\Phi_x$  вдоль длины сердечников, выраженные через  $\Phi_a$  и конструктивные параметры магнитной цепи, определяются из уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{U}_x = \dot{\Phi}_a \left[ \dot{N}_1 \operatorname{ch} \sqrt{G_s \bar{Z}_\mu} \left( 1 - \frac{x}{l_s} \right) - \right. \\ \left. - \dot{N}_2 \sqrt{\frac{\bar{Z}_\mu}{G_s}} \operatorname{sh} \sqrt{G_s \bar{Z}_\mu} \left( 1 - \frac{x}{l_s} \right) \right]; \end{aligned} \quad (8-83)$$

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_x = \dot{\Phi}_a \left[ 1 - \dot{N}_2 \operatorname{ch} \sqrt{G_s \bar{Z}_\mu} \left( 1 - \frac{x}{l_s} \right) + \right. \\ \left. + \dot{N}_1 \sqrt{\frac{G_s}{\bar{Z}_\mu}} \operatorname{sh} \sqrt{G_s \bar{Z}_\mu} \left( 1 - \frac{x}{l_s} \right) \right]. \end{aligned} \quad (8-84)$$

Здесь

$$\dot{N}_1 = \frac{\dot{Z}_{\mu e} \dot{Z}_c}{\dot{Z}_n} (\dot{m} + \dot{Z}_{\mu 0} \dot{Y}_c); \quad (8-85)$$

$$\dot{N}_2 = \frac{1}{\dot{Z}_n} [\dot{Z}_{\mu 0} + \dot{Z}_{\mu e} (\dot{m} + \dot{Z}_{\mu 0} \dot{Y}_c - 1)]. \quad (8-86)$$

Координату наибольшего значения потока  $\Phi_{\text{макс}}$  находим из (8-83), полагая  $U_x = 0$ :

$$\sqrt{\frac{\dot{Z}_\mu}{G_s}} \operatorname{tg} h(\sqrt{G_s \dot{Z}_\mu} k) = \frac{\dot{N}_1}{\dot{N}_2}, \quad (8-87)$$

где

$$k = \frac{l_s - x_0}{l_s} = \frac{x_e}{l_s}. \quad (8-88)$$

Представим гиперболический тангенс в виде ряда

$$\operatorname{tg} h(\sqrt{G_s \dot{Z}_\mu} k) = (G_s \dot{Z}_\mu)^{\frac{1}{2}} k - (G_s \dot{Z}_\mu)^{\frac{3}{2}} \frac{k^3}{3} + \dots \quad (8-89)$$

Как показывают числовые расчеты для распространенных конструкций магнитных систем приборов и аппаратов, выполненных из электротехнических сталей, в указанном разложении можно ограничиться первым членом.

Тогда из совместного решения (8-85) — (8-89) получаем

$$k = \frac{x_e}{l_s} = \left| \frac{\dot{Z}_{\mu e} \dot{Z}_c (\dot{m} + \dot{Z}_{\mu 0} \dot{Y}_c)}{\dot{Z}_\mu [\dot{Z}_{\mu 0} + \dot{Z}_{\mu e} (\dot{m} + \dot{Z}_{\mu 0} \dot{Y}_c - 1)]} \right|. \quad (8-90)$$

Если магнитное сопротивление экранов и стали не учитывать, а положить их равным нулю, то  $\dot{Z}_{\mu e} = 1/G_e$  и  $\dot{Z}_{\mu 0} = 1/G_0$  и уравнение (8-90) преобразуется в следующее известное выражение [Л. 15 и 21]:

$$x_e = l_s \left| \frac{\dot{Z}_{\mu e} + \frac{1}{2} \dot{Z}_{\mu 0} G_s \dot{Z}_{\mu e}}{\dot{Z}_{\mu 0} + \dot{Z}_{\mu e} + G_s \dot{Z}_{\mu 0} \dot{Z}_{\mu e}} \right| = l_s \frac{G_0 + \frac{1}{2} G_s}{G_e + G_0 + G_s} \quad (8-91)$$

или

$$\frac{x_0}{x_e} = \frac{G_e + \frac{1}{2} G_s}{G_0 + \frac{1}{2} G_s}. \quad (8-92)$$

Таким образом, уравнение (8-90) является более общим. Оно позволяет при известных длине  $l_s$  и значении  $k$  определить  $x_e$ , т. е. узнать координату  $\Phi_m$  и  $U_x = 0$ .

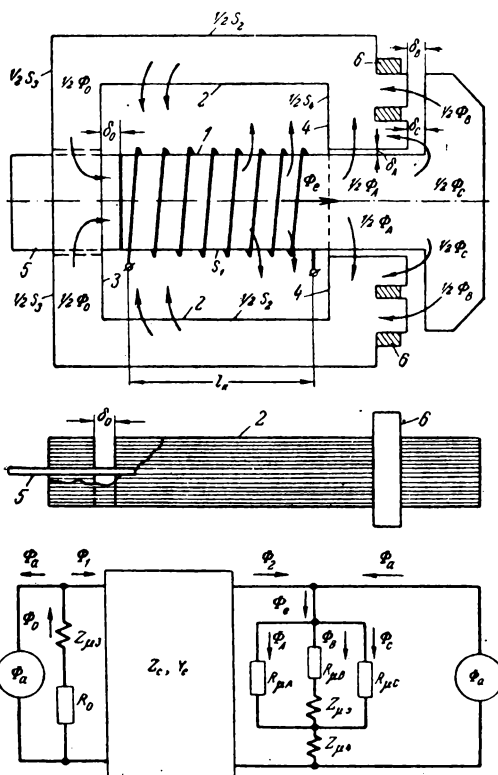


Рис. 8-11. Расчетная схема замещения электро-  
магнита переменного тока бронзового типа  
с распределенной н. с.

1 — якорь; 2 — сердечник; 3 — ярмо; 4 — воротничок;  
5 — направляющая; 6 — экран.

Рассмотрим порядок расчета магнитной цепи, имеющей два воздушных зазора:  $\delta_0$  и  $\delta_e$  (рис. 8-9,а; 8-10 и

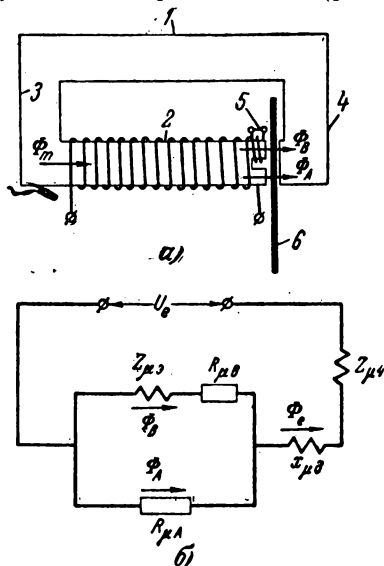


Рис. 8-12. Магнитная цепь индукционного прибора (а) и схема замещения нагрузки в конце магнитной цепи (б).

1, 2 — сердечники; 3 — ярмо; 4 — противопололюс; 5 — экран; 6 — диск.

8-11). Расчетными формулами согласно (8-76) — (8-79) являются следующие:

для левой части магнитопровода

$$\dot{\Phi}_{01} = \dot{\Phi}_{02} = \dot{\Phi}_m = \frac{\dot{\Phi}_{a1}}{\dot{Z}_{m1}} \dot{Z}_{c1} (\dot{m}_1 + \dot{Z}_{\mu e1} \dot{Y}_{c1}); \quad (8-93)$$

$$\dot{\Phi}_{e1} = \dot{\Phi}_0 = \frac{\dot{\Phi}_{a1}}{\dot{Z}_{m1}} \dot{m}_1 \dot{Z}_{c1}; \quad (8-94)$$

$$\dot{\Phi}_{s1} = \dot{\Phi}_{s0} = \frac{\dot{\Phi}_{a1}}{\dot{Z}_{m1}} \dot{Z}_{c1} \dot{Z}_{\mu e1} \dot{Y}_{c1}; \quad (8-95)$$

$$\dot{U}_{e1} = \dot{U}_0 = \dot{\Phi}_{l1} \dot{Z}_{\mu e1} = \frac{\dot{\Phi}_{a1}}{\dot{Z}_{m1}} \dot{m}_1 \dot{Z}_{c1} \dot{Z}_{\mu e1}; \quad (8-96)$$

$$\dot{F}_{K1} = \dot{\Phi}_{a1} \dot{Z}_{\mu 1}.$$

Для правой части магнитной цепи справедливы (8-93)—(8-96), в которых индекс 1 следует заменить на индекс 2.

Здесь в уравнениях, например, для рис. 8-10 приняты следующие обозначения:

$$\dot{Z}_{\mu e1} = \dot{Z}_{\mu 0} = R_{\mu 0} + \dot{p}_z \frac{l_3}{S_3}; \quad \dot{Z}_{\mu e2} = \dot{Z}_{\mu e} = R_{\mu e} + \dot{p}_z \frac{l_4}{S_4}; \quad (8-97)$$

$$\dot{Z}_{\mu 1} = \dot{p}'_{z1} \frac{x_0}{S_1} + \dot{p}'_{z2} \frac{x_0}{S_2}; \quad Y_{c1} = G_{s1} = g x_0; \quad (8-98)$$

$$\dot{Z}_{\mu 2} = \dot{p}''_{z1} \frac{x_l}{S_1} + \dot{p}''_{z2} \frac{x_l}{S_2}; \quad Y_{c2} = G_{s2} = g x_e; \quad (8-99)$$

$$\dot{Z}_{m1} = \dot{m}_1 (\dot{Z}_{c1} + \dot{Z}_{\mu e1}) - \dot{Z}_{\mu e1}; \quad \dot{m}_1 = 2 + \dot{Z}_{c1} Y_{c1}; \quad (8-100)$$

$$\dot{Z}_{m2} = \dot{m}_2 (\dot{Z}_{c2} + \dot{Z}_{\mu e2}) - \dot{Z}_{\mu e2}; \quad \dot{m}_2 = 2 + \dot{Z}_{c2} Y_{c2}. \quad (8-101)$$

Положим, что даны размеры магнитной цепи (рис. 8-10):  $l_1 = l_2, l_3, l_4, S_1, S_2, S_3, S_4, \delta_e$  и  $\delta_0$  и поток в воздушном зазоре  $\Phi_e$ . Требуется определить  $\Phi_0, \Phi_m, F_K, \Phi_{s0}, \Phi_{se}, x_0$  и  $x_e$ .

1. По индукции  $B_e$  из кривой на рис. 3-2 получаем значения  $\rho_R$  и  $\rho_x$ .

2. Пользуясь уравнениями из табл. 8-1 и данными  $Z_{\mu 0}, Z_{\mu e}$  и  $Y_c$ , подсчитываем по (8-90) значение  $k = x_e/l_s$ . По величинам  $x_e$  и  $l_s$  находим  $x_0 = l_s - x_e$ .

Зная  $x_l$  и  $x_0$ , из уравнений (8-98)—(8-101) можно определить магнитные сопротивления  $Z_{\mu 1}, Z_{\mu 2}, G_{s1}, G_{s2}, Z_{m1}, Z_{m2}$ .

3. Совмещая с вещественной осью  $|\Phi_e| = |B_e| S_1 = |\Phi_{e2}|$ , из выражения (8-96) находим по модулю и фазе  $\Phi_{a2}$  и  $F_{K2}$ . Величина  $\Phi_{a2}$  определяет максимальный поток  $\Phi_{02} = \Phi_m$ . Значение  $U_{e2}$  [(8-93) и (8-96)] и  $\Phi_{se}$  (8-95).

4. Так как наибольшие значения потоков двух магнитных систем совпадают, сначала определяем  $\Phi_{a1}$  по равенству (8-93), а затем  $\dot{U}_{e1}, \Phi_{e1}, \Phi_{s0}$  и  $F_{K1}$  по (8-96), (8-94) и (8-95).

5. Полная н. с. катушки определяется согласно (8-82).

Ход расчета остается таким же и для случая, когда вместо  $B_e$  задано  $B_0$ .

Если задано максимальное значение индукции

$$|B_m| = \frac{|\Phi_m|}{S_1} = \frac{|\Phi_{01}|}{S_1} = \frac{|\Phi_{02}|}{S_2},$$

то сначала находим  $\dot{Z}_c$ ,  $\dot{Z}_e$ ,  $Y_c$ ,  $\dot{Z}_{\mu e}$ ,  $\dot{Z}_{\mu 0}$ ,  $x_e$ ,  $x_0$ ,  $k$ , а затем по  $\Phi_{01} = \Phi_{02}$  определяют все остальные величины.

Расчет сравнительно легко провести также и в том случае, когда заданными являются н. с. катушки  $F_K$ , размеры сердечников и размер воздушного зазора  $\delta_0$ . Задаваясь  $B_0$ , определяют  $\Phi_e$ ,  $\Phi_m$ ,  $\Phi_{se}$ ,  $\Phi_{s0}$  и  $Z_{\mu e}$ .

Величина второго воздушного зазора  $\delta_e$  (или  $Z_{\mu e}$ ) в этом случае должна быть вполне определенной, поскольку она обуславливается известными  $F_K$  и  $\Phi_0$ . Ход расчета магнитной цепи, показанной на рис. 8-11, аналогичен рассмотренному.

### г) Определение эквивалентных магнитных сопротивлений нагрузок $z_{\mu 0}$ и $z_{\mu e}$ .

На рис. 8-8—8-11 приведены полные схемы замещения некоторых реальных магнитных цепей с распределенной н. с. На рис. 8-12 дана схема замещения нагрузки на выходе четырехполюсника для индукционной системы с электромагнитным экраном. Расчет такого рода цепей проводится по одним и тем же формулам; разница состоит лишь в том, что для каждой из них отдельно определяется нагрузка на концах четырехполюсника  $z_{\mu 0}$  и  $z_{\mu e}$ .

Рассмотрим уравнения для расчета эквивалентных нагрузок. Если возникает необходимость учитывать магнитное сопротивление ярма для реле переменного тока (рис. 8-8), то необходимо представить магнитопровод в виде двух схем замещения. В этом случае нагрузки на каждом четырехполюснике

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{\mu e1} &= R_{\mu \text{ст}} + \dot{Z}_{\mu 3}; \\ \dot{Z}_{\mu e2} &= R_{\mu 3} + \dot{Z}_{\mu 4} + \frac{R_{\mu A} (R_{\mu B} + \dot{Z}_{\mu 3})}{R_{\mu A} + R_{\mu B} + \dot{Z}_{\mu 3}}. \end{aligned} \quad (8-102)$$



Здесь  $R_{\mu \text{ст}}$  — магнитное сопротивление воздушного зазора (стыка) между сердечником 2 и ярмом 3;  
 $Z_{\mu 3}$  и  $Z_{\mu 4}$  — комплексные магнитные сопротивления ярма 3 и якоря 4;  
 $R_{\mu \delta}$  — магнитное сопротивление воздушного зазора между сердечником 1 и якорем 4;  
 $R_{\mu A}$  и  $R_{\mu B}$  — магнитные сопротивления воздушных зазоров соответственно для неэкранированного и экранированного полюсов;  
 $Z_{\mu \varepsilon}$  — комплексное магнитное сопротивление экрана.

Для электромагнита переменного тока с Ш-образной формой магнитной цепи (рис. 8-9, б и в) имеем:

$$Z_{\mu e1} = Z_{\mu 0} = Z_{\mu 3};$$

$$Z_{\mu e2} = Z_e = R_{\mu \delta} + Z_{\mu 4} + \frac{1}{\frac{1}{R_{\mu A}} + \frac{1}{R_{\mu B} + Z_{\mu \varepsilon}} + \frac{1}{R_{\mu C}}}, \quad (8-103)$$

где  $R_{\mu A}$ ,  $R_{\mu B}$  и  $R_{\mu C}$  — магнитные сопротивления воздушных зазоров, через которые проходят потоки  $\Phi_A$ ,  $\Phi_B$  и  $\Phi_C$ .

Для электромагнита переменного тока со сложной формой магнитной цепи (рис. 8-11)

$$Z_{\mu e1} = Z_{\mu 0} = R_0 + Z_{\mu 3}; \quad (8-104)$$

$$Z_{\mu e2} = Z_{\mu e} = Z_{\mu 4} + \frac{1}{\frac{1}{R_{\mu A}} + \frac{1}{R_{\mu B} + Z_{\mu \varepsilon}} + \frac{1}{R_{\mu C}}}. \quad (8-105)$$

В данной конфигурации цепи магнитным сопротивлением якоря можно пренебречь, так как оно мало по сравнению с магнитным сопротивлением воздушных зазоров и экрана.

Для индукционного прибора с электромагнитным экраном (рис. 8-12)

$$Z_{\mu 0} = Z_{\mu 3};$$

$$Z_{\mu e} = Z_{\mu 4} + jx_{\mu d} + \frac{R_{\mu A} (R_{\mu B} + Z_{\mu \varepsilon})}{R_{\mu A} + R_{\mu B} + Z_{\mu \varepsilon}}. \quad (8-106)$$

Здесь  $x_{\mu d}$  — реактивное магнитное сопротивление диска (см. гл. 5).

#### д) Упрощенный расчет магнитной цепи

Расчет магнитной цепи значительно упростится, если в выражении  $\dot{m} = 2 + \dot{Y}_c \dot{Z}_c$  пренебречь вторым членом. В большинстве практических случаев это допущение не дает большой погрешности, если магнитная индукция в сердечнике, изготовленном из углеродистой или кремнистой стали, лежит в пределах от 2—3 до 12—15 кГс. В самом же общем случае (повышенная частота, другие марки сталей и т. п.) рекомендуется в самом начале расчета убедиться в возможности этого пренебрежения.

Для цепей с одним воздушным зазором и малым магнитным сопротивлением ярма ( $Z_{\mu 0} \approx 0$ ) расчетные формулы (8—76) — (8-78) при условии  $m_1 = 2$  преобразуются в весьма простые соотношения:

$$\dot{\Phi}_0 = \dot{\Phi}_m = \dot{\Phi}_e \left( 1 + \frac{1}{2} G_s Z_{\mu e} \right); \quad (8-107)$$

$$\dot{\Phi}_s = \dot{\Phi}_e \frac{G_s Z_{\mu e}}{2}; \quad (8-108)$$

$$\dot{F}_K = \dot{\Phi}_e (Z_{\mu} + Z_{\mu e}). \quad (8-109)$$

Для магнитных систем с двумя воздушными зазорами:  $\delta_0$  и  $\delta_e$  (рис. 8-10 и 8-11) или с одним зазором, но при учете магнитного сопротивления ярма и стыка надо аналогично предыдущему магнитопровод разбить на две совершенно самостоятельные цепи со своими н. с. и нагрузками на выходах четырехполюсников. Тогда, если положить  $m=2$ , то основное расчетное уравнение (8-90) также преобразуется в более простое:

$$k = \frac{x_e}{l_s} = \left| \frac{Z_{\mu e} (1 + 0,5 G_s Z_{\mu 0})}{Z_{\mu 0} + Z_{\mu e} (1 + G_s Z_{\mu 0})} \right|. \quad (8-110)$$

Упрощенный расчет для последнего случая проводим в таком порядке. Если геометрия магнитной цепи и величины воздушных зазоров  $\delta_0$  и  $\delta_e$  заданы (рис. 8-10), то сначала определяем средние координаты поля выпучивания:

$$z_1 = \frac{1}{4} (z'_b + z''_b + 2z_a); \quad z_2 = \frac{1}{4} (z'_b + z''_b + 2z_a),$$

где значения координат поля выпучивания  $z_b'$ ,  $z_b''$  и  $z_a$  граней  $b$  и  $a$  определяются для своих зазоров (уравнение 6-13, рис. 8-1,б), длина сердечников между которыми замыкает поток рассеяния

$$l_s = l - (z_0 + z_l).$$

Подсчитав  $z_{\mu 0}$  и  $z_{\mu e}$ , по формуле (8-110), находим  $x_e = kl_s$ . Дальнейший расчет проводим по уже известному способу.

Так, по заданному, например, тяговому усилию электромагнита, представленного на рис. 8-9,а, определяем поток с торцевой поверхности сердечника  $l \Phi_T$ . Пользуясь уравнениями (8-14)—(8-82), а также (8-107)—(8-109), применительно к левой и правой частям магнитопровода, рассчитываем  $\Phi_{e1} = \Phi_0$ ,  $\Phi_{e2} = \Phi_e$ ,  $\Phi_s = \Phi_{se1} + \Phi_{se2}$  и  $F_K = F_{K1} + F_{K2}$ .

Необходимо заметить, что замена одной магнитной цепи двумя эквивалентными дает возможность провести более полный расчет и позволяет найти величину и расположение максимального потока в сердечнике.

Таким образом, несмотря на большое конструктивное разнообразие магнитных систем, цепи с распределенной н. с. рассчитываются по одной и той же принципиальной схеме замещения. Конструктивное различие магнитных систем аппаратов постоянного и переменного тока учитывается нагрузками четырехполюсника. Для цепей переменного тока с распределенной н. с. нагрузками четырехполюсника являются комплексные эквивалентные магнитные сопротивления  $Z_{\mu 0}$  и  $Z_{\mu e}$ , для цепей постоянного тока — соответственно активные магнитные сопротивления. Магнитные цепи постоянного и переменного тока рассчитываются по одним и тем же формулам (8-76)—(8-78) или (8-107)—(8-110). Полученные уравнения учитывают: 1) магнитное сопротивление стали; 2) проводимости воздушного зазора, выпучивания и рассеяния; 3) размагничивающее действие экранов; 4) потери в стали и экранах.

Точность расчета цепи во многом зависит от правильности составленной схемы замещения нагрузки четырехполюсника, от точности определения проводимости выпучивания и рассеяния катушки и экранов.

В большинстве случаев магнитным сопротивлением стали якоря по сравнению с магнитным сопротивлением зазора и экранов можно пренебречь.

Полученные схемы замещения и расчетные формулы позволяют провести анализ влияния температуры и частоты на работу электромагнитных механизмов переменного тока. С изменением температуры, например, изменяется величина активного сопротивления короткозамкнутых витков и диска (рис. 8-8, 8-9,б и 8-12), что приводит к изменению активных и реактивных магнитных сопротивлений экрана  $R_{\mu\sigma}$  и  $x_{\mu\sigma}$ , а следовательно, к изменению величины и фазы потоков и н. с. Реактивное магнитное сопротивление стали также зависит от частоты источника питания (3-34). В результате, например, величина вращающего момента или тягового усилия с изменением температуры или частоты также будут изменяться.

Изложенный метод можно использовать для приближенного расчета магнитных цепей и с переменной удельной проводимостью рассеяния, если последнюю определять из картины поля как усредненную величину.

#### **8-5. РАСЧЕТ ИНДУКТИВНОСТИ И АКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ КАТУШКИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА СО СТАЛЬЮ**

Расчет индуктивности и активного сопротивления катушки со сталью, работающей на переменном токе, представляет некоторые трудности. В [Л. 86 и 87] автором предложен метод расчета индуктивности и активного сопротивления катушки с учетом магнитного сопротивления стали, рассеяния, потерь в стали и размагничивающего действия электромагнитных экранов. Характерно, что полученные уравнения применимы для самых разнообразных электромагнитных механизмов, реле, индукционных и ферродинамических приборов, а также для всевозможных электромагнитных датчиков и дросселей переменного тока.

##### **а) Определение индуктивности**

Как известно, магнитный поток распределяется вдоль длины сердечников благодаря наличию воздушного за-

зона неравномерно. Разложим этот поток [см. (8-84)] на две взаимно-перпендикулярные составляющие:

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_x = & \frac{|\dot{F}_K|}{Z_\mu} \left[ 1 - \dot{N}_2 \operatorname{ch} \sqrt{G_s \dot{Z}_\mu} \left( 1 - \frac{x}{l_s} \right) + \right. \\ & \left. + \dot{N}_1 \sqrt{\frac{G_s}{\dot{Z}_\mu}} \operatorname{sh} \sqrt{G_s \dot{Z}_\mu} \left( 1 - \frac{x}{l_s} \right) \right] = \Phi_{xr} - j\Phi_{xa}. \end{aligned} \quad (8-111)$$

Здесь  $\Phi_{xr}$  — составляющая полного потока, совпадающая с направлением тока катушки;

$\Phi_{xa}$  — составляющая потока, перпендикулярная направлению тока.

Индуктивность катушки  $L$  и активное сопротивление переменному току  $R_\sim$  определяются по среднему значению потока.

В пределах поля рассеяния

$$\dot{\Phi}_{cp} = \frac{1}{l_s} \int_0^{l_s} \Phi_x dx.$$

Используя (8-111), получаем:

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{cp} = & \frac{\dot{F}_K}{\dot{Z}_\mu l_s} \left[ \int_0^{l_s} dx - \dot{N}_2 \int_0^{l_s} \operatorname{ch} \sqrt{G_s \dot{Z}_\mu} \left( 1 - \frac{x}{l_s} \right) dx + \right. \\ & \left. + \dot{N}_1 \sqrt{\frac{G_s}{\dot{Z}_\mu}} \int_0^{l_s} \operatorname{sh} \sqrt{G_s \dot{Z}_\mu} \left( 1 - \frac{x}{l_s} \right) dx \right] = \\ = & \frac{\dot{F}_K}{\dot{Z}_\mu} \left[ 1 + \dot{N}_1 \frac{\dot{Z}_c \dot{Y}_c}{\dot{Z}_\mu} - \dot{N}_2 \frac{\dot{Y}_c}{G_s} \right]. \end{aligned} \quad (8-112)$$

Магнитное сопротивление стали ярма  $R_{\mu 0}$  для цепей на рис. 8-8, 8-9, б и 8-12 положим равным нулю, так как оно обычно мало по сравнению с магнитным сопротивле-

нием сердечников и воздушного зазора. Тогда [см. (8-85) и (8-86)]

$$\left. \begin{aligned} \dot{N}_1 &= \frac{\dot{Z}_{\mu e} \dot{Z}_c}{\dot{Z}_n} \dot{m}; \quad \dot{N}_2 = \frac{\dot{Z}_{\mu e}}{\dot{Z}_n} (\dot{m} - 1); \\ \dot{Z}_n &= \dot{m} (\dot{Z}_c + \dot{Z}_{\mu e}) - \dot{Z}_{\mu e} = \dot{Z}_m. \end{aligned} \right\} \quad (8-113)$$

Подставим в равенство (8-112) значения  $Z_c$  и  $Y_c$  из табл. 8-1 для Т-образной схемы замещения, а значения  $N_1$  и  $N_2$  — из уравнения (8-113). После ряда преобразований получим:

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{cp} &= \frac{\dot{F}_K}{\dot{Z}_n} \left[ \left( 1 + \frac{G_s \dot{Z}_{\mu}}{6} + \frac{G_s^2 \dot{Z}_{\mu}^2}{48} - \frac{G_s^3 \dot{Z}_{\mu}^3}{288} \right) + \right. \\ &+ \frac{G_s \dot{Z}_{\mu e}}{3} \left( 1 + \frac{G_s \dot{Z}_{\mu}}{8} - \frac{G_s^2 \dot{Z}_{\mu}^2}{48} - \frac{G_s^3 \dot{Z}_{\mu}^3}{128} - \frac{G_s^4 \dot{Z}_{\mu}^4}{4728} + \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{G_s^5 \dot{Z}_{\mu}^5}{6912} - \frac{G_s^6 \dot{Z}_{\mu}^6}{165888} \right) \right], \end{aligned} \quad (8-114)$$

где

$$\begin{aligned} \dot{Z}_n &= \dot{Z}_{\mu} \left( 1 + \frac{G_s \dot{Z}_{\mu}}{6} - \frac{G_s^3 \dot{Z}_{\mu}^3}{192} + \frac{G_s^4 \dot{Z}_{\mu}^4}{3456} \right) + \\ &+ \dot{Z}_{\mu e} \left( 1 + \frac{G_s \dot{Z}_{\mu}}{2} + \frac{G_s^2 \dot{Z}_{\mu}^2}{24} - \frac{G_s^3 \dot{Z}_{\mu}^3}{144} \right). \end{aligned} \quad (8-115)$$

Для реальных магнитных цепей в указанном выше диапазоне индукций произведение  $G_s \dot{Z}_{\mu}$  меньше единицы. Пренебрегая в формулах (8-114) и (8-115) членами, мало влияющими на конечный результат, получаем:

$$\dot{\Phi}_{cp} = \frac{\dot{F}_K}{\dot{Z}_n} \left[ 1 + \frac{1}{3} G_s \left( \dot{Z}_{\mu e} + \frac{1}{2} \dot{Z}_{\mu} \right) \right] = \frac{\dot{F}_K}{\dot{Z}_n} (k_a + jk_r); \quad (8-116)$$

$$\dot{Z}_n = \dot{Z}_{\mu} \left( 1 + \frac{1}{6} G_s \dot{Z}_{\mu} \right) + \dot{Z}_{\mu e} \left( 1 + \frac{1}{2} G_s \dot{Z}_{\mu} \right) = R_n + jx_n. \quad (8-117)$$

Принимая во внимание, что

$$\dot{\Phi}_{cp} = \dot{\Phi}_r - j\dot{\Phi}_a, \quad (8-118)$$

можно записать:

$$\Phi_r = F_K \frac{k_a R_n + k_r x_n}{R_n^2 + x_n^2}; \quad (8-119)$$

$$\Phi_a = F_K \frac{k_a x_n - k_r R_n}{R_n^2 + x_n^2}, \quad (8-120)$$

где

$$k_a = 1 + \frac{1}{3} G_s \left( R_{\mu e} + \frac{1}{2} R_{\mu} \right); \quad k_r = \frac{1}{3} G_s \left( x_{\mu e} + \frac{1}{2} x_{\mu} \right); \quad (8-121)$$

$$R_n = R_{\mu} + R_{\mu e} + \frac{1}{2} G_s (R_{\mu} R' - x_{\mu} x'); \quad (8-122)$$

$$x_n = x_{\mu} + x_{\mu e} + \frac{1}{2} G_s (x_{\mu} R' + R_{\mu} x');$$

$$R' = R_{\mu e} + \frac{1}{3} R_{\mu}; \quad x' = x_{\mu e} + \frac{1}{3} x_{\mu}. \quad (8-122, a)$$

Здесь  $R_{\mu e}$  и  $x_{\mu e}$  — активное и реактивное магнитные сопротивления нагрузки на выходе четырехполюсника.

Для цепей, показанных на рис. 8-8 и 8-9, б, эти сопротивления можно получить из (8-102) и (8-103). Для индукционного прибора, показанного на рис. 8-12, составляющие комплексного сопротивления нагрузки согласно (8-106):

$$R_{\mu e} = R_{\mu 4} + \frac{R_{\mu A} (R_{\mu B} + R_{\mu 3}) (R_{\mu A} + R_{\mu B} + R_{\mu 3}) + R_{\mu A} x_{\mu 3}^2}{(R_{\mu A} + R_{\mu B} + R_{\mu 3})^2 + x_{\mu 3}^2}; \quad (8-123)$$

$$x_{\mu e} = x_{\mu 4} + x_{\mu 3} + \frac{R_{\mu A}^2 x_{\mu 3}}{(R_{\mu A} + R_{\mu B} + R_{\mu 3})^2 + x_{\mu 3}^2}. \quad (8-124)$$

Уравнение (8-116) значительно упрощается, если положить магнитное сопротивление стали всего магнитопровода равным нулю:

$$\Phi_{cp} = \frac{F_k \left( 1 + \frac{1}{3} G_s Z_{\mu e} \right)}{Z_{\mu e}} = F_k \left( \frac{1}{Z_{\mu e}} + \frac{1}{3} G_s \right). \quad (8-125)$$

Индуктивность катушки определяется как отношение реактивной составляющей потокоцепления  $\Psi_r$  к амплитудному значению тока в катушке:

$$L = \frac{\Psi_r}{\sqrt{2} I} = \frac{\omega}{\sqrt{2} \omega_s} \int_0^{I_s} \Phi_{xr} dx = \frac{\omega}{\sqrt{2} I} \Phi_{cp r}. \quad (8-126)$$

Учитывая (8-119), окончательно получаем

$$L = \frac{\omega^2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{k_a R_n + k_r x_n}{R_n^2 + x_n^2}. \quad (8-127)$$

В полученной формуле индуктивность катушки зависит от рассеяния, потерь в стали и нагрузке, активных магнитных сопротивлений стали и воздушных зазоров, частоты переменного тока, а также материала магнитопровода и электромагнитных экранов.

Если не учитывать потерь в стали и нагрузке, т. е. принять  $x_\mu = x_{\mu e} = 0$ ;  $k_r = 0$ ;  $x_n = 0$ , то

$$L = \frac{\omega^2 k_a}{\sqrt{2} R_n} = \frac{\omega^2}{\sqrt{2}} \times \\ \times \frac{1 + \frac{1}{3} G_s \left( R_{\mu z} + \frac{1}{2} R_\mu \right)}{R_\mu + R_{\mu e} + \frac{1}{2} G_s R_\mu \left( R_{\mu e} + \frac{1}{3} R_\mu \right)}. \quad (8-128)$$

При нулевом значении магнитного сопротивления стали (при определенной величине воздушного зазора оно мало) индуктивность катушки обуславливается магнитными сопротивлениями воздушного зазора и



электромагнитного экрана, а также проводимостью рассеяния. В этом случае:

$$\left. \begin{aligned} R_n &= R_{\mu e}; \quad x_n = x_{\mu e}; \\ k_a &= 1 + \frac{1}{3} G_s R_{\mu e}; \quad k_r = \frac{1}{3} G_s x_{\mu e}; \\ L &= \frac{\omega^2}{V^2} \left( \frac{R_{\mu e}}{z_{\mu e}^2} + \frac{1}{3} G_s \right). \end{aligned} \right\} \quad (8-129)$$

При учете лишь магнитного сопротивления воздушного зазора и рассеяния уравнения (8-127) принимает вид широко известной формулы [Л. 12 и 16]

$$L = \frac{\omega^2}{V^2} \left( \frac{1}{R_{\mu e}} + \frac{1}{3} G_s \right). \quad (8-130)$$

Таким образом, выведенное нами уравнение (8-127) для расчета индуктивности намагничивающей катушки является наиболее общим, а следовательно, и более точным, чем приведенная формула.

Индуктивность катушки с двумя воздушными зазорами  $\delta_0$  и  $\delta_e$  определяется аналогично. Для этого магнитную цепь сначала следует разбить на две независимые и индуктивность каждой из них подсчитать по формуле (8-127).

## б) Определение активного электрического сопротивления катушки при переменном токе $R_{\sim}$

Как известно, полное активное сопротивление катушки

$$R = R_0 + R_{\sim},$$

где  $R_0$  — сопротивление катушки постоянному току.

Величину  $R_{\sim}$  можно определить через активную составляющую среднего потока  $\Phi_{ср а}$ :

$$R_{\sim} = \frac{\omega \omega}{V^2 I I_s} \int_0^{I_s} \Phi_{xa} dx = \frac{\omega \omega}{V^2 I} \Phi_a. \quad (8-131)$$

Учитывая (8-120), имеем

$$R_{\sim} = \frac{\omega^2 \omega}{V^2} \cdot \frac{k_a x_n - k_r R_n}{R_n^2 + x_n^2}. \quad (8-132)$$

Таким образом,  $R_{\sim}$ , как и  $L$ , также определяется параметрами той же схемы замещения.

Как показывает анализ уравнений (8-132), (8-122), (8-123) и (8-124), активное сопротивление катушки при переменном токе зависит от размеров и качества материалов магнитопровода, экрана и диска, а также величины воздушных зазоров и частоты переменного тока.

Имея расчетные уравнения для  $L$  и  $R_{\sim}$ , легко найти тангенс угла потерь в стали и электромагнитных экранах:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{R_{\sim}}{\omega L} = \frac{k_a x_n - k_r R_n}{k_a R_n + k_r x_n}. \quad (8-133)$$

Попутно заметим, что если потерями в стали и экранах пренебречь, то  $R_{\sim} = 0$  и  $\theta = 0$ .

Нетрудно также определить угол между током и напряжением катушки и активную мощность, потребляемую катушкой:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x}{R} = \frac{\omega L}{R_0 + R_{\sim}}; \quad P_a = I^2 (R_0 + R_{\sim}). \quad (8-134)$$

#### 8-6. РАСЧЕТ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ И КАТУШКИ ПО ЗАДАННОМУ НАПРЯЖЕНИЮ И СРЕДНЕМУ ПОТОКУ

В качестве примера рассмотрим цепь электромагнита переменного тока с электромагнитным экраном (рис. 8-13). Так как магнитопровод симметричен, достаточно ограничиться расчетом половины магнитной цепи.

Пользуясь уравнениями из табл. 8-1 и (8-76) — (8-79), (8-116) — (8-117), выразим потоки  $\dot{\Phi}_m$ ,  $\dot{\Phi}_e$  и  $\dot{\Phi}_s$  через  $\dot{\Phi}_{cp}$ :

$$\dot{\Phi}_0 = \dot{\Phi}_m = \frac{\dot{i}_2 + \frac{1}{2} G_s \dot{Z}_{\mu e}}{\dot{\tau}_1} \dot{\Phi}_{cp}; \quad \dot{\Phi}_e = \frac{\dot{i}_2}{\dot{\tau}_1} \dot{\Phi}_{cp}; \quad (8-135)$$

$$\dot{\Phi}_s = \frac{G_s \dot{Z}_{\mu e}}{2 \dot{\tau}_1} \dot{\Phi}_{cp}; \quad F_K = \frac{\dot{Z}_m}{\dot{\tau}_1} \dot{\Phi}_{cp}. \quad (8-136)$$

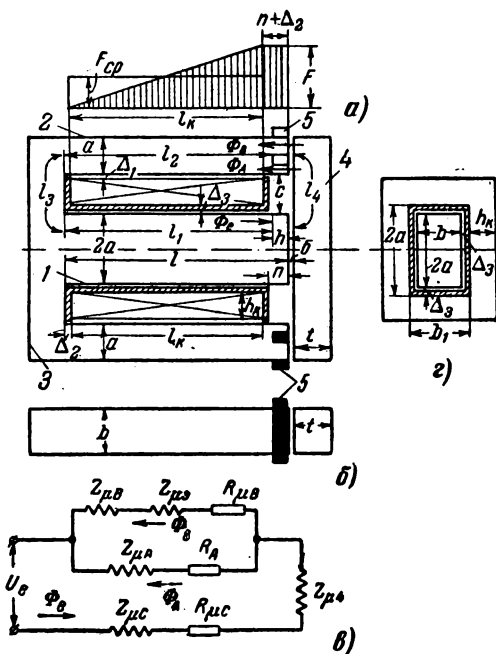


Рис. 8-13. Электромагнит переменного тока с электромагнитными экранами и схемой замещения в конце нагрузки.

1, 2—сердечники; 3—ядро; 4—якорь; 5—экран; 6—катушка;  $a = 12$ ;  $b = 15$ ;  $c = 13$ ;  $l = 73$ ;  $\delta = 0,5$ ;  $t = 12$ ;  $l_1 = l_2 = 68,5$ ;  $l_3 = l_4 = 31,9$ ;  $h = 4,5$ ;  $n = 6$ ;  $\Delta_1 = 2,2$ ;  $\Delta_2 = 2$ ;  $\Delta_3 = 1,8$ ;  $h_K = 9$ ,  $l_K = 60$  (размеры в миллиметрах).

Здесь

$$\left. \begin{aligned} \dot{\tau}_1 &= 1 + \frac{1}{3} G_s \left( \dot{Z}_{\mu e} + \frac{1}{2} \dot{Z}_{\mu} \right); \quad \dot{\tau}_2 = \frac{1}{6} G_s \dot{Z}_{\mu}; \\ \dot{Z}_m &= \dot{Z}_{\mu} \dot{\tau}_1 + \dot{Z}_{\mu e} \dot{\tau}_2. \end{aligned} \right\} \quad (8-137)$$

$Z_{\mu}$  — комплексное магнитное сопротивление сердечников 1 и 2:

$$\dot{Z}_{\mu} = \dot{Z}_{\mu 1} + \dot{Z}_{\mu 2} = \left( \dot{p}_{z_1} \frac{1}{S_1} + \dot{p}_{z_2} \frac{1}{S_2} \right) l_s; \quad (8-138)$$

$$\dot{p}_{z_1} = p_{R1} + j p_{x1}; \quad p_{z_2} = p_{R2} + j p_{x2}.$$

Здесь  $\rho_{R1}$ ,  $\rho_{R2}$ ,  $\rho_{x1}$ ,  $\rho_{x2}$  — соответственно удельные активные и реактивные магнитные сопротивления сердечников (см. рис. 3-2);

$S_1$  и  $S_2$  — активные площади поперечного сечения сердечников;

$l_s$  — длина сердечников, в пределах которой ответвляется поток рассеяния;

$G_s = \mu_0 \sqrt{2g} l_s$  — полная эффективная магнитная проводимость рассеяния;

$Z_{\mu e}$  — эквивалентное комплексное магнитное сопротивление нагрузки (двух воздушных зазоров, экрана 5 и якоря 4); это сопротивление определяется из схемы замещения для нагрузки (рис. 8-13), где  $U_a$  — разность магнитных потенциалов между концами сердечников 1 и 2;

$\Phi_a$  — поток в сечении сердечника на высоте координаты  $z = z_{b2}$  (рис. 8-14);  $R_{\mu A}$ ,  $R_{\mu B}$  и  $R_{\mu C}$  — активные магнитные сопротивления воздушных зазоров для полюсов A, B и C;  $Z_{\mu A}$ ,  $Z_{\mu B}$  и  $Z_{\mu C}$  — комплексные магнитные сопротивления стали сердечников на высоте координат  $z'_b = z_{b2}$ ;  $Z_{\mu 4}$  — комплексное магнитное сопротивление якоря; наконец,  $Z_{\mu 3}$  — комплексное магнитное сопротивление одного экрана [уравнения (8-40) и (8-41)].

Сопротивлениями  $Z_{\mu A}$ ,  $Z_{\mu B}$  и  $Z_{\mu C}$  в расчетах можно вполне пренебречь, так как они в большинстве случаев малы. Принимая это во внимание, из схемы замещения, изображенной на рис. 8-14, получаем

$$Z_{\mu e} = R_{\mu C} + Z_{\mu 4} + \frac{R_{\mu A}(R_{\mu B} + Z_{\mu 3})}{R_{\mu A} + R_{\mu B} + Z_{\mu 3}} = R_{\mu e} + jx_{\mu e}. \quad (8-139)$$

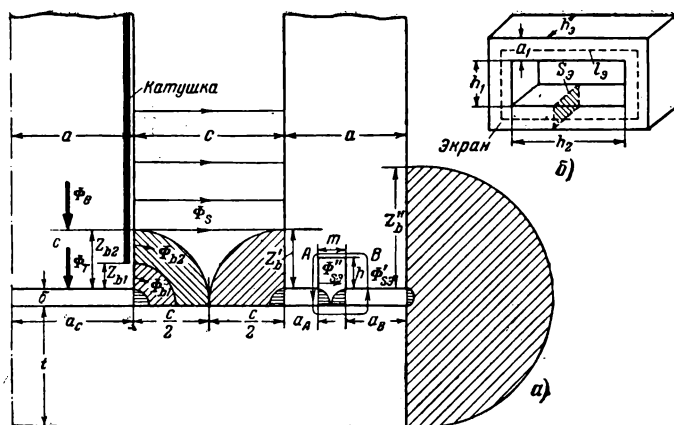


Рис. 8-14. К расчету магнитных проводимостей вблизи воздушного зазора.

