

X 1974

0

3

1

TY 19-32-73

6

1

ДИА  ИЛЬМ

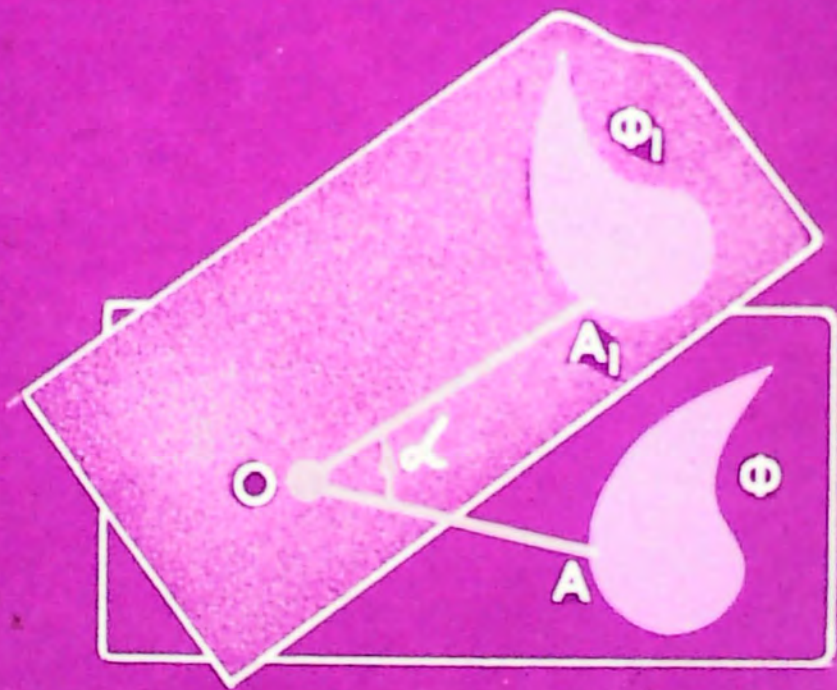
07-3-329

По заказу Министерства
просвещения СССР

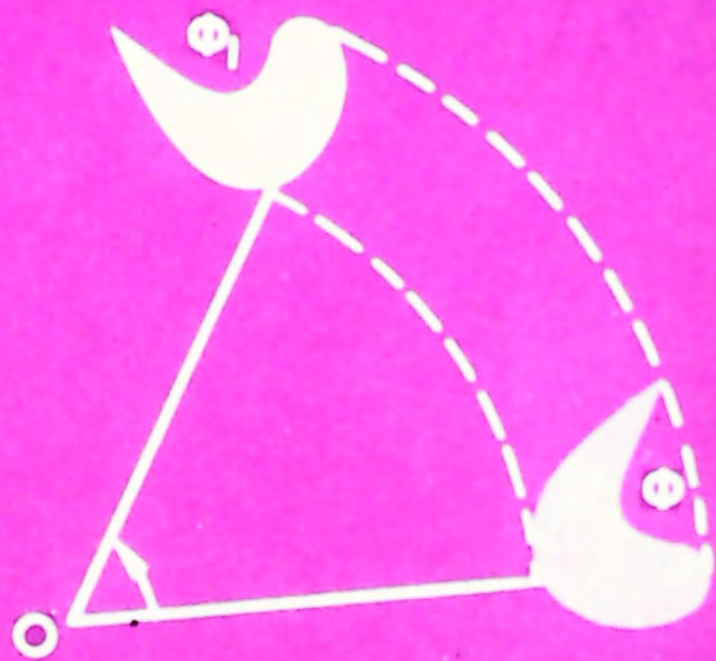
ПОВОРОТ. ЦЕНТРАЛЬНАЯ СИММЕТРИЯ

Диафильм по геометрии для 6 класса

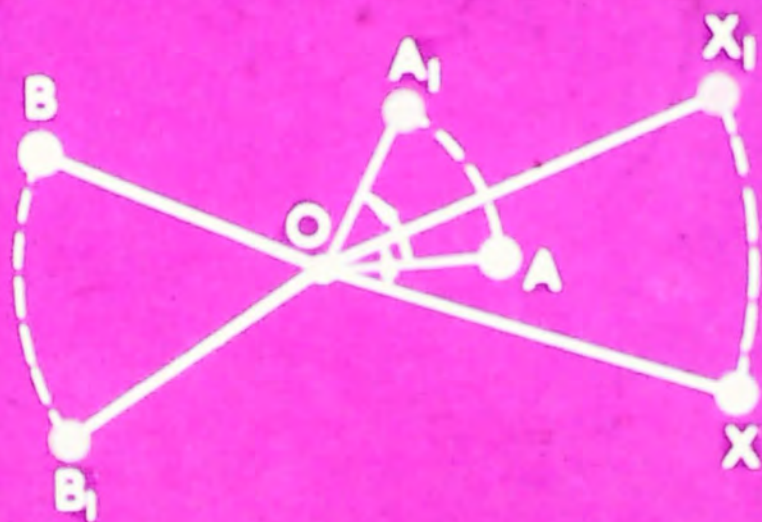
I. ПОВОРОТ ПЛОСКОСТИ ВОКРУГ ТОЧКИ



Скопированная на лист кальки фигура Φ при повороте кальки вокруг точки O на угол величиной α займёт на плоскости новое положение Φ_1 .



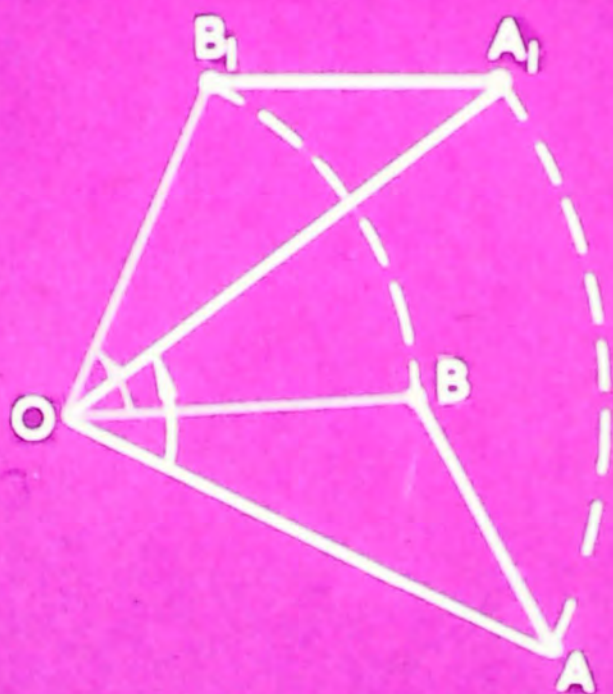
Говорят, что фигура Φ_1 получена из фигуры Φ поворотом вокруг центра O . $\Phi_1 \cong \Phi$.