$a_1 = 3$ ;  $h_1 = 6,1$ ;  $h_2 = 15,2$ ;  $a = a_c = 12$ ;  $b = 15$ ;  $c = 13$ ;  $a_A = 3$ ;  $a_B = 6$ ;  $m = 3$ ;  $h_\theta = 4,5$ ;  $h = 4,6$ ;  $z_{b1} = 2$ ;  $z_{b2} = z'_b = 4,5$ ;  $z''_b = t = 12$ ;  $\delta = 0,5$  (размеры, мм).

Из (8-135) — (8-137) находим:

$$\Phi_{cp} = \Phi_\theta + \frac{2}{3} \Phi_s; \quad \Phi_m = \Phi_{cp} + \frac{1}{3} \Phi_s. \quad (8-140)$$

Интересно отметить, что Ротерс [Л. 22] получил первое выражение (8-140) для цепи постоянного тока, пользуясь другим методом.

Простые соотношения (8-140) между потоками позволяют построить полную векторную диаграмму, в которой учитываются магнитное сопротивление стали, размагничивающее действие экранов, потери в стали и экранах (рис. 8-15), а также определить электрические параметры намагничивающей катушки.

Заданный поток  $\Phi_{cp}$  отложим по действительной оси комплексной плоскости. Раскладывая его на две составляющие: совпадающую с направлением вектора  $F_K$  и перпендикулярную ему (рис. 8-15, а), получаем:

$$\Phi_a = \Phi_{cp} \sin \theta; \quad \Phi_r = \Phi_{cp} \cos \theta.$$

Аналогично составляющие еѣ н. с.  $F_K$ :

$$F_a = F_K \sin \theta; \quad F_r = F_K \cos \theta.$$

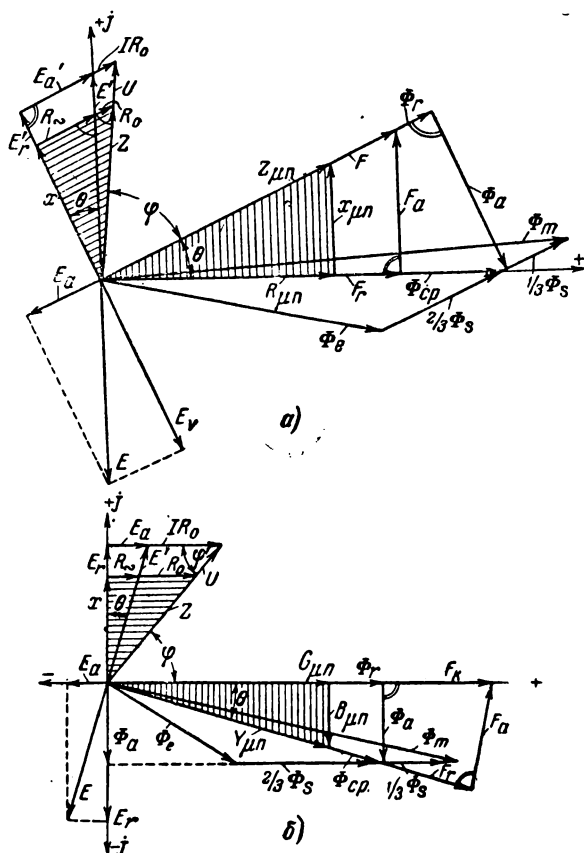


Рис. 8-15. Векторные диаграммы катушки со сталью с учетом рассеяния, потерь в стали и электромагнитном экране.

$$a - \Phi_{cp} = \text{const}; \delta - I = \text{const}.$$

Тангенс угла потерь

$$\text{tg } \theta = \frac{F_a}{F_r} = \frac{\Phi_a}{\Phi_r}.$$

Полное магнитное сопротивление цепи и его активные и реактивные составляющие:

$$Z_{\mu n} = \frac{F_k}{\Phi_{cp}}; R_{\mu n} = Z_{\mu n} \cos \theta; x_{\mu n} = Z_{\mu n} \sin \theta. \quad (8-141)$$

Эти сопротивления зависят от магнитной проводимости рассеяния, магнитных сопротивлений сердечников, якоря, воздушных зазоров и экранов.

Составляющие э. д. с. катушки:

$$E'_a = \frac{\omega w}{\sqrt{2}} \Phi_{cp} \sin \theta; \quad E_r = \frac{\omega w}{\sqrt{2}} \Phi_{cp} \cos \theta.$$

Ее реактивное электрическое сопротивление

$$x = \frac{E'_r}{I} = \frac{E'_r w}{F_k} = \frac{\omega w^2 \Phi_{cp}}{\sqrt{2} F_k} \cos \theta. \quad (8-142)$$

Следовательно, индуктивность катушки

$$L = \frac{w^2 \Phi_{cp}}{\sqrt{2} F_k} \cos \theta. \quad (8-143)$$

Так как среднее значение потока определяется реактивной составляющей тока, то можно записать (рис. 8-15, а)

$$\Phi_{cp} = \frac{F_k}{R_{\mu n}} \cos \theta. \quad (8-144)$$

Из (8-141), (8-143) и (8-144)

$$L = \frac{w^2}{\sqrt{2} R_{\mu n}} \cos^2 \theta = \frac{w^2}{\sqrt{2} Z_{\mu n}} \cos \theta; \quad x = \omega L. \quad (8-145)$$

Найдем теперь активное электрическое сопротивление, обусловленное потерями в стали и экране. Из векторной диаграммы

$$R_{\sim} = \frac{E'_a}{I} = \frac{\omega w^2 \Phi_{cp}}{\sqrt{2} F_k} \sin \theta, \quad (8-146)$$

а учитывая (8-141) и (8-144),

$$R_{\sim} = \frac{\omega w^2}{\sqrt{2} R_{\mu n}} \sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{\omega w^2}{\sqrt{2} Z_{\mu n}} \sin \theta. \quad (8-147)$$

Сравнивая полученные зависимости (8-145) и (8-147) с (4-31) и (4-29), замечаем, что они по форме аналогичны. Однако если, например, магнитное сопротивление  $R_{\mu}$  в формуле (4-31) учитывает только активное магнитное

сопротивление стали сердечников, то полное магнитное сопротивление цепи  $R_{\mu\pi}$  в уравнении (8-147) учитывает еще и магнитное сопротивление воздушного зазора, рассеяние, потери в стали и экране и размагничивающее действие последнего.

Угол сдвига фаз между током и напряжением катушки определится из выражения

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x}{R_0 + R_{\Sigma}}. \quad (8-148)$$

Связь между числом витков катушки  $\omega$ , приложенным напряжением  $U$  и средним значением потока  $\Phi_{cp}$  определим с учетом активного сопротивления катушки  $R_0$  и потерь в стали и экранах.

Из векторной диаграммы на рис. 8-15, а

$$U^2 = E_r'^2 + (E_a' + IR_0)^2.$$

Если в это уравнение подставить

$$R_0 = \rho l_{cp} i_q \frac{\omega}{I}; \quad E_a' = \frac{\omega \omega}{V^2} \Phi_{cp} \sin \theta; \quad E_r' = \frac{\omega \omega}{V^2} \Phi_{cp} \cos \theta,$$

где  $\rho$  — удельное сопротивление меди катушки;

$i_q$  — плотность тока;

$l_{cp} = 2(a_1 + b_1) + \pi h_K$  — средняя длина витка (рис. 8-13, з);

$h_K$  — высота намотки;

$a_1$  и  $b_1$  — размеры каркаса:

$$a_1 = 2(a + \Delta_s); \quad b_1 = b + 2\Delta_s,$$

то число витков намагничивающей катушки

$$\omega = \frac{U}{\sqrt{c_1^2 + c_2^2 + 2c_1 c_2 \sin \theta}}. \quad (8-149)$$

$$\text{Здесь } c_1 = \rho l_{cp} i_q; \quad c_2 = \frac{\omega}{V^2} \Phi_{cp}.$$

Если же пренебречь активным сопротивлением катушки  $R_0$ , то получается уравнение, которым обычно пользуются при расчетах:

$$\omega = \frac{U}{c_2} = \frac{V^2 U}{\omega \Phi_{cp}}. \quad (8-150)$$



Изложим ход расчета, когда даны:  $U$  и  $\Phi_{\text{ср}}$ . Размее-рами магнитной цепи, плотностью тока  $i_q$  и высотой намотки  $h_k$  задаемся.

Определяем:  $\omega$ ,  $F_k$ ,  $\Phi_m$ ,  $\Phi_e$ ,  $\Phi_s$ ,  $R_0$ ,  $x$ ,  $R_{\sim}$ ,  $\varphi$  и  $P_k$ .

Из (8-149) рассчитываем число витков.

По средней индукции  $B_{\text{ср}} = \frac{\Phi_{\text{ср}}}{S_1} = B_{2\text{ср}}$ , пользуясь (8-135) и (8-139), находим  $F_k$ , а по равенствам (4-28), (8-141), (8-142), (8-147) и (8-148) — соответственно  $R_0$ ,  $\theta$ ,  $x$ ,  $R_{\sim}$  и  $\varphi$ .

Когда магнитное сопротивление стали мало и его можно не учитывать, т. е.  $z_{\mu}$  и  $z_{\mu 4} = 0$ , уравнения (8-135) — (8-137) и (8-141) имеют следующий вид:

$$\dot{F}_k = \Phi_{\text{ср}} \frac{\dot{Z}_{\mu e}}{\tau_3}; \quad \dot{\Phi}_m = \Phi_{\text{ср}} \frac{1 + \frac{1}{2} G_s \dot{Z}_{\mu e}}{\tau_3}; \quad (8-151)$$

$$\dot{\Phi}_e = \Phi_{\text{ср}} \frac{1}{\tau_3}; \quad \dot{\Phi}_s = \Phi_{\text{ср}} \frac{G_s \dot{Z}_{\mu e}}{2\tau_3}; \quad (8-152)$$

$$\dot{Z}_{\mu \Pi} = \frac{\dot{F}_k}{\dot{\Phi}_{\text{ср}}} = \frac{\dot{Z}_{\mu e}}{\tau_3} = R_{\mu \Pi} + jx_{\mu \Pi}; \quad \text{tg } \theta = \frac{x_{\mu \Pi}}{R_{\mu \Pi}}, \quad (8-153)$$

где активное и реактивное полные сопротивления магнитной цепи:

$$R_{\mu \Pi} = \frac{R_{\mu e} \tau_4 + \frac{1}{3} G_s x_{\mu e}^2}{\tau_4^2 + \frac{1}{9} G_s^2 x_{\mu e}^2}; \quad x_{\mu \Pi} = \frac{x_{\mu e} \tau_4 - \frac{1}{3} R_{\mu e} x_{\mu e} G_s}{\tau_4^2 + \frac{1}{9} G_s^2 x_{\mu e}^2}. \quad (8-154)$$

Величины  $\tau_3$  и  $\tau_4$  находятся из выражений:

$$\tau_3 = 1 + \frac{1}{3} G_s \dot{Z}_{\mu e}; \quad \tau_4 = 1 + \frac{1}{3} G_s R_{\mu e}. \quad (8-155)$$

Активное и реактивное электрические сопротивления катушки в этом случае подсчитываются по (8-147) и (8-145), где значения  $R_{\mu \Pi}$  и  $\theta$  определяются из (8-154) и (8-153).

Если же при этом цепь не имеет еще и экранов, то

$$R_{\mu\pi} = \frac{R_{\mu e}}{1 + \frac{1}{3} G_s R_{\mu e}}; \quad x_{\mu\pi} = 0; \quad \theta = 0; \quad R_{\sim} = 0; \quad (8-156)$$

$$x = \frac{\omega \omega^2}{\sqrt{2} R_{\mu e}} \left( 1 + \frac{1}{3} G_s R_{\mu e} \right). \quad (8-157)$$

Применительно к рис. 8-13

$$R_{\mu e} = \frac{R_{\mu A} R_{\mu B}}{R_{\mu A} + R_{\mu B}}.$$

### 8-7. РАСЧЕТ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ И КАТУШКИ НА ЗАДАННЫЙ НАМАГНИЧИВАЮЩИЙ ТОК (ИЛИ НАПРЯЖЕНИЕ) И ПОТРЕБЛЯЕМУЮ МОЩНОСТЬ

Исходными уравнениями для магнитных потоков в рассматриваемом случае являются:

$$\dot{\Phi}_m = F_k \frac{\dot{i}_1}{\dot{Z}_m}; \quad \dot{\Phi}_e = F_k \frac{\dot{i}_2}{\dot{Z}_m}; \quad \dot{\Phi}_s = F_k \frac{G_s \dot{Z}_{\mu e}}{2 \dot{Z}_m}; \quad (8-158)$$

$$\dot{\Phi}_{cp} = \dot{\Phi}_e + \frac{2}{3} \dot{\Phi}_s; \quad \dot{\Phi}_m = \dot{\Phi}_{cp} + \frac{1}{3} \dot{\Phi}_s. \quad (8-159)$$

По действительной оси комплексной плоскости (рис. 8-15,б) располагаем вектор н. с. катушки. В этой же плоскости, пользуясь (8-158) и (8-159), откладываем также магнитные потоки  $\Phi_e$ ,  $\Phi_s$ ,  $\Phi_m$  и  $\Phi_{cp}$ . Раскладывая  $\Phi_{cp}$  и  $\dot{F}_k$  на активную и реактивную составляющие и произведя аналогичные построения (рис. 8-15,а), получаем полную векторную диаграмму. Из диаграммы следует, что полная эквивалентная комплексная магнитная проводимость цепи

$$\dot{Y}_{\mu\pi} = \frac{\dot{\Phi}_{cp}}{F_k} = \frac{\dot{\Phi}_r}{F_k} - j \frac{\Phi_a}{F_k} = G_{\mu\pi} - j B_{\mu\pi}, \quad (8-160)$$

где  $G_{\mu\pi}$  и  $B_{\mu\pi}$  — активная и реактивная составляющие полной проводимости цепи; кроме проводимости сердечников, они учитывают проводимости воздушного зазора, якоря, экрана, рассеяния, а также потери в стали и экране.

Тангенс угла потерь

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\Phi_a}{\Phi_r} = \frac{F_a}{F_r} = \frac{B_{\mu\pi}}{G_{\mu\pi}}. \quad (8-161)$$

Активное и реактивное электрические сопротивления катушки:

$$R_{\sim} = \frac{E'_a}{I} = \frac{\omega\omega}{\sqrt{2}I} F_K Y_{\mu} \sin \theta = \frac{\omega\omega^2}{\sqrt{2}} B_{\mu\pi}; \quad (8-162)$$

$$x = \frac{E_r}{I} = \frac{\omega\omega}{\sqrt{2}I} F_K Y_{\mu} \cos \theta = \frac{\omega\omega^2}{\sqrt{2}} G_{\mu\pi} = \omega L, \quad (8-163)$$

откуда

$$L = \frac{\omega^2}{\sqrt{2}} G_{\mu\pi}.$$

Активное сопротивление обмотки

$$R_0 = \frac{p'_{\text{ср}}}{Q f_m} \omega^2 = k_1 \omega^2; \quad k_1 = \frac{l_{\text{ср}}}{Q f_m p}, \quad (8-164)$$

где  $Q = l_K h_K$  — площадь поперечного сечения окна обмотки (рис. 8-13,б);

$f_m$  — коэффициент заполнения окна обмотки медью [Л. 13].

Из равенств (8-162) — (8-164) находим полное электрическое сопротивление катушки:

$$z = \sqrt{\left(k_1 \omega^2 + \frac{\omega\omega^2}{\sqrt{2}} B_{\mu\pi}\right)^2 + \left(\frac{\omega\omega^2}{\sqrt{2}} G_{\mu\pi}\right)^2}, \quad (8-165)$$

откуда число витков катушки

$$\omega = \sqrt{\frac{z}{\sqrt{\left(k_1 + \frac{\omega}{\sqrt{2}} B_{\mu\pi}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\sqrt{2}} G_{\mu\pi}\right)^2}}}. \quad (8-166)$$

Значения  $G_{\mu\pi}$  и  $B_{\mu\pi}$  определяем из (8-119) и (8-120):

$$\left. \begin{aligned} G_{\mu\pi} &= \frac{\Phi_r}{F_K} = \frac{k_a R_n + |k_r x_n|}{R_n^2 + x_n^2}; \\ B_{\mu\pi} &= \frac{\Phi_a}{F_K} = \frac{k_a x_n - k_r R_n}{R_n^2 + x_n^2}, \end{aligned} \right\} \quad (8-167)$$

где  $k_a$ ,  $k_r$ ,  $R_n$  и  $x_n$  находим из (8-121) и (8-122).

Как видно, число витков катушки определяется конструктивными параметрами магнитной цепи, намагничивающей катушки и экрана, а также зависит от характеристик материалов.

#### 8-8. РАСЧЕТ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ И КАТУШКИ НА ЗАДАННЫЕ НАПРЯЖЕНИЕ И ПОТОК В ВОЗДУШНОМ ЗАЗОРЕ

Поток в воздушном зазоре по торцу полюса  $\Phi_T$  можно определить, например, исходя из данного тягового усиления электромагнита. Тогда, пользуясь соотношением

$$\Phi_e = \Phi_T \frac{G_e}{G_T},$$

для н. с. катушки записываем

$$\dot{F}_K = \Phi_e \frac{\dot{Z}_m}{\tau_2} = \dot{I} w$$

для потоков

$$\dot{\Phi}_m = \Phi_e \left( 1 + \frac{G_s \dot{Z}_{\mu e}}{2\tau_2} \right); \quad \dot{\Phi}_s = \dot{\Phi}_e \frac{G_s \dot{Z}_{\mu e}}{2\tau_2}; \quad (8-169)$$

$$\dot{\Phi}_{cp} = \Phi_e + \frac{2}{3} \dot{\Phi}_s; \quad \dot{\Phi}_m = \dot{\Phi}_{cp} + \frac{1}{3} \dot{\Phi}_s. \quad (8-170)$$

Значения величин  $G_T$ ,  $G_e$ ,  $G_s$ ,  $Z_m$  и  $\tau_2$  подсчитываем соответственно из выражений (6-110) и (6-120), (8-9), (8-27) и (8-137). Определяя по  $\Phi_e$ ,  $\rho_R$  и  $\rho_x$  (рис. 3-2), находят по величине и фазе  $\dot{F}_K$ ,  $\dot{\Phi}_m$ ,  $\dot{\Phi}_s$  и  $\dot{\Phi}_{cp}$ . Затем строят векторную диаграмму (рис. 8-16, а), где по действительной оси комплексной плоскости откладывается поток  $\Phi_e$  и определяются электрические параметры катушки.

#### 8-9. УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА МАГНИТНОЙ ЦЕПИ ПО СРЕДНЕМУ ЗНАЧЕНИЮ ПОТОКА ИЛИ ПО ПОТОКУ В ВОЗДУШНОМ ЗАЗОРЕ

Если в уравнениях (8-137) для  $\tau_1$  и  $\tau_2$  пренебречь членом, равным  $1/\mu$ ,  $G_\mu z_\mu$ , что в ряде случаев вполне допустимо, то расчетные формулы (8-135) и (8-136) упро-

щаются и при равном нулю магнитном сопротивлении ярма примут вид:

$$\dot{\Phi}_{cp} = \dot{\Phi}_e \left( 1 + \frac{1}{3} G_s Z_{\mu e} \right); \quad (8-171)$$

$$\dot{\Phi}_0 = \dot{\Phi}_e \left( 1 + \frac{1}{2} G_s Z_{\mu e} \right) = \dot{\Phi}_m; \quad (8-172)$$

$$\dot{F}_K = \dot{\Phi}_e \left[ Z_{\mu e} + Z_{\mu} \left( 1 + \frac{1}{3} G_s Z_{\mu e} \right) \right], \quad (8-173)$$

где  $\dot{\Phi}_s = \dot{\Phi}_0 - \dot{\Phi}_e$ .

Расчет цепи по этим уравнениям очень прост при заданных как  $\Phi_e$ , так и  $\Phi_{cp}$ . Например, при заданном  $\Phi_e$  из выражений (8-171) и (8-172) легко определяются средний и максимальный потоки в сердечнике. По  $B_{1cp} = \frac{\Phi_{cp}}{S_1}$  и кривым на рис. 3-2 отыскиваются значения  $\rho_R$  и  $\rho_x$ , что дает возможность найти н. с. катушки  $F_K$ .

Если же известно среднее значение потока  $\Phi_{cp}$ , полученное, например, из приближенного уравнения

$$\Phi_{cp} = \frac{\sqrt{2} U}{\omega \omega},$$

то нетрудно, пользуясь равенствами (8-171) — (8-173), определить по величине и фазе потоки  $\Phi_e$ ,  $\Phi_0$ ,  $\Phi_s$  и н. с. катушки  $F_K$ .

При упрощенном расчете цепи с двумя воздушными зазорами  $\delta_0$  и  $\delta_e$  ее сначала разбивают на две эквивалентные цепи (см. § 8-3б) а затем к каждой из них применяют уравнения (8-171) — (8-173).

Ход расчета магнитной цепи в этом случае аналогичен изложенному в § 8-3г. Суммарная н. с. катушки

$$\dot{F}_K = \dot{F}_{K1} + \dot{F}_{K2}$$

В заключение приведем числовой расчет магнитной цепи электромагнита переменного тока (рис. 8-13).

Пример 8-1. Требуется рассчитать магнитную цепь и параметры катушки, если напряжение  $U=100$  в и максимальная индукция в воздушном зазоре  $B_m=7 \cdot 10^{-5}$  вб/см<sup>2</sup>.

Задаемся: размерами магнитной цепи, экрана и каркаса (числовые величины указаны на рис. 8-13 и 8-14), плотностью тока  $i_g = 200 \text{ а/см}^2$ , высотой намотки  $h_k = 0,9 \text{ см}$ , воздушным зазором  $\delta = 0,5 \text{ мм}$ .

Так как магнитная цепь симметрична, расчет целесообразно проводить для одной ее половины. Из-за наличия экрана в ней имеются три полюса:  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

### 1. Определение магнитных сопротивлений воздушных промежутков

Поле магнитной цепи сложное — трехмерное. При расчете будем учитывать потоки рассеяния и выпучивания. Последний замыкается с сердечников на якорь; на рис. 8-14 он показан в виде заштрихованных участков, причем горизонтальная штриховка относится к зоне потока, выходящего из «ребер» полюсов.

Три зоны потока выпучивания, имеющие штриховку одного направления, находятся под постоянным магнитным напряжением (магнитным сопротивлением стали на этих участках пренебрегаем). Зона с потоком  $\Phi_{b2}$  находится под переменным магнитным напряжением, так как поток ее сцеплен с витками катушки, условно показанной на рис. 8-14 жирной линией.

Для определения магнитных сопротивлений воздушных промежутков полюсов  $A$ ,  $B$  и  $C$  с учетом поля выпучивания найдем их расчетные размеры.

1. Поток полюса  $A$  (рис. 8-14,а) состоит из потоков: торцевой поверхности, четырех «ребер», левой боковой грани  $b$  и двух боковых граней  $a_A$ .

Расчетный размер полюса  $A$

$$a_{pA} = a_A + \delta (2g'_{p.t} + g_{xb}) = 0,3 + 0,05 (2 \cdot 0,42 + 1,9) = 0,437 \text{ см.}$$

Здесь  $a_A$  — ширина полюса;

$g_{xb}$  — удельная проводимость между левой боковой поверхностью  $b$  сердечника и якоря по координате  $x$ ; определяется из кривой Фрая (см. рис. 6-4) по отношению  $\frac{x}{\delta} = \frac{c}{2\delta} = \frac{1,3}{2 \cdot 0,05} = 13$ ;

$g'_{p.t}$  — удельная проводимость между «ребром» торца полюса  $A$  и якорем; проводимость для одного «ребра» в случае полюс—плоскость берем равной  $0,42$  [см. (6-112)].

Таким образом, из-за поля выпучивания расчетный размер полюса получился больше реального в  $\frac{0,437}{0,3} = 1,49$  раза.

2. Полюс  $B$  имеет потоки: с торцевой поверхности полюса, с правой боковой грани  $b$ , с двух боковых граней  $a_B$  (расположение полюс—полюс) и с четырех «ребер» торцевой поверхности—слева в направлении грани  $b$  (расположение полюс—плоскость) и справа в направлении двух граней  $a$  и одной грани  $b$  (расположение полюс—полюс).

Расчетный размер

$$a_{pB} = a_B + \delta \left( \frac{1}{2} g''_{zb} + \frac{1}{2} g''_{p.\tau} + g'_{p.\tau} \right) = \\ = 0,6 + 0,05 \left( \frac{1}{2} \cdot 2,9 + \frac{1}{2} \cdot 0,1 + 0,42 \right) = 0,7 \text{ см},$$

где  $a_B$  — размер полюса;  $\frac{1}{2} g''_{zb}$  — удельная проводимость между правыми боковыми гранями сердечника и якоря; эта проводимость определяется из кривой Крэмп и Кольдервуда  $g_z = f \left( \frac{z}{\delta} \right)$  (рис. 6-5)

$$\frac{z}{\delta} = \frac{z''_b}{\delta} = \frac{2t}{\delta} = \frac{2 \cdot 1,2}{0,05} = 48; \quad g''_{zb} = 2,9;$$

$\frac{1}{2} g''_{p.\tau}$  — удельная проводимость между правым „ребром“ торца полюса  $B$  и ребром якоря  $4$ ; для случая *полюс — плоскость* по Крэмп и Кольдервуду  $g''_{p.\tau} = 0,1$  [см. (6-112)].

3. Полюс  $C$  имеет потоки: с торцевой поверхности полюса, с трех „ребер“ торцевой поверхности, с боковой поверхности  $b$  в пределах координат  $z_{b1}$  (поток  $\Phi_{b1}$ ) и  $z_{b2} - z_{b1}$  (поток  $\Phi_{b2}$ ) и потоки с боковых граней  $a$ .

Магнитное напряжение между сердечниками  $1$  и  $2$  вдоль их длины магнитопровода не остается постоянным. Если принять линейным изменение н. с. катушки, то среднее значение последней  $F_{cp} = \frac{1}{2} F_k$  (рис. 8-13,  $a$ ). Следовательно, полученное значение магнитной проводимости выпучивания на всей высоте расположения обмотки необходимо разделить на 2.

Удельную боковую проводимость находим из кривой Крэмп и Кольдервуда (рис. 6-5) по координате  $z_{b1}$  и отношению  $\frac{z_{b1}}{\delta} = \frac{0,2}{0,05} = 4$ ;  $g_{z1} = 1,46$ . По координате  $z_{b2}$  и  $\frac{z_{b2}}{\delta} = \frac{0,45}{0,05} = 9$ ;  $g_{z2} = 1,9$ .

Проводимость на высоте полюса  $z_{b2} - z_{b1} = g'_{zb} = g_{z2} - g_{z1} = 1,9 - 1,46 = 0,44$ .

Таким образом, расчетный размер полюса  $C$

$$a_{pC} = a_C + \delta \left( g_{z1} + \frac{1}{2} g'_{zb} + g''_{p\tau} \right) = \\ = 1,2 + 0,05 \left( 1,46 + \frac{1}{2} \cdot 0,44 + 0,1 \right) \approx 1,3 \text{ см}.$$

4. Расчетные размеры двух граней  $b$  полюсов  $A$  и  $B$  определяются аналогично:

$$\begin{aligned} b_{pA} = b_{pB} &= b + 2\delta \left( \frac{1}{2} g''_{p.r} + \frac{1}{2} g_{za} \right) = \\ &= 1,5 + 2 \cdot 0,5 \left( \frac{0,1}{2} + \frac{2,9}{2} \right) = 1,66 \text{ см.} \end{aligned}$$

В этом уравнении

$$g_{za} = g_{zb} = 2,9, \text{ так как } \frac{z}{\delta} = \frac{2z_a}{\delta} = \frac{2z'_b}{\delta} = \frac{2 \cdot 1,2}{0,05} = 48.$$

5. Расчетный размер грани  $b$  полюса  $C$  определяется для случая *полюс—полюс* как

$$\begin{aligned} b_{pC} &= b + 2\delta \left( \frac{1}{2} g''_{p.r} + \frac{1}{2} g_{za1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} g'_{za} \right) = \\ &= 1,5 + 2 \cdot 0,05 \left( \frac{0,1}{2} + \frac{1,85}{2} + \frac{1,05}{4} \right) = 1,63 \text{ см,} \end{aligned}$$

где

$$g'_{za} = g_{za2} - g_{za1} = 2,9 - 1,85 = 1,05;$$

$$g_{za2} = g''_{zb} = 2,9$$

найдено из кривой Крэмп и Кольдервуда (рис. 6-5) по отношению

$$\frac{2t}{\delta} = \frac{2 \cdot 1,2}{0,05} = 48;$$

Величина  $g_{za1} = 1,85$  получена по отношению

$$\frac{2z}{\delta} = \frac{2z_{b1}}{\delta} = \frac{2 \cdot 0,2}{0,05} = 8.$$

Магнитное сопротивление воздушного зазора для каждого полюса будет:

$$\begin{aligned} R_{\mu A} &= \frac{\delta}{\sqrt{2} \mu_0} \cdot \frac{1}{a_{pA} b_{pA}} = \frac{0,05 \cdot 10^8}{\sqrt{2} \cdot 1,256} \cdot \frac{1}{a_{pA} b_{pA}} = \\ &= 281 \cdot 10^4 \frac{1}{0,437 \cdot 1,66} = 387 \cdot 10^4 \text{ 1/гн;} \end{aligned}$$

$$R_{\mu B} = 281 \cdot 10^4 \frac{1}{a_{pB} b_{pB}} = 281 \cdot 10^4 \frac{1}{0,7 \cdot 1,66} = 242 \cdot 10^4 \text{ 1/гн;}$$

$$R_{\mu C} = 281 \cdot 10^4 \frac{1}{a_{pC} b_{pC}} = 281 \cdot 10^4 \frac{1}{1,3 \cdot 1,63} = 132 \cdot 10^4 \text{ 1/гн.}$$



## 2. Определение магнитной проводимости рассеяния между сердечниками

Проводимость потока рассеяния состоит из проводимости  $g_{ab}$  между внутренними гранями  $b$  сердечников 1 и 2, двух проводимостей  $g_{sa}$  между гранями  $a$  тех же сердечников (рис. 8-13) и двух проводимостей  $g_{sa}$  между «ребрами» внутренних граней.

Полная проводимость рассеяния

$$\begin{aligned} G_s &= \sqrt{2} \mu_0 (g_{ab} + 2g_{sa} + 2g_{sp}) = \\ &= \sqrt{2} \mu_0 \left[ \frac{b(l-z'_b)}{c} + 2 \frac{a(l-z'_b)}{\pi \left( c + \frac{a}{2} \right)} + 2g_{sp}(l-z'_b) \right] = \\ &= \sqrt{2} \cdot 1,258 \cdot 10^{-8} \left[ \frac{1,5(7,3-0,45)}{1,3} + \right. \\ &\left. + 2 \frac{1,2(7,3-1,2)}{\pi \left( 1,3 + \frac{1,2}{2} \right)} + 2 \cdot 0,26(7,3-0,45) \right] = 23,8 \cdot 10^{-8} \text{ зн.} \end{aligned}$$

## 3. Определение магнитных сопротивлений экрана

Электрическое сопротивление экрана (рис. 8-14,б)

$$\begin{aligned} R_2 &= \rho_a \frac{l_a}{S_a} = \rho_a \frac{2(h_1 + h_2 + 2a_1)}{a_1 h_a} = \\ &= 1,89 \cdot 10^{-6} \frac{2(0,61 + 1,52 + 0,6)}{0,3 \cdot 0,45} = 7,61 \cdot 10^{-5} \text{ ом.} \end{aligned}$$

Его реактивное электрическое сопротивление

$$\begin{aligned} x_{s2} &= \frac{\omega \omega_a^2}{\sqrt{2}} G_{s2} = \frac{\omega \omega_a^2}{\sqrt{2}} (G'_{s2} + G''_{s2} + G'''_{s2}) = \\ &= \frac{314 \cdot 1}{\sqrt{2}} (7,48 + 1,33 + 1,53) \cdot 10^{-8} = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ ом.} \end{aligned}$$

Здесь  $G_{s2}$  — полная проводимость рассеяния экрана; проводимость пути потока  $\Phi'_{s2}$  (рис. 8-14,а)

$$G'_{s2} = \frac{1}{R_{\mu A} + R_{\mu B} + \frac{R_{\mu A} R_{\mu B}}{R_{\mu C}}} = \frac{10^{-4}}{387 + 242 + \frac{387 \cdot 242}{132}} = 7,48 \cdot 10^{-8} \text{ зн;}$$

проводимость рассеяния паза экрана

$$G''_{s2} = \sqrt{2} \mu_0 \frac{hb}{3m} = 1,78 \cdot 10^{-8} = \frac{0,46 \cdot 1,5}{3 \cdot 0,3} = 1,33 \cdot 10^{-8} \text{ зн;}$$

проводимость рассеяния сторон экрана, не лежащих в пазу,

$$G''' = \mu_0 \sqrt{2} \frac{(b_B + 2a_B)}{\pi} = 1,78 \cdot 10^{-8} \frac{(1,5 + 2 \cdot 0,6)}{\pi} = 1,53 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

Магнитные сопротивления экрана подсчитываем по формуле (8-41):

$$R_{\mu 3} = \frac{314 \cdot 1}{\sqrt{2}} \frac{2,3 \cdot 10^{-5}}{(7,61^2 + 2,3^2) \cdot 10^{-10}} = 81 \cdot 10^4 \text{ 1/гн.}$$

$$X_{\mu 3} = \frac{314 \cdot 7,61 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{2} (7,61^2 + 2,3^2)} = 269 \cdot 10^4 \text{ 1/гн.}$$

#### 4. Определение магнитных сопротивлений стали

По заданной индукции  $B = 7 \text{ кгс}$  для магнитного материала Э12 (рис. 3-2) находим:  $\rho_R = 2,4 \cdot 10^4 \text{ см/гн}$  и  $\rho_x = 1,1 \cdot 10^4 \text{ см/гн}$ . Эти значения принимаем одинаковыми и для сердечника, и для якоря, так как при изменении индукции в пределах от 3,5 до 11 кгс  $\rho_R$  и  $\rho_x$  можно считать примерно постоянными.

Магнитное сопротивление сердечников 1 и 2

$$\begin{aligned} z_{\mu} &= 2 (\rho_R + j\rho_x) \frac{l - z'_b}{abk_a} = \\ &= 2 (2,4 + j1,1) \cdot 10^4 \frac{(7,3 - 0,45)}{1,2 \cdot 1,5 \cdot 0,93} = (19,8 + j9,1) \cdot 10^4 \text{ 1/гн.} \end{aligned}$$

Здесь  $k_a = 0,93$  — коэффициент заполнения стали, принятый для листов толщиной 0,5 мм при толщине изоляционной прослойки 0,04 мм.

Магнитное сопротивление ярма и якоря

$$\begin{aligned} z_{\mu 3} = z_{\mu 4} &= (\rho_R + j\rho_x) \frac{l_4}{S_4} = \\ &= (2,4 + j1,1) \frac{1,3 + 0,5\pi \cdot 1,2}{1,2 \cdot 1,5 \cdot 0,93} = (4,6 + j2,1) \cdot 10^4 \text{ 1/гн.} \end{aligned}$$

#### 5. Определение магнитных потоков

Из уравнений (8-139) и (8-137) находим:

$$\begin{aligned} Z_{\mu e} &= \left[ 132 + 4,6 + j2,1 + \frac{387 (242 + 81 + j269)}{387 + 242 + 81 + j269} \right] \cdot 10^4 = \\ &= (339,6 + j72,9) \cdot 10^4 \text{ 1/гн;} \\ \dot{i}_1 &= 1 + \frac{1}{3} \cdot 23,8 \cdot 10^{-8} \left[ 339,6 + j72,9 + \frac{1}{2} (19,8 + j9,1) \right] \cdot 10^4 = \\ &= 1,28 + j0,0615; \end{aligned}$$

$$\tau_2 = 1 + \frac{1}{6} \cdot 23,8 \cdot 10^{-8} (19,8 + j9,1) \cdot 10^4 = 1,01;$$

$$\begin{aligned} Z_m = & [(19,8 + j9,1) (1,28 + j0,0615) + \\ & + (339,6 + j72,9) \cdot 1,01] \cdot 10^4 = (369,8 + j86,54) \cdot 10^4 \text{ 1/гн.} \end{aligned}$$

Поток в воздушном зазоре для половины полюса  $C$  с учетом выпучивания (рис. 8-14, а)

$$\Phi_s = B_m a_{pC} b_{pC} = 7 \cdot 10^{-5} \cdot 1,3 \cdot 1,63 = 14,85 \cdot 10^{-5} \text{ вб.}$$

Поток рассеяния из выражения (8-169)

$$\Phi_s = 14,85 \cdot 10^{-5} \frac{23,8 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 1,01} (339,6 + j72,9) \cdot 10^4 = (5,95 + j1,27) \cdot 10^{-5} \text{ вб.}$$

Среднее и максимальное значения потока в половине сердечника  $C$  согласно (8-170):

$$\dot{\Phi}_{cp} = 14,85 \cdot 10^{-5} + \frac{2}{3} (5,95 + j1,27) \cdot 10^{-5} = (18,82 + j0,845) \cdot 10^{-5} \text{ вб.}$$

$$\alpha_\Phi = 2^\circ 30'$$

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_m = \dot{\Phi}_{cp} + \frac{1}{3} \dot{\Phi}_s &= \left[ 18,82 + j0,845 + \frac{1}{3} (5,95 + j1,27) \right] \cdot 10^{-5} = \\ &= (20,8 + j1,27) \cdot 10^{-5} \text{ вб.} \end{aligned}$$

#### 6. Определение н. с. числа витков и тока катушки

В соответствии с (8-168)

$$F_K = \frac{14,85 \cdot 10^{-5}}{1,01} (369,8 + j86,54) = 544 + j127 = 557 \text{ а.}$$

$$\alpha_F = 13^\circ 10'.$$

По найденным значениям потоков и н. с. катушки строим векторную диаграмму (рис. 8-16), из которой угол потерь

$$\theta = \alpha_F - \alpha_\Phi = 13^\circ 10' - 2^\circ 30' = 10^\circ 40'.$$

Подсчитав коэффициенты (§ 8-5)

$$a_1 = 2(a + \Delta_s) = 2(1,2 + 0,18) = 2,76 \text{ см.}$$

$$b_1 = b + 2\Delta_s = 1,5 + 2 \cdot 0,18 = 1,86 \text{ см.}$$

$$l_{cp} = 2(2,76 + 1,86) + \pi \cdot 0,9 = 12,1 \text{ см.}$$

$$c_1 = 1,89 \cdot 10^{-6} \cdot 12,1 \cdot 200 = 4,57 \cdot 10^{-3};$$

$$c_2 = \frac{314}{\sqrt{2}} 18,82 \cdot 10^{-5} = 40,6 \cdot 10^{-3}.$$

Определяем по уравнению (8-149) число витков катушки:

$$w = \frac{100 \cdot 10^8}{\sqrt{4,57^2 + 40,6^2 + 2 \cdot 4,57 \cdot 40,6 \sin 10^\circ 40'}} = 2400.$$

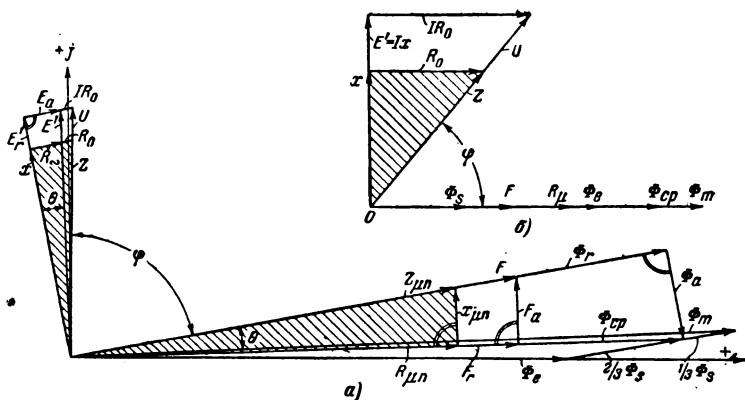


Рис. 8-16. Векторные диаграммы.

а—при заданном напряжении на зажимах  $U$  и известном значении максимальной индукции в воздушном зазоре  $B_e$  с учетом потока рассеяния и потерь в стали и электромагнитных экранах; б—при заданном напряжении  $U$  и потребляемой мощности катушки  $P_k$  с учетом потока рассеяния, но без учета потерь в стали.

Значение тока в катушке  $I = \frac{F_k}{w} = 557/2400 = 0,232$  а.

Сечение провода  $q = I/i_q = 0,232/2 = 0,116$  мм<sup>2</sup>. Ближайший к расчетному стандартный диаметр провода  $d = 0,38$  мм. Для провода марки ПШО (с выбранным диаметром) коэффициент заполнения [Л. 13]  $f_m = 0,52$ . Тогда площадь окна обмотки

$$Q = \frac{wq}{f_m} = \frac{2400 \cdot 0,116}{0,52} = 537 \text{ мм}^2;$$

длина окна обмотки

$$l_k = \frac{Q}{h_k} = \frac{537}{9} \approx 60 \text{ мм.}$$

При расчете может оказаться, что обмотка в окне магнитопровода не размещается, так как мы конструктивными размерами задавались произвольно (рис. 8-13,б). В этом случае рекомендуется или изменить толщину пакета  $b$  и соответственно пересчитать все величины, зависящие от  $b$ , или выбрать провод другой марки.

### 7. Определение электрических параметров катушки

Полное и активное магнитные сопротивления цепи:

$$z_{\mu\pi} = \frac{F_k}{\Phi_{cp}} = \frac{557}{18,82 \cdot 10^{-5}} = 296 \text{ 1/гн};$$

$$R_{\mu\pi} = Z_{\mu\pi} \cos \theta = 296 \cdot 10^4 \cos 10^\circ 40' = 291 \cdot 10^4 \text{ 1/гн.}$$

Индуктивность катушки [см. (8-145)]

$$L = \frac{\omega^2 \cos^2 \theta}{\sqrt{2} R_{\mu\pi}} = \frac{2 \cdot 400^2 \cos^2 10^\circ 40'}{\sqrt{2} \cdot 291 \cdot 10^4} = 1,35 \text{ зН};$$

$$x = \omega L = 314 \cdot 1,35 = 426 \text{ ом.}$$

Активные и полное сопротивления катушки;

$$R_0 = \rho \frac{l_{\text{ср}}}{q} \omega = 1,89 \cdot 10^{-6} \frac{12,1 \cdot 2 \cdot 400}{0,116 \cdot 10^{-2}} = 47,3 \text{ ом};$$

$$R_{\sim} = \frac{\omega \omega^2}{\sqrt{2} R_{\mu\pi}} \sin \theta \cdot \cos \theta =$$

$$= \frac{314 \cdot 2 \cdot 400^2}{\sqrt{2} \cdot 291 \cdot 10^4} \sin 10^\circ 40' \cdot \cos 10^\circ 40' = 64 \text{ ом};$$

$$z = \sqrt{(R_0 + R_{\sim})^2 + x^2} = \sqrt{(47,3 + 80)^2 + 424^2} = 442 \text{ ом.}$$

Угол между током и напряжением

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x}{R_0 + R_{\sim}} = \frac{424}{47,3 + 80} = 3,33; \quad \varphi = 73^\circ 18'.$$

Сопротивление  $z$  можно получить также другим путем:  $z = U/I = 100/0,232 = 432 \text{ ом}$ , что подтверждает правильность приведенного расчета. Полная и активная мощности

$$P_s = IU = 0,232 \cdot 100 = 23,2 \text{ ват};$$

$$P_2 = P_s \cos \varphi = 23,2 \cos 73^\circ 18' = 6,65 \text{ вт.}$$

**Пример 8-2.** Требуется определить параметры дросселя с Ш-образной магнитной системой (без экранов) при напряжении  $U = 100 \text{ в}$ , полной потребляемой мощности намагничивающей катушки  $P_k = 1 \text{ ват}$  и воздушном зазоре  $\delta = 3 \text{ мм}$ .

Геометрические размеры  $a, b, c, h_k$  и  $l_{\text{ср}}$  возьмем из примера 8-1 (рис. 8-13 и 8-14). Зададимся длиной сердечника  $l = 30 \text{ мм}$  и плотностью тока  $i_q = 250 \text{ а/см}^2$ . Конструктивно выбираем  $\Delta_1 = 2,2$ ;  $\Delta_2 = 1$ ;  $\Delta_3 = 1,8$ ;  $h = 1$  (размеры даны в миллиметрах).

Так как мощность мала, а зазор сравнительно велик, определение искомых параметров можно провести без учета магнитного сопротивления стали. Ток и полное электрическое сопротивление катушки будут:  $I = 10^{-2} \text{ а}$ ;  $z = 10^4 \text{ ом}$ . Полная проводимость рассеяния и активное магнитное сопротивление нагрузки определяют так же, как и в предыдущем примере:

$$G_{\mu} = 16,3 \cdot 10^{-8} \text{ зН}; \quad R_{\mu e} = 512 \cdot 10^4 \text{ 1/зН.}$$

Тогда полное магнитное сопротивление цепи согласно (8-156)

$$R_{\mu\Pi} = \frac{1}{G_{\mu\Pi}} = \frac{R_{\mu e}}{1 + \frac{1}{3} R_{\mu e} G_s} =$$

$$= \frac{512 \cdot 10^4}{1 + \frac{1}{3} 512 \cdot 10^4 \cdot 16,3 \cdot 10^{-8}} = 400 \cdot 10^4 \text{ 1/гн.}$$

Диаметр провода

$$d = \sqrt{\frac{4I}{\pi i_q}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-2}}{\pi \cdot 2,5}} = 0,072 \text{ мм.}$$

Выбираем провод с  $d = 0,07 \text{ мм}$  марки ПЭШО. Для него  $f_m = 0,2$ . Число витков находим по (8-166):

$$w = \sqrt{\frac{z}{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 10^4 \cdot 10^6}{\sqrt{47,2^2 + 55,5^2}}} = 11,72 \cdot 10^3,$$

где

$$k_1 = \frac{\rho l_{cp}}{f_m h_K l_K} = \frac{\rho l_{cp}}{f_m h_K [l - (h + 2\Delta_2)]} =$$

$$= \frac{1,89 \cdot 10^{-6} \cdot 12,1}{0,2 \cdot 0,9 [3 - (0,1 + 2 \cdot 0,1)]} = 47,2 \cdot 10^{-6};$$

$$k_2 = \frac{\omega}{\sqrt{2}} G_{\mu\Pi} = \frac{\omega}{\sqrt{2} R_{\mu\Pi}} = \frac{314 \cdot 10^4}{\sqrt{2} \cdot 400} = 55,5 \cdot 10^{-6}.$$

Необходимо отметить, что при определении числа витков, когда мощность катушки мала, а зазор сравнительно велик, пренебрегать активным сопротивлением  $R_0$  намагничивающей катушки не следует, ибо это приводит к значительной погрешности.

Так, положив  $R_0 = 0$  ( $k_1 = 0$ ), в рассматриваемом случае имеем:

$$w = \sqrt{\frac{z}{k_2}} = \sqrt{\frac{10^4}{55,5 \cdot 10^{-6}}} = 13,45 \cdot 10^3,$$

что примерно на 15% больше, чем требуется.

Находим н. с. и магнитные потоки:

$$F_K = Iw = 10^{-2} \cdot 11,72 \cdot 10^3 = 117,2 \text{ а;}$$

$$\Phi_{cp} = \frac{F_K}{R_{\mu\Pi}} = \frac{117,2}{400 \cdot 10^4} = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ вб;}$$

$$\Phi_e = \frac{F_K}{R_{\mu l}} = \frac{117,2}{512 \cdot 10^4} = 2,29 \cdot 10^{-5} \text{ вб;}$$

$$\Phi_s = \frac{2}{3} (\Phi_{cp} - \Phi_e) = \frac{3}{2} (2,93 - 2,29) \cdot 10^{-5} = 0,96 \cdot 10^{-5} \text{ вб};$$

$$\Phi_m + \Phi_e + \Phi_s = (2,29 + 0,96) \cdot 10^{-5} = 3,25 \cdot 10^{-5} \text{ вб}.$$

Сопротивления катушки:

$$R_0 = k_1 \omega^2 = 47,2 \cdot 10^{-6} \cdot 11,72^2 \cdot 10^6 = 6,47 \cdot 10^3 \text{ ом};$$

$$x_0 = k_2 \omega^2 = 55,5 \cdot 10^{-6} \cdot 11,72^2 \cdot 10^6 = 7,61 \cdot 10^3 \text{ ом};$$

$$z = \sqrt{R_0^2 + x_0^2} = 10^3 \sqrt{6,47^2 + 7,61^2} = 10 \cdot 10^3 \text{ ом}.$$

Как видим, активное сопротивление катушки составляет около 65 % общего сопротивления и поэтому не может не учитываться. Угол между током и напряжением определяется как

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x_0}{R_0} = \frac{7,61}{6,47} = 1,174; \quad \varphi = 48^\circ 10'.$$

По полученным данным на рис. 8-16,б построена векторная диаграмма.

## *Глава девятая*

# **ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ С ВОЗДУШНЫМ ЗАЗОРОМ**

## **9-1. РАСЧЕТ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ Н. С.**

Для цепей с сосредоточенной и распределенной н. с. (рис. 1-4—1-6), у которых магнитное сопротивление стали вдоль длины сердечника зависит от магнитной индукции, а удельная магнитная проводимость рассеяния между сердечниками может быть принята постоянной, автором предложен графоаналитический метод расчета.

Необходимость в такого рода расчетах возникает при создании аппаратов с минимальными габаритами и весом, т. е. аппаратов, работающих при значительных индукциях.

### а) Вывод уравнения изоклины

Для указанной цепи имеем дифференциальные уравнения:

$$-\frac{d\Phi_x}{dx} = gU_x; \quad (9-1)$$

$$\frac{dU_x}{dx} = f_k - \Phi_x \left[ \frac{1}{S_1} \rho_{R1} + \frac{1}{S_2} \rho_{R2} \right]. \quad (9-2)$$

Здесь  $x$  — координата рассматриваемого сечения по длине магнитопровода (рис. 8-9, а и 8-10); начало координаты расположено в сечении сердечника, через который проходит максимальный поток;

$\Phi_x$  и  $U_x$  — магнитный поток в сердечнике и магнитное напряжение между сердечниками 1 и 2 при значении  $x$ ;

$g$  — удельная проводимость рассеяния между сердечниками 1 и 2;

$f_k$  — н. с. катушки на единицу длины сердечника;

$S_1$  и  $S_2$  — активные площади сечения сердечников 1 и 2;

$\rho_{R1}$  и  $\rho_{R2}$  — удельные активные магнитные сопротивления стали сердечников; их величины зависят от индукции.

Дифференцируя (9-1) и подставляя в (9-2), получаем:

$$-\frac{1}{g} \cdot \frac{d^2\Phi_x}{dx^2} = f_k - \Phi_x \left[ \frac{1}{S_1} \rho_{R1} + \frac{1}{S_2} \rho_{R2} \right]. \quad (9-3)$$

Как видно из выражения (9-3), связь между потоком  $\Phi_x$  и координатой  $x$  выражается нелинейным дифференциальным уравнением второго порядка.

В дальнейшем принимаем  $S_1 = S_2 = S$  и предполагаем, что сердечники изготовлены из одного и того же материала. Тогда

$$-\frac{1}{g} \cdot \frac{d^2\Phi_x}{dx^2} = f_k - \frac{2\Phi_x}{S} \rho_R. \quad (9-4)$$

Чтобы решить это дифференциальное уравнение, воспользуемся методом изоклин-приближенного численного интегрирования.

Известно [Л. 4, 27 и 28], что изоклиной называется геометрическое место точек, в которых касательные



ко всем интегральным кривым параллельны, т. е. имеют одинаковый наклон.

Имея семейство изоклин, можно весьма просто построить интегральные кривые. При достаточной густоте сетки изоклин точность решения дифференциального уравнения получается вполне удовлетворительной.

Связь между активным удельным магнитным сопротивлением и индукцией выразим аналитически (см. гл. 3). Так, например, для марки стали Э12

$$\rho_R = \sqrt{\frac{\gamma_2}{B_x (1 - \beta_2 B_x)}}, \quad (9-5)$$

где  $\gamma_2$  и  $\beta_2$  — постоянные коэффициенты.

Подставив (9-5) и (9-4), получим

$$-\frac{d^2\Phi_x}{dx^2} = g f_K - 2g \sqrt{\frac{\gamma_2 \Phi_x}{S - \beta_2 \Phi_x}}. \quad (9-6)$$

В этом уравнении поток  $\Phi_x$  и его производную по длине сердечника выразим через величины  $y$  и  $z$ :

$$y = m_1 \Phi_x; \quad z = -m_2 \frac{d\Phi_x}{dx} \quad \text{и} \quad \frac{dz}{dy} = \operatorname{tg} \alpha = Q, \quad (9-7)$$

где  $m_1$  и  $m_2$  — единицы масштаба магнитного потока  $\Phi_x$  и  $\frac{d\Phi_x}{dx}$  по длине сердечника;

$\alpha$  — угол наклона, касательной к интегральной кривой.

После подстановки найдем:

$$-\frac{d^2\Phi_x}{dx^2} = \frac{1}{m_2} \cdot \frac{dz}{dx};$$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dz}{dy} = -\frac{m_1}{m_2} z Q$$

и, следовательно,

$$\frac{d^2\Phi}{dx^2} = \frac{m_1}{m_2^2} z Q. \quad (9-8)$$

Уравнение изоклины получим из совместного решения уравнений (9-6) и (9-8):

$$Z = -\frac{m_2^2 g}{m_1 Q} \left[ f_K - 2 \sqrt{\frac{\gamma_2}{\left(\frac{Sm_1}{y} - \beta_2\right)}} \right]. \quad (9-9)$$

Чтобы построить по уравнению (9-9) семейство изоклин, необходимо задаться значением тангенса наклона  $Q = \operatorname{tg} \alpha$  касательной к интегральной кривой.

Таким образом, нелинейные дифференциальные уравнения второго порядка (9-4) и (9-6) приведены к алгебраической формуле (9-9), с помощью которой расчет изоклин производится очень просто.

#### б) Методика расчета цепи при различных заданных параметрах

Рассмотрим четыре варианта расчета магнитной цепи.

##### В а р и а н т 1

Заданы удельная н. с. катушки  $f_K$ , максимальный поток в сердечнике  $\Phi_m$ , активные сечения сердечников 1 и 2  $S_1 = S_2 = S$  (рис. 8-9, а и 8-10) сечение сердечника 3  $S_3$ , сечение сердечника 4  $S_4$ , расстояние между сердечниками 1 и 2  $c$ , величины воздушных зазоров  $\delta_0$  и  $\delta_a$ .

Определяем: потоки  $\Phi_e$  и  $\Phi_{se}$  в сечении сердечника при  $x = x_e$  (рис. 8-10), потоки  $\Phi_0$  и  $\Phi_{s0}$  при  $x = x_0$ , левую и правую координаты расположения максимума потока  $x_0$  и  $x_e$ , длину катушки  $l_s = x_0 + x_e$ , в пределах которой замыкается поток рассеяния между сердечниками 1 и 2, и н. с. катушки  $F_K$ .

Связь между отдельными участками длины  $l_1 = l_2$  сердечниками 1 и 2 (рис. 8-9, а) можно представить в следующем виде:

$$l_1 = l_K + \Delta_2 = l.$$

Здесь величина  $\Delta_2$  в основном определяется толщиной боковой стенки каркаса. Поле выпучивания вблизи зазора  $\delta_e$  находится по координатам  $x'$  и  $z_b$ .

На рис. 9-1,а показано построение изоклин в соответствии с выражением (9-9) (пунктирные кривые) для отрицательных значений  $Q$ . На рис. 9-1,б проведено построение лучей при различных значениях  $Q$ . Заметим, что весь расчет по уравнению (9-9) прост. Действительно, подсчитав одну изоклину  $z=f(y)$ , можно получить про-

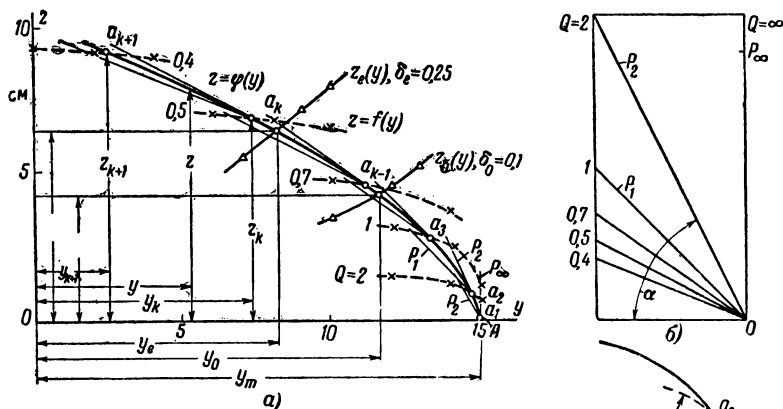


Рис. 9-1. Кривые для определения  $\Phi_0$  и  $\Phi_1$  по заданному  $\Phi_m$  при различных нагрузках на концах магнитопровода для случая с распределенной н. с.

$$y = m_1 \Phi; \quad z = m_2 \frac{d\Phi}{dx}.$$

стым делением на  $Q$  остальные изоклины (рис. 9-1,а). Кроме того, при данном  $Q$  нет необходимости подсчитывать все точки в промежутке от  $y=0$  до  $y=y_m$ , достаточно ограничиться тремя значениями.

При наличии семейства изоклин построение интегральной кривой не представляет особого труда. Из заданной точки  $A$  (рис. 9-1,а) проводим лучи  $P_\infty$  и  $P_2$ , параллельные лучам на рис. 9-1,б. Луч  $P_\infty$  принадлежит изоклине, которая совпадает с осью  $y$  и имеет  $\tan \alpha = \infty$  (угол  $\alpha = 90^\circ$ ). Другой луч  $P_2$  относится к изоклине с  $\tan \alpha = Q=2$ . На изоклине, которой соответствует  $Q=2$ , берем точку  $a_2$ , расположенную примерно посередине между лучами  $P_\infty$  и  $P_2$ . Через точки  $a_1$  и  $a_2$  пройдет интегральная кривая. Из  $a_2$  аналогично предыдущему

проводим лучи  $P_2$  и  $P_1$  соответственно значениям  $Q=2$  и  $Q=1$  до пересечения с изоклиной  $Q=1$  и берем точку  $a_3$ , расположенную примерно посредине между этими лучами. При достаточно близком расположении изоклин отрезок изоклины, отсекаемый двумя лучами, получается малым.

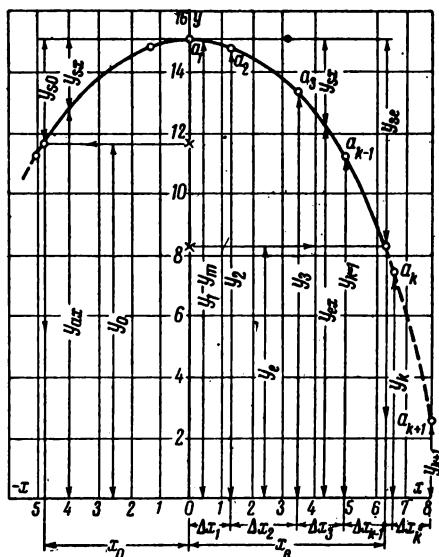


Рис. 9-2. Изменение магнитного потока вдоль длины магнитопровода с распределенной н. с.

Проведя подобные построения, находим точки  $a_{k-1}$ ,  $a_k$  и т. д. Соединив их плавной кривой, получим интегральную кривую  $z = \varphi(y)$  (сплошная).

По интегральной кривой довольно просто определить изменение магнитного потока  $\Phi_x$  вдоль длины сердечника  $x$ . Обозначая в уравнении (9-7)

$$z = -m_2 \frac{d\Phi_x}{dx} = \varphi(y),$$

имеем

$$x = \frac{m_2}{m_1} \int \frac{dy}{\varphi(y)}.$$

Величина  $x$  будет иметь два значения. При положительном значении  $x$  (рис. 9-2)

$$x_k = \frac{m_2}{m_1} \int_{y_k}^{y_m} \frac{dy}{\varphi(y)} ;$$

при отрицательном

$$x_k = -\frac{m_2}{m_1} \int_{y_k}^{y_m} \frac{dy}{\varphi(y)} .$$

Произведя графическое интегрирование в указанных пределах, можем определить значение  $x_k$ . С достаточной для практики точностью эту задачу можно решить приближенно более простым и удобным способом. Заменим интегральную кривую  $z = \varphi(y)$  (рис. 9-1,а) рядом прямолинейных участков.

Уравнение прямой, проходящей через две точки:  $a_k$  и  $a_{k+1}$  кривой  $z = \varphi(y)$ , как известно, будет

$$z - z_k = \frac{y_{k+1} - z_k}{y_k - y_{k+1}} (y - y_k),$$

откуда

$$z = \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{y(z_{k+1} - z_k) - (y_k z_{k+1} - z_k y_{k+1})}{y_k - y_{k+1}} .$$

Тогда элемент длины магнитопровода между точками  $a_k$  и  $a_{k+1}$  (рис. 9-2) кривой  $y = f(x)$

$$\begin{aligned} \Delta x_k &= \frac{m_2}{m_1} \int_{y_{k+1}}^{y_k} \frac{(y_k - y_{k+1}) dy}{(z_{k+1} - z_k) y + (y_{k+1} z_k - z_{k+1} y_k)} = \\ &= \frac{m_2}{m_1} \frac{(y_k - y_{k+1})}{(z_{k+1} - z_k)} \ln \frac{z_{k+1}}{z_k} . \end{aligned} \quad (9-10)$$

По этому уравнению можно подсчитать длину элементов, начиная только с  $\Delta x_2$ , так как для первого участка  $\Delta x_1$  равно бесконечности. Заменяв участок интегральной кривой  $a_1 a_2$  частью окружности радиусом  $R$  с центром на оси  $Y$  (рис. 9-1,б) приближенно определим

$$\Delta x_1 = \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{2y'}{z_2} \sin \tau . \quad (9-11)$$

Полученная таким образом кривая  $y = f(x)$  показывает изменение магнитного потока вдоль длины сердечника. При этом начало координат кривой расположено в точке магнитопровода, где поток имеет максимальное значение (рис. 9-2).

Для того чтобы определить значение потоков при  $x = x_0$  и  $x = x_e$ , т. е.  $\Phi_0$  и  $\Phi_e$  (рис. 8-10) и (рис. 8-9, а), необходимо знать величины магнитных сопротивлений воздушных зазоров  $\delta_0$  и  $\delta_e$ , магнитные сопротивления стали сердечников 3 и 4.

Величины магнитных сопротивлений  $R_0$  и  $R_e$  воздушных зазоров  $\delta_0$  и  $\delta_e$  с учетом поля выпучивания (координаты выпучивания  $z_1$  и  $z_2$  показаны на рис. 8-10) можно определить одним из методов, описанных в гл. 6 и 7.

Магнитное сопротивление стали участков 3 и 4 определяется из выражений:

$$R_{\mu 3} = \rho_{R3} \frac{l_3}{S_3}; \quad (9-12)$$

$$R_{\mu 4} = \rho_{R4} \frac{l_4}{S_4}, \quad (9-13)$$

где  $\rho_{R3}$ ,  $\rho_{R4}$  — удельные магнитные сопротивления сердечников 3 и 4 находятся из кривой, изображенной на рис. 3-2 соответственно по значению потока  $\Phi_0$  или  $\Phi_e$ :

$l_3$ ,  $l_4$ ,  $S_3$  и  $S_4$  — соответственно длины и активные площади сердечников 3 и 4.

Пользуясь выражением (9-1) для концов сердечников, будем иметь:

$$-m_2 \frac{d\Phi_0}{dx} = m_2 U_0 g = -z_0; \quad (9-14)$$

$$-m_2 \frac{d\Phi_e}{dx} = m_2 U_e g = z_e. \quad (9-15)$$

Здесь  $U_0$  и  $U_e$  — разности магнитных потенциалов на концах сердечников (рис. 8-10):

$$U_0 = -\Phi_0 (R_0 + R_{\mu 3}); \quad (9-16)$$

$$U_e = \Phi_e (R_e + R_{\mu 4}). \quad (9-17)$$

Как видно из выражений (9-14) и (9-15), значения  $z_0$  и  $z_e$  пропорциональны разностям магнитных потенциалов между сердечниками на концах магнитопровода. Учитывая выражения (9-7) и (9-14) — (9-17), можно представить  $z_0$  и  $z_e$  в таком виде:

$$z_0 = -\frac{m_2}{m_1} g y_0 R_{\mu 0}; \quad (9-18)$$

$$z_e = \frac{m_2}{m_1} g y_e R_{\mu e}, \quad (9-19)$$

где эквивалентные сопротивления нагрузок на концах цепи

$$R_{\mu 0} = R_0 + Z_{\mu 3} \quad \text{и} \quad R_{\mu e} = R_e + R_{\mu 4}. \quad (9-19')$$

Если теперь построить кривые по уравнениям

$$z_0(y) = -\frac{m_2}{m_1} g y (R_0 + R_{\mu 3}) \quad (9-20)$$

и

$$z_e(y) = \frac{m_2}{m_1} g y (R_e + R_{\mu 4}), \quad (9-21)$$

то пересечение их с ветвями интегральной кривой  $z = \varphi(y)$  (рис. 9-1) дает координаты  $y_0$ ,  $y_e$ ,  $z_0$  и  $z_e$ , которые определяют потоки  $\Phi_0$ ,  $\Phi_e$  и разности магнитных потенциалов  $U_0$ ,  $U_e$ .

Зная  $y_0$  и  $y_e$ , по кривой  $y = \varphi(x)$  (рис. 9-2) определяем значения  $x_0$ ,  $x_e$  и длину сердечника в пределах длины катушки

$$l_K = x_0 + x_e. \quad (9-22)$$

По величине  $l_K$  находим н. с. катушки, необходимую для обеспечения потоков  $\Phi_m$ ,  $\Phi_0$  и  $\Phi_e$ :

$$F_K = \oint_K l_K. \quad (9-23)$$

Из кривой  $y = \varphi(x)$  легко определить текущие значения потоков рассеяния вдоль длины сердечника. Это

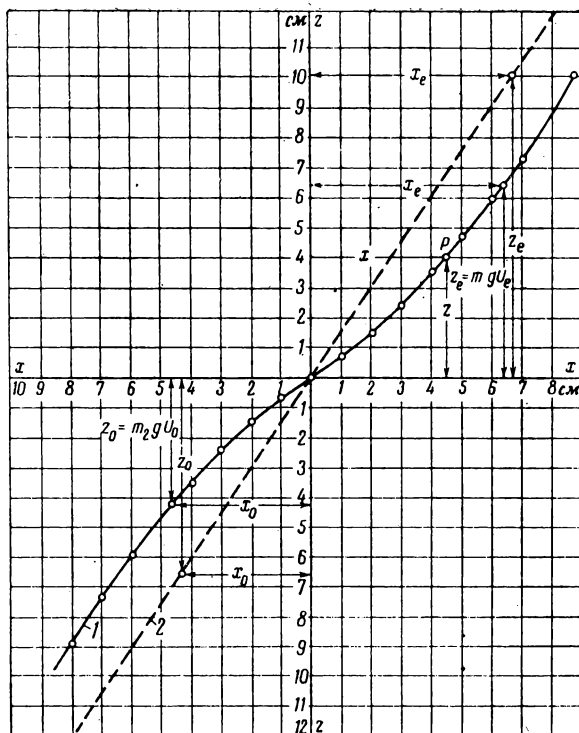


Рис. 9-3. Изменение разности магнитных потенциалов по длине магнитопровода с распределенной н. с. с учетом и без учета сопротивления стали.

1 — с учетом магнитного сопротивления стали ( $R_{\mu 0} \neq 0$ ); 2 — без учета магнитного сопротивления стали ( $R_{\mu 0} = 0$ ). Разность магнитных потенциалов между сердечниками  $U = \frac{z}{m_2 g}$ .

значение равно разности соответствующих ординат. Для левой части магнитной системы (рис. 9-2)  $y_{sx} = y_m - y_{0x}$ , для правой  $y_{sx} = y_m - y_{ex}$ . Потоки рассеяния на концах сердечников определяем из уравнений:

$$\Phi_{s_0} = \frac{1}{m_1} (y_m - y_0); \quad \Phi_{s_e} = \frac{1}{m_1} (y_m - y_e). \quad (9-24)$$

Пользуясь кривыми  $z = \varphi(y)$  и  $y = \varphi(x)$ , строим кривую  $z = \hat{f}(x)$  (рис. 9-3), которая показывает изменение



магнитного напряжения между сердечниками 1 и 2 с учетом магнитного сопротивления стали (сплошная кривая). На этом рисунке показана аналогичная кривая при тех же условиях, но без учета сопротивления стали (пунктирная). Как видим, влияние магнитного сопротивления стали на магнитное напряжение значительно и достигает максимумно 58 %.

В а р и а н т 2

Заданы

$$F_K, l_K, S_1 = S_2 = S, S_3, S_4.$$

Задаваясь  $\Phi_m$ , определяем  $\Phi_0, \Phi_e, \Phi_{s0}, \Phi_{se}, x_0, x_e$  и  $R_{\mu e}$ .

Зная  $F_K$ , строим изоклины и интегральную кривую. Пользуясь выражением (9-20), строим кривую  $z_0(y)$  (рис. 9-1). Пересечение этой кривой с интегральной кривой  $z = \varphi(y)$  дает значения координат  $y_0 = m\Phi_0$  и  $z_0$ . По значению  $y_0$  из рис. 9-2 определяем  $x_0$ , а используя уравнение  $l_K = x_0 + x_e$ , подсчитываем  $x_e$ .

По значению  $x_e$  находим величину потока  $\Phi_e = \frac{y_e}{m_1}$  (рис. 9-2), а по этой величине определяем  $z_e$  (рис. 9-1) и  $R_{\mu e}$  (9-19). Пользуясь (9-18), рассчитываем  $R_{\mu 0}$  и магнитное сопротивление воздушного зазора  $Z_e$ , так как магнитные сопротивления  $R_{\mu 4}$  известны (9-19').

В ряде случаев при расчете магнитной цепи удобнее исходить не из величин  $\Phi_m$ , а из  $\Phi_e$  или  $\Phi_0$ .

В а р и а н т 3 (рис. 8-9, а)

Заданы

$$F_K, l_K, S, S_3, S_4 \text{ и } \delta_0.$$

Задаваясь потоком  $\Phi_0$  в воздушном зазоре  $\delta_0$ , определяем

$$\Phi_m, \Phi_e, \Phi_{s0}, \Phi_{se}, x_0, x_e, R_{\mu 0} \text{ и } R_{\mu e}.$$

По выражению (9-9) и заданной величине  $f_K = F_K/l_K$  строим семейство изоклин, приняв  $Q = nQ_0$ , где  $n$  — положительное число (рис. 9-4). Для построения интегральной кривой  $z = \varphi(y)$  необходимо иметь координаты начальной точки А. Одна координата задана ( $y_0 = m_1\Phi_0$ ), другую можно определить из уравнений (9-14) и (9-18),

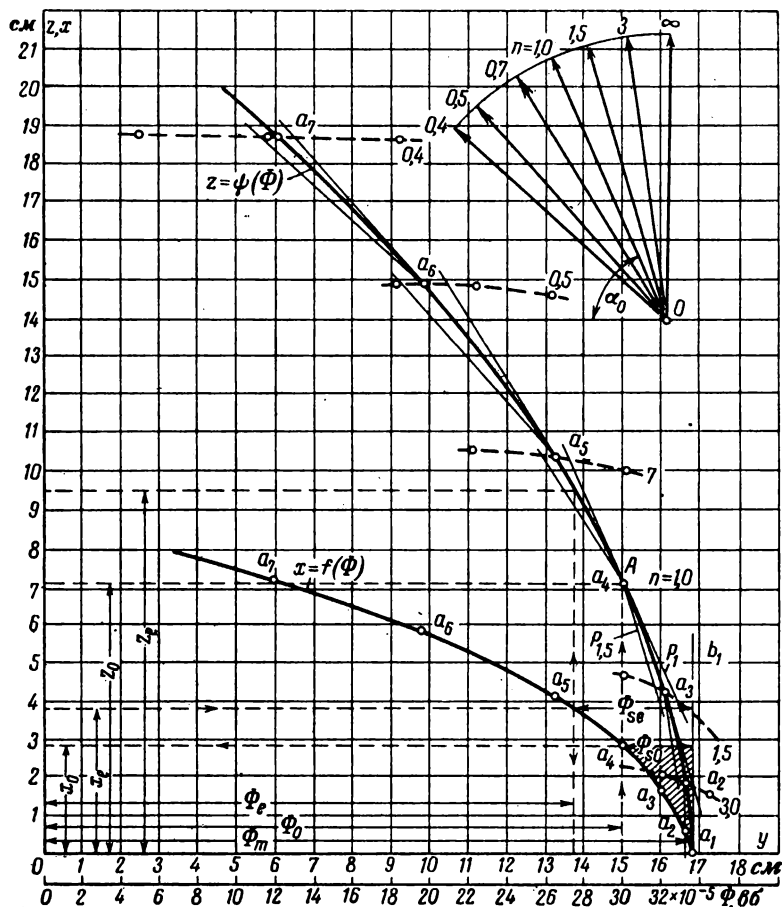


Рис. 9-4. Кривые для определения магнитных потоков  $\Phi_e$ ,  $\Phi_m$ ,  $\Phi_{s0}$ ,  $\Phi_{se}$ , координат максимума потока  $x_0$  и  $x_e$  и величин  $z_0$  и  $z_i$ , пропорциональных магнитному напряжению на концах магнитопровода, для случая с распределенной н. с. при заданном потоке  $\Phi_0$ .

так как  $R_0$  и  $R_{\mu 3}$  известны. Тогда для определения начального тангенса угла наклона касательной к интегральной кривой  $\operatorname{tg} \alpha_0 = Q_0$  полагаем в выражении (9-9)  $z = z_0$  и  $y = y_0$ .

Затем из точки  $A$  проводим луч  $P_1$  под углом  $\alpha_0$  до пересечения с изоклиной  $n = 1,5$ .

Под углом  $\alpha_1$  для  $n=1,5$  проводим луч  $P_{1,5}$  до пересечения с той же изоклиной. На середине отрезка изоклины между лучами  $P_1$  и  $P_{1,5}$  берем точку, которая и принадлежит интегральной кривой.

После ряда построений находим нижнюю часть интегральной кривой и определяем максимальный поток  $\Phi_m = y_m/m_1$ . Подобным же построением, если необходимо, можно получить и верхнюю часть интегральной кривой.

По кривой  $z = \varphi(y)$  строим кривую  $x = f(y)$ .

Так как эти кривые симметричны относительно оси  $y$ , все построения можно вести на одной их половине.

Зная  $y_0$ , находим  $x_0$  и  $x_e = l_k - x_0$ . Пользуясь величиной  $x_e$  и кривыми  $x = f(y)$  и  $z = \varphi(y)$ , будем иметь  $\Phi_0 = \frac{y_0}{m_1}$  и  $z_e$ . Из этих же кривых легко находятся значения  $\Phi_{s_0}$  и  $\Phi_{s_e}$ . По уравнению (9-19') вычисляем  $R_{\mu e}$ .

Теперь определим величину воздушного зазора  $\delta_e$ , соответствующую этому магнитному сопротивлению. Если не учитывать выпучивания магнитного поля вблизи воздушного зазора, то выражение (9-19')  $Z_{\mu e} = \frac{\delta_e}{ab\mu_0} + R_{\mu t}$ , откуда величина воздушного зазора

$$\delta_e = \mu_0 ab (R_{\mu e} - R_{\mu t}),$$

где  $a$  и  $b$  — размеры полюса (рис. 8-9, а).

Однако даже при сравнительно небольших зазорах поле выпучивания заметно сказывается на общей проводимости зазора, поэтому определим полную проводимость воздушного зазора  $\delta_e$  по расчетным размерам полюса (см. гл. 6):

$$G_e = \mu_0 \frac{a_p b_p}{\delta_e} = \frac{1}{R_e}, \quad (9-26)$$

Из выражения (9-26) величину  $\delta_e$  можно определить только графическим способом. Задаваясь рядом значений  $\delta_e$ , находим, пользуясь известным способом, значения  $a_p$  и  $b_p$ .

Строим по полученным данным кривую  $R_e = f(\delta_e)$  (рис. 9-5) и определяем из нее по известной величине  $R_e$  значение  $\delta_e$ .

#### Вариант 4

Заданы  $f_k$ ,  $S$ ,  $S_3$ ,  $S_4$  и  $R_{\mu 0}$ . Задаваясь  $\Phi_e$ , определяем:  $\Phi_m$ ,  $\Phi_0$ ,  $\Phi_{s0}$ ,  $\Phi_{se}$ ,  $R_{\mu e}$ ,  $l_k$ ,  $x_0$ ,  $x_e$  и  $F_k$ .

Построение кривых  $z = \varphi(y)$  и  $x = f(y)$  ведется аналогично предыдущему. Из кривой  $z = \varphi(y)$  определяем  $\Phi_m$  и  $\Phi_{se}$ . По выражению (9-18) строим кривую  $z = \varphi(y)$ , пересечение которой с кривой  $z = \varphi(y)$  дает  $\Phi_0$  и  $z_0$ . Последние величины определяют  $x_0$ , а также  $F_k$ ,  $\Phi_{s0}$  и  $l_k$ .

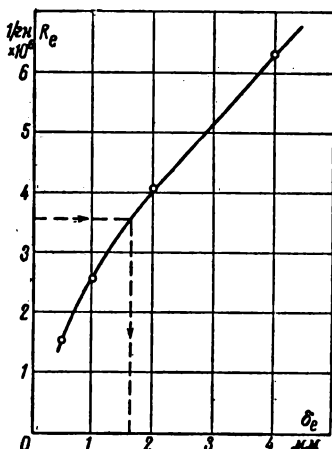


Рис. 9-5. Определение величины воздушного зазора по заданному магнитному сопротивлению.

На рис. 9-6 приведены принципиальные схемы расчета магнитных цепей на различные заданные параметры. При этом во всех случаях сечение отдельных частей магнитопровода принимается известным.

Из приведенной таблицы следует, что для решения нелинейного дифференциального уравнения (9-4) только в двух вариантах (4а и 7а) требуется наименьшее число заданных величин. Для всех вариантов, указанных на рис. 9-6, должны быть заданы сечения сердечников и расстояние между сердечниками 1 и 2 (рис. 8-9,а).

#### в) Расчет цепи с использованием экспериментальной кривой удельного магнитного сопротивления стали

Практический интерес представляет расчет магнитной цепи по кривой удельного магнитного сопротивления  $\rho_R = f(B)$  (рис. 3-2), полученной экспериментально. В этом случае для магнитной системы с распределенной н. с. получим, пользуясь выражениями (9-3) и (9-8), формулу для построения изоклин:

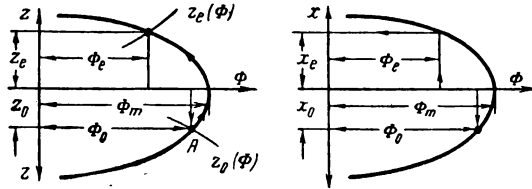
$$z = - \frac{m_2^2 g}{m_1 Q} \left[ f_k - \frac{y}{m_1} \left( \frac{1}{S_1} \rho_{R1} + \frac{1}{S_2} \rho_{R2} \right) \right], \quad (9-27)$$

Варианты №	Задано	Определяем	
1а $\delta_e \neq 0; \delta_0 = 0$	$f_K, \Phi_m, R_{\mu e}$	$\Phi_0, \Phi_e$ $l_K, R_{\mu 0}$	$l_K = x_0 + x_e$ $R_{\mu 0} = \frac{z_0}{g\Phi_0}$
	$f_K, \Phi_m$ $R_{\mu 0}, R_{\mu e}$	$\Phi_0, \Phi_e, l_K$	
2а $\delta_e \neq 0; \delta_0 = 0$	$f_K, \Phi_m, l_K$	$\Phi_0, \Phi_e$ $R_{\mu 0}, R_{\mu e}$	$x_e = l_K - x_0$ $R_{\mu e} = \frac{z_e}{g\Phi_e}$
	$f_K, \Phi_m$ $R_{\mu 0}, l_K$	$\Phi_0, \Phi_e, R_{\mu e}$	
3 $\delta_e \neq 0; \delta_0 \neq 0$	$f_K, \Phi_0, l_K$	$\Phi_m, \Phi_e$ $R_{\mu 0}, R_{\mu e}$	$R_{\mu 0} = \frac{z_0}{g\Phi_0}$ $R_{\mu e} = \frac{z_0}{g\Phi_e}$

Варианты №	Задано	Определяем		
4а $\delta_e \neq 0; \delta_0 = 0$	$f_K, \Phi_e$	$\Phi_m, \Phi_0, l_K$ $R_{\mu 0}, R_{\mu e}$	$R_{\mu e} = \frac{z_e}{g\Phi_e}$ $l_K = x_0 + x_e$	
	$f_K, \Phi_e, R_{\mu 0}$	$\Phi_m, \Phi_0$ $l_K, R_{\mu e}$		
5 $\delta_e \neq 0; \delta_0 \neq 0$	$f_K, \Phi_e, l_K$	$\Phi_m, \Phi_0$ $R_{\mu 0}, R_{\mu e}$	$R_{\mu e} = \frac{z_e}{g\Phi_e}$ $R_{\mu 0} = \frac{z_0}{g\Phi_0}$ $l_K = x_0 + x_e$	
	$f_K, \Phi_m$ $l_K, R_{\mu e}$	$\Phi_e, \Phi_0, R_{\mu 0}$		
6 $\delta_e \neq 0; \delta_0 \neq 0$	$f_K, \Phi_m$ $l_K, R_{\mu e}$	$\Phi_e, \Phi_0, R_{\mu 0}$	$R_{\mu 0} = \frac{z_0}{g\Phi_0}$ $x = l_K - x_e$	

Варианты №	Задаю	Определяем	
7а $\delta_e = 0; \delta_0 \neq 0$	$f_k, \Phi_0$	$\Phi_m, \Phi_e, l_k$ $R_{\mu 0}, R_{\mu e}$	$R_{\mu 0} = \frac{z_0}{g\Phi_0}$ $R_{\mu e} = \frac{z_e}{g\Phi_e}$
7б $\delta_e \neq 0; \delta_0 \neq 0$	$f_k, \Phi_0, R_{\mu e}$	$\Phi_m, \Phi_e$ $l_k, R_{\mu 0}$	$l_k = x_0 + x_e$

Рис. 9-6. Возможные варианты расчета магнитной цепи с распределенной н. с. методом автора.



где значения  $\rho_{R1}$  и  $\rho_{R2}$  берутся из графика удельных магнитных сопротивлений для выбранной марки стали. При одинаковых сечениях сердечников

$$z = -\frac{m_2^2 g}{m_1 Q} \left( f_k - \frac{2y}{m_1 S} \rho_R \right). \quad (9-28)$$

Определение  $Q$  и дальнейший ход расчета ничем не отличаются от рассмотренных выше. Значение  $f_k$  можно выразить через плотность тока  $i_q$ , высоту катушки  $h_k$  и коэффициент заполнения окна медью обмотки  $f_m$ . Тогда, учитывая равенство (рис. 8-9,а)

$$f_m = \frac{q\omega}{l_k h_k},$$

имеем

$$f_k = \frac{I\omega}{l_k} = \frac{If_m l_k h_k}{ql_k} = i_q h_k f_m = i_q f_m \cdot (c - \Delta_1 - \Delta_3). \quad (9-29)$$

## 9-2. РАСЧЕТ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ С СОСРЕДОТОЧЕННОЙ Н. С.

Для магнитных цепей, изображенных на рис. 1-4, когда катушка расположена на ярме, дифференциальное уравнение будет иметь вид

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{d^2 \Phi_x}{dx^2} = \Phi_x \left( \frac{1}{S_1} \rho_{R1} + \frac{1}{S_2} \rho_{R2} \right). \quad (9-30)$$

Так как на сердечниках 1 и 2 (рис. 1-4, а) обмотки отсутствуют, уравнение изоклин для одинаковых сечений сердечников представится в виде

$$z = \frac{2m_2^2 gy}{m_1^2 QS} \rho_R. \quad (9-31)$$

Величину  $Q$  определяют из начальных условий.

Рассмотрим расчет магнитной цепи на разные заданные условия.

В а р и а н т 1

Заданы  $F_K$ ,  $l_s$ ,  $l_3$ ,  $l_4$ ,  $S_1 = S_2 = S$ ,  $S_3$  и  $S_4$ . Задаваясь потоком в ярме  $\Phi_3 = \Phi_K$ , определяем  $\Phi_0$ ,  $\Phi_e$ ,  $\Phi'_s$ ,  $\Phi''_s$  и  $R_{\mu e}$  (рис. 8-1, а).