При повороте всей плоскости вокруг центра O на угол величинной α 1) каждой точке X соответствует одна вполне определённая точка X_1 этой плоскости; 2) для любой точки X_1 можно найти точку X , из которой она получена. Значит, поворот есть отображение всей плоскости на себя.



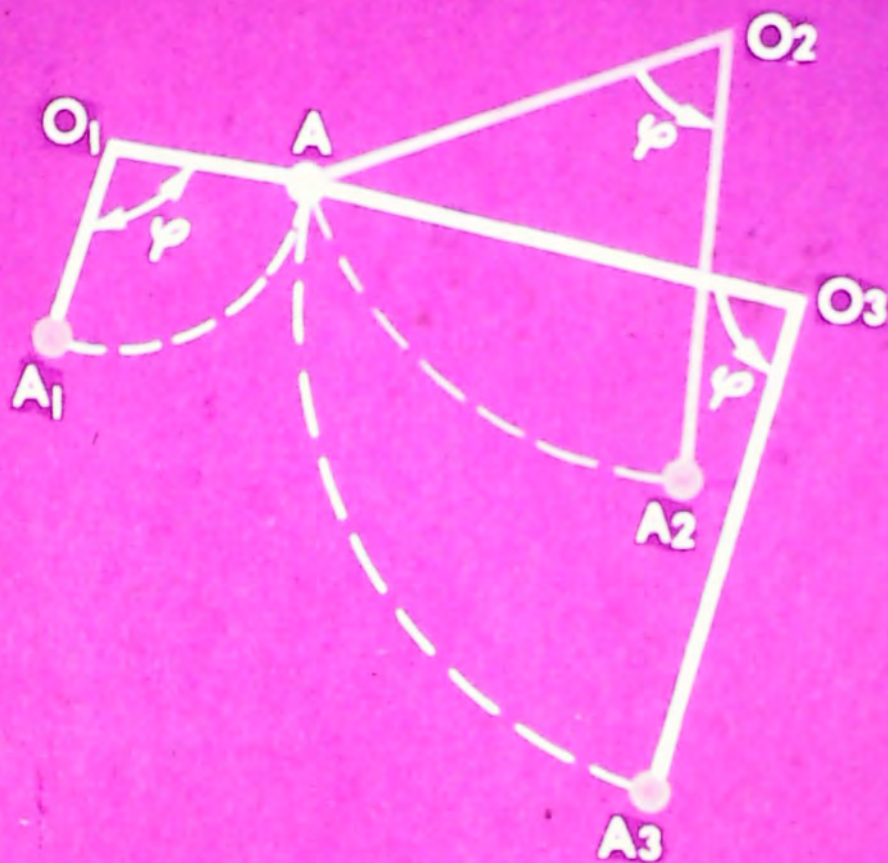
Выражение „точка X_1 получена из точки X поворотом вокруг точки O на угол α (против часовой стрелки)“ означает, что точки X и X_1 лежат на одной окружности с центром O и $\angle XOX_1 = \alpha$.



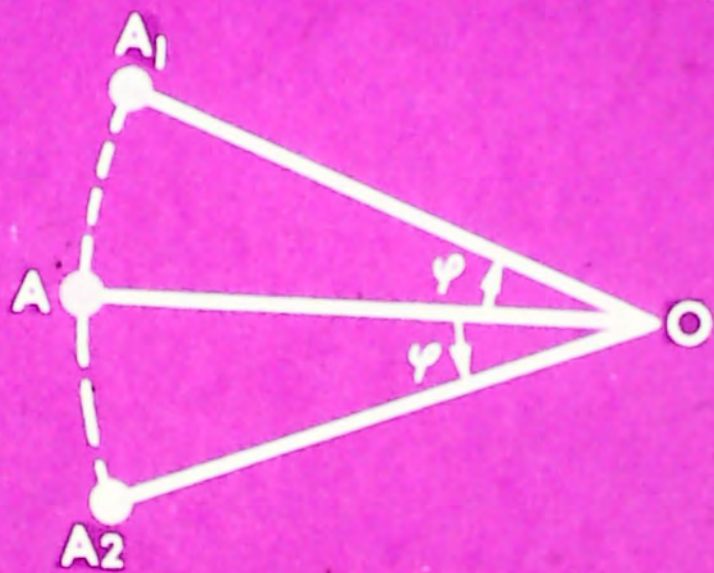
При повороте сохраняются расстояния между точками. То есть, если точки A_1 и B_1 — образы точек A и B при повороте вокруг центра O , то $|AB| = |A_1B_1|$. Любое отображение плоскости на себя, сохраняющее расстояния, будем называть ПЕРЕМЕЩЕНИЕМ.



Поворотом вокруг центра O называется такое перемещение плоскости, при котором: 1) точка O отображается сама на себя и 2) угол между любым лучом OX и соответствующим ему лучом OX_1 имеет одну и ту же величину α . Величина α называется углом поворота.

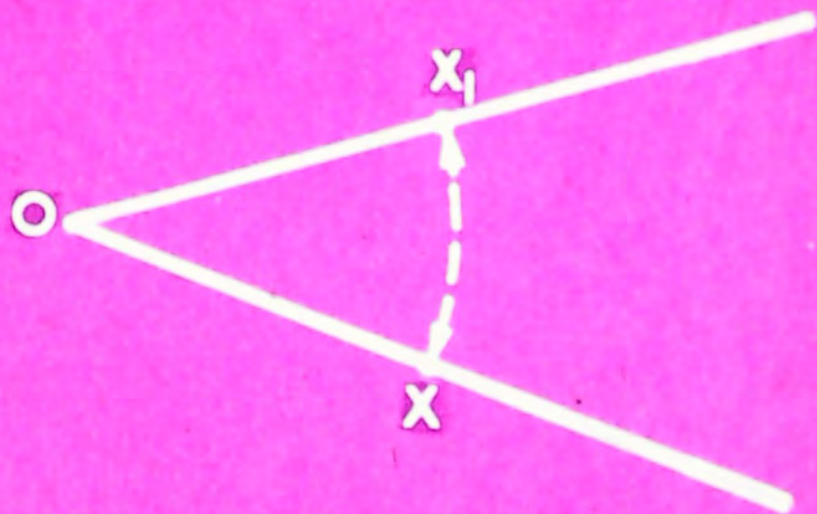


Задача. В какую точку перейдет точка A при повороте на угол φ ? Почему эта задача неопределенная?