Если считать, что весь поток рассеяния ярма сцеплен со всеми витками катушки, то магнитное напряжение между сердечниками 1 и 2 при  $x=0$

$$U_0 = F_K - \Phi_s R_{\mu s}. \quad (9-32)$$

Здесь  $R_{\mu s}$  — магнитное сопротивление ярма. Поток в начале сердечника и поток рассеяния катушки определяются из уравнений:

$$\Phi_0 = \Phi_s - \Phi''_s = \frac{y_0}{m_1}; \quad \Phi''_s = \frac{U_0}{R''_{\mu s}}. \quad (9-33)$$

При этом координата

$$z_0 = -m_2 \left( \frac{d\Phi_x}{dx} \right)_0 = g m_2 U_0. \quad (9-34)$$

При заданных параметрах из выражений (9-32)—(9-34) легко определить  $z_0$ ,  $\Phi_0$  и  $\Phi''_s$ .

Из (9-31) находим начальный тангенс угла наклона касательной к интегральной кривой:

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = Q = \frac{2m_2^2 gy}{m_1^2 S z_0} \rho_R. \quad (9-35)$$

Полагая также, что  $Q = n Q_0$ , где  $n$  — положительное число, строим по уравнению (9-31) изоклины (рис. 9-7, а, пунктирные кривые).

На рис. 9-7, б произведено построение лучей при различных значениях  $n$ . Заметим, что расчет изоклин по



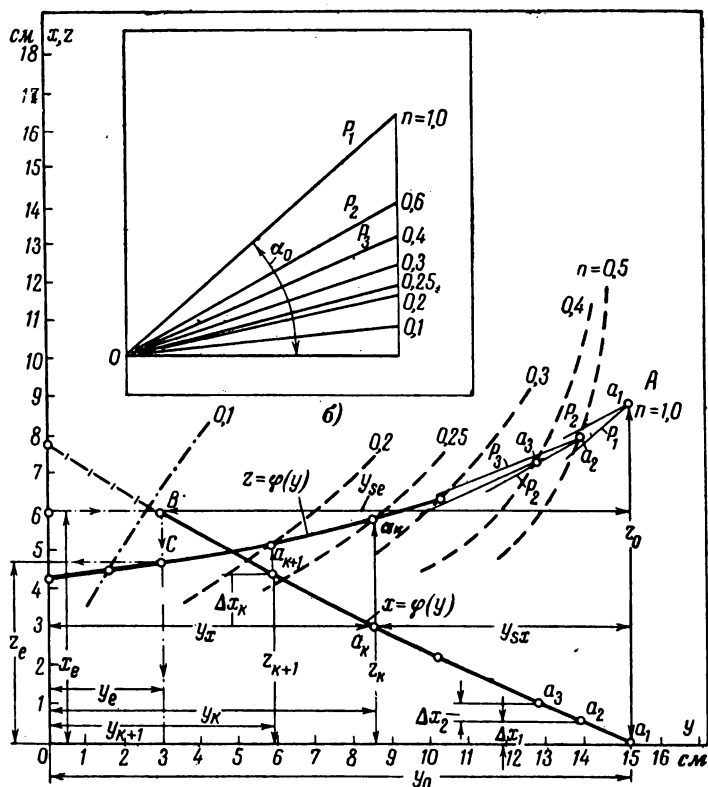


Рис. 9-7. Изоклины и интегральная кривая для определения  $\Phi_e$ ,  $\Phi_{se}$ ,  $x_e$  и  $z_e$  по заданному потоку в яме  $\Phi_0$  в случае сосредоточенной н. с.  
 $y = m_1 \Phi$ ;  $z = m_2 g U$ .

выражению (9-31) проще, чем для цепи с распределенной н. с.

Построение интегральной кривой начинаем с точки  $A$  (рис. 9-8,а), так как нам известны координаты  $z_0$  и  $y_0 = m_1 \Phi_0$ . Проводим из этой точки два луча:  $P_1$  и  $P_2$ , параллельные аналогичным лучам на рис. 9-7,б. На изоклине при  $n=0,5$  берем точку  $a_2$ , расположенную примерно посередине между лучами  $P_1$  и  $P_2$ . Из точки  $a_2$  аналогично предыдущим проводим лучи  $P_2$  и  $P_3$  соответственно значениям  $n=0,5$  и  $n=0,4$  до пересечения

с изоклиной 0,4 и берем точку  $a_4$  также посередине между этими лучами. После подобных построений находим ряд других точек, соединяя которые плавной кривой получаем интегральную кривую (сплошная кривая). По этой кривой определяем изменение потока вдоль длины сердечника (рис. 8-1,  $a$ ).

Определение элементов длины начинаем с точки  $a_1$ , т. е. находим  $\Delta x_1$  и  $\Delta x_2$  и т. д., используя выражение (9-10). Полученная кривая  $x = \varphi(y)$  показывает изменение магнитного потока вдоль длины сердечника. Поток в воздушном зазоре  $\Phi_e$  и магнитное напряжение  $U_e$  можно определить из графиков, приведенных на рис. 9-7,  $a$ , так как длина сердечника в пределах потока рассеяния  $l_s$  по условию задачи задана.

По известному значению  $x_e = m_s l_s$ , где  $m_s$  — единица масштаба длины магнитопровода, проводим горизонтальную линию до пересечения с кривой  $x = \varphi(y)$  (точка  $B$ ). Отрезок, отсекаемый вертикальной линией от оси абсцисс, дает значение потока в воздушном зазоре  $\Phi_e = y_e / m_1$ . Зная  $y_e$ , аналогично определяем по  $U_e' = z_e / m_2 g$  разность магнитных потенциалов между сердечниками 1 и 2 на их концах. По  $z_e$ ,  $y_e$  и (9-19') подсчитываем величину магнитного сопротивления воздушного зазора  $R_{\mu e}$ . Зная  $R_{\mu e}$ , по уже известному методу можно определить  $\delta_e$ . На рис. 9-9 показано также изменение потока рассеяния  $\Phi_{sx} = \frac{y'_{sx}}{m_1}$  вдоль длины сердечника  $x$ . В конце сердечника поток рассеяния определяется величиной координаты  $y'_{se} = m_1 \Phi_{se}$ .

Пользуясь кривыми  $z = \varphi(y)$  и  $x = \varphi(y)$ , несложно получить кривую разности магнитных потенциалов между сердечниками  $U_x = \frac{z}{m_2 g}$ . На рис. 9-8 показаны кривые  $z(x)$  с учетом (кривая  $a$ ) и без учета (прямая  $b$ ) магнитного сопротивления стали.

Как видно, влияние магнитного сопротивления стали сказывается значительно. Разность между ординатами  $z_{об}$  и  $z_{oc}$  определяет падение магнитного напряжения в ярме, а разность  $z_{oc} - z_{xc}$  — падение в сердечниках 1 и 2.

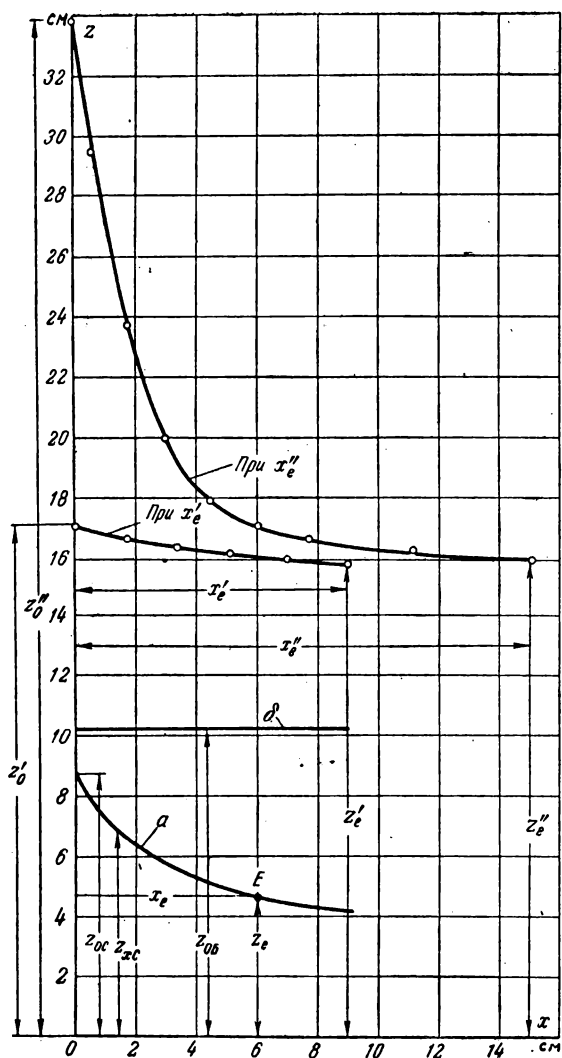


Рис. 9-8. Изменение разности магнитных потенциалов вдоль длины магнитопровода с сосредоточенной н. с.

Из этого же рисунка следует, что при учете магнитного сопротивления стали магнитное напряжение  $U_e = z_e/m_2g$ , приложенное к воздушному зазору, определяющее рабочий поток  $\Phi_e$ , стало меньше половины магнитного напряжения, полученного без учета магнитного сопротивления стали. Следовательно, магнитное сопротивление стали при определенных значениях индукции необходимо учитывать.

#### В а р и а н т 2

Заданы  $l_s, l_3, l_4, S, S_3, S_4$  и  $\delta_{\mu e}$ . Задаваясь потоком в воздушном зазоре  $\Phi_e$ , определяем  $\Phi_3, \Phi_0, \Phi'_s, \Phi''_s$  и  $F_K$ .

Из выражения (9-19) и формулы

$$Q_e = \frac{2m_2^2 g y_e}{m_1 z_e} p_R$$

находим значение  $Q_e$  и координаты начальной точки  $A$  интегральной кривой  $y_e$  и  $z_e$  (рис. 9-9). Задаваясь  $n$ , строим семейство изоклин и кривые  $z = \varphi(y)$  и  $x = \varphi(y)$ .

Заданная длина сердечника  $l_s = \frac{x_e}{m_s}$  определяет значения  $y_0$  и  $z_0$ , при которых следует ограничить построение кривых  $z = \varphi(y)$  и  $x = \varphi(y)$ . Например, если дана длина сердечника  $l'_s = x'_e/m_s$ , то при заданных координатах  $x'_e$  и  $y'_e$  (точка  $A'$ ) пересечение кривой  $x = \varphi(y)$  с осью абсцисс дает значение начального потока  $\Phi'_0 = \frac{y'_0}{m_1}$  (точка  $C'$ )

и значение начальной магнитного напряжения между сердечниками  $U_0 = z'_0/m_2g$  (отрезок  $C'B'$ ). Интегральная кривая  $z = \varphi(y)$  в этом случае строится в пределах отрезка  $AB'$ . Если же длина сердечника равна  $l'' = x''_e/m_s$ , то кривую  $z = \varphi(y)$  необходимо строить до точки  $B''$ . В последнем случае магнитная система в начале сердечников 1 и 2 имеет максимальное значение индукции порядка 20 кГс [см. кривую  $x = \varphi(y)$  при  $x''_e$ ]. Насыщение магнитной цепи дает резкое возрастание магнитного напряжения по длине сердечника [см. отрезок  $B'B''$  кривой  $z = \varphi(y)$ , а также кривую на рис. 9-8,б  $z = \varphi(x)$  при  $x''_e$ ], что вызывается сильным увеличением его магнитного сопротивления.



На рис. 9-10 также показаны зоны потоков рассеяния  $\Phi_{sx} = y_{sx}/m_1$  для двух значений длины сердечников:

$$l' = x'_e/m_3 \text{ и } l'' = x''_e/m_3.$$

Зная  $y_0$  и  $z_0$ , по выражению (9-34) находим  $\Phi''_s$ ,  $\Phi_s$  и  $F_K$ .

Таким образом, на основе интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка методом изоклин автором разработан сравнительно простой метод расчета магнитных цепей постоянного тока с переменной магнитной проницаемостью и постоянной удельной проводимостью рассеяния. Предлагаемый метод охватывает большое разнообразие конструктивных форм цепей (группы 1, 2 и 3) при условии:  $l/c \geq 1,0 \div 1,5$  для цепей с сосредоточенной н. с. и  $l/c \geq 2 \div 2,5$  для цепей с распределенной н. с. Приблизительно этот метод можно использовать и для расчета цепей, имеющих переменную удельную проводимость рассеяния. Последнюю в этом случае следует определять из построенной картины поля (берется среднее значение).

Если пренебречь потерями в стали, что вполне допустимо при значительных индукциях, то этот метод можно использовать и для расчета магнитных цепей переменного тока (считая по первой гармонике).

Данный метод позволяет вести расчет цепи при различных исходных данных и дает однозначное решение задачи. В вариантах 1, 4 и 7 (рис. 9-6) расчетным путем находится длина катушки  $l_K$ , а в других вариантах при известной длине  $l_K$  определяются величины воздушного зазора, необходимые для обеспечения заданной индукции и н. с.

### 9-3. ПРИМЕР РАСЧЕТА МАГНИТНОЙ ЦЕПИ ПЛОСКОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТА С ДВУМЯ ВОЗДУШНЫМИ ЗАЗОРАМИ

Магнитная цепь, работающая на постоянном токе, изображена на рис. 8-9, а.

Заданы:

$$F_K = 2000 \text{ а; } l_K = 6,8 \text{ мм; } 2a = b = 20 \text{ мм; } c = 15 \text{ мм;}$$

$$\delta_0 = 0,6 \text{ мм.}$$

Необходимо определить:  $\Phi_e$ ,  $\Phi_m$ ,  $\Phi_{z0}$ ,  $\Phi_{ze}$ ,  $x_0$ ,  $x_e$ ,  $U_0$ ,  $U_e$  и  $\delta_e$ .

Так как магнитная система симметрична, расчет ведем по одной половине. Задаемся магнитной индукцией в воротничке  $B_0 = 15 \text{ кгс} = 15 \cdot 10^{-5} \text{ вб/см}^2$ ;  $\Phi_0 = B_0 ab = 15 \cdot 10^{-5} \cdot 2 = 30 \cdot 10^{-5} \text{ вб}$ . Выбираем масштабы:  $m_1 = 0,5 \cdot 10^5 \text{ см/вб}$ ;  $m_2 = 3 \cdot 10^5 \text{ см/вб} \cdot \text{см}$ . Магнитное сопротивление воздушного зазора воротничка

$$R_0 = \frac{\delta_0}{\mu_0 S_0} = \frac{0,06}{1,256 \cdot 10^{-8} \cdot 2} = 239 \cdot 10^4 \text{ 1/гн.}$$

Для стали типа Армко (рис. 3-2) при  $B = 15 \text{ кгс}$  находим  $\rho_R = 6,67 \cdot 10^4 \text{ см/гн}$ . Магнитное сопротивление стали воротничка

$$R_{\mu 3} = \rho_{R3} \frac{l_3}{S_0} = \rho_{R3} \frac{\pi r + (c - \delta_0)}{S_0} = \\ = 6,67 \cdot 10^4 \frac{0,5 + (1,5 - 0,06)}{2} = 10 \cdot 10^4 \text{ 1/гн.}$$

Для построения изоклин одна координата точки  $A$  (рис. 9-4)  $y_0 = m_1 \Phi_0 = 15 \text{ см}$ , другая  $z_0$  определяется из равенства (9-18):

$$z_0 = - \frac{m_2}{m_1} g y_0 (R_0 + R_{\mu 3}) = \\ = \frac{3 \cdot 10^5}{0,5 \cdot 10^5} \cdot 3,18 \cdot 10^{-8} \cdot 15 (239 + 10) \cdot 10^4 = 7,1 \text{ см.}$$

Здесь  $g = 3,18 \cdot 10^{-8} \text{ гн/см}$  (находим аналитическим методом). Начальное значение тангенса угла наклона касательной к интегральной кривой  $Q_0$  определяем из уравнения

$$Q_0 = \text{tg } \alpha_0 = - \frac{m_2^2 g}{m_1 z_0} \left[ f_{\kappa} - \frac{2y_0}{m_1 S_1} \rho_{R1} \right] = \\ = - \frac{3^2 \cdot 10^{10} \cdot 3,18 \cdot 10^{-8}}{0,5 \cdot 10^5 \cdot 7,1} \left[ \frac{2000}{6,8} - \frac{2 \cdot 15 \cdot 6,67 \cdot 10^4}{0,5 \cdot 10^5 \cdot 2} \right] = -2,22,$$

откуда  $\alpha_0 = 65^\circ 50'$ . Задаваясь в уравнении  $Q = nQ_0$  значениями  $n = 1; 1,5; 3; 0,7; 0,5$  и  $0,4$  и пользуясь формулой (9-28), строим семейство изоклин (рис. 9-4, пунктирные кривые). Для каждого значения  $n$  определяем  $Q$  и  $\alpha$ . Расчет  $z$  при различных индукциях сведен в табл. 9-1.

По изоклинам строим интегральную кривую  $z = f(\Phi)$ . Согласно рис. 9-1, в и 9-4 первый элемент

$$\Delta x_1 = \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{2y'}{z_2} \sin \tau = \\ = \frac{3 \cdot 10^5}{0,5 \cdot 10^5} \cdot \frac{2 \cdot 0,1}{1,92} \sin 85^\circ 10' = 0,625 \text{ см.}$$

Подсчет последующих элементов для магнитопровода приводим по формуле (9-10). Результаты расчета сведены в табл. 9-2.

Таблица 9-1

## Необходимые данные для построения изоклин

$B, \text{ кэс}$	$y, \text{ см}$	$\rho_R, \text{ см/гн} \cdot 10^4$	$Qz$	Значения координаты $z, \text{ см}$					
				$n = 1$	1,5	3,0	0,7	0,5	0,4
				$Q=2,22$	3,33	6,66	1,56	1,11	0,888
				$\alpha = 65^\circ 50'$	$73^\circ 18'$	$81^\circ 25'$	$57^\circ 20'$	$48^\circ$	$41^\circ 31'$
2,25		4,45	16,7	—	—	—	—	—	18,8
5,6		2,6	16,64	—	—	—	—	—	18,75
9		2,22	16,58	—	—	—	—	14,92	18,7
11		2,27	16,54	—	—	—	10,6	14,9	—
13		3,05	16,35	—	—	—	10,47	14,7	—
15		6,67	15,7	7,1	4,73	2,36	10,1	—	—
16,0		12,5	14,5	—	4,37	2,18	—	—	—
17,2		29,0	11,1	—	3,34	1,67	—	—	—

Таблица 9-2

## К определению элементов длины магнитопровода

Обозначение точек	$y_k, \text{ см}$	$z_k, \text{ см}$	$y_{k+1}, \text{ см}$	$z_{k+1}, \text{ см}$	Элемент длины магнитопровода, $\text{см}$
$a_1, a_2$	16,7	0	16,6	1,92	+ 0,625 + 1,115
$a_2, a_3$	16,6	1,92	16,05	4,3	
					= 1,74
$a_3, a_4$	16,05	4,3	14,97	7,1	+ 1,153
					= 2,893
$a_4, a_5$	14,97	7,1	13,15	10,4	+ 1,272
					= 4,165
$a_5, a_6$	13,15	10,4	9,7	14,95	+ 1,625
					= 5,790
$a_6, a_7$	9,7	14,95	5,9	18,75	+ 1,348
Общая длина магнитопровода = 7,138 см в пределах точек $a_1 - a_7$					



Пользуясь кривой  $x=f(\Phi)$ , по заданному потоку  $\Phi_0 = 30 \cdot 10^{-5}$  вб определяем координату максимального потока  $x_0 = 2,9$  см и  $x_e = l_k - x_0 = 6,8 - 2,9 = 3,9$  см. По значению  $x_e$  находим из графика  $x=f(\Phi)$  величину потока  $\Phi_e = 27,4 \cdot 10^{-5}$  вб. Максимальный поток в сердечнике определяется длиной отрезка на оси  $y$ , отсекаемого интегральной кривой  $z=\varphi(y)$ ,  $\Phi_m = 33,6 \cdot 10^{-5}$  вб. Поток рассеяния в любой точке длины магнитопровода определяется отрезком между вертикальной прямой  $a_1b_1$  и кривой  $x=f(\Phi)$ . Этот отрезок параллелен оси  $y$ . Максимальные потоки рассеяния на концах магнитопровода  $\Phi_{s0} = \Phi_m - \Phi_0 = (33,6 - 30) \cdot 10^{-5} = 3,6 \cdot 10^{-5}$  вб;  $\Phi_{se} = \Phi_m - \Phi_e = (33,6 - 27,4) \cdot 10^{-5} = 6,2 \cdot 10^{-5}$  вб.

По значениям  $\Phi_0$  и  $\Phi_e$  определяем  $z_0$ ,  $z_e$  и разности магнитных потенциалов на концах магнитопровода:

$$U_0 = -\frac{z_0}{m_{2g}} = \frac{6,95}{3 \cdot 10^5 \cdot 3,18 \cdot 10^{-8}} = -728 \text{ а};$$

$$U_e = \frac{z_e}{m_{2g}} = \frac{9,55}{3 \cdot 10^5 \cdot 3,18 \cdot 10^{-8}} = 1000 \text{ а}.$$

При определении магнитного сопротивления ярма 4 (рис. 8-9, а) полагаем, что поток  $\Phi_e$  выходит из торца и, не рассеиваясь, проходит по сечению ярма. Тогда индукция в ярме  $B_4 = \frac{\Phi_e}{S_4} = \frac{27,4 \cdot 10^{-5}}{2} = 13,7 \cdot 10^{-5}$  вб/см<sup>2</sup>;  $\rho_{R4} = 4 \cdot 10^4$  см/зн и  $R_{\mu 4} = \rho_{R4} \frac{l_4}{S_4} = 4 \cdot 10^4 \cdot \frac{3,1}{2} = 6,2 \cdot 10^4$  1/зн. При этом частью длины сердечника, равной  $\delta_e$  пренебрегаем, так как она мала по сравнению с длиной  $l_4$ . Магнитное сопротивление зазора  $\delta_e$  будет

$$R_e = \frac{U_e}{\Phi_e} - R_{\mu 4} = \frac{1000}{27,4 \cdot 10^{-5}} - 6,2 \cdot 10^4 = 359 \cdot 10^4 \text{ 1/зн}.$$

Задаваясь значением  $\delta_e$ , по уравнению

$$R_e = \frac{\delta_e}{\mu_0 a_p b_p}$$

строим кривую  $R_e = f(\delta_e)$  (рис. 9-5). Например, для воздушного зазора  $\delta_e = 0,2$  см магнитное сопротивление

$$R_e = \frac{0,2 \cdot 10^8}{1,256 \cdot 1,69 \cdot 2,38} = 412 \cdot 10^4 \text{ 1/зн (см. гл. 6)}.$$

Пользуясь кривой  $R_e = f(\delta_e)$ , найдем для расчетного значения  $R_e = 359 \cdot 10^4$  величину зазора  $\delta_e = 1,65$  мм (см. рис. 9-5).

Если не учитывать выпучивания, то величина зазора  $\delta_e = \mu_0 a b R_e = 1,256 \cdot 10^{-8} \cdot 1,2 \cdot 359 \cdot 10^4 = 0,9$  мм.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА МЕТОДОВ РАСЧЕТА МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ

Вопрос о выборе наиболее точного и менее громоздкого метода расчета магнитной цепи в практике проектирования современных аппаратов приобретает все большее значение. Существующие (как приближенные, так и более точные) методы расчета, как известно, критическому анализу и экспериментальной проверке не подвергались.

Основной целью данной главы являются определение погрешности расчета цепи различными методами и получение необходимых рекомендаций по их практическому использованию<sup>1</sup>.

Ниже рассмотрены следующие методы:

1) метод участков; 2) графоаналитический метод, предложенный Б. С. Сотсковым; 3) метод двойного графического интегрирования, предложенный Н. А. Лившицем; 4) графоаналитический метод, предложенный автором.

### 10-1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТОКОВ

Для проведения исследований разработана специальная модель с магнитопроводом цилиндрической формы (рис. 10-1); подобные магнитные цепи используются в подъемных и тяговых электромагнитах, электромагнитных муфтах, реле и т. п. Выточенный из сплошной болванки из углеродистой стали магнитопровод не имел стыков между сердечниками и ярмом, точный учет которых затруднен. Соотношение между длиной сердечников  $l$  и расстоянием между ними  $s$  выбрано таким, чтобы можно было получить с достаточной для практики точностью более однородное поле рассеяния и считать удельную проводимость рассеяния постоянной по всей длине сердечника.

При заданной постоянной н. с. катушки, равной 2 800 а, снимались кривые распределения магнитного потока вдоль длины сердечника  $\Phi=f(x)$ . Для этого на сердечнике  $l$  магнитопровода были размещены 14 из-

---

<sup>1</sup> Автор считает своим приятным долгом отметить З. Т. Тихомирову, которая принимала активное участие в проведении эксперимента и расчетов [Л. 118].



1, 2—сердечники; 3—ярмо; 4—якорь.

$a_0 = 8,2$ ;  $a_e = a_s = 5,0$ ;  $\dot{a}_1 = 89,9$ ;  $c = 20,1$ ;  $a_1' = 27,1$ ;  $a_2 = 29,6$ ;  $a_3 = 27,1$ ;  $d_3 = 27,1$ ;  $d_4 = 69,8$ ;  $d_5 = 27,1$ ;  $S_1 = 76,0$ ;  $S_2 = 687$  мм<sup>2</sup>;  $S_3 = 705$  мм<sup>2</sup>;  $S_{cp} = 696$  мм<sup>2</sup>;  $\delta = 4,4$ ;  $\Delta_e = 1,92$ ;  $\Delta_1 = 2,7$ ;  $\Delta_2 = 5,3$ ;  $z_1' = 3,38$ ;  $z_2'' = 1,5$ ;  $I_K = 73,7$ ;  $I = 79,0$ . (Все линейные размеры даны в миллиметрах).

мерительных катушек по 5 витков (рис. 10-1). Все исследования проводились на постоянном токе. Питание модели осуществлялось от аккумуляторной батареи. Коммутация цепей производилась при помощи специального устройства с ртутными контактами, а измерения магнитных потоков и магнитного напряжения были проведены с помощью баллистической установки.

За окончательную измеряемую величину принималось среднее значение, полученное по четырем — шести

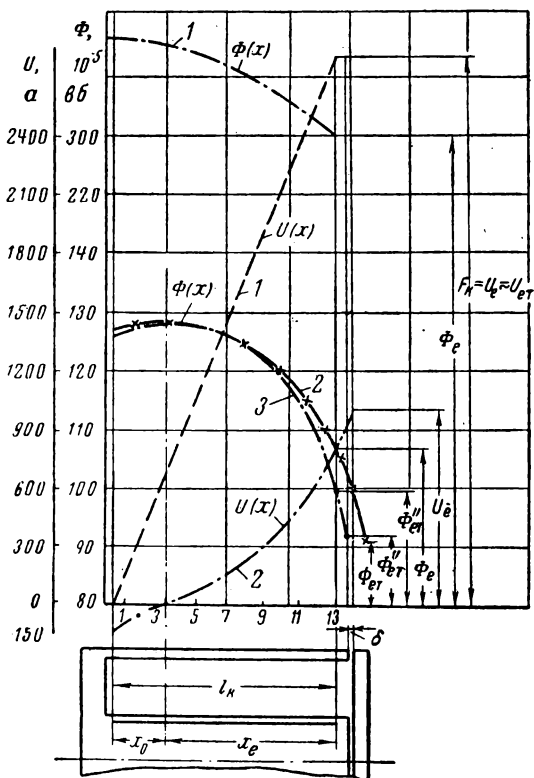


Рис. 10-2. Изменения потока и магнитного напряжения между сердечниками 1 и 2 по их длине без стали и со сталью при  $\Phi_m = 128 \times 10^{-5}$  вб и  $\delta = 0,57$  мм.

1—расчет без стали; 2—расчет со сталью; 3—опыт.

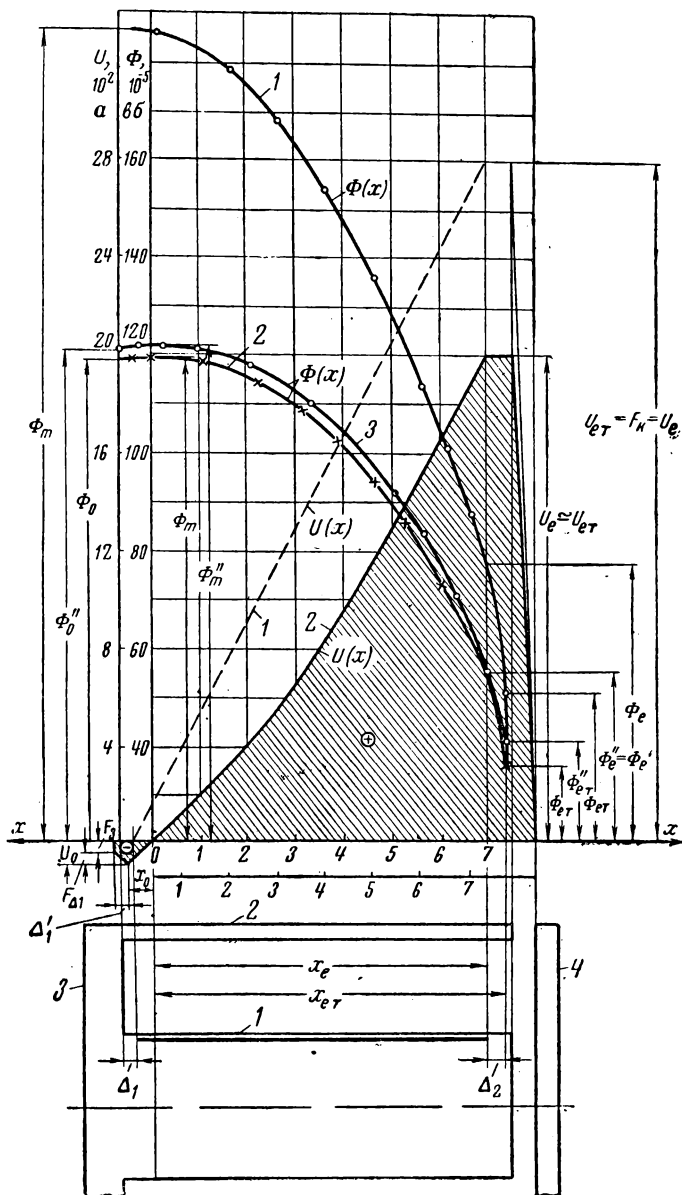


Рис. 10-3. То же, что на рис. 10-2, но при  $\Phi_e = 55 \cdot 10^{-8}$  вб  
и  $\delta = 0,44$  см.

показаниям гальванометра. Суммарная максимальная погрешность измерения не превышала 3%.

На рис. 10-2 и 10-3 показаны опытные кривые изменения потока по длине сердечника при сравнительно большом и сравнительно малом зазорах  $\delta=0,57$  и 4,4 мм. Поток с внешней боковой поверхности сердечника 2 и якоря 4 (рис. 10-1) определялись с помощью

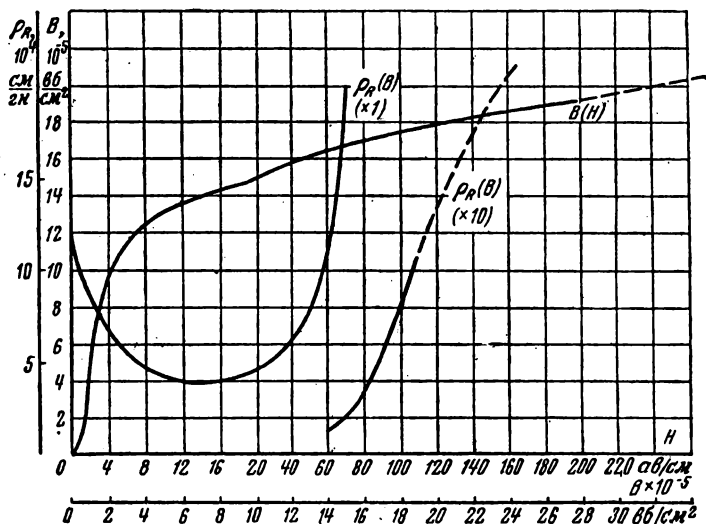


Рис. 10-4. Кривая намагничивания и кривая активного удельного магнитного сопротивления для углеродистой стали.

измерительных витков 15 и 16, а потоки с внешней торцевой поверхности ярма 3 и якоря 4 — с помощью витков 17 и 18. Измерялось также магнитное напряжение между точками А и В сердечника 2 и якоря 4.

В результате измерений при  $\delta = 4,4$  мм получили:

$$\Phi_{15} = 16,9 \cdot 10^{-5} \text{ вб}; \quad \Phi_{16} = 13,7 \cdot 10^{-5} \text{ вб}; \quad \Phi_{17} = 7,4 \cdot 10^{-5} \text{ вб};$$

$$\Phi_{18} = 12,1 \cdot 10^{-5} \text{ вб}; \quad F_{AB} = 595,5 \text{ а.}$$

Суммарный поток с внешней боковой поверхности сердечника 2 и торцевой поверхности ярма 3

$$\Phi_{\text{лев}} = \Phi_{15} + \Phi_{17} = (16,9 + 7,4) \cdot 10^{-5} = 24,3 \cdot 10^{-5} \text{ вб.}$$

Поток с боковой и торцевой поверхностей якоря 4

$$\Phi_{\text{прав}} = \Phi_{16} + \Phi_{18} = (13,7 + 12,1) \cdot 10^{-5} = 25,8 \cdot 10^{-5} \text{ вб.}$$

Среднее значение потока с боковой и торцевой поверхностей

$$\Phi_{\text{ср}} = \frac{1}{2} (\Phi_{\text{лев}} + \Phi_{\text{прав}}) = \frac{1}{2} (24,3 + 25,8) \cdot 10^{-5} = 25,05 \cdot 10^{-5} \text{ вб.}$$

На баллистической установке была снята также кривая намагничивания образца материала, из которого выполнена магнитная цепь модели (рис. 10-4). Там же по уравнению  $\rho_R = \frac{1}{\mu} = H/B$  была построена кривая удельного магнитного сопротивления в функции магнитной индукции.

Для анализа того или другого метода расчета цепи необходимо иметь значения магнитных проводимостей воздушных зазоров и полей рассеяния опытной модели, изображенной на рис. 10-1.

## 10-2. РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ПРОВОДИМОСТЕЙ ВОЗДУШНЫХ ЗАЗОРОВ ОПЫТНОЙ МОДЕЛИ БЕЗ УЧЕТА И С УЧЕТОМ ПОЛЯ ВЫПУЧИВАНИЯ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВОЗДУШНЫХ ЗАЗОРАХ

### а) Расчет при зазоре $\delta = 4,4 \text{ мм}$

Магнитные проводимости воздушных зазоров между торцовыми поверхностями сердечников 1 и 2 и якорем 4:

$$G_{\tau 1} = \mu_0 \frac{S_1}{\delta} = \mu_0 \frac{\pi d_1^2}{4\delta} = 1,25 \cdot 10^{-8} \frac{3,14 \cdot 2,96^2}{4 \cdot 0,44} = 19,7 \cdot 10^{-8} \text{ зн}; \quad (10-1)$$

$$\begin{aligned} G_{\tau 2} &= \mu_0 \frac{S_2}{\delta} = \mu_0 \frac{\pi (d_3^2 - d_2^2)}{4\delta} = \\ &= 1,25 \cdot 10^{-8} \frac{3,14 (7,6^2 - 6,98^2)}{4 \cdot 0,44} = 20,3 \cdot 10^{-8} \text{ зн.} \end{aligned} \quad (10-2)$$

Магнитная проводимость воздушного зазора сердечника 1 с учетом поля выпучивания

$$G_{e1} = G_{\tau 1} + \mu_0 \pi d_1 g_{z1} = G_{\tau 1} \left( 1 + \frac{4\delta}{d_1} g_{z1} \right). \quad (10-3)$$

Здесь

$$g_{z1} = k g_{z\tau}, \quad (10-4)$$

где

$$g_{z\tau} = g_z + g_{p.\tau}, \quad (10-5)$$

$k$  — поправочный коэффициент к формуле удельной проводимости Крэмпса и Кольдервуда и Ротерса, полученный нами из опыта для цилиндрических полюсов (рис. 10-5);

$g_z$  — удельная проводимость между боковой гранью полюса 1 и плоскостью якоря 4, определяемая из кривой 3 (рис. 10-5) по известной координате  $z$  и величине воздушного зазора  $\delta$ ;

$g_{p.r}$  — удельная проводимость между „ребрами“ торцовых поверхностей сердечника 1 и якоря 4; для расположения полюс — плоскость  $g_{p.r} = 0,1$ , если  $g_z$  определяется по методу Крэмпа и Кольдервуда (см. гл. 6).

Проводимость воздушного зазора сердечника 2 (см. рис. 10-1) с учетом поля выпучивания находится как сумма трех проводимостей: проводимости между торцовыми поверхностями полюса 2 и якоря 4  $G_{\tau 2}$  и проводимостей с внутренней боковой поверхности  $G'_{\delta 2}$  и внешней  $G''_{\delta 2}$ :

$$\begin{aligned} G_{e2} &= G_{\tau 2} + G'_{\delta 2} + G''_{\delta 2} = G_{\tau 2} + \mu_0 d_2 g'_{z2} + \mu_0 d_3 g''_{z2} = \\ &= G_{\tau 2} \left[ 1 + \frac{4\delta}{(d_3^2 - d_2^2)} (d_2 g'_{z2} + d_3 g''_{z2}) \right], \end{aligned} \quad (10-6)$$

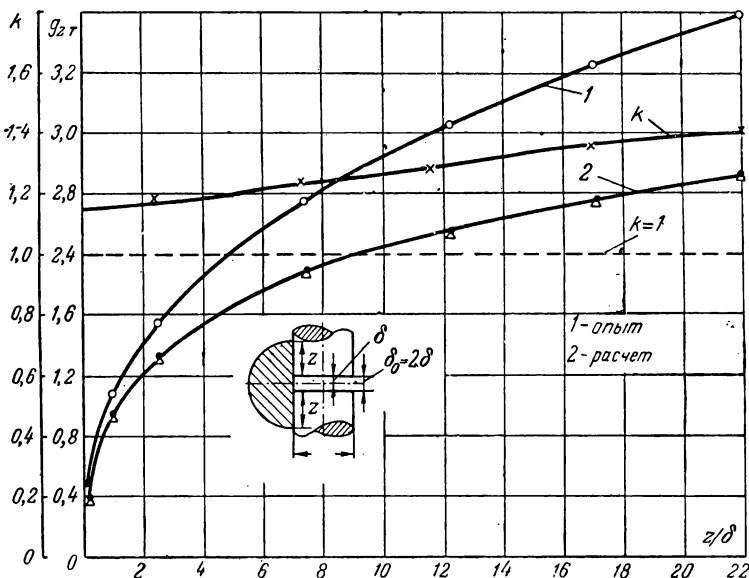


Рис. 10-5. Изменения удельной проводимости между боковой поверхностью полюса и плоскостью и поправочного коэффициента к формуле Крэмпа и Кольдервуда и Ротерса в зависимости от отношения  $z/\delta$  для круглых полюсов.

1 — опыт; 2 — расчет.

$$k = \frac{g_{zt \text{ опыт}}}{g_{zt \text{ расчет}}}; \quad g_{zt} = g_{p.r} + g_z.$$

о — Крэмпа и Кольдервуда;  $\Delta$  — Ротерса.



где  $g'_{z2}$  и  $g''_{z2}$  — удельные проводимости для боковых потоков, идущих с внутренней и внешней частей сердечника 2 на якорь 4.

Для подсчета проводимостей  $G_{e1}$  и  $G_{e2}$  предварительно необходимо найти предельные координаты поля выпучивания сердечников 1 и 2, потоки которых замыкаются на якорь 4. Для внутренних поверхностей сердечников 1 и 2 такая координата приближенно равна  $x = \frac{c}{2}$ , где  $c$  — расстояние между сердечниками 1 и 2. Тогда по величине

$$\frac{x}{\delta} = \frac{c}{2\delta} = \frac{d_2 - d_1}{4\delta} = \frac{69,8 - 29,6}{4 \cdot 4,4} = 2,2$$

из кривой Фрая, изображенной на рис. 6-4, находим  $g_x = 0,83$ .

Из кривой, представленной на рис. 6-3, устанавливаем границу между потоками выпучивания и рассеяния. По отношению  $\frac{x}{\delta} = 2,28$

имеем  $\frac{z'_a}{\delta} = 0,77$ , откуда  $z'_a = 0,77 \cdot 4,4 = 3,38$  мм (см. рис. 10-1).

Следовательно, поток ответвляется с части длины сердечника 1,

$$\Delta_s = \Delta_2 - z'_a = 5,3 - 3,38 = 1,92 \text{ мм}$$

не на якорь 4, а на сердечник 2.

Боковая проводимость между сердечником 1 и якорем 4

$$G_{\delta 1} = \mu_0 \pi d_1 g_{x1} = 1,25 \cdot 3,14 \cdot 2,96 \cdot 1,25 = 14,6 \cdot 10^{-8} \text{ гн.} \quad (10-7)$$

Здесь

$$g_{x1} = g_x + g_{p.t} = 0,83 + 0,42 = 1,25, \quad (10-8)$$

где  $g_{p.t}$  — удельная проводимость между „ребром“ торцевой поверхности полюса 1 и плоскостью якоря 4 по Фраю равна 0,42 для случая *полюс-плоскость* (см. гл. 6).

Полная проводимость воздушного зазора для сердечника 1 с учетом потока боковой поверхности

$$G_1 = G_{\tau 1} + G_{\delta 1} = (19,7 + 14,6) \cdot 10^{-8} = 34,3 \cdot 10^{-8} \text{ гн.} \quad (10-9)$$

Боковая проводимость между внутренней поверхностью сердечника 2 и плоскостью якоря 4 выражается уравнением

$$G'_{\delta 2} = \mu_0 \pi d_2 g_{x2} = 1,256 \cdot 10^{-8} \cdot 3,14 \cdot 6,98 \cdot 1,25 = 34,6 \cdot 10^{-8} \text{ гн;} \quad (10-10)$$

$$g_{x2} = g_{x1} = 1,25.$$

Для увеличения точности расчета должны быть учтены также проводимости между внешними боковыми поверхностями сердечника 2 и якоря 4 и между торцевыми поверхностями ярма 3 и якоря 4. Они могут быть определены графическим методом путем построения картины поля, экспериментально — с помощью измерения потоков и разности магнитных потенциалов или, наконец, приближенно аналитически без учета торцевых потоков с ярма и якоря.

Графический метод не позволяет учитывать магнитное сопротивление стали, так как построение трубок потока проводится

в предположении, что ее магнитная проницаемость равна бесконечности. Чтобы иметь возможность сравнить каждый из методов расчета магнитной цепи с опытными данными, проводимость между внешними поверхностями сердечника 2 и торцовыми поверхностями ярма 3 и ярма 4 определялась из опыта по измеренному магнитному напряжению и магнитному потоку.

$$G_{\tau 3} = \frac{\Phi_{ср}}{F_{AB ср}} = \frac{25,05 \cdot 10^5}{595,5} = 42,1 \cdot 10^{-8} \text{ гн.} \quad (10-11)$$

Здесь  $\Phi_{ср}$  — среднее значение потока с боковой и торцовой поверхностей сердечников 2, 3 и 4, полученное экспериментально;

$F_{AB ср}$  — средняя разность магнитных потенциалов между сердечником 2 и ярмом 4, замеренная с помощью магнитного потенциалометра.

Так как измерительные витки 15 и 16 (см. рис. 10-1), с помощью которых замеряется поток  $\Phi_{ср}$ , расположены по краям сердечника 2 и ярма 4 и не измеряли потока с торцовых «ребер» и части боковых поверхностей вблизи воздушного зазора, то проводимость для этого потока рассчитаем аналитически. Расстояние от края сердечника 2 и ярма 4 до голого измерительного витка можно оценить примерно в 0,1 мм. Тогда по

$$\frac{2z}{\delta} = \frac{2 \cdot 0,1}{4,4} \approx 0,05$$

из рис. 6-5 для случая *полюс — полюс* находим удельную боковую проводимость  $g_z = 0,07$ , и полная удельная проводимость

$$g_{z2} = g_z + g_{p.т} = 0,06 + 0,1 = 0,17.$$

Значение  $g_{p.т}$  взято по [данным гл. 6 и относится к случаю, когда боковая проводимость подсчитывается по методу Крэмп и Кольдервуда. Для случая *полюс — полюс* с учетом поправочного коэффициента (см. рис. 10-5)

$$g''_{z2} = 0,5kg_{z2} = 0,5 \cdot 1,14 \cdot 0,17 = 0,097.$$

Полная проводимость между торцовыми «ребрами» сердечников 2 и 4 и их боковыми поверхностями на длине  $z = 0,1$  мм будет

$$G''_{32} = \mu_0 \pi d_3 g''_{z2} = 1,256 \cdot 10^{-8} \cdot 3,14 \cdot 7,6 \cdot 0,097 = 2,91 \cdot 10^{-8} \text{ гн.} \quad (10-12)$$

Тогда суммарная проводимость воздушного зазора сердечника 2

$$G_{32} = G_{\tau 2} + G'_{32} + G''_{\tau 3} + G_{32} = (20,3 + 34,6 + 42,1 + 2,91) \cdot 10^{-8} \approx 100 \cdot 10^{-8} \text{ гн.} \quad (10-13)$$

Эквивалентная проводимость двух последовательно соединенных воздушных зазоров

$$G_{12} = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2} = \frac{34,3 \cdot 100}{34,3 + 100} \cdot 10^{-8} = 25,6 \cdot 10^{-8} \text{ гн.} \quad (10-14)$$

Определим теперь магнитную проводимость вблизи воздушного зазора (рис. 10-1), соответствующую расположению измерительной катушки 14 ( $z''_a = 1,5$  мм).

По параметру  $\frac{z''_a}{\delta} = \frac{1,5}{4,4} = 0,341$  из кривой 3 (рис. 6-5) получаем для сердечника 1 удельную проводимость выпучивания  $g_z = 0,487$ .

Введя поправочный коэффициент из кривой на рис. 6-5, имеем:

$$g_{z1} = (g_z + g_{p.r.}) \cdot k = (0,487 + 0,1) \cdot 1,14 = 0,67. \quad (10-15)$$

Следовательно проводимость воздушного зазора для сердечника 1 на длине координаты  $z_a = 1,5$  мм согласно (10-3) будет

$$G_{e1} = 19,7 \cdot 10^{-8} \left( 1 + \frac{44 \cdot 0,67}{29,6} \right) = 27,4 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

Удельную проводимость поля выпучивания с внутренней поверхности сердечника 2 принимаем равной проводимости поля выпучивания сердечника 1, т. е.  $g'_{z2} = g'_{z1} = 0,67$ . Удельную проводимость  $g_z$  для внешней поверхности сердечника 2 определяем также из кривой 3 на рис. 6-5 по  $\frac{2z''}{\delta} = \frac{2,15}{4,4} = 0,682$ ;  $g_z = 0,71$ .

Тогда для случая *полюс — полюс* имеем

$$g''_{z2} = \frac{1}{2} (g_z + g_{p.r.}) k = \frac{1}{2} (0,71 + 0,1) \cdot 1,15 = 0,466.$$

Находим проводимость воздушного зазора сердечника 2 по (10-6)

$$G_{e2} = 20,3 \cdot 10^{-8} \left[ 1 + \frac{4 \cdot 0,44}{7,6^2 - 6,98^2} (6,98 \cdot 0,67 + 7,6 \cdot 0,466) \right] = 52,8 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

Резльтирующая проводимость и магнитное сопротивление двух воздушных зазоров с учетом поля выпучивания на длине координаты  $z''_a = 1,5$  мм

$$G_{e\tau} = \frac{G_{e1} G_{e2}}{G_{e1} + G_{e2}} = \frac{27,4 \cdot 52,8}{27,4 + 52,8} \cdot 10^{-8} = 18 \cdot 10^{-8} \text{ гн.} \quad (10-16)$$

$$R_{e\tau} = \frac{1}{G_{e\tau}} = 555 \cdot 10^4 \text{ 1/гн.}$$

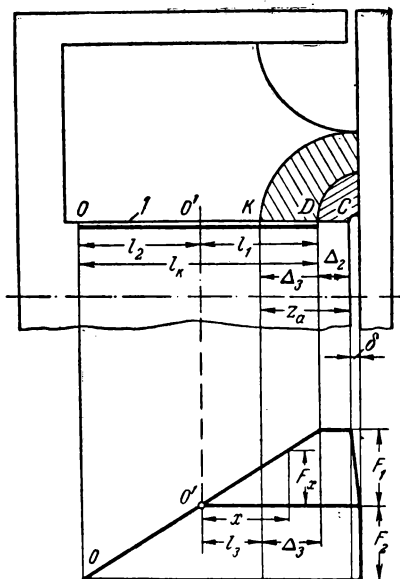
## б) Расчет при зазоре $\delta = 0,57$ мм

Проведя расчет аналогично предыдущему, получим следующие данные:

$$G_{\tau 1} = 151,3 \cdot 10^{-8} \text{ гн; } G_{\tau 2} = 155,5 \cdot 10^{-8} \text{ гн;}$$

$$G_{e\tau} = 97,7 \cdot 10^{-8} \text{ гн; } R_{e\tau} = 102,4 \cdot 10^4 \text{ 1/гн;}$$

$$G_e = 107 \cdot 10^{-8} \text{ гн и } R_e = 93,5 \cdot 10^4 \text{ 1/гн.}$$



При этом учитывалось, что поток выпучивания, выходящий из боковой поверхности сердечника 1, находится под переменным магнитным напряжением.

Действительно, если пренебречь магнитным сопротивлением стали, то поток на длине участка сердечника  $CD$  (рис. 10-6), не имеющего катушки, находится под постоянным магнитным напряжением  $F_1$ , а на длине  $KD$ , где расположена катушка,—под переменной  $F_x$ .

Рис. 10-6. К определению проводимости выпучивания при переменном магнитном напряжении.

Удельную боковую проводимость сердечника на длине  $CK$ , состоящую из двух участков (одного с распределенными витками н. с. и другого без них) определяем по формуле

$$[g_{za} = g_{zKC} - k_0 (g_{zKC} - g_{zDC}), \quad (10-17)$$

где

$$k_0 = \frac{\Delta_3}{2l_K} \left( 1 + \frac{G_{T1}}{G_{T2}} \right); \quad (10-18)$$

$g_{zKC}$  и  $g_{zDC}$  — удельные магнитные проводимости участков сердечника  $KC$  и  $DC$ ; их значения находим по соотношениям

$$\frac{z}{\delta} = \frac{\Delta_3 + \Delta_2}{\delta} = \frac{z_a}{\delta} \text{ и } \frac{z}{\delta} = \frac{\Delta_2}{\delta}.$$

### в) Расчет магнитной проводимости рассеяния

Удельная проводимость рассеяния между внутренними цилиндрическими поверхностями [Л. 12]

$$g' = \frac{2\pi\mu_0}{\ln \frac{d_2}{d_1}} = \frac{6,28 \cdot 1,256 \cdot 10^{-8}}{\ln \frac{6,98}{2,96}} = 9,21 \cdot 10^{-8} \text{ гн/см.} \quad (10-19)$$

Магнитный поток внешней боковой цилиндрической поверхности сердечника 2 также влияет на магнитное сопротивление сердечников 1 и 2. Вдоль длины сердечника он изменяется по весьма сложному закону и не является равномерно распределенным. Если по суммарному потоку и средней разности магнитных потенциалов найти полную проводимость и вычесть из нее проводимость выпучивания на длине  $z'_a$  (с учетом проводимости, связанной с размещением измерительной катушки 15), то получится средняя проводимость рассеяния с внешней боковой поверхности сердечника 2 (рис. 10-1). Беря отношение ее к длине  $(a_1 - z'_a)$ , найдем удельную проводимость

$$g''_s = \frac{G''_s}{a_1 - z'_a}, \quad (10-20)$$

где

$$G''_s = \frac{\Phi_{15}}{F_{AB}} - (G_z - G''_{\delta}); \quad (10-21)$$

$G_z$  — магнитная проводимость выпучивания на высоте  $z'_a = 3,38$  мм. Определим значение этой проводимости при  $\delta = 4,4$  мм. По  $\frac{2z}{\delta} = \frac{2 \cdot 3,38}{4,4} = 1,54$  из кривой 3 (см. рис. 6-5) имеем:  $g_z = 1,01$ ;

$$g_{\tau.p} = 0,1; \quad g'_z = \frac{1}{2} k (g_z + g_{\tau.p}) = \frac{1}{2} \cdot 1,16 (1,01 + 0,1) = 0,65.$$

Тогда

$$G_z = \mu_0 \pi d_s g'_z = 1,256 \cdot 10^{-8} \cdot 3,14 \cdot 7,6 \cdot 0,65 = 19,5 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

По (10-20) получим

$$g''_s = \frac{1}{8,99 - 0,338} \left[ \frac{16,9 \cdot 10^{-8}}{595,5} - (19,5 - 2,91) \cdot 10^{-8} \right] = 1,36 \cdot 10^{-8}.$$

Полная удельная проводимость рассеяния магнитной цепи при  $\delta = 4,4$  мм

$$g_s = g'_s + g''_s = (9,21 + 1,36) \cdot 10^{-8} = 10,57 \cdot 10^{-8} \text{ гн/см.}$$

Проводимость рассеяния на длине  $(\Delta_2 - z'_a)$  (рис. 10-1)

$$G_{s\Delta} = g_s \Delta_s = 10,57 \cdot 10^{-8} \cdot (0,53 - 0,338) = 2,03 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

Полная проводимость и магнитное сопротивление в конце намагничивающей катушки:

$$G_e = G_{12} + G_{s\Delta} = (25,6 + 2,03) \cdot 10^{-8} = 27,6 \cdot 10^{-8} \text{ гн;}$$

$$R_{\mu e} = 362 \cdot 10^4 \text{ 1/гн.}$$

При воздушном зазоре 0,57 мм проводимость рассеяния определяется аналогично и равна  $g_s = 12,65 \cdot 10^{-8} \text{ гн/см.}$

### 10-3. ПОГРЕШНОСТИ РАСЧЕТА МАГНИТНОЙ ЦЕПИ БЕЗ УЧЕТА МАГНИТНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ СТАЛИ

Чтобы оценить влияние магнитного сопротивления стали на потоки в ярме  $\Phi_0$ , в конце катушки  $\Phi_e$  и вблизи торцевой поверхности  $\Phi_{et}$  (или  $\Phi_t$ ), сначала проведем расчет магнитной цепи электромагнита (рис. 10-1) без учета магнитного сопротивления стали.

Поток вдоль длины сердечника и магнитное напряжение между сердечниками 1 и 2 определяются в этом случае уравнениями

$$\Phi_x = \Phi_e + 0,5g_s f_k (l_k^2 - x^2); \quad (10-22)$$

$$U_x = F_k \frac{x}{l_k}. \quad (10-23)$$

Здесь

$$\Phi_e = G_e F_k; \quad F_k = f_k l_k, \quad (10-24)$$

$f_k$  — удельная н. с. катушки;

$G_e$  — полная магнитная проводимость в конце намагничивающей катушки;

$g_s$  — удельная проводимость рассеяния.

Таким образом, зная  $G_e$  и  $g_s$  и задаваясь различными значениями  $x$ , сможем построить кривые потоков  $\Phi(x)$  и кривые магнитного напряжения между сердечниками  $U(x)$  при зазорах 4,4 и 0,57 мм (рис. 10-2 и 10-3).

Из этих кривых следует, что расчетные значения потоков значительно больше опытных. Даже при сравнительно большом воздушном зазоре (4,4 мм) пренебрежение магнитным сопротивлением стали дает значительную погрешность (41—52,7%).

При малом же зазоре, когда насыщение магнитопровода сказывается сильнее, погрешность достигает 200—236%.

Т а б л и ц а 10-1

**Погрешности расчета магнитной цепи без учета магнитного сопротивления стали**

Воздушный зазор, мм	$\Phi_0 \cdot 10^{-3}$ , вб			$\Phi_e \cdot 10^{-3}$ , вб		
	Опыт	Расчет	Погрешность	Опыт	Расчет	Погрешность
4,4	121,9	186	+52,7%	55	75,5	+41%
0,57	128	430	+236%	99,7	299,6	+200%

### 10-4. РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ СТАЛИ ЯРМА И ЯКОРЯ

Расчет магнитных сопротивлений стали ярма и якоря для магнитной цепи (рис. 10-1) представляет определенные трудности. Объясняется это тем, что сечения ярма и якоря в радиальном направ-

лений различны, вследствие чего индукция и магнитное сопротивление стали по пути потока не будут одинаковыми.

Магнитные сопротивления ярма и якоря можно определить приближенно по участкам, полагая, что на каждом из участков сечение и, следовательно, индукция постоянны:

$$R_{\mu 0} = \sum_1^n R_{\mu 0 n} = \sum_1^n \rho_n \frac{l_{0n}}{S_{0n}}, \quad (10-25)$$

где  $n$  — число участков, на которые разбиты ярмо и якорь;  
 $\rho_n$  — удельное магнитное сопротивление  $n$ -го участка;  
 $l_{0n}$  и  $S_{0n}$  — средняя длина и поперечное сечение  $n$ -го участка.

Ярмо 3 разобьем на 6 частей (рис. 10-1). Сечение первого участка определим как боковую поверхность конуса с радиусом  $r_1$  и образующей  $h_{01}$ :

$$S_{01} = \pi r_1 \sqrt{r_1^2 + a_0^2} = 7,88 \text{ см}^2.$$

Приближенно средняя длина линии магнитной индукции на этом участке

$$l_{01} = \frac{1}{2} (r_1 - a_0) + \frac{1}{4} \pi a_0 = 0,974 \text{ см}.$$

Соответственно на других участках имеем:

$$\begin{aligned} l_{02} &= 0,2 \text{ см}; & S_{02} &= \pi (d_1 + l_{02}) a_0 = 8,14 \text{ см}^2; \\ l_{03} &= 0,3 \text{ см}; & S_{03} &= 9,44 \text{ см}^2; & l_{04} &= 0,5 \text{ см}; \\ S_{04} &= 11,5 \text{ см}^2; & l_{05} &= 1,01 \text{ см}; & S_{05} &= 15,38 \text{ см}^2. \end{aligned}$$

На участке 6

$$l_{06} = 0,5 (a_0 - \Delta_0) + 0,25\pi\Delta_0 = 0,49 \text{ см};$$

боковая поверхность (усеченный конус)

$$S_{06} = \pi (r_3 + r_2) \sqrt{a_0^2 + (r_3 - r_2)^2} = 20 \text{ см}^2.$$

В сопротивление ярма необходимо включить еще сопротивление участков  $\Delta_1$  сердечников 1 и 2.

Так как сопротивление ярма зависит от величины потока в нем, следует рассчитать и построить кривую  $R_{\mu 0}(\Phi_0)$  (рис. 10-7).

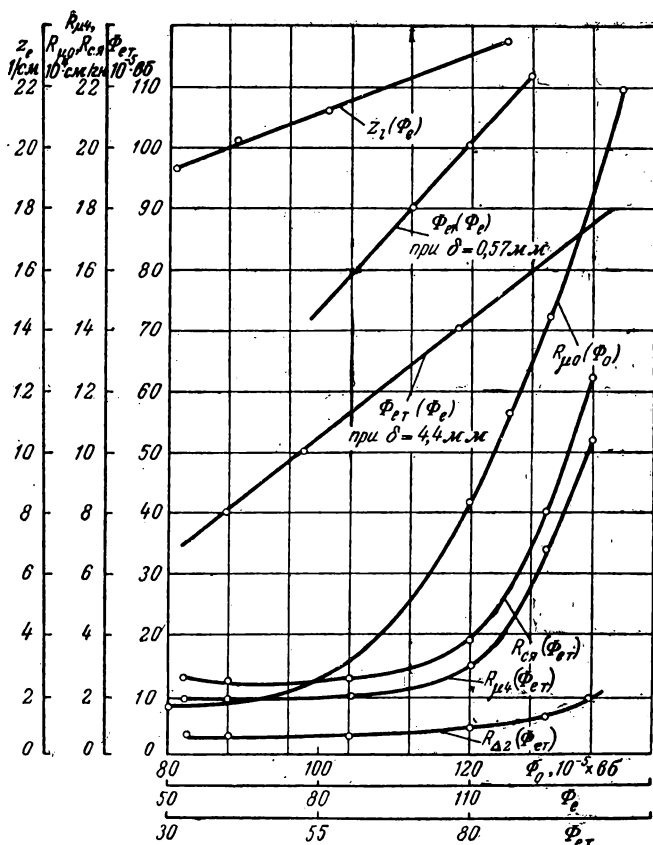


Рис. 10-7. Изменения магнитных сопротивлений  $R_{\mu 0}$ ,  $z_e$ ,  $R_{\mu 4}$ ,  $R_{с.я}$  и  $R_{\Delta 2}$  и потока вблизи торцевой поверхности  $\Phi_{e\tau}$  в зависимости от потоков  $\Phi_0$ ,  $\Phi_e$  и  $\Phi_{e\tau}$ .

Заметим, что в пределах участков 2—5 (см. рис. 10-1) магнитное сопротивление ярма можно определить графическим интегрированием:

$$R_{\mu 0} = \frac{1}{2\pi a_0} \int_{B_2}^{B_1} \frac{H}{B^2} dB, \quad (10-26)$$

где пределы интегрирования находятся из уравнений

$$B_1 = \frac{\Phi_0}{2\pi r_1 a_0} \text{ и } B_2 = \frac{\Phi_0}{2\pi r_2 a_0}.$$



Результаты расчета  $R_{\mu 0}$  при этом получаются примерно одинаковыми.

Для определения магнитного сопротивления якоря  $R_{\mu 4}$  разбиваем последний на 5 частей и проводим расчет так же, как для ярма. В сопротивление якоря включается еще магнитное сопротивление сердечников  $R_{\Delta 2}$  на длине  $\Delta_2$ , т. е.  $R_{с.я} = R_{\mu 4} + R_{\Delta 2}$ .

На рис. 10-7 приведены кривые магнитных сопротивлений  $R_{\Delta 2}$ ,  $R_{\mu 4}$ ,  $R_{с.я}$  в зависимости от потока  $\Phi_{сТ}$ , который проходит через измерительную катушку 14.

#### 10-5. ПОГРЕШНОСТИ РАСЧЕТА МАГНИТНОЙ ЦЕПИ ПО МЕТОДУ УЧАСТКОВ<sup>1</sup>

##### а) Основные расчетные уравнения

Для расчета магнитной цепи с распределенной н. с. исходными являются следующие уравнения:

$$d\Phi_x = -gU_x dx; \quad (10-27)$$

$$dU_x = [f_{\kappa} - (R'_{\mu 1} + R'_{\mu 2}) \Phi_x] dx, \quad (10-28)$$

или

$$dU_x [f_{\kappa} - (H_1 + H_2)] dx.$$

Здесь  $R'_{\mu 1}$  и  $R'_{\mu 2}$ ,  $H_1$  и  $H_2$  — активные магнитные сопротивления на единицу длины и напряженности поля сердечников 1 и 2 (см. рис. 10-1).

Если сердечники разбить на участки и поток на длине каждого из них положить неизменным, то, пользуясь (10-27), можно написать:

$$\Delta\Phi = \Phi_{n+1} - \Phi_n; \quad \Delta\Phi = -gU_{ср} \Delta l_n, \quad (10-29)$$

где  $\Phi_n$  — поток в начале  $n$ -го участка;

$\Phi_{n+1}$  — поток в конце его;

$\Delta\Phi$  — приращение потока на участке;

$\Delta l_n$  — длина  $n$ -го участка;

---

<sup>1</sup> Расчет магнитной цепи рассматривается для случая распределенной н. с., так как расчет цепи по участкам со сосредоточенной н. с., т. е. с расположением катушки на ярме, достаточно полно освещен в литературе [Л. 18, 21 и 63].

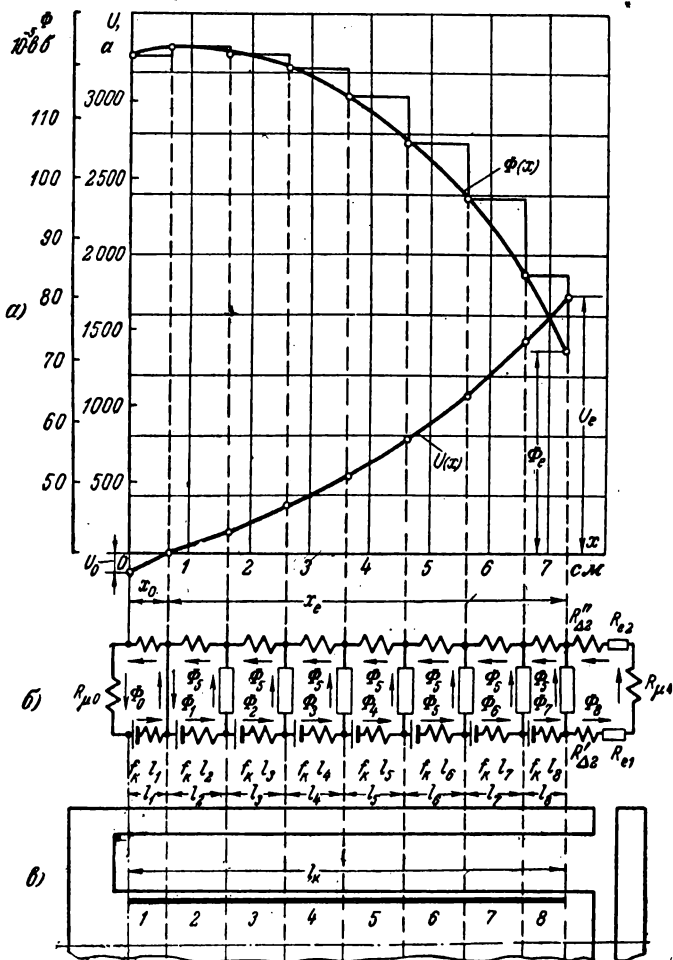


Рис. 10-8. К расчету магнитной цепи методом участков для зазора  $\delta = 4,4$  мм при заданном потоке  $\Phi_0$ .  
 а — кривые  $\Phi_x = f(x)$  и  $U = f(x)$ ; б — схема замещения;  
 в — магнитопровод.

$\bar{U}_{\text{ср}}$  — среднее магнитное напряжение на длине  $n$ -го участка, определяемое уравнением

$$U_{\text{ср}} = \frac{1}{2} (U_n + U_{n+1}). \quad (10-30)$$

Причем  $U_n$  и  $U_{n+1}$  — соответственно магнитные напряжения между сердечниками 1 и 2 в начале участков  $n$  и  $n+1$ .

Окончательное выражение для потоков будет

$$\Phi_{n+1} = \Phi_n + \Delta\Phi = \Phi_n - g \frac{U_n + U_{n+1}}{2}. \quad (10-31)$$

Поток на длине участка не изменяется, а изменяется на границе двух участков скачком (рис. 10-8).

Уравнение (10-28) при этих условиях можно представить в виде:

$$\left. \begin{aligned} \Delta U &= U_{n+1} - U_n; \\ \Delta U &= f_k \Delta l_n - 2H_n \Delta l_n; \\ U_{n+1} &= U_n + f_k \Delta l_n - 2H_n \Delta l_n, \end{aligned} \right\} \quad (10-32)$$

где  $\Delta U$  — приращение магнитного напряжения на длине участка  $n$ ;

$H_n$  — напряженность магнитного поля в сердечнике.

Для сердечников 1 и 2 напряженности поля приняты одинаковыми ( $H_1 = H_2 = H$ ), так как площади сечения сердечников  $S_1 \approx S_2 = S$ .

При принятом ранее допущении величина  $H_n$  на длине участка  $n$  также получается постоянной. Это обстоятельство в основном и определяет погрешности расчета.

При расчете цепи методом участков известными величинами должны быть: удельная н. с. катушки  $f_k$ , магнитный поток в конце катушки  $\Phi_e$ , поток с торца  $\Phi_\tau$  или в ярме  $\Phi_0$ , размеры магнитной цепи (рис. 10-1), величина воздушного зазора  $\delta$  и магнитная характеристика материала (рис. 10-4).

Чтобы сопоставить с опытом, расчет магнитной цепи нами проведен при двух значениях воздушных зазоров: 4,4 и 0,57 мм.

## б) Расчет магнитной цепи при заданном потоке в ярме $\Phi_0$

Исходными данными в данном случае являются:

$$F_k = 2800 \text{ а}; i f_k = \frac{F_k}{l_k} = \frac{2800}{7,37} = 380 \text{ а/см}; \delta = 4,4 \text{ мм};$$

$$G_e = 27,6 \cdot 10^{-8} \text{ гн}; g = 10,57 \cdot 10^{-8} \text{ гн/см}; G_{eT} = 18 \cdot 10^{-8} \text{ гн}.$$

Проверка точности метода расчета цепи по участкам сводится к тому, что, взяв значение потока  $\Phi_0 = 120,9 \cdot 10^{-5} \text{ вб}$  из опыта, определяют величины потоков  $\Phi_e$ ,  $\Phi_{eT}$  и  $\Phi_m$  расчетным путем и сравнивают их с результатами опыта.

Длину сердечников 1 и 2 разбиваем на 8 участков (см. рис. 10-9).

Разность магнитных потенциалов в начале первого участка определяется падением магнитного напряжения в ярме

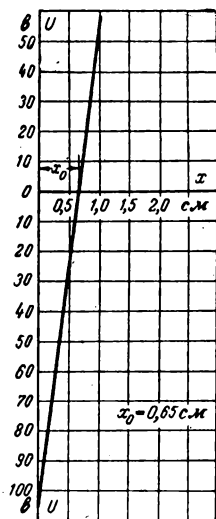
$$\begin{aligned} U_0 &= -\Phi_0 R_{\mu 0} = \\ &= -120,9 \cdot 10^{-5} \cdot 8,65 \cdot 10^4 = -104,5 \text{ а}. \end{aligned}$$

Значение  $R_{\mu 0}$  берется из кривой  $R_{\mu 0}(\Phi_0)$  (см. рис. 10-7).

Индукция на первом участке

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\Phi_0}{S_{ep}} = \\ &= \frac{120,9 \cdot 10^{-5}}{6,96} = 17,4 \cdot 10^{-5} \text{ вб/см}^2. \end{aligned}$$

Рис. 10-9. Кривая зависимости  $U = f(x)$ .



По индукции  $B_1$  из кривой на рис. 10-4 находим  $H = 110 \text{ а/см}$ . Пользуясь (10-32), подсчитываем разность магнитных потенциалов в конце первого участка, задаваясь при этом его длиной.

Точка нулевого магнитного напряжения, а следовательно, и расположение максимума потока находятся путем построения кривой  $U(x)$ . Для двух участков длиной по  $0,5 \text{ см}$  имеем [уравнения (10-32) и (10-31)]:

$$U_1 = -104,5 + 380 \cdot 0,5 - 2 \cdot 110 \cdot 0,5 = -24,5 \text{ а};$$

$$\Phi_1 = 120,9 \cdot 10^{-5} - \frac{(104,5 + 24,5)}{2} \cdot 10,57 \cdot 10^{-8} \cdot 0,5 = 121,25 \cdot 10^{-5} \text{ вб}.$$

На втором участке находим индукцию

$$B_2 = \frac{121,25 \cdot 10^{-5}}{6,96} = 17,45 \cdot 10^{-5} \text{ вб/см}^2; H_2 = 112 \text{ а/см}$$

и магнитное напряжение

$$U_2 = -24,5 + 380 \cdot 0,5 - 2 \cdot 112 \cdot 0,5 = +53,5 \text{ а.}$$

По трем полученным точкам строим кривую  $U(x)$  (рис. 10-9). Пересечение ее с осью ординат дает значение координаты максимума потока  $x_0 = 0,65 \text{ см}$ . Это значение примем за длину первого участка. Длины остальных участков, за исключением последнего, длина которого равна  $0,72 \text{ см}$ , берем по  $1 \text{ см}$ .

Расчет на всех других участках проводится аналогично; его результаты приведены в табл. 10-2.

Таблица 10-2

Расчет цепи методом участков при заданном потоке  
 $\Phi_0 = 120,9 \cdot 10^{-5} \text{ вб}$  и зазоре  $4,4 \text{ мм}$

Обозначение величин	Номера участков							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$\Phi_n \cdot 10^{-5}, \text{ вб}$	120,9	121,26	120,45	118	113,64	106,84	97,08	83,83
$B_n \cdot 10^{-5}, \text{ вб/см}$	17,4	17,47	17,4	17	16,4	15,4	13,95	12,1
$H, \text{ а/см}$	110	114	110	88	64	35	14	5
$\Delta l_n, \text{ см}$	0,65	1	1	1	1	1	1	0,72
$2H\Delta l, \text{ а}$	143	228	220	176	128	70	28	10,8
$f_h \Delta l, \text{ а}$	247,5	380	380	380	380	380	380	273
$U_{n+1}, \text{ а}$	0	152	312	516	763	1 078	1 430	1 691
$U_{ср}, \text{ а}$	52,25	76	232	414	642	923	1 254	1 561
$\Phi_{n+1} \cdot 10^{-5} \text{ вб}$	121,26	120,45	118,0	113,6	106,8	97,08	83,8	72

Из таблицы видно, что расчетный поток в конце 8-го участка (в конце катушки)  $\Phi_e = 72 \cdot 10^{-5} \text{ вб}$ ; разность магнитных потенциалов в конце катушки  $U_e = 1 691 \text{ а}$ .

Следовательно, проводимость воздушного зазора с учетом потоков выпучивания и магнитных сопротивлений якоря и частей сердечников на длине  $\Delta_2$  (см. рис. 10-1) по рассматриваемому методу должна составлять

$$G_e = \frac{\Phi_e}{U_e} = \frac{72 \cdot 10^{-5}}{1 691} = 42,5 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

Эта проводимость по сравнению с подсчитанной раньше по геометрическим размерам ( $27,63 \cdot 10^{-8}$ ) возросла в 1,54 раза.

Величина н. с. катушки, расходуемая на потери н. с. в стали сердечников, равна сумме потерь на каждом участке сердечников. Эту величину можно определить из табл. 10-2.

Таблица 10-3

Погрешности расчета магнитной цепи методом участков при заданном потоке в ярме  $\Phi_0 = 120,9 \cdot 10^{-5}$  вб и зазоре  $\delta = 4,4$  мм

Обозначения величин	Количество участков		
	4	8	16
Расчетный поток в конце катушки $\Phi_e \cdot 10^{-5}$ , вб . . . . .	79,74	72	67,18
Опытное значение . . . . .	55	55	55
Погрешность, % . . . . .	+45	+31	+22
Расчетный поток вблизи торца $\Phi_{et} \cdot 10^{-5}$ , вб . . . . .	52,16	47,0	43,8
Опытное значение . . . . .	40,7	40,7	40,7
Погрешность, % . . . . .	+28	+15,5	+7,6
Расчетный максимальный поток $\Phi_m \cdot 10^{-5}$ , вб . . . . .	121,258	121,26	121,26
Опытное значение . . . . .	121,9	121,9	121,9
Погрешность, % . . . . .	-0,53	-0,53	-0,53
Разность магнитных потенциалов в конце катушки $U_e$ , а . . . . .	1200,5	1 691	1787,3
Магнитная проводимость в конце катушки $G'_e = \frac{\Phi_e}{U_e} \cdot 10^{-8}$ , гн . . . . .	66,4	42,5	37,8
Погрешность по отношению к $G_e$ , определенному по геометрическим размерам, % . . . . .	+240	+54	+37
Потери н. с. и стали сердечников $F_{ст}$ , а . . . . .	1 495	1004,5	908,2
Левая координата максимума потока $x_0$ , см:			
расчет . . . . .	0,65	0,65	0,655
опыт . . . . .	0,65	0,65	0,65
Погрешность по координате $x_0$ , %	0	0	<1

$$F_{ст} = \sum_1^n 2H_n \Delta l_n = 1004,5 \text{ а};$$

полная н. с. катушки

$$F_k = U_0 + F_{ст} + U_e = 104,5 + 1004,5 + 1 691 \approx 2 800 \text{ а}. \quad (10-33)$$

Практический интерес представляет выяснение влияния на погрешности расчета числа выбранных участков при разбивке длины сердечника. Автором проведены

расчеты цепи на рис. 10-1 при разбивке ее на 16, 8 и 4 участков. Результаты приведены в табл. 10-3.

В этой таблице даются также значения потоков вблизи торцевой поверхности  $\Phi_{ет}$ . Необходимо отметить, что распределение потока и магнитного напряжения вблизи зазора существенно отличается от распределения их в пределах катушки. Приближенная картина поля вблизи зазора дана на рис. 10-1. Чтобы найти поток  $\Phi_{ет}$ , выразив его через поток в конце катушки  $\Phi_e$ , необходимо знать магнитные проводимости воздушных зазоров с учетом выпучивания и магнитные сопротивления якоря и сердечников на длине  $\Delta_2$ .

Однако магнитные сопротивления стали указанных участков также зависят от потоков  $\Phi_e$  и  $\Phi_{ет}$ . Последнее обстоятельство усложняет решение задачи.

Соотношение между  $\Phi_e$  и  $\Phi_{ет}$  определялось автором приближенно. Так как магнитный поток вдоль длины сердечника вблизи зазора изменяется довольно сильно (рис. 10-2), то на длине  $\Delta_2$  было принято при расчете его среднее значение

$$\Phi_{ср} = \frac{1}{2}(\Phi_e + \Phi_{ет}).$$

Магнитное напряжение между сердечниками на длине  $\Delta_2$

$$U_{ет} = U_e - \Phi_{ср} R_{\mu\Delta_2},$$

где  $R_{\mu\Delta_2}$  — магнитное сопротивление стали сердечников на длине  $\Delta_2$ .

В свою очередь

$$U_{ет} = \Phi_{ет} R_{\mu ет}; \quad U_e = \Phi_e R_{\mu е};$$

$$R_{\mu ет} = R_{ет} + R_{\mu 4}; \quad R_{\mu е} = R_e + R_{\mu 4} + R_{\mu\Delta_2};$$

где  $R_{\mu 4}$  — магнитное сопротивление стали якоря.

Решая совместно эти уравнения, получаем

$$\Phi_e = \Phi_{ет} \frac{R_{ет} + R_{\mu 4} + 0,5R_{\mu\Delta_2}}{R_e + R_{\mu 4} + 0,5R_{\mu\Delta_2}}. \quad (10-34)$$

Если магнитное сопротивление стали якоря и частей сердечников на длине  $\Delta_2$  мало по сравнению с магнитным сопротивлением воздушных зазоров и можно его

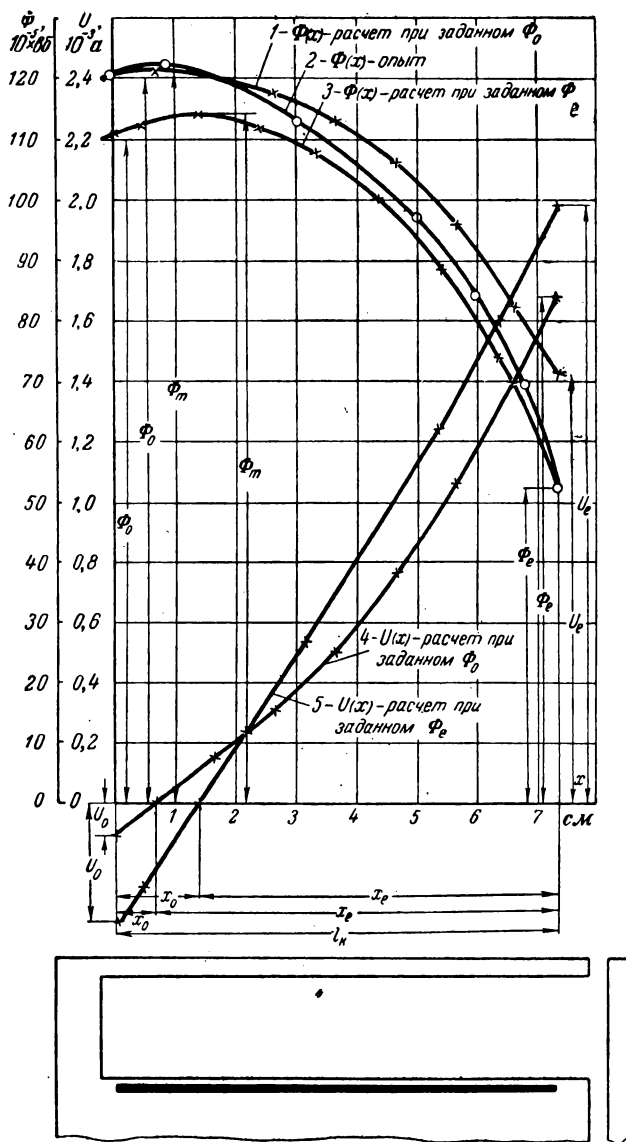


Рис. 10-10. Изменения магнитного напряжения и потока в сердечнике вдоль его длины при различных начальных условиях для  $\delta = 4,4 \text{ мм}$ , рассчитанных методом участков.



Таблица 10-4

**Погрешности расчета магнитной цепи методом участков  
при заданном потоке в конце катушки  $\Phi_e = 55 \cdot 10^{-5}$  вб  
и зазоре  $\delta = 4,4$  мм**

Обозначения величин	Количество участков		
	4	8	16
Расчетный поток в начале катушки $\Phi_0 \cdot 10^{-5}$ , вб . . . . .	108,84	110,126	111,16
Опытное значение . . . . .	120,9	120,9	120,9
Погрешность, % . . . . .	—10	—9,15	—7,5
Расчетный максимальный поток $\Phi_m \cdot 10^{-5}$ , вб . . . . .	112,58	113,07	113,78
Опытное значение . . . . .	121,9	121,9	121,9
Погрешность, % . . . . .	—7,5	—7	—6,6
Разность магнитных потенциалов в ярме $U_0$ , а . . . . .	426	392	379,6
Магнитное сопротивление ярма $R_{\mu 0} \cdot 10^4$ , 1/гн . . . . .	39,2	35,4	33,8
Погрешность по отношению к $R_{\mu 0}$ , определенному по опытному по- току $\Phi_0$ , % . . . . .	+350	+310	+290
Потери н. с. в стали сердечников $F_{ст}$ , а . . . . .	384	418	430,4
Левая координата максимума потока $x_0$ , см . . . . .	1,66		
расчет . . . . .	0,65	1,485	1,375
опыт . . . . .	+155	0,65	0,65
Погрешность по координате $x_0$ , %		+128	+111
Сопротивление ярма $R'_{\mu 0}$ , опреде- ленное по расчетному потоку $\Phi_0 \cdot 10^4$ , 1/гн . . . . .	4	4,5	4,75
Расчетное значение $U'_0 = \Phi_0 R'_{\mu 0}$ , а	43,5	50	53
Расчетная н. с. катушки $F_{кр} =$ $= F_{ст} + U_0 + U'_0$ , а . . . . .	2417,5	2458	2473
Погрешность по $F_{кр}$ , % . . . . .	—13,6	—12,1	—11,7

Таблица 10-5

Погрешности расчета магнитной цепи методом участков  
при заданном потоке в ярме  $\Phi_0 = 125,5 \cdot 10^{-5}$  вб  
и зазоре  $\delta = 0,57$  мм

Обозначения величин	Количество участков		
	4	8	16
Расчетный поток в конце катушки $\Phi_e \cdot 10^{-5}$ , вб . . . . .	104,95	103,89	100,62
Опытное значение . . . . .	99,7	99,7	99,7
Погрешность, % . . . . .	+5,3	+4,2	~+1
Расчетный поток вблизи торца $\Phi_{ет} \cdot 10^{-5}$ , вб . . . . .	96	95	92,2
Опытное значение . . . . .	91,7	91,7	91,7
Погрешность, % . . . . .	+4,7	+3,6	~+1
Расчетное значение максимального потока $\Phi_m \cdot 10^5$ , вб . . . . .	126,77	121,77	126,83
Опытные значения . . . . .	128	128	128
Погрешность . . . . .	< -1	< -1	< -1
Разность магнитных потенциалов в конце катушки $U_e$ , а . . . . .	727	842	940
Магнитная проводимость в конце катушки $G'_e = \frac{\Phi_e}{U_e} \cdot 10^{-8}$ , зм . . .	144,1	123	107
Погрешность по отношению к вели- чине $G_e$ , определенная по геомет- рическим размерам, % . . . . .	+35	+15	< 1
Потери н. с. $F_{ст}$ , а . . . . .	1 932	1 817	1 719
Левая координата максимума пото- ка $x_0$ , см:			
расчет . . . . .	1,43	1,52	1,56
опыт . . . . .	1,73	1,73	1,73
Погрешность, % . . . . .	-17,6	-12,1	-9,8

не учитывать, то

$$\Phi_e = \Phi_{ет} \frac{R_{ет}}{R_e} = \Phi_{ет} \frac{G_e}{G_{ет}}. \quad (10-35)$$

Задаваясь разными значениями потока  $\Phi_{ет}$ , строим кри-  
вые  $\Phi_{ет}(\Phi_e)$ ;  $R_{\mu 4}(\Phi_{ет})$ ;  $R_{\mu \Delta}(\Phi_{ет})$  и  $R_{с.я}(\Phi_{ет})$  (см. рис. 10-7).

Значения потока  $\Phi_{\text{ет}}$  при заданной величине  $\Phi_0$  приведены в табл. 10-3.

### в) Расчет при заданном потоке $\Phi_e$

Если магнитную цепь (рис. 10-1) при тех же данных рассчитывать по заданному потоку  $\Phi_e = 55 \cdot 10^{-5}$  вб (опытное значение), то результаты отличаются от таковых при заданном значении  $\Phi_0$  (табл. 10-4).

Расчетные кривые магнитного потока и разности магнитных потенциалов вдоль длины сердечника для  $\delta = 4,4$  мм при различных начальных условиях, а также опытная кривая потока приведены на рис. 10-10.