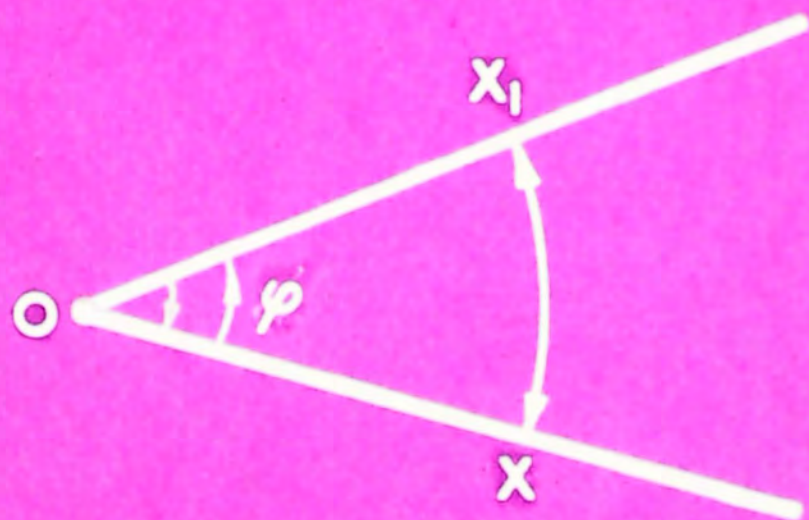


Сколько существует поворотов вокруг заданного центра O на угол φ ?

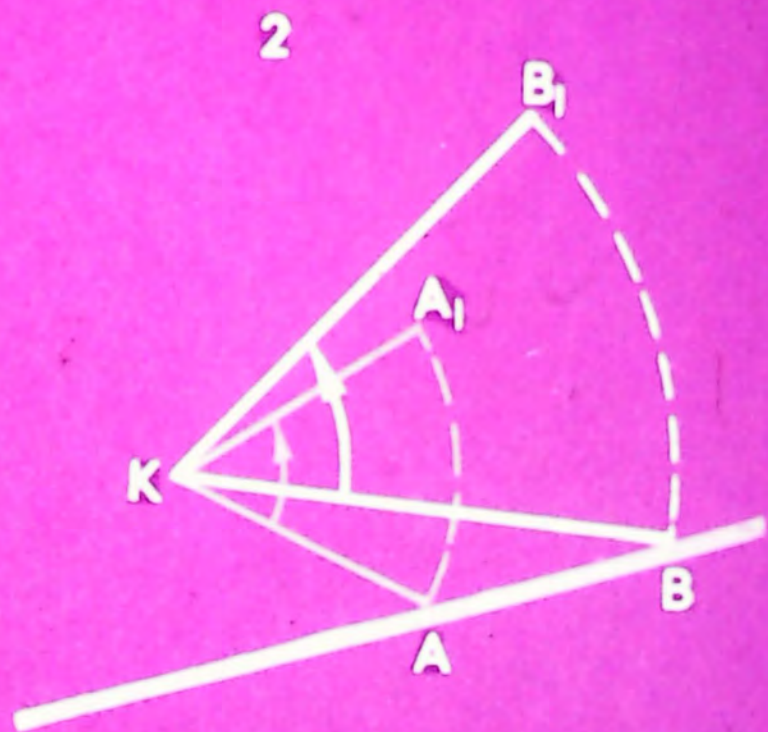
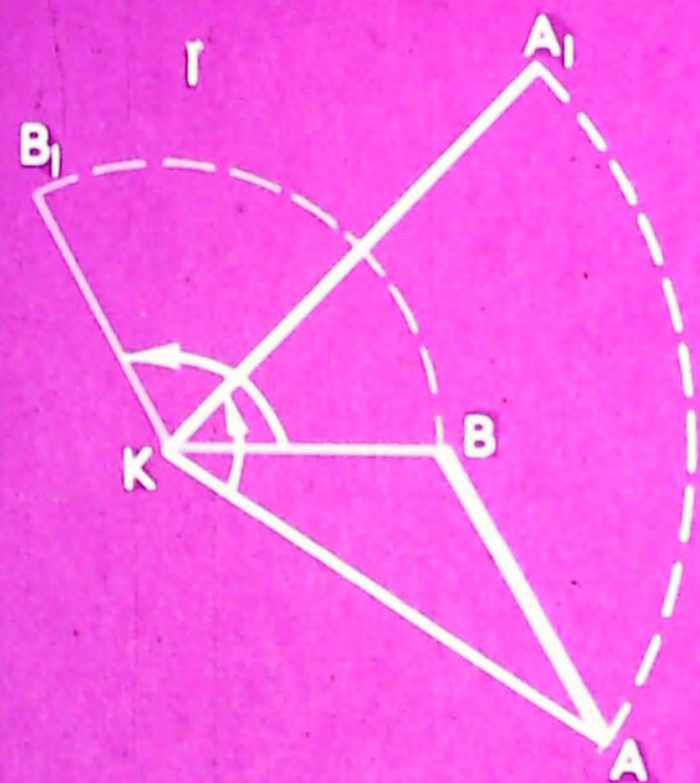




Каждые два луча OX и OX_1 с общим началом задают один и только один поворот, который отображает луч OX на луч OX_1 .



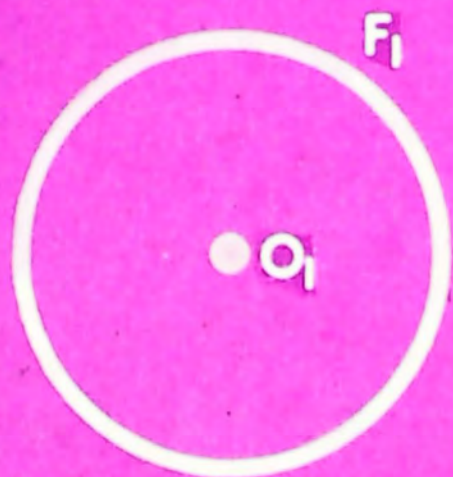
Отображение, обратное повороту $X \rightarrow X_1$ вокруг центра O , будем называть обратным поворотом $X_1 \rightarrow X$ на тот же угол вокруг того же центра O .



Достройте фигуру, на которую отобразится при повороте на угол φ вокруг точки K 1) отрезок AB ; 2) прямая AB .



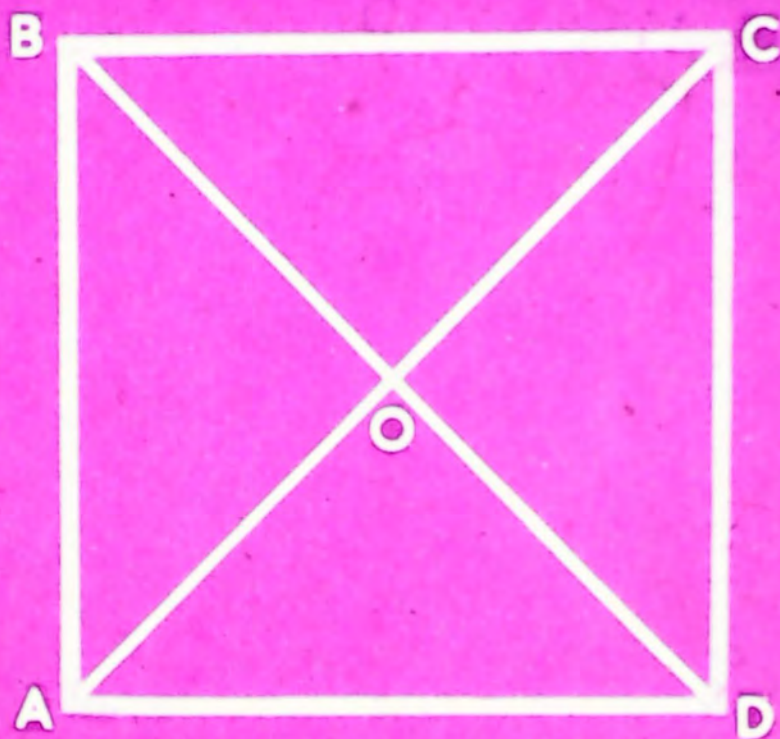
Объясните построение фигуры Φ_1 — образа фигуры Φ при повороте вокруг точки O на угол 90° .



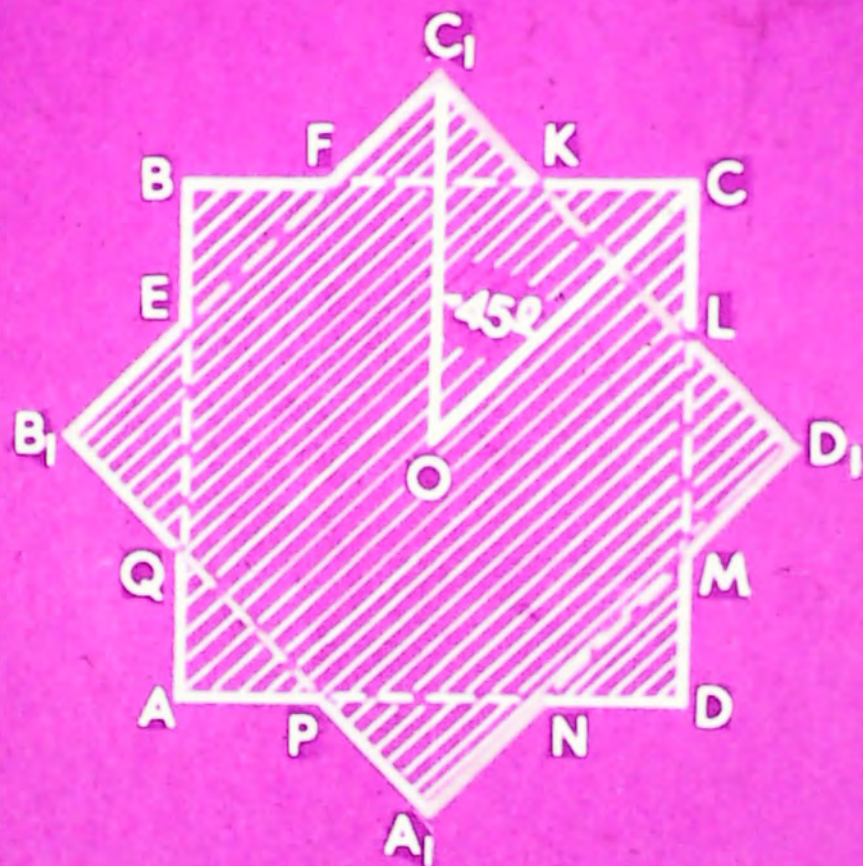
Задача. Окружность F перешла в окружность F_1 при повороте вокруг точки K . Как найти угол поворота?



Какие повороты отобразят на себя 1) равносторонний треугольник; 2) квадрат?



Задача. Квадрат повернут на 45° вокруг своего центра. Какая фигура будет 1) объединением квадрата и его образа при данном повороте; 2) пересечением квадрата и его образа при данном повороте?



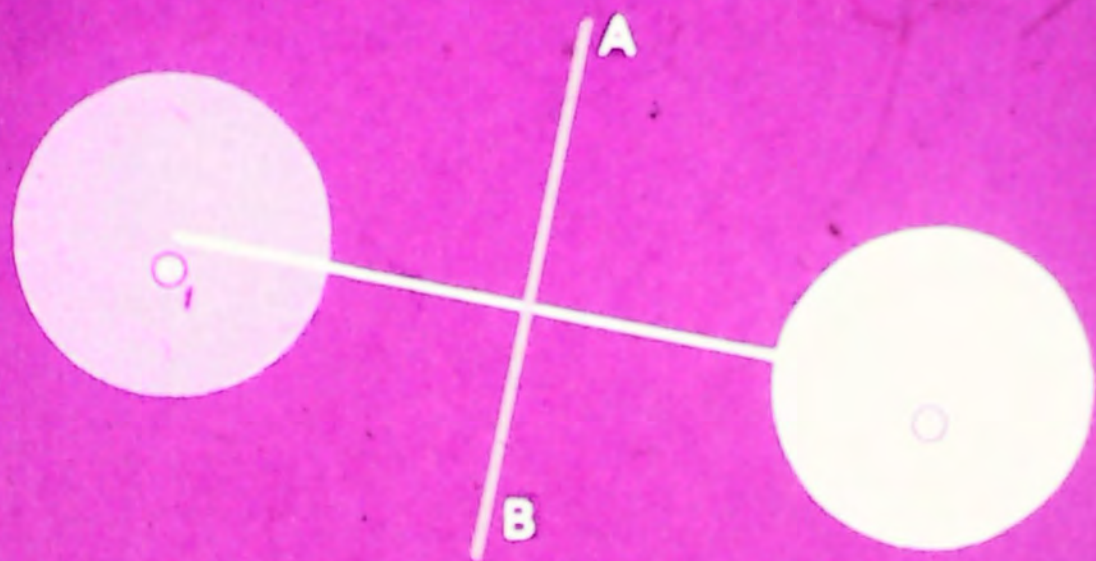
Ответ на первый вопрос.
Объединением квадрата и его образа является фигура
 $APA_1NDMD_1LCKC_1FBEVB_1Q$.