Расчет магнитной цепи при воздушном зазоре, равном 0,57 мм, проводился аналогично. Результаты этого расчета приведены в виде кривых изменения магнитного потока и магнитного напряжения вдоль длины сердечника при заданном потоке в ярме  $\Phi_0$  и в конце катушки  $\Phi_e$  (рис. 10-11). Погрешности расчета сведены в табл. 10-5 и 10-6.

### г) Анализ данных расчета

С увеличением числа участков, на которые разбивается длина сердечника, точность расчета повышается (табл. 10-3—10-6). Для практических расчетов магнитную цепь достаточно разбивать на 8 участков. Дальнейшее увеличение числа участков неоправданно повышает трудоемкость расчета. При разбивке цепи на 4 участка получаются погрешности: в лучшем случае  $\Delta G_e \% = 35 \%$  и  $\Delta \chi_0 \% = 17,6 \%$  (табл. 10-5), в худшем  $\Delta G_e = 240 \%$  и  $\Delta \chi_0 \% = 155 \%$  (табл. 10-3); по потоку  $\Phi_e$  максимальная погрешность достигает 45% (табл. 10-3).

Расчет магнитной цепи при заданном потоке в ярме  $\Phi_0$  для зазоров  $\delta = 4,4$  и 0,57 мм (рис. 10-10 и 10-11) дает завышенную величину потерь н. с. в сердечниках, так как потери на каждом участке определяются по большему в пределах участка значению магнитного потока. Магнитное напряжение между сердечниками 1 и 2 вдоль длины сердечника вследствие этого получается меньше действительной, что в свою очередь приводит к уменьшению значения расчетного потока рассеяния. Поэтому-то и величина магнитного потока в конце катушки получается при расчете завышенной.

Таблица 10-6

**Погрешности расчета магнитной цепи методом участков при заданном потоке в конце катушки  $\Phi_e = 99,7 \cdot 10^{-5}$  вб и воздушном зазоре 0,57 мм**

Обозначения величин	Количество участков		
	4	8	16
Расчетный поток в начале катушки $\Phi_0 \cdot 10^{-5}$ , вб . . . . .	84,2	94,06	98,04
Погрешность по потоку $\Phi_0$ , % . . . . .	—33	—25,2	—21,5
Разность магнитных потенциалов в начале катушки $U_0$ , а . . . . .	1 195	1 047	984
Расчетное магнитное сопротивление ярма $R_{\mu 0} = \frac{U_0}{\Phi_0} \cdot 10^{-5}$ , 1/гн . . . . .	142	111,2	100
Погрешность по $R_{\mu 0}$ , рассчитанному по потоку $\Phi_0$ , определенному экспериментально, % . . . . .	1 140	887	758
Потери н. с. в стали сердечников $F_{ст}$ , а . . . . .	675	823	886
Величина максимального потока $\Phi_m \cdot 10^{-5}$ , вб . . . . .	115,55	118,16	118,19
Погрешность по максимальному потоку, % . . . . .	—10	—7,8	—7,6
Левая координата максимума потока $x_0$ , см:			
расчет . . . . .	4,385	4,13	3,878
опыт . . . . .	1,73	1,73	1,73
Погрешность по координате $x_0$ , % . . . . .	+145	+139	+124
Сопротивление ярма $R'_{\mu 0}$ , определенное по расчетному потоку, $10^4$ 1/гн . . . . .	1,65	2	2,3
Расчетное значение $U'_0 = \Phi_0 R'_{\mu 0}$ , а . . . . .	13,85	19,2	22,3
Расчетная н. с. катушки $F_{кр} = F_{ст} + U_e + U'_0$ , а . . . . .	1588,85	1 772	1838,3
Погрешность, % . . . . .	—43,1	—36,5	—34,2

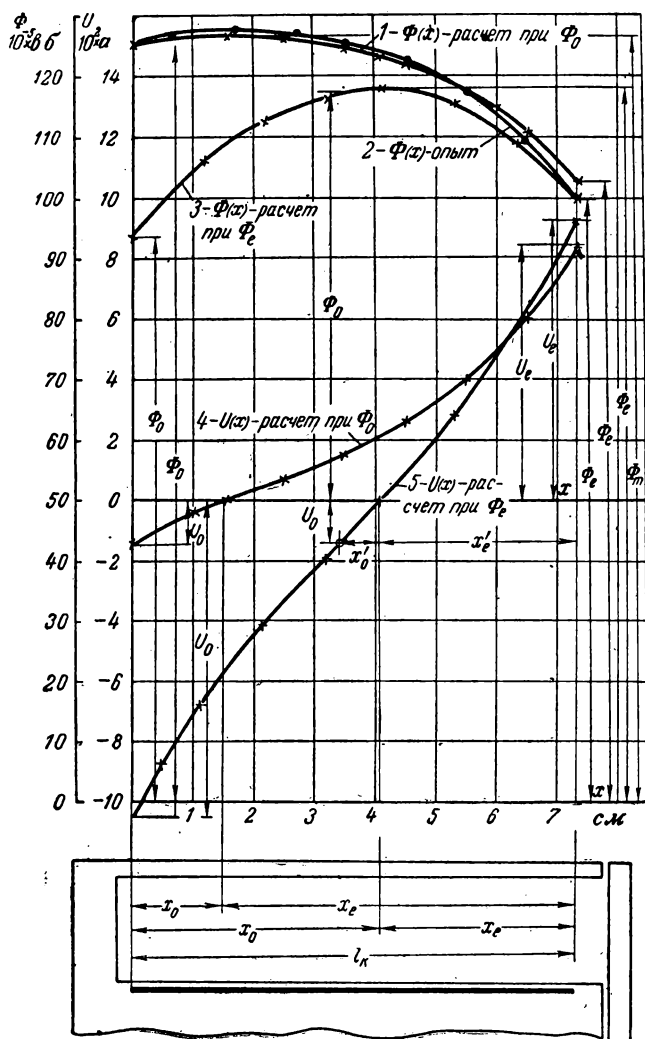


Рис. 10-11. Изменения магнитного напряжения и потока в сердечнике вдоль его длины при  $\delta=0,57$  мм по методу участков при различных начальных условиях.

При разбивке сердечника на 8 частей поток в конце катушки при зазоре 4,4 мм на 31% больше опытного значения, а при зазоре 0,57 мм — только на 4,2% (табл. 10-3 и 10-5). Объясняется это тем, что при зазоре, равном 0,57 мм, поток рассеяния относительно мал и кривая  $\Phi_x = f(x)$  имеет более пологий характер (рис. 10-10 и 10-11). Это означает, что основное допущение расчета о том, что поток на каждом участке постоянен, в данном случае будет вносить меньшую погрешность.

Расчет магнитной цепи при заданном потоке в конце катушки  $\Phi_e$  дает, наоборот, заниженные потери н. с. в сердечниках, так как потери на каждом участке определяются по меньшему (начальному) значению потока. Поэтому при неизменной разности магнитных потенциалов в конце катушки  $U_e = \frac{\Phi_e}{G_e}$  и постоянной н. с. катушки  $F_k$  магнитное напряжение ярма  $U_0$  согласно уравнению (10-33) должно получаться больше действительного значения (по рис. 10-10 и 10-11).

Координата максимального потока или координата нулевого потенциала в сердечнике определится соотношением величин  $U_e$  и  $U_0$ . Чем больше  $U_0$ , тем ближе к воздушному зазору лежит точка максимального потока (рис. 10-10 и 10-11).

Следует отметить, что при одном и том же воздушном зазоре и постоянном значении  $F_k$  потери н. с. в сердечниках зависят от числа участков, на которые была разбита цепь, и от того, какой из потоков был в расчете исходным. Например, при заданном потоке  $\Phi_0$  потери  $F_{ст}$  при 16 участках в 1,65 раза меньше, чем при 4 участках (табл. 10-3).

Если же рассчитать цепь в одном случае при заданном потоке  $\Phi_0$ , а в другом — при заданном потоке  $\Phi_e$  и прочих равных условиях, то расхождение в потерях н. с. получится весьма большим. Например, при заданном потоке  $\Phi_0$  и разбивке цепи на 4 участка они в 3,9 раза больше, чем при заданном потоке  $\Phi_e$  и том же воздушном зазоре (табл. 10-3 и 10-4).

Такая большая разница получается за счет того, что расчетные значения потоков на одних и тех же участ-

ках для первого и второго случаев различны. Чем меньше зазор, тем эта разница будет меньше (табл. 10-5 и 10-6).

При заданном потоке в конце катушки  $\Phi_e$  максимальный поток  $\Phi_m$  в сердечнике обусловлен потоками рассеяния на длине  $x_e$ , так как  $\Phi_m = \Phi_e + \Phi_s$  и  $\Phi_s = \frac{1}{2} g x_e U_{cp}$ .

Чем меньше величина  $x_e$ , тем меньше будет максимальный поток и поток в ярме  $\Phi_0$ . Этим то и объясняется, что при неизменной величине н. с. катушки и заниженных потерях н. с. в сердечниках кривая распределения потока по цепи (рис. 10-11 и 10-10) проходит ниже опытной кривой, а магнитное напряжение ярма  $U_0$  возрастает. Следовательно, расчетная величина магнитного сопротивления ярма  $R_{\mu 0} = \frac{U_0}{\Phi_0}$  будет получаться значительно больше опытной (табл. 10-4 и 10-6). Если сопротивление ярма  $R_{\mu 0}$  определять по величине потока  $\Phi_0$ , полученной из расчета при заданном  $\Phi_e$ , то появятся погрешности по н. с. катушки. Как видно из табл. 10-4 и 10-6, погрешность эта составляет при зазоре  $\delta = 4,4$  мм минус 11,7 — 13,6%, а при зазоре, равном 0,57 мм, — минус 34,2 — 43,1%. Такие же погрешности будут и по длине катушки, так как удельная н. с.  $f_k$  постоянна.

При заданном потоке  $\Phi_e$  погрешности по  $\Phi_0$ ,  $R_{\mu 0}$ ,  $x_0$  и  $F_{кр}$  получаются больше при малом зазоре (0,57 мм), так как потери н. с. в сердечниках в этом случае составляют довольно значительную часть общей н. с. катушки (табл. 10-6 и 10-4). Анализ погрешностей расчета цепи позволяет сделать следующие выводы:

1. При заданном потоке  $\Phi_e$  для малого и большого зазоров получаются сравнительно большие погрешности расчета, и поэтому для более точного расчета магнитной цепи метод участков рекомендован быть не может.

2. При заданном потоке в ярме  $\Phi_0$  и относительно большом зазоре (4,4 мм) этот метод из-за больших погрешностей ( $\Delta \Phi_e^0 / \Phi_0 = 22 \div 45\%$  и  $\Delta G_e = 37 \div 140\%$ ) также не рекомендуется.

При относительно малом зазоре (0,57 мм) и заданном потоке в ярме  $\Phi_0$  результаты расчета получаются вполне удовлетворительными ( $\Delta \Phi_e = 1 \div 5,3\%$ ;  $\Delta x_0 = 9,8 \div 17,8\%$  и  $\Delta G_e = 1 \div 35\%$ ). Однако расчет в этом случае исполь-

зуется реже, чем при заданном потоке в воздушном зазоре.

3. Магнитного сопротивления ярма  $R_{\mu 0}$  можно не учитывать при относительно большом зазоре и заданном потоке в ярме; при заданном же потоке в воздушном зазоре оно сказывается больше.

Погрешности становятся особенно значительными при малом зазоре (0,57 мм). Например, при исходном потоке  $\Phi_0$  они равны:  $\Delta \Phi_e = -29\%$  и  $\Delta G_e = -58,3\%$ ; при заданном  $\Phi_e$ :  $\Delta I_K = -56\%$  и  $\Delta F_K = -56\%$ .

Таким образом, при малом воздушном зазоре и значительных индукциях в ярме магнитным сопротивлением ярма пренебрегать нельзя.

#### 10-6. ПОГРЕШНОСТИ РАСЧЕТА МАГНИТНОЙ ЦЕПИ МЕТОДОМ Б. С. СОТСКОВА

##### а) Вывод расчетных уравнений

Плавную кривую распределения магнитного потока вдоль длины сердечника  $\Phi_x = f(x)$  Б. С. Сотсков [Л. 12] представил в виде степенного ряда

$$\Phi_x = k_0 - k_1 x - k_2 x^2 - k_3 x^3 - \dots - k_n x^n,$$

ограничиваясь при выводе расчетных уравнений первыми тремя членами:

$$\Phi_x = k_0 - k_1 x - k_2 x^2. \quad (10-36)$$

Так как  $\frac{d\Phi_x}{dx} = -gU_x$ , то разность магнитных потенциалов между сердечниками

$$U_x = \frac{k_1}{g} + \frac{2k_2}{g} x. \quad (10-37)$$

После дифференцирования

$$\frac{dU_x}{dx} = \frac{2k_2}{g}. \quad (10-38)$$

Коэффициенты  $k_0$ ,  $k_1$  и  $k_2$  определяются из граничных условий. При  $x=0$

$$\Phi_x = \Phi_0 = k_0 = -\frac{U_0}{R_{\mu 0}};$$



$$U_x = U_0 = \frac{k_1}{g},$$

где  $R_{\mu 0}$  — магнитное сопротивление ярма;

$U_0$  — разность магнитных потенциалов в начале намагничивающей катушки.

Из этих уравнений

$$k_1 = -k_0 g R_{\mu 0}. \quad (10-39)$$

При  $x = l_K$  имеем:

$$\Phi_x = \Phi_e = k_0 - k_1 l_K - k_2 l_K^2 = k_0 + k_0 g R_{\mu 0} l_K - \frac{1}{2} H_b g l_K^2;$$

$$U_x = U_e = \frac{k_1}{g} + \frac{2k_2}{g} l_K = -k_0 R_{\mu 0} + H_b l_K.$$

Здесь напряженность магнитного поля, необходимая для проведения потока через воздушный зазор,

$$H_b = \frac{2k_2}{g}. \quad (10-40)$$

Так как  $\Phi_e = U_e G_e$ , из последних двух уравнений следует

$$k_0 = \frac{G_e l_K + 0,5 g l_K^2}{1 + R_{\mu 0} (G_e + g l_K)} H_b. \quad (10-41)$$

После подстановки в (10-36) коэффициентов  $k_1$ ,  $k_2$  и  $k_0$  получим

$$\Phi_x = \left[ (G_e l_K + 0,5 g l_K^2) \frac{1 + g R_{\mu 0} x}{1 + R_{\mu 0} (G_e + g l_K)} - 0,5 g x^2 \right] H_b, \quad (10-42)$$

или

$$\frac{\Phi_x}{H_b} = \frac{B_x}{H_b} S = S \operatorname{tg} \theta_x,$$

где

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta_x = \frac{B_x}{H_b} \cdot \frac{n_n}{n_b} = & \left[ \left( \frac{G_e l_K}{S} + \frac{0,5 g l_K^2}{S} \right) \times \right. \\ & \left. \times \frac{1 + g R_{\mu 0} x}{1 + R_{\mu 0} (G_e + g l_K)} - \frac{0,5 g x^2}{S} \right] \frac{n_K}{n_b}, \end{aligned} \quad (10-43)$$

где  $n_x$  — масштаб оси абсцисс (число  $a/cm$  в 1  $cm$ );  
 $n_y$  — масштаб оси ординат (число  $ab/cm^2$  в 1  $cm$ ).

Если магнитное сопротивление ярма равно нулю, то

$$\operatorname{tg} \theta_x = \left( G_e \frac{l_k}{S} + g \frac{l_k^2}{2S} - \frac{gx^2}{2S} \right) \frac{n_x}{n_y}. \quad (10-44)$$

Точно такое же уравнение несколько позже было получено Е. Л. Львовым [Л. 54], который показал, что оно является первым приближением при расчете магнитной цепи методом итерации.

Из (10-28), (10-38) и (10-40) при  $R_{\mu 0} = 0$

$$\frac{dU_x}{dx} = f_k - H_{ст} = H_B. \quad (10-45)$$

Следовательно, удельная н. с. катушки

$$f_k = H_B + H_{ст}, \quad (10-46)$$

где  $H_{ст} = H_1 + H_2$  — удельные потери н. с. в сердечниках 1 и 2.

Кривой намагничивания материала при расчете данным методом можно пользоваться только в том случае, если намагничивающая обмотка равномерно расположена на сердечниках одинакового сечения. Если же, например, имеется магнитная система с двумя различными сердечниками, то следует построить расчетную кривую намагничивания (рис. 10-12)

$$B = f(H) = f(H_1 + H_2), \quad (10-47)$$

где

$$H_1 = f(B_1) \text{ и } H_2 = f(B_2) = f_1 \left( B_1 \frac{S_1}{S_2} \right). \quad (10-48)$$

Кривая намагничивания  $B = f(H)$  (см. рис. 10-4), перестроенная с учетом потерь н. с. для двух сердечников, дает расчетную зависимость  $B = f(H_1 + H_2)$  (рис. 10-12). При заданной величине  $f_k$  по оси  $H$  откладывается значение  $f_k = H_{ст} + H_B$  и из точки  $K$  проводится прямая под углом  $\theta$ , тангенс которого определяется из равенства (10-44).

Точка  $A$  на кривой  $B = f(H_1 + H_2)$  дает значение

индукции  $B_x$  в сечении  $x$  и значение напряженности магнитного поля  $H_{ст x}$ , необходимое для проведения потока через отрезок магнитопровода длиной 1 см при магнитной индукции  $B_x$ .

Величина  $H_B = f_k - H_{ст x}$  определит напряженность магнитного поля воздушного зазора.

Расчетное значение  $H_{ст}$  по всей длине сердечника принимается как усредненная величина ряда значений удельных потерь н. с. в стали:

$$H_{ст} = \frac{1}{n} \sum_n H_{ст x}, \quad (10-49)$$

где  $n$  — количество расчетных точек.

С учетом магнитного сопротивления ярма полная н. с. катушки

$$F_k = U_0 + F_{ст} + U_e = f_k l_k. \quad (10-50)$$

Здесь  $U_0$  — н. с., требующаяся для проведения потока через ярмо с магнитным сопротивлением  $R_{\mu 0}$ ;

$U_e$  — н. с., идущая на проведение потока через воздушный зазор и якорь с магнитным сопротивлением  $R_{\mu e}$ .

Разделив левую и правую части (10-50) на длину катушки  $l_k$ , получим

$$f_k = \frac{F_k}{l_k} = \frac{U_0}{l_k} + \frac{F_{ст}}{l_k} + \frac{U_e}{l_k} = H_{ст} + H_B, \quad (10-51)$$

где потери н. с. в сердечниках и ярме:

$$H_{ст0} = H_{ст} + H_0; \quad (10-52)$$

$$H_0 = \frac{U_0}{l_k}; \quad H_{ст} = \frac{F_{ст}}{l_k} \text{ и } H_B = \frac{U_e}{l_k}. \quad (10-53)$$

Удельные потери н. с. в ярме можно приближенно выразить через индукцию в сердечнике

$$H_0 = \frac{BSR_{\mu 0}}{l_k}. \quad (10-54)$$

При расчете цепи с учетом  $R_{\mu 0}$  зависимость  $B = f(H_1 + H_2)$  необходимо привести к виду  $B = f(H_1 + H_2 + H_0)$  (рис. 10-12).

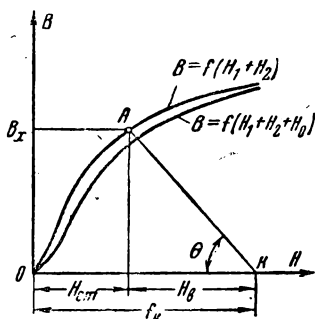


Рис. 10-12. Графическое решение системы трех уравнений магнитной цепи методом Б. С. Сотскова.

Если задан, например, поток в ярме  $\Phi_0 = B_0 S$ , то из кривой на рис. 10-13 можно найти  $H_{ct0}$  и, пользуясь зависимостью

$$H_{в0} = \frac{B_0}{\operatorname{tg} \theta_0} \frac{n_n}{n_l} \quad (10-55)$$

и формулой (10-43), определить удельную н. с. катушки

$$f_k = H_{ct0} + H_{в0}. \quad (10-56)$$

При заданном потоке в конце катушки  $\Phi_e = B_e S$  имеем:

$$H_{ве} = \frac{B_e}{\operatorname{tg} \theta_e} \cdot \frac{n_n}{n_n} \quad \text{и} \quad f_k = H_{ст} + H_{ве}, \quad (10-57)$$

При расчете цепи в этом случае полагаем в первом приближении, что магнитное сопротивление ярма  $R_{\mu 0} = 0$ , так как индукция в ярме неизвестна. Проведя указанные построения, найдем индукцию и поток в начале сердечника. По  $\Phi_0$  определяем ранее изложенным методом значение  $R_{\mu 0}$  (рис. 10-7). Затем строим расчетную кривую намагничивания  $B = f(H_1 + H_2 + H_0)$ , предварительно определив значение  $H_0$  из (10-54). Пользуясь этой кривой, уже во втором приближении проводим построения и определяем необходимые величины.



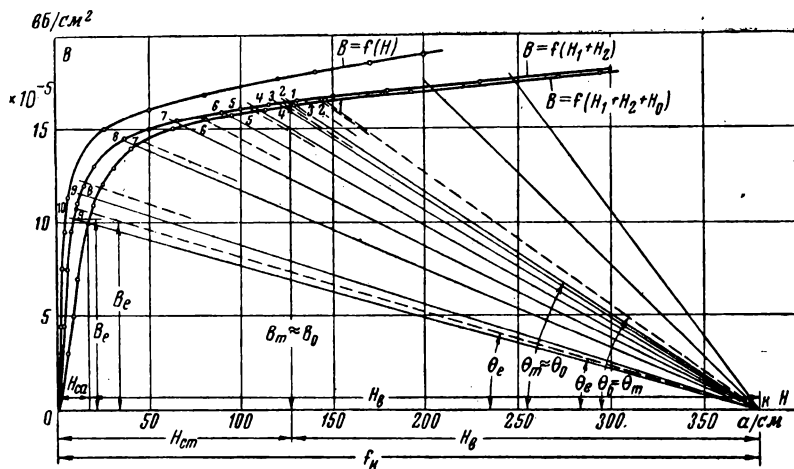


Рис. 10-14. К расчету магнитной цепи методом Б. С. Сотскова при заданной н. с. катушки  $F_k$  и воздушном зазоре  $\delta = 4,4$  мм. Сплошные лучи — для расчета при  $R_{\mu 0} \neq 0$ ; пунктирные лучи — для расчета при  $R_{\mu 0} = 0$ .

Из рис. 10-14 и табл. 10-7 при  $x=0$  получим поток в начале катушки  $\Phi_0 = \Phi_m = 116 \cdot 10^{-5}$  вб, а при

Таблица 10-7

**Данные к расчету цепи методом Б. С. Сотскова**  
при заданной н. с.  $F_k = 2800$  а и зазоре  $\delta = 4,4$  мм  
( $R_{\mu 0} = 0$ )

Номера участков	Обозначения величин						
	$x$	$x^2$	$0,76 x^2$	$\lg \theta_x$	$B_x$	$H_{ст. x}$	$\Phi_x$
	см	см <sup>2</sup>	см <sup>2</sup>	$\times 10^{-2}$	$10^{-5}$ вб/см <sup>2</sup>	а/см	$10^{-5}$ вб
1	0	0	0	70,5	16,64	144	116
2	1	1	0,76	69,7	16,62	143	115,8
3	2	4	3,04	67,5	16,53	135	115
4	3	9	6,85	63,7	16,4	123	114
5	4	16	12,2	58,3	16,1	105	112
6	5	25	19	51,5	15,6	78	108,5
7	6	36	27,4	43,1	14,65	41	102
8	7	49	37,2	33,3	12,15	16	84,6
9	7,37	54,3	41,3	29,2	10,82	11	75,3

$$\Sigma H_{ст. x} = 796$$

$x = 7,37$  см — поток в конце ее  $\Phi_e = 75,3 \cdot 10^{-5}$  вб. Поток вблизи торцевой поверхности  $\Phi_{et} = 49,3 \cdot 10^{-5}$  находим из кривой  $\Phi_{et}(\Phi_e)$  (рис. 10-7).

Потери н. с. в сердечниках

$$F_{ст} = H_{ст} l_k = 88,4 \cdot 7,37 = 652 \text{ а.}$$

где среднее значение для  $H_{ст} = \frac{\sum_1^n H_{стx}}{n} = \frac{796}{9} = 88,4 \text{ а/см.}$

Из равенств (10-45) и (10-53) приведенные и полные потери н. с. в воздушном зазоре:

$$H_{в} = f_k - H_{ст} = 380 - 88,4 = 291,6 \text{ а/см};$$

$$U_e = H_{в} l_k = 291,6 \cdot 7,37 = 2148 \text{ а.}$$

В действительности полная н. с. катушки по расчетным потокам

$$F'_k = U'_e + U'_0 + F_{ст}, \quad (10-58)$$

где потери н. с. в ярме и воздушном зазоре и якоре:

$$U'_0 = \Phi_0 R_{\mu 0}; \quad (10-59)$$

$$U'_e = U_{ет} + \Phi_{ср} R_{\Delta 2} = \Phi_{ет} \cdot (R_{ет} + R_{\mu 4}) + \frac{1}{2} (\Phi_e + \Phi_{ет}) R_{\Delta 2}. \quad (10-60)$$

По значениям  $\Phi_0 = 116 \cdot 10^{-5}$  вб и  $\Phi_{ет} = 49,3 \cdot 10^{-5}$  вб из кривой на рис. 10-7 находим:

$$R_{\mu 0} = 6,5 \cdot 10^4 \text{ 1/гн}; R_{\mu 4} = 2 \cdot 10^4 \text{ 1/гн}; R_{\Delta 2} = 0,6 \cdot 10^4 \text{ 1/гн.}$$

Тогда  $U'_0 = 75,4 \text{ а}; U'_e = 2754 \text{ а}$  и  $F'_k = 3481,4 \text{ а.}$

Расчетная проводимость воздушного зазора

$$G_e = \frac{\Phi_e}{U_e} = \frac{75,3 \cdot 10^{-5}}{2148} = 35 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

Результаты расчета сведены в табл. 10-8.

Таблица 10-8

Погрешности расчета магнитной цепи методом  
Б. С. Сотскова при заданной н. с. катушки  $F_k = 2800$  а  
и воздушных зазорах  $\delta = 4,4$  мм и 0,57 мм с учетом  
и без учета магнитного сопротивления ярма

Наименование расчет- ной величины	При $\delta$ , мм					
	4,4			0,57		
	Опыт	$R_{\mu 0} \neq 0$	$R_{\mu 0} = 0$	Опыт	$R_{\mu 0} \neq 0$	$R_{\mu 0} = 0$
Поток в ярме $\Phi_0 \times 10^{-5}$ , вб . . . .	120,9	113,5	116	125,5	121,8	124,5
Погрешность, % . . . .	—	—5,8	—4,1	—	—2,9	1
Максимальный поток $\Phi_m \cdot 10^{-5}$ , вб . . . .	121,9	114,0	116	128	122	124,5
Погрешность, % . . . .	—	—6,5	—4,1	—	—4,7	—2,7
Поток в конце ка- тушки $\Phi_e \cdot 10^{-5}$ , вб . . . .	55	69,6	75,3	99,7	118,5	121,5
Погрешность, % . . . .	—	+26,5	+37	—	+18,9	+22
Поток вблизи зазора $\Phi_{et} \cdot 10^{-5}$ , вб . . . .	40,7	45,2	49,3	91,7	108	113,5
Погрешность, % . . . .	—	+11	+21	—	+17,8	—23,8
Намагничивающая сила катушки, по- лученная по рас- четным потокам, $F'_k$ , а . . . . .	2800	3274	3481,4	2800	3153,6	3306
Погрешность, % . . . .	—	+16,9	+24,3	—	+12,6	+18
Потери н. с. в сер- дечниках $F_{ст}$ , а . . . .	—	637	652	—	1735	1870
Координата максиму- ма потока $x_0$ , см . . . .	0,35	0,394	0	1,73	1,076	0
Погрешность, % . . . .	—	+39,5	100	—	—38,5	100

Если учесть магнитное сопротивление ярма  $R_{\mu 0}$ , то погрешности ряда величин уменьшатся. За истинную величину берем  $R_{\mu 0} = 8,65 \cdot 10^4$  1/гн, определенную по опытному потоку в ярме  $\Phi_0$ . Расчет же цепи в этом случае проводим, пользуясь кривой  $B = f(H_1 + H_2 + H_0)$ , которая учитывает еще удельную н. с. ярма

$$H_0 = \frac{SR_{\mu 0}B}{l_k} = \frac{6,96 \cdot 8,65 \cdot 10^4 B}{7,37} = 8,17 \cdot 10^4 B.$$

Удельные потери н. с. в сердечниках, ярме  $H_0$  и воздушном зазоре  $H_v$  определяются пересечением ранее указанных прямых с кривой  $B = f(H_1 + H_2 + H_0)$  (рис. 10-14, табл. 10-8).



Несмотря на относительно большой воздушный зазор, погрешность основных величин с учетом  $R_{\mu 0}$  получилась меньше. Следовательно, пренебрегать сопротивлением  $R_{\mu 0}$  не следует, даже при отсутствии зазора или стыка между сердечником и ярмом.

Расчет цепи при заданной н. с. катушки в самом общем случае, когда необходимо учесть магнитное сопротивление ярма, мы рекомендуем проводить в следующем порядке. В первом приближении цепь рассчитывается без учета  $R_{\mu 0}$ , определяются все потоки, в том числе и поток в ярме  $\Phi_0$ . По индукции  $B_0 = \frac{\Phi_0}{S_1}$  и пользуясь методикой, изложенной в § 10-4, находим  $R_{\mu 0}$ . Зная индукцию в начале сердечника и сопротивление  $R_{\mu 0}$ , по формуле (10-54) определяем  $H_0$ , а затем строим кривую  $B = f(H_1 + H_2 + H_0)$ . После этого расчет повторяется во втором приближении, с тем отличием, что величина  $\operatorname{tg} \theta_x$  подсчитывается с учетом  $R_{\mu 0}$  [см. (10-43)].

Расчет магнитной цепи для воздушного зазора  $\delta = 0,57$  мм проводится аналогично. Погрешности даны в табл. 10-8.

#### в) Расчет цепи при заданном потоке $\Phi_e$

Полагаем  $R_{\mu 0} = 0$ , так как поток  $\Phi_0$  неизвестен. При  $x = 73,7$  мм из табл. 10-7 берем  $\operatorname{tg} \theta_e$ . Тогда по (10-57) и заданному значению  $\Phi_e = 55 \cdot 10^{-5}$  вб получим

$$\begin{aligned} H_{вe} &= \frac{B_e}{\operatorname{tg} \theta_e} \cdot \frac{n_n}{n_b} = \frac{\Phi_e}{S \operatorname{tg} \theta_e} \cdot \frac{n_n}{n_b} = \\ &= \frac{55 \cdot 10^{-5}}{6,96 \cdot 0,292} \cdot \frac{10}{10^{-5}} = 270 \text{ а/см.} \end{aligned}$$

Из кривой  $B = f(H_1 + H_2)$  (рис. 10-15) по

$$B_e = \frac{\Phi_e}{S} = 7,9 \cdot 10^{-5} \text{ вб/см}^2$$

(точка 1) находим значение  $H_{ст} = 6,5$  а/см, а также удельную и полную н. с. катушки:

$$\begin{aligned} f_k &= H_{в} + H_{ст} = 276,5 \text{ а/см и} \\ F_k &= f_k l_k = 276,5 \cdot 7,37 = 2040 \text{ а.} \end{aligned}$$

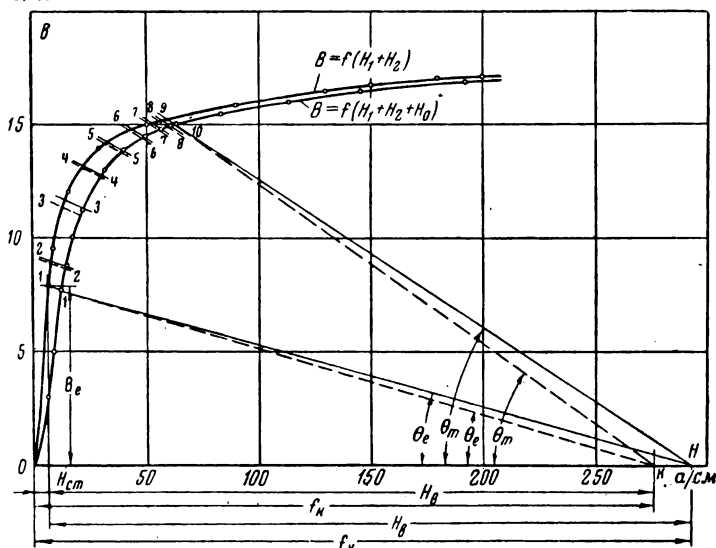
$10^{-5} \text{ вб/см}^2$ 


Рис. 10-15. К расчету магнитной цепи методом Б. С. Сотскова при заданном потоке  $\Phi_e$  для  $\delta=4,4$  мм. Сплошные лучи—для расчета при  $R_{\mu 0} \neq 0$ ; пунктирные лучи—для расчета при  $R_{\mu 0} = 0$ .

Задаваясь в пределах длины катушки девятью значениями  $x$  по (10-44), определяем углы  $\theta_x$ , под которыми проходят лучи до пересечения с кривой  $B=f(H_1+H_2)$ . Результаты расчета сводим в табл. 10-9. Расчет цепи с учетом  $R_{\mu 0}$  снижает погрешности по н. с. катушки и координате  $x_0$  (табл. 10-9).

Погрешности при  $\delta=0,57$  мм приведены в табл. 10-9.

### г) Расчет цепи при заданном потоке в ярме $\Phi_0$

Величину потока  $\Phi_0=120,9 \cdot 10^{-5}$  вб берем из данных опыта. Тогда индукция в ярме  $B_0=\frac{\Phi_0}{S}=17,4 \cdot 10^{-5} \text{ вб/см}^2$ . Из кривой на рис. 10-7 по величине  $\Phi_0$  определяем  $R_{\mu 0}=8,65 \cdot 10^4$  1/гн. Значение  $\text{tg } \theta$  находим по (10-43). Далее,

$$H_{B0}=\frac{B_0}{\text{tg } \theta_0} \cdot \frac{n_n}{n_b}=269 \text{ а/см.}$$

Таблица 10-9

Погрешности расчета магнитной цепи методом  
Б. С. Сотскова при заданном потоке в конце катушки  
 $\Phi_e = 55 \cdot 10^{-5}$  вб и воздушных зазорах  $\delta = 4,4$  мм  
и  $\delta = 0,57$  мм с учетом и без учета магнитного  
сопротивления стали ярма

Наименование расчетной величины	При $\delta$ , мм					
	4,4			0,57		
	Опыт	$R_{\mu 0} \neq 0$	$R_{\mu 0} = 0$	Опыт	$R_{\mu 0} \neq 0$	$R_{\mu 0} = 0$
Поток в ярме $\Phi_0 \cdot 10^{-5}$ , вб . . . . .	120,9	105,2	106	125,5	107	106,8
Погрешность, % . . . . .	—	13,6	—13	—	—14,8	—14,9
Максимальный поток $\Phi_m \cdot 10^{-5}$ , вб . . . . .	121,9	105,5	106	128	107,2	106,8
Погрешность, % . . . . .	—	—13,9	—13,2	—	—16,2	—16,6
Намагничивающая сила катушки $F_K$ , а . . . . .	2 800	2 150	2 040	2 800	1 465	1 195
Погрешность, % . . . . .	—	—23,2	—27,2	—	—47,7	—57,3
Потери н. с. в сердеч- никах $F_{ст}$ , а . . . . .	—	302	239	—	654,5	408
Координата максимума потока $x_0$ , см . . . . .	0,65	0,394	0	1,73	1,075	0
Погрешность, % . . . . .	—	—39,5	100	—	—31,5	100

Из рис. 10-13 имеем  $H_{ст0} = 236$  а/см.

Аналогично предыдущему рассчитываем;

$$f_K = H_{ст0} + H_{в0} = 505 \text{ а/см};$$

$$F_K = f_K l_K = 3\,620 \text{ а}; \Phi_e = 90,7 \cdot 10^{-5} \text{ вб};$$

$$\Phi_m = 121,2 \cdot 10^{-5} \text{ вб}; \Phi_{ет} = 58 \cdot 10^{-5} \text{ вб}.$$

Расчет цепи при  $\delta = 0,57$  мм проводится аналогично. Необходимые построения при заданных величинах  $\Phi_0$ ,  $F_K$  и  $\Phi_e$  даны на рис. 10-13; погрешности приведены в табл. 10-10.

По расчетным данным на рис. 10-16 и 10-17 построены кривые изменения потока вдоль длины сердечника при  $\delta = 4,4$  и  $0,57$ .

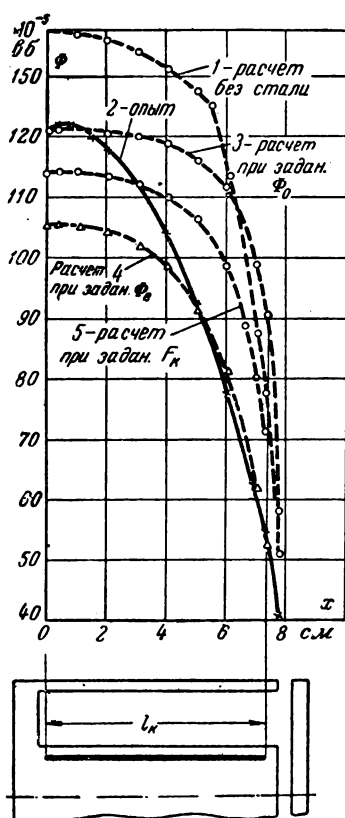


Рис. 10-16. Кривые распределения потока вдоль длины сердечника при воздушном зазоре  $\delta = 4,4$  мм и при  $R_{\mu 0} \neq 0$ , рассчитанные по методу Б. С. Сотскова.

1—расчетная кривая без учета магнитного сопротивления стали; 2—опытная кривая; 3—расчетная кривая при заданном потоке в яре  $\Phi_0$ ; 4—расчетная кривая при заданном потоке в конце катушки  $\Phi_e$ ; 5—расчетная кривая при заданной н. с. катушки  $F_k$ .

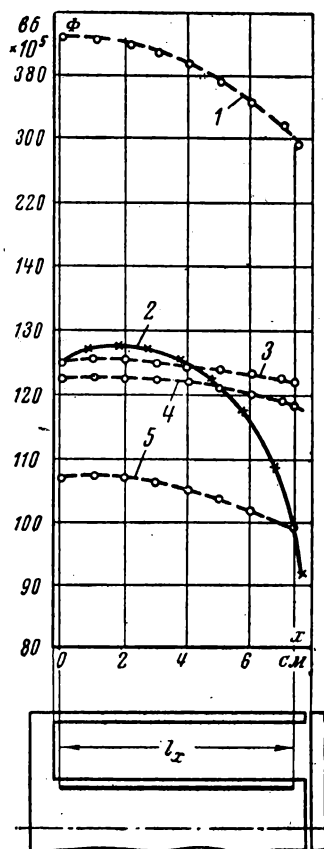


Рис. 10-17. Кривые распределения потока вдоль длины сердечника при воздушном зазоре  $\delta = 0,57$  мм и при  $R_{\mu 0} \neq 0$ , рассчитанные по методу Б. С. Сотскова.

1—расчетная кривая без учета магнитного сопротивления стали; 2—опытная кривая; 3—расчетная кривая при заданном потоке в яре  $\Phi_0$ ; 4—расчетная кривая при заданной н. с. катушки  $F_k$ ; 5—расчетная кривая при заданном потоке в конце катушки  $\Phi_e$ .

**Погрешности расчета магнитной цепи методом  
Б. С. Сотскова при различных заданных величинах  
с учетом магнитного сопротивления ярма<sup>1</sup>**

Наименование расчетной величины	При $\delta$ , мм					
	4,4			0,57		
	Расчет при заданной величине					
	$F_K$	$\Phi_e$	$\Phi_0$	$F_K$	$\Phi_e$	$\Phi_0$
$\Phi_e \cdot 10^{-5}$ , вб . . . . .	69,6	(55)	90,7	118,5	(99,7)	122,5
Погрешность, % . . . . .	+26,5	—	+65	+18,9	—	+23
$\Phi_0 \cdot 10^{-5}$ , вб . . . . .	113,5	105,2	(120,9)	121,8	107	(125,5)
Погрешность, % . . . . .	—5,8	—13,6	—	—2,9	—14,8	—
$\Phi_{ет} \cdot 10^{-5}$ , вб . . . . .	45,2	—	58	108	—	112
Погрешность, % . . . . .	+11	—	+44	—17,8	—	+22,1
$\Phi_m \cdot 10^{-5}$ , вб . . . . .	114,0	105,5	121,2	122	107,2	126
Погрешность, % . . . . .	—6,5	—13,9	—1	—4,7	—16,3	—1,6
$F_K$ , а . . . . .	(2 800)	2 150	3 620	(2 800)	1 465	3 290
Погрешность, % . . . . .	—	—23,2	+29,2	—	—47,7	+17,5
$F_{ст}$ , а . . . . .	652	302	1 265	1 735	654,4	2 150

<sup>1</sup> Значения опытных величин взяты в скобки.

#### д) Выводы

Предложенный Б. С. Сотсковым приближенный графоаналитический метод расчета магнитной цепи по сравнению с другими методами наиболее прост и менее трудоемок. Им удобно пользоваться и при заданной величине магнитного потока в воздушном зазоре или ярме, и при заданной н. с. катушки. Если сравнить кривые распределения магнитного потока вдоль длины сердечника  $\Phi(x)$  без учета магнитного сопротивления стали (рис. 10-16 и 10-17) с аналогичными кривыми, построенными по этому методу, то последние значительно ближе к опытным кривым  $\Phi(x)$ , т. е. этот метод достаточно полно учитывает магнитное сопротивление стали сердечников.

Погрешности расчета зависят от величины зазора и одной из заданных величин: н. с. катушки, потока в начале катушки или потока вблизи воздушного зазора.

Метод дает вполне удовлетворительные результаты при расчете цепи, когда задана н. с. катушки. Так, при воздушном зазоре 0,57 мм погрешность по потоку  $\Phi_e$  равна 18,9%, по потоку вблизи воздушного зазора  $\Phi_{ет}$  4,7%. Несколько выше получаются погрешности при

большей величине зазора (4,4 мм), равные соответственно 26,5 и 11%. Удовлетворительные результаты получаются также при заданном потоке  $\Phi_e$  и воздушном зазоре 4,4 мм. В этом случае расчетная н. с. катушки меньше действительной на 23,2%, а при заданном потоке  $\Phi_0$  и малом зазоре (0,57 мм), наоборот, больше нее на 29,2%.

Значительные погрешности имеют место при заданном потоке  $\Phi_e$  и зазоре 0,57 мм и при заданном потоке  $\Phi_0$  и зазоре 4,4 мм. В первом случае расчетная н. с. катушки меньше опытной на 47,7%, во втором расчетный поток в конце катушки  $\Phi_e$  больше действительного на 65%.