Ответ на второй вопрос.
Пересечением квадрата и его образа является фигура EFK LM NPQ.

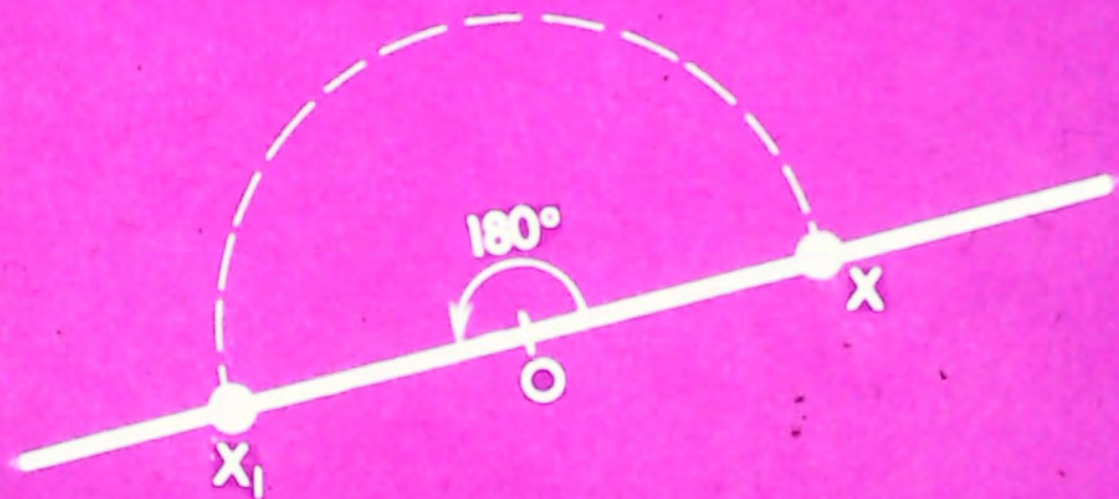


Найдите множество точек, являющихся центрами поворотов, при вращении около которых эти круги совместятся. Что представляет собой это множество?

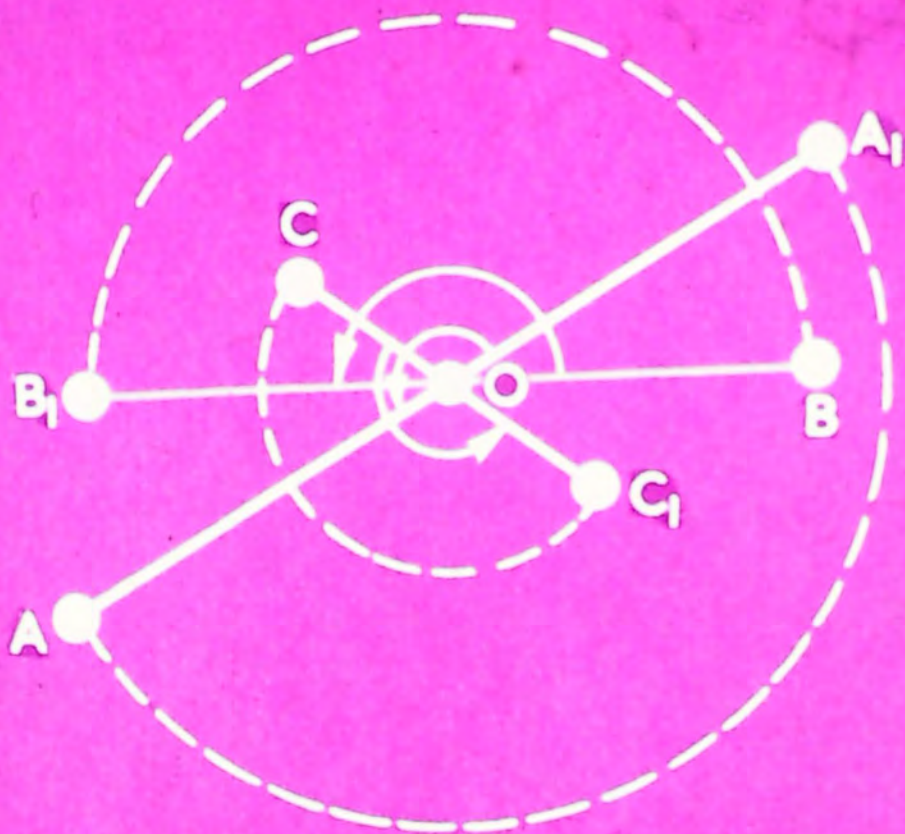


Центры поворотов расположены на прямой AB , перпендикулярной к O_1O_2 , и проходящей через середину отрезка O_1O_2 .