Одной из основных причин, определяющих погрешности расчета, является несоответствие расчетных потерь н. с. в сердечнике с истинными потерями. Если сравнить потери н. с. в сердечниках для одного и того же зазора, например 4,4 мм, то при заданном потоке в ярме  $\Phi_0$  они больше в 4,2 раза, чем при заданном потоке  $\Phi_e$  (табл. 10-10), хотя в идеальном случае кривые изменения потока вдоль длины сердечника должны совпадать независимо от того, с какого конца сердечника проводится расчет цепи. Такая большая разница частично объясняется тем, что при расчете разность магнитных потенциалов  $U(x)$  между сердечниками вдоль их длины была принята линейной [уравнение (10-37)], что возможно только при магнитном сопротивлении стали сердечников, равном нулю. Нелинейный характер кривой  $U(x)$  хорошо подтверждается данными кривых на рис. (10-2), (10-3) и (10-11), полученными автором при расчете цепи графоаналитическим методом и методом участков.

Если цепь рассчитывается при заданном потоке  $\Phi_e$ , т. е. начиная с меньшей индукции, то средние потери н. с. в сердечниках по сравнению с действительными получаются заниженными аналогично тому, как это имело место при расчете цепи методом участков. Тогда при постоянной разности магнитных потенциалов между сердечниками в конце катушки  $U_e = \frac{\Phi_e}{G_e}$  расчетная величина  $F_K$

становится меньше опытной, что в свою очередь снижает значение потока в начале катушки  $\Phi_0$ . Это справедливо как для воздушного зазора  $\delta = 4,4$  мм, так и для зазора

$\delta = 0,57$  мм (табл. 10-9), хотя для малого зазора погрешности получаются больше из-за малых потерь н. с. в сердечниках ( $\Delta F_k = 57,3\%$  при  $R_{\mu 0} = 0$  и  $47,7\%$  при  $R_{\mu 0} \neq 0$ ). Если же расчет ведется при заданном потоке в начале катушки  $\Phi_0$ , т. е. при больших значениях индукций, то средние потери н. с. в сердечниках получаются, наоборот, завышенными, что дает превышение расчетной величины  $F_k$  над опытной (табл. 10-10), возрастает значение  $U_e$ , а следовательно, увеличивается и  $\Phi_e = U_e G_e$ .

Особенно сильно это сказывается при зазоре  $4,4$  мм, так как при этом меньше снижается разность магнитных потенциалов  $U_e$  (рис. 10-2 и 10-3).

Как видно из табл. 10-8 и 10-9, погрешности расчета больше, если магнитное сопротивление ярма  $R_{\mu 0}$  не учитывается. Например, при зазоре  $\delta = 4,4$  мм погрешности по потоку в конце катушки при заданном  $F_k$  составляют  $+26,5\%$  при  $R_{\mu 0} \neq 0$  и  $37\%$  при  $R_{\mu 0} = 0$ .

## 10.7. ПОГРЕШНОСТИ РАСЧЕТА МАГНИТНОЙ ЦЕПИ ПО МЕТОДУ Н. А. ЛИВШИЦА

### а) Вывод расчетных зависимостей

Нелинейное дифференциальное уравнение магнитной цепи Н. А. Лившиц решает путем двойного графического интегрирования [Л. 63 и 11].

Для магнитной цепи постоянного тока (рис. 10-1) с распределенной н. с., у которой магнитные сопротивления сердечников 1 и 2 примерно одинаковы, дифференциальное уравнение (8-61) имеет вид

$$\frac{d^2 \Phi_x}{dx^2} + g(f_k - 2z'_{\mu 1} \Phi_x) = 0.$$

Опустив индекс  $x$  у потока, это уравнение можно представить в таком виде;

$$\frac{d^2 \Phi}{dx^2} = g(f_k - 2H) = f(\Phi). \quad (10-61)$$

Двойное графическое интегрирование этого уравнения дает зависимость  $\Phi = f(x)$ .

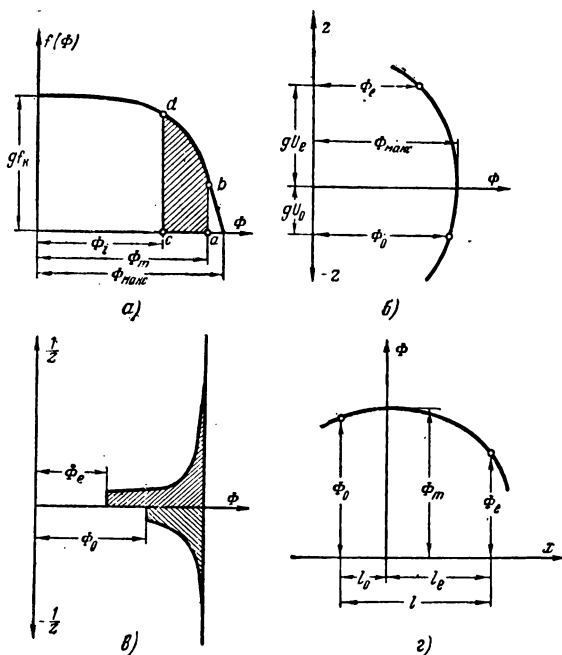


Рис. 10-18. К расчету магнитной цепи методом Н. А. Лившица.

$a$  — зависимость  $g(f_{\kappa} - 2H) = f(\Phi)$ ;  $б$  — зависимость  $z = f(\Phi)$ , полученная графическим интегрированием кривой на рис. 10-18,  $a$ ;  $в$  — зависимость  $\frac{1}{z} = f(\Phi)$ ;  $г$  — зависимость  $\Phi = f(x)$ , полученная графическим интегрированием кривой на рис. 10-18,  $в$ .

Имея кривую намагничивания  $B = f(H)$ , строим зависимость

$$g(f_{\kappa} - 2H) = f(\Phi), \quad (10-62)$$

изображенную на рис. 10-18,  $a$ . Рассмотрим кратко методику этого интегрирования.

Обозначим через  $z$  первую производную от потока по координате  $x$  с обратным знаком

$$z = -\frac{d\Phi}{dx}, \quad (10-63)$$

получим

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{d^2\Phi}{dx^2} \quad (10-64)$$



Из (10-63), (10-61) и (10-64)

$$zdz = -\frac{d^2\Phi}{dx^2} d\Phi = -f(\Phi) d\Phi.$$

После интегрирования

$$\frac{z_i^2}{2} = -\int_{\Phi_m}^{\Phi_i} f(\Phi) d\Phi. \quad (10-65)$$

Здесь  $\Phi_m$  — максимальное значение потока в сердечнике;  $\Phi_i$  и  $z_i$  — текущие значения  $\Phi$  и  $z$ . При максимальном значении потока в магнитопроводе разность магнитных потенциалов между сердечниками  $U_m = 0$  и, следовательно, величина  $z = 0$ . Задаваясь максимальным значением потока в сердечнике  $\Phi_m$ , для соответствующего значения  $\Phi_i$  находим  $z_i^2/2$  как площадь  $abcd$  (рис. 10-18,а). Как видно из рис. 10-18,а, величина  $\Phi_{\text{макс}}$  больше  $\Phi_m$  и является тем потоком, который можно получить в данной магнитной системе при заданной удельной н. с.  $f_k$ , если нет воздушных зазоров. Если же таковые имеются, то максимальный поток в сердечнике, естественно, будет меньше  $\Phi_{\text{макс}}$ .

Итак, задаваясь величиной  $\Phi_m$ , можно графически проинтегрировать (10-65) и построить зависимость  $z = f_1(\Phi)$  (рис. 10-18,б). Но значение

$$z = f_1(\Phi) = -\frac{d\Phi}{dx}, \quad (10-66)$$

откуда при  $z < 0$

$$x_i = -\int_{\Phi_m}^{\Phi_i} \frac{d\Phi}{f_1(\Phi)}; \quad (10-67)$$

при  $z > 0$

$$x_i = \int_{\Phi_m}^{\Phi_i} \frac{d\Phi}{f_1(\Phi)} = \int_{\Phi_m}^{\Phi_i} \left( \frac{1}{z} \right) d\Phi. \quad (10-68)$$

Если построить зависимость  $\frac{1}{z} = f_1(\Phi)$  на рис. 10-18,в и графически проинтегрировать ее, то получим искомую зависимость  $x = f(\Phi)$  (рис. 10-18,г).

Так решается задача, если известна удельная н. с. катушки, задан  $\Phi_m$  и требуется определить кривую распределения магнитного потока вдоль длины сердечника. При графическом интегрировании  $z=f_1(\Phi)$  приходится строить обратную зависимость  $\frac{1}{z}=f_2(\Phi)$ . Но при  $\Phi_i \approx \Phi_m$  значение  $\frac{1}{z}$  стремится к бесконечности; поэтому

при расчете ограничиваемся величиной  $\Phi_m - \Delta\Phi$ , что при вычислении вносит некоторую погрешность в результат.

Рассчитаем магнитную цепь, представленную на рис. 10-1. При этом расчет проведем для двух значений воздушного зазора: 4,4 и 0,57 мм.

### б) Расчет цепи при заданном потоке в ярме $\Phi_0$

Расчет проводим при зазоре, равном 4,4 мм, и заданном потоке  $\Phi_0 = \Phi_{01} = 120,9 \cdot 10^{-5}$  вб (опытное значение). Из предыдущих разделов (§ 10-1, 10-5) используем данные:  $g = 10,57 \cdot 10^{-8}$  гн/см;  $G_e = 27,6 \cdot 10^{-8}$  гн;  $f_k = 380$  а/см;  $R_{\mu 0} = 8,65 \times 10^4$  1/гн;  $l_k = 7,37$  см и  $S_{ср} = 6,95$  см<sup>2</sup>. Необходимо расчетным путем определить поток в конце катушки  $\Phi_e = \Phi_{01}$  и сравнить его с опытной величиной. Для построения зависимости  $f(\Phi) = g(f_k - 2H)$  задаемся различными значениями потока и по индукции  $B = \frac{\Phi}{S_{ср}}$  находим из кривой намагничивания значение  $H$  (рис. 10-4). Данные для построения сведены в табл. 10-11.

Таблица 10-11

**Данные для построения зависимости  $g(f_k - 2H) = f(\Phi)$  при зазоре 4,4 мм**

$B$ , вб/см <sup>2</sup> · 10 <sup>-5</sup>	$H$ , а/см	$2H$ , а/см	$f_k - 2H$ , а/см	$g(f_k - 2H) = f(\Phi)$ , вб/см <sup>2</sup> · 10 <sup>-5</sup>	$\Phi$ , вб · 10 <sup>-5</sup>
0	0	0	380	4,01	0
4	1,9	3,8	376,2	3,97	27,8
6	2,35	4,7	375,3	3,96	41,6
10	4,5	9	371	3,93	69,5
12	7,1	14,2	365	3,85	83,5
13	10	20	360	3,80	90,4
14	15	30	350	3,70	97,4
15	26	52	328	3,46	104
16	50	100	280	2,96	111
17	90	180	200	2,11	118
18	145	290	90	0,95	125
18,75	190	380	0	0	130,5

Величиной максимального потока  $\Phi_m$  можно задаваться произвольно, взяв ее, однако, меньше  $\Phi_{\text{макс}}$ . Для определения погрешности расчета по потоку  $\Phi_e$  возьмем из опыта  $\Phi_{m1} = 121,9 \cdot 10^{-5}$ . Интегрируя кривую  $f(\Phi) = g(f_k - 2H)$  в пределах от  $\Phi_{m1}$  до  $\Phi_{i1}$  (рис. 10-19), строим зависимость  $z = \psi(\Phi)$  (рис. 10-20). Для определения кривой изменения потока вдоль

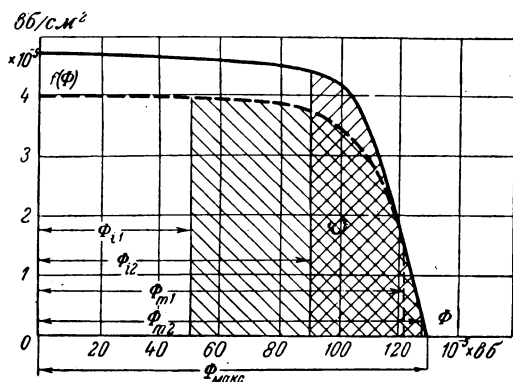


Рис. 10-19. Зависимость  $g(f_k - 2H) = f(\Phi)$ .

1 — для зазора  $\delta = 4,4$  мм при  $g = 10,57 \cdot 10^{-8}$  гн/см; 2 — для зазора  $\delta = 0,57$  мм при  $g = 12,65 \cdot 10^{-8}$  гн/см. Масштабы:  $m_1$ , 1 см =  $10 \cdot 10^{-5}$  вб;  $m_2$ , 1 см =  $0,5 \cdot 10^{-5}$  вб/см<sup>2</sup>.

длины сердечника наносим на рис. 10-21 зависимость  $\frac{1}{z} = \varphi(\Phi)$  (табл. 10-12), а затем графически интегрируем ее. Результаты расчета сводим также в табл. 10-12. Изменение потока вдоль длины сердечника показано на рис. 10-22.

По величине заданного потока  $\Phi_{01} = 120,9 \cdot 10^{-5}$  вб из рис. 10-20 определяем значение  $z_{01} = 1,1 \cdot 10^{-5}$  вб/см. Тогда разность магнитных потенциалов, приложенных к ярму,

$$U_0 = \frac{z_{01}}{g} = \frac{1,1 \cdot 10^{-5}}{10,57 \cdot 10^{-8}} = 104 \text{ а.}$$

Поток  $\Phi_m$  находится на расстоянии 0,4 см от  $\Phi_{01}$  (табл. 10-12); следовательно,  $x_0 = 0,4$  см и тогда  $x_e = l_k - l_{01} = 7,37 - 0,4 = 6,97$  см. По значению  $x_e = 6,97$  см из кривой на рис. 10-22 определяем  $\Phi_e = \Phi_{e1} = 49 \cdot 10^{-5}$  вб, а по величине  $\Phi_{e1}$  из рис. 10-20 находим  $z_{e1} = 22,5 \cdot 10^{-5}$  вб/см. Тогда разность магнитных потенциалов в конце катушки и магнитная проводимость воздушного зазора с учетом поля выпучивания:

$$U_e = \frac{z_{e1}}{g} = \frac{22,5 \cdot 10^{-5}}{10,57 \cdot 10^{-8}} = 2130 \text{ а;}$$

$$G_e = \frac{\Phi_{e1}}{U_e} = \frac{49 \cdot 10^{-5}}{2130} = 23 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

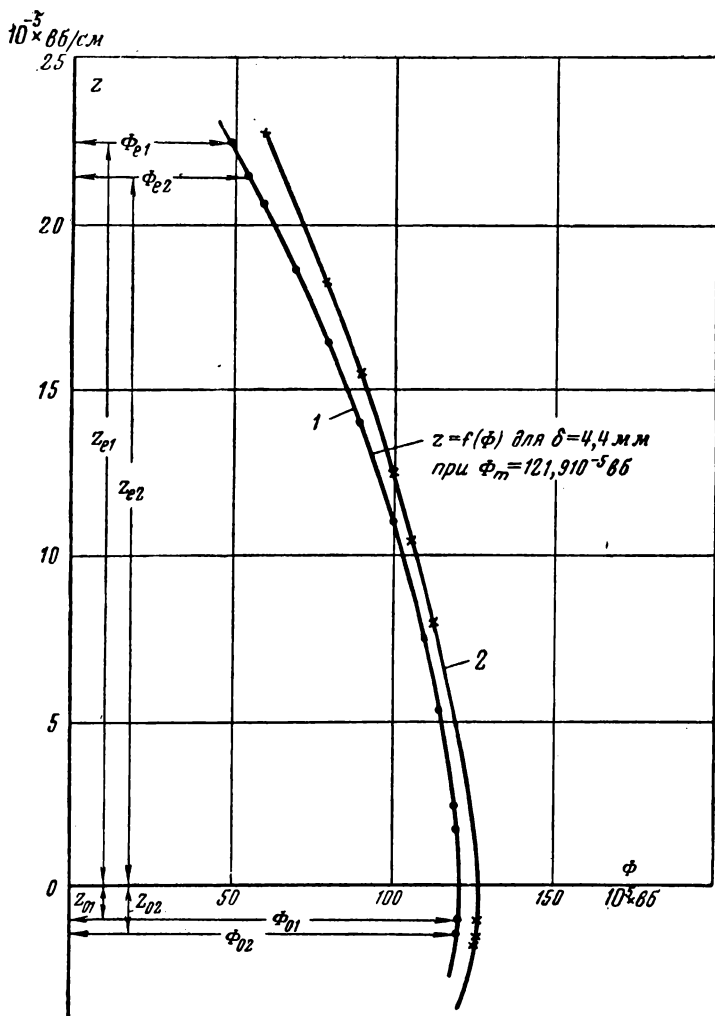


Рис. 10-20. Зависимости  $z = \psi(\Phi)$ , рассчитанные методом Н. А. Лившица для зазоров  $\delta = 4,4 \text{ мм}$  и  $\delta = 0,57 \text{ мм}$ .

1 — для  $\delta = 4,4 \text{ мм}$  при  $\Phi_m = 121,9 \cdot 10^{-5} \text{ вб}$ ; 2 — для  $\delta = 0,57 \text{ мм}$  при  $\Phi_m = 128 \cdot 10^{-5} \text{ вб}$ .

Погрешность по потоку  $\Phi_e$  составляет 10,9%, а по проводимости  $G_e$  (относительно величины  $G_e$ , рассчитанной по геометрическим размерам с учетом поля выпучивания) равна 16,7%.

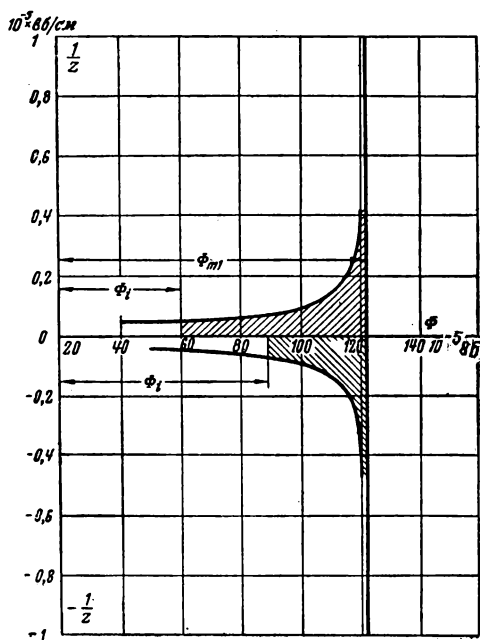


Рис. 10-21. Кривые  $\frac{1}{z} = \varphi(\Phi)$  при воздушном зазоре  $\delta = 4,4$  мм по методу Н. А. Лившица.

Таблица 10-12

Данные для построения кривых  $1/z = \varphi(\Phi)$  и  $\Phi = f(x)$  при  $\Phi_{m1} = 121,9 \cdot 10^{-3}$  вб

$\Phi_i \cdot 10^{-3}$	$\frac{z_i^2}{2}, \text{ см}^2$	$\Phi_i^2, \text{ вб}^2/\text{см}^2 \cdot 10^{-10}$	$z_i, \text{ вб}/\text{см} \cdot 10^{-5}$	$\frac{1}{z}, \text{ см}/\text{вб} \cdot 10^5$	$x, \text{ см}$
120,9	0,34	3,4	1,84	0,544	0,4
120	0,6	6,0	2,44	0,41	0,8
115	2,83	28,2	5,3	0,189	2,06
110	5,63	56,25	7,5	0,134	2,86
100	12,18	121,78	11,1	0,09	3,98
90	19,48	194,78	13,92	0,072	4,79
80	27,17	271,7	16,42	0,061	5,45
70	34,93	349,3	18,62	0,054	5,96
60	42,69	426,9	20,6	0,049	6,46
50	50,46	504,6	22,2	0,045	6,9
40	58,24	582,4	24,1	0,042	7,34

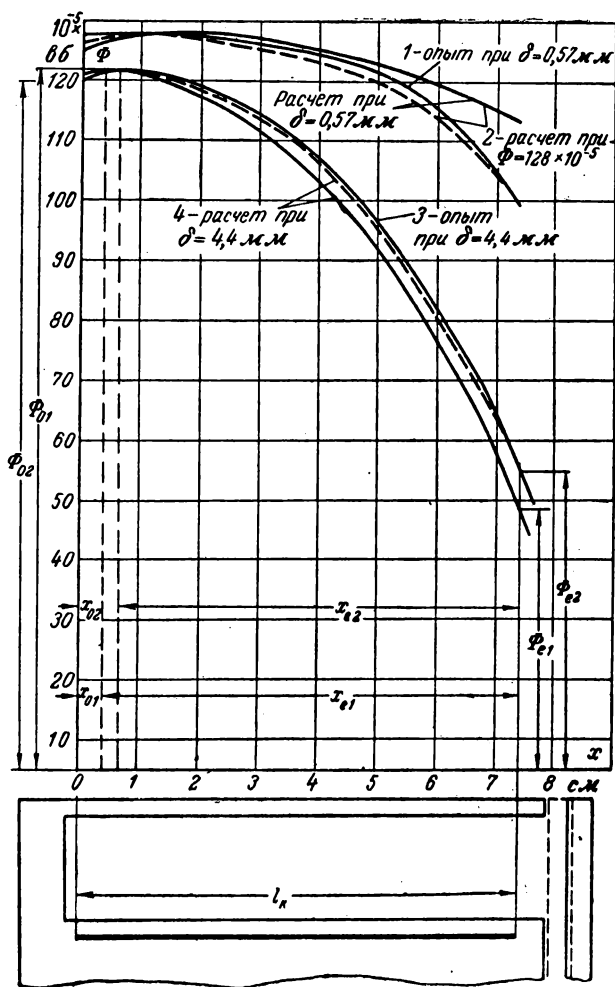


Рис. 10-22. Кривые изменения потока вдоль длины сердечника, рассчитанные методом Н. А. Лившица для зазоров 0,57 и 4,4 мм.

1—опытная кривая при  $\delta=0,57$  мм; 2—расчетные кривые при  $\delta=0,57$  мм и  $\Phi_m=128 \cdot 10^{-3}$  об; 3—опытная кривая при  $\delta=4,4$  мм; 4—расчетные кривые при  $\delta=4,4$  мм. Расчетные кривые при заданном  $\Phi_0$ —сплошные линии, при заданном  $\Phi_e$ —пунктирные линии.

### в) Расчет цепи при заданном потоке $\Phi_e$

Из построенной ранее кривой  $z = \psi(\Phi)$  (рис. 10-20) можно определить также поток в ярме  $\Phi_0$  и разности магнитных потенциалов между сердечниками 1 и 2 у ярма  $U_0$  и в конце катушки  $U_e$  при заданном потоке  $\Phi_e$ .

Если для зазора, равного 4,4 мм, взять поток  $\Phi_e = \Phi_{e2} = 55 \cdot 10^{-5}$  вб, то из кривой на рис. 10-20 определим  $z_{e2} = 21,4 \cdot 10^{-5}$  вб/см, а следовательно, и

$$U_e = \frac{z_{e2}}{g} = \frac{21,4 \cdot 10^{-5}}{10,57 \cdot 10^{-8}} = 202 \text{ а.}$$

Тогда проводимость воздушного зазора

$$G_e = \frac{\Phi_e}{U_e} = \frac{55 \cdot 10^{-5}}{2020} = 27 \cdot 10^{-8} \text{ гн.}$$

Эта величина меньше проводимости, подсчитанной по геометрическим размерам, на 2,4%. Теперь изложенным выше методом строим кривую  $\Phi = f(x)$  (рис. 10-22). По  $\Phi_e = \Phi_{e2} = 55 \cdot 10^{-5}$  вб определяем координату  $x_{e2} = 67$  мм. Значение  $x_{02} = l_K - x_{e2} = 73,7 - 67 = 6,7$  мм позволяет найти величину потока  $\Phi_0 = \Phi_{02} = 120 \cdot 10^{-5}$  вб, по которой из рис. 10-20 определяем  $z_{02} = 1,5 \cdot 10^{-5}$  вб/см. Разность магнитных потенциалов между сердечниками 1 и 2 в начале катушки

$$U_0 = \frac{z_{02}}{g} = \frac{1,5 \cdot 10^{-5}}{10,57 \cdot 10^{-8}} = 142 \text{ а,}$$

Магнитное сопротивление ярма

$$R_{\mu 0} = \frac{U_0}{\Phi_0} = \frac{142}{120 \cdot 10^{-5}} = 11,8 \cdot 10^4 \text{ 1/гн,}$$

т. е. на 36,5% больше сопротивления, подсчитанного по опытному потоку в ярме.

Расчет цепи с воздушным зазором 0,57 мм проводится аналогично. Часть графиков построена на рис. 10-19, 10-20 и 10-22.

### г) Выводы

Расчет магнитной цепи по методу Н. А. Лившица в целом дает хорошие результаты как при большом воздушном зазоре, так и при малом. Погрешность по потоку в конце катушки при заданном потоке в ярме получается порядка 11%, а по потоку в ярме при заданном потоке в конце катушки не превышает 1% (табл. 10-13).

Таблица 10-13

**Погрешности расчета магнитной цепи методом  
Н. А. Лившица при заданных потоках  $\Phi_0$  и  $\Phi_e$   
(опытные значения)**

Наименование расчетной величины и погрешность	Зазор 4,4 мм		Зазор 0,57 мм	
	Расчет при заданной величине			
	$\Phi_0$	$\Phi_e$	$\Phi_0$	$\Phi_e$
$\Phi_0 \cdot 10^{-5}$ , вб . . . . .	49	(55)	113	(99,7)
Погрешность, % . . . . .	—10,9	—	+13,3	—
$\Phi_0 \times 10^{-5}$ , вб . . . . .	(120,9)	120	(125,5)	127
Погрешность, % . . . . .	—	<1	—	<1
$U_0$ , а . . . . .	104	142	146	87
$U_e$ , а . . . . .	2 060	2 020	630	990
$F_{ст}$ , а . . . . .	636	638	2 024	1 723
$G_e \cdot 10^{-8}$ , гн . . . . .	23	27	178	101
Расчет по опытному потоку .	27,63	27,63	107	107
Погрешность, % . . . . .	—16,7	—2,3	+66	—5,6
$R_{\mu_0} \cdot 10^4$ , 1/гн . . . . .	8,62	11,8	8,35	6,85
Расчет по опытному потоку .	8,65	8,65	11,25	11,25
Погрешность, % . . . . .	<1	+36,5	—25,8	—39
$x$ , см . . . . .	0,4	0,67	2	0,27
Погрешность, % . . . . .	—38,5	+3	+15,6	—98

П р и м е ч а н и е. Значения опытных величин взяты в скобки.

При воздушном зазоре 0,57 мм и постоянной н. с. катушки  $F_k$ , когда задан поток в ярме  $\Phi_0$ , погрешность по потоку в конце катушки  $\Phi_e$  несколько больше (+13,3%, рис. 10-22). При этом получается значительная погрешность по расчетной магнитной проводимости воздушного зазора  $G_e$ ; она больше проводимости, определенной по опытному потоку, на 66%. Это частично может быть объяснено за счет увеличения потока  $\Phi_e$  и главным образом за счет уменьшения разности магнитных потенциалов между сердечниками в конце катушки  $U_e = F_k - (F_{ст} + U_0)$ . При заданном потоке  $\Phi_0$  по-



тери н. с. в сердечниках  $F_{ст}$  и магнитное напряжение в ярме  $U_0$  больше, чем при заданном потоке  $\Phi_e$ , так как они определяются бóльшим значением начальной индукции в начале сердечника. Поэтому и проводимость, определяемая зависимостью  $G_e = \Phi_e / U_e$ , больше опытной.

Хорошие результаты расчета цепи по потокам при заданных геометрических размерах зависят от выбора максимального потока в сердечнике. В приведенных расчетах, как ранее указывалось, величина  $\Phi_m$  выбиралась по данным эксперимента. Изменение этой величины существенно сказывается на погрешности потока вблизи воздушного зазора. Как показывает расчет, при изменении величины потока  $\Phi_m$  менее чем на 1% погрешность по потоку  $\Phi_e$  возрастает примерно на 8%.

Метод Н. А. Лившица дает однозначное решение задачи и позволяет расчетным путем найти длину сердечника [Л. 63]; он может быть рекомендован для более точного расчета цепи, когда задан поток в воздушном зазоре или ярме. По сравнению с методом Б. С. Сотскова он, однако, более трудоемок.

#### 10-8. ПОГРЕШНОСТИ РАСЧЕТА МАГНИТНОЙ ЦЕПИ МЕТОДОМ АВТОРА

Метод расчета изложен в гл. 9. Для определения погрешности возьмем ту же магнитную цепь (рис. 10-1) и те же числовые данные. Числовой расчет проведем при заданном потоке  $\Phi_e$  и воздушном зазоре 0,57 мм. При зазоре 4,4 мм приведем только результаты расчета и сравним их с опытными данными.

##### а) Расчет цепи при заданном потоке $\Phi_e$

Заданными величинами являются:  $\Phi_e = 99,7 \cdot 10^{-5}$  вб (взято из опыта);  $f_k = 380$  а/см;  $g = 12,65 \cdot 10^{-8}$  гн/см. Берем также ряд величин, подсчитанными нами в § 10-3 и 10-4. Расчет проведем с учетом магнитного сопротивления сердечников, ярма и якоря.

Для построения интегральной кривой  $z = f(y)$  необходимо определить начальные координаты  $y_e$  и  $z_e$ , а также начальное значение тангенса угла наклона кас-

тельной к интегральной кривой  $Q_e$ . Пользуясь равенствами (9-7) и (9-19), имеем:

$$y_e = m_1 \Phi_e = 2 \cdot 10^4 \cdot 99,7 \cdot 10^{-5} = 19,94 \text{ см};$$

$$z_e = \frac{m_2}{m_1} g y_e R_{\mu e} = \frac{10^5}{2 \cdot 10^4} \cdot 12,65 \cdot 10^{-8} \cdot 19,94 \cdot 100,7 \cdot 10^4 =$$

$$= 12,7 \text{ см}.$$

Здесь магнитное сопротивление в конце катушки

$$R_{\mu e} = R_e + R_{\mu 4} + R_{\Delta 2} = (93,5 + 6 + 1,2) \cdot 10^4 =$$

$$= 100,7 \cdot 10^4 \text{ 1/гн}.$$

Значения магнитного сопротивления якоря  $R_{\mu 4}$  и магнитного сопротивления сердечников на длине  $\Delta_2$  (см. рис. 10-1) находим, пользуясь кривой на рис. 10-7, по потоку

$$\Phi_{e\tau} = \Phi_e \frac{R_e}{R_{e\tau}} = 99,7 \cdot 10^{-5} \frac{93,5}{102,4} = 91 \cdot 10^{-5} \text{ вб}.$$

Тогда по (9-27) значение начального тангенса угла наклона касательной

$$Q_e = - \frac{m_2 g}{m_1 z_e} \left[ f_k - \Phi_e \left( \frac{\rho_1}{S_1} + \frac{\rho_2}{S_2} \right) \right] = - \frac{10^{10} \cdot 12,65 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10^4 \cdot 12,7} \times$$

$$\times \left[ 380 - 99,7 \cdot 10^{-5} \left( \frac{13,2}{6,87} + \frac{11,1}{7,05} \right) \cdot 10^4 \right] = -1,72,$$

где  $\rho_1 = 13,2 \cdot 10^4$  и  $\rho_2 = 11,1 \cdot 10^4$  находим из кривой, изображенной на рис. 10-4 по индукциям

$$B_1 = \frac{\Phi_e}{S_1} = \frac{99,7 \cdot 10^{-5}}{6,87} = 14,5 \cdot 10^{-5} \text{ и}$$

$$B_2 = \frac{\Phi_e}{S_2} = \frac{99,7 \cdot 10^{-5}}{7,05} = 14,1 \cdot 10^{-5}.$$

Начальная точка  $Q_e = 1,72$  с координатами  $y_e$  и  $z_e$  показана на рис. 10-23. Задаввшись различными значениями

$\Phi = \frac{y}{m_1}$  и  $Q$  (табл. 10-14) и определив для двух сечений

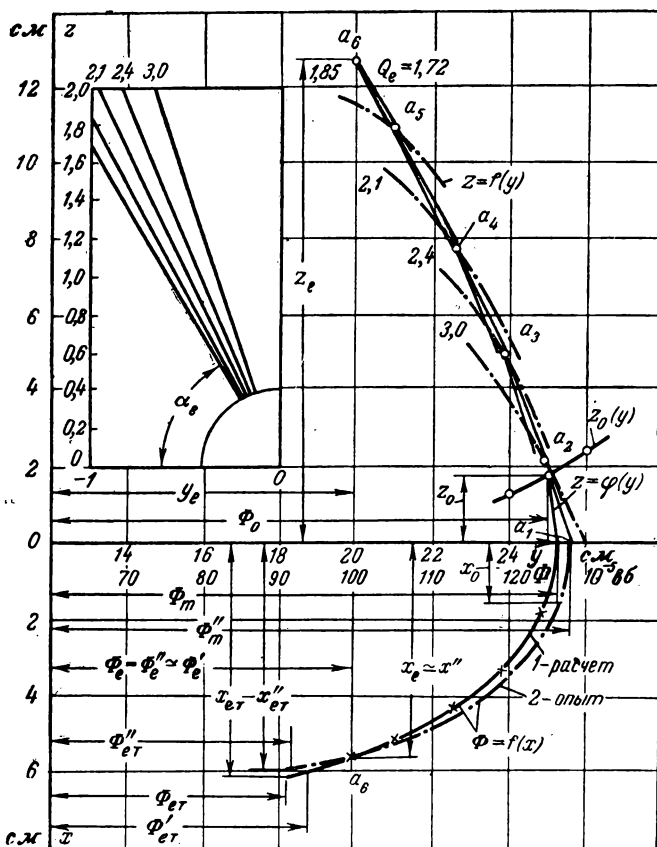


Рис. 10-23. Построение интегральной кривой при заданном потоке  $\Phi_e = 99,7 \cdot 10^{-8}$  бб и  $\delta = 0,57$  мм для определения изменения потока вдоль длины сердечника.

сердечников величины  $\rho_1$  и  $\rho_2$  (рис. 10-4), подсчитаем координату  $z$  по уравнению изоклины:

$$z = - \frac{m_2^2 g}{m_1 Q} \left[ f_k - \frac{y}{m_1} \left( \frac{\rho_1}{S_1} + \frac{\rho_2}{S_2} \right) \right].$$

Изоклины  $z = f(y)$  строим по трем точкам (пунктирные линии на рис. 10-23). Теперь по ранее изложенной методике находим точки  $a_6, a_4, \dots, a_1$ , через которые и пройдет интегральная кривая  $z = \varphi(y)$ , (соединены только

точки  $a_1$  и  $a_2$ .) Точка  $a_1$  определяет максимальный поток  $\Phi_m = 126,5 \cdot 10^{-5}$  вб. На рис. 10-23 потоки обозначены: расчетные — буквой без штриха, расчетные при опытных значениях  $x_e$  и  $x_{ет}$  — с одним штрихом и опытные — с двумя штрихами.

Таблица 10-14

**Данные для построения изоклин**

$y, \text{ см}$	$\Phi \cdot 10^{-5},$ вб	$Qz$	Значения $z, \text{ см}$			
			при $Q$ , равном			
			1,85	2,1	2,4	3,0
20	100	21,4	11,55	—	—	—
21	105	20,1	10,87	—	—	—
22	110	17,95	9,7	8,55	—	—
23	115	15,1	—	7,19	6,3	—
24	120	11,3	—	5,4	4,72	3,77
25,1	125,5	5,9	—	—	2,46	1,97
26	130	1,18	—	—	—	0,394

Для определения потока  $\Phi_0$  необходимо найти точку пересечения кривой

$$z_0(y) = \frac{m_2}{m_1} gy R_{\mu 0}$$

с интегральной  $z = f(y)$ . По трем значениям  $y = m_1 \Phi_0$  находим из кривой на рис. 10-7 три значения  $R_{\mu 0}$ . Точка пересечения дает координаты  $z_0 = 1,8 \text{ см}$  и  $y_0 = 25,05 \text{ см}$ . Тогда разность магнитных потенциалов между сердечниками в начале катушки

$$U_0 = \frac{z_0}{m_2 g} = \frac{1,8}{10^5 \cdot 12,65 \cdot 10^{-5}} = 142 \text{ а};$$

поток в ярме

$$\Phi_0 = \frac{y_0}{m_1} = \frac{25,05}{2 \cdot 10^4} = 125 \cdot 10^{-5} \text{ вб}$$

и магнитное сопротивление ярма

$$R_{\mu 0} = \frac{U_0}{\Phi_0} = \frac{142}{125 \cdot 10^{-5}} = 11,35 \cdot 10^4 \text{ л/гн}$$

(величина  $R_{\mu 0}$ , определенная по опытному потоку  $\Phi_0$ , равна  $11,65 \cdot 10^4$ ). По заданному значению  $\Phi_e$  из кривой  $\Phi_{\text{ет}}(\Phi_e)$  (см. рис. 10-7) определяем поток вблизи воздушного зазора  $\Phi_{\text{ет}} = 91 \cdot 10^{-6}$  вб. Теперь найдем кривую изменения потока вдоль длины сердечника  $\Phi = f(x)$  при расположении начала координат в точке максимума потока. Для этого по формулам (9-11) и (9-10) подсчитываем элементы длины сердечника, пользуясь координатами точек  $a_1, a_2, \dots, a_6$  (рис. 10-23, табл. 10-15). После суммирования отдельных элементов длины получим кривую  $\Phi = f(x)$  с координатой  $x = 57,07$  мм (точка  $a_6$ ). По заданному потоку  $\Phi_e = 99,7 \cdot 10^{-6}$  вб из расчетной кривой  $\Phi = f(x)$  находим  $x_e = 56,9$  мм. Так как за пределами длины катушки (при  $x > x_e$ ) поле имеет другой характер, определять координату потока  $\Phi_{\text{ет}}$  из расчетной кривой  $\Phi = f(x)$  нельзя. Найдем ее из уравнения

$$x_{\text{ет}} = x_e + \Delta_2 - z'_a = 56,9 + 5,3 - 1,5 = 60,7 \text{ мм.}$$

Здесь  $\Delta_2$  и  $z'_a$  взяты для зазора 0,57 мм. Значение координаты  $x_0 = 15,5$  мм определяем из рис. 10-23 по потоку  $\Phi_0 = 125 \cdot 10^{-6}$  вб. Тогда расчетная длина катушки  $l_k = x_0 + x_e = 15,5 + 56,9 = 72,4$  мм.

Таблица 10-15

**Данные к определению элементов длины магнитопровода с зазором 0,57 мм при заданном потоке  $\Phi_e$ .**

Обозначение точек	$y_k$ , см	$z_k$ , см	$y_{k+1}$ , см	$z_{k+1}$ , см	Элементы длины магнитопровода, см
$a_1, a_2$	25,3	0	24,9	2,14	1,85
$a_2, a_3$	24,9	2,14	23,88	4,95	+ 1,505
					<hr/> =3,355
$a_3, a_4$	23,88	4,95	22,6	7,75	+1,03
					<hr/> =4,385
$a_4, a_5$	22,6	7,75	20,95	10,9	+0,892
					<hr/> =5,277
$a_5, a_6$	20,95	10,9	19,95	12,7	+0,429
					<hr/> =5,705

Результаты сравнения расчета с опытом при заданных потоках  $\Phi_0$ ,  $\Phi_m$  и  $\Phi_e$  для зазоров 0,57 и 4,4 мм сведены в табл. 10-16 и 10-17 [Л. 93].

Таблица 10-16

Погрешности расчета магнитной цепи с воздушным зазором 0,57 мм при учете магнитного сопротивления ярма ( $R_{\mu 0} \neq 0$ )

№ п/п.	Наименование расчетной величины	Опыт	При заданном магнитном потоке					
			$\Phi_0 = 125,5 \cdot 10^{-5}$ , вб		$\Phi_m = 128 \cdot 10^{-5}$ , вб		$\Phi_e = 99,7 \cdot 10^{-5}$ , вб	
			Расчет	Погрешность, %	Расчет	Погрешность, %	Расчет	Погрешность, %
1	Поток в ярме $\Phi_0 \cdot 10^{-5}$ , вб . . . . .	125,5	—	—	126,3	1	125	<1
2	Максимальный поток $\Phi_m \cdot 10^{-5}$ , вб	128,0	126,9	<1	—	—	126,5	+1,2
3	Поток в конце катушки $\Phi_e \cdot 10^{-5}$ , вб . . . . .	99,7	99,5	<1	99,5	1	—	—
4	Поток в конце катушки $\Phi'_e \cdot 10^{-5}$ , вб при $x''_e = 56,4$ мм . . . . .	99,7	102,0	+2,3	106,3	+6,6	99,6	<1
5	Поток вблизи торца $\Phi_{ст} \cdot 10^{-5}$ , вб	91,7	90,9	<1	90,9	<1	91,0	<1
6	Поток вблизи торца $\Phi'_{ст} \cdot 10^{-5}$ , вб при $x'_e = 60,2$ мм . . . . .	91,7	90	+4,7	102,5	+11,8	94,0	+2,5
7	Левая координата максимума потока $x_0$ , мм . . . . .	17,3	15,0	—13,3	18,0	+4,1	15,5	—10,4
8	Правая координата максимума потока $x_e$ , мм . . . . .	56,4	58,3	+3,4	62,5	+10,8	56,9	<1
9	Длина сердечника $l_k$ , мм . . . . .	73,7	73,3	<1	80,5	+9,2	72,4	—1,8
10	Правая координата максимума потока $x_{ст}$ , мм . . . . .	60,2	62,1	+3,2	66,3	+10,1	60,7	<1

Погрешности расчета магнитной цепи с воздушным зазором 4,4 мм при  $R_{\mu 0} \neq 0$ 

№ п/п.	Наименование расчетной величины	Опыт	При заданном магнитном потоке							
			$\Phi_0=120,9 \cdot 10^{-3}, \text{ вб}$		$\Phi_m=121,9 \cdot 10^{-3}, \text{ вб}$		$\Phi_e=55 \cdot 10^{-3}, \text{ вб}$			
			Расчет	Погрешность, %	Расчет	Погрешность, %	Расчет	Погрешность, %		
1	Поток в ярме $\Phi_0 \cdot 10^{-5}, \text{ вб}$ . . . . .	120,9	—	—	121,15	$<1$	119	—1,6		
2	Максимальный поток $\Phi_m \cdot 10^{-5}, \text{ вб}$	121,9	121,02	$<1$	—	—	119,5	—2,0		
3	Поток в конце катушки $\Phi_e \cdot 10^{-5}, \text{ вб}$ . . . . .	55,0	55,7	+1,3	56,0	+1,8	—	—		
4	Поток в конце катушки $\Phi'_e \cdot 10^{-5}, \text{ вб}$ при $x''_e=69,9 \text{ мм}$ . . . . .	55,0	59,0	+7,3	60,3	+9,65	$\sim 55,0$	$\sim 0$		
5	Поток вблизи торца $\Phi_{\text{ст}} \cdot 10^5, \text{ вб}$ .	40,7	36,4	—10,6	36,55	—10,2	35,9	—11,8		
6	Поток вблизи торца $\Phi'_{\text{ст}} \cdot 10^5, \text{ вб}$ при $x''_{\text{ст}}=73,7 \text{ мм}$ . . . . .	40,7	46,2	+13,5	45,7	+12,3	$\sim 40,7$	$\sim 0$		
7	Длина сердечника $l_k, \text{ мм}$ . . . . .	73,7	77,09	+4,6	76,8	+4,2	74,4	$\sim 1$		

## 6) Выводы

Методика расчета магнитной цепи с использованием уравнения изоклины достаточно проста.