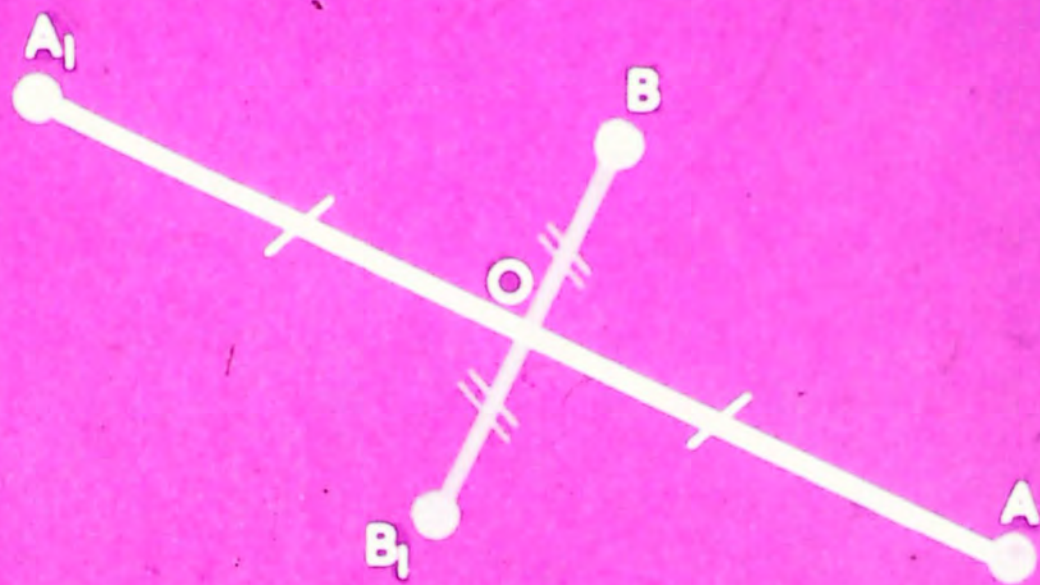
II. ЦЕНТРАЛЬНАЯ СИММЕТРИЯ



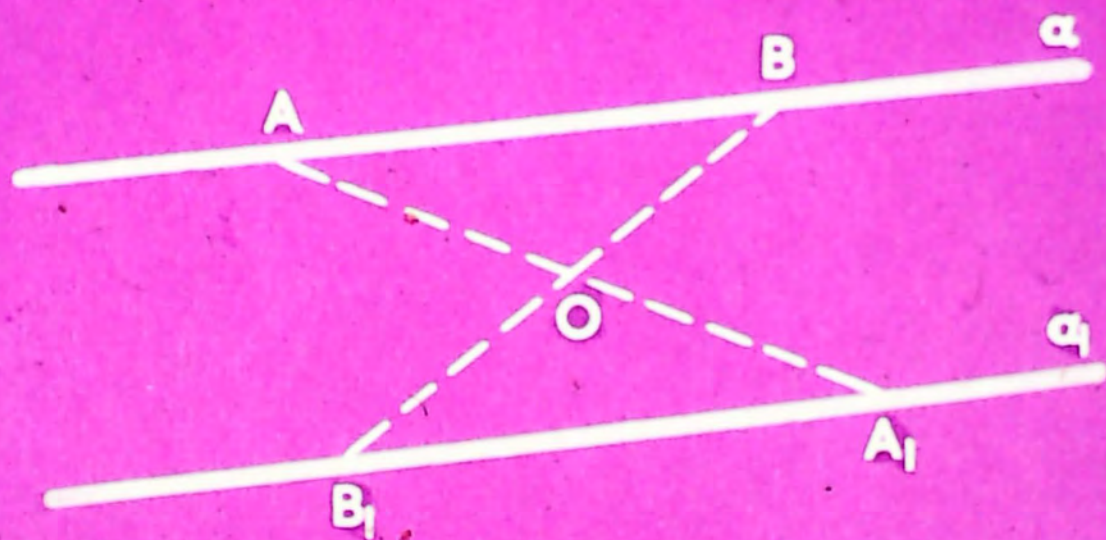
Точка X_1 является образом точки X при повороте вокруг центра O на 180° . Почему точка X_1 лежит на прямой OX и $|OX| = |OX_1|$?



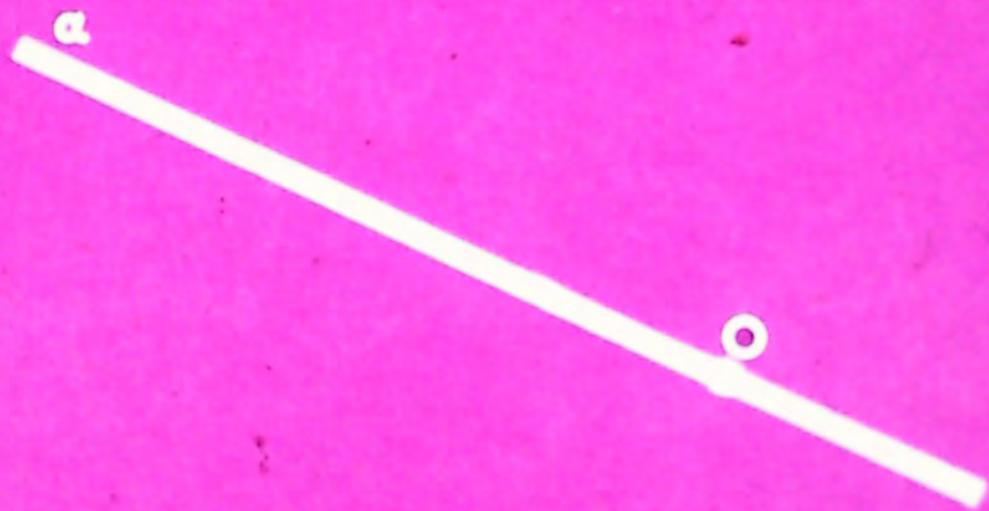
Поворот вокруг центра O на 180° называется центральной симметрией. Центр поворота при этом называется центром симметрии.



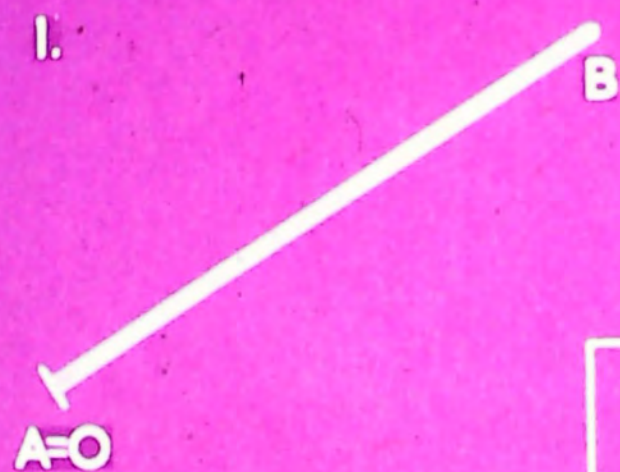
При центральной симметрии образом точки A , отличной от центра симметрии, является точка A_1 , лежащая на (OA) по другую сторону от центра O . При этом $|OA_1| = |OA|$. Будет ли точка A образом точки A_1 при симметрии с тем же центром?



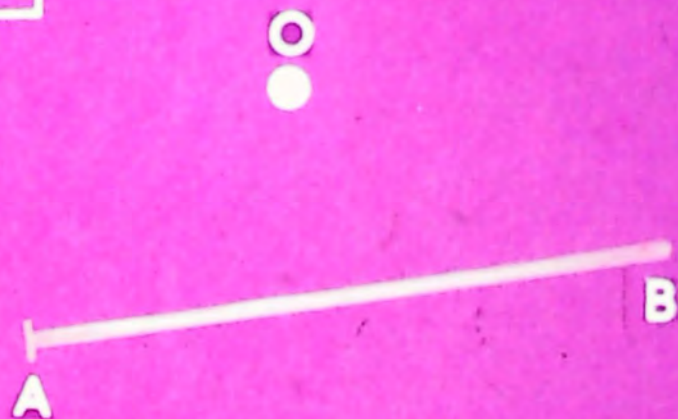
Центральная симметрия с центром O преобразует прямую α в прямую α_1 . Причём $\alpha \parallel \alpha_1$.



В какую фигуру при центральной симметрии перейдёт прямая, проходящая через центр симметрии?