Погрешности по потокам и длине сердечника лежат в пределах 1—13,5% (табл. 10-16 и 10-17). Расчетные кривые потока в сердечнике  $\Phi(x)$ , при зазорах 0,57 и 4,4 мм, близки к опытным (рис. 9-12 и 10-23—10-26).

Потери н. с. в воздушном зазоре 0,57 мм равны 33,5% полной н. с. катушки; потери в стали составляют 66,5%, причем на сердечники падает 58,8%, а на ярмо якорь и части сердечников на длинах  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  — 7,7%. Потери н. с. в воздушном зазоре 4,4 мм равны 71,3% полной н. с. катушки, потери в сердечниках составляют 25,2%, а в ярме, якоре и на длинах сердечников  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  расходуется только 3,5%  $F_k$ .

Потери н. с. в стали существенным образом влияют на изменение разности магнитных потенциалов между сердечниками. Кривая  $U=f(x)$  при зазоре 0,57 мм с учетом магнитного сопротивления стали сильно отличается от кривой без учета последнего (рис. 10-3). Учет потерь н. с. в стали значительно снижает разность магнитных потенциалов, приложенную к воздушному зазору. Так, в конце катушки разность потенциалов уменьшается в

$$\frac{F_k}{U_e} = \frac{2800}{1003} = 2,8 \text{ раза.}$$
 Вследствие этого и поток умень-

шается в  $\frac{\Phi_e}{\Phi'_e} = \frac{299,6}{99,6} \approx 3$  раза, где  $\Phi_e$  — магнитный поток без учета магнитного сопротивления стали;  $\Phi'_e$  — то же с учетом магнитного сопротивления стали.

Даже при сравнительно большом воздушном зазоре 4,4 мм кривая  $U=f(x)$  с учетом стали имеет явно выраженную нелинейную форму и расположена ниже кривой без учета магнитного сопротивления стали (см. рис. 10-2). Характер кривой  $U=f(x)$  определяет характер зависимости магнитного потока в сердечнике. Таким образом, правильный учет магнитного сопротивления стали в сердечниках приближает расчетную кривую  $\Phi(x)$  к опытной и тем самым снижает погрешность расчета.

Расчет цепи без учета магнитного сопротивления ярма, якоря и частей сердечников на длинах  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$



(рис. 10-1) дает увеличение погрешности по потоку в воздушном зазоре, по длине сердечника и по н. с. катушки. Так, для цепи с воздушным зазором, равным 4,4 мм, и при заданном потоке  $\Phi_0$  погрешность по потоку с торца  $\Phi_{\text{ет}}$  возросла до +36,4%; при зазоре 0,57 мм расчетная длина сердечника получилась короче на 28%, а также на 28% уменьшилась н. с. катушки.

Учет магнитного сопротивления якоря и сердечников на длине  $\Delta_2$  оказывает сравнительно небольшое влияние на величину потоков и длину сердечников; при этом максимальная погрешность возрастает до 6%.

#### 10-9. ОБЩЕЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ О ПОГРЕШНОСТЯХ РАСЧЕТА МАГНИТНОЙ ЦЕПИ РАЗЛИЧНЫМИ МЕТОДАМИ

На основании экспериментальной и расчетной работы можно сделать следующее заключение:

1. Лучшие результаты, т. е. меньшие погрешности, получаются при расчете цепи методом Н. А. Лившица (двойным графическим интегрированием) и методом автора (с помощью изоклин). Максимальная погрешность этих методов по потокам равна примерно 13,5%.

Однако необходимо отметить, что метод расчета с помощью изоклин менее трудоемок.

Особенностью метода Н. А. Лившица является то, что расчет при различных исходных данных возможен, если выбрано значение максимального потока в сердечнике. Этот метод позволяет также заранее установить предельно возможную индукцию в магнитной цепи. Расчет по методу автора при прочих равных условиях дает решение при любом из трех заданных потоков:  $\Phi_0$ ,  $\Phi_0$  или  $\Phi_m$ .

Достоинством обоих методов расчета является незначительная зависимость погрешности от величины воздушного зазора, т. е. как при малом, так и при большом насыщении магнитопровода получаются примерно одни и те же погрешности. Оба метода при соответствующих заданных величинах дают однозначное решение задачи и позволяют установить оптимальную длину сердечника прибора или аппарата.

Применение этих методов особенно целесообразно в тех случаях, когда требуется повышенная точность и

необходимо создать малогабаритные аппараты с большими рабочими индукциями в воздушном зазоре.

2. Расчет магнитной цепи методом участков для практически важного случая, когда задан поток в воздушном зазоре, дает значительные погрешности (табл. 10-4 и 10-6). Последние зависят от величины воздушного зазора, числа участков, на которые разбивается сердечник, и заданного потока в начале или конце катушки.

Этот метод можно рекомендовать для расчета цепи при сравнительно малых воздушных зазорах и заданном потоке в ярме (табл. 10-5).

3. Расчет магнитной цепи методом Б. С. Сотскова дает относительно хорошие результаты при заданных н. с. катушки и заданном потоке в воздушном зазоре, когда магнитная цепь не сильно насыщена (табл. 10-9 и 10-10).

Погрешности получаются значительными, когда цепь рассчитывается при заданном потоке  $\Phi_e$  и малом зазоре или заданном  $\Phi_0$  и большом зазоре (табл. 10-10). Метод Б. С. Сотскова сравнительно прост и позволяет быстро определить необходимые величины.

4. Когда требуется повышенная точность, расчет магнитной цепи целесообразно проводить двумя методами:

а) По потоку в воздушном зазоре, который можно найти, например, из формулы Максвелла по заданной силе тяги, определяется методами Н. А. Лившица или автора величина н. с. катушки  $F_k$ .

б) По известной величине  $F_k$  рассчитываются потоки при других воздушных зазорах по методу Б. С. Сотскова.

5. При расчете магнитной цепи с большой индукцией в начале сердечника необходимо учитывать магнитное сопротивление ярма. Магнитным сопротивлением якоря в большинстве случаев можно пренебречь, так как оно мало по сравнению с магнитным сопротивлением воздушного зазора.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### Обозначения основных величин

- $a$  — ширина полюса;
- $a_p$  — расчетная ширина полюса;
- $\vec{B}$  — магнитная индукция;
- $B_m$  — максимальная индукция в воздушном зазоре;
- $B_{\text{мп}}$  — полная (эквивалентная) магнитная проводимость цепи;
- $b$  — длина полюса;
- $b_p$  — расчетная длина полюса;
- $c$  — расстояние между полюсами, расстояние между сердечниками;
- $d$  — диаметр голого провода;
- $E$  — э. д. с., действующее значение;
- $F_{\text{ст}}$  — потери н. с. в стали;
- $F_I$  — н. с. катушки тока;
- $F_k$  — н. с. катушки;
- $F_U$  — н. с. катушки напряжения;
- $F_a$  — н. с. электромагнитного экрана;
- $f$  — частота сети;
- $\dot{f}_k$  — удельная н. с. катушки;
- $\dot{f}_m$  — коэффициент заполнения медью катушки;
- $G_a, G_b$  — магнитные проводимости боковых граней  $a$  и  $b$ ;
- $G_e$  — полная магнитная проводимость воздушного зазора с учетом выпучивания при  $x = l$ ;
- $G_l$  — магнитная проводимость воздушного зазора для системы тока;
- $G_m$  — суммарная магнитная проводимость;
- $G_0$  — полная магнитная проводимость при  $x = 0$ ;
- $G_{0,\tau} \approx G_0$  — основная магнитная проводимость воздушного зазора в пределах торцевой поверхности полюса;
- $G_{p,\tau}$  — магнитная проводимость одного „ребра“ торцевой поверхности;
- $G_{p,b}$  — магнитная проводимость „ребра“ боковой и „угла“ торцевой поверхностей;
- $G_s$  — магнитная проводимость рассеяния;
- $G'_{ab}, G''_{ab}$  — магнитные проводимости рассеяния с боковых граней  $b$ ;

- $G'_{\tau}$ ,  $G''_{\tau}$  — полные магнитные проводимости воздушного зазора между торцом и плоскостью, правой и левой половинами полюса;  
 $G_x$  — магнитная проводимость между боковой гранью и плоскостью в направлении оси  $x$ ;  
 $G_{xp}$  — магнитная проводимость между боковой поверхностью и плоскостью по периметру полюса;  
 $G_z$  — магнитная проводимость между боковой поверхностью и плоскостью в направлении оси  $z$ ;  
 $G_{\mu k}$  — полная магнитная проводимость намагничивающей катушки;  
 $G_{\mu n}$  — полная (эквивалентная) активная магнитная проводимость цепи;  
 $G_{\mu \varepsilon}$  — полная магнитная проводимость экрана;  
 $g$  — удельная магнитная проводимость рассеяния;  
 $g_{p.\tau}$  — удельная магнитная проводимость „ребра“ торцовой поверхности;  
 $g_{p.b}$  — удельная магнитная проводимость „ребра“ боковых поверхностей;  
 $g_x$  — удельная магнитная проводимость между боковой поверхностью и плоскостью в направлении координаты  $x$ ;  
 $g_{xp}$  — удельная магнитная проводимость боковой поверхности по периметру полюса;  
 $g_{y.\tau}$  — удельная магнитная проводимость „угла“ торцовой поверхности;  
 $g_z$  — удельная магнитная проводимость между боковой поверхностью и плоскостью по координате  $z$ ;  
 $g_{z\tau}$  — суммарная удельная магнитная проводимость поля с боковой и „ребра“ торцовой поверхностей;  
 $H$  — напряженность магнитного поля;  
 $H_1$ ,  $H_2$  — напряженность поля в сердечниках 1 и 2;  
 $H_a$  — напряженность поля воздушного зазора (приведенная к длине катушки);  
 $H_{c\tau}$  — удельные потери н. с. в стали сердечников;  
 $H_0$  — напряженность поля в ярме (приведенная к длине катушки);  
 $I$  — намагничивающий ток;  
 $I_k$  — ток в катушке;  
 $I_U$  — ток в катушке напряжения;  
 $i_a$  — плотность тока;  
 $k_f$  — коэффициент формы кривой э. д. с.;  
 $k_3$  — коэффициент заполнения сталью пакета магнитопровода;  
 $k_0$  — поправочный коэффициент к расчету удельной проводимости рассеяния;  
 $L$  — индуктивность катушки с учетом потерь в стали и экране;  
 $L_I$  — индуктивность катушки тока;  
 $L_0$  — индуктивность катушки без учета потерь в стали;  
 $L_U$  — индуктивность катушки напряжения;

- $L_a$  — индуктивность экрана;
- $L_{a\sigma}$  — индуктивность рассеяния экрана;
- $l$  — длина магнитопровода, длина сердечника;
- $l_1, l_2$  — длины сердечников 1 и 2;
- $l_3$  — средняя длина ярма;
- $l_4$  — средняя длина якоря;
- $l_{cp}$  — средняя длина витка катушки;
- $l_k$  — длина катушки;
- $l_s$  — длина сердечника в пределах потока рассеяния;
- $l_{\sigma}$  — средняя длина экрана;
- $M$  — коэффициент взаимной индукции;
- $m$  — число элементарных трубок;
- $M_{к.э}$  — коэффициент взаимной индукции катушки и экрана;
- $n$  — число единичных трубок;
- $P_{ст}$  — потери мощности в стали;
- $P_k$  — потребляемая мощность намагничивающей катушки;
- $P_0$  — потери мощности в меди;
- $P_{\sigma}$  — потери мощности в экране;
- $Q$  — коэффициент добротности катушки со сталью;
- $Q_e$  — тангенс угла наклона касательной к интегральной кривой в конце длины катушки;
- $Q_0$  — добротность обмотки, тангенс угла наклона касательной к интегральной кривой в начале длины катушки;
- $Q_{\mu}$  — добротность магнитного материала;
- $q$  — площадь поперечного сечения голого провода;
- $R$  — радиус диска;
- $r$  — радиус полюса;
- $R_{\infty}$  — активное электрическое сопротивление катушки переменному току;
- $R_d$  — активное электрическое сопротивление диска;
- $R_0$  — активное электрическое сопротивление катушки;
- $R_{\sigma}$  — активное электрическое сопротивление экрана;
- $R_{\mu}$  — активное магнитное сопротивление стали, активное магнитное сопротивление воздушного зазора;
- $R_{мп}$  — полное (эквивалентное) магнитное сопротивление цепи;
- $R'_{\mu}, R''_{\mu}$  — активные магнитные сопротивления на единицу длины сердечников 1 и 2;
- $R_{\mu e}$  — активное эквивалентное магнитное сопротивление нагрузки в конце катушки;
- $R_{\mu 0}$  — активное эквивалентное магнитное сопротивление ярма в начале катушки;
- $R_{\mu \sigma}$  — активное магнитное сопротивление экрана;
- $S$  — площадь поперечного сечения магнитопровода, полюса;
- $S_1, S_2, S_3, S_4$  — площадь поперечного сечения сердечников 1 и 2, ярма 3 и якоря 4;
- $S_e$  — площадь поперечного сечения расчетного полюса, не имеющего поля выпучивания;
- $S_T$  — площадь поперечного сечения полюса с учетом поля выпучивания в пределах торца;

- $\dot{S}_a$  — площадь поперечного сечения экрана;  
 $U$  — напряжение, приложенное к зажимам намагничивающей катушки, разность магнитных потенциалов между сердечниками;  
 $U_e$  — разность магнитных потенциалов между сердечниками в конце катушки;  
 $U_0$  — разность магнитных потенциалов между сердечниками в начале катушки;  
 $w_I$  — число витков катушки тока;  
 $w_k$  — число витков катушки;  
 $w_U$  — число витков катушки напряжения;  
 $x$  — электрическое реактивное сопротивление катушки;  
 $x', x''$  — координаты поля выпучивания граней в направлении оси  $x$ ;  
 $x_I$  — реактивное электрическое сопротивление катушки тока;  
 $x_e$  — правая координата максимума потока;  
 $x_0$  — левая координата максимума потока, реактивное электрическое сопротивление катушки без учета потерь в стали;  
 $x_U$  — реактивное электрическое сопротивление катушки напряжения;  
 $x_{\text{ра}}$  — реактивное электрическое сопротивление рассеяния экрана;  
 $x_\mu$  — реактивное магнитное сопротивление стали;  
 $x_{\mu\text{п}}$  — полное (эквивалентное) реактивное магнитное сопротивление цепи;  
 $x_{\mu e}$  — эквивалентное реактивное магнитное сопротивление нагрузки с учетом поля выпучивания;  
 $x_{\mu\text{э}}$  — реактивное магнитное сопротивление экрана;  
 $y', y''$  — координаты потока выпучивания граней  $a$  в направлении оси  $y$ ;  
 $Y_c$  — комплексная магнитная проводимость схемы замещения;  
 $Y_{\mu\text{п}}$  — полная комплексная магнитная проводимость цепи;  
 $z$  — полное электрическое сопротивление катушки, средняя координата поля выпучивания вблизи воздушного зазора, производная потока по длине катушки;  
 $z'_a, z''_a$  — координаты поля выпучивания с граней  $a$ ;  
 $z'_b, z''_b$  — координаты поля выпучивания с граней  $b$ ;  
 $Z_c$  — комплексное магнитное сопротивление схемы замещения;  
 $Z_e$  — производная потока по длине сердечника в конце катушки;  
 $Z_0$  — производная потока по длине сердечника в начале катушки;  
 $Z_\mu$  — комплексное магнитное сопротивление стали;  
 $Z_{\mu\text{п}}$  — полное (эквивалентное) комплексное магнитное сопротивление цепи;

- $Z_{\mu 1}, Z_{\mu 2}$  — комплексные магнитные сопротивления сердечников 1 и 2;  
 $Z_{\mu e}$  — эквивалентное комплексное магнитное сопротивление в конце катушки с учетом поля выпучивания;  
 $Z_{\mu 0}$  — эквивалентное комплексное магнитное сопротивление ярма;  
 $\alpha$  — угол наклона касательной к интегральной кривой;  
 $\beta$  — угол между напряжением и током катушки напряжения;  
 $\gamma_1$  — коэффициент электромагнитного экранирования;  
 $\Delta$  — толщина диска, экрана;  
 $\delta$  — воздушный зазор для расположения *полюс—полюс*;  
 $\delta_e$  — воздушный зазор правой половины цепи;  
 $\delta_o$  — воздушный зазор левой половины цепи; воздушный зазор для расположения *полюс—полюс*;  
 $\theta$  — угол потерь;  
 $\mu$  — магнитная проницаемость;  
 $\rho$  — удельное электрическое сопротивление;  
 $\rho_R$  — удельное активное магнитное сопротивление стали;  
 $\rho_x$  — удельное реактивное магнитное сопротивление стали;  
 $\rho_{xв}$  — удельное реактивное магнитное сопротивление стали вихревым токам;  
 $\rho_{xf}$  — удельное реактивное магнитное сопротивление при переменной частоте;  
 $\rho_z$  — удельное комплексное магнитное сопротивление стали;  
 $\sigma_k$  — коэффициент рассеяния катушки;  
 $\sigma_s$  — коэффициент рассеяния;  
 $\sigma_a$  — коэффициент рассеяния экрана;  
 $\Phi$  — магнитный поток в сердечнике;  
 $\Phi_A$  — магнитный поток в неэкранированном полюсе;  
 $\Phi'_A$  — магнитный поток с торца полюса A;  
 $\Phi_a$  — магнитный поток, определяемый только магнитными сопротивлениями сердечников 1 и 2;  
 $\Phi_B$  — магнитный поток в экранированном полюсе  
и  
 $\Phi_B$  — магнитный поток с торца полюса B;  
 $\Phi_{ср}$  — среднее значение потока в сердечнике;  
 $\Phi_e$  — магнитный поток в сердечнике при  $x = x_e$ ;  
 $\Phi_{es}$  — магнитный поток рассеяния при  $x = x_e$ ;  
 $\Phi_s$  — магнитный поток в ярме цепи с сосредоточенной н. с.  
 $\Phi_m$  — максимальное значение потока в сердечнике;  
 $\Phi_0$  — магнитный поток в сердечнике при  $x = x_0$ ;  
 $\Phi_{от}$  — основной поток с части торцевой поверхности полюса;  
 $\Phi_{os}$  — магнитный поток рассеяния при  $x = x_0$ ;  
 $\Phi_{р.т}$  — магнитный поток с части торцевой поверхности полюса, условно отнесенной к „ребру“ торца;

- $\Phi_s$  — магнитный поток рассеяния в цепи с распределенной н. с.;
- $\Phi'_s$  и  $\Phi''_s$  — соответственно магнитный поток рассеяния между сердечниками 1 и 2 и поток рассеяния с ярма в цепи с сосредоточенной н. с.;
- $\Phi'_{sb}$ ,  $\Phi''_{sb}$  — потоки рассеяния с граней  $b$ ;
- $\Phi_x$  — поток с торцевой поверхности;
- $\Phi_x$  — текущее значение потока по оси  $x$ ;
- $\Phi_y$  — текущее значение потока по оси  $y$ ;
- $\Phi_z$  — текущее значение потока по оси  $z$ ;
- $\varphi$  — угол между током и напряжением;
- $\phi$  — угол между рабочими потоками.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

### Перевод марок тонколистовой электротехнической стали

Прежнее обозначение	Новое обозначение по ГОСТ 802-58	Прежнее обозначение	Новое обозначение по ГОСТ 802-58
Э1	Э11	Э4А	Э41
Э1А	Э11	Э4АА	Э42
Э1АА	Э12	ВП-1	Э45, Э47
Э1АБ	Э12	ВП-2	Э45, Э47
Э1ААБ	Э12	ВП-3	Э46, Э48
Э2	Э21	ВЧ-1	Э44
Э2Б	Э21	ВЧ-2	Э44
Э3	Э31	ХВП	Э310
Э3А	Э31	ХТ-18	Э320
Э4	Э41	ХТ-18,5	Э330

## ПРИЛОЖЕНИЕ 3

### Толщина, ширина и длина полос и лент железо-никелевых сплавов с высокой магнитной проницаемостью (по данным междудомственных технических условий 4МТУ5010-55)

Толщина, мм	Ширина, мм			Длина, м не менее	Примечание
	от	до	с промежуток через		
0,02—0,04	10	30	5	30	Сплав 50 НП представляется только толщиной 0,05 и 0,02 мм
0,05—0,08	30	200	10	30	
0,10—0,20	80	250	10	20	
0,25—0,70	80	250	10	10	
0,75—2,50	140	250	10	1	



## ЛИТЕРАТУРА

1. Нейман Л. Р. и Калантаров П. Л., Теоретические основы электротехники, ч. 2 и 3, Госэнергоиздат, 1959.
2. Зевеке Г. В. и Ионкин П. А., Основы электротехники, ч. 1, Госэнергоиздат, 1955.
3. Нетушил А. В. и Страхов С. В., Основы электротехники, ч. 2, Госэнергоиздат, 1955.
4. Физические основы электротехники, под ред. К. М. Поливанова, Госэнергоиздат, 1950.
5. Аркадьев В. К., Электромагнитные процессы в металлах, ОНТИ, ч. 1, 1935; ч. 2, 1936.
6. Акулов Н. С., Ферромагнетизм, Гостехиздат, 1939.
7. Поливанов К. М., Ферромагнетики, Госэнергоиздат, 1957.
8. Вонсовский С. В. и Шур Я. С., Ферромагнетизм, ОГИЗ, 1948.
9. Введенский Б. А. и Ландсберг Г. С., Современное учение о магнетизме, 1929.
10. Кулебакин В. С. и Сенкевич А. М., Электрооборудование самолетов, ч. 1, Изд-во ВВИА имени Жуковского, 1945.
11. Коваленков В. И., Основы теории магнитных цепей и применение ее к анализу релейных схем, Изд-во АН СССР, 1940.
12. Сотсков Б. С., Элементы автоматической и телемеханической аппаратуры, Госэнергоиздат, 1950.
13. Сотсков Б. С., Основы расчета и проектирования электромеханических элементов автоматических и телемеханических устройств, Изд-во ВЗЭИ, 1959.
14. Ступель Ф. А., Электромеханические реле, Основы теории, проектирования и расчета, Изд-во ХГУ, 1956.
15. Лившиц Н. А., Спицын Д. В. и Данилин А. В., Теория и расчет элементов автоматических систем, ГОНТИ, 1939.
16. Витенберг М. И., Расчет электромагнитных реле для аппаратуры автоматики и связи, Госэнергоиздат, 1961.
17. Лысов Н. Е., Расчет электромагнитных механизмов, Оборонгиз, 1949.
18. Бабиков М. А., Электрические аппараты, Госэнергоиздат, ч. 1, 1951.
19. Кулебакин В. С., К теории вибрационных регуляторов электрических машин, «Теоретическая и экспериментальная электротехника», 1932, № 4.
20. Горюнов П. Н., Пигин С. М. и Шумиловский Н. Н., Электрические счетчики, Госэнергоиздат, 1951.
21. Буйлов А. Я., Основы электроаппаратостроения, Госэнергоиздат, 1946.

22. Ротерс Г., Электромагнитные механизмы (перевод с англ.), Госэнергоиздат, 1949.
23. Нейман Л. Р., Поверхностный эффект в ферромагнитных телах, Госэнергоиздат, 1949.
24. Бессонов Л. А., Электрические цепи со сталью, Госэнергоиздат, 1948.
25. Бессонов Л. А., Нелинейные электрические цепи, Изд-во ВЭИ, 1958.
26. Костенко М. П. и Пиотровский Л. М., Электрические машины, ч. I, Госэнергоиздат, 1957.
27. Андронов А. А. и Хайкин О. Е., Теория колебаний, ОНТИ, 1937.
28. Власов А. К., Курс высшей математики, т. 2, ОГИЗ, 1946.
29. Голубев А. И., Быстродействующие автоматические выключатели, Госэнергоиздат, 1955.
30. Кифер И. И. и Пантюшин В. С., Испытание ферромагнитных материалов, Госэнергоиздат, 1955.
31. Ступель Ф. А., Реле защиты и автоматики, ч. I, 1948; ч. 2, 1950, Госэнергоиздат.
32. Ступель Ф. А., Индуктивные и индукционные преобразователи механических величин, Изд-во ХГУ, 1958.
33. Аругюнов В. О., Расчет и конструирование электроизмерительных приборов, Госэнергоиздат, 1949.
34. Аругюнов В. О., Электромеханические логометры, Госэнергоиздат, 1956.
35. Руководство по проектированию элементов систем автоматики, вып. 2, под ред. Б. Н. Петрова, Изд-во оборонной промышленности, 1959.
36. Сторм Г. Ф., Магнитные усилители (перевод с англ.), Изд-во иностранной литературы, 1957.
37. Кузнецов Р. С., Аппараты распределительных устройств низкого напряжения, Госэнергоиздат, 1956.
38. Антик И. В., Кондорский Е. И. и Островский Е. М., под ред. В. К. Аркадзева, Магнитные измерения, ОНТИ, 1939.
39. Рихтер Р., Электрические машины (перевод с нем.), т. I, ОНТИ, 1935.
40. Бенедикт О. Б., Номографический метод расчета сложных сильно насыщенных магнитных цепей электрических машин, Госэнергоиздат, 1953.
41. Арнольд Э. и Лакур И. Л., Машины постоянного тока (перевод с нем.), ОНТИ, 1931.
42. Калантаров П. Л., Теория переменных токов, ОНТИ, 1934.
43. Петров Г. Н., Трансформаторы, т. I, Госэнергоиздат, 1934.
44. Говорков В. А., Электрические и магнитные поля, Связьиздат, 1951.
45. Говорков В. А., Теория электромагнитного поля в упражнениях и задачах, Изд-во «Советское радио», 1957.
46. Горюнов П. Н., Определение активного сопротивления, тока и мощности диска индукционного счетчика, «Электричество», 1940, № 1.

47. Электрические и магнитные измерения, под ред. Е. Г. Шрамова, ОНТИ, 1937.

48. Фабрикант В. Л., Теория обмоток реле переменного тока, Госэнергоиздат, 1958.

49. Сотсков Б. С., Метод расчета магнитных цепей переменного тока, «Автоматика и телемеханика», 1940, № 2.

50. Сотсков Б. С., Методы расчета магнитных цепей переменного тока с учетом потерь в железе, «Изв. электропромышленности слабого тока», 1940, № 8.

51. Левин М. И., Методы расчета схем, содержащих цепи с ферромагнитными сердечниками, Труды МЭИ, 1948, вып. 3.

52. Шумиловский Н. Н., Комплексный метод расчета магнитных цепей, «Автоматика и телемеханика», 1940, № 4.

53. Витенберг М. И., Расчет обмоток электромагнитных реле переменного тока, Сб. по электросвязи, Изд. ЛЭИС, 1937, вып. 2/18.

54. Львов Е. Л., Расчет магнитных цепей методом итерации, Труды МЭИ, 1955, вып. XV.

55. Сенкевич А. М., Постоянные магниты (пособие к проектированию), Изд-во ВВИА имени Жуковского, 1946.

56. Сливинская А. Г., Исследования магнитных проводимостей воздушных промежутков, имеющих осевую симметрию, Диссертация, МЭИ, 1948.

57. Сливинская А. Г., Исследование магнитной проводимости зазоров, образованных коническими и усеченными коническими поверхностями, Труды МЭИ, 1956, вып. XVI.

58. Руцкий А. И., Динамическая кривая намагничивания и комплексная магнитная проницаемость стали, Сб. научных работ Белорусского политехнического института, 1954, вып. 46.

59. Руцкий А. И., Применение динамической кривой намагничивания для расчета реактивной катушки со сталью, Сб. научных работ Белорусского политехнического института, 1956, вып. 53.

60. Лившиц Н. А., Магнитное поле и параметры катушки переменного тока с однородным и разрезным тороидальным сердечником прямоугольного сечения, Труды ВЭТКАС, 1947, № 14.

61. Лившиц Н. А., Комплексная магнитная проницаемость и ее составляющие, Труды ВЭТКАС, 1946.

62. Лившиц Н. А., Основы расчета магнитных - цепей переменного тока с цилиндрическим и плоским сердечником, ЖТФ, т. XV, 1945, вып. II.

63. Лившиц Н. А., Приложение методов двойного графического и численного интегрирования нелинейных уравнений к определению законов распределения магнитного потока вдоль магнитопровода нейтральных электромагнитных механизмов, «Автоматика и телемеханика», 1940, № 2.

64. Лившиц Н. А., К анализу законов распределения магнитного потока вдоль магнитной цепи нейтральных электромагнитных механизмов с учетом нелинейности кривой намагничивания, «Автоматика и телемеханика», 1940, № 1.

65. Тютин А. И., Янкоп Э. К., Электромагнитные насосы для жидких металлов. Прикладная магнетогидродинамика, Труды института физики АН Латв. ССР, VIII, 1956.

66. Егоров П. М., Применение метода конформных преобразований к моделированию трехмерных потенциальных и вихревых полей, «Электричество», 1956, № 5.
67. Плахов А. Г., Расчет аксиально симметричных полей методом последовательных приближений, Труды МЭИ, 1948, вып. 3.
68. Рабинович М. С., Ускорители заряженных частиц, Изд-во «Знание», 1957.
69. Дергач В. Г., Магнитное обогащение слабомагнитных руд, Металлургиздат, 1954.
70. Сушкин Н. Г., Электронный микроскоп, ГИТТЛ, 1949.
71. Агейкин Д. И., Костина Е. Н. и Кузнецова Н. Н., под ред. Б. С. Сотскова, Датчики систем автоматического контроля и регулирования, Машгиз, 1959.
72. Электрические измерения, под ред. А. В. Фремке, Госэнергоиздат, 1954.
73. Виноградов Н. В., Горяинов Ф. А. и Сергеев П. С., Проектирование электрических машин, Госэнергоиздат, 1956.
74. Михайлов Д. С. и Дорофеев И. Т., Электронавигационные приборы, Изд-во водного транспорта, 1953.
75. Справочник по элементам автоматики и телемеханики, Электромеханические реле, под ред. Б. С. Сотскова, Госэнергоиздат, 1958.
76. ГОСТ 802-58, Сталь электротехническая тонколистовая, 1959.
77. Междуведомственные технические условия ЧМТУ 5010-55 на железо-никелевые сплавы с высокой магнитной проницаемостью, 1955.
78. Прейскурант № 01-03 оптовых цен на качественную сталь, 1955; Прейскурант № 01-05 оптовых цен на металлоизделия промышленного назначения, Metallurgizdat, 1955.
79. Гольдин О. Е., Магнитный мостик, «Автоматика и телемеханика», 1950, № 5.
80. Займовский А. С. и Чудновская Л. А., Магнитные материалы, Госэнергоиздат, 1957.
81. Буль Б. К., К расчету магнитных проводимостей поля вблизи воздушного зазора, «Электричество», 1952, № 7.
82. Буль Б. К., Методы расчета магнитных цепей с учетом магнитного сопротивления стали, «Электричество», 1952, № 11.
83. Буль Б. К., Расчет магнитных цепей с сосредоточенной н. с., «Автоматика и телемеханика», 1952, № 6.
84. Буль Б. К., К теории электромагнитного экранирования, Труды МЭИ, 1953, вып. 12.
85. Буль Б. К., К расчету магнитной проводимости воздушного зазора, Труды ВЗЭИ, 1953, № 2, Госэнергоиздат.
86. Буль Б. К., Аналитический метод расчета индуктивности и активного сопротивления катушки электромагнитных механизмов, «Автоматика и телемеханика», 1953, № 2.
87. Буль Б. К., Расчет катушки со сталью на переменном токе, «Электричество», 1954, № 8.
88. Буль Б. К., Расчет магнитной цепи и параметров катушки со сталью на заданные параметры, «Автоматика и телемеханика», 1957, № 9.
89. Буль Б. К., Расчет магнитных цепей с электромагнитными экранами, Научные доклады высшей школы, «Электромеханика и автоматика», 1958, № 2.

90. Буль Б. К., Расчет катушки переменного тока с учетом магнитного сопротивления стали и рассеяния, Труды МЭИ, 1956, вып. XVI.

91. Буль Б. К., Расчет и экспериментальное исследование тангенциальной индукционной системы, Тезисы МЭИ, 1945—1946.

92. Буль Б. К., Аналитический метод определения магнитных сопротивлений и потерь в стали, «Электричество», 1950, № 5, Дискуссия; «Электричество», 1951, № 11.

93. Буль Б. К., К теории и расчету магнитных цепей и индукционных механизмов, Диссертация, МЭИ, 1957.

94. Буль Б. К., Исследование поля вблизи воздушного зазора и расчет магнитной проводимости, «Вестник электропромышленности», 1959, № 9.

95. Гордон А. В. и Сливинская А. Г., Электромагниты постоянного тока, Госэнергоиздат, 1960.

96. Любчик М. А., Расчет и проектирование электромагнитов постоянного и переменного тока, Госэнергоиздат, 1959.

97. Цыкин Г. С., Трансформаторы низкой частоты, Связьиздат, 1950.

98. Березовский А. Ф., Дистанционные индукционно-динамические реле с естественным тормозным моментом, «Электричество», 1957, № 10.

99. Ткачев А. А., Теоретическое и экспериментальное исследование магнитной цепи переменного тока с электромагнитным экраном, Труды МЭИ, 1957, вып. XIII.

100. Callsen A., Die Flußverdrängung und Flußverlagerung im verzweigten magnetischen Kreis und ihre Bedeutung für den Induktionszähler, Archiv für Elektrotechnik, Bd XXIII, 1929, S. 40.

101. Bähler W. Th., Die Theorie Telephonrelais, ETZ, 1928, H. 49—50.

102. Battistini G., Il metodo di Lehman per la determinazione grafica dei campi magnetici, Elettrotecnica, 1949, vol. 36, № 6, p. 267—282.

103. Peek, R. L., Wagar H. N., Magnetic design of relays, «Technical Journal», 1954, № 1.

104. Bergtold F., Magnetfeldströmung an den Rändern von Luftspalten, Elektrotechnische Zeitschrift, 1951, H. 4, S. 111—113.

105. Wohlgemucht J., Beitrag zur Berechnung der magnetischen Leitfähigkeit zwischen zwei Ebenen, Elektrotechnik und Maschinenbau, 1946, № 1—2.

106. Hesse M. B., The calculation of magnetic lens fields by relaxation methods, The Proceedings of the Physical Society, Section B, 1950, vol. 63, part 6, № 366B.

107. Evershed S., Permanent magnets in theory and practice, J. I. E. E., 1920, vol. 58; 1925 vol. 63.

108. Bechmann H., Die Berechnung unterteilter Wendepol-luftspalte, ETZ, 1928, H. 44, S. 1599—1602.

109. Gramp W. and Colderwood N., The calculation of air-space flux, Journ Inst. El. Eng., 1923, № 323, vol. 61.

110. Frey K., Anwendungen der Konformen Abbildung auf praktische Probleme des Elektromaschinenbaues, 1925.

111. Schmiedel K., Wirkungsweise und Entwurf der Motor-Elektrizitätszähler, 1916.

112. Macfadyen K. A., Vector permeability, The Journal of the Institution of Electrical Engineers, November 1947, vol. 94, № 32.

113. Могилевский Г. В., Анализ методов расчета электромагнитов с внешним поворотным якорем, Диссертация, ХПИ имени В. И. Ленина, 1954.

114. Гальперн Н. К., Определение магнитной проводимости воздушного зазора для электромагнитных устройств клапанного типа, Труды ЛПИ имени Калинина, 1953, № 3.

115. Пик Р. и Уэйгар Г., Расчет коммутационных реле (перевод с англ.), Госэнергоиздат, 1961.

116. Бамдас А. М., и Савиновский Ю. А., Дроссели фильтров радиоаппаратуры, Изд-во «Советское радио», 1962.

117. Куликовский Л. Ф., Индуктивные измерители перемещений, Госэнергоиздат, 1961.

118. Тихомирова З. Т., Погрешности методов расчета магнитных цепей, «Электричество», 1961, № 2.

---

## АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

### А

- Активное магнитное сопротивление стали 55
- электрическое сопротивление при постоянном и переменном токе 82, 335, 341
- Активный четырехполюсник 314
- Анализ погрешностей расчета магнитной цепи 409, 427, 437, 446, 447
- Аналитический метод расчета цепи 285

### Б

- Быстродействующее индукционно-динамическое реле 167

### В

- Варианты графоаналитического расчета магнитной цепи 372
- расчета магнитной цепи 86, 96
- Векторные диаграммы 80, 107, 125, 128, 133, 340
- Влияние механической обработки на свойства магнито-мягких материалов 49, 50
- температуры на магнитные свойства ферромагнитных материалов 50-52

### Г

- Графики активных удельных магнитных сопротивлений листовой электротехнической стали, литой стали и чугуна 309
- удельной магнитной проводимости поля с боковой грани по координате  $x$ ,  $y$  и  $z$  179, 180, 206, 207, 217

### Д

- Добротность намагничивающей катушки 103
- обмотки и магнитного материала 104
- Дроссельная катушка 85

### Е

- Единицы измерения магнитных и электрических величин 13

### Ж

- Железоникелевые сплавы 43, 45

### З

- Замена одного экрана двумя эквивалентными 148
- одной магнитной цепи двумя эквивалентными 320

## И

Измерение магнитных потоков по величине и фазе 155  
Индуктивность намагничивающей катушки 82, 334, 341  
Индукционная система с диском 161  
Интегральные кривые 361, 368

## К

Картины магнитного поля для II- и III-образных магнитных систем 255, 264  
— — — С-образных и сложных магнитных систем 268—270, 273  
Классификация магнитных цепей 17  
Коваленков В. И. 285  
Комплексная магнитная проницаемость 53  
Комплексное магнитное сопротивление стали 54  
Комплексные магнитные сопротивления нагрузок четырехполюсника 317, 326  
Координаты максимума потока 321  
— поля выпучивания 175  
Коэффициент заполнения 85  
— рассеяния 157, 160  
— электромагнитного экранирования 121  
Кривые намагничивания магнитно-мягких материалов 37  
Круговая диаграмма магнитной цепи с экраном 109—113

## Л

Линейные дифференциальные уравнения 290, 314

## М

Магнитные потоки с торца, боковой поверхности и ребер торца и боковой поверхности 174, 181, 191  
— проводимости (полная и ее составляющие) 90  
— характеристики 56, 57, 95  
— цепи с переменной и удельной проводимостью рассеяния 30  
— — — распределенной н. с. 29  
— — — сосредоточенной н. с. 27  
— — — электромагнитными экранами 22, 107, 133  
Модель для исследования поля вблизи воздушного зазора 190

## Н

Намагничивающая сила (н. с.) катушки и ее активная и реактивная составляющие 80  
— — — экрана 113

## О

Определение диаметра голого провода 87  
— координат поля выпучивания 186  
— объема магнитопровода 104  
— среднего удельного магнитного сопротивления стали 97  
— средней длины магнитопровода 84, 91  
— активного и реактивного электрических сопротивлений катушки 127  
— числа витков намагничивающей катушки 83, 91, 97



## П

- Пассивный четырехполюсник 286  
Петля гистерезиса 35  
Погрешность расчета магнитной цепи без учета и с учетом магнитного сопротивления стали 396, 399, 404, 407, 422, 425, 438, 444, 445  
— — удельных проводимостей по координате  $x$  и  $z$  223, 225  
Полная эквивалентная магнитная проводимость цепи 344  
Полное активное электрическое сопротивление катушки 82, 341  
— магнитное сопротивление цепи 340  
Поправочный коэффициент к расчету проводимости рассеяния 263  
Постоянная времени намагничивающей катушки 108  
— экрана 113  
Потери в стали 55, 62—66  
Пример расчета цепи с электромагнитным экраном 151  
Проводимость воздушного зазора (основная, торцовая, и с «ребер» торца) 175

## Р

- Расположение полюсов: полюс — полюс, полюс — плоскость — полюс, ребро — ребро, угол — угол 172, 182—185  
Расчет замкнутой магнитной цепи 70  
— магнитной цепи методом участков 399  
— — — с экраном 127, 131  
— проводимости воздушного зазора с учетом поля выпучивания по опытным кривым 208  
— разветвленной магнитной цепи 78  
Расчетная проводимость воздушного зазора 177  
Расчетные размеры прямоугольных и круглых полюсов 176, 182, 183, 187  
Реактивное магнитное сопротивление стали 55  
— — — цепи с диском 163  
— — — — — учетом экрана 125  
— электрическое сопротивление намагничивающей катушки 82, 341

## С

- Свойства магнитных материалов 40—47  
Спектры магнитного поля 157, 256, 257, 266, 279  
Средняя длина витка катушки 82  
— координата поля выпучивания 177  
Среднее значение потока 332  
Схема замещения магнитной цепи без учета рассеяния 73  
— — — с учетом стали, рассеяния и экранов 287, 299, 301, 318—320  
— — — — — электромагнитными экранами 119, 125, 128, 133, 161

## Т

- Тангенс угла потерь в цепи с экраном 159, 340  
Т-образная схема замещения магнитной цепи 296  
Ток электромагнитного экрана 113

## У

Угол между током и напряжением 83

— потеря в стали 61, 81, 159

— экранирования 113

Удельная намагничивающая сила 314

Удельные активное, реактивное и полное магнитные сопротивления стали 54—55, 62—64

— магнитные проводимости (боковые грани и «ребра») 175, 176

— — — между ребром торца полюса и плоскостью для Крэмпса и Кольдервуда, Бергтольда, Ротерса и Фрая, 233

— — — по периметру 201, 202

Упрощенный расчет магнитной цепи 346

Уравнение изоклины 360

## Ф

Формулы активного и реактивного магнитных сопротивлений цепи с учетом экрана 130, 132

— для расчета потерь в стали 62—64, 66, 67

— удельной магнитной проводимости Ротерса, Эвершеда, Крэмпса и Кольдервуда, Форба и др. 210

## Х

Ход расчета магнитной цепи 92, 96, 99

Холоднокатанные марки сталей 40, 41

## Ц

Цены различных марок сталей 43, 48

## Ш

Ш-образная магнитная цепь переменного тока 73

## Э

Экспериментальная проверка формул потерь в стали 65—68

Экспериментальное определение потоков для С-образной магнитной системы 277

— — удельных магнитных сопротивлений 191, 196, 197, 202, 206, 215

Электрическое сопротивление экрана 155

Электродвижущие силы намагничивающей катушки 81

Элементарные и единичные трубки магнитного потока 259

---

Цена 1 р. 41 к.