2.



Какая фигура будет образом луча AB при центральной симметрии с центром O в каждом из этих случаев?

1.



2.

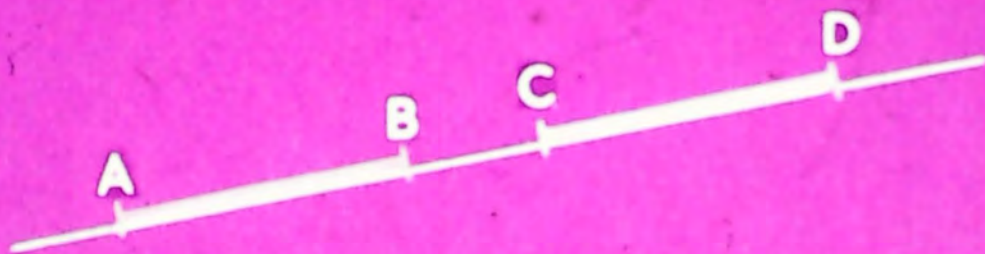


3.



Какая фигура является образом отрезка AB при центральной симметрии с центром в точке O в каждом из этих случаев? Выполните построение.

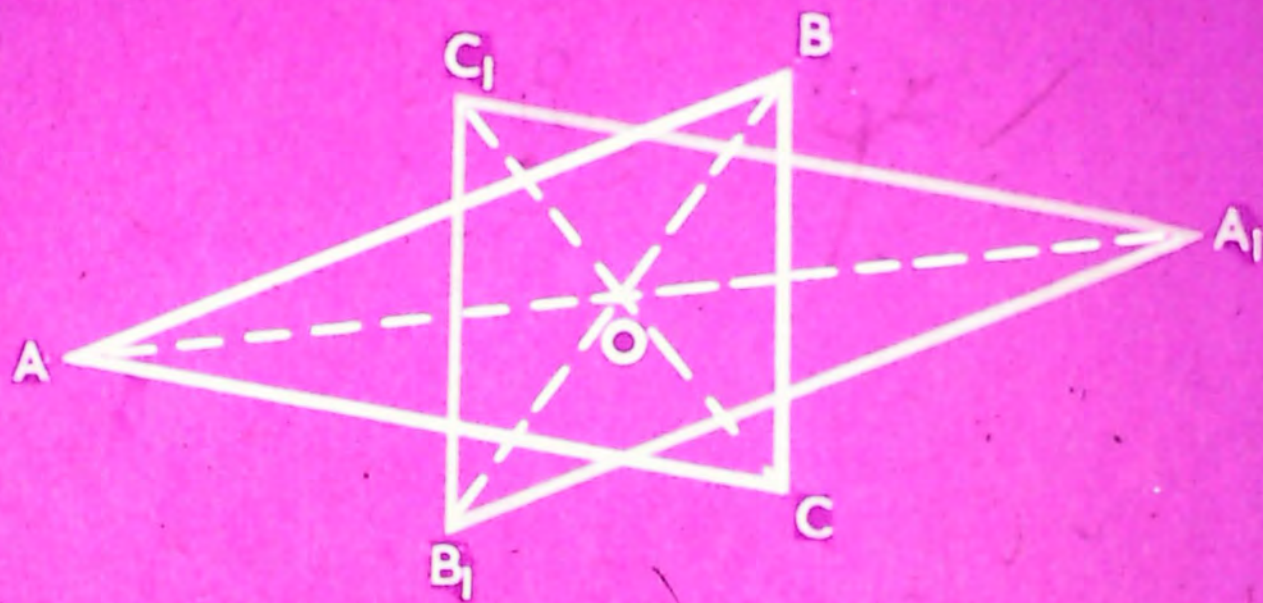
1.



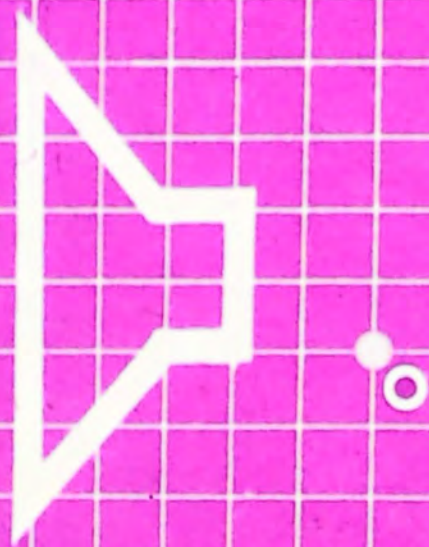
2.



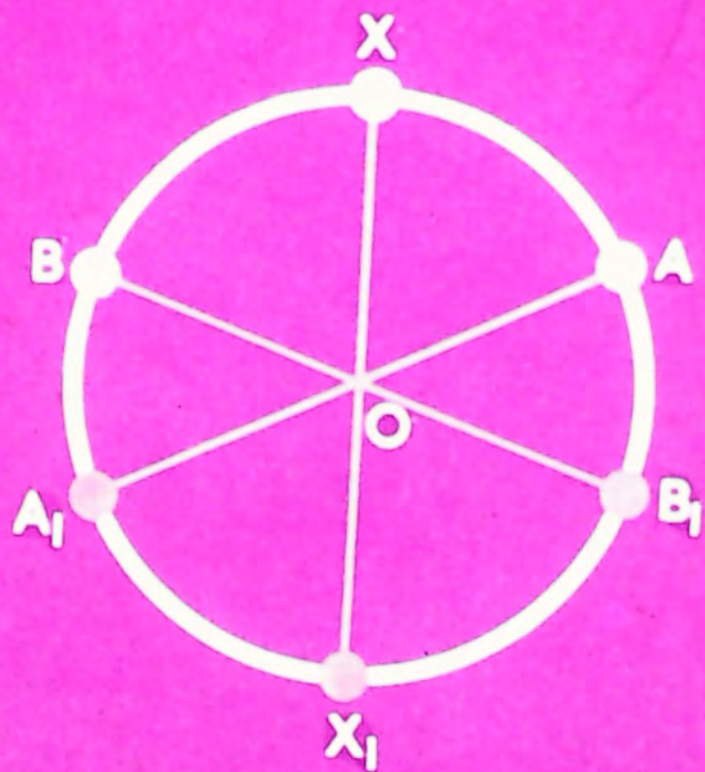
Задача. $[AB]$ и $[CD]$ — два конгруэнтных отрезка, принадлежащих одной прямой. Где находится центр симметрии этих отрезков в каждом из представленных здесь случаев?



Объясните построение треугольника $A_1B_1C_1$, центрально-симметричного треугольнику ABC относительно центра O , лежащего внутри треугольника.



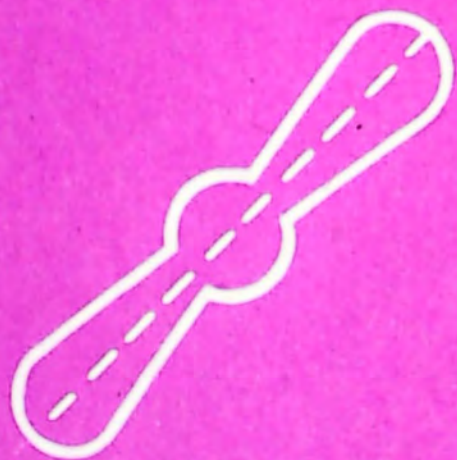
Выполните центральную симметрию относительно точки O фигуры, изображенной здесь.



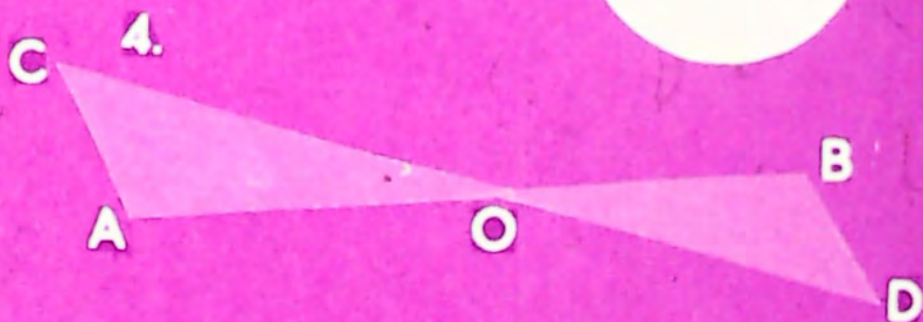
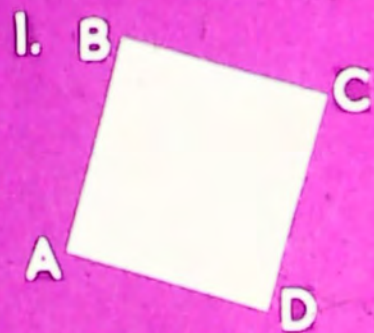
Точка X_1 , лежащая на окружности, симметрична точке X , лежащей на той же окружности, относительно центра O . Говорят, что окружность симметрична относительно своего центра.



Изображенная здесь фигура также отображается сама на себя при центральной симметрии с центром O . Это — центрально-симметричная фигура.



Вы видите другие центрально-симметричные фигуры. Отметьте на них центр симметрии.



Какие из этих фигур имеют центр симметрии? Отметьте их центры симметрии.

1.



2.



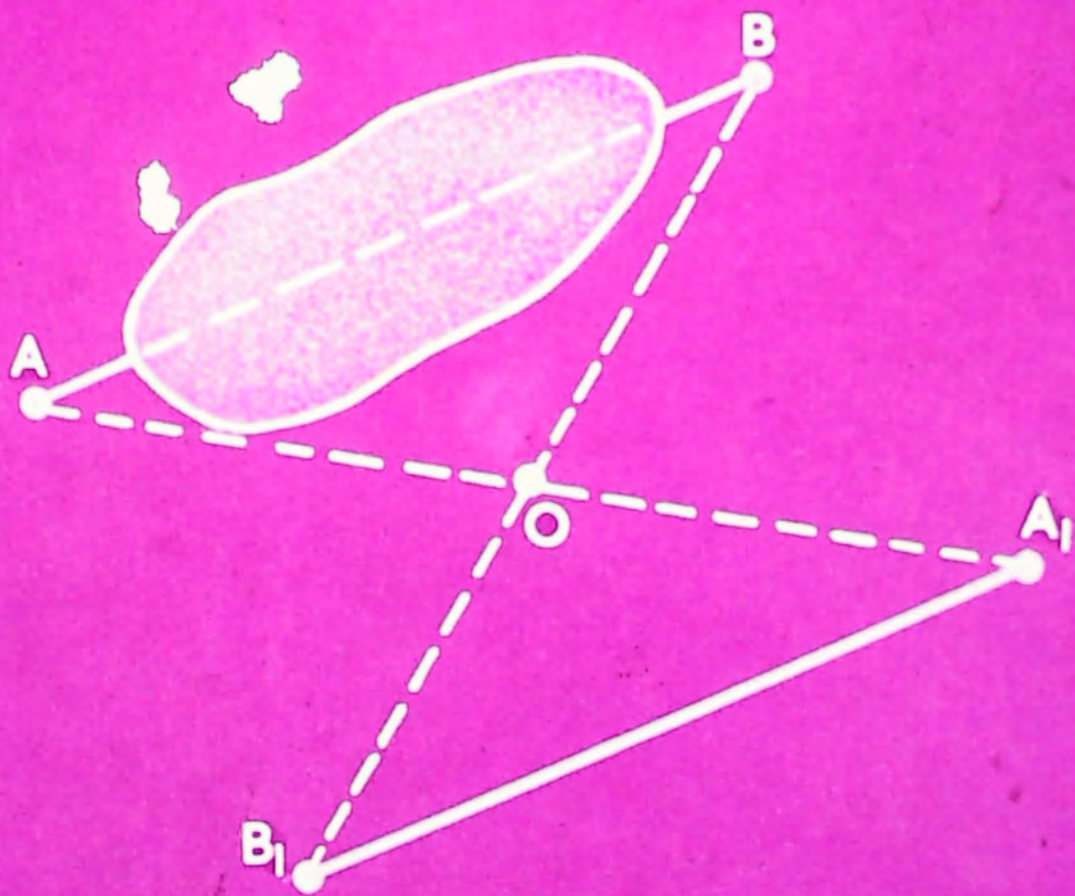
3.



Имеют ли эти фигуры центр симметрии?



Задача. Как измерить расстояние от A до B, используя центральную симметрию?



Решение. Берём произвольно точку O и откладываем $|OB_1| = |OB|$; $|OA_1| = |OA|$. Тогда $|AB| = |A_1B_1|$.

КОНЕЦ

Автор кандидат педагогических наук
В. С. СЕМАКОВ

Консультант профессор Р. С. ЧЕРКАСОВ
Художник-оформитель И. Б. КОНЬШИНА

Редактор Л. Б. КНИЖНИКОВА

Д-191-73

Студия „Диафильм“, 1973 г.
101000, Москва, Центр, Старосадский пер., д. № 7
Цветной 0-